Η ΠΡΟΚΡΙΣΙΣ ΤΟΥ ΑΜΕΣΟΥ ΣΥΝΑΛΛΑΓΜΑΤΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΣ

Ὑπὸ τοῦ Ὑφηγητοῦ Π. Ι. ΣΤΕΡΙΩΤΗ

Εἰσαγωγή. Ἡ μέθοδος τὴν ὁποίαν ἀκολουθοῦμεν ἐνταῦθα διὰ τὴν πρόκρισιν συναλλαγῆς δι' ἀμέσου συναλλάγματος, ἥτις, καθ' ὅσον κατόπιν ἐπισταμένης ἐρεύνης ἠδυνήθημεν νὰ πληροφορηθῶμεν, δίδεται τὸ πρῶτον παρ' ἡμῶν, βασίζεται ἐπὶ τῆς γεωμετρικῆς ἑρμηνείας τῶν ἀναλυτικῶν σχέσεων. Κέκτηται δὲ τὸ οὐσιῶδες πλεονέκτημα τῆς ἁπλῆς καὶ αὐτομάτου, οὕτως εἰπεῖν, λύσεως τῶν σχετικῶν προβλημάτων τῶν Οἰκονομικῶν Μαθηματικῶν.

Διὰ τῆς νέας μεθόδου, ἥτις εἶναι ἀπηλλαγμένη ἀριθμητικῶν πράξεων, ἐπιτυγχάνεται καὶ ὁ καθορισμός, ἀνὰ πᾶσαν στιγμήν, τῶν περιθωρίων τῶν ὑφισταμένων διὰ τὴν πρόκρισιν. Ἐπὶ πλέον, ἐκτὸς τοῦ ὅτι εἶναι ἁπλουστέρα καὶ κομψοτέρα τῆς κλασσικῆς μεθόδου τῆς ἀναφερομένης εἰς ὅλα τὰ ἐγχειρίδια τῶν Οἰκονομικῶν Μαθηματικῶν, παρέχει τὴν δυνατότητα τῆς γενικεύσεως τοῦ ὅλου προβλήματος τῆς προκρίσεως συναλλαγῆς.

Διὰ τὸ πρῶτον πρόβλημα, τὸ ἀναφερόμενον εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ἀμφότεραι αἱ ἀγοραὶ δίδουσι τὸ ἀβέβαιον, δίδομεν τρεῖς διαφόρους λύσεις. Διὰ τὴν λύσιν τῶν ὑπολοίπων προβλημάτων ἀκολουθοῦμεν τὴν ἀρχὴν τὴν καθιερωμένην εἰς τὰ ἐφηρμοσμένα μαθηματικὰ καὶ ἥτις, ὡς γνωστόν, ἔγκειται εἰς τὴν ἀναζήτησιν μεθόδων δυναμένων νὰ ἐφαρμοσθῶσιν ἐν τῇ πράξει.

Ὁρισμοί. Καλοῦμεν ἄμεσον συνάλλαγμα τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν πρὸς διακανονισμὸν χρεαπαιτήσεως μεταξὺ δύο θέσεων (ἀγορῶν) Α καὶ Β δὲν παρεμβαίνει συνάλλαγμα ἑτέρας θέσεως.

Τὴν τιμὴν τοῦ συναλλάγματος τῆς θέσεως Α ἐπὶ τῆς θέσεως Β παριστῶμεν διὰ Σ_{α}^{β} καὶ τὴν τοιαύτην τῆς Β ἐπὶ τῆς Α διὰ Σ_{β}^{α}.

Ἐφ' ὅσον ἔν τινι θέσει Α ἡ τιμὴ συναλλάγματος 1 νομισματικῆς μονάδος ξένης χώρας δίδεται δι' ἐπιχωρίων νομισματικῶν μονάδων ὄψεως τῆς Α, λέγομεν ὅτι ἡ Α δίδει τὸ ἀβέβαιον.

Ἐφ' ὅσον ἐν τῇ θέσει Α ἡ τιμὴ συναλλάγματος ἐκφράζεται διὰ τῶν νομισματικῶν μονάδων τῆς θέσεως Β, αἵτινες ἀντιστοιχοῦσιν εἰς 1 νομισματικὴν μονάδα τῆς Α, λέγομεν ὅτι ἡ Α δίδει τὸ βέβαιον διὰ τὴν Β.

Πρόκρισις συναλλαγῆς (arbitrage) καλεῖται [1] ἡ σύγκρισις διαφόρων

[1] Τ. ΚΕΡΑΜΙΔΑ, Βραχυπρόθεσμοι Οἰκονομικαὶ πράξεις, ἐκδ. Δ', 1949, σ. 253.

οἰκονομικῶν πράξεων ἀγουσῶν εἰς τὸν αὐτὸν σκοπόν, ἡ εὕρεσις ἐκείνης ἥτις παρουσιάζει τὰ πλειότερα πλεονεκτήματα, καὶ ἡ ἐκλογὴ ταύτης πρὸς ἐκτέλεσιν διὰ τὴν ἀπόληψιν κέρδους ὅσον ἔνεστι μεγαλυτέρου.

Τὰ προβλήματα τῆς προκρίσεως συναλλαγῆς, δι' ἀμέσου συναλλάγματος, διακρίνονται ἐκ τοῦ ὅτι αἱ θέσεις Α καὶ Β δίδουσι τὸ ἀβέβαιον ἢ βέβαιον καὶ συνεπείᾳ τούτου ἔχομεν τὰς κατωτέρω περιπτώσεις.

Α'. Ἀμφότεραι αἱ ἀγοραὶ δίδουσι τὸ ἀβέβαιον.

α) Τὰ δελτία δίδουσι τιμὰς ὄψεως ἢ προθεσμίας.

Πρῶτος τρόπος:

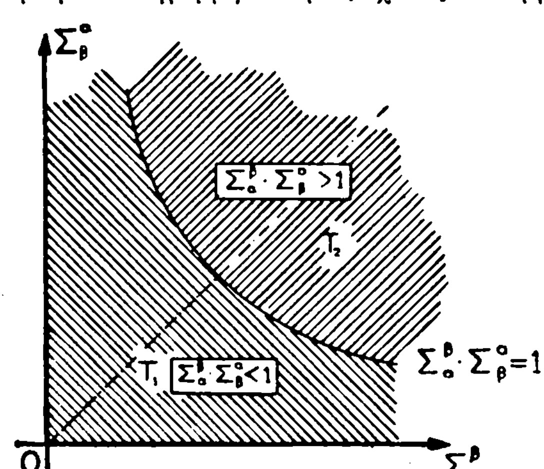
Λαμβάνομεν ὀρθογώνιον σύστημα ἀξόνων καὶ ἐπὶ μὲν τοῦ ἄξονος τῶν χ θεωροῦμεν τὰς τιμὰς Σ_α^β ἐπὶ δὲ τοῦ ἄξονος τῶν ψ τὰς τιμὰς Σ_β^α.

Εἶναι γνωστὸν(1) ὅτι ἰσοτιμία ὑπάρχει ἐφ' ὅσον αἱ τιμαὶ τῶν δελτίων τῶν δύο θέσεων Α καὶ Β ἐπαληθεύουσι τὴν σχέσιν:

$$(1)\ \Sigma_\alpha^\beta . \Sigma_\beta^\alpha = 1.$$

Δοθέντος ὅτι Σ_α^β, Σ_β^α εἶναι δύο μεταβληταὶ ποσότητες, συνάγομεν ὅτι ὁ γεωμετρικὸς τόπος ἐφ' οὗ κεῖνται πάντα τὰ σημεῖα τὰ ἐπαληθεύοντα τὴν ἐξίσωσιν(1) εἶναι μία ἰσοσκελὴς ὑπερβολή, τὴν ὁποίαν καὶ καλοῦμεν γραμμὴν ἰσοτιμίας.

Ἡ γραμμὴ ἰσοτιμίας δύναται νὰ συγκριθῇ πρὸς τὴν καμπύλην ἀδιαφορίας (2) τῆς Πολιτικῆς Οἰκονομίας, διότι, ὅπως καὶ εἰς ἐκείνην, ἐν ἑκάστῳ σημείῳ της μένομεν ἀδιάφοροι ὡς πρὸς τὸν τρόπον ἐξοφλήσεως χρέους τινὸς εἰς ξένον νόμισμα. Ἡ γραμμὴ ἰσοτιμίας ἔχει ἄξονα συμμετρίας (Σχ. 1)



Σχ. 1.

(1) Ἴδε Τ. ΚΕΡΑΜΙΔΑ, ἔνθ. ἀνωτέρω σ. 255.

(2) Ἴδε Π. ΣΤΕΡΙΩΤΗ, Στοιχεῖα Γενικῶν Μαθηματικῶν, Ἀθῆναι, 1946, σ. 215.

τὴν διχοτόμον τῆς γωνίας $\Sigma^\beta_\alpha O \Sigma^\alpha_\beta$ καὶ χωρίζει τὸ ὑπὸ τῆς γωνίας ταύτης ὁριζόμενον μέρος τοῦ ἐπιπέδου εἰς δύο τόπους T_1 καὶ T_2. Ἐν μὲν τῷ τόπῳ T_1 ἀληθεύει ἡ ἀνισότης $\Sigma^\beta_\alpha . \Sigma^\alpha_\beta < 1$, ἐν δὲ τῷ τόπῳ T_2 ἡ ἀνισότης $\Sigma^\beta_\alpha . \Sigma^\alpha_\beta > 1$. Κατὰ συνέπειαν, μία τιμὴ τοῦ δελτίου τῆς Α ἐπὶ τῆς Β, μετὰ μιᾶς τοῦ δελτίου τῆς Β ἐπὶ τῆς Α ὁρίζουσι, γεωμετρικῶς, ἓν σημεῖον $(\Sigma^\beta_\alpha, \Sigma^\alpha_\beta)$ τὸ ὁποῖον, δοθέντος ὅτι $\Sigma^\beta_\alpha > O$ καὶ $\Sigma^\alpha_\beta > O$, θὰ εὑρίσκεται ἢ ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας ἢ ἐπὶ ἑνὸς τῶν δύο τόπων T_1, T_2.

Θεωρήσωμεν ἤδη ὅτι: I. Ἐν τῇ θέσει Α εὑρίσκεται ὁ ὀφειλέτης μιᾶς νομισματικῆς μονάδος τῆς Β.

Ἐπειδὴ ὁ ὀφειλέτης οὗτος ἐνδιαφέρεται νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος του δι' ὅσον ἔνεστι ὀλιγωτέρων ἐπιχωρίων νομισματικῶν μονάδων, ἐὰν μὲν $\Sigma^\beta_\alpha < \frac{1}{\Sigma^\beta_\alpha}$ ([1]), ἤτοι $\Sigma^\beta_\alpha \Sigma^\alpha_\beta < 1$, θὰ προκρίνῃ τὸ ἔμβασμα, ἐὰν δὲ $\Sigma^\beta_\alpha > \frac{1}{\Sigma^\alpha_\beta}$, ἤτοι $\Sigma^\beta_\alpha \Sigma^\alpha_\beta > 1$, θὰ προκρίνῃ τὸ τράβηγμα.

Οὕτως ὁ προκρίνων ἔχων τὰς τιμὰς τῶν δελτίων τῶν θέσεων Α καὶ Β καὶ λαμβάνων ἐπὶ τῶν ἀξόνων τῶν Σ^β_α, Σ^α_β τὰς ἀντιστοιχούσας τιμὰς καθορίζει ἀμέσως τὸ σημεῖον τὸ ἔχον συντεταγμένας τὰς ἐν λόγῳ τιμάς, ἤτοι τὸ σημεῖον $(\Sigma^\beta_\alpha, \Sigma^\alpha_\beta)$.

Ἐὰν τὸ σημεῖον $(\Sigma^\beta_\alpha, \Sigma^\alpha_\beta)$ εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_1, θὰ προκρίνῃ τὸ ἔμβασμα· ἐὰν εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_2 θὰ προκρίνῃ τὸ τράβηγμα καὶ ἐάν, τέλος, εὑρεθῇ ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας θὰ εἶναι ἀδιάφορον εἰς τὸν προκρίνοντα ἐὰν θὰ ἐμβάσῃ εἰς τὸν πιστωτὴν ἢ ἂν ὁ πιστωτὴς θὰ ἐκδώσῃ συναλλαγματικήν, θὰ σύρῃ ἐπ' αὐτοῦ.

II. Ἐν τῇ θέσει Α εὑρίσκεται ὁ πιστωτὴς μιᾶς νομισματικῆς μονάδος τῆς Β.

Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ, ὁ πιστωτὴς ἐνδιαφερόμενος νὰ εἰσπράξῃ ὅσον ἔνεστι περισσότερα, ἐὰν μὲν $\Sigma^\beta_\alpha > \frac{1}{\Sigma^\alpha_\beta}$, ἤτοι $\Sigma^\beta_\alpha \Sigma^\alpha_\beta > 1$, θὰ προκρίνῃ τὸ τράβηγμα, ἐὰν δὲ $\Sigma^\beta_\alpha < \frac{1}{\Sigma^\alpha_\beta}$, ἤτοι $\Sigma^\beta_\alpha . \Sigma^\alpha_\beta < 1$, θὰ προκρίνῃ τὸ ἔμβασμα.

Οὕτως, ὡς καὶ προηγουμένως, ὁ εἰς Α εὑρισκόμενος πιστωτὴς καὶ ἔχων τὸ δικαίωμα τῆς προκρίσεως, καθορίζων τὴν θέσιν τοῦ σημείου $(\Sigma^\beta_\alpha, \Sigma^\alpha_\beta)$, θὰ ἀποφανθῇ ἀμέσως ἐὰν θὰ προκρίνῃ τὸ ἔμβασμα ἢ τὸ τράβηγμα.

([1]) Διὰ μὲν τὸ ἔμβασμα θὰ πληρώσῃ Σ^α_β, διὰ δὲ τὸ τράβηγμα $\frac{1}{\Sigma^\alpha_\beta}$.

III. Ἐν τῇ θέσει Α εὑρίσκεται ὁ κερδοσκοπῶν ἐπὶ τοῦ συναλλάγματος τῆς Β.

Ἐν ᾗ περιπτώσει ἐν τῇ θέσει Α εὑρίσκεται ὁ κερδοσκοπῶν ἐπὶ τοῦ συναλλάγματος τῆς Β, ἐὰν μὲν $\Sigma^{\beta}_{\alpha} < \frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}$ ἢ $\Sigma^{\beta}_{\alpha}.\ \Sigma^{\alpha}_{\beta} < 1$ θὰ ἐμβάσῃ εἰς τὸν ἀνταποκριτήν του 1 νομ. μονάδα τῆς Β καὶ ὁ ἀνταποκριτὴς θὰ τοῦ ἐμβάσῃ $\frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}$ νομ. μονάδας τῆς Α, ἐὰν δὲ $\Sigma^{\beta}_{\alpha} > \frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}$ ἢ $\Sigma^{\beta}_{\alpha}.\ \Sigma^{\alpha}_{\beta} > 1$, ἐκδίδει συναλλαγματικὴν 1 νομ. μονάδος ἐπὶ τοῦ ἀνταποκριτοῦ του καὶ οὗτος ἐκδίδει ὁμοίως συναλλαγματικὴν ἐπ' αὐτοῦ διὰ ποσὸν $\frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}$ νομ. μονάδων τῆς Α.

Συνεπῶς, ἐὰν τὸ σημεῖον $(\Sigma^{\beta}_{\alpha}, \Sigma^{\alpha}_{\beta})$ εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ Τ (Σχ. 1) ὁ ἐν τῇ θέσει Α κερδοσκοπῶν θὰ ἐνεργήσῃ διὰ δύο ἐμβασμάτων· ἐὰν εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_2 θὰ ἐνεργήσῃ διὰ δύο τραβηγμάτων καὶ ἐὰν εὑρεθῇ ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας δὲν ὑπάρχει περιθώριον κερδοσκοπίας.

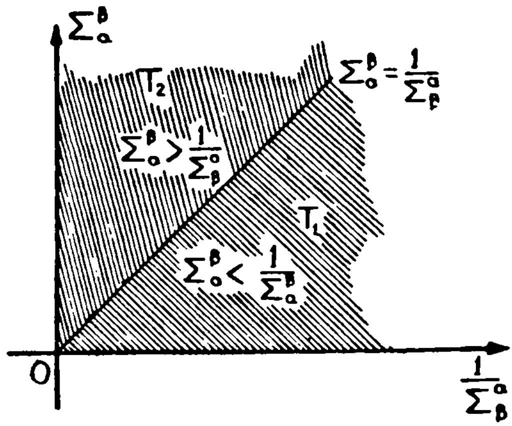
Παρατήρησις : Καὶ ἐν τῇ περιπτώσει καθ' ἣν ἐν τῇ θέσει Β εὑρίσκεται ὁ ὀφειλέτης 1 νομ. μονάδος τῆς Α, ἐὰν τὸ σημεῖον $\Sigma^{\beta}_{\alpha}, \Sigma^{\alpha}_{\beta}$ εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_1 θὰ προκριθῇ τὸ ἔμβασμα, ἐὰν ἐν τῷ τόπῳ T_2, θὰ προκριθῇ τὸ τράβηγμα, ἐὰν ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας, τὸ ἔμβασμα καὶ τράβηγμα δίδουσι τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα. Τὸ αὐτὸ θὰ συμβῇ ἐν τῇ περιπτώσει καθ' ἣν ἐν τῇ θέσει Β εὑρίσκεται ὁ πιστωτὴς 1 νομ. μονάδος τῆς Α ἢ ὁ κερδοσκοπῶν ἐπὶ τοῦ συναλλάγματος τῆς Α.

Δεύτερος τρόπος :

Λαμβάνομεν ὀρθογώνιον σύστημα ἀξόνων καὶ ἐπὶ μὲν τοῦ ἄξονος τῶν ψ θεωροῦμεν τὰς τιμὰς Σ^{β}_{α}, ἐπὶ δὲ τοῦ ἄξονος τῶν χ τὰς ἀντιστρόφους τῶν τιμῶν τῆς θέσεως Β ἐπὶ τῆς Α, ἤτοι $\frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}$. Ἡ γραμμὴ ἰσοτιμίας (ὁ τόπος τῶν σημείων δι' ἃ ὑφίσταται ἰσοτιμία) ἔσται ἡ διχοτόμος ΟΔ τῆς γωνίας $\frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}\, O\, \Sigma^{\beta}_{\alpha}$ (Σχ. 2).

Πράγματι, ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων δι' ἃ $\Sigma^{\beta}_{\alpha} = \frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}$ εἶναι ἡ διχοτόμος τῆς ὀρθῆς γωνίας. Ἡ γραμμὴ ἰσοτιμίας χωρίζει τὴν γωνίαν τῶν δύο ἀξόνων εἰς τοὺς τόπους T_1 καὶ T_2. Ἐν τῷ T_1 ἔχομεν $\Sigma^{\beta}_{\alpha} < \frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}$, ἐν τῷ τόπῳ T_2 $\Sigma^{\beta}_{\alpha} > \frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}$.

Συνεπῶς, ἐὰν τὸ σημεῖον $\left(\frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}, \Sigma^{\beta}_{\alpha}\right)$ εὑρεθῇ ἐντὸς τοῦ τόπου T_1 θὰ προκριθῇ τὸ ἔμβασμα, ἐὰν εὑρεθῇ ἐντὸς τοῦ τόπου T_2 θὰ προκριθῇ τὸ τράβηγμα καὶ ἐάν, τὸ τέλος, εὑρεθῇ ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας, τὸ ἔμβασμα καὶ τὸ τράβηγμα δίδουσι τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα.

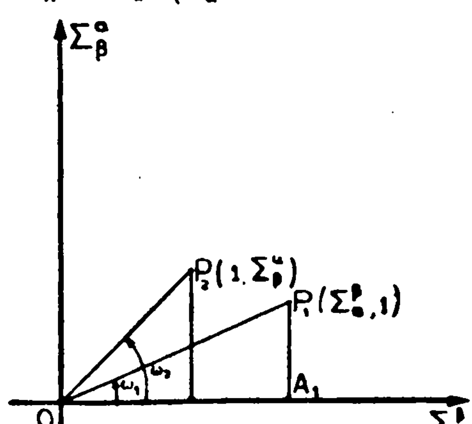


Σχ. 2.

Σημείωσις: Ὁ δεύτερος οὗτος τρόπος, καίτοι ἁπλούστερος ὡς πρὸς τὴν γεωμετρικὴν κατασκευὴν τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας, μειονεκτεῖ τοῦ προηγουμένου καθ' ὅσον θ' ἀπαιτηθῶσι διαιρέσεις πρὸς εὕρεσιν τῶν τιμῶν $\frac{1}{\Sigma^{\alpha}_{\beta}}$.

Τρίτος τρόπος:

Λαμβάνομεν ἐκ νέου τὸ ὀρθογώνιον σύστημα ἀξόνων Σ^{β}_{α} O Σ^{α}_{β} καὶ προσδιορίζομεν τὰ σημεῖα P_1 $(\Sigma^{\beta}_{\alpha}, 1)$, P_1 $(1, \Sigma^{\beta}_{\alpha})$ (Σχ. 3).



Σχ. 3.

Αἱ γωνίαι ω_1, ω_2, αἵτινες σχηματίζονται μετὰ τοῦ ἄξονος τῶν Σ_α^β καὶ τῶν ἐπιβατικῶν ἀκτίνων OP_1, OP_2, θὰ καθορίσωσι τὴν πρόκρισιν. Οὕτως, ἐὰν $\omega_1 < \omega_2$ θὰ προκριθῇ τὸ τράβηγμα, ἐὰν $\omega_1 > \omega_2$ θὰ προκριθῇ τὸ ἔμβασμα· ἐάν, τέλος, αἱ ἐπιβατικαὶ ἀκτῖνες συμπέσωσι, ὅτε $\omega_1 = \omega_2$, θὰ ἔχωμεν ἰσοτιμίαν.

Πράγματι, ἐὰν $\omega_1 < \omega_2$ θὰ εἶναι $\sigma\varphi\omega_1 > \sigma\varphi\omega_2$ καὶ ἐπειδὴ $\sigma\varphi\omega_1 = \dfrac{\Sigma_\alpha^\beta}{1}$, $\sigma\varphi\omega_2 = \dfrac{1}{\Sigma_\beta^\alpha}$ θὰ ἔχωμεν :

$\dfrac{\Sigma_\alpha^\beta}{1} > \dfrac{1}{\Sigma_\beta^\alpha}$, ἤτοι προκριτέον τὸ τράβηγμα. Ἐὰν $\omega_1 > \omega_2$, $\sigma\varphi\omega_1 < \sigma\varphi\omega_2$, $\dfrac{\Sigma_\alpha^\beta}{1} < \dfrac{1}{\Sigma_\beta^\alpha}$, ἤτοι προκριτέον τὸ ἔμβασμα.

Παρατήρησις : Ἐὰν ἐπὶ μὲν τοῦ ἄξονος τῶν χ λάβωμεν τὰς τιμὰς Σ_β^α ἐπὶ δὲ τοῦ ἄξονος τῶν ψ τὰς τιμὰς Σ_α^β καὶ προσδιορίσωμεν τὰ σημεῖα P_1 $(1, \Sigma_\alpha^\beta)$, P_2 $(\Sigma_\beta^\alpha, 1)$, διὰ μὲν τὸ ἔμβασμα θὰ ἔχωμεν $\omega_1 < \omega_2$, διὰ δὲ τὸ τράβηγμα $\omega_1 > \omega_2$. Ἡ τοιαύτη ἐκλογὴ τῶν ἀξόνων μᾶς ἐπιτρέπει νὰ θεωρῶμεν ἰσχύοντα τὸν πρακτικὸν κανόνα «εἰς τὰ χαμηλὰ ἐμβάζομεν, εἰς τὰ ὑψηλὰ τραβῶμεν» τροποποιούμενον οὕτω :
«εἰς τὴν μικροτέραν γωνίαν ἔμβασμα· εἰς τὴν μεγαλυτέραν τράβηγμα».

Ἰσοτιμίαν θὰ ἔχωμεν ὅταν αἱ ἐπιβατικαὶ ἀκτῖνες συμπέσωσι.

β) Τὰ δελτία δίδουσι τιμὰς καὶ ὄψεως καὶ προθεσμίας.

Θεωρήσωμεν ὅτι ἡ θέσις Α δίδει καὶ τιμὴν ὄψεως Σ_α^β καὶ τιμὴν προθεσμίας Σ_α^β, Ν ἡμερῶν.

Μετατρεπομένης καὶ τῆς τιμῆς προθεσμίας εἰς τιμὴν ὄψεως, δι' αὐξήσεως ταύτης κατὰ ποσὸν ἴσον πρὸς τὸν τόκον τῶν Ν ἡμερῶν, θὰ ἔχωμεν[1],

$$\Sigma_\alpha^\beta \mp \Sigma_\alpha^\beta \left(1 + \frac{N_\alpha^\beta}{\Delta_\beta}\right)^{(2)}$$

ἔνθα N_α^β, συμβολίζει τὸν ἀριθμὸ τῶν ἡμερῶν προθεσμίας, δι' ἣν τὸ δελτίον δίδει εἰς τὴν θέσιν Α τὴν τιμὴν τοῦ συναλλάγματος ἐπὶ τῆς Β, καὶ Δ_β τὸν σταθερὸν διαιρέτην, τὸν ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὸ ἐπιτόκιον τῆς θέσεως Β.

Θεωρουμένης τῆς τιμῆς Σ_β^α σταθερᾶς, τὸ κέρδος ἐν τῇ περιπτώσει τοῦ ἐμβάσματος διὰ τὸν ὀφειλέτην τῆς θέσεως Α μιᾶς νομισματικῆς μονάδος τῆς Β εἶναι φθίνουσα μονότονος συνάρτησις τοῦ Σ_α^β.

---

(1) Ἴδε Τ. ΚΕΡΑΜΙΔΑ, ἔνθ' ἀνωτέρω, σ. 258,

(2) Θεωροῦμεν τὴν περίπτωσιν τοῦ ἀβεβαίου.

Παραστήσωμεν τὸ $\frac{1}{\Sigma_\beta^\alpha}$ διὰ x, τὸ Σ_α^β διὰ χ καὶ τὸ κέρδος διὰ ψ. Ἡ ἐξίσωσις τοῦ κέρδους θὰ ἔχῃ τὴν μορφὴν $\psi = x - \chi$ καὶ θὰ παριστᾷ εὐθεῖαν ἔχουσαν γωνιακὸν συντελεστὴν -1, ἤτοι σχηματίζουσαν γωνίαν 135^0 μετὰ τοῦ ἄξονος τῶν χ. Συνεπῶς, κέρδος ὑφίσταται ἐν τῷ ἀνοικτῷ διαστήματι $\left(O - \frac{1}{\Sigma_\beta^\alpha}\right)$. Τὸ διάστημα τοῦτο ἐλήφθη ἀνοικτὸν καθ' ὅσον, οἱανδήποτε ὑποτίμησιν καὶ ἂν ὑποστῇ, τὸ νόμισμα τῆς θέσεως Α, ποτὲ δὲν θὰ γίνῃ μηδέν. Ἐπὶ πλέον, ἐὰν ληφθῇ $\Sigma_\alpha^\beta = \frac{1}{\Sigma_\beta^\alpha}$ θὰ ἔχωμεν ἰσοτιμίαν καὶ συνεπῶς κέρδος δὲν ὑφίσταται.

Συνάγεται ὅθεν ὅτι, ὅσον ἐγγύτερον τοῦ Ο ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῶν Σ_α^β λαμβάνεται τὸ σημεῖον (Σ_α^β, O) ἐπὶ τοσοῦτον τὸ κέρδος εἶναι μεγαλύτερον.

Ἐὰν λοιπὸν δοθῶσιν αἱ δύο τιμαὶ Σ_α^β καὶ Σ'^β_α τοῦ δελτίου τῆς θέσεως Α ἐπὶ τῆς Β, ἀφοῦ μετατρέψωμεν καὶ τὴν δευτέραν τιμὴν εἰς τιμὴν ὄψεως (πολλαπλασιάζοντες ταύτην ἐπὶ $\left(1 + \frac{N_\alpha^\beta}{\Delta_\beta}\right)$) θ' ἀναζητήσωμεν ὡς καὶ πρότερον τὴν θέσιν τοῦ σημείου $\left[\Sigma'^\beta_\alpha\left(1 + \frac{N_\alpha^\beta}{\Delta_\beta}\right), \Sigma_\beta^\alpha\right]$. Ἐὰν τὸ σημεῖον τοῦτο εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_1 (Σχ. 1) θὰ προκριθῇ τὸ ἔμβασμα, ἐὰν εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_2 θὰ προκριθῇ τὸ τράβηγμα.

Τὸ ἐνδιαφέρον ὅμως ἔγκειται εἰς τὸ ἐὰν τῆς θέσεως Α διδούσης δύο τιμὰς Σ_α^β, Σ'^β_α θὰ προκριθῇ ἡ πρώτη ἢ ἡ δευτέρα τῶν δύο τιμῶν.

Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, ἐὰν ἀμφότερα τὰ σημεῖα $(\Sigma_\alpha^\beta, \Sigma_\beta^\alpha)$, $\left(\Sigma'^\beta_\alpha\left(1 + \frac{N_\alpha^\beta}{\Delta_\beta}\right), \Sigma_\beta^\alpha\right)$ εὑρίσκωνται ἐντὸς τοῦ τόπου T_1 (ἔμβασμα) τότε, ἐὰν τὸ σημεῖον $(\Sigma_\alpha^\beta, 0)$ κεῖται ἀριστερώτερον τοῦ σημείου $\left(\Sigma'^\beta_\alpha\left(1 + \frac{N_\alpha^\beta}{\Delta_\beta}\right), O\right)$, θὰ προκριθῇ διὰ τὸ ἔμβασμα τοῦ εἰς τὴν θέσιν Α ὀφειλέτου συνάλλαγμα ὄψεως, ἄλλως τὸ συνάλλαγμα προθεσμίας.

Ἐὰν ἀμφότερα τὰ σημεῖα κεῖνται ἐν τῷ τόπῳ T_2 (τράβηγμα) μᾶς εἶναι ἀδιάφορος ἡ μεταξὺ τῶν δύο τιμῶν διαφορά.

Ἐν τῇ περιπτώσει καθ' ἣν ὁ ἐν τῇ θέσει Β ὀφειλέτης νομισματικῶν μονάδων τῆς Α δίδει ἐντολὴν εἰς τὸν ἐν τῇ Α πιστωτὴν νὰ κάμῃ τράβηγμα ἐπ' αὐτοῦ, τοῦτο θὰ γίνῃ βάσει τῆς μεγαλυτέρας τιμῆς, ἤτοι ἐὰν

$$\Sigma_\alpha^\alpha < \Sigma'^\beta_\alpha\left(1 + \frac{N_\alpha^\alpha}{\Delta_\beta}\right)$$

θὰ προτιμήσῃ τὸ δεύτερον συνάλλαγμα, καθ' ὅσον ἡ ὀνομαστική του ἀξία θὰ εἶναι

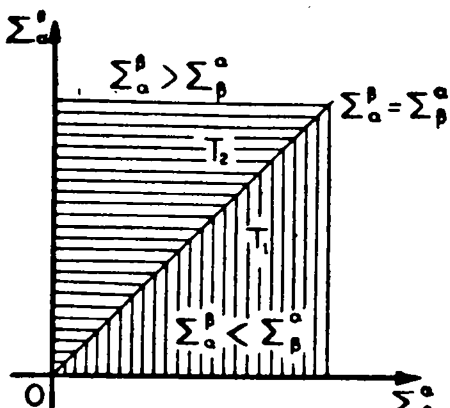
$$\frac{1}{\Sigma'^{\beta}_{\alpha}\left(1+\frac{N^{\beta}_{\alpha}}{\Delta_{\beta}}\right)} < \frac{1}{\Sigma^{\beta}_{\alpha}}$$

Γεωμετρικῶς ἡ πρᾶξις αὕτη ἑρμηνεύεται οὕτω: Καθορίζομεν ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῶν Σ^{β}_{α} τὰ σημεῖα $(\Sigma^{\beta}_{\alpha}, 0)$ καὶ $\left(\Sigma'^{\beta}_{\alpha}\left(1+\frac{N^{\beta}_{\alpha}}{\Delta_{\beta}}\right), 0\right)$. Τὸ τράβηγμα θὰ γίνῃ εἰς τὸ δεξιώτερον τούτων εὑρισκόμενον σημεῖον (τιμήν).

Β'. Ἡ ἀγορὰ Α ἡ ἐκτελοῦσα τὴν πρόκρισιν δίδει τὸ ἀβέβαιον καὶ ἡ Β τὸ βέβαιον.

Κατ' ἀρχὴν θεωρήσωμεν ἐν τῇ θέσει Α τὸν ὀφειλέτην 1 νομ. μονάδος τῆς Β.

Ἐνταῦθα ἰσοτιμία ὑφίσταται ὅταν $\Sigma^{\beta}_{\alpha}=\Sigma^{\alpha}_{\beta}$ (1). Σκεπτόμενοι ὡς ἐν τοῖς προηγουμένοις θὰ εὕρωμεν ὅτι γραμμὴ ἰσοτιμίας εἶναι ἡ διχοτόμος τῆς γωνίας τῶν δύο ἀξόνων (Σχ. 4), οὓς λαμβάνομεν ὡς ἄξονας τῶν Σ^{β}_{α} καὶ Σ^{α}_{β}.



Σχ. 4.

Ἡ γραμμὴ ἰσοτιμίας διαιρεῖ τὴν γωνίαν Σ^{α}_{β} O Σ^{β}_{α} εἰς δύο τόπους T_1, T_2. Ἐν τῷ τόπῳ T_1 ἔχομεν $\Sigma^{\beta}_{\alpha}<\Sigma^{\alpha}_{\beta}$, ἐν τῷ τόπῳ T_2 ἔχομεν $\Sigma^{\beta}_{\alpha}>\Sigma^{\alpha}_{\beta}$. Δοθέντος δὲ ὅτι διὰ τὸν εἰς τὴν θέσιν Α ὀφειλέτην ξένου νομίσματος θὰ προκριθῇ, ἀντιστοίχως, ἔμβασμα ἢ τράβηγμα ἐὰν $\Sigma^{\beta}_{\alpha} < \Sigma^{\alpha}_{\beta}$ ἢ $\Sigma^{\beta}_{\alpha} > \Sigma^{\alpha}_{\beta}$, συνάγομεν ὅτι: Θὰ γίνῃ πρόκρισις ἐμβάσματος ἐάν, δοθεισῶν τῶν τιμῶν Σ^{β}_{α}

(1) Ἴδε Τ. ΚΕΡΑΜΙΔΑ, ἔνθ' ἀνωτέρω, σ. 258.

καὶ Σ^{α}_{β}, τὸ σημεῖον τὸ ἔχον συντεταγμένας τὰς τιμὰς ταύτας εὑρίσκεται ἐν τῷ τόπῳ T_1. Θὰ γίνῃ πρόκρισις τραβήγματος ἐὰν τὸ σημεῖον τὸ ἔχον συντεταγμένας Σ^{β}_{α}, Σ^{α}_{β} εὑρίσκεται ἐν τῷ τόπῳ T_2.

Ὁ πρακτικὸς κανὼν ἐξακολουθεῖ νὰ ἰσχύῃ ὡς καὶ ἐν τῇ πρώτῃ περιπτώσει, ἤτοι «κάτω τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας ἔμβασμα, ἄνω τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας τράβηγμα».

Καὶ ἐν τῇ περιπτώσει καθ' ἣν ἐν τῇ θέσει Α εὑρίσκεται ὁ εἰς ξένον νόμισμα πιστωτής, ἰσχύει ὁ αὐτὸς κανών, ἤτοι ἔμβασμα μὲν ἐὰν $\Sigma^{\beta}_{\alpha} < \Sigma^{\alpha}_{\beta}$, τράβηγμα δὲ ἐὰν $\Sigma^{\beta}_{\alpha} > \Sigma^{\alpha}_{\beta}$ καὶ κατὰ συνέπειαν ὁ εἰς Α πιστωτής, θέλων νὰ ἴδῃ τί δέον νὰ προκρίνῃ, θὰ καθορίσῃ τὴν θέσιν τοῦ σημείου $(\Sigma^{\alpha}_{\beta}, \Sigma^{\beta}_{\alpha})$ καὶ ἐὰν μὲν τοῦτο εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_1 θὰ προκρίνῃ τὸ ἔμβασμα, ἐὰν δὲ εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_2 θὰ προκρίνῃ τὸ τράβηγμα.

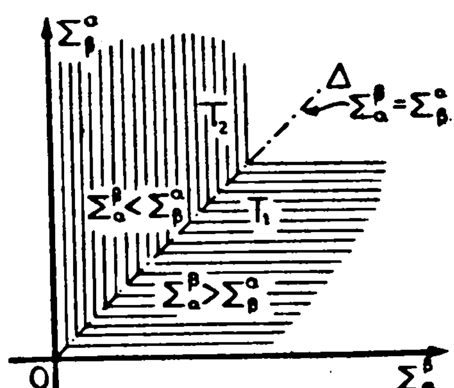
Καὶ διὰ τὸν κερδοσκοποῦντα ὁ τρόπος ἐνεργείας εἶναι ὁ αὐτός. Ἤτοι: ἐὰν τὸ σημεῖον $(\Sigma^{\beta}_{\alpha}, \Sigma^{\alpha}_{\beta})$ εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_1 θὰ ἐνεργήσῃ διὰ δύο ἐμβασμάτων, ἐὰν δὲ εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_2 διὰ δύο τραβηγμάτων.

Γ'. Ἡ ἀγορὰ εἰς ἣν γίνεται ἡ πρόκρισις συναλλαγῆς δίδει τὸ βέβαιον καὶ ἡ ἑτέρα τὸ ἀβέβαιον.

Θεωρήσωμεν ὅτι ἐν τῇ ἀγορᾷ Α εὑρίσκεται ὁ ὀφειλέτης 1 νομ. μονάδος τῆς Β καὶ ὅτι αὕτη δίδει τὸ βέβαιον, ἐνῷ ἡ Β δίδει τὸ ἀβέβαιον.

Ἐνταῦθα ἔχομεν: α) Ἐὰν $\Sigma^{\alpha}_{\beta} > \Sigma^{\alpha}_{\beta}$, ἤτοι εἰς τὰ ὑψηλά, ἔμβασμα. β) Ἐὰν $\Sigma^{\beta}_{\alpha} < \Sigma^{\alpha}_{\beta}$, ἤτοι εἰς τὰ χαμηλά, τράβηγμα. γ') Ἐὰν $\Sigma^{\beta}_{\alpha} = \Sigma^{\alpha}_{\beta}$, ἤτοι εἰς περίπτωσιν ἰσοτιμίας, εἶναι ἀδιάφορον ἐὰν θὰ γίνῃ ἔμβασμα ἢ τράβηγμα.

Φανερὸν τυγχάνει ὅτι γραμμὴ ἰσοτιμίας εἶναι ἡ διχοτόμος τῆς γωνίας $\Sigma^{\beta}_{\alpha}\, O\, \Sigma^{\alpha}_{\beta}$ (Σχ. 5). Εὐκόλως συνάγεται ὅτι: Διὰ τὸν εἰς τὴν θέσιν Α



Σχ. 5.

ὀφειλέτην ἐὰν τὸ σημεῖον $(\Sigma_\alpha^\beta, \Sigma_\beta^\alpha)$ εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_1 θὰ προκριθῇ τὸ ἔμβασμα, ἐὰν εὑρεθῇ ἐν τῷ τόπῳ T_2 θὰ προκριθῇ τὸ τράβηγμα καὶ ἐὰν εὑρεθῇ ἐπὶ τῆς ΟΔ δὲν ὑφίσταται πρόκρισις.

Ὁ πρακτικὸς κανὼν ἐξακολουθεῖ νὰ ἰσχύῃ, ἤτοι «κάτω τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας ἔμβασμα, ἄνω τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας τράβηγμα».

Ἐὰν ὁ πιστωτὴς εἰς ξένον νόμισμα εὑρίσκεται ἐν τῇ ἀγορᾷ Α τότε, ἐπειδὴ ἀποφέρουν τὸ μὲν ἐκ τῆς Β θέσεως ἔμβασμα $\frac{1}{\Sigma_\beta^\alpha}$, τὸ δὲ τράβηγμα $\frac{1}{\Sigma_\alpha^\beta}$, προκριτέον τὸ ἔμβασμα ἂν $\frac{1}{\Sigma_\beta^\alpha} > \frac{1}{\Sigma_\alpha^\beta}$ ἢ $\Sigma_\beta^\alpha < \Sigma_\alpha^\beta$, προκριτέον δὲ τὸ τράβηγμα ἂν $\frac{1}{\Sigma_\beta^\alpha} < \frac{1}{\Sigma_\alpha^\beta}$ ἢ $\Sigma_\beta^\alpha > \Sigma_\alpha^\beta$. Κατὰ συνέπειαν ἰσχύει ὁ ἀνωτέρω δοθεὶς κανών.

Διὰ τὸν ἐν τῇ θέσει Α κερδοσκοποῦντα ἔχομεν ὅτι : ἐὰν μὲν τὸ σημεῖον $(\Sigma_\alpha^\beta, \Sigma_\beta^\alpha)$ εὑρίσκεται ἐν τῷ τόπῳ T_1 θὰ ἐνεργήσῃ διὰ δύο ἐμβασμάτων, ἐὰν δὲ ἐν τῷ τόπῳ T_2 διὰ δύο τραβηγμάτων.

Δ'. Ἀμφότεραι αἱ ἀγοραὶ δίδουσι τὸ βέβαιον.

Ἡ περίπτωσις αὕτη δὲν παρουσιάζεται ἐν τῇ πράξει, πλὴν ὅμως θεωρητικῶς ἐμφανίζει τὸ αὐτὸ πρὸς τὰς προηγουμένας περιπτώσεις ἐνδιαφέρον.

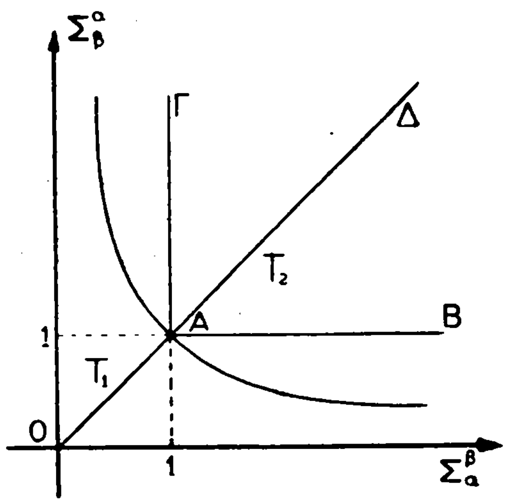
Διὰ τὸν ἐν τῇ θέσει Α ὀφειλέτην 1 νομ. μονάδος τῆς Β ἔχομεν ἔμβασμα ὅταν $\Sigma_\alpha^\beta . \Sigma_\beta^\alpha > 1$, τράβηγμα ὅταν $\Sigma_\alpha^\beta . \Sigma_\beta^\alpha < 1$ καὶ ἰσοτιμίαν ὅταν $\Sigma_\alpha^\beta . \Sigma_\beta^\alpha = 1$.

Γεωμετρικῶς καὶ ἡ περίπτωσις αὕτη θὰ τεθῇ ἐπὶ τῆς αὐτῆς πρὸς τὰς προηγουμένας βάσεως. Πρὸς τούτοις κατασκευάζομεν τὴν ἰσοσκελῆ ὑπερβολὴν $\Sigma_\alpha^\beta \cdot \Sigma_\beta^\alpha = 1$ (Σχ. 6). Ἡ ὑπερβολὴ αὕτη εἶναι ἡ γραμμὴ ἰσοτιμίας καὶ χωρίζει τὸ μέρος τοῦ ἐπιπέδου τὸ οριζόμενον ὑπὸ τῆς γωνίας Σ_α^β Ο Σ_β^α εἰς τοὺς τόπους T_1, T_2. Ἐπειδὴ δὲ ἐν τῷ τόπῳ T_1 ἔχομεν $\Sigma_\alpha^\beta . \Sigma_\beta^\alpha < 1$ καὶ ἐν τῷ T_2, $\Sigma_\alpha^\beta . \Sigma_\beta^\alpha < 1$, συνάγομεν ὅτι : ἐὰν τὸ σημεῖον $(\Sigma_\alpha^\beta, \Sigma_\beta^\alpha)$ εὑρίσκεται ἐν τῷ T_1 ὁ εἰς Α ὀφειλέτης μιᾶς νομ. μονάδος τῆς Β θὰ προκρίνῃ τὸ τράβηγμα· ἐὰν τὸ σημεῖον $(\Sigma_\alpha^\beta, \Sigma_\beta^\alpha)$ εὑρίσκεται ἐν τῷ T_2 θὰ προκρίνῃ τὸ ἔμβασμα.

Ἐνταῦθα ἰσχύει ὁ πρακτικὸς κανών : «ἄνω τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας ἔμβασμα· κάτω τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας τράβηγμα».

Ἐὰν ἐν τῇ θέσει Α εὑρίσκεται ὁ πιστωτὴς 1 νομ. μονάδος τῆς Β, ἐπειδὴ καὶ πάλιν θὰ προκριθῇ τὸ ἔμβασμα, ἐὰν $\Sigma_\beta^\alpha > \frac{1}{\Sigma_\alpha^\beta}$ καὶ τὸ τράβηγμα ἐὰν $\Sigma_\alpha^\beta < \frac{1}{\Sigma_\alpha^\beta}$, ἰσχύει ὁ προηγούμενος κανών.

Ἐάν, τέλος, ἐν τῇ θέσει Α εὑρίσκεται ὁ κερδοσκόπος, σκεπτόμενοι ὡς ἐν τοῖς προηγουμένοις συνάγομεν ὅτι: ἐὰν τὸ σημεῖον $(\Sigma_\alpha^\beta, \Sigma_\beta^\alpha)$ εὑρεθῇ ἐν τῷ T_1 οὗτος θὰ ἐνεργήσῃ διὰ δύο τραβηγμάτων, ἐὰν δὲ ἐν τῷ τόπῳ T_2 διὰ δύο ἐμβασμάτων.



Σχ. 6.

Παρατήρησις: Δοθέντος ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν αἱ μεταβληταὶ Σ_α^β, Σ_β^α νὰ λαμβάνωσι συγχρόνως τιμὰς μεγαλυτέρας ἢ μικροτέρας τῆς μονάδος (ἐκτὸς ἐὰν $\Sigma_\alpha^\beta = \Sigma_\beta^\alpha$ ὅτε ὑπάρχει ἰσοτιμία) δέον ἡ μία τῶν μεταβλητῶν νὰ ἔχῃ τιμὴν μικροτέραν καὶ ἡ ἑτέρα μεγαλυτέραν τῆς μονάδος.

Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι $\Sigma_\alpha^\beta > 1$, $\Sigma_\beta^\alpha < 1$ ἐπειδὴ σημεῖα $(\Sigma_\alpha^\beta, \Sigma_\beta^\alpha)$ δὲν ὑπάρχουσιν ἄνω τῆς εὐθείας ΑΒ, περιοριζόμεθα εἰς τὸ τμῆμα τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας τὸ εὑρισκόμενον κάτωθεν τῆς διχοτόμου ΑΔ.

Ἐὰν $\Sigma_\alpha^\beta > 1$, $\Sigma_\beta^\alpha > 1$ δὲν θὰ ὑπάρχωσι σημεῖα $(\Sigma_\alpha^\beta \; \Sigma_\beta^\alpha)$ δεξιᾷ τῆς ΑΓ καὶ κατὰ συνέπειαν περιοριζόμεθα εἰς τὸ τμῆμα τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας τὸ εὑρισκόμενον ἄνωθεν τῆς διχοτόμου ΑΔ.

Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς πρακτικῆς ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου. Διὰ τὴν πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τῆς ἀνωτέρω ἐκτεθείσης μεθόδου δέον νὰ χρησιμοποιηθῇ τεμάχιον χιλιοστομετρικοῦ χάρτου. Ἐπὶ τοῦ χάρτου θὰ χαραχθῶσι διὰ μελάνης οἱ ἄξονες συντεταγμένων μετὰ τῶν συμβόλων τῶν καταδεικνυόντων τὰς τιμὰς ἅτινας λαμβάνομεν ἐπὶ τούτων, π.χ. Σ_α^β, Σ_β^α, κτλ. ὡς καὶ ἡ γραμμὴ ἰσοτιμίας. Ἡ ἀπεικόνισις τῶν σημείων δι' ὧν θὰ γίνῃ ἡ πρόκρισις δέον νὰ γίνεται διὰ μολύβδίδος ἵνα ταῦτα ἀποσβέννυνται.

Ἡ κλῖμαξ ἥτις θὰ ληφθῇ ἐπὶ ἑκάστου τῶν ἀξόνων θὰ εἶναι τοιαύτη, ὥστε ν' ἀνταποκρίνεται πρὸς τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος.

Ἐπειδὴ αἱ τιμαὶ θέσεώς τινος, π.χ. τῆς Α, ἐπὶ ἄλλης τινὸς Β δυνατὸν νὰ εἶναι ἐξαιρετικῶς μεγάλαι ὡς πρὸς τὰς τιμὰς τῆς Β ἐπὶ τῆς Α, ἀντὶ τῆς γραμμῆς ἰσοτιμίας $\Sigma^{\beta}_{\alpha}.\Sigma^{\alpha}_{\beta} = 1$ κατασκευάζομεν τὴν Σ^{β}_{α} $(\Sigma^{\alpha}_{\beta}.\ 100) = 100$ ἢ τὴν Σ^{β}_{α} $(\Sigma^{\alpha}_{\beta}.\ 10.000) = 10.000$. Οὕτω π.χ., ἐὰν $\Sigma^{\beta}_{\alpha} = 500$ καὶ $\Sigma^{\alpha}_{\beta} = 0{,}0023$, πολλαπλασιάζοντες τὸ Σ^{α}_{β} ἐπὶ 10.000 θὰ ἔχωμεν 23.

Ἐν τῇ περιπτώσει καθ' ἣν αἱ τιμαὶ θέσεώς τινος ἐπὶ ἄλλης εἶναι σχετικῶς μικραί, π.χ. 5, ἐνῷ αἱ τιμαὶ τῆς δευτέρας θέσεως δίδονται ὑπὸ δεκαδικῶν μὲ πλείονα δεκαδικὰ ψηφία, πολλαπλασιάζομεν ἀμφοτέρας τὰς τιμὰς ἐπὶ 10, 100, κ.τ.λ. καὶ κατασκευάζομεν τὴν γραμμὴν ἰσοτιμίας
$(\Sigma^{\beta}_{\alpha}.\ 10)(\Sigma^{\alpha}_{\beta}.\ 10) = 100$ ἢ $(\Sigma^{\beta}_{\alpha}.\ 100).\ (\Sigma^{\alpha}_{\beta}\ 100) = 10.000$.—

RÉSUMÉ

L' ARBITRAGE DANS LE CHANGE DIRECT DU POINT DE VUE GÉOMÉTRIQUE

Par P. I. STERIOTIS (Athènes)

En nous basant sur l'interprétation géométrique des relations analytiques, nous proposons une méthode graphique simple par laquelle les problèmes du change direct sons résolus sans qu'on ait recours aux opérations arithmétiques.

En représentant par Σ_{α}^{β} la valeur du change de la place (marché) A sur la place (marché) B et par Σ_{β}^{α} la valeur du change de B sur A, nous construisons le lieu géométrique des points du plan $X\Psi$ où la remise ou la traite est indifférente pour l'arbitragiste.

Ce lieu que nous nommons ligne de parité est, ou une hyperbole isocèle (Fig. 1, 6), déterminée par l'équation $\Sigma_{\alpha}^{\beta}. \Sigma_{\beta}^{\alpha}=1$, ou par la bissectrice de l'angle formé par les demi-axes positifs d'un système de Descartes (Fig. 5) dans le cas $\Sigma_{\alpha}^{\beta} = \Sigma_{\beta}^{\alpha}$.

Dans le cas où les deux positions donnent l'incertain, nous employons trois méthodes.

La première est basée sur le fait que l'hyperbole détermine sur l'angle des deux axes deux lieux T_1 et T_2 (Fig. 1) pour lesquels nous avons respectivement $\Sigma_{\alpha}^{\beta}. \Sigma_{\beta}^{\alpha} < 1$ et $\Sigma_{\alpha}^{\beta}. \Sigma_{\beta}^{\alpha} > 1$ et par conséquent si le point $(\Sigma_{\alpha}^{\beta} \Sigma_{\beta}^{\alpha})$ se trouve à T_1, nous préférons la remise; s'il se trouve à T_2 la traite. Enfin s'il est sur la ligne de parité il n'y a pas d'arbitrage.

La deuxième méthode consiste dans le fait que si sur l'axe des x nous prenons les valeurs $1 : \Sigma_{\beta}^{\alpha}$ et sur l'axe des y les valeurs Σ_{α}^{β}, là ligne de parité sera la bissectrice de l'angle $\frac{1}{\Sigma_{\beta}^{\alpha}}\ 0\ \Sigma_{\alpha}^{\beta}$ (Fig. 2). Là aussi nous avons deux lieux T_1 et T_2 pour lesquels nous avons, respectivement, $\Sigma_{\beta}^{\alpha} < \frac{1}{\Sigma_{\beta}^{\alpha}}$ (remise), $\Sigma_{\alpha}^{\beta} < \frac{1}{\Sigma_{\beta}^{\alpha}}$ (traite).

La troisième méthode est basée sur la pocédé suivant: Nous construisons les points P_1 $(\Sigma_{\alpha}^{\beta}, 1)$ P_2 $(1, \Sigma_{\beta}^{\alpha})$ (Fig. 3) et si $\omega_1 < \omega_2$ nous préferons la remise ; tandis que si $\omega_1 > \omega_2$ nous preférons la traite.