

**ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΛΗΨΗΣ
ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΟΡΘΟΛΟΓΙΚΗ
ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΔΗΜΟΣΙΩΝ ΚΑΙ ΙΔΙΩΤΙΚΩΝ
ΠΟΡΩΝ**

Η διατριβή υποβλήθηκε ως μέρος για την εκπλήρωση της απαίτησης για
την απόκτηση του πτυχίου Διδακτορικού διπλώματος

Από

Πετρόπουλος Θεοφάνης

Πτυχίο του τμήματος Μαθηματικών, Εθνικό Καποδιστριακό
Πανεπιστήμιο, Αθήνα

Μεταπτυχιακό Δίπλωμα, Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική
Κινδύνου, Πανεπιστήμιο Πειραιά, Ελλάδα

Μεταπτυχιακό Δίπλωμα, Εφαρμοσμένων Οικονομικών και Περιφερειακής
Ανάπτυξης, Παντειον Πανεπιστήμιο, Ελλάδα



**Τμήμα Οικονομικής και Περιφερειακής Ανάπτυξης
Τομέας Οικονομικών Επιστημών και Δημοσίας Διοίκησης
Πάντειον Πανεπιστήμιον Κοινωνικών και Πολιτικών
Επιστημών**

Φεβρουάριος, 2024

Δήλωση Πρωτοτυπίας Συγγραφικού έργου

Διακήρυξη

Η εργασία που περιλαμβάνεται στην παρούσα διδακτορική διατριβή δεν έχει υποβληθεί προηγουμένως για την απόκτηση πτυχίου ή διπλώματος σε οποιοδήποτε άλλο ίδρυμα τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Εξ όσων γνωρίζω και πιστεύω, η παρούσα διατριβή δεν περιέχει υλικό που έχει προηγουμένως δημοσιευθεί ή γραφτεί από άλλο πρόσωπο, εκτός εάν γίνεται η δέουσα αναφορά.

Υπογραφή: _____

Ημερομηνία: _

Μέλη τριμελούς Επιτροπής

- Καθηγητής Κ. Λιάπης (Επιβλέπων)
- Αναπληρωτής Καθηγητής Στυλιανός Ροζάκης
- Καθηγητής Κλήμης Γεώργιος

Ευχαριστήριες Αναφορές

Μεγάλο μέρος για την εκπόνηση αυτής της διδακτορικής διατριβής οφείλεται στον επιβλέποντα καθηγητή μου Κωνσταντίνο Λιάπη για την αφοσιωμένη καθοδήγηση, βοήθεια και υποστήριξή του. Θεωρώ τον εαυτό μου εξαιρετικά τυχερό που συνεργάστηκα με τον κ. Λιάπη καθ' όλη τη διάρκεια αυτού του ερευνητικού έργου και που πίστεψε στις δυνατότητες μου ως ερευνητής.

Είμαι πραγματικά ευγνώμων στα μέλη της διδακτορικής επιτροπής: τον Καθηγητή Κλήμη Γεώργιο και τον Αναπληρωτή Καθηγητή Στέλιο Ροζάκη.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους φίλους/συναδέλφους που ευγενικά μου παρείχαν ιστορικά στοιχεία για την έρευνα. Τα ονόματά τους δεν αποκαλύπτονται για λόγους εμπιστευτικότητας.

Αισθάνομαι εξαιρετικά ευγνώμων στην οικογένεια μου- χωρίς την αγάπη, την υπομονή και την ενθάρρυνσή τους, αυτό το διδακτορικό δεν θα είχε ολοκληρωθεί. Εύχομαι αυτό το επίτευγμα να γίνει σημείο αναφοράς στη συνέχεια της πορείας μου στον ακαδημαϊκό χώρο .

Περίληψη

Η εξέλιξη της διαδικασίας λήψης αποφάσεων τα τελευταία χρόνια έχει ραγδαία ανάπτυξη συνεργατικά με τις μεθόδους επίλυσης προβλημάτων της επιχειρησιακής έρευνας, προσπαθώντας να βοηθήσουν στην ποιοτική λήψη αποφάσεων από τα στελέχη επιχειρήσεων και οργανισμών, με σκοπό την ορθολογική κατανομή των περιορισμένων πόρων τόσο στον ιδιωτικό όσο και στο δημόσιο τομέα αξιοποιώντας παράλληλα τη διαθέσιμη χρηματοοικονομική πληροφορία που έχει καταγραφεί. Στην Ελλάδα κυρίως στο Δημόσιο αλλά ως ένα βαθμό και στον ιδιωτικό τομέα, δεν έχουν αναπτυχθεί επαρκείς εφαρμογές για την επίλυση προβλημάτων που αντιμετωπίζονται συνεχώς όσον με την ορθή κατανομή και αξιοποίηση των πόρων. Αυτό συμβαίνει λόγω μεγάλου χρόνου που χρειάζεται τις περισσότερες φορές για τον υπολογισμό των μεθόδων με σκοπό την εξαγωγή ορθολογικών αποφάσεων εξαιτίας των συνεχών αλλαγών και της αβεβαιότητας που επικρατεί στην πραγματική ζωή (ελληνική οικονομική και επιχειρηματική πραγματικότητα), για αυτό το λόγο οι επιχειρήσεις στηρίζονται κυρίως στην εμπειρία των καταρτισμένων στελεχών που διαθέτουν. Ξεχωριστά έχουν αναπτυχθεί διάφορες θεωρίες που βοηθούν στην διαδικασία λήψης αποφάσεων βασιζόμενες σε παραδοσιακές κυρίως μεθοδολογίες που έχουν δημιουργηθεί, ένας συνδυασμός όμως δύο ή περισσότερων για την επίλυση ενός προβλήματος θα μπορούσε να δώσει μια καλύτερη απάντηση στα ερωτήματα που προκύπτουν. Η παρούσα ερευνητική πρόταση αποσκοπεί κυρίως στην ανάπτυξη ειδικών τρόπων επίλυσης εφαρμογών όπως πχ. πρόβλημα σακιδίου οι οποίοι θα είναι πιο αποδοτικοί από τις παραδοσιακές μεθόδους όπως πχ. simplex ([Dantzig, 1963](#)) πάνω σε πρωτότυπα προβλήματα της οικονομικής δραστηριότητας της ελληνικής οικονομίας. Συνδυάζοντας διάφορες είδη γνωστές μεθόδους μαθηματικής μοντελοποίησης πχ. γραμμικός, δυναμικός προγραμματισμός ([Bellman, 1957](#); [Dantzig, 1963](#)), και νέων ευρετικών και μεταευρετικών μεθόδων όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι [Holland, \(1975\)](#) η στόχευση είναι στη δημιουργία υβριδικών μοντέλων τα οποία θα είναι πιο αποτελεσματικά καλύπτοντας και τον απαιτούμενο βαθμό αβεβαιότητας. Επίσης η αξιοποίηση της καταγραφής της χρηματοοικονομικής πληροφορίας και η αξιοποίηση των πηγών – χρήσεων κεφαλαίου έτσι ώστε να μπορούν να εφαρμοστούν σύγχρονοι μέθοδοι λήψης αποφάσεων. Η έρευνα αναμένεται να βοηθήσει τόσο τους ερευνητές όσο και τους επαγγελματίες στη λήψη αποφάσεων για την αποτελεσματικότερη διαχείριση του προϋπολογισμού και την ορθολογική κατανομή των περιορισμένων – διαθέσιμων πόρων.

Λέξεις Κλειδιά:

Portfolio management; optimization; resource allocation; finance; operational research; statistics; decision-making, Budgeting

ΛΙΣΤΑ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

The following published research work is based upon this Ph.D. Thesis:

ΑΡΘΡΑ ΣΕ ΔΙΕΘΝΗ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ:

1. Petropoulos, T., Thalassinos, Y., & Liapis, K. (2024). Greek Public Sector's Efficient Resource Allocation: Key Findings and Policy Management. *Journal of Risk and Financial Management*, 17(2), 60.
2. Petropoulos, T., Liapis, K., & Thalassinos, E. (2023). Optimal Structure of Real Estate Portfolio Using EVA: A Stochastic Markowitz Model Using Data from Greek Real Estate Market. *Risks*, 11(2), 43.
3. Artsidakis, S., Thalassinos, Y., Petropoulos, T., & Liapis, K. (2022). Optimum structure of corporate groups. *Journal of Risk and Financial Management*, 15(2), 88.

ΣΥΛΛΟΓΤΙΚΟΙ ΤΟΜΟΙ :

1. Stylianos, A., Petropoulos, T., & Konstantinos, L. (2023). A Management Procedure to take Advantage of Minorities. *KnE Social Sciences*, 535-556.
2. Ntertsou, D., Petropoulos, T., & Liapis, K. (2022, May). Tax Effort in Eurozone Countries After the Outbreak of the Global Economic Crisis. In *International Conference Economies of The Balkan and Eastern European Countries* (pp. 91-117). Cham: Springer Nature Switzerland.

ΑΡΘΡΑ ΣΕ ΔΙΕΘΝΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΑ:

Petropoulos, T., Liapis, K., Optimum Budget Allocation on Energy projects: EVA and Knapsack integer programming operational research solution method. International Conference on Applied Business and Economics 2021 17th Edition: A DIGITAL CONFERENCE

ΔΙΑΚΡΙΣΕΙΣ – ΒΡΑΒΕΙΑ ΣΕ ΔΙΕΘΝΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΑ

Best Paper Award at International Conference on Applied Business and Economics 2023
Sponsorship Agreement between MDPI and Theofanis Petropoulos

Λίστα Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1.1	Περιγραφή Ερευνητικής διαδικασίας	35
Διάγραμμα. 2.1	Διαδικασία Επιχειρησιακής έρευνας	41
Διάγραμμα. 2.2	NEOS Κατηγοριοποίηση προβλημάτων βελτιστοποίησης	46
Διάγραμμα. 2.3	Ακρότατα σημεία	51
Διάγραμμα. 2.4	Αρχιτεκτονική συστήματος μηχανικής μάθησης	78
Διάγραμμα. 2.5	Διαδικασίες τεχνητής νοημοσύνης	79
Διάγραμμα. 2.6	Παράδειγμα Δένδρου απόφασης	81
Διάγραμμα. 2.7	πολλαπλές ενδεχόμενες επιφάνειες απόφασης $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3 \dots$	85
Διάγραμμα. 2.8	βέλτιστη επιφάνεια απόφασης ε^* .	85
Διάγραμμα. 2.9	Μη γραμμικά διαχωρίσιμο σύνολο στο R^2 μέσω του μετασχηματισμού $[x_1, x_2] = [x_1, x_2, x_1^2 + x_2^2]$.	87
Διάγραμμα. 2.10	Μοντέλο kNN για ένα πρόβλημα δυο κατηγοριών	89
Διάγραμμα. 2.11	Παράδειγμα διαχωρισμού με LDA	92
Διάγραμμα. 2.12	Δενδρόγραμμα	97
Διάγραμμα. 2.13	Απόσταση μεταξύ των συστάδων	100
Διάγραμμα. 2.14	Απόσταση μεταξύ των συστάδων με τη μέθοδο K-Means	100
Διάγραμμα. 2.15	PCA για δύο διαστάσεις	102
Διάγραμμα. 2.16	Γραφική αναπαράσταση βηματικής και σιγμοειδής συνάρτησης	105
Διάγραμμα. 2.17	RELU and softplus συνάρτησης	105
Διάγραμμα. 2.18	Παράδειγμα ενός Single-Layer Perceptron με τη χρήση bias.	106
Διάγραμμα. 2.19	Εναλλακτική σχηματική αναπαράσταση μη γραμμικού νευρώνα	111
Διάγραμμα. 3.1	Διαδικασία λήψης αποφάσεων	140
Διάγραμμα 3.2	Διαδικασία Μοντελοποίησης προβλήματος	141
Διάγραμμα 3.3	Στάδια Λήψης απόφασης	143
Διάγραμμα 3.4	Άρθρα WoS και αναφορές με βάση τα αποτελέσματα αναζήτησης	145
Διάγραμμα 3.5	Διαδικασία υπολογισμού EVA	145

Διάγραμμα 3.6	Στοχαστική Βελτιστοποίηση	146
Διάγραμμα 3.7	Pareto front	147
Διάγραμμα 3.8	Ερευνητικό πεδίο εφαρμογής NSGA-II	149
Διάγραμμα 3.9	Δημοσιεύσεις χρησιμοποιώντας το NSGA-II κατά έτος	150
Διάγραμμα. 3.10	Περίγραμμα της διαδικασίας ποσοτικής ανάλυσης κινδύνου	151
Διάγραμμα. 4.1	Residential Net Yield Index	160
Διάγραμμα 4.2	Office Net Yield Index	161
Διάγραμμα 4.3	Retail Net Yield Index	161
Διάγραμμα 4.4	Τάση προσαρμοσμένου δείκτη διαμερισμάτων	164
Διάγραμμα 4.5	Τάση προσαρμοσμένου δείκτη γραφείων	164
Διάγραμμα 4.6	Τάση προσαρμοσμένου δείκτη καταστημάτων	165
Διάγραμμα 4.7	Τάση σταθμισμένων αποδόσεων	174
Διάγραμμα 4.8	Lilliefors test	175
Διάγραμμα 4.9	Αποτελεσματικό σύνορο για ελαχιστοποίηση κινδύνου του EVA	177
Διάγραμμα. 4.10	Αποτελεσματικό σύνορο για μεγιστοποίηση απόδοσης του EVA	177
Διάγραμμα. 5.1	Pareto Front	189
Διάγραμμα 6.13	Δενδρόγραμμα υπουργίων	219
Διάγραμμα 7.1	Βέλτιστη λύση για το μοντέλο 1	227
Διάγραμμα 7.2	Βέλτιστη λύση για το μοντέλο 2	228
Διάγραμμα 7.3	Βέλτιστη λύση για το μοντέλο 3	228
Διάγραμμα 8.1	Σημαντικότητα Χαρακτηριστικών	237

Λίστα Πινάκων

Πίνακας 2.1	Εξοικονομήσεις πόρων λόγω της Ε.Ε	41
Πίνακας 4.1	Περιγραφική στατιστική σταθμισμένων αποδόσεων	172
Πίνακας 4.2	Υπολογισμός τάσης	173
Πίνακας 4.3	Lilliefors test	174
Πίνακας 4.4	Minimum risk Eva portfolio	177
Πίνακας 4.5	Maximum mean Eva portfolio	178
Πίνακας 5.1	Δεδομένα επενδυτικών σχεδίων	185
Πίνακας 5.2	πίνακες των συγκρουόμενων και συμπληρωματικών έργων	186
Πίνακας 5.3	Διάρθρωση βέλτιστου χαρτοφυλακίου	187
Πίνακας 5.4	Βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου	188
Πίνακας 6.14	The Johansen co-integration test results	208
Πίνακας 6.15	Results of Granger Causality tests	209
Πίνακας 6.16	Estimation of Long Run relationship equation 197	210
Πίνακας 6.17	Estimation of Long Run relationship equation 198	212
Πίνακας 6.18	Estimation of Long Run relationship equation (199)	214
Πίνακας 6.19	Estimation of Long Run relationship equation (200)	214
Πίνακας 6.20	Estimation of relationship equation (201)	215
Πίνακας 6.21	K-Mean Clustering	218
Πίνακας 7.1	Αρχική διάρθρωση του ομίλου	224
Πίνακας 7.2	EIP	225
Πίνακας 7.3	Net Assets	225
Πίνακας 7.4	Καθορισμός μοντέλων	225
Πίνακας 7.5	Ταμειακά διαθέσιμα για μοντέλα 1 και 2	227
Πίνακας 7.6	Ταμειακά διαθέσιμα για μοντέλο 3	227
Πίνακας 7.7	διάρθρωση ομίλου για το μοντέλο 1	227

Πίνακας 7.8	διάρθρωση ομίλου για το μοντέλο 2	228
Πίνακας 7.9	διάρθρωση ομίλου για το μοντέλο 3	229
Πίνακας 7.10	σύγκριση EIP για το κάθε μοντέλο	229
Πίνακας 7.11	σύγκριση NCI για το κάθε μοντέλο	230
Πίνακας 7.12	Μεταβολές ταμειακών ροών	230
Πίνακας 8.1	Ταξινόμηση επιχειρήσεων δείγματος	235
Πίνακας 8.2	Σύγκριση αποτελεσματικότητας των μοντέλων	236

Πίνακας Περιεχομένων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

1.1	Θεωρητική Τεκμηρίωση	17
1.1.1	Μέθοδοι βελτιστοποίησης	17
1.1.2	Μέθοδοι Τεχνητής Νοημοσύνης	20
1.2	Ερευνητικό Πρόβλημα	25
1.3	Ερευνητικοί στόχοι	25
1.4	Περίγραμμα Μεθοδολογίας	34
1.5	Αιτιολογία Διεξαγωγής Έρευνας	36

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΈΣ ΚΑΙ ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

2.1	Εισαγωγή	38
2.2	Η εξέλιξη της Επιχειρησιακής έρευνας	39
2.2.1	Το αντικείμενο και η σημασία της επιχειρησιακής έρευνας	40
2.2.2	Τα στάδια υλοποίησης της Ε.Ε	43
2.3	Μέθοδοι βελτιστοποίησης	45
2.3.1	Προσομοίωση	46
2.3.2	Μαθηματικός Προγραμματισμός	48
2.3.2.1	Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς	48
2.3.2.2	Βελτιστοποίηση υπό περιορισμούς	53
2.3.2.2.1	Γραμμικός προγραμματισμός	54
2.3.2.2.2	Μη γραμμικός προγραμματισμός	58
2.3.2.2.2.1	Τετραγωνικός προγραμματισμός	63
2.3.2.2.3	Ακέραιος προγραμματισμός	65
2.3.2.2.4	Δυναμικός προγραμματισμός	71

2.4	Μέθοδοι Τεχνητής Νοημοσύνης	76
2.4.1	Μηχανική μάθηση	77
2.4.1.1	Κατηγοριοποίηση	79
2.4.1.1.1	Δένδρα απόφασης	80
2.4.1.1.2	Λογιστική Παλινδρόμηση	81
2.4.1.1.3	Τυχαία Δάση	82
2.4.1.1.4	XGBoost	83
2.4.1.1.5	Μηχανές διανυσμάτων στήριξης	83
2.4.1.1.6	Στοχαστική Κάθοδος Κλίσης	87
2.4.1.1.7	Αλγόριθμος k-Πλησιέστερων Γειτόνων	88
2.4.1.1.8	Διακριτική ανάλυση	89
2.4.1.2	Παλινδρομηση	91
2.4.1.2.1	Πολλαπλή Παλινδρόμηση	91
2.4.1.2.2	Classification And Regression Trees	93
2.4.1.3	Συσταδοποίηση	94
2.4.1.4	Ανάλυση κύριων συνιστωσών	100
2.4.1.5	Νευρωνικά Δίκτυα	101
2.4.1.6	Γενετικοί Αλγόριθμοι	110
2.4.1.6.1	Βελτιστοποίηση ενός στόχου	111
2.4.1.6.2	Βελτιστοποίηση πολλαπλών στόχων	114
2.5	Βιβλιογραφική επισκόπηση ερευνητικών εφαρμογών	117
2.5.1	Βέλτιστη Διάρθρωση χαρτοφυλακίου	117
2.5.2	Ορθολογική κατανομή πόρων επίλυση με τη μέθοδο του σακιδίου	123
2.5.3	Ορθολογική κατανομή των πόρων του δημόσιου τομέα:	125
2.5.4	Βέλτιστη διάρθρωση ομίλου εταιριών:	133
2.5.5	Εφαρμογές μηχανικής μάθησης στη πιστοληπτική διαβάθμιση:	135

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η ΚΥΡΙΑ ΙΔΕΑ ΚΑΙ Η ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑ (STATE OF ART)

3.1	Εισαγωγή	138
3.2	Η σημασία της διαδικασίας Λήψης Απόφασης	138
3.3	Πρωτοτυπία Ερευνητικής Πρότασης	142
3.3.1	EVA ως εναλλακτική έναντι των παραδοσιακών στόχων βελτιστοποίησης	142
3.3.2	Βελτιστοποίηση υπό συνθήκες αβεβαιότητας	146
3.3.3	Χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων σε προβλήματα κατανομής πόρων και διαχείρισης χαρτοφυλακίου επενδύσεων	147
3.4	Εφαρμογές Λογισμικού (Research Software)	150

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΑΚΙΝΗΤΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ EVA: ΕΝΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ MARKOWITZ ΜΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΓΟΡΑ ΑΚΙΝΗΤΩΝ

4.1	Εισαγωγή	154
4.2	Δεδομένα	158
4.3	Μεθοδολογία	160
4.3.1	Θεωρητική τεκμηρίωση του μοντέλου	168
4.4	Εμπειρικά Αποτελέσματα	170
4.4.1	Εκτιμήσεις	170
4.4.2	Αποτελέσματα βέλτιστης διάρθρωσης χαρτοφυλακίου	174

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΟΡΘΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΟΡΩΝ ΣΕ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΑ ΕΡΓΑ: ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΟΥ ΣΑΚΙΔΙΟΥ ΜΕ ΣΤΟΧΟ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΕΝΑ.

5.1	Εισαγωγή	177
5.2	Το ερευνητικό ερώτημα και η θεωρητική τεκμηρίωση του μοντέλου	178
5.3	Δεδομένα και κατασκευή μοντέλου	182
5.4	Εκτιμήσεις και Αποτελέσματα	184

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΟΡΘΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΠΟΡΩΝ ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΔΗΜΟΣΙΟΥ ΤΟΜΕΑ: ΚΥΡΙΑ ΕΥΡΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΕΣ ΔΙΑΧΕΙΡΗΣΗΣ

6.1	Εισαγωγή	188
6.2	Explanatory Data Analysis (EDA)	190
6.2.1	Προ επεξεργασία δεδομένων (Data Preprocessing)	190
6.2.2	Απεικόνιση δεδομένων (Data Visualization)	195
6.2.3	Περιγραφική Ανάλυση (Descriptive analysis)	198
6.2.3.1	Ανάλυση Σταθερότητας (Stability analysis)	199
6.2.3.2	Ανάλυση Συσχέτισης (Correlation Analysis)	201
6.2.4	Αναγνώριση τάσεων και ακραίων τιμών	202
6.2.4.1	Έλεγχος στασιμότητας (Stationarity Test)	202
6.2.4.2	Έλεγχος σημείου διαθρωτικής διακοπής	203

6.3	Δημιουργία μοντέλου (Models and Algorithms)	204
6.3.1	Οικονομετρική ανάλυση (Econometric Analysis)	204
6.3.1.1	Προϋποθέσεις επιλογής μοντέλου (Model Specification-Selection)	204
6.3.1.2	Εκτιμήσεις (Estimations)	207
6.3.2	Ανάλυση Ομοιότητας (Cluster analysis)	215
6.2.4	Αναγνώριση τάσεων και ακραίων τιμών	202
6.2.4.1	Έλεγχος στασιμότητας (Stationarity Test)	202
6.2.4.2	Έλεγχος σημείου διαθρωτικής διακοπής	203

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΟΜΙΛΟΥ ΕΤΑΙΡΙΩΝ

7.1	Εισαγωγή	219
7.2	Δεδομένα και κατασκευή μοντέλου	220
7.2.1	θεωρητική τεκμηρίωση του μοντέλου	220
7.2.2	Δεδομένα	223
7.3	Εμπειρικά αποτελέσματα - εκτιμήσεις	226

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΣΗΣ

8.1	Εφαρμογή πιστοληπτικής διαβάθμισης στο κλάδο των τροφίμων	230
8.2	Δεδομένα	231

8.3	Εφαρμογή μοντέλου Z'-Score του Altman	233
8.3.1	Σύγκριση αποτελεσματικότητας των μεθόδων	235
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9		
 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ		
9.1	Εφαρμογή 1	236
9.1.1	Συζήτηση και Κύρια ευρήματα	236
9.1.2	Θεωρητικές και πρακτικές εφαρμογές της έρευνας	237
9.1.3	Περιορισμοί της έρευνας και μελλοντικοί στόχοι	238
9.2	Εφαρμογή 2	239
9.2.1	Συμπεράσματα - Μελλοντικά ερευνητικά ερωτήματα	239
9.3	Εφαρμογή 3	240
6.3.1	Συμπεράσματα-Συζήτηση	240
9.4	Εφαρμογή 4	243
9.4.1	Συμπεράσματα - Μελλοντικά ερευνητικά ερωτήματα	243
9.5	Εφαρμογή 5	244
9.5.1	Συμπεράσματα - Συζήτηση	244
 REFERENCES		246
 APPENDICES		272

This page intentionally left blank

Κεφάλαιο 1

Πρόλογος

1.1 Θεωρητική τεκμηρίωση

Η επιχειρησιακή έρευνα πραγματεύεται τον τομέα της λήψης αποφάσεων, κατεξοχήν ανήκει στο κλάδο των μαθηματικών και εμπίπτει και στο πεδίο διοίκησης επιχειρήσεων. Οι βασικές τεχνικές επίλυσης που χρησιμοποιεί είναι η μαθηματική μοντελοποίηση, η στατιστική ανάλυση και η βελτιστοποίηση χρησιμοποιώντας παράλληλα τον προγραμματισμό για την επίλυση μεγάλου μεγέθους προβλημάτων και όρους από την οικονομική θεωρία. Η επιχειρησιακή έρευνα είναι πολύ σημαντικός κλάδος των μαθηματικών καθώς παρέχει ακριβείς λύσεις σε στελέχη επιχειρήσεων με σκοπό τη χρησιμοποίησή τους στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Σε θεωρητικό επίπεδο, οι κύριες μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί θα αναφερθούν παρακάτω για τη διαδικασία επίλυσης τέτοιων προβλημάτων. Βασικά στοιχεία είναι το μαθηματικό μοντέλο και οι αλγόριθμοι για αυτή τη διαδικασία. Τα μοντέλα, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά τους, χωρίζονται σε ντετερμινιστικά και στοχαστικά ανάλογα τη βεβαιότητα ή την τυχαιότητα των ενδεχομένων τους και σε στατικά και δυναμικά ανάλογα με τον αν εφαρμόζονται στον ίδιο χρόνο οι αποφάσεις ή σε διάφορα στάδια. Χαρακτηριστική περίπτωση των πρώτων είναι τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού και αντίστοιχα του δυναμικού προγραμματισμού για τα δεύτερα.

1.1.1 Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

Στον γραμμικό προγραμματισμό και στα επιμέρους προβλήματα που του αντιστοιχούν, οι συναρτήσεις της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών, πρέπει να είναι γραμμικές, να υπάρχει βεβαιότητα των ενδεχομένων και να στοχεύουν στην εύρεση μιας βέλτιστης λύσης για το πρόβλημα. Η δημοφιλέστερη μέθοδος που χρησιμοποιείται για την λύση του γραμμικού προγραμματισμού είναι η μέθοδος

simplex η οποία αναπτύχθηκε από τον [Dantzig, \(1947\)](#) και περιγράφεται αναλυτικά στο βιβλίο [\(Dantzig, 1963\)](#) και έως και σήμερα το μεγαλύτερο πλήθος των προβλημάτων στο μεγαλύτερο μέρος των τομέων της οικονομικής δραστηριότητας επιλύονται στηριζόμενα σε αυτή. Δύο ακόμη εξαιρετικά βιβλία που προσφέρουν αφθονία πληροφοριών όσον αφορά τον γραμμικό προγραμματισμό αναπτύχθηκαν στα βιβλία των [\(Roy & Shapiro, 1984; Wagner H.M, 1975\)](#) πάνω στη διαχείριση αποφάσεων για την κατανομή πόρων προσφέροντας πλήθος παραδειγμάτων. Σημαντικό ρόλο διαδραματίζει και η ανάλυση ευαισθησίας κατά δεύτερο χρόνο, με την οποία είναι δυνατόν να ελέγξουμε τυχόν μεταβολές των τιμών των μεταβλητών στο κατά πόσο επηρεάζουν την βέλτιστη λύση εξαιρετικής σημασίας είναι ο 100% rule [\(Bradley et al., 1977\)](#) που δείχνει πότε μια βάση λύσης παραμένει η βέλτιστη όταν υπάρχουν αλλαγές σε κάποιο στοιχείο του προβλήματος. Ένα ακόμα σημαντικό κομμάτι του μαθηματικού προγραμματισμού κατέχει ο ακέραιος προγραμματισμός σαν ειδική περίπτωση του γραμμικού προγραμματισμού με κάποιες μεταβλητές να πρέπει να είναι ακεραίες αντιπροσωπευτικό δείγμα αυτού του τύπου προβλημάτων περιγράφονται από τον [Taha, \(1975\)](#) προσφέροντας μια διεξοδική ανάλυση πάνω στη μέθοδο κλάδου φράγματος [\(Taha, 1975\)](#) Μια νέα καινοτόμα μέθοδο για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού αναπτύχθηκε από τον [Karmakar, \(1984\)](#) η οποία παρέχει λύση σε πολυωνυμικό χρόνο [\(Karmarkar, 1984\)](#) εν αντίθεσή με τη μέθοδο simplex η οποία χρειάζεται εκθετικό χρόνο υπολογισμού. Μεγάλο πλήθος προβλημάτων στην πραγματική ζωή όμως δε μπορούν να μοντελοποιηθούν με βάση τα πρωτόκολλα του γραμμικού προγραμματισμού για αυτό αναπτύχθηκε ένας νέος κλάδος του μη-γραμμικού προγραμματισμού ο οποίος ασχολείται με προβλήματα όπου η αντικειμενική συνάρτηση ή οι περιορισμοί είναι μη γραμμικού χαρακτήρα, έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι για την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων με τις σημαντικότερες να είναι οι μετασχηματιστές Lagrange όπως αναπτύχθηκαν από τον ομώνυμο μαθηματικό και αναλύθηκαν μετέπειτα [\(Bertsekas, 1982, 1999\)](#). Επιπροσθέτως οι συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker [\(Karush, 1939; Kuhn & Tucker, 1951\)](#) οι οποίες αποτελούν μια γενίκευση των μετασχηματισμών Lagrange επιτρέποντας να μην είναι υποχρεωτικά ισότητες οι περιορισμοί. Με την άνοδο των ηλεκτρονικών υπολογιστών έχουν αναπτυχθεί αρκετά προγράμματα στηριζόμενα στις θεωρητικά θεμελιωμένες μεθόδους τα οποία παρέχουν άμεσα αποτελέσματα στους

ενδιαφερόμενους τρία βιβλία που παρέχουν επαρκείς πληροφορίες τόσο ως προς το θεωρητικό μέρος όσο και ως προς την πρακτική εφαρμογή είναι (Bazaraa et al., 2013; Bazaraa & Sherali, 1993; Quandt & Handerson, 1980). Ένας εξίσου σημαντικός κλάδος του μαθηματικού προγραμματισμού είναι ο δυναμικός προγραμματισμός. Στο δυναμικό προγραμματισμό κατακερματίζεται το αρχικό πρόγραμμα σε επιμέρους στάδια επίλυσης ξεκινώντας από το τελευταίο σε σειρά που είναι πιο απλό, σε κάθε στάδιο μπορούμε να οδηγηθούμε σε ορισμένες καταστάσεις και αναζητούμε τις βέλτιστες στρατηγικές μέσω των δυνατών αποφάσεων που έχουμε να πάρουμε. Με αυτόν τον τρόπο εξοικονομούμε χρόνο καθώς δεν πρέπει να βρούμε όλες τις πιθανές διαδρομές για τον τελικό στόχο, αλλά σε κάθε στάδιο πρέπει να βρίσκουμε τη βέλτιστη σύμφωνα με την αρχή της βελτιστοποίησης. Η θεμελίωση του έγινε από τον R. Bellman το 1950 και περιγράφεται αναλυτικά στα βιβλία του (Bellman, 1957; Bellman & Dreyfus, 2015) πάνω στα οποία στηρίχτηκαν αρκετά μετέπειτα άρθρα όπως και συμπληρωματικές εκδόσεις σε ένα από τα οποία αναπτύσσεται και το turnpike theorem (Morton, 1979) για την επίλυση τύπου προβλημάτων σακιδίου και η κύρια χρησιμότητα του είναι κυρίως στα μεγάλου όγκου προβλήματα. Ο δυναμικός προγραμματισμός εκτός από το ντετερμινιστικό μοντέλο στο οποίο επικεντρώνονται τα παραπάνω συγκράματα στο οποίο υπάρχει βεβαιότητα των ενδεχομένων σταδίων εμπεριέχει και το πιθανοκρατικό- δυναμικό μοντέλο στο οποίο υπάρχει αβεβαιότητα ως προς ορισμένα στοιχεία του προβλήματος, σημαντικό μέρος σε αυτού του τύπου μοντέλα διαδραματίζουν οι Μαρκοβιανές διαδικασίες αποφάσεων όπως δημιουργήθηκαν από τον Ρώσο μαθηματικό Markov, (1906) οι οποίες είναι στοχαστικά μοντέλα των οποίων η μελλοντική εξέλιξη των οποίων εξαρτάται από την παρούσα κατάσταση κάθε φορά και όχι από κάποια παρελθούσα ιστορία τους. Οι Μαρκοβιανές διαδικασίες διακριτού χρόνου (Howard, 1960) όπου έχουν και την κύρια πρακτική εφαρμογή ονομάζονται συχνά ως Μαρκοβιανές αλυσίδες , βασικό στοιχείο είναι η ύπαρξη στάσιμης πολιτικής (Blackwell, 1962) και οι διάφορες τεχνικές οι οποίες έχουν αναπτυχθεί για την εύρεση της με τις κυριότερες (Denardo, 1981; Howard, 1960; Ross, 1983) Μια συνολική επισκόπηση πάνω στο θέμα προσφέρεται από τον (Bertsekas, 1987, 2012) και μια καινούργια υποσχόμενη προσέγγιση πάνω σε θέματα δυναμικής φύσης κατανομής πόρων παρέχουν τα τεχνητά δίκτυα (Zhiyong et al., 2019). Έχουν δοθεί αρκετοί ορισμοί για την διαδικασία της

προσομοίωσης, ένας από τους καταλληλότερους (J. W. Schmidt & Taylor, 1970) περιγράφει τη προσομοίωση ως ένα σύστημα από οντότητες όπου δρουν και αλληλοεπιδρούν με σκοπό την επίτευξη ενός λογικού αποτελέσματος. Πιο ειδικά είναι η διαδικασία σχεδιασμού ενός μοντέλου για την μελέτη ενός πραγματικού συστήματος μέσω της διεξαγωγής πειραμάτων για την κατανόηση της συμπεριφοράς του συστήματος και της αξιολόγησης διαφορετικών στρατηγικών βελτιστοποίησης της λειτουργίας του συστήματος. Ο χρήστης τροφοδοτεί το μοντέλο με διάφορες τιμές για τις μεταβλητές εισόδου και παρατηρεί τις αντιδράσεις και τη συμπεριφορά του μοντέλου δηλαδή η προσομοίωση είναι μια περιγραφική και όχι κανονιστική μέθοδος, η οποία περιγράφει τα αποτελέσματα ενός συστήματος υπό διαφορετικές συνθήκες. Η προσομοίωση δεν παράγει βέλτιστα αποτελέσματα και όταν το μοντέλο αντιμετωπίζει αβεβαιότητες, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι μόνο αξιόπιστες προσεγγίσεις, ενώ αρκετές φορές είναι πολύ χρονοβόρα και κοστοβόρα διαδικασία. Τρία βιβλία που εμβαθύνουν στη διαδικασία της προσομοίωσης και στη στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων (Banks & Carson, 1986; Law & Kelton, 2000; Shannon, 1975) παρέχουν ένα εξαιρετικά επαρκές θεωρητικό επίπεδο πάνω στην προαναφερθείσα διαδικασία, η εξέλιξη οδήγησε στη δημιουργία του κλάδου simulation optimization (Carson & Maria, 1997) μέσω της οποίας επιτυγχάνεται η αξιοποίηση όσο περισσότερης πληροφορίας μπορεί να αποκτηθεί με το ελάχιστο δυνατό κόστος για τις μεταβλητές εισόδου χωρίς να χρειαστεί να υπολογιστούν όλα τα πιθανά μονοπάτια. Μια συνοπτική μελέτη που παρουσιάζει τα κυριότερα στοιχεία που έχουν ανακαλυφθεί πάνω στο θέμα είναι (Fu et al., 2005), ειδικότερα για την κατανομή πόρων έχει αναπτυχθεί ένας εναλλακτικός κλάδος ονόματι optimal computing budget allocation formulation (Chen, 1995; Chen et al., 2009; L. H. Lee et al., 2012) όπως δημιουργήθηκε από τον Chen, (1995) ανοίγοντας το δρόμο για μετέπειτα αναλυτές να εξειδικεύσουν τη παραπάνω θεωρία.

1.1.2 Μέθοδοι Τεχνητής Νοημοσύνης

Οι μέθοδοι αυτοί χωρίζονται σε 3 κύριες κατηγορίες: α) τα Νευρωνικά δίκτυα τα οποία θεμελιώθηκαν για πρώτη φορά στην εργασία (McCulloch & Pitts, 1943) η οποία εξελίχθηκε μετέπειτα (McCulloch & Pitts, 1947). Σ' αυτό το πρότυπο, ο νευρώνας

θεωρείται ότι μπορεί να έχει μόνο δύο καταστάσεις, είτε ενεργοποιείται ή βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας. Μπορεί να έχει πολλές εισόδους αλλά δίνει μία μόνο έξοδο και όλοι οι νευρώνες πρέπει να λειτουργούν ταυτόχρονα. Κομβικό ρόλο στη συνέχεια διαδραματίζει ο κανόνας μάθησης (Hebb, 1949) τον οποίο εισήγαγε ο Hebb, (1949). Το μοντέλο του έχει ως κεντρική ιδέα τις συνδέσεις μεταξύ μονάδων του συστήματος, δηλαδή τους νευρώνες. Ο κανόνας αυτός λέει ότι κάθε φορά που το δίκτυο χρησιμοποιεί τις νευρωνικές του συνδέσεις, οι συνδέσεις αυτές ενισχύονται και το δίκτυο πλησιάζει περισσότερο στο να μάθει το πρότυπο το οποίο παρουσιάζεται. Ο Hopfield, (1982) έδωσε μεγάλη ώθηση στην ανάπτυξη των Νευρωνικών Δικτύων καθώς μια εργασία του απέδειξε με αυστηρά μαθηματική απόδειξη πώς ένα Νευρωνικό Δίκτυο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αποθηκευτικός χώρος και επίσης μπορεί να επανακτήσει όλη την πληροφορία ενός συστήματος έστω και αν του δοθούν μερικά μόνο τμήματα και όχι ολόκληρο το σύστημα .β) Η χρησιμότητά των μεθόδων βελτιστοποίησης, περιορίζεται από το γεγονός ότι εάν είναι μεγάλο το σύνολο των δυνατών καταστάσεων, απαιτούνται αρκετά χρονοβόροι υπολογισμοί. Για την αντιμετώπιση της παραπάνω πρόκλησης, αναπτύχθηκαν οι ευρετικές μέθοδοι, οι οποίες επιτρέπουν την ταχύτερη αντιμετώπιση περίπλοκων προβλημάτων. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, μια χαρακτηριστική περίπτωση των οποίων είναι οι Γενετικοί Αλγόριθμοι που από πολλούς χαρακτηρίζεται και ως μετά-ευρετική μέθοδος και αναπτύχθηκε για πρώτη φορά από τον Holland, (1975) και εξελίχθηκε εστιάζοντας στο τρόπο που μπορεί να αξιοποιηθεί και να προσαρμοστεί στην οικονομική θεωρία (J. Holland, 1992; J. Holland et al., n.d.; J.H. Holland et al., 1986; John H Holland, 1992) και από τον μαθητή του Holland, (1975) προφέροντας πλήθος πρακτικών εφαρμογών (Goldberg, 1989) ενώ αναδρομή σε εργασίες ορόσημα σχετικά με τους Γενετικούς Αλγορίθμους και στο ρόλο της μετάλλαξης για την βελτίωση της απόδοσης τους υπάρχουν (Fogel, 1997, 1998, 2005). Σύγχρονα θέματα Γενετικών Αλγορίθμων παρουσιάζονται στο (D. Simon, 2013). Οι μετά-ευρετικές μέθοδοι αγνοούν ορισμένα στοιχεία ενός προβλήματος και παρέχουν μια ταχύτερη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Βασίζονται σε μια επαναληπτική διαδικασία, σύμφωνα με την οποία η γνώση που αποκτήθηκε προγενέστερα θα χρησιμοποιηθεί στην επόμενη επανάληψη. Στο τέλος όλων των επαναλήψεων της διαδικασίας θα έχει βρεθεί μια λύση, για την οποία δεν υπάρχει κάποια εγγύηση ότι θα είναι η καλύτερη δυνατή, θα

δίνει όμως ένα πολύ καλό αποτέλεσμα για το πρόβλημα (Garg, 2016), μια αναλυτική αναπαράσταση της δομής των γενετικών αλγορίθμων δίνεται από τον Michalewicz & Janikow, (1999). Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι χρήσιμοι σε προβλήματα που περιέχουν πολλές παραμέτρους και δεν υπάρχει αναλυτική μέθοδος που να μπορεί να βρει το βέλτιστο συνδυασμό τιμών για τις μεταβλητές ώστε το υπό εξέταση πρόβλημα να αντιδρά με τον επιθυμητό τρόπο (Eiben et al., 1999). Προσφέρουν αξιοπιστία στις λύσεις που δίνουν, ευελιξία, αλλά ταυτόχρονα έχουν τη δυνατότητα να συνεργάζονται με άλλες μεθόδους για την επίτευξη κάποιου στόχου και συμβάλουν επίσης σημαντικά στη λύση δύσκολων μη-γραμμικών προβλημάτων (Panchal & Panchal, 2015). Σημαντικό χαρακτηριστικό τους είναι ότι έχουν τη δυνατότητα να ξεπεράσουν πιθανό εγκλωβισμό σε τοπικό ακρότατο (Mirjalili, 2016), κάτι που δεν συναντάται σε άλλες μεθόδους. Δρουν καλά, συμπληρώνοντας ήδη υπάρχοντα μοντέλα, καθώς χρησιμοποιούν μόνο την αντικειμενική συνάρτηση που ορίζει το κόστος κάθε πιθανής λύσης και όχι ολόκληρο το μοντέλο (Venkata, 2016; Venkata & Waghmare, 2016). Μπορούν σε κάθε τους βήμα να επεξεργάζονται μεγάλες ποσότητες πληροφορίας, αφού κάθε χρωμόσωμα θεωρείται αντιπρόσωπος πολλών άλλων. Ουσιαστικά καλύπτουν με αποδοτικό ψάξιμο μεγάλους χώρους σε μικρούς χρόνους (Deng et al., 2017), συνδυάζοντας αποτελεσματικά την εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης και την αξιοποίηση της ήδη υπάρχουσας πληροφορίας. Υπάρχουν όμως και ορισμένα προβλήματα, όπως η περίπτωση όπου η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να είναι υπολογιστικά ακριβή, γεγονός που οδηγεί σε απαγορευτικούς χρόνους υλοποίησης του γενετικού αλγορίθμου. Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι έχουν υψηλή πολυπλοκότητα (συχνά εκθετική) όταν το πρόβλημα περιλαμβάνει μεγάλο αριθμό περιορισμών. Τα Νευρωνικά Δίκτυα, τα οποία αν συνδυαστούν με τους Γενετικούς Αλγορίθμους (Whitley et al., 1990), μπορούν να οδηγήσουν σε πολύ καλές λύσεις για πολλά προβλήματα που αδυνατούν ή υστερούν οι παραδοσιακές μέθοδοι ή να βελτιώσουν ήδη υπάρχουσες λύσεις όπως στην διαδικασία της (Gustafson et al., 2005; Karaboga et al., 2012). Μία συχνή εφαρμογή ενός γενετικού αλγορίθμου, είναι να βελτιώνει τους οργανισμούς που λειτουργούν (De Garis, 1990; Fujiko & Dickinson, 1987) καλά σε ένα δεδομένο περιβάλλον, ενώ τα νευρωνικά δίκτυα είναι σημαντικό εργαλείο για να ελεγχθεί η λειτουργία ενός οργανισμού. Δηλαδή ο γενετικός αλγόριθμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εξελίξει ένα νευρωνικό δίκτυο και συνεπώς να βρει το βέλτιστο

σύνολο βαρών του (Koza, 1992).Μια πρόσφατη και αναλυτική επισκόπηση της παραπάνω διαδικασίας γίνεται από τον Abraham, (2003) χρησιμοποιώντας την ορολογία υβριδικά ή εξελικτικά Νευρωνικά δίκτυα (Abraham et al., 2003) τα οποία συνδυάζουν τη δύναμη των Νευρωνικών δικτύων να εντοπίζουν με ακρίβεια ένα ελάχιστο του χώρου του σφάλματος, με την ικανότητα των γενετικών αλγορίθμων για ολική βελτιστοποίηση. Οι μετα-ευρετικές μέθοδοι έχουν αρχίσει να προσελκύουν το ενδιαφέρον αρκετών ερευνητών τα τελευταία χρόνια προσπαθώντας εμπνευσμένοι από συμπεριφορές ομάδων της φύσης να προσαρμόσουν και να δημιουργήσουν ειδικά μοντέλα στοχεύοντας στην εξαγωγή πρακτικών αποτελεσμάτων (Askarzadeh, 2016; Khalil et al., 2017; Mirjalili & Lewis, 2016). Οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στη τεχνητή νοημοσύνη η κύρια χρησιμοποίησή τους είναι για επιβλεπόμενη μάθηση (κατηγοριοποίηση) και μη επιβλεπόμενη μάθηση (συσταδοποίηση) με την οποία κυρίως θα ασχοληθούμε. Με την ανάλυση συστάδων (Michael R. Anderberg, 2014) θεωρούμε μια συλλογή από στοιχεία τα οποία είναι όμοια μεταξύ τους με βάση κάποιο μέτρο ομοιότητας και τα οποία έχουν διαφορές από στοιχεία που ανήκουν σε άλλες συστάδες. Η ανάλυση κατά συστάδες αποσκοπεί στο διαχωρισμό μιας συλλογής από στοιχεία σε υποσύνολα, έτσι ώστε να υπάρχει ομοιογένεια μέσα σε ένα υποσύνολο και ανομοιογένεια μεταξύ των στοιχείων που ανήκουν σε διαφορετικά υποσύνολα. Επιπρόσθετα μπορεί να αποσκοπεί στην ιεραρχική οργάνωση των συστάδων με την διαδοχική ομαδοποίηση αυτών, έτσι ώστε σε κάθε στάδιο της ιεραρχίας, οι συστάδες που ανήκουν στην ίδια ομάδα να είναι πιο όμοιες μεταξύ τους από αυτές που ανήκουν σε άλλη ομάδα. Τα δύο σημαντικότερα εργαλεία αυτής της μεθόδου είναι τα μέτρα ομοιότητάς (Aldenderfer & Blashfield, 1984; Morris et al., 1980) και οι μέθοδοι ομαδοποίησης. Τρεις μεγάλες κατηγορίες με τις οποίες εφαρμόζεται η παραπάνω διαδικασία είναι η α) ιεραρχική μέθοδος διασύνδεσης η οποία είναι μια διαδοχική μέθοδος συγχωνεύσεων ή διασπάσεων και η κύρια μέθοδος για την επιλογή των συστάδων είναι η ομαδοποίηση κατά (Ward, 1963) η οποία διαφοροποιείται από τις προηγούμενες καθώς θέτει ως προτεραιότητα την ομοιογένεια στο εσωτερικό των συστάδων έναντι της απόστασης μεταξύ τους. Δεύτερη η μη-ιεραρχικές ή διαχωριστικές μέθοδος διασύνδεσης, στην οποία ο καθορισμός των συστάδων (Dubes, 1987) δημιουργείται μέσω ενός συνόλου συστάδων, σε αντίθεση με τις ιεραρχικές μεθόδους, οι οποίες δημιουργούν μια

ιεραρχική δομή διαδοχικών επιπέδων, όπου κάθε επίπεδο ορίζει ένα σύνολο συστάδων, η ποιο διαδομένη μέθοδος είναι η μέθοδος k-means (MacQueen, 1967). Η ερευνητική πρόταση θα χρησιμοποιήσει την Τρίτη κατηγορία συσταδοποίησης με βάση μοντέλο ή το περιορισμό στις οποίες γίνεται χρήση μοντέλων με στόχο τη βελτιστοποίηση της προσαρμογής ανάμεσα στα δεδομένα και τα μοντέλα. Μια πολύ διαδεδομένη μέθοδος αυτής της κατηγορίας είναι οι Αυτοοργανούμενοι Χάρτες (Kohonen, 1982). Οι οποίες είναι ένας ειδικός τύπος Νευρωνικού Δικτύου με ένα επίπεδο ο οποίος αναπτύχθηκε στο τελικό του βαθμού (Kohonen et al., 2001). Οι νευρώνες είναι χωρικά διατεταγμένοι σε ένα πλέγμα, και περιέχουν ένα διάνυσμα ίδιων διαστάσεων με τα δεδομένα εισόδου. Με κατάλληλη, μη επιβλεπόμενη μάθηση, όμοια δεδομένα εισόδου αντιστοιχίζονται με γειτονικούς νευρώνες του πλέγματος. Θα χρησιμοποιηθεί και η γλώσσα προγραμματισμού R η οποία είναι πολύ χρήσιμη για τη παραπάνω διαδικασία. Εφαρμογές της θεωρίας συστάδων βρίσκεται στα χρηματοοικονομικά (Kaplan & Strömberg, 2003) αλλά και μια πρωτοποριακή εργασία που συνδυάζει τις ικανότητες των γενετικών αλγορίθμων πάνω στην ανάλυση συστάδων και συγκεκριμένα στη μέθοδο k-means (Maulik & Bandyopadhyay, 2000). Ακόμη μέσω του δείκτη βιοτικού επιπέδου (Nijkamp, 1986) στην περιφερειακή πολιτική δίνεται η δυνατότητα να αποφασιστεί ποιες περιοχές έχουν μεγαλύτερη ανάγκη ώστε να κατανεμηθούν με τον βέλτιστο τρόπο συγκεκριμένα μέτρα ανά περίπτωση όπως επιδοτήσεις, φορολογικά μέτρα. Ο ρόλος της ανάλυσης συστάδων όπως παραδείγματος χάριν για τον εντοπισμό ασθενών είναι σημαντικός γιατί συνεπικουρεί στον καθορισμό της πολιτικής που θα ασκηθεί σε κάθε περίπτωση.

1.2 ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Ένα μεγάλο πρόβλημα στο τομέα της οικονομικής, χρηματοοικονομικής και διοικητικής επιστήμης είναι η βέλτιστη κατανομή πόρων. Το κύριο ερώτημα έγκειται στο ποια μεταβλητή ή ποιος συνδυασμός μεταβλητών απαιτείται να βελτιστοποιηθεί και κάτω από ποια μαθηματική τεχνική θα χρησιμοποιηθεί για τη βέλτιστη κατανομή δημοσίων και ιδιωτικών πόρων. Με βάση το υπάρχον θεωρητικό υπόβαθρο, θα μπορούσε να υποστηριχθεί ότι εξακολουθεί να υπάρχει ένα σημαντικό κενό κυρίως στο δημόσιο τομέα για την ορθολογική κατανομή των διαθέσιμων πόρων του προϋπολογισμού. Η δημιουργία κατάλληλων μοντέλων και μεθοδολογιών βελτιστοποίησης θα είναι σημαντικό εργαλείο στα χέρια των εκάστοτε διαχειριστών όπου πρέπει να λάβουν απόφαση και να σταθμίσουν αντικρουόμενα συμφέροντα σε πολλές περιπτώσεις. Είναι αξιωματικό για τη σωστή κατανομή - διαχείριση πόρων ότι ένα μοντέλο για να θεωρηθεί κατάλληλο πρέπει να μπορεί να σταθμίζει και να υλοποιεί τους διαφορετικούς στόχους που τίθενται (multi objective optimization) [Deb et. al, \(2002\)](#) και να καλύπτεται ο απαιτούμενος βαθμός αβεβαιότητας (stochastic optimization) ([Spall, 2005](#); [Fu, 2002](#)) ειδικά σε μοντέλα με πιο μακροπρόθεσμο ορίζοντα. Για να επιτευχθούν αυτοί οι στόχοι σε ένα τόσο μοναδικό περιβάλλον, και οι επαγγελματίες του κλάδου και οι διαχειριστές των χαρτοφυλακίων να λαμβάνουν τις κατάλληλες αποφάσεις πρέπει να αναπτύσσονται ολιστικοί αλγόριθμοι και πλήρως ολοκληρωμένα μοντέλα λήψης αποφάσεων και διαχείρισης για τον σχεδιασμό, την παρακολούθηση και τον έλεγχο μεγάλου όγκου δεδομένων, ώστε η απόφαση να λαμβάνεται και να προσαρμόζεται όσο το δυνατόν. Από τα αποτελέσματα της διδακτορικής διατριβής αποδεικνύεται ότι τόσο οι μεταβλητές όσο και η επιλογή της κατάλληλης τεχνικής διαφοροποιούνται ανάλογα με το είδος των πόρων και τη φύση του προβλήματος. Η συνεισφορά είναι ότι σε κύρια σημεία κατανομής πόρων με βάση την επιλογή της κατάλληλης μεταβλητή εξάγονται συμπεράσματα σε σχέση με τα αποτελέσματα που παράγονται από εναλλακτικές αντικειμενικές συναρτήσεις όπως το EVA και για συνδυασμούς αυτών μέσω βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων μέσω των καμπυλών pareto front.

Στο δημόσιο τομέα συνδυάζονται τεχνικές βελτιστοποίησης και σύγχρονες τεχνικές μηχανικής μάθησης όπως η ανάλυση ομοιότητας, οι οποίες μαζί με τις οικονομετρικές τεχνικές που εφαρμόζονται ευρέως στην μακροοικονομική ανάλυση οδηγούν σε μια πιο ολιστική προσέγγιση για την ορθολογική κατανομή πόρων του δημοσίου.

1.3 Ερευνητικοί στόχοι

Οι κύριοι ερευνητικοί στόχοι ορίζονται σύμφωνα με τα παρακάτω:

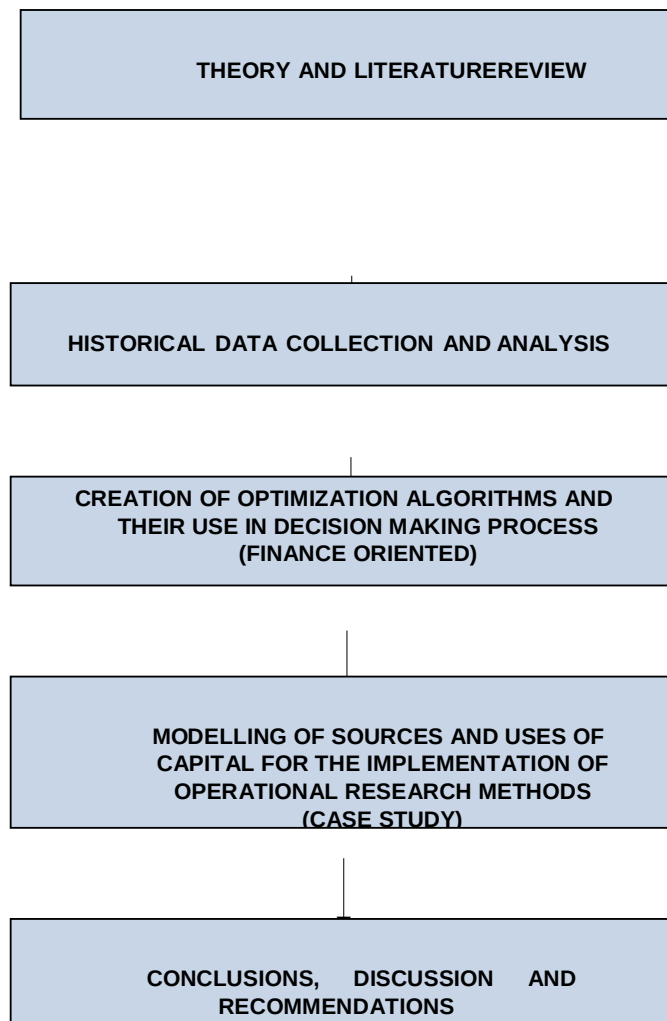
- *Αναφορά των παραδοσιακών και νέων μεθόδων βελτιστοποίησης και η σημαντικότητα τους στη διαδικασία λήψης αποφάσεων;*
- *Κατασκευή και μοντελοποίηση πρωτότυπων προβλημάτων της ελληνικής οικονομικής πραγματικότητας πάνω στη κατανομή πόρων και διαχείριση χαρτοφυλακίου στο δημόσιο και ιδιωτικό τομέα*

1.4 Περίγραμμα μεθοδολογίας

Προκειμένου να επιτευχθούν οι στόχοι της έρευνας, μια ολοκληρωμένη βιβλιογραφική επισκόπηση αποτελεί το σημείο εκκίνησης, ώστε να καθοριστεί η εστίαση της έρευνας. Στη συνέχεια, διεξάγεται έρευνα πεδίου και αποκτάται πρόσβαση σε αρχεία από ιστορικά δεδομένα τόσο του Δημοσίου τομέα όπως Τράπεζα Της Ελλάδος(ΤτΕ), Γενικό λογιστήριο του κράτους όσο και σε χρηματοοικονομικά στοιχεία εισηγμένων εταιριών του Ιδιωτικού τομέα της Ελλάδος, προκειμένου να συλλεχθούν αξιόπιστα στοιχεία για το κόστος, την απόδοση και την κατανάλωση πόρων. Τα δεδομένα που συλλέγονται αναλύονται ώστε να σχηματιστούν χρήσιμα και έγκυρα σύνολα δεδομένων και να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα για την ιστορική κατάσταση που έχει ακολουθηθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή. Έπειτα, κατασκευάζονται και υλοποιούνται θεωρητικά μοντέλα για την ορθολογική κατανομή των πόρων τόσο στο δημόσιο όσο και στον ιδιωτικό τομέα σταθμίζοντας όπου κρίνεται απαραίτητο και τον απαιτούμενο βαθμό αβεβαιότητας μέσω του ορισμού των μεταβλητών εισόδου να ακολουθούν μία κατάλληλη κατανομή που προσιδιάζει την ιστορική ακολουθία τους. Η δημιουργία μοντέλων περιλαμβάνει: επενδυτικά μοντέλα ορθολογικής κατανομής των πόρων με έμφαση στο πρόβλημα του σακιδίου (knapsack) όπου πρέπει να σταθμιστούν συμπληρωματικά (complementary) και αντικρουόμενα (conflict) έργα. Μοντέλα βέλτιστης διαχείρισης χαρτοφυλακίου τύπου [Markowitz, \(1952\)](#) εισάγοντας τον απαιτούμενο βαθμό αβεβαιότητας και χρησιμοποιώντας εναλλακτικά πιο κατάλληλα χρηματοοικονομικά μεγέθη ως στόχο EVA (Economic Value Added) [Ehrbar & Stewart, \(1999\)](#). Κατασκευή με πολλαπλά αντικείμενα ή στόχους με έμφαση στην ορθολογική κατανομή του διαθέσιμου προϋπολογισμού αξιοποιώντας τα διαθέσιμα ιστορικά στοιχεία μέσω της κατάλληλης στατιστικής και οικονομετρικής ανάλυσης.

Τα ευρήματα από την εφαρμογή των προαναφερθέντων μοντέλων σε πραγματικά δεδομένα και έργα αξιολογούνται κριτικά ώστε να είναι δυνατή η εξαγωγή συμπερασμάτων και να διαπιστωθεί αν αυτά ευθυγραμμίζονται με τον σκοπό και τους στόχους της έρευνας. Τέλος, προτείνονται συστάσεις για μελλοντικές ερευνητικές κατευθύνσεις τόσο προς τους ακαδημαϊκούς όσο και προς τους επαγγελματίες στον τομέα της διαδικασίας λήψης αποφάσεων και στη περαιτέρω συνεισφορά της

επιχειρησιακής έρευνας και ειδικά των μεθόδων βελτιστοποίησης στο χρηματοοικονομικό τομέα (finance). Το σχήμα 1.1 (σελίδα 32) περιγράφει τα διακριτά βήματα που απαιτούνται για την εκτέλεση του ερευνητικού έργου. Η λογική πίσω από την επιλογή της ερευνητικής μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε στη διατριβή αναλύεται εκτενώς στο κεφάλαιο 3.



Διάγραμμα 1.1 Περιγραφή Ερευνητικής διαδικασίας

1.5 Αιτιολογία διεξαγωγής της έρευνας

Η φιλοσοφία που διέπει την παρούσα διατριβή είναι να κατανοηθεί και να αναλυθεί η σπουδαιότητα των μεθόδων βελτιστοποίησης της επιχειρησιακής έρευνας στο τομέα λήψης αποφάσεων και στο χρηματοοικονομικό τομέα που μέσω προηγούμενης μελέτης δεν έχει ευρεία εφαρμογή. Ως εκ τούτου, η έρευνα αναμένεται να επιφέρει μια πρωτότυπη συμβολή στο θέμα της διαχείρισης το χαρτοφυλακίου επενδύσεων τόσο στο τομέα των ακινήτων (real estate) όσο και της ενέργειας όπως και στην ορθολογική κατανομή των διαθέσιμων πόρων του κρατικού προϋπολογισμού κάτι το οποίο κρίνεται επιτακτικό λόγω των νέων συνθηκών που διαμορφώνονται. Ενώ οι μέθοδοι μαθηματικής βελτιστοποιήσεως έχουν ευρεία εφαρμογή στο τομέα της μηχανικής (engineering) στο τομέα της χρηματοοικονομικής και λογιστικής η εφαρμογή τους είναι αρκετά περιορισμένη από συγκριτική μελέτη που διεξήχθη ο γραφών εξ όσον γνωρίζει ο γραφών δεν υπάρχει άλλη ερευνητική εργασία που να έχει προσπαθήσει να αξιοποιήσει μετα – ερευνητικές μεθόδους βελτιστοποίησης στους τομείς του accounting , finance and budgeting στην ελληνική οικονομική πραγματικότητα. Η έρευνα έχει ως κύριο κίνητρο την πολύπλοκη φύση των τυπικών προβλημάτων και στο συγκεκριμένο διαφορετικών επιστημονικών πεδίων που πρέπει να αξιοποιηθούν όπως η διοίκηση επιχειρήσεων, χρηματοοικονομικός τομέας και λογιστική για τη βέλτιστη αξιοποίηση των πληροφοριών που παρέχονται και της ανάπτυξης μαθηματικών μοντέλων βελτιστοποίησης. Σε γενικές γραμμές, οι διαχειριστές (manager) και οι διευθυντές στον τομέα των χρηματοοικονομικών προσπαθούν να κατανοήσουν, να λάβουν αποφάσεις με βάση τις διαθέσιμες πληροφορίες που έχουν και ένα μοντέλο βελτιστοποίησης θα τους έδινε τη δυνατότητα για πιο ορθολογική λήψη αποφάσεων με τη κατάλληλη παραμετροποίηση ανάλογα το στόχο που θέλουν να επιτύχουν. Στην παρούσα έρευνα, παρουσιάζονται τέτοιοι αλγόριθμοι οι οποίοι προσπαθούν να μοντελοποιήσουν και να βελτιστοποιήσουν διαδικασίες οι οποίες γίνονται με παραδοσιακές μεθόδους. Επειδή όμως τα πιο κατάλληλα μοντέλα είναι τα απλά, θα δοθεί έμφαση στο κρατηθούν τόσο απλά ώστε να κατανοούνται από τους χρήστες και παράλληλα να εξακολουθούν να είναι αρκετά σύνθετα ώστε ταυτόχρονα να

εξυπηρετούν τον σκοπό τους την επίλυση των υπό εξέταση προβλημάτων. Επιπλέον, παρά την προσπάθεια λίγων μελετών να συνδυάσουν τις σύγχρονες μεθόδους επιχειρησιακής έρευνας με τους τομείς που βρίσκονται στο πυρήνα των οικονομικών, οι περισσότερες από αυτές τείνουν να είναι θεωρητικές και να κατευθύνονται προς την ευρεία ανάλυση και όχι προς την επίλυση πρακτικών προβλημάτων διαχείρισης. Έτσι, η συμβολή των επιστημόνων δεδομένων και αλγορίθμων (data scientist) μέχρι σήμερα στους παραπάνω κλάδους δεν έχει τύχει της κατάλληλης ανάπτυξης χρησιμοποιώντας κυρίως αναλυτές δεδομένων (data analysts) όπου ο κύριος σκοπός τους είναι η οπτικοποίηση και η διεξαγωγή αναφορών ώστε να εξάγουν απόφαση οι διαχειριστές. Το παρόν ερευνητικό έργο επιχειρεί να καλύψει αυτό το κενό με την ανάπτυξη συνεπών και πρακτικών μεθοδολογιών που απορρέουν από τις βασικές θεωρητικές προσεγγίσεις του θέματος.

Κεφάλαιο 2

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ – ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

2.1 Εισαγωγή

Η βιβλιογραφική ανασκόπηση (literature Review) έχει δύο στόχους: πρώτον, μέσω της συστηματικής ανάγνωσης προηγούμενων δημοσιευμένων και αδημοσίευστων εργασιών οι οποίες περιέχουν πληροφορίες που σχετίζονται με την περιοχή του ερευνητικού ενδιαφέροντος, αντλούνται χρήσιμες πληροφορίες για την ανάπτυξη ενδιαφερόντων και πρωτότυπων θεμάτων προς την κατεύθυνση του ερευνητικού σκοπού- δεύτερον, βοηθά στη στον αποτελεσματικότερο ερευνητικό σχεδιασμό μέσω της ανάγνωσης προηγούμενων θέσεων πάνω στο ερευνητικό ζήτημα. Ουσιαστικά, μια βιβλιογραφική έρευνα επιχειρεί να ενσωματώσει προηγούμενες μελέτες και προηγούμενες επιστημονικές εργασίες, να δώσει έμφαση στα κεντρικά ζητήματα που πραγματεύεται μέσω του συνδυασμού των επιμέρους θεματικών περιοχών που την απαρτίζουν. Ο τομέας της επιχειρησιακής έρευνας και ειδικότερα η ορθολογική-βέλτιστη κατανομή των πόρων έχει συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον και λόγω της ραγδαίας αύξησης της τεχνητής νοημοσύνης και των υπολογιστικών δυνατοτήτων πολυάριθμες ερευνητικές προσπάθειες έχουν δημοσιευθεί με την πάροδο των ετών. Οι κύριες πηγές της βιβλιογραφίας περιλαμβάνουν: ακαδημαϊκά ερευνητικά περιοδικά με κριτές (π.χ. RISKS- Mathematics- Journal of Risk and Financial Management- Journal of Property Investment and Finance)- πρακτικά διεθνών συνεδρίων με κριτές που σχετίζονται με τον τομέα της χρηματοοικονομικής, της Διοίκησης Επιχειρήσεων και της επιχειρησιακής έρευνας. κλάδο, όπως ICABE(International Conference on Applied Business and Economics) και διδακτορικές διατριβές. Οι δευτερογενείς πηγές άντλησης επιστημονικής τεκμηρίωσης περιλαμβάνουν: εγχειρίδια από βιβλιοθήκες ελληνικών και ξένων πανεπιστημίων.

2.2 Η εξέλιξη της επιχειρησιακής έρευνας

Η επιχειρησιακή έρευνα πραγματεύεται τον τομέα της λήψης αποφάσεων, κατεξοχήν ανήκει στο κλάδο των μαθηματικών και εμπίπτει και στο πεδίο διοίκησης επιχειρήσεων. Οι βασικές τεχνικές επίλυσης που χρησιμοποιεί είναι η μαθηματική μοντελοποίηση, η στατιστική ανάλυση και η βελτιστοποίηση χρησιμοποιώντας παράλληλα τον προγραμματισμό για την επίλυση μεγάλου μεγέθους προβλημάτων και όρους από την οικονομική θεωρία. Η επιχειρησιακή έρευνα είναι πολύ σημαντικός κλάδος των μαθηματικών καθώς παρέχει ακριβείς λύσεις σε στελέχη επιχειρήσεων με σκοπό τη χρησιμοποίησή τους στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Η ιστορία της επιχειρησιακής έρευνας έχει τις ρίζες της στον Αρχιμήδη τον 3ο αιώνα π.Χ., για την βέλτιστη διάρθρωση της άμυνας στο πόλεμο των Συρακουσών. Μετέπειτα εξέχοντες εκπρόσωποι του κλάδου μαθηματικών όπως οι, Leibnitz, Bernoulli, Lagrange και Fourier τελειοποίησαν τις τεχνικές μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης συναρτήσεων [Nelder, & Mead, \(1965\)](#) καθώς και όρισαν την έννοια του γραμμικού προγραμματισμού [Dantzig, \(1963\)](#) εισάγοντας την έννοια της βελτιστοποίησης. Με την βοήθεια των μαθηματικών εξελίχθηκε ραγδαία καθώς πριν το τέλος του δευτέρου παγκοσμίου πολέμου, οι στρατιωτικές επιχειρήσεις είχαν γίνει πιο ακριβείς, αποδοτικές και μειώνοντας σημαντικά το κόστος. Ο επιστήμονας για να ορίσει το μοντέλο θα πρέπει να έχει άμεση επαφή με την καθημερινότητα και να γνωρίζει τις αιτιακές σχέσεις με το περιβάλλον. Ο αρχικός στόχος του είναι η δημιουργία του θεωρητικού υποβάθρου του προβλήματος, συγκεντρώνοντας όλες τις κύριες μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν το σύστημα. Μέσω της χρησιμοποίησης μαθηματικών συναρτήσεων επιτυγχάνεται η σύνδεση του θεωρητικού υποβάθρου με τη μαθηματική μοντελοποίηση. Τα μαθηματικά από μόνα τους διαχωρίζονται από τις υπόλοιπες επιστήμες καθώς τους έχει αποδοθεί ο χαρακτηρισμός «τέχνη» καθώς όλες οι υπόλοιπες επιστήμες χρησιμοποιούν τεχνικές των μαθηματικών για την επίλυση των δικών τους προβλημάτων.

2.2.1 Το αντικείμενο και η σημασία της επιχειρησιακής έρευνας

Η επιχειρησιακή έρευνα έχει ως κύριο χαρακτηριστικό το συγκερασμό μεταξύ της επιχειρηματικής πραγματικότητας και των επιστημονικών εργαλείων που παρέχουν οι επιστήμες κυρίως των μαθηματικών και της πληροφορικής. Τα τελευταία χρόνια έχει εφαρμογή σε διάφορους κλάδους όπως λογιστική (ανάλυση πιστοληπτικής ικανότητας και διαχείριση πηγών – χρήσεων κεφαλαίου), κατασκευαστικός (προγραμματισμός και παρακολούθηση έργου), μεταφορών (κατανομή πόρων), τηλεπικοινωνιών, χρηματοοικονομικός (ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου), Αξιολόγηση εναλλακτικών πολιτικών δημοσιονομικής διαχείρισης, ανάλυση και διαχείριση κινδύνου και άλλες επιχειρήσεις [Murphy, \(2005\)](#). Αρχικά πρέπει να υπάρξει παρατήρηση και ορισμός του προβλήματος, συγκεντρώνοντας όλα τα απαραίτητα δεδομένα. Στη συνέχεια πρέπει να οριστεί καταλλήλως το μαθηματικό μοντέλο το οποίο να περιλαμβάνει απολύτως τους υπό μελέτη στόχους με τους αντίστοιχους περιορισμούς. Ένα βασικό βήμα πριν την υλοποίηση είναι ο έλεγχος αντιπροσωπευτικότητας δηλαδή αν περιλαμβάνει με επάρκεια το ορισθέν μοντέλο όλα τα απαιτητά στοιχεία και μετά την υλοποίηση ο έλεγχος αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων και η εφαρμοσιμότητα τους σε πραγματικές συνθήκες. Τις περισσότερες φορές το αρχικό πρόβλημα αποτελείται από επιμέρους υπό προβλήματα των οποίων η υλοποίηση είναι προαπαιτούμενο για το τελικό και το επηρεάζει. Η ουσία όμως της Επιχειρησιακής έρευνας είναι η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης όχι απλά να προσπαθεί να βελτιώσει τις υπάρχουσες συνθήκες, στόχος της είναι ο καθορισμός μίας βέλτιστης συνθήκης που θα πρέπει να ακολουθηθεί κάθε φορά ανάλογα το στόχο της εκάστοτε ηγεσίας. Η εξέλιξη της επιχειρησιακή έρευνας, διαδραμάτισαν καθοριστικό ρόλο στη βελτίωση της αποδοτικότητας και παραγωγικότητας των επιχειρήσεων και κατ' επέκταση της οικονομίας κάθε χώρας και συνολικά. Η ευρεία εφαρμογή της Επιχειρησιακής έρευνας σε διάφορους κλάδους και η μεγάλη προσοχή που δίνεται από τις επιχειρήσεις στην έρευνα και ανάπτυξη φαίνεται και από τα επιστημονικά και επιχειρηματικά συνέδρια που διοργανώνονται κάθε χρόνο EURO (European Conference on Operational Research) και IFORS (International Federation of Operational Research Societies). Η ευρεία εφαρμογή σε διάφορους κλάδους της οικονομικής ζωής είναι εμφανής και το όλο και συνεχώς αυξανόμενο

ενδιαφέρον για εξοικονόμηση πόρων και μεγιστοποίηση ωφελειών ενδεικτικά αναφέρονται κάποιοι οργανισμοί και επιχειρήσεις στο Πίνακα 1.

Πίνακας 2.1 Εξοικονομήσεις πόρων λόγω της Ε.Ε (Πηγή: Hillier and Lieberman, 2010)

Federal Express	Logistical planning of shipments	1.3	Not estimated
Continental Airlines	Reassign crews to flights when schedule disruptions occur	2.2	\$40 million
Swift & Company	Improve sales and manufacturing performance	3.1	\$12 million
Memorial Sloan-Kettering Cancer Center	Design of radiation therapy	3.4	\$459 million
United Airlines	Plan employee work schedules at airports and reservations offices	3.4	\$6 million
Welch's	Optimize use and movement of raw materials	3.6	\$150,000
Samsung Electronics	Reduce manufacturing times and inventory levels	4.3	\$200 million more revenue
Pacific Lumber Company	Long-term forest ecosystem management	6.7	\$398 million NPV
Procter & Gamble	Redesign the production and distribution system	8.1	\$200 million
Canadian Pacific Railway	Plan routing of rail freight	9.3	\$100 million
United Airlines	Reassign airplanes to flights when disruptions occur	9.6	Not estimated
U.S. Military	Logistical planning of Operations Desert Storm	10.3	Not estimated
Air New Zealand	Airline crew scheduling	11.2	\$6.7 million
Taco Bell	Plan employee work schedules at restaurants	11.5	\$13 million
Waste Management	Develop a route-management system for trash collection and disposal	11.7	\$100 million
Bank Hapoalim Group	Develop a decision-support system for investment advisors	12.1	\$31 million more revenue
Sears	Vehicle routing and scheduling for home services and deliveries	13.2	\$42 million
Conoco-Phillips	Evaluate petroleum exploration projects	15.2	Not estimated
Workers' Compensation Board	Manage high-risk disability claims and rehabilitation	15.3	\$4 million
Westinghouse	Evaluate research-and-development projects	15.4	Not estimated
Merrill Lynch	Manage liquidity risk for revolving credit lines	16.2	\$4 billion more liquidity
PSA Peugeot Citroën	Guide the design process for efficient car assembly plants	16.8	\$130 million more profit
KeyCorp	Improve efficiency of bank teller service	17.6	\$20 million
General Motors	Improve efficiency of production lines	17.9	\$90 million
Deere & Company	Management of inventories throughout a supply chain	18.5	\$1 billion less inventory
Time Inc.	Management of distribution channels for magazines	18.7	\$3.5 million more profit
Bank One Corporation	Management of credit lines and interest rates for credit cards	19.2	\$75 million more profit
Merrill Lynch	Pricing analysis for providing financial services	20.2	\$50 million more revenue
AT&T	Design and operation of call centers	20.5	\$750 million more profit

Η Επιχειρησιακή Έρευνα συνδέεται στενά με το τομέα λήψης αποφάσεων και τη βέλτιστη κατανομή πόρων, ο στόχος της είναι να μοντελοποιήσει σύνθετες καταστάσεις για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του συστήματος και τη βελτιστοποίηση της απόδοσης του. Σύμφωνα με τη McGraw-Hill Science & Technology Encyclopedia ορίζεται η Ε.Ε ως εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων και τεχνικών στα προβλήματα λήψης αποφάσεων. Η ουσία της λήψης απόφασης έγκειται στην επιλογή μεταξύ διαφορετικών διαθέσιμων επιλογών με διαφορετικό και πολλές φορές άγνωστο

αποτέλεσμα. Ουσιαστικά η Ε.Ε ανήκει στο κλάδο των εφαρμοσμένων μαθηματικών που ασχολείται με τη βελτιστοποίηση της χρήσης των διαθέσιμων πηγών - πόρων, δεδομένων των περιορισμών. Όπως γίνεται αντιληπτό η επιχειρησιακή έρευνα περιλαμβάνει πολλούς επιμέρους τομείς όπως ο τομέας λήψης απόφαση και βελτιστοποίησης για αυτό είναι δύσκολο να υπάρξει ένας μοναδικός ορισμός.

1. Σύμφωνα με το Operational Research Society της Μεγάλης Βρετανίας η Επιχειρησιακή Έρευνα είναι η χρησιμοποίηση σύγχρονων επιστημονικών μεθόδων σε προβλήματα διαχείρισης πόρων στη βιομηχανία, τις επιχειρήσεις και την άμυνα. Μέσω του ορισμού της ανάπτυξης και της υλοποίησης του μοντέλου στοχεύει να βοηθήσει τη διοίκηση στη διαδικασία επιλογής κατάλληλης πολιτικής και δράσεων με επιστημονικό τρόπο.

Αναπτύσσουν επίσης σχετικό λογισμικό, συστήματα, υπηρεσίες και προϊόντα.

2. Επιχειρησιακή Έρευνα είναι η επιστημονική προετοιμασία των αποφάσεων της Διοικήσεως (με την επιστημονική ανάλυση των δεδομένων και τη δημιουργία μαθηματικών προτύπων) *Ελληνική Εταιρεία Επιχειρησιακών Ερευνών, Ε.Ε.Ε.Ε.*

3. Σύμφωνα με τους [Morse and Kimbal, 2003](#) η Ε.Ε ποσοτικοποιεί τα δεδομένα με τη χρησιμοποίηση της ανάλυσης δεδομένων και μαθηματικού προγραμματισμού με σκοπό τη λήψη απόφασης.

4. Οι [Miller and Starr, 1969](#) συνδέουν στενά την Ε.Ε με τη θεωρία αποφάσεων, η οποία χρησιμοποιεί κάθε επιστημονικό, μαθηματικό ή λογικό μέσο για να βοηθήσει την εκτελεστική εξουσία στην ορθολογική λήψη αποφάσεων.

Ένας πιο ολοκληρωμένος ορισμός είναι “Επιχειρησιακή Έρευνα είναι ο κλάδος της Διοίκησης Επιχειρήσεων που ασχολείται με την κατασκευή μαθηματικών μοντέλων και τη βέλτιστη λήψη αποφάσεων για την επίλυση επιχειρησιακών προβλημάτων του Αληθινού κόσμου”.



Διάγραμμα 2.1 Διαδικασία Επιχειρησιακής έρευνας (Πηγή: Leverage Edu.com)

2.2.2 Στάδια και διαδικασία υλοποίησης της Ε.Ε

Η Ε.Ε λόγω της στενής της σχέσης με τη διαδικασία λήψης αποφάσεων και τη μαθηματική μοντελοποίηση ορίζεται περισσότερο ως τέχνη παρά ως ξεχωριστή επιστήμη. Η χρησιμοποίηση μαθηματικών τεχνικών μοντελοποίησης δεν μπορούν να οδηγήσουν από μόνες τους στην υλοποίηση του στόχου, ο ορισμός του προβλήματος και η κατάλληλη επιλογή εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την εμπειρία, τη δημιουργικότητα και τη καινοτομία των εξειδικευμένων στελεχών διοίκησης [Morris, 1967](#). Τα βασικά στάδια της Ε.Ε ορίζονται ως ακολούθως: [Cheema, 2005](#).

- Ορισμός του προβλήματος
- Συλλογή και επιλογή των κατάλληλων δεδομένων.

- Κατασκευή μαθηματικού μοντέλου
- Επίλυση του μαθηματικού μοντέλου με χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης και τεχνητής νοημοσύνης.
- Έλεγχος αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων
- Έλεγχος εφαρμοσιμότητας της λύσης του μοντέλου
- Κατάλληλη παραμετροποίηση (εάν χρειάζεται) και εφαρμογή του μοντέλου

Ουσιαστικά η Ε.Ε. είναι ένα σημαντικό εργαλείο στα χέρια των διαχειριστών – διευθύνσεων για την επιλογή της κατάλληλης απόφασης, δηλαδή δεν αντικαθιστά τα στελέχη διοίκησης αλλά δρα συμβουλευτικά διευκολύνοντας το έργο τους [Shenoy, 1998](#).

Τα κύρια συστατικά στοιχεία ενός μαθηματικού μοντέλου – αλγορίθμου μπορούν να οριστούν ως εξής: [Dantzig, \(1982\)](#).

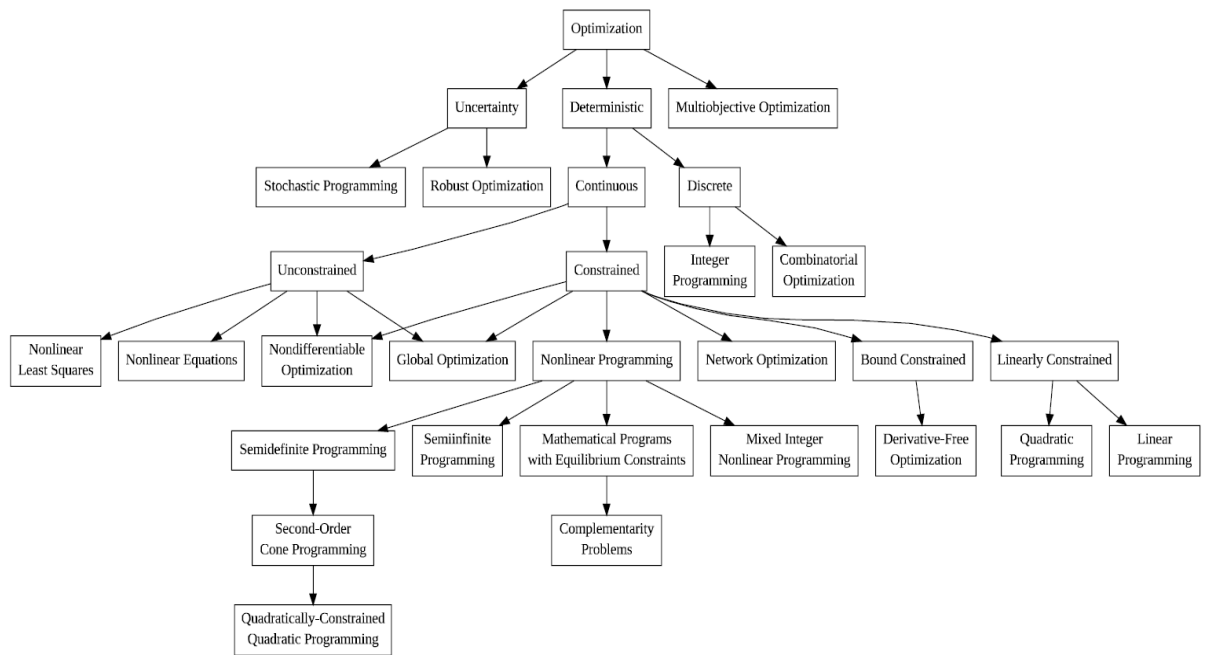
- Μεταβλητές απόφασης, όπου πρέπει να προσδιοριστούν για τον υπολογισμό της βέλτιστης λύσης του προβλήματος
- Περιορισμοί που προκύπτουν αντικειμενικά π.χ. έλλειψη πόρων ή λόγω στόχων της διοίκησης π.χ. διαφορετική κατανομή των διαθέσιμων πόρων
- Η αντικειμενική συνάρτηση που είναι μοντελοποίηση του στόχου της επιχείρησης
- Η βέλτιστη λύση του μοντέλου όπου προσδιορίζεται από ένα σύνολο εφικτών λύσεων (ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς) όπου βελτιστοποιούν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.
- Η Ε.Ε έρευνα παρέχει τη βέλτιστη απόφαση με βάση συγκεκριμένους στόχους ο οποίοι πρέπει να καθοριστούν από εξειδικευμένα στελέχη, η ανάγκη για παραμετροποίηση του μοντέλου στις συνεχώς μεταβαλλόμενες συνθήκες καθιστά αδύνατη τη δημιουργία βέλτιστης στρατηγικής κάτω από οποιοσδήποτε συνθήκες.

2.3 Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

Η θεωρία της Διοίκησης (Management) σχετίζεται στενά με τη διαδικασία λήψης της βέλτιστης απόφασης σε κάθε πιθανό πρόβλημα που προκύπτει, ουσιαστικά Επιχειρησιακή Έρευνα περιέχει τη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Η βέλτιστη λύση δεν αναφέρεται με γενικό και αφηρημένο τρόπο αλλά κάτω από τις συνθήκες που ορίζουμε να ισχύουν(κριτήρια – περιορισμοί) και ανάλογα τη βεβαιότητα αυτών των παραδοχών χωρίζονται σε ντετερμινιστικά ή στοχαστικά . Η βελτιστοποίηση ουσιαστικά ανήκει στο κλάδο των μαθηματικών και αναφέρεται στον υπολογισμό ακρότατου μιας συνάρτησης, μιας ή περισσότερων μεταβλητών. Ο κλάδος των μαθηματικών και της μηχανικής είναι οι δύο κλάδοι που ασχολούνται κυρίως με τα προβλήματα βελτιστοποίησης και τα τελευταία χρόνια ο κλάδος πληροφορικής έχει λάβει σημαντικό μερίδιο στην επίλυση τέτοιων προβλημάτων. Το βασικό συστατικό είναι η κατασκευή του κατάλληλου μαθηματικού μοντέλου όπου αναπαρίσταται προβλήματα της πραγματικής ζωής με μαθηματικές έννοιες με σκοπό τη χρησιμοποίησης των κατάλληλων αλγορίθμων επίλυσης.

Η επιχειρησιακή έρευνα περιλαμβάνει τις εξής τεχνικές βελτιστοποίησης:

- Μαθηματικός προγραμματισμός
 - Γραμμικός / Μη γραμμικός προγραμματισμός
 - Ακέραιος Προγραμματισμός
 - Συνδυαστική Βελτιστοποίηση
 - Δυναμικός Προγραμματισμός
- Ευρετικοί και μετα –ευρετικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης
- Ανάλυση δικτύων
- Στατιστική και στοχαστική ανάλυση
- Θεωρία Ουρών Αναμονής
- Μαρκοβιανές Διαδικασίες Αποφάσεων
- Προσομοίωση



Διάγραμμα 2.2 NEOS Κατηγοριοποίηση προβλημάτων βελτιστοποίησης (Πηγή: [neos guide.org](https://neos-guide.org))

2.3.1 Monte Carlo Simulation

Η προσομοίωση είναι μια διαδικασία όπου μέσω της δημιουργίας του κατάλληλου μοντέλου που θα περιγράφει το πρόβλημα προσπαθεί μέσω της παραγωγής δοκιμαστικών λύσεων να καθορίσει την καλύτερη δυνατή λύση όπου τις περισσότερες φορές χρειάζεται μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Η προσομοίωση ουσιαστικά χρησιμοποιείται όταν δεν είναι δυνατή η ακριβής λύση του μοντέλου ή συνεπικουρεί στη δημιουργία υβριδικών μοντέλων. Όταν οι μεταβλητές χαρακτηρίζονται ως “τυχαίες” δηλαδή η τιμή τους δεν είναι σταθερή (ντετερμινιστικά μοντέλα) εισέρχεται η διαδικασία της προσομοίωσης για να δώσει λύση (στοχαστικά μοντέλα). Η διαδικασία της προσομοίωσης είναι μία τεχνική στατιστικών μετρήσεων, σε κάθε δοκιμή η μεταβλητές παίρνουν μια τιμή η οποία επιλέγονται τυχαία από την κατανομή πιθανότητας επιλέγεται. Έτσι, έχοντας πραγματοποιήσει αρκετές επαναλήψεις, παράγονται στατιστικές μετρήσεις που περιγράφουν επαρκώς το σύστημα. Σύμφωνα με τον ορισμό του [Shannon, \(1975\)](#), προσομοίωση είναι η διαδικασία σχεδιασμού ενός μοντέλου ενός πραγματικού συστήματος και διεξαγωγής πειραμάτων για την κατανόηση της συμπεριφοράς του συστήματος ή για την αξιολόγηση στρατηγικών. Ο χρήστης τροφοδοτεί το μοντέλο με διάφορες τιμές για τις μεταβλητές εισόδου και παρατηρεί τις αντιδράσεις και τη

συμπεριφορά του μοντέλου. Η πιο ευρέως διαδεδομένη διαδικασία προσομοίωσης είναι η Monte Carlo Simulation [Metropolis & Ulam, \(1949\)](#), το όνομα Μόντε Κάρλο προέρχεται από την ομώνυμη πόλη του Μονακό, όπου εδρεύει και το διάσημο καζίνο. Το Monte Carlo Simulation είναι μια προσομοίωση η οποία βασίζεται σε συνεχόμενη τυχαία δειγματοληψία και στατιστική ανάλυση για να υπολογίσει τα αποτελέσματα. Η μέθοδος προσομοίωσης είναι πειράματα τύχης, χωρίς προκαθορισμένο αποτέλεσμα και έχει ευρεία χρήση στην επιστήμη των χρηματοοικονομικών σε τομείς όπως η διαχείριση χαρτοφυλακίου πολλές φορές αναφέρεται και ως μια προσέγγιση της ανάλυσης ευαισθησίας [Raychaudhuri, \(2008\)](#). Η προσομοίωση Monte Carlo διαφοροποιείτε από τις προηγούμενες μεθόδους στο εύρος που μπορούν να κινηθούν οι αποδόσεις. Μέσω της υπόθεσης μιας ότι οι αποδόσεις ακολουθούν μια συγκεκριμένη κατανομή προσομοιώνει με τυχαίο τρόπο δημιουργώντας πλήθος πιθανών σεναρίων. [Boyle, \(1977\)](#)

Κατά την δημιουργία του μαθηματικού μοντέλου ορίζονται οι παράμετροι για τις μεταβλητές εισόδου και εξόδου Στην προσομοίωση Monte Carlo επιλέγουμε μια κατανομή με το κατάλληλο ρίσκο που εμπεριέχει αυτή η επιλογή, από την οποία παράγονται οι μεταβλητές με τις κατάλληλες παραμέτρους που ορίσαμε, έπειτα εκλέγεται ένα τυχαίο δείγμα αντιπροσωπευτικό με βάση τις παραμέτρους που ορίστηκαν. Για κάθε τιμή των εισαγόμενων παραμέτρων αντιστοιχεί ένα διαφορετικό σενάριο στην προσομοίωση, στο τέλος συλλέγονται οι τιμές των μεταβλητών εξόδου και εφαρμόζεται στατιστική ανάλυση για τη λήψη απόφασης [Raychaudhuri S. \(2008\)](#).

Μεθοδολογία Monte Carlo Simulation

Τα βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν για την υλοποίηση της προσομοίωσης περιγράφονται αναλυτικά.

Βήμα 1^ο: Αρχικά δημιουργείται το στατιστικό ντετερμινιστικό μοντέλο το οποίο αναπαριστά επαρκώς το φαινόμενο που θέλουμε να μελετήσουμε, οι παράμετροι χρησιμοποιούν τις πιο πιθανές τιμές.

Βήμα 2^ο: Στη συνέχεια εισάγεται η αβεβαιότητα στο μοντέλο λόγω της στοχαστικής φύσης των μεταβλητών, θα πρέπει υποθέσουμε την κατανομή των μεταβλητών εισόδου. Συνήθως χρησιμοποιείται ιστορικά δεδομένα πάνω στις μεταβλητές εισόδου εφαρμόζοντας πάνω τους τεστ καλής προσαρμογής ή μεθόδους μέγιστης πιθανοφάνειας για να ελέγξουμε την κατανομή των δεδομένων.

Βήμα 3^ο: Αφού έχουν οριστεί οι κατανομές των μεταβλητών εισόδου σύνολα τυχαίων αριθμών από αυτές. Στη κάθε δοκιμή θέτεται η τιμή που παράχθηκε τυχαία στο ντετερμινιστικό μοντέλο που αναπτύξαμε και έτσι παράγονται οι μεταβλητές εξόδου. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται ώστε να ληφθούν τα διαφορετικά σύνολα εξαγόμενων μεταβλητών που ορίστηκαν.

Βήμα 4^ο: Αφού συλλεχθούν όλα τα πιθανά σύνολα των μεταβλητών εξόδου, εφαρμόζεται στατιστική ανάλυση, ώστε να εξαχθούν στατιστικά συμπεράσματα πάνω στα δεδομένα ανάλυσης με σκοπό τη λήψη απόφασης.

Για την υλοποίηση της διαδικασίας λόγω του μεγάλου υπολογιστικού κόστους χρησιμοποιούνται διαφορετικά προγραμματιστικά-υπολογιστικά πακέτα όπως η Java, η C++, η Python ακόμη και το Microsoft Excel. Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μια εξαιρετικά χρήσιμη μαθηματική τεχνική για την ανάλυση αβέβαιων σεναρίων και παρέχοντας ανάλογα το επίπεδο αβεβαιότητας που επιλέγεται πιθανά αποτελέσματα υπό διαφορετικές καταστάσεις [Raychaudhuri S. \(2008\)](#)..

2.3.2 Μαθηματικός προγραμματισμός

2.3.2.1 Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς (Unconstrained optimization)

Η βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς αναφέρεται το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης μιας αντικειμενικής συνάρτησης που εξαρτάται από πραγματικές μεταβλητές χωρίς περιορισμούς στις τιμές τους.

Ακρότατα:

- Είναι συνήθως ένα ελάχιστο ή ένα μέγιστο (είτε ολικό είτε τοπικό), ή σημεία καμπής.
- Τα ακραία σημεία εμφανίζονται όταν η κλίση (ή ο ρυθμός μεταβολής) της συνάρτησης ισούται με το μηδέν (συνθήκη πρώτης τάξης).

Εύρεση λύσεων ακραίων σημείων :

Η στιγμιαία κλίση (ή η πρώτη παράγωγος) ορίζεται ως dy/dx όπου d είναι ο ρυθμός μεταβολής.

$$y' = f'(x) = dy/dx \quad (1)$$

Η πρώτη παράγωγος μιας συνεχούς διαφορίσιμης συνάρτησης ενός διανύσματος μεταβλητών ορίζεται ως κλίση ή ανάδελτα (gradient) της f στο σημείο x :

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \dots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Συνθήκες πρώτης και δεύτερης τάξης:

Προκειμένου να προσδιοριστεί το x^* στο μέγιστο/μηδέν μιας συνάρτησης χωρίς περιορισμούς

- Πρώτης τάξης (αναγκαία) συνθήκη η κλίση πρέπει να είναι 0, δηλαδή $f'(x^*) = 0$ ή πιο γενικά $\nabla f(x^*) = 0$ το σημείο αυτό λέγεται στάσιμο σημείο. Η συνθήκη αυτή είναι αναγκαία, αλλά όχι ικανή συνθήκη για ένα τοπικό ελάχιστο.
- Συνθήκη δεύτερης τάξης (επαρκής ή ικανή) - καθορίζει πού το ακραίο σημείο είναι $\min$ ή $\max$ λαμβάνοντας τη δεύτερη παράγωγο, $f''(x)$ ή $\nabla^2 f(x)$.

Ένα στάσιμο σημείο που δεν είναι μέγιστο ή ελάχιστο καλείτε σαγματικό σημείο (saddle or inflection point).

Απαραίτητη προϋπόθεση: Η δήλωση A είναι αναγκαία συνθήκη για τη δήλωση B εάν (και μόνο εάν) το ψεύδος της A εγγυάται το ψεύδος της B. Σε μαθηματικό συμβολισμό: $\text{not}A \Rightarrow \text{not}B$

Επαρκής συνθήκη: Η δήλωση A είναι ικανή συνθήκη για τη δήλωση B, εάν (και μόνο εάν) η αλήθεια της A εγγυάται την αλήθεια της B. Σε μαθηματικό συμβολισμό: $A \Rightarrow B$

Εάν $f'(x) > 0$ το ακραίο σημείο είναι ένα τοπικό ελάχιστο

Αν $f'(x) < 0$ το ακραίο σημείο είναι τοπικό μέγιστο

Εάν $f'(x) = 0$ είναι ασαφές

Ειδικότερα αν:

Αν $f(x)$ είναι κυρτό τότε ολικό ελάχιστο

Αν $f(x)$ είναι κοίλη τότε ολικό μέγιστο

Η δεύτερη παράγωγος μιας συνεχούς δύο φορές διαφορίσιμης συνάρτησης ενός διανύσματος μεταβλητών ορίζεται ως πίνακας Hessian της f στο σημείο x

$$H(x) = \nabla^2 f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x_1 x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x_n x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x_n^2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Θεώρημα 1: (Αναγκαία συνθήκη τοπικού μεγίστου (ελαχίστου))

Έστω $f: R^n \rightarrow R$ μια C^2 συνάρτηση η οποία παρουσιάζει τοπικό μέγιστο (ελάχιστο) στο $\underline{x}^* \in R^n$. Τότε: Α) $\nabla f(\underline{x}^*) = 0$ και Β) Ο πίνακας Hesse $H f(\underline{x}^*)$ είναι αρνητικά (θετικά) ημιορισμένος.

Θεώρημα 2: (Ικανή συνθήκη τοπικού μεγίστου(ελαχίστου))

Έστω $f: R^n \rightarrow R$ και $\underline{x}^* \in R^n$:

Α) $\nabla f(\underline{x}^*) = 0$ και Β) Ο πίνακας Hesse $H f(\underline{x}^*)$ είναι αρνητικά (θετικά) ορισμένος.

Τότε το $\underline{x}^*$ αποτελεί τοπικό μέγιστο(ελάχιστο).

Θα πρέπει να τονιστεί ότι ο χαρακτηρισμός ενός πίνακα σε θετικά ή αρνητικά (ημι)ορισμένο γίνεται με χρήση θεωρημάτων και πολύ σπάνια χρησιμοποιείται ο ακριβής ορισμός.

Θεώρημα

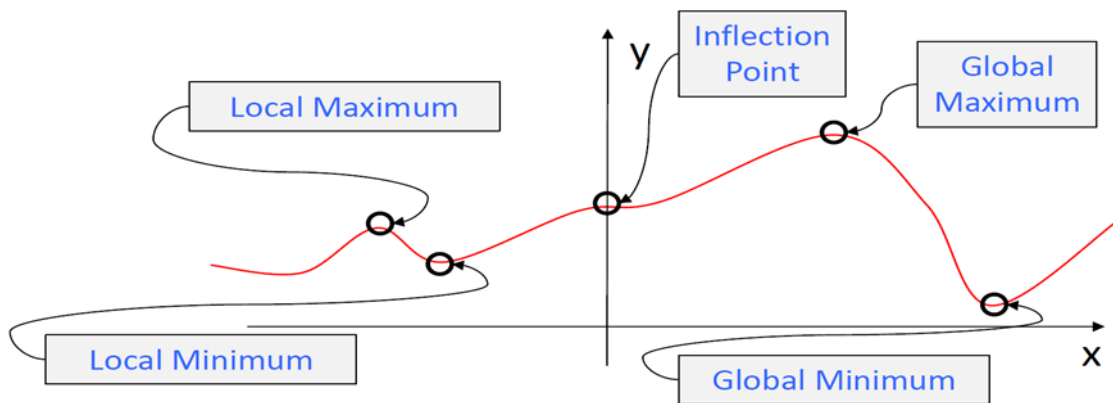
Ένας πραγματικός $n \times n$ συμμετρικός πίνακας είναι θετικά ορισμένος εάν:

- 1) Οι ιδιοτιμές του είναι θετικές,
- 2) Οι άνω αριστεροί τετραγωνικοί υποπίνακες του έχουν θετικοί ορίζουσα.

Στα προβλήματα μη περιορισμένου βελτιστοποίησης, εάν μια συνάρτηση $f: F \subseteq R^n \rightarrow R$ είναι κοίλη και το F είναι κυρτό υποσύνολο του R^n , τότε κάθε τοπικό μέγιστο της είναι και παγκόσμιο, δηλαδή λύση του προβλήματος μη περιορισμένου βελτιστοποίησης. Επομένως, είναι σημαντικό να έχουμε έναν τρόπο να ελέγξουμε την κυρτότητα της συνάρτησης f . Η παραπάνω πρόταση αποτελεί θεώρημα στον λογισμό πολλών μεταβλητών. Το επόμενο θεώρημα μας βοηθάει να δείξουμε εάν μια συνάρτηση f είναι κοίλη ή κυρτή.

Θεώρημα

Έστω $f: F \subseteq R^n \rightarrow R$, μια C^2 συνάρτηση. Η f είναι κυρτή (κοίλη) αν και μόνο αν οι πίνακες $Hf(\underline{x})$ είναι θετικά (αρνητικά) ημιορισμένοι για όλα τα $\underline{x} \in R^n$.



Διάγραμμα 2.3 Ακρότατα σημεία (Πηγή: MIT Center for Transportation & Logistics)

Αντικειμενική Συνάρτηση:

$$\min_{x \in R^n} f(x) \quad (4)$$

Ορισμός:

$$x^* \text{ είναι τοπικό ελάχιστο εάν } \exists N(x^*) : f(x^*) \leq f(x), \forall x \in N(x^*) \quad (5)$$

Συνθήκες Βελτιστοποίησης:

1^ο βαθμού Αναγκαία συνθήκη : Εάν x^* είναι τοπικό ελάχιστο τότε $\nabla f(x^*) = 0$

2^ο βαθμού Αναγκαία συνθήκη: Εάν x^* είναι τοπικό ελάχιστο τότε $\nabla f(x^*) = 0$ και $H(x^*)$ θετικά ή μι - ορισμένος

2^ο βαθμού Επαρκής συνθήκη: Εάν $\nabla f(x^*) = 0$ and $H(x^*)$ θετικά ή μι - ορισμένος τότε x^* είναι τοπικό ελάχιστο

Για την αλγεβρική επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς ελέγχουμε αν η κλίση της συνάρτησης μηδενίζεται $\nabla f(x) = 0$ και εξετάζουμε για τα σημεία που την μηδενίζουν αν ο Χεσσιανός πίνακας είναι θετικά ή αρνητικά ημιορισμένος. Εάν είναι ένα από τα δύο, τότε μπορούμε να χαρακτηρίσουμε το σημείο ως θέση τοπικού ακροτάτου. Τέλος ελέγχουμε αν η συνάρτηση είναι κοίλη ή κυρτή, ώστε να χαρακτηρίσουμε τα σημεία που βρήκαμε ως ολικά ή τοπικά ακρότατα, και έτσι να αποτελούν λύση του προβλήματος.

Η παραπάνω αλγεβρική επίλυση μπορεί να φαντάζει ιδανική λόγω της ευκολίας και της απλότητας της, ωστόσο συναντά αρκετά προβλήματα όταν έχουμε μεγάλο αριθμό μεταβλητών απόφασης και όταν δεν μπορούμε εύκολα να ελέγξουμε αν ένας πίνακας

είναι θετικά ή αρνητικά (ημι)ορισμένος. Επίσης, οι αντικειμενικές συναρτήσεις σπάνια έχουν μοναδική κυρτότητα και αρκετές φορές εμφανίζουν σαγματικά σημεία, δηλαδή σημεία στα οποία η κυρτότητα της αντικειμενικής συνάρτησης αλλάζει. Θα δούμε λοιπόν δύο μεθόδους επίλυσης προβλημάτων μη περιορισμένου βελτιστοποίησης, τον αλγόριθμο της βαθμίδας και τη μέθοδο Newton-Raphson.

Αλγόριθμος βαθμίδας (Steepest Ascent)

Ο αλγόριθμος βαθμίδας είναι ένας αλγόριθμος επίλυσης προβλημάτων μη περιορισμένου βελτιστοποίησης που βασίζεται στη χρήση της βαθμίδας της αντικειμενικής συνάρτησης. Ο αλγόριθμος ξεκινάει από μια αρχική τιμή για τις μεταβλητές απόφασης και στη συνέχεια κινείται προς την κατεύθυνση της βαθμίδας της αντικειμενικής συνάρτησης μέχρι να βρεθεί ένα τοπικό ακρότατο. Ο αλγόριθμος συνεχίζει να κινείται προς τα τοπικά ακρότατα μέχρι να βρεθεί η παγκόσμια λύση του προβλήματος.

Ο αλγόριθμος βαθμίδας είναι ένας πολύ απλός αλγόριθμος που είναι εύκολος στην εφαρμογή. Ωστόσο, ο αλγόριθμος μπορεί να μην είναι αποτελεσματικός όταν έχουμε μεγάλο αριθμό μεταβλητών απόφασης ή όταν η αντικειμενική συνάρτηση είναι πολύ σύνθετη. [Bryson & Denham, \(1962\)](#)

Εκκίνηση: Επιλέγουμε την επιθυμητή ακρίβεια ε και το αρχικό σημείο $\underline{x}_0$. Εξετάζουμε το κριτήριο διακοπής.

Επανάληψη: Έστω ότι το σημείο $\underline{x}_n$ έχει υπολογισθεί ορίζουμε:

$$g(t) = f(\underline{x}_n + t\nabla f(\underline{x}_n)), t \geq 0 \quad (6)$$

Χρησιμοποιώντας κάποια μέθοδο για μονοδιάστατα προβλήματα μεγιστοποιούμε την g , δηλαδή βρίσκουμε το t^* :

$$g(t^*) = \max(g(t)) \quad (7)$$

Θέτουμε $\underline{x}_{n+1} = \underline{x}_n + t^*\nabla f(\underline{x}_n)$. Εξετάζουμε το κριτήριο διακοπής.

Κριτήριο Διακοπής

Αν $\|f(\underline{x}_n)\| < \varepsilon$, ο αλγόριθμος σταματάει και το $\underline{x}_n$ είναι προσεγγιστικά ένα σημείο μεγίστου. Εάν $\|f(\underline{x}_n)\| \geq \varepsilon$ εκτελούμε την επόμενη επανάληψη.

Μέθοδος Newton-Raphson

Η μέθοδος Newton-Raphson είναι ένας αλγόριθμος επίλυσης προβλημάτων μη περιορισμένου βελτιστοποίησης που βασίζεται στη χρήση της δεύτερης παράγωγος της

αντικειμενικής συνάρτησης. Η προσέγγιση αυτή προκύπτει από ανάπτυξη σε σειρά Taylor γύρω από ένα δοκιμαστική πρώτη λύση. Η προσεγγιστική συνάρτηση μεγιστοποιείται για να πάρουμε την επόμενη προσεγγιστική λύση. Η μέθοδος ξεκινάει από μια αρχική τιμή για τις μεταβλητές απόφασης και στη συνέχεια υπολογίζει τη δεύτερη παράγωγη της αντικειμενικής συνάρτησης στο σημείο αυτό. Η μέθοδος στη συνέχεια χρησιμοποιεί τη δεύτερη παράγωγη για να υπολογίσει μια κατεύθυνση κίνησης προς την κατεύθυνση της ελάχιστης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Ο αλγόριθμος συνεχίζει να κινείται προς την κατεύθυνση της ελάχιστης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης μέχρι να βρεθεί η παγκόσμια λύση του προβλήματος. Η μέθοδος Newton-Raphson είναι ένας πολύ αποτελεσματικός αλγόριθμος που μπορεί να βρεθεί η παγκόσμια λύση του προβλήματος σε σύντομο χρονικό διάστημα. Ωστόσο, η μέθοδος μπορεί να μην είναι σταθερή όταν η αντικειμενική συνάρτηση είναι πολύ σύνθετη. [Dembo et al., \(1982\)](#).

Όταν η αντικειμενική συνάρτηση είναι κοίλη και οι δοκιμαστική λύση $\underline{x}$ και το ανάδελτα της συνάρτησης $\nabla f(\underline{x})$ είναι εκπεφρασμένα σαν διανύσματα στήλης το νέο διάνυσμα $\underline{x}'$ το οποίο μεγιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση έχει τη μορφή

$$\underline{x}' = \underline{x} - [Hf(\underline{x})]^{-1} \nabla f(\underline{x}) \quad (8)$$

Όπου $[Hf(\underline{x})]^{-1}$ είναι ο αντίστροφος του Εσσιανού πίνακα για την αρχική δοκιμαστική λύση και $\nabla f(\underline{x})$ η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης για τη λύση.

2.3.2.2 Βελτιστοποίηση υπό περιορισμούς

Γενική μορφή ενός προβλήματος βελτιστοποίησης με περιορισμούς ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \min_{x \in R^n} f(x) \\ c_i = 0 \text{ με } i \in E \end{aligned} \quad (9)$$

$$c_i \leq 0 \text{ με } i \in I \quad (10)$$

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$$

$$f: R^n \rightarrow R$$

$$c_i: R^n \rightarrow R \forall i \in E \cup I$$

2.3.2.2.1 Γραμμικός Προγραμματισμός

Στον πυρήνα του των προβλημάτων βελτιστοποίησης ανήκει ο γραμμικός προγραμματισμός, γνωστός και ως γραμμική βελτιστοποίηση, εμβαθύνει στη σφαίρα ενός από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα προβλήματα των μαθηματικών - του γραμμικού προβλήματος. Ιδιαίτερα στον τομέα της επιχειρηματικής έρευνας, ο γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί μια σύγχρονη προσέγγιση για τη μαθηματική βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης (γραμμική), ενώ τηρεί διάφορους περιορισμούς που περιλαμβάνουν γραμμικές ισότητες και ανισότητες. Ο χώρος που δημιουργείται από τους περιορισμούς είναι ένα κυρτό πολύεδρο. Η βέλτιστη λύση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι ένα σημείο του πολύεδρου στο οποίο η αντικειμενική συνάρτηση λαμβάνει τη μικρότερη τιμή (για minimization) ή τη μεγαλύτερη τιμή (για maximization). θεωρείται ο πατέρας του γραμμικού προγραμματισμού. Ο [Dantzig, \(1963\)](#) ανέπτυξε την πρώτη μέθοδο επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, γνωστή ως μέθοδος Simplex. Η μέθοδος Simplex είναι μια αλγοριθμική μέθοδος που ξεκινά από ένα σημείο του πολύεδρου και στη συνέχεια κινείται προς τα εμπρός μέχρι να βρει τη βέλτιστη λύση. Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο εργαλείο στη βιομηχανία και την έρευνα. Χρησιμοποιείται για τη λύση μιας ποικιλίας προβλημάτων, όπως η λήψη αποφάσεων παραγωγής, η επιλογή πόρων και η βελτιστοποίηση διανομής, ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα ισχυρό εργαλείο που μπορεί να βοηθήσει τις επιχειρήσεις να βελτιώσουν την απόδοσή τους και να αυξήσουν τα κέρδη τους. Είναι ένα σχετικά απλό εργαλείο που μπορεί να λύσει μια ποικιλία προβλημάτων. Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο εργαλείο στη βιομηχανία και την έρευνα.

Η γενική διατύπωση του γενικού προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού (Π.Γ.Π.) είναι η εξής:

Δίνεται μια πραγματική συνάρτηση n μεταβλητών:

$$f: R^n \rightarrow R: \underline{x}=(x_1 x_2 \dots x_n) \mapsto f(\underline{x}) \quad (11)$$

Και ένα σύνολο $F \subseteq R^n$ να βρεθεί (εάν υπάρχει) $\underline{x}^* \in F$:

$$f(\underline{x}^*) = \max\{f(\underline{x}): \underline{x} \in F\} \text{ ή } f(\underline{x}^*) = \min\{f(\underline{x}): \underline{x} \in F\} \quad (12)$$

Γενικά ισχύει ότι $\max(f(x)) = -\min(f(x))$ οπότε κάθε πρόβλημα ελαχιστοποίησης μπορεί να μετατραπεί σε πρόβλημα βελτιστοποίησης. Έτσι χωρίς βλάβη της γενικότητας μπορούμε να πούμε ότι το γενικό πρόβλημα του μαθηματικού προγραμματισμού είναι η εύρεση

$$\underline{x}^* \in F: f(\underline{x}^*) = \max\{f(\underline{x}): \underline{x} \in F\}. \quad (13)$$

$f(\underline{x})$: αντικειμενική συνάρτηση

F : εφικτή περιοχή λύσεων και τα σημεία του ονομάζονται εφικτές λύσεις του προβλήματος

$\underline{x}^*$: Άριστη ή βέλτιστη λύση είναι κάθε εφικτή λύση που μεγιστοποιεί την $f(\underline{x})$.

Αν η αντικειμενική συνάρτηση $f(\underline{x})$ είναι γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών $x_1, x_2, \dots, x_n$ και η εφικτή περιοχή απαρτίζεται αποκλειστικά από γραμμικούς περιορισμούς ως προς τις μεταβλητές, τότε ορίζεται ως γραμμικού προγραμματισμού:

$$\text{Να βρεθεί το : } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (14)$$

Όταν ισχύουν οι παρακάτω περιορισμοί:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq, =, \geq b_1 \quad (15)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq, =, \geq b_2 \quad (16)$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq, =, \geq b_m \quad (17)$$

Επιπρόσθετα, ισχύει ότι :

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

a_{ij}, b_i και c_j με $i = 1, \dots, m$ και $j = 1, \dots, n$ πραγματικές σταθερές.

Συνοπτικά ένα Π.Γ.Π. μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\max \text{ ή } \min z = \sum_{j=1}^n x_j c_j. \quad (18)$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq, =, \geq b_i, \text{ για } i=1, \dots, m \text{ και } x_j \geq 0 \text{ για } j=1, \dots, n. \quad (19)$$

Μέθοδοι Επίλυσης Προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού

1) Γραφική μέθοδος επίλυσης ενός Π.Γ.Π.

Η γραφική μέθοδος επίλυσης είναι μια μέθοδος επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού (ΓΠ) που βασίζεται στη γραφική παράσταση των περιορισμών του προβλήματος σε ένα επίπεδο ή στο χώρο. Η μέθοδος αυτή είναι εφικτή μόνο για προβλήματα με δύο ή τρεις μεταβλητές, καθώς δεν είναι δυνατό να παρασταθεί γραφικά ένα πρόβλημα με περισσότερες από τρεις μεταβλητές.

Για να επιλύσουμε ένα πρόβλημα ΓΠ με τη γραφική μέθοδο, ακολουθούμε τα ακόλουθα βήματα:

1. Σχεδιάζουμε ένα σύστημα αξόνων για τις μεταβλητές απόφασης (συνήθως x και y).
2. Στη συνέχεια, σχεδιάζουμε κάθε ανισότητα του μοντέλου. Ο σχεδιασμός μιας ανισότητας διαιρεί το επίπεδο σε δύο ημι-επίπεδα, ένα που ικανοποιεί την ανισότητα και ένα που δεν την ικανοποιεί.
3. Η περιοχή που απομένει από τον σχεδιασμό όλων των ισοτήτων (ανισοτήτων στην πραγματικότητα) περιέχει το σύνολο των εφικτών λύσεων, δηλαδή όσων δεν παραβιάζουν τους περιορισμούς ή τις συνθήκες.
4. Σχεδιάζουμε την αντικειμενική συνάρτηση και βρίσκουμε ποια από τις εφικτές λύσεις την μεγιστοποιεί ή την ελαχιστοποιεί (ανάλογα με τον κανόνα συμπεριφοράς του προβλήματος). Για διάφορες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης την αναπαριστούμε γραφικά στο γράφημα των περιορισμών.
5. Οι συντεταγμένες του σημείου αυτού είναι οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών του ΠΓΠ που επιδιώκουμε να προσδιορίσουμε.

Η γραφική μέθοδος επίλυσης είναι μια απλή και κατανοητή μέθοδος, ωστόσο είναι περιορισμένη σε προβλήματα με μικρό αριθμό μεταβλητών. Για προβλήματα με μεγάλο αριθμό μεταβλητών, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε πιο σύνθετες μεθόδους, όπως η μέθοδος Simplex.

2) Μέθοδος Simplex για λύση γενικού Π.Γ.Π.

Η μέθοδος Simplex είναι μια αλγεβρική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προβλήματα με οποιοδήποτε αριθμό μεταβλητών. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην ιδέα της βελτιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης με τη μετακίνηση από ένα σημείο στο επόμενο σημείο της

εφικτής περιοχής, ουσιαστικά είναι μια επαναληπτική διαδικασία που εκτελείτε σε ένα πεπερασμένο πλήθος βημάτων. Η μέθοδος Simplex είναι μια αποτελεσματική μέθοδος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση ενός μεγάλου εύρους προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Η μέθοδος Simplex αποτελεί μέχρι σήμερα την πιο διαδεδομένη μέθοδο επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού και εισήχθη για πρώτη φορά από τον George B. Dantzig το 1947 με μεγάλη εφαρμογή σε πλήθος σύγχρονων προβλημάτων. Για να εφαρμοστεί πρέπει το πρόβλημα να έχει οριστεί σε κανονική μορφή ή να μετασχηματιστεί ώστε να ισχύουν οι ακόλουθες προϋποθέσεις:

i) Η αντικειμενική συνάρτηση να τίθεται προς μεγιστοποίηση.

ii) Οι μεταβλητές θα πρέπει όλες να είναι μη αρνητικές.

iii) Οι περιορισμοί θα πρέπει να είναι ίσοι με μία θετική ποσότητα.

Για να έρθει πρόβλημα σε κανονική μορφή πρέπει να προστεθεί κατάλληλη χαλαρή μεταβλητή (slack variable).

Παράδειγμα: $7x + 5y \leq 11$ γίνεται σε κανονική μορφή $7x + 5y + s_1 = 11$.

Ο αρχικός πίνακας Simplex είναι ένας επαυξημένος πίνακας που έχει σειρές με στοιχεία τους συντελεστές των μεταβλητών απόφασης στις εξισώσεις των περιορισμών, σαν τελευταία γραμμή έχει τους συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης και σαν τελευταία στήλη τις σταθερές των περιορισμών. Μια στήλη σε βασική μορφή είναι εκείνη, η οποία έχει ένα στοιχείο ίσο με το 1 και τα υπόλοιπα 0. Η μεταβλητή στην οποία αντιστοιχεί η στήλη καλείται βασική ενώ οι υπόλοιπες μη βασικές. Η βασική εφικτή λύση λαμβάνεται θέτοντας στον αρχικό πίνακα Simplex τις μη βασικές μεταβλητές 0. Η στήλη οδηγός καλείται εκείνη που έχει στην τελευταία σειρά της το πιο αρνητικό στοιχείο. Η μεταβλητή που αντιστοιχεί στην στήλη οδηγό καλείται εισερχόμενη μεταβλητή. Σε περίπτωση που δυο στήλες έχουν ίδιο στοιχείο διαλέγουμε οποιαδήποτε από τις δυο. Θα πρέπει έπειτα να βρούμε τη σειρά οδηγό. Για κάθε σειρά με θετικό στοιχείο στη στήλη οδηγό, θα πρέπει να υπολογίσουμε το λόγο του τελευταίου στοιχείου της στην τελευταία στήλη προς το στοιχείο στη στήλη οδηγό. Σε περίπτωση που δυο σειρές έχουν ίδιο στοιχείο διαλέγουμε οποιαδήποτε από τις δυο. Το στοιχείο που αντιστοιχεί στη σειρά με το μικρότερο θετικό λόγο ονομάζεται στοιχείο οδηγός και το στοιχείο αυτό θα γίνει 1 ενώ τα υπόλοιπα 0, έπειτα από πράξεις μεταξύ των σειρών προκειμένου να γίνει η στήλη σε βασική μορφή. Ο έλεγχος μέγιστης λύσης γίνεται εξετάζοντας την τελευταία σειρά

που, αντιστοιχεί στην αντικειμενική συνάρτηση. Εάν η τελευταία σειρά που αντιστοιχεί στην αντικειμενική συνάρτηση, δεν περιέχει αρνητικούς συντελεστές, τότε ο πίνακας Simplex δίνει τη βέλτιστη λύση.

Βήματα της Μεθόδου Simplex

- 1) Αφού φέρουμε το πρόβλημα σε κανονική μορφή δημιουργούμε τον πρώτο πίνακα Simplex.
- 2) Εφαρμόζουμε τον έλεγχο μέγιστης λύσης για τον πίνακα, εάν ικανοποιούνται οι συνθήκες το πρόβλημα επιλύεται από το πρώτο βήμα του αλγορίθμου και η βασική εφικτή λύση του προβλήματος είναι η μέγιστη λύση.
- 3) Κατασκευάζουμε τον επόμενο πίνακα Simplex ακολουθώντας την παρακάτω διαδικασία:
 - A. Επιλέγουμε τη στήλη οδηγό,
 - B. Επιλέγουμε τη σειρά οδηγό και το στοιχείο οδηγό,
 - Γ. Εκτελούμε πράξεις γραμμών για να φέρουμε την στήλη σε κανονική μορφή.
- 4) Εκτελούμε το δεύτερο βήμα και την όλη διαδικασία έως ότου να βρούμε τη μέγιστη λύση του προβλήματος.

Παρόλο την μεγάλη αξιοπιστία και την ικανότητα επίλυσης με αποτελεσματικό τρόπο τα περισσότερα προβλήματα βελτιστοποίησης δεν έχουν ούτε γραμμικές αντικειμενικές συναρτήσεις ούτε γραμμικούς περιορισμούς αλλά είναι αρκετά σύνθετα προβλήματα πολλών μεταβλητών απόφασης όπως και περιορισμών.

2.3.2.2 Μη γραμμικός Προγραμματισμός

Ο μη γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης στο οποίο η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί δεν είναι γραμμικοί. Αυτό σημαίνει ότι οι σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών δεν είναι γραμμικές, αλλά εκφράζονται πολυωνμικά ή με άλλες μη γραμμικές συναρτήσεις και για αυτό πολλές φορές η αναλυτική επίλυση των προβλημάτων του είναι δύσκολη. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων προγραμματισμού, αλλά καμία από αυτές δεν είναι εγγυημένη να βρει μια λύση σε σύντομο χρονικό διάστημα.

Μερικές από τις κύριες διαφορές μεταξύ του γραμμικού και του μη γραμμικού προγραμματισμού είναι:

- Η εφικτή περιοχή ενός μη γραμμικού προβλήματος προγραμματισμού μπορεί να είναι μη κυρτή, ενώ η εφικτή περιοχή ενός γραμμικού προβλήματος προγραμματισμού είναι πάντα κυρτή. Αυτό σημαίνει ότι ένα μη γραμμικό πρόβλημα μπορεί να έχει πολλαπλά βέλτιστα σημεία, ενώ ένα γραμμικό πρόβλημα έχει μόνο ένα βέλτιστο σημείο.
- Ένα μη γραμμικό πρόβλημα μπορεί να μην έχει λύση, ενώ ένα γραμμικό πρόβλημα πάντα έχει λύση.
- Ένα μη γραμμικό πρόβλημα μπορεί να είναι δύσκολο να λυθεί, ενώ ένα γραμμικό πρόβλημα μπορεί να λυθεί σχετικά εύκολα με μεθόδους γραμμικής άλγεβρας.

Ο μη γραμμικός προγραμματισμός χρησιμοποιείται σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, όπως:

- Ορισμός βέλτιστων διαδικασιών παραγωγής
- Ορισμός βέλτιστων τιμολογίων
- Ορισμός βέλτιστων επενδυτικών λύσεων
- Ορισμός βέλτιστων δρομολογίων μεταφοράς
- Ορισμός βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα συνδυασματικής βελτιστοποίησης

Οι μέθοδοι για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων προγραμματισμού είναι πιο σύνθετες από τις μεθόδους για την επίλυση γραμμικών προβλημάτων προγραμματισμού. Ωστόσο, ο μη γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα σημαντικό εργαλείο για τη λύση σύνθετων προβλημάτων βελτιστοποίησης. [Hillier & Lieberman, \(2001\)](#)

Η γενική μορφή του προβλήματος μη γραμμικού προγραμματισμού έγκειται στη εύρεση ενός διανύσματος $\underline{x}^* = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ τέτοιο ώστε:

$$f(\underline{x}^*) = \max\{f(\underline{x}) : \underline{x} \in F\}. \quad (20)$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$g_1(\underline{x}) \leq b_1, g_2(\underline{x}) \leq b_2, \dots, g_n(\underline{x}) \leq b_n \text{ και } x_i \geq 0 \text{ για } i=1, \dots, n \quad (21)$$

όπου οι συναρτήσεις g_i και f είναι συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης.

Τέτοιου είδους προβλήματα μελετήθηκαν από το Lagrange και υπάρχει η μέθοδος των πολλαπλασιαστών Lagrange για την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων που ονομάζονται προβλήματα με ακρότατα υπό συνθήκες. Σε τέτοιου είδους προβλήματα βελτιστοποίησης η εφικτή περιοχή είναι αποτελεί υποσύνολο του R^n και η

βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης γίνεται πάνω σε καμπύλες της εφικτής περιοχής.

Ακρότατα Υπό συνθήκες και Πολλαπλασιαστές Lagrange

Όπως είδαμε πριν τα προβλήματα βελτιστοποίησης της μορφής:

$$\max f(\underline{x})$$

τους περιορισμούς:

$$h_1(\underline{x}) = 0$$

...

$$h_m(\underline{x}) = 0$$

Όπου $m \leq n$ και $f \in C^2(R^n)$, $h_i \in C^2(R^n)$, $i=1,2,\dots,m$ ή αλλιώς συμβολίζοντας την $\underline{h}(\underline{x}) = (h_1, h_2, \dots, h_m)$ δηλαδή σαν διάνυσμα.

Η εφικτή περιοχή που ορίζουν οι περιορισμοί είναι μια υπερεπιφάνεια εμφυτευμένη στον R^n έχει διάσταση $n-m$ όταν οι περιορισμοί είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους. Επιπλέον εάν οι συναρτήσεις $h_i \in C^1(R^n)$ οι επιφάνειες που ορίζουν ονομάζονται λείες.

Ορισμός: (Φακίνος και Οικονόμου, (2003))

Έστω ότι το σύστημα των ανεξάρτητων περιορισμών ορίζει μια λεία υπερεπιφάνεια του R^n , την F .

Για κάθε σημείο $\underline{x} \in F$, το ανάδελτα ή βαθμίδα της $\underline{h}$ στο σημείο $\underline{x}$ είναι ο

$$\text{πίνακας: } \nabla \underline{h}(\underline{x}) = \left[\frac{\partial h_i}{\partial h_j}(\underline{x}) \right] = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial h_1}(\underline{x}) & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial h_n}(\underline{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_m}{\partial h_1}(\underline{x}) & \dots & \frac{\partial h_m}{\partial h_n}(\underline{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla h_1(\underline{x}) \\ \nabla h_2(\underline{x}) \\ \dots \\ \nabla h_m(\underline{x}) \end{pmatrix} \quad (22)$$

Για κάθε σημείο $\underline{x} \in F$ και $\underline{\lambda} \in R^m$, ορίζουμε τον πίνακα:

$$H(\underline{\lambda}'\underline{h}) = \sum_{i=1}^m \lambda_i H h_i(\underline{x}) \quad (15)$$

Όπου $H h_i(\underline{x})$ είναι ο Χεσσιανός πίνακας της h_i στο σημείο $(\underline{x})$.

Ορίζουμε εφαπτόμενο επίπεδο της f στο σημείο $\underline{x}^* \in F$ το σύνολο των παραγώγων στο $\underline{x}^*$ όλων των διαφορίσιμων καμπυλών που περνάνε από το $\underline{x}^*$ δηλαδή:

$$M_{\underline{x}^*}^f = \{ \underline{a} \in R^n : \underline{a} = \underline{x}'(0) \text{ για } \underline{x}: I \rightarrow F \text{ } C^1 \text{ συνάρτηση με } \underline{x}(0) = \underline{x}^* \}$$

Όπου $\underline{x}: I \rightarrow F$ C^1 συνάρτηση ονομάζεται καμπύλη πάνω στο σύνολο F .

Τέλος ένα σημείο $\underline{x}^* \in F$ καλείται κανονικό σημείο των περιορισμών εάν τα διανύσματα $\nabla h_1(\underline{x}^*), \nabla h_2(\underline{x}^*), \dots, \nabla h_m(\underline{x}^*)$ είναι γραμμικά ανεξάρτητα.

Θα παρουσιάσουμε τώρα τρία θεωρήματα τα οποία αποτελούν κατά σειρά ασθενής, αναγκαία και ικανή συνθήκη τοπικού μεγίστου μια συνάρτησης $f: F \subseteq R^n \rightarrow R$.

Θεώρημα 1

Έστω $f: F \subseteq R^n \rightarrow R$, $\underline{h}: R^n \rightarrow R^m$ ($m \leq n$) C^1 -συναρτήσεις και F η επιφάνεια που ορίζεται από τους περιορισμούς $\underline{h}(\underline{x}) = \underline{0}$ έστω $\underline{x}^*$ κανονικό σημείο των περιορισμών, τοπικό μέγιστο της f τότε ισχύει ότι:

$$\nabla f(\underline{x}^*)\underline{y} = 0, \text{ για κάθε διάνυσμα } \underline{y} \in M_{\underline{x}^*}^f.$$

Θεώρημα 2

Έστω $f: F \subseteq R^n \rightarrow R$, $\underline{h}: R^n \rightarrow R^m$ ($m \leq n$) C^2 -συναρτήσεις και F η επιφάνεια που ορίζεται από τους περιορισμούς $\underline{h}(\underline{x}) = \underline{0}$. Εάν κάποιο $\underline{x}^*$ είναι τοπικό μέγιστο της f και ταυτόχρονα κανονικό σημείο των περιορισμών της τότε ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες:

Υπάρχει κάποιο $\underline{\lambda} \in R^m$ τέτοιο ώστε:

$$\nabla f(\underline{x}^*) = \underline{\lambda}' \nabla \underline{h}(\underline{x}^*) \quad (16)$$

και επιπλέον ο πίνακας:

$$L(\underline{x}^*) = \underline{h}'F(\underline{x}^*) - H(\underline{\lambda}' \underline{h})(\underline{x}^*) \quad (23)$$

Να είναι αρνητικά Ορισμένος πάνω στο εφαπτόμενο επίπεδο της f , $M_{\underline{x}^*}^h$ δηλαδή

Ο πραγματικός αριθμός $\underline{y}'L(\underline{x}^*)\underline{y} \leq 0$ για όλα τα διανύσματα $\underline{y} \in M_{\underline{x}^*}^h$.

Θεώρημα 3

Έστω $f: F \subseteq R^n \rightarrow R$, $\underline{h}: R^n \rightarrow R^m$ ($m \leq n$) C^2 -συναρτήσεις και F η επιφάνεια που ορίζεται από τους περιορισμούς $\underline{h}(\underline{x}) = \underline{0}$. Έστω $\underline{x}^* \in F, \underline{\lambda} \in R^m$ τότε ισχύουν τα εξής:

$$\nabla f(\underline{x}^*) = \underline{\lambda}' \nabla \underline{h}(\underline{x}^*), \quad (24)$$

Και ακόμη ο πίνακας: $L(\underline{x}^*) = \underline{h}'F(\underline{x}^*) - H(\underline{\lambda}' \underline{h})(\underline{x}^*)$ είναι αρνητικά ορισμένος πάνω στο εφαπτόμενο επίπεδο της f στο σημείο $\underline{x}^*$ δηλαδή $\underline{y}'L(\underline{x}^*)\underline{y} \leq 0$ για όλα τα διανύσματα $\underline{y} \in M_{\underline{x}^*}^h \setminus \{\underline{0}\}$.

Τότε το $\underline{x}^* \in F$ είναι τοπικό μέγιστο της συνάρτησης f υπό τους περιορισμούς που έχουν τεθεί.

Τα αποτελέσματα των παραπάνω θεωρημάτων μας δίνουν τον αλγόριθμο επίλυσης ενός προβλήματος μη γραμμικού προγραμματισμού απαραίτητα μόνο εξισωτικούς περιορισμούς που είναι γνωστός ως η μέθοδος των πολλαπλασιαστών του Lagrange. Η συνάρτηση $l(\underline{x}, \underline{\lambda}) = \nabla f(\underline{x}) - \underline{\lambda}' \underline{h}(\underline{x})$ είναι γνωστή ως συνάρτηση Lagrange.

Μέθοδος των πολλαπλασιαστών Lagrange

Για να βρούμε τα ακρότατα της $f: F \subseteq R^n \rightarrow R$ υπό τους περιορισμούς $\underline{h}(\underline{x}) = \underline{0}$ σχηματίζουμε την εξίσωση Lagrange $l(\underline{x}, \underline{\lambda}) = \nabla f(\underline{x}) - \underline{\lambda}' \underline{h}(\underline{x})$ και λύνουμε το σύστημα εξισώσεων που προκύπτει από τη σχέση: $\nabla l(\underline{x}, \underline{\lambda}) = \underline{0}$. (25)

Αφού λύσουμε τις εξισώσεις και βρούμε τα $\underline{x}^*$ θα πρέπει να ελέγξουμε εάν ο πίνακας $L(\underline{x}^*)$ είναι αρνητικά ορισμένος για τις λύσεις που βρήκαμε. Τα $\underline{x}^*$ για τα οποία ο πίνακας είναι αρνητικά ορισμένος αποτελούν τοπικά μέγιστα της συνάρτησης και εφόσον η εφικτή περιοχή F είναι συμπαγές υποσύνολο του R^n το μεγαλύτερο από το τοπικά μέγιστα αποτελεί ολικό μέγιστο της συνάρτησης και επομένως λύση του π.μ.γ.π. με εξισωτικούς περιορισμούς. Εάν σε ένα τέτοιο πρόβλημα προσθέσουμε και ανισοτικούς περιορισμούς το πρόβλημα μη γραμμικού προγραμματισμού έχει την μορφή :

$$\max f(\underline{x})$$

υπό τους περιορισμούς:

$$h_1(\underline{x}) = 0$$

...

$$h_m(\underline{x}) = 0$$

$$g_1(\underline{x}) \leq b_1$$

...

$$g_m(\underline{x}) \leq b_m$$

Τα δυο παρακάτω θεωρήματα μας δίνουν τις συνθήκες **Kuhn Tucker** οι οποίες είναι απαραίτητο να ικανοποιούνται έτσι ώστε ένα σημείο $\underline{x}^*$ να αποτελεί λύση του παραπάνω προβλήματος. [Winston, \(2004\)](#)

Θεώρημα 1

Έστω ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης με την παραπάνω μορφή. Εάν ένα σημείο $\underline{x}^*$ είναι βέλτιστη λύση τότε θα πρέπει να ικανοποιεί τους m περιορισμούς και επιπλέον θα πρέπει να υπάρχουν οι πολλαπλασιαστές: $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ τέτοιοι ώστε:

$$\frac{\partial f(\underline{x}^*)}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{g_i(\underline{x}^*)}{x_j}, j=1,2,\dots,m \quad (26)$$

$$\lambda_i [b_i - g_i(\underline{x}^*)] = 0, i=1,2,\dots,m \quad (27)$$

$$\lambda_i \geq 0$$

Σε περίπτωση που έχουμε πρόβλημα ελαχιστοποίησης στο θεώρημα απλά αλλάζει η πρώτη συνθήκη και γίνεται: $\frac{\partial f(\underline{x}^*)}{\partial x_j} = - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{g_i(\underline{x}^*)}{x_j}, j=1,2,\dots,m$. Εάν προσθέσουμε στο πρόβλημα τους περιορισμούς θετικότητας των μεταβλητών απόφασης $x_i \geq 0$ για $i=1,2,\dots,n$ στο παραπάνω θεώρημα προστίθενται οι πολλαπλασιαστές $\underline{\mu}_1, \underline{\mu}_2, \dots, \underline{\mu}_n$ και το θεώρημα παίρνει την μορφή:

$$\frac{\partial f(\underline{x}^*)}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{g_i(\underline{x}^*)}{x_j} + \mu_j, j=1,2,\dots,m \quad (28)$$

$$\lambda_i [b_i - g_i(\underline{x}^*)] = 0, i=1,2,\dots,m \quad (29)$$

$$[\frac{\partial f(\underline{x}^*)}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{g_i(\underline{x}^*)}{x_j}] x_j = 0, j=1,2,\dots,m \quad (30)$$

$$\lambda_i, \mu_i \geq 0 \quad (31)$$

Το θεώρημα που αναφέρθηκε παραπάνω είναι αναγκαία συνθήκη για ένα σημείο $\underline{x}^*$ ώστε να αποτελεί βέλτιστη λύση του προβλήματος. Το επόμενο θεώρημα αποτελεί μια την ικανή συνθήκη για ένα σημείο $\underline{x}^*$ ώστε να αποτελέσει βέλτιστη λύση του προβλήματος.

Θεώρημα 2

Έστω ένα τυχαίο σημείο $\underline{x}^*$ που ικανοποιεί όλες τις συνθήκες των προηγούμενων θεωρημάτων και επιπλέον οι συναρτήσεις f, g_i είναι κυρτές συναρτήσεις τότε το σημείο $\underline{x}^*$ αποτελεί βέλτιστη λύση του προβλήματος. Εάν έχουμε πρόβλημα ελαχιστοποίησης η διαφορά είναι ότι οι συναρτήσεις πρέπει να είναι κοίλες.

2.3.2.2.1 Τετραγωνικός Προγραμματισμός

Ο τετραγωνικός προγραμματισμός αποτελεί ειδική κατηγορία του μη – γραμμικού προγραμματισμού όπου όλες οι συνιστώσες του προβλήματος αποτελούνται από τετράγωνα και γινόμενα των μεταβλητών απόφασης. Οι εφαρμογές του τετραγωνικού

προγραμματισμού είναι αρκετές και πολλά προβλήματα μοντελοποιούνται σύμφωνα με αυτόν, το κύριο πρόβλημα είναι το πρόβλημα διαχείρισης χαρτοφυλακίου [Markowitz, \(1959\)](#).

Ένα γενικό πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού έχει την παρακάτω μορφή:

$$\text{Max } [\sum_{i=1}^n c_i x_i + \sum_{j=1}^n c_{ji} x_i^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq n} c_{ji} x_i x_j] \quad (32)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, 2, \dots, m \quad x_j \geq 0 \quad (33)$$

Εάν θέσουμε $\underline{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n)'$, $D = (d_{ij})$ με

$$d_{ij} = d_{ji} = \frac{1}{2} c_{ij} \quad i, j = (1, 2, \dots, n) \quad (34)$$

$$d_{jj} = c_{jj}, (j = 1, 2, \dots, n), A = (a_{ij}), \underline{b} = (b_1, b_2, \dots, b_m)' \text{ και } \underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$$

Έχουμε την διανυσματική μορφή του προβλήματος :

$$\max [\underline{c}' \underline{x} + \underline{x}' D \underline{x}] \text{ υπό τους περιορισμούς: } A \underline{x} \leq \underline{b}, \underline{x} \geq 0. \quad (35)$$

Για την επίλυση ενός τέτοιου είδους προβλήματος πρέπει απαραίτητα η αντικειμενική συνάρτηση να είναι κυρτή και να ικανοποιούνται οι συνθήκες Kuhn – Tucker (28-31). Για τέτοιου είδους προβλήματα έχει αναπτυχθεί μια τροποποίηση της μεθόδου Simplex (Wolfe's Method [Bazaraa & Shetty, \(2013\)](#)).

$$\frac{\partial f(\underline{x}^*)}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{g_i(\underline{x}^*)}{x_j} \quad (36)$$

$$= c_j + 2c_{jj}x_j + \sum_{i=1}^{j-1} c_{ij}x_i + \sum_{i=1+j}^n c_{ij}x_i - \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij}$$

$$= c_j + 2 \sum_{i=1}^n d_{ij}x_j + \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij}$$

$$\text{ακόμη θα πρέπει: } x_j [c_j + 2 \sum_{i=1}^n d_{ij}x_j + \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij}] = 0 \quad (37)$$

$$\text{Εάν θέσουμε τώρα } \underline{y} = -(\underline{c} + 2D\underline{x} - A'\underline{\lambda}) \quad (38)$$

$\underline{\mu} = -(A\underline{x} - \underline{b})$ οι συνθήκες του προβλήματος γίνονται:

$$x_j y_j = 0, \underline{\mu} \geq \underline{0} \text{ και } \lambda_i \mu_i = 0.$$

Σύμφωνα με όλα τα παραπάνω ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού αναγάγετε στην εύρεση των $\underline{x}, \underline{y}, \underline{\lambda}, \underline{\mu}$ τα οποία ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις:

$$A' \underline{\lambda} - \underline{y} - 2D\underline{x} = \underline{c}, \quad (39)$$

$$A\underline{x} + \underline{\mu} = \underline{b}, \quad (40)$$

$$\underline{x}, \underline{y}, \underline{\lambda}, \underline{\mu} \geq \underline{0} \text{ και } \lambda_i \mu_i = 0, x_j y_j = 0.$$

Σε αυτό το σημείο έχουμε παρουσιάσει πλήρως ένα ευρύ φάσμα της επιχειρησιακής έρευνας που περιλαμβάνει τον γραμμικό και μη γραμμικό προγραμματισμό καθώς και ένα μεγάλο κομμάτι θεωρίας πάνω στην οποία βασίζονται τα δυο αυτά είδη μαθηματικής βελτιστοποίησης. Παρόλα αυτά, είναι αρκετά σημαντικό να κατανοήσουμε ότι τα προβλήματα που τίθενται καθημερινά προς βελτιστοποίηση δεν περιλαμβάνουν πάντα πραγματικές μεταβλητές απόφασης. Οι μεταβλητές απόφασης ενδέχεται να είναι ακέραιοι αριθμοί, καθώς οι πραγματικοί αριθμοί δεν βγάζουν πάντα νόημα π.χ. μια μεταβλητή απόφασης ενδέχεται να είναι ο αριθμός των προς πώληση μετοχών ενός ομίλου που εξ ορισμού δεν μπορεί να είναι δεκαδικός αριθμός. Για αυτό το λόγο κυρίως έχει αναπτυχθεί ο ακέραιος προγραμματισμός.

2.3.2.2.3 Ακέραιος Προγραμματισμός

Το μαθηματικό μοντέλο του ακεραίου προγραμματισμού είναι ένα γραμμικό μοντέλο με τον πρόσθετο περιορισμό ότι οι μεταβλητές πρέπει να είναι ακέραιες. Εάν μόνο μερικές από τις μεταβλητές πρέπει να είναι ακέραιες, τότε το μοντέλο περιγράφεται ως μεικτό ακέραιο προγραμματισμό. Ένα πρόβλημα που περιλαμβάνει μόνο ακέραιους στο σύνολό του καλείτε καθαρό(pure) πρόβλημα ακεραίου προγραμματισμού.

Ένα πρόβλημα ακεραίου προγραμματισμού (IP) μπορεί να "χαλαρώσει" σε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (LP) απλά παραλείποντας όλες τις ακέραιες μεταβλητές ή τους δυαδικούς περιορισμούς του. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται LP relaxation.

Χαρακτηριστικά παραδείγματα προβλημάτων ακεραίου προγραμματισμού περιλαμβάνουν:

- Σχεδιασμός παραγωγικού δικτύου και δικτύου διανομής
- Κατανομή πόρων
- Προγραμματισμός συσχετισμένων δραστηριοτήτων

Για όλες τις παραπάνω εφαρμογές και παραδείγματα χρησιμοποιούμε τις δυαδικές μεταβλητές, δηλαδή μεταβλητές απόφασης ή βοηθητικές δυαδικές μεταβλητές οι οποίες

παίρνουν τιμές 1 και 0 που δηλώνουν ναι και όχι αντίστοιχα. Τέτοιου είδους καταστάσεις προκύπτουν όταν η αρχική μοντελοποίηση του προβλήματος ταιριάζει είτε στο γενικό πρόβλημα ακεραίου προγραμματισμού είτε στη μορφή του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού χωρίς ανισότητες που συμπεριλαμβάνουν τις συνδυαστικές σχέσεις στο μοντέλο. Γενικά τα προβλήματα ακεραίου προγραμματισμού είναι γενικά πολύ πιο δύσκολο να λυθούν από τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού.

Η γενική μορφή του προβλήματος μικτού ακεραίου προγραμματισμού ορίζεται ως εξής:

$$\min(\max)_{x,y} = f(x,y) \quad (41)$$

$$c_i(x,y) = 0 \quad \forall i \in E \quad (42)$$

$$c_i(x,y) \leq 0 \quad \forall i \in I \quad (43)$$

$$x \in R^{n_x} \text{ και } y \in \mathbb{Z}$$

Πρόβλημα σακιδίου (Knapsack problem)

Το πρόβλημα του σακιδίου είναι μία περίπτωση καθαρού προβλήματος ακεραίου προγραμματισμού όπου όλες οι μεταβλητές αποφάσεις είναι 0 ή 1 δηλαδή η μόνη διαφορά με το γενικό πρόβλημα είναι ότι $y \in \{0,1\}$, Lorie & Savage, (1955), Manne & Markowitz, (1957).

Διαζευκτικοί περιορισμοί (either-or)

Σε αυτή τη περίπτωση μόνο ένας εκ των περιορισμών είναι απαραίτητο να ισχύει ή μόνο ένας πρέπει να ισχύει.

Για δύο περιορισμούς της μορφής:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, \quad (44)$$

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, \quad (45)$$

Αθροίζοντας τους δυο περιορισμούς της τυποποίησης, διασφαλίζεται ότι τουλάχιστον ένας ικανοποιείται:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq My, \quad (46)$$

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq M(1 - y), \quad (47)$$

Το y είναι μια 0-1 μεταβλητή και το M ένας αριθμός αρκετά μεγάλος τέτοιος ώστε να διασφαλιστεί ότι $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq My$ και $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq M(1 - y)$ ικανοποιούνται για όλες τις τιμές των $x_1, x_2, \dots, x_n$ που ικανοποιούν και τους υπόλοιπους περιορισμούς του προβλήματος.

Συμπληρωματικοί περιορισμοί (and)

Σε πολλές εφαρμογές η παρακάτω κατάσταση συναντάται θέλουμε να διασφαλιστεί, ότι εάν ο περιορισμός $f(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ ικανοποιείται τότε πρέπει, ο περιορισμός $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$, να ικανοποιείται ενώ εάν $f(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ δεν ικανοποιείται τότε ο $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$ μπορεί αλλά και να ικανοποιείται αλλά μπορεί και όχι. Θέλουμε να βεβαιωθούμε ότι $f(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ υποδηλώνει ότι $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$, για να το σιγουρέψουμε, θα συμπεριλάβουμε τους παρακάτω περιορισμούς στην μοντελοποίηση.

$-g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq My$ και ακόμη $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq M(1 - y)$ για $y=0$ ή 1 .

Το M είναι ένας αρκετά μεγάλος αριθμός για τον οποίο ισχύει $-g \leq M$ και $f \leq M$.

Επίλυση Προβλημάτων Ακέραιου Προγραμματισμού

Ένας αλγόριθμος επίλυσης προβλήματος ακεραίου προγραμματισμού είναι ο αλγόριθμος Branch and Bound (Μέθοδος κλάδου και φραγής) και ο αλγόριθμος2 περιορισμού της εφικτής περιοχής (cutting planes Algorithm).

Ο Αλγόριθμος Branch and Bound

Ο αλγόριθμος Branch and Bound είναι μια μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ακέραιου και μεικτού προγραμματισμού, έχει δεχθεί αρκετές τροποποιήσεις – βελτιώσεις και η βασική αρχή που στηρίζεται είναι του “διαίρει και βασίλευε”. Ο αλγόριθμος βασίζεται στην ιδέα της διαίρεσης του προβλήματος σε μικρότερα, πιο εύκολα επιλύσιμα υποπροβλήματα. Το πρώτο βήμα του αλγορίθμου είναι να υπολογιστούν τα άνω και κάτω όρια των λύσεων του προβλήματος. Στη συνέχεια, ο αλγόριθμος επιλέγει ένα υποπρόβλημα για επίλυση και υπολογίζει την καλύτερη λύση του υποπροβλήματος. Αν η καλύτερη λύση του υποπροβλήματος είναι καλύτερη από την καλύτερη λύση του προβλήματος, τότε η λύση του υποπροβλήματος είναι η βέλτιστη λύση του προβλήματος. Αν η καλύτερη λύση του υποπροβλήματος δεν είναι καλύτερη από την καλύτερη λύση του προβλήματος, τότε ο αλγόριθμος επιλέγει ένα άλλο υποπρόβλημα για επίλυση. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι ο αλγόριθμος να βρει τη βέλτιστη λύση του προβλήματος ή να διαπιστώσει ότι το πρόβλημα δεν έχει λύση.

Ο αλγόριθμος Branch-and-Bound είναι ένας γενικός αλγόριθμος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση ενός ευρέως φάσματος προβλημάτων ολικής

βελτιστοποίησης. Ωστόσο, ο αλγόριθμος μπορεί να είναι πολύ αργός, ειδικά για προβλήματα με μεγάλο αριθμό μεταβλητών.

Ακολουθούν μερικά από τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα του αλγορίθμου Branch-and-Bound:

Πλεονεκτήματα:

- Ο αλγόριθμος Branch-and-Bound είναι ένας γενικός αλγόριθμος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση ενός ευρέως φάσματος προβλημάτων ολικής βελτιστοποίησης.
- Ο αλγόριθμος είναι ικανός να βρίσκει καλύτερες λύσεις από άλλους αλγόριθμους, όπως ο αλγόριθμος πρόσθεσης εξαρτήσεων.
- Ο αλγόριθμος είναι ικανός να βρίσκει λύσεις για προβλήματα που δεν μπορούν να επιλυθούν με άλλους αλγόριθμους.

Μειονεκτήματα:

- Ο αλγόριθμος μπορεί να είναι πολύ αργός, ειδικά για προβλήματα με μεγάλο αριθμό μεταβλητών.
- Ο αλγόριθμος μπορεί να είναι δύσκολο να υλοποιηθεί.
- Ο αλγόριθμος μπορεί να απαιτεί μεγάλη ποσότητα μνήμης.

Συνολικά, ο αλγόριθμος Branch-and-Bound είναι ένας ισχυρός αλγόριθμος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση ενός ευρέως φάσματος προβλημάτων ολικής βελτιστοποίησης. Ωστόσο, ο αλγόριθμος μπορεί να είναι πολύ αργός, ειδικά για προβλήματα με μεγάλο αριθμό μεταβλητών.

Μεθοδολογία Branching and Bound Algorithm

Αντιμετωπίζεται το πρόβλημα του ακεραίου προγραμματισμού σαν πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού εάν η βέλτιστη λύση ικανοποιεί τις συνθήκες του ακεραίου προβλήματος δεν χρειάζεται άλλο βήμα. Εάν δεν τις ικανοποιεί τότε η βέλτιστη λύση $f(\underline{x}^*)$ ορίζεται ως άνω φράγμα ακεραίου προβλήματος. Στη συνέχεια επιλέγονται κάποιες μη x_k ακεραίες μεταβλητές της βέλτιστης λύσης και τις εξαναγκάζουμε να λάβουν ακεραίες τιμές. Το εύρος των τιμών των μεταβλητών αυτών υπολογίζεται λύνοντας τα δυο νέα υποπροβλήματα $\max(x_k)$, $\min(x_k)$ υπό τους περιορισμούς του αρχικού προβλήματος. Για κάθε πιθανή ακεραία τιμή στο εύρος $\max(x_k)$, υπό τους

περιορισμούς του προβλήματος διατηρώντας το x_k σταθερό, μπορούμε να λύσουμε ένα πρόγραμμα γραμμικού προγραμματισμού. Θα μπορούσε κανείς να σκεφτεί ότι μπορούμε να απορυθμίσουμε αυτά τα ενδεχόμενα σε ένα κατευθυνόμενο δέντρο με αρχική ρίζα το 0 να αντιστοιχεί στη βέλτιστη λύση $\underline{x}^*$ και κόμβους (0,I) με το I να αντιστοιχεί στη x^I λύση του προβλήματος $\max(x_0)$, υπό τους περιορισμούς του προβλήματος με x_k σταθερό. Μπορούμε να εφαρμόσουμε ξανά αυτή τη μέθοδο δημιουργώντας νέους κόμβους.

Όταν οδηγούμαστε από τον κόμβο 0 σε άλλον, δημιουργείται μια ακολουθία επιλογών ακεραίων τιμών για κάθε ακέραια περιορισμένη μεταβλητή. Οδηγούμενοι σε ένα σημείο που δεν γίνεται επιπλέον branching κάθε τελικός κόμβος του δέντρου είτε θα αντιστοιχεί σε μια εφικτή ακέραια λύση είτε θα μας οδηγεί μέσα από την ακολουθία επιλογών ακεραίων τιμών σε μη εφικτή λύση. Ο εφικτός κόμβος με $\max(x_0)$ αποτελεί τη βέλτιστη, ανάμεσα σε όλες τις εφικτές ακέραιες λύσεις που έχουν απαριθμηθεί λύση. Ο αλγόριθμός των οι Ailsa H. Land και Alison G περιορίζει την παραπάνω διαδικασία μόνο σε ένα υποσύνολο του δέντρου που αναπτύξαμε παραπάνω. Χρησιμοποιεί κόμβους με την προϋπόθεση κάθε νέος κόμβος να έχει όχι μεγαλύτερη από την προηγούμενη τιμή για το x_0 καθώς το branching σημαίνει να θέτουμε νέα μεταβλητή σε κάποια ακέραιη τιμή. Στα επόμενα βήματα, ορισμένες μη ακέραιες μεταβλητές x_k από τη βέλτιστη λύση επιλέγονται και περιορίζονται να έχουν ακέραιες τιμές. Το εύρος τιμών για αυτές τις μεταβλητές προσδιορίζεται με την επίλυση δύο υπό - προβλημάτων που περιλαμβάνουν τη μεγιστοποίηση και την ελαχιστοποίηση του x_k , ενώ τηρούνται οι περιορισμοί του αρχικού προβλήματος. Για κάθε πιθανή ακέραια τιμή εντός του εύρους $\max(x_0)$, ένα πρόγραμμα γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να λυθεί διατηρώντας το x_k σταθερό. Είναι δυνατό να αναπαραστήσουμε αυτά τα ενδεχόμενα ως κατευθυνόμενο δέντρο, ξεκινώντας με την αρχική ρίζα στο 0 που αντιπροσωπεύει τη βέλτιστη λύση $\underline{x}^*$, και τους κόμβους (0,I) που αντιστοιχούν στη λύση x^I του προβλήματος $\max(x_0)$, υπό το περιορισμό το x_k να παραμένει σταθερό. Αυτή η μέθοδος μπορεί να επαναληφθεί δημιουργώντας νέους κόμβους. Καθώς περιπλανιόμαστε από τον κόμβο 0 στον άλλον, δημιουργείται μια σειρά επιλογών για ακέραιες τιμές για κάθε περιορισμένη μεταβλητή. Όταν φτάσουμε σε ένα σημείο όπου δεν είναι δυνατή η περαιτέρω διακλάδωση, κάθε τελικός κόμβος στο δέντρο είτε θα αντιπροσωπεύει μια εφικτή ακέραια λύση είτε θα μας οδηγήσει μέσω μιας ακολουθίας ακεραίων επιλογών σε μια μη εφικτή λύση. Ο εφικτός

κόμβος με τη μέγιστη τιμή για x_0 θεωρείται η βέλτιστη λύση μεταξύ όλων των εφικτών ακέραιων λύσεων που αναφέρονται. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μόνο κόμβους που ικανοποιούν την προϋπόθεση να έχουν μια τιμή για το x_0 που είναι μικρότερη ή ίση με την προηγούμενη τιμή, καθώς η διακλάδωση περιλαμβάνει την εκχώρηση ακέραιας τιμής σε μια νέα μεταβλητή.

Αλγόριθμος περιορισμού της εφικτής περιοχής (cutting planes Algorithm)

Μεθοδολογία υλοποίησης του αλγορίθμου παρουσιάζεται παρακάτω [Winston W. \(2004\)](#):

Πρώτο Βήμα: Υπολογίζεται το βέλτιστο tableau για τη χαλάρωση LP του προβλήματος ακεραίου προγραμματισμού. Εάν όλες οι μεταβλητές της βέλτιστης λύση είναι ακέραιες τότε η βέλτιστη λύση του προβλήματος ακεραίου προγραμματισμού έχει βρεθεί εάν όχι τότε προχωράμε στο βήμα 2

Δεύτερο Βήμα: Επιλέγεται ένας περιορισμός του χαλαρωμένου προβλήματος για τον οποίο το δεξί μέλος έχει κλασματικό μέρος κοντά στο $\frac{1}{2}$ ώστε να χρησιμοποιηθεί για την τομή.

Δεύτερο Βήμα 2α: Για τον επιλεγμένο περιορισμό γράφουμε το δεξί μέλος και το συντελεστή κάθε μεταβλητής με τη μορφή $[x]+f$, όπου $0 \leq f \leq 1$.

Δεύτερο Βήμα 2β: Ξαναγράφουμε τον περιορισμό που χρησιμοποιήθηκε για την τομή στη μορφή:

Όλοι οι όροι με ακέραιους συντελεστές = Όλοι οι όροι με κλασματικούς συντελεστές. Η τομή γίνεται ως Όλοι οι όροι με κλασματικούς συντελεστές ≤ 0 .

Τρίτο Βήμα: Εφαρμόζεται η γνωστή μέθοδος Simplex για το LP χαλαρωμένο πρόβλημα με την συνθήκη της τομής σαν έξτρα περιορισμό. Εάν όλες οι μεταβλητές είναι ακέραιες

τότε βρέθηκε η βέλτιστη λύση του αρχικού προβλήματος εάν όχι τότε επιλέγεται εκ νέου περιορισμό με το μεγαλύτερο κλασματικό δεξί μέλος και δημιουργείται μια νέα τομή και επαναλαμβάνεται η διαδικασία έως ότου βρεθεί μια ακέραιη λύση, η οποία θα αποτελεί τη λύση του προβλήματος του ακεραίου προγραμματισμού.

2.3.2.2.4 Δυναμικός Προγραμματισμός

Αρκετά προβλήματα δεν αντιμετωπίζουν ως ενιαία την απόφαση για βέλτιστη λύση του συστήματος αλλά η κάθε απόφαση σε κάθε στάδιο επηρεάζει την επόμενη απόφαση με κάποιο κόστος. Η εξέλιξη του συστήματος μέσα από το χρόνο ορίζεται ως δυναμική του συστήματος και τα προβλήματα ονομάζονται προβλήματα Δυναμικού προγραμματισμού όπου η επίλυση γίνεται μέσω διαδοχικών βημάτων συνδεδεμένα με αναδρομικές σχέσεις [Bellman, \(1957\)](#).

Τα προβλήματα δυναμικού προγραμματισμού χαρακτηρίζονται από την ύπαρξη ενός συστήματος το οποίο σε κάθε βήμα βρίσκεται σε μια κατάσταση (State) από το σύνολο των καταστάσεων και μεταφέρεται από τη μία κατάσταση στην άλλη μέσω μιας απόφασης.

Ως στάδιο ορίζεται τα διαφορετικά βήματα στα οποία χωρίζεται το πρόβλημα και στα περισσότερα προβλήματα ως στάδια ορίζεται τα διαφορετικά χρονικά διαστήματα.

Ως κατάσταση ορίζεται η πληροφορία που παρέχεται από το σύστημα και είναι απαραίτητη για να παρθεί η βέλτιστη απόφαση.

$$S = \{x: \text{κατάσταση του συστήματος}\}: \text{χώρος καταστάσεων} \quad (48)$$

Ως απόφαση ορίζεται η διαδικασία μέσω της οποίας το σύστημα σε κάθε βήμα μεταφέρεται από τη τωρινή κατάσταση στο τωρινό στάδιο στην επόμενη κατάσταση στο επόμενο στάδιο.

$D(x)$: δέσμη δυνατών αποφάσεων για την κατάσταση x

$$D = \bigcup_{x \in S} D(x): \text{χώρος των αποφάσεων} \quad (49)$$

$$D_t(x) = \{(x, y) \in D: y \in \bar{D}(x)\}, \quad t = \{1, 2, \dots, n\} \quad (50)$$

Όπου $\bar{D}(x)$ το σύνολο των καταστάσεων όπου μπορεί να μεταβεί το σύστημα σε ένα βήμα από την κατάσταση x .

Ως πολιτική ορίζεται ένας κανόνας μέσω τον οποίο λαμβάνεται μια απόφαση σε κάθε βήμα του προβλήματος, ουσιαστικά είναι μια διαδικασία αποφάσεων μία για κάθε κατάσταση μέσω της οποίας προσπαθούμε να επιτύχουμε τη βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης και ονομάζεται βέλτιστη πολιτική.

$$\alpha: S \rightarrow D, \quad x \rightarrow \alpha(x) \in D(x) \quad (51)$$

Δύο μεγάλες κατηγορίες διαχωρισμού υπάρχουν στα προβλήματα του Δυναμικού προγραμματισμού με βάση το χρονικό ορίζοντα ή το χώρο καταστάσεων Πεπερασμένος ή Διηλεκές και με βάση την δυναμική του συστήματος Ντετερμιστική ή Στοχαστική ανάλογα τη βεβαιότητα της επόμενης κατάστασης.

Ο μηχανισμός που περιγράφει πως μεταφέρεται το σύστημα από μια κατάσταση στην επόμενη συμβολίζεται ως εξής:

$$x_{t+1} = g_t(x_t, a_t) \text{ όπου } g \text{ γνωστή συνάρτηση} \quad (52)$$

Ως $c_t(x, a)$ ορίζεται το κόστος ή η ποινή αν επιλεγθεί η πολιτική a εφόσον το σύστημα βρίσκεται στο χρόνο t στην κατάσταση x .

Ντετερμινιστικό Μοντέλο

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης για το Ντετερμινιστικό μοντέλο ορίζεται με βάση την παρακάτω αναδρομική σχέση με βάση την αρχή της βελτιστοποίησης (principal of optimality) για πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα:

$$f_t(x) = \min(\max)_{a \in D_t(x)} \{c_t(x, a) + f_{t+1}(\bar{a}(x))\} \quad (53)$$

$$f_{N+1}(x) = \bar{c}(x), \quad x \in S_{N+1} : \text{το κόστος του συστήματος στο τελικό βήμα} \quad (54)$$

Όπου $t = \{1, 2, \dots, n\}$ και $x \in S_t$ και $\bar{a}(x) = g_t(x, a)$

Για μη πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα ισχύουν οι παραπάνω σχέσεις με τις εξής τροποποιήσεις:

$$t = \{1, 2, \dots\}$$

Δεν ισχύει η σχέση (54) αλλά

$$f_0(x) = \bar{c}(x), \quad x \in S_0 : \text{το κόστος του συστήματος στο πρώτο βήμα} \quad (55)$$

Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν $f_n(x) = f_{n+1}(x)$ για κάποιο $n \in \mathbb{N}$ για όλες τις καταστάσεις x .

Η προηγούμενες σχέσεις έχουν έναν βασικό περιορισμό καθώς δε λαμβάνουν υπόψιν τη διαφορετική κάθε ποσού στο χρόνο, ορίζοντας ως π τον πληθωρισμό εισάγεται η έννοια του αποπληθωριστή για να γίνει αναγωγή των χρημάτων στην πρώτη περίοδο (παρούσα αξία).

$$\gamma = \frac{1}{1+\pi} \in [0,1] \quad (56)$$

Γενικά όσο πιο κοντά στο μηδέν είναι το γ σημαίνει ότι το π είναι υψηλό και δείχνει ότι τα σημερινά χρήματα έχουν μεγαλύτερη αξία να χρησιμοποιηθούν λόγω ότι θα χάσουν την αξία τους ενώ όταν υπάρχει χαμηλός πληθωρισμός και το γ είναι κοντά στο 1 το αντίθετο. Στη πράξη χρησιμοποιείται $\gamma \in (0.9, 0.99)$.

Οπότε τώρα η αντικειμενική συνάρτηση μετασχηματίζεται ως εξής:

$$f_t(x) = \min(\max)_{a \in D_t(x)} \{c_t(x, a) + \gamma f_{t+1}(\bar{a}(x))\} \quad (57)$$

Η μόνη διαφορά είναι η προσθήκη της σταθεράς γ για να μπορέσουν να συγκριθούν τα ποσά μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών περιόδων, όλες οι υπόλοιπες σχέσεις παραμένουν ίδιες.

Μερικά από τα πιο γνωστά προβλήματα αυτού του τύπου είναι:

- Πρόβλημα ελάχιστης διαδρομής
- Πρόβλημα ελέγχου αποθεμάτων
- Πρόβλημα κατανομής πόρων ειδική περίπτωση του είναι το πρόβλημα σακιδίου
- Προβλήματα σχεδιασμού έργων (Μέθοδοι PERT¹ και CPM²)

Η κύρια ασχολία της συγκεκριμένης ερευνητικής διατριβής επικεντρώνεται στα προβλήματα της 3^{ης} κατηγορίας και ειδικότερα με το πρόβλημα του σακιδίου.

Στοχαστικό Μοντέλο

Στη πραγματική ζωή η δυναμική του συστήματος δεν είναι γνωστή οπότε το ντετερμινιστικό μοντέλο δε μπορεί να περιγράψει κατάλληλα το πρόβλημα, αυτό σημαίνει ότι ο μηχανισμός περιγραφής της μεταφοράς μεταξύ δύο διαδοχικών φάσεων

¹ Project Evaluation and Review Technique

² Critical Path Method

δε μπορεί να αναπαρασταθεί από κάποια γνωστή συνάρτηση αλλά προκύπτει μέσω πιθανοτήτων καθώς η επόμενη κατάσταση είναι μια τυχαία μεταβλητή Y με γνωστή συνάρτηση πιθανότητας.

Ορίζεται ως πιθανότητα μετάβασης από τη κατάσταση x στην κατάσταση y :

$$p_{xy}(a) \geq 0 \quad y \in S \quad \text{με} \quad \sum_y p_{xy}(a) = 1 \quad (58)$$

Το γενικό πρόβλημα στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού ορίζεται ως εξής:

$$f_t(x) = \min(\max)_{a \in D_t(x)} \{c_t(x, a) + \sum_{y \in S_t} p_{xy}(a) f_{t+1}(y)\} \quad (59)$$

$$f_{N+1}(x) = \bar{c}(x), \quad x \in S_{N+1} : \text{το κόστος του συστήματος στο τελικό βήμα}$$

Όπου $t = \{1, 2, \dots, n\}$ και $x \in S_t, y \in S_{t+1}$

Μια ειδική κατηγορία Στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού είναι οι Μαρκοβιανές διαδικασίες αποφάσεων (MDP³) (Blackwell, 1962).

Στις Μαρκοβιανές διαδικασίες αποφάσεων ως στάδια-βήματα ορίζεται ο χρόνος, στα προβλήματα όπου ο χρόνος δεν είναι πεπερασμένος δεν είναι δυνατόν να μεγιστοποιηθεί η συνολική ανταμοιβή οπότε επιλέγεται να μεγιστοποιηθεί η αναμενόμενη ανταμοιβή κάθε περιόδου: $E(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{reward earned during period } 1, 2, \dots, n}{n})$

Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός MDP είναι τα ακόλουθα:

- $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ο χώρος αποφάσεων
- $d \in D(x)$ ο χώρος αποφάσεων
- $p(y|x, d)$ είναι η πιθανότητα μετάβασης δηλώνει ότι η επόμενη κατάσταση εξαρτάται μόνο από τη προηγούμενη (όχι από προηγούμενες).
- Σε κάθε περίοδο ορίζεται η αναμενόμενη ανταμοιβή ως $r(x, d)$.

Ορισμός: Μια πολιτική α ονομάζεται στάσιμη αν ανεξαρτήτως το στάδιο που βρίσκεται το σύστημα στη κατάσταση x η απόφαση θα είναι ίδια κάθε φορά.

Για τη περίοδο t ορίζεται ως τυχαία μεταβλητή για τη πιθανή κατάσταση $X_t = X_2, X_3, \dots, X_n$.

³ Markov Decision Process

Ορίζεται ως αναμενόμενη προ εξοφλημένη ανταμοιβή κατά τη περίοδο t για μία στάσιμη πολιτική α :

$$V_{\alpha}(x) = E(\sum_{t=1}^{\infty} \gamma^{t-1} r(x_t, d_t) | X_1 = x) \quad (60)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος ορίζεται ως εξής:

$$V(i) = \max_{\alpha} V_{\alpha}(x) \quad (61)$$

Ορισμός: Εάν μια πολιτική α ικανοποιεί όλες τις ιδιότητες για κάθε $x \in S$ τότε η α χαρακτηρίζεται ως βέλτιστη πολιτική.

Τρεις είναι οι κύριες μέθοδοι υπολογισμού της βέλτιστης πολιτικής:

1. Policy Iteration
2. Linear programming
3. Value Iteration

1. Δεδομένης μιας σταθερής πολιτικής ξεκινάμε από μια αρχική κατάσταση υπολογίζοντας την $V_{\alpha}(x)$ αναδρομικά υπολογίζονται και ανανεώνονται οι υπόλοιποι υπολογισμοί.

Βήμα 1. Αξιολόγηση πολιτικής (Policy Evaluation)

Λύνω το σύστημα n γραμμικών εξισώσεων για να υπολογίσω όλες την $V_{\alpha}(i)$ για όλες τις καταστάσεις $i = 1, 2, \dots, N$.

$$V_{\alpha}(x) = r(x, a(x)) + \gamma \sum_{y=1}^N p(y|x, a(x)) V_{\alpha}(y) \quad (62)$$

Βήμα 2. Βελτίωση πολιτικής (Policy Improvement) [Howard, 1960](#)

Για όλες τις καταστάσεις υπολογίζεται:

$$T_{\alpha}(x) = \max_{y \in D(i)} \{r_{xy} + \sum_{y=1}^N p(y|x, a(x)) V_{\alpha}(y)\} \quad (63)$$

Εάν $T_{\alpha}(x) = V_{\alpha}(x)$ για κάθε $x = 1, 2, \dots, N$ τότε η πολιτική α είναι βέλτιστη.

Εάν $T_{\alpha}(x) > V_{\alpha}(x)$ για μία τουλάχιστον κατάσταση τότε δεν είναι βέλτιστη πολιτική η α .

Σε αυτή τη περίπτωση επιλέγεται η κατάλληλη πολιτική α' σύμφωνα με την (63) ώστε $V_{\alpha'}(x) > V_{\alpha}(x)$.

Επαναλαμβάνεται η διαδικασία από την αρχή για την πολιτική α' .

2. Για κάθε κατάσταση υπολογίζεται η $V(x)$ λύνοντας το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού [Ross, \(1983\)](#)

$$\min z = V_1 + V_2 + \dots V_n \quad (64)$$

$$V_x - \gamma \sum_{y=1}^N p(y|x, d) V_y \geq r_{id} \quad (65)$$

Για κάθε κατάσταση $d \in D(i)$

Εάν στη κατάσταση x για την απόφαση d ισχύει καθαρή ανισότητα τότε η απόφαση d είναι βέλτιστη για τη κατάσταση x .

3. Οι προηγούμενες δύο μέθοδοι χρειάζονται ολοκληρωμένη αξιολόγηση για κάθε βήμα αυξάνοντας έτσι το υπολογιστικό κόστος για μεγάλα προβλήματα, έτσι αναπτύχθηκε μια εναλλακτική μέθοδος που δεν χρειάζεται να υπολογίζει $V_a(x)$ όλες τις καταστάσεις για όλα τα βήματα χωρίς να χάνεται η σύγκλιση στη βέλτιστη λύση [Denardo, 1981](#).

Ορίζεται ως η μέγιστη αναμενόμενη προ εξοφλημένη ανταμοιβή που μπορεί να αποκτηθεί κατά τη διάρκεια t περιόδων αν η αρχική κατάσταση είναι η x :

$$V_t(x) = \max_{d \in D(i)} \{ \gamma \sum_{y=1}^N p(y|x, d) V_{t-1}(y) \} \text{ με } t \geq 1 \quad (66)$$

$$V_0(x) = 0 \quad (67)$$

Για μεγάλα t το $V_t(x)$ προσεγγίζει ικανοποιητικά το V_x .

2.4 Τεχνητή νοημοσύνη

Η τεχνητή νοημοσύνη έχει τις ρίζες της πολύ παλιά σε κάποιες εργασίες του Άγγλου μαθηματικού Alan Turing [Turing, \(1936\)](#), ουσιαστικά ήταν μια συνεργασία τριών κλάδου του κλάδου των μαθηματικών της ηλεκτρονικής και της ψυχολογίας με βασικό ερώτημα «μπορούν οι μηχανές(υπολογιστές) να προσομοιάσουν την ανθρώπινη νοημοσύνη;» Η τεχνητή νοημοσύνη δεν είναι απλά ένας κλάδος της επιστήμης ανάπτυξης λογισμικού, σύμφωνα με τον [Winston, \(1992\)](#) είναι κλάδος της επιστήμης των υπολογιστών και έχει ως στόχο τη δημιουργία ευφυών υπολογιστικών συστημάτων που θα προσιδιάζουν την ανθρώπινη συμπεριφορά. Ένας πιο συγκεκριμένος ορισμός που υποδηλώνει τη διαδικασία κατά την οποία οι υπολογιστές επιλύουν προβλήματα μέσω σύνθετων υπολογιστικών διαδικασιών ονομάζεται Υπολογιστική Νοημοσύνη-YN (Computational Intelligence-CI) [Bezdek, \(1992\)](#). Περιλαμβάνει τις τεχνικές μηχανικής μάθησης όπως τεχνητά νευρωνικά δίκτυα [McCulloch & Pitts, \(1943;1947\)](#) που βασίζονται στη δυνατότητα ελέγχου προτύπων κ και τους γενετικούς αλγορίθμους

Holland, (1992); Fogel, (1997, 1998, 2005); Koza (1992) που αυτοπροσαρμόζονται βελτιστοποιώντας την απόδοση τους.

2.4.1 Μηχανική μάθηση

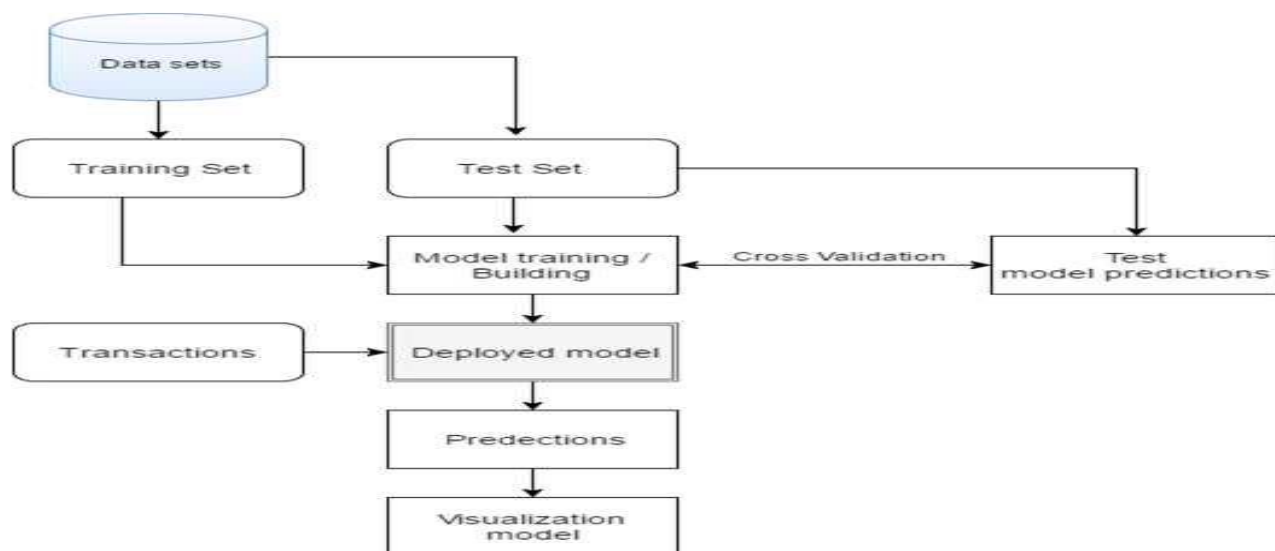
Μηχανική μάθηση είναι η διαδικασία μέσα από την οποία ένα σύστημα μαθαίνει και βελτιώνει την απόδοση του μέσω προηγούμενης γνώσης και εμπειρίας [Mitchell, \(1997\)](#). Ουσιαστικά βασίζονται στη μελέτη κατάλληλων αλγορίθμων και διαδικασιών μέσω των οποίων βελτιώνεται η ικανότητα και η συμπεριφορά τους για την υλοποίηση του στόχου που έχει οριστεί. Η μηχανική μάθηση χωρίζεται σε 3 κύριες κατηγορίες:

- **Επιβλεπόμενη Μάθηση (Supervised Learning):** Έχουμε γνωστά δεδομένα εισόδου και εξόδου για ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης μέσω του οποίου έχουμε ως στόχο να γενικεύσουμε τη διαδικασία και να κάνουμε προβλέψεις για μελλοντικά σύνολα εισόδων. Η πιο γνωστή κατηγορία αυτών των προβλημάτων λέγεται κατηγοριοποίηση ή ταξινόμηση (classification) και η παλινδρόμηση.
- **Μη Επιβλεπόμενη (Unsupervised Learning):** Ο αλγόριθμος για ένα δεδομένο σύνολο εισόδων με άγνωστες εξόδους προσπαθεί να αναγνωρίσει μοτίβα και να προβεί στη κατασκευή ενός συγκεκριμένου μοντέλου για να παράγει ένα σύνολο εξόδων. Η πιο γνωστή κατηγορία τέτοιων μεθόδων είναι τα προβλήματα συσταδοποίησης (Clustering) και μείωσης διασπασιμότητας (dimensionality reduction).
- **Ενισχυτική Μάθηση (Reinforcement Learning):** Ο αλγόριθμος βελτιώνει τη στρατηγική του σε κάθε βήμα μέσω της αξιοποίησης της προηγούμενης γνώσης και της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον. Η κύρια εφαρμογή του είναι στη κίνηση των ρομπότ και οι αλγόριθμοι Q-learning για τη βέλτιστη λήψη αποφάσεων [Dantas, \(2021\)](#).

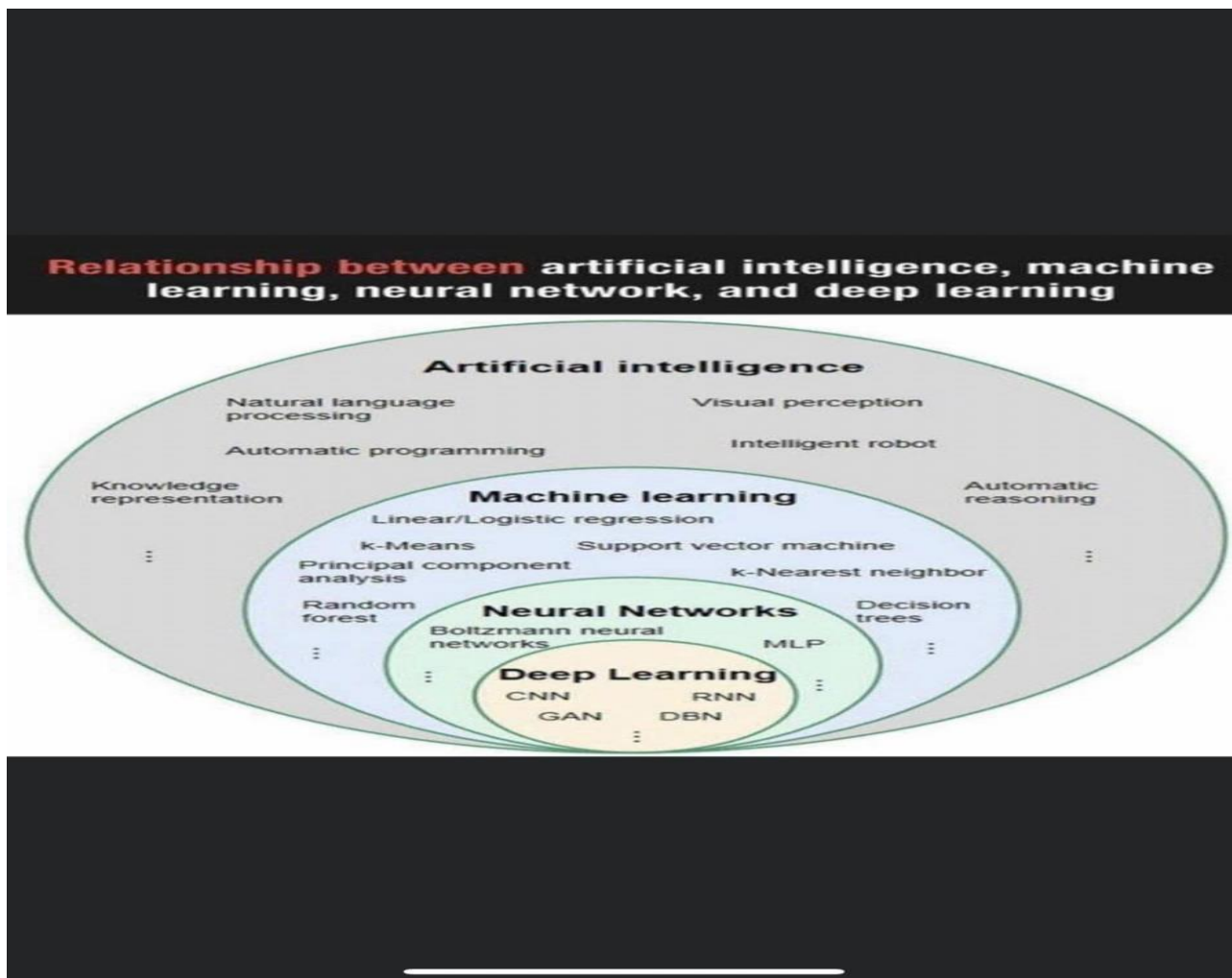
Η γενική διαδικασία που ακολουθείται κατά την εκτέλεση των παραπάνω διαδικασιών είναι ο χωρισμός των δεδομένων σε δείγμα εκπαίδευσης (training data set) και σε δείγμα ελέγχου (test set) μέσω του οποίου θα ελεγχθεί η απόδοση της διαδικασίας που δημιουργήθηκε από το δείγμα εκπαίδευσης. Στη συνέχεια εφόσον είναι ικανοποιητικά τα αποτελέσματα εφαρμόζεται η διαδικασία σε νέα δεδομένα με σκοπό την πρόβλεψη.

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται η τεχνητή νοημοσύνη και η διαστρωμάτωση των διαδικασιών της. Στην στατιστική ο σκοπός μας όμως είναι άλλος: να εξηγήσουμε τα

δεδομένα μας, φτιάχνοντας ένα μοντέλο, στη μηχανική μάθηση, ο σκοπός μας δεν είναι να εξηγήσουμε τα δεδομένα μας. Είναι να τα χρησιμοποιήσουμε για να κάνουμε προβλέψεις.



Διάγραμμα 2.4 Αρχιτεκτονική συστήματος μηχανικής μάθησης (Πηγή: Bhatia et al, (2017).)



Διάγραμμα 2.5 Διαδικασίες τεχνητής νοημοσύνης (Πηγή: Google)

2.4.1.1 Κατηγοριοποίηση

Η κατηγοριοποίηση είναι μια τεχνική επιβλεπόμενης μηχανικής μάθησης με μεγάλη εφαρμογή κυρίως στο τομέα των οικονομικών, ο στόχος είναι η αναγνώριση μιας σχέσης ανάμεσα σε διαφορετικές μεταβλητές με βάση ένα σύνολο ονομαστικών τιμών. Δηλαδή λειτουργεί σαν ένας μηχανισμός λήψης απόφασης όπου ανάλογα με τα χαρακτηριστικά που δίνονται (ανεξάρτητες μεταβλητές) προβλέπεται η απόφαση σε ποια κατηγορία να ταξινομηθεί (εξαρτημένη μεταβλητή). Στα προβλήματα κατηγοριοποίησης συνήθως η εξαρτημένη μεταβλητή συνήθως λαμβάνει διακριτές τιμές όπου η κάθε μια αντιστοιχεί σε μία διαφορετική κλάση. Δύο βασικά προβλήματα σε τέτοιου τύπου μεθόδους είναι η υπερπροσαρμογή (data overfitting) και η υποπροσαρμογή των δεδομένων εκπαίδευσης. Υπερπροσαρμογή είναι η διαδικασία κατά την οποία το μοντέλο που υλοποιείτε είναι

υπερβολικά περίπλοκο και αντί να αναγνωρίζεται συγκεκριμένα πρότυπα και διαδικασίες στα δεδομένα εκπαίδευσης με σκοπό τη γενίκευση για μελλοντικές προβλέψεις είναι αποδοτικό μόνο στα συγκεκριμένα δεδομένα. Από την άλλη υποπροσαρμογή υπάρχει όταν το μοντέλο είναι υπερβολικά απλό για να αναγνωρίσει αιτιώδεις σχέσεις μεταξύ των δεδομένων εκπαίδευσης. Ο βασικός δείκτης που δείχνει τα δύο παραπάνω πιθανά προβλήματα είναι η ακρίβεια του μοντέλου (accuracy), υψηλή ακρίβεια είναι ένδειξη υπερπροσαρμογής ενώ αντίθετα χαμηλή ακρίβεια ένδειξη υποπροσαρμογής.

2.4.1.1.1 Δένδρα απόφασης (Decision trees)

Τα Δένδρα απόφασης είναι η πιο γνωστή μέθοδος ταξινόμησης, ο βασικός λόγος επιλογής της είναι η μεγάλη ερμηνευσιμότητα (interpretability) τους λόγω της δενδροειδής μορφής τους με βασικό τον αλγόριθμο ID.3 [Quinlan, \(1986\)](#). Η βασική αρχή της κατασκευής τους αφορά τη σταδιακή διάσπαση των παρατηρήσεων σε υποσύνολα με βάση τις τιμές των μεταβλητών. Αυτή η διαδικασία απεικονίζεται με μια ανεστραμμένη δενδρική δομή, όπου η κορυφή είναι ο κόμβος-ρίζα, το κατώτερο επίπεδο περιλαμβάνει τα φύλλα του δένδρου, και οι ενδιάμεσοι κόμβοι συνδέονται με άλλα στοιχεία του δένδρου. Ο κόμβος-ρίζα έχει μόνο εξερχόμενες ακμές που τον συνδέουν με στοιχεία του κατώτερου επιπέδου. Οι υπόλοιποι κόμβοι έχουν εισερχόμενες και εξερχόμενες ακμές, συνδέοντας τους με τους κόμβους του ανώτερου και κατώτερου επιπέδου αντίστοιχα. Κάθε κόμβος υποδηλώνει έναν έλεγχο στα δεδομένα και την αντίστοιχη διάσπαση τους σε υποσύνολα, ανάλογα με το αποτέλεσμα του ελέγχου με βάση ένα κριτήριο π.χ. entropy, Gini index, information gain. Κάθε ακμή αντιστοιχεί σε ένα αποτέλεσμα του ελέγχου και το αντίστοιχο υποσύνολο δεδομένων και κάθε φύλλο αντιπροσωπεύει μια απόφαση κατηγοριοποίησης. Σε κάθε επόμενο κόμβο αποκτάται μεγαλύτερη ομοιογένεια μέχρι εν τέλει στη δημιουργία των διαφορετικών κλάσεων.

Σε κάθε βήμα για την επιλογή του κατάλληλου χαρακτηριστικού χρησιμοποιούνται τα παρακάτω κριτήρια:

Η εντροπία που χαρακτηρίζει το βαθμό αβεβαιότητας ενός συνόλου S.

$$entropy(S) = \sum_{i=1}^n -p_i \log p_i \quad (68)$$

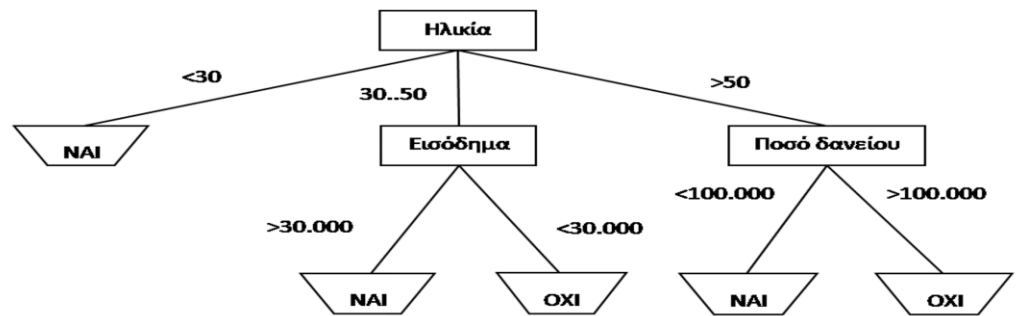
$$Gini\ index = 1 - \sum_{i=1}^n p_i^2 \quad (69)$$

Κέρδος πληροφορίας για ένα χαρακτηριστικό X από ένα σύνολο S ορίζεται:

$$information\ gain(S, X) = entropy(S) - entropy(S, X) \quad (70)$$

$$entropy(S, X) = \sum_{i=1}^n p_i * entropy(S) \quad (71)$$

Βασικό χαρακτηριστικό των δένδρων αποφάσεων είναι το κλάδεμα (pruning) είναι η διαδικασία μέσω της οποίας γίνεται προσπάθεια για μείωση του προβλήματος της υπερπροσαρμογής επιλέγοντας την κατάλληλη αναλογία ανάμεσα στο σφάλμα εκπαίδευσης και του μεγέθους του δένδρου [Breiman et al. \(1984\)](#).



Διάγραμμα 2.6 Παράδειγμα Δένδρου απόφασης (Πηγή: [Επιχειρηματική Ευφυΐα & Εξόρυξη Δεδομένων, Κύρκος, \(2016\)](#))

2.4.1.1.2 Λογιστική Παλινδρόμηση (Logistic regression)

Η λογιστική παλινδρόμηση [Cox, \(1958\)](#) είναι μια ειδική κατηγορία γραμμικής παλινδρόμησης με κύρια διαφορά ότι η εξαρτημένη μεταβλητή είναι διακριτή με τιμές 0 ή 1 και ουσιαστικά απαντά στην ερώτηση ΝΑΙ ή ΟΧΙ, ακριβώς για αυτό το λόγο τυγχάνει μεγάλης εφαρμογής σε προβλήματα ιατρικής (πρόγνωση αποτυχία ή επιτυχία) και πιστοληπτικής βαθμολόγησης (χορήγηση ή όχι δανείου) [Bhatia et al, \(2017\)](#).

Η πιθανότητα δεδομένης της τιμής της ανεξάρτητης μεταβλητής δίνεται από τον τύπο:

$$P(x) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_k x_{ik}}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_k x_{ik}}} \quad (72)$$

Παίρνοντας τον λογάριθμο η σχέση μετασχηματίζεται στην γραμμική μορφή:

$$\log\left(\frac{P_i(x)}{1 - P_i(x)}\right) = e^{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_k x_{ik}} \quad (73)$$

Με βάση τον παραπάνω μετασχηματισμό μπορούν να εφαρμοστούν οι τεχνικές της γραμμικής παλινδρόμησης (μέθοδος μεγίστης πιθανοφάνειας για την εκτίμηση των συντελεστών και την εκτίμηση της πιθανότητας να έχουμε επιτυχία ή όχι).

2.4.1.1.3 Τυχαία Δάση (Random Forest)

Η βασική αρχή που στηρίζεται αυτή η μέθοδος μηχανικής μάθησης είναι ότι αν χρησιμοποιήσουμε (εκπαιδεύσουμε) περισσότερα μοντέλα μαζί (Δένδρα αποφάσεων) μπορούμε να βελτιώσουμε την επίδοση ενός συστήματος μηχανικής μάθησης μέσω συγκερασμού των προβλέψεων τους Ho, (1995), Breiman, (2001). Είναι ουσιαστικά μία μέθοδος bagging όπου δημιουργούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους μοντέλα από το αρχικό σύνολο μέσω της τεχνικής bootstrap. Είναι μια μέθοδος δειγματοληψίας με επανάθεση από το σύνολο των δεδομένων μας για να παράξουμε ένα νέο σύνολο για τη δημιουργία ανεξάρτητων ταξινομητών. Η μέθοδος Bagging έχει αρκετά πλεονεκτήματα με τα βασικότερα την μείωση της συν διακύμανσης και την αποφυγή της υπερπροσαρμογής. Ενώ όμως αυτά τα μοντέλα βελτιώνουν την αποτελεσματικότητα μειώνουν αρκετά την ερμηνευσιμότητα που είναι από τα βασικά πλεονεκτήματα των δένδρων αποφάσεων. Μια εναλλακτική για να εξετάσουμε το πως παίρνονται οι αποφάσεις σε αυτά τα σύνθετα μοντέλα είναι να εξετάσουμε τις σημαντικότητες των χαρακτηριστικών δηλαδή την επίδραση που έχει το κάθε χαρακτηριστικό στην απόφαση (πρόβλεψη). Ο ακριβής τρόπος που υλοποιείται ο αλγόριθμος παρέχεται παρακάτω:

Κάθε δέντρο κατασκευάζεται βάση του ακόλουθου αλγόριθμου:

1. Έστω N ο αριθμός Του συνόλου εκπαίδευσης και M ο αριθμός των μεταβλητών στον ταξινομητή.
2. M μεταβλητές εισόδου (χαρακτηριστικά) συνολικά, ένας αριθμός $m < M$ καθορίζεται έτσι ώστε σε κάθε κόμβο να επιλέγονται m μεταβλητές επιλέγονται τυχαία από τον κόμβο. Η τιμή του m είναι διατηρείται σταθερή όσο μεγαλώνουμε το δάσος.
3. Επιλέγουμε ένα σετ εκπαίδευσης για το δέντρο διαλέγοντας n φορές με αντικατάσταση από όλες τις διαθέσιμες περιπτώσεις εκπαίδευσης (bootstrap δείγμα). Χρησιμοποιώντας τις υπόλοιπες υποθέσεις υπολογίζουμε το σφάλμα του δέντρου, προβλέποντας τις κλάσεις του.

4. Για κάθε κόμβο στο δέντρο επιλέγουμε τυχαία m μεταβλητές στις οποίες στηρίζουμε την απόφαση του κόμβου. Υπολογίζουμε τον καλύτερο δυνατό διαχωρισμό βασισμένο στις m μεταβλητές του σετ εκπαίδευσης.

5. Κάθε δέντρο αναπτύσσεται στη μεγαλύτερη δυνατή έκταση και δεν γίνεται κανένα κλάδεμα.

6. Προβλέπουμε νέα δεδομένα συγκεντρώνοντας τις προβλέψεις των n δέντρων (δηλαδή, πλειοψηφικές ψήφοι για τα ταξινομήση, μέσος όρος για παλινδρόμηση).

2.4.1.1.4 XGBoost

Ο αλγόριθμος XGBoost ανήκει στη κλάση της ώθησης (boosting), αντί να κατασκευάζουμε μοντέλα που είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους να κατασκευάζουμε διαδοχικά μοντέλα τα οποία θα προβλέπουν αυτό που δεν μπορεί να προβλέψουν τα προηγούμενα μοντέλα. Οπότε σε κάθε βήμα προχωράμε συνολικά σε καλύτερες προβλέψεις. Το XGBoost είναι μια εφαρμογή ανοιχτού κώδικα της Gradient

Boosting Machines και τρέχει 10 φορές ταχύτερα από τις υπάρχουσες λύσεις. Παρέχει παράλληλη tree boosting [Bhatia et al, \(2017\)](#).

θεωρούμε την αντικειμενική συνάρτηση:

$$y = \sum_{i=1}^n l(y_i, \hat{y}_i^t) + \sum_{i=1}^t \Omega(f_i) \quad (74)$$

Όπου l είναι μια διαφορίσιμη κυρτή συνάρτηση απωλειών και Ω είναι η όρος κανονικοποίησης. Το μοντέλο εκπαιδεύεται με ένα προσθετικό τρόπο, η τιμή πρόβλεψης στο βήμα t είναι $\hat{y}_i^t$.

$$\hat{y}_i^t = \sum_{k=1}^t f_k(x_i) = \hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i) \quad (75)$$

Για σταθερό c παίρνοντας το ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης απώλειας μέχρι δεύτερη τάξη καταλήγουμε:

$$y^t = [\sum_{i=1}^n l(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)} + g_i f_t(x_i)) + \frac{1}{2} h_i f_t^2(x_i)] \Omega(f_t) + c \quad (76)$$

$$g_i = \delta_{\hat{y}_i^{(t-1)}} l(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)}) \quad (77)$$

$$h_i = \delta_{\hat{y}_i^{(t-1)}}^2 l(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)}) \quad (78)$$

2.4.1.1.5 Μηχανές διανυσμάτων στήριξης (Support Vector Machine)

Γενικά υπάρχουν δύο στρατηγικές ταξινόμησης πολλαπλών κλάσεων α) μία προς μια όπου αν υπάρχουν K κλάσεις δημιουργούνται $\binom{K}{2} = \frac{K(K-1)}{2}$ ταξινομητές, με αυτό το τρόπο κάθε δείγμα ταξινομείται μεταξύ δύο κλάσεων ανάλογα με τη πλειοψηφία της κλάσης των ταξινομητών. β) Στη στρατηγική μία προς όλες δημιουργούνται K ταξινομητές όπου ταξινομούν κάθε δείγμα μεταξύ των υπολοίπων κλάσεων, η επιλογή γίνεται με κάποιο κριτήριο ταξινόμησης. Στις μηχανές διανυσμάτων στήριξης (SVM) (Boser, et. al, (1992); Cortes & Vapnik, (1995); Vapnik, (1995)), η επιλογή γίνεται με βάση την απόσταση από το υπερεπίπεδο που ορίζει ο κάθε επιμέρους ταξινομητής ώστε το περιθώριο διαχωρισμού των κατηγοριών να μεγιστοποιείται Haykin, (1999). Αρχικά παρουσιάζεται η πιο απλή περίπτωση μεταξύ δύο γραμμικώς διαχωρίσιμων κατηγοριών όταν τα κυρτά περιβλήματα τους δεν επικαλύπτονται.

Το επίπεδο διαχωρισμού ορίζεται ως εξής:

$$w^T x + b = 0 \quad (79)$$

Εδώ, το σύνολο περιγράφεται από μια συνάρτηση που χρησιμοποιεί ένα διάνυσμα βαρών w , το οποίο είναι κάθετο στο επίπεδο και καθορίζει τον προσανατολισμό του, και ένα κατώφλι b . Η προσαρμογή της τιμής του κατωφλίου b προκαλεί την παράλληλη μετατόπιση του επιπέδου.

Ο βασικός στόχος των ΜΔΣ είναι η εύρεση της επιφάνειας λήψης απόφασης μέσω της μεγιστοποίησης του περιθωρίου ($\frac{2}{\|w\|}$), περιθώριο ορίζεται ως η ελάχιστη απόσταση ενός σημείου από το υπερεπίπεδο διαχωρισμού. Η κλίμακα του περιθωρίου επηρεάζεται από το διάνυσμα βαρών w . Αν λάβουμε υπόψη τα σημεία x_i που βρίσκονται πλησιέστερα στο υπερεπίπεδο, μπορούμε να προσαρμόσουμε τις τιμές των w και b έτσι ώστε η απόσταση αυτών των σημείων από το υπερεπίπεδο να είναι μονάδα.

$$|w^T x_i + b| = 1 \quad (80)$$

Συνιστώντας δύο σημεία, x_1 και x_2 , που είναι κοντινά στο υπερεπίπεδο και έχουν απόσταση 1 από αυτό, μπορούμε να καθορίσουμε το περιθώριο d ως την απόστασή τους, η οποία μετρείται κάθετα στο υπερεπίπεδο. Τα σημεία αυτά βρίσκονται ανά ένα εκατέρωθεν του υπερεπιπέδου, με το ένα να έχει τιμή κλάσης +1 και το άλλο -1. Το βέλτιστο υπερεπίπεδο που διαχωρίζει τις κλάσεις είναι αυτό που εξασφαλίζει το

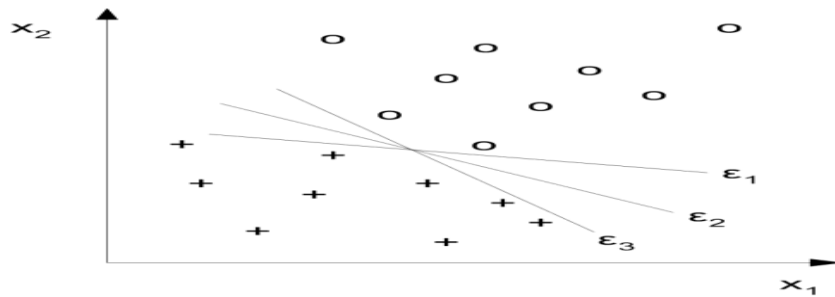
μεγαλύτερο περιθώριο μεταξύ τους. Τα σημεία που βρίσκονται στα όρια αυτού του περιθωρίου χαρακτηρίζονται ως διανύσματα υποστήριξης.

Πρακτικά το πρόβλημα κατηγοριοποίησης ανάγεται σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, δηλαδή εύρεση των βέλτιστων παραμέτρων επιφάνειας (w^*b^*) με το ελάχιστο κόστος.

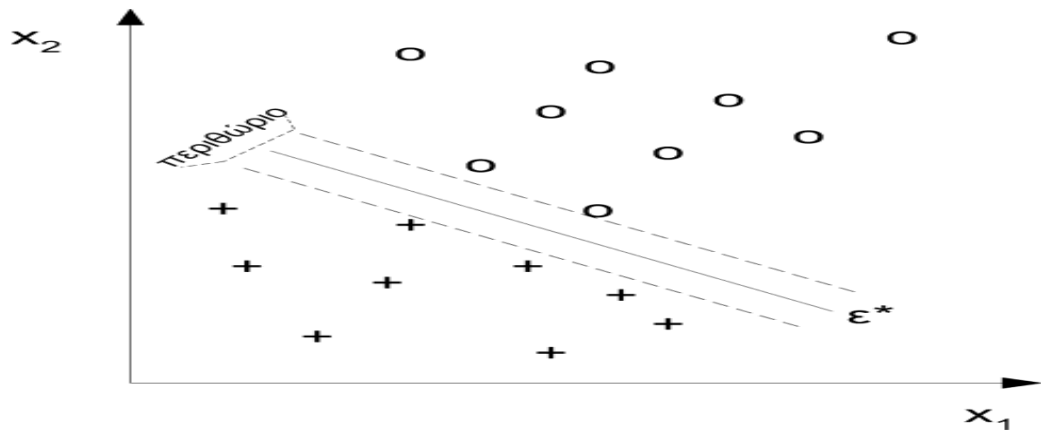
$$\min_{w,b} J(w) = \frac{1}{2} w^T w \quad (81)$$

$$t_i(w^T x_i + b) \geq 1 \quad i = 1, 2 \dots N \quad (82)$$

Η λύση δίνεται μέσω της γνωστής μεθόδου των πολλαπλασιαστών Lagrange ως ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού. (Haykin, (1999); Suykens et. al, (2002)).



Διάγραμμα 2.7 πολλαπλές ενδεχόμενες επιφάνειες απόφασης $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3 \dots$ (Πηγή: **Εισαγωγή στην Υπολογιστική Νοημοσύνη Μια ολιστική προσέγγιση, Καμπουρλάζος & Παπακώστας, (2015)**)



Διάγραμμα 2.8 βέλτιστη επιφάνεια απόφασης ϵ^* . (Πηγή: **Εισαγωγή στην Υπολογιστική Νοημοσύνη Μια ολιστική προσέγγιση, Καμπουρλάζος & Παπακώστας, (2015)**)

Στις περισσότερες περιπτώσεις τα δεδομένα είναι μη γραμμικώς διαχωρίσιμα για αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται οι βοηθητικές θετικοί παράμετροι γνωστές ως χαλαρές παράμετροι (slack parameters) Cortes & Vapnik, (1995).

Με αυτό το τρόπο το πρόβλημα μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\min_{w,b} J(w, \xi) = \frac{1}{2} w^T w + c \sum_{i=1}^N \xi_i \quad (83)$$

$$t_i(w^T x_i + b) \geq 1 - \xi_i, \quad \xi_i \geq 0 \quad i = 1, 2 \dots N \quad (84)$$

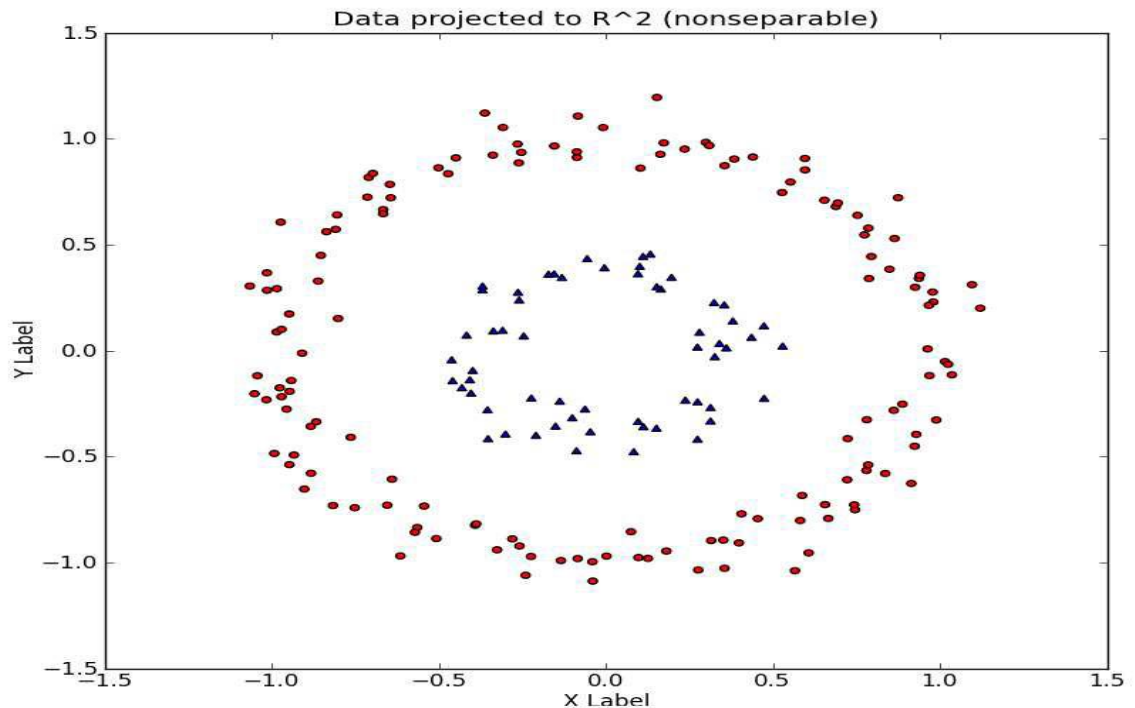
Η υπερπαράμετρος c ρυθμίζει την αυστηρότητα του περιθωρίου, όσο πιο μεγάλη η τιμή της τόσο πιο αυστηρός ο ταξινομητής. Τα μη γραμμικώς διαχωρίσιμα προβλήματα μπορούν να μετασχηματιστούν σε γραμμικά με βάση το παρακάτω μετασχηματισμό [Cristianini & Shawe-Taylor, \(2000\)](#):

$$y = w^T \varphi(x) + b \quad (85)$$

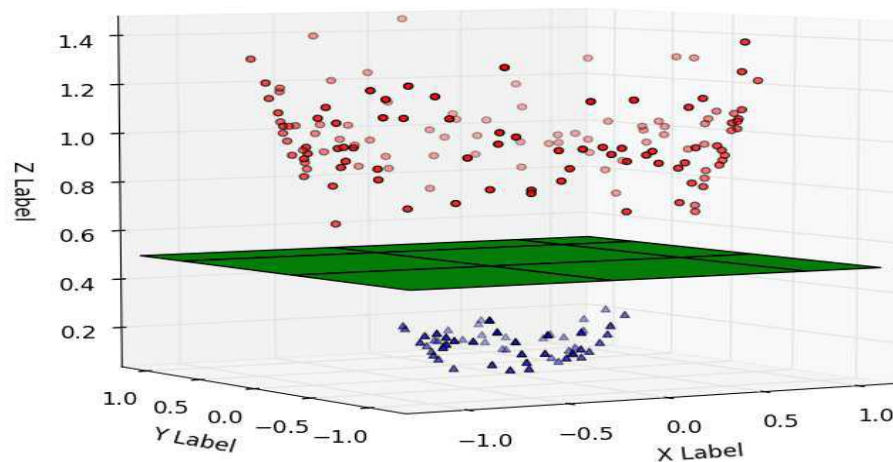
Ως φ ορίζεται η συνάρτηση απεικόνισης και K είναι η συνάρτηση πυρήνα ([Herbrich, \(2002\)](#); [Schölkopf & Smola, \(2002\)](#)).

$$K(x_i, x_j) = \varphi(x_i) * \varphi(x_j) \quad (86)$$

Αρκετές είναι οι συναρτήσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως συναρτήσεις πυρήνα όπως οι σιγμοειδής, πολωνυμική, εκθετική, ακτινωτής βάσης (Radial base) κ.α, η επιλογή κάθε φορά εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος [Steiwart, \(2003\)](#).



Data in R^3 (separable w/ hyperplane)



Διάγραμμα 2.9 Μη γραμμικά διαχωρίσιμο σύνολο στο R^2 μέσω του μετασχηματισμού $[x_1, x_2] = [x_1, x_2, x_1^2 + x_2^2]$. (Πηγή: [Eric Kim, 2013](#))

2.4.1.1.6 Στοχαστική Κάθοδος Κλίσης (Stochastic Gradient Descent).

Η Στοχαστική Κάθοδος Κλίσης, εσωτερικά δημιουργεί μια γραμμική συνάρτηση, η οποία με βάση τα χαρακτηριστικά των δεδομένων μας υπολογίζει τον στόχο (κλάση) που θέλουμε. Συνήθως κατά τη διάρκεια της φάσης εκπαίδευσης η μέθοδος δεν θα έχει μεγάλη ακρίβεια προβλέψεων. Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του λάθους ή απώλειας

(loss), η Στοχαστική Κάθοδος Κλίσης (SGD) [Bottou et. al, \(1998\)](#) επιδιώκει την προσαρμογή της συνάρτησης προς την κατεύθυνση της ελάχιστης απώλειας, βασιζόμενη στην κλίση ή το παράγωγο της σε κάθε σημείο του συνόλου εκπαίδευσης. Ο όρος "στοχαστική" προέρχεται από το γεγονός ότι κατά την διαδικασία της εκπαίδευσης, επιλέγουμε τυχαίες υποσύνολα δειγμάτων (batches) από τα δεδομένα μας, υπολογίζουμε την απώλεια, και διορθώνουμε τη συνάρτηση με βάση τις παραγώγους. Η μέθοδος αυτή συνήθως λειτουργεί πιο αποτελεσματικά μετά από κανονικοποίηση των δεδομένων.

$$\min_w \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i w \quad (87)$$

Q_i είναι η τιμή της συνάρτησης απώλειας στο i βήμα και $Q(w)$ το εμπειρικό ρίσκο (empirical risk).

Για να υπολογιστεί το w χρησιμοποιείται ο παρακάτω επαναληπτικός αλγόριθμος γνωστός ως gradient descent [Ruder, \(2016\)](#).

$$w := w - \eta \nabla Q_i(w) \quad (88)$$

όπου η η παράμετρο εκμάθησης όπου καθορίζει το μέγεθος του βήματος σε κάθε επανάληψη, ενώ κινείται προς το ελάχιστο της συνάρτησης απωλειών (loss function).

Στα μαθηματικά, η κάθοδος κλίσης (gradient descent or steepest descent) είναι ένας επαναληπτικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης πρώτης τάξης για την εύρεση ενός τοπικού ελαχίστου μιας διαφορίσιμης συνάρτησης. Η ιδέα είναι να γίνονται επαναλαμβανόμενα βήματα προς την αντίθετη κατεύθυνση της κλίσης (ή της προσεγγιστικής κλίσης) της συνάρτησης στο τρέχον σημείο, επειδή αυτή είναι η κατεύθυνση της πιο απότομης καθόδου. Αντίστροφα, τα βήματα προς την κατεύθυνση της κλίσης θα οδηγήσουν σε ένα τοπικό μέγιστο της εν λόγω συνάρτησης- η διαδικασία είναι τότε γνωστή ως άνοδος κλίσης. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στη μηχανική μάθηση για την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους ή απώλειας. Η κάθοδος κλίσης δεν πρέπει να συγχέεται με τους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης, αν και οι δύο είναι επαναληπτικές μέθοδοι βελτιστοποίησης.

2.4.1.1.7 Αλγόριθμος k-Πλησιέστερων Γειτόνων (k-Nearest Neighbors - kNN).

Η μέθοδος των **k-Πλησιέστερων Γειτόνων** (k-Nearest Neighbors - kNN) [Keller et. al, \(1985\)](#) είναι ένας αλγόριθμος της οικογένειας των Κατηγοριοποιητών Βασισμένων σε Παραδείγματα. Το βασικό χαρακτηριστικό της λειτουργίας του kNN αποτελεί ο υπολογισμός των αποστάσεων μεταξύ του προς επεξεργασία δεδομένου με το σύνολο

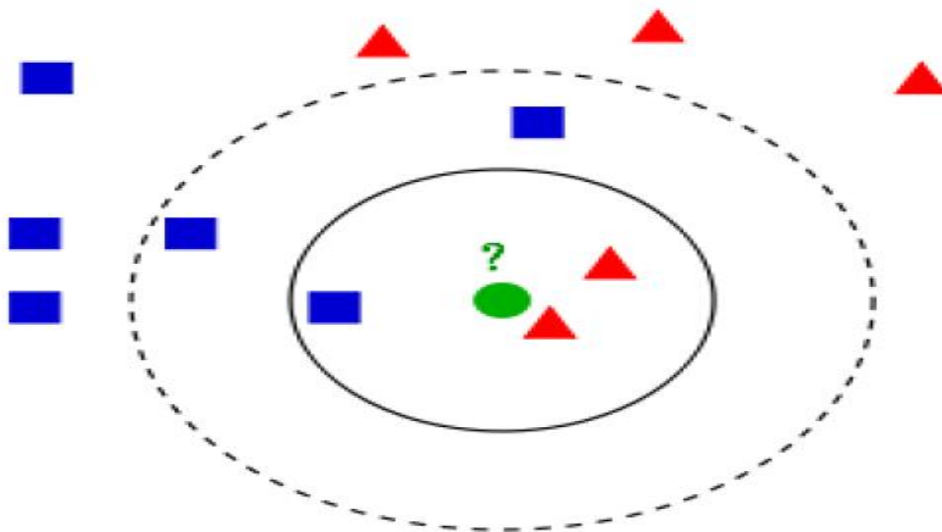
των δεδομένων εκπαίδευσης. Κάθε παρατήρηση ορίζεται ως ένα σημείο στο χώρο, η διαστάσεων ο αλγόριθμος αναζητά τα σημεία που απέχουν τη λιγότερη απόσταση μέσα στο χώρο σύμφωνα με την ευκλείδεια απόσταση.

$$d(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (89)$$

Επειδή η ευκλείδεια μετρική τείνει να επηρεάζεται περισσότερο από τις μεταβλητές με μεγάλες τιμές (outliers) για αυτό το λόγο προτείνεται η κανονικοποίηση των μεταβλητών. Το δεύτερο πρόβλημα είναι η ίδια συμμετοχή όλων των χαρακτηριστικών στο τελικό αποτέλεσμα το οποίο στη πράξη δεν είναι το σύνηθες για αυτό προτείνεται η χρησιμοποίηση βαρών και ο τύπος αναδιατυπώνεται ως εξής:

$$d(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i (x_i - y_i)^2} \quad (90) \text{ Γενικά}$$

Υπάρχουν πολλές συναρτήσεις για τη μέτρηση της απόστασης των δεδομένων [Paredes & Vidal, \(2006\)](#) η επιλογή εξαρτάται από τα δεδομένα του προβλήματος. Οι kNN είναι αποτελεσματικοί όταν υπάρχουν σύνθετες εξαρτήσεις μεταξύ των μεταβλητών και διαθέτουν απλό αλγόριθμο επιτυγχάνοντας υψηλές επιδόσεις κατηγοριοποίησης. Από την άλλη το ότι γίνονται πολλές συγκρίσεις μεταξύ παρατηρήσεων απαιτεί πολύ χρόνο ειδικά όπου ο αριθμός των εν δυνάμει «γειτόνων» είναι μεγάλος. Επηρεάζονται σημαντικά από το πλήθος των γειτόνων k, επιδεικνύουν ευαισθησία σε τοπικά χαρακτηριστικά των δεδομένων.



Διάγραμμα 2.10 Μοντέλο kNN για ένα πρόβλημα δυο κατηγοριών Πηγή: [Εισαγωγή στην Υπολογιστική Νοημοσύνη Μια ολιστική προσέγγιση, Καμπουρλάζος & Παπακόστας, \(2015\)](#)

2.4.1.1.8 Διακριτική ανάλυση (Linear Discriminant analysis)

Η γραμμική διακριτική ανάλυση (Linear Discriminant Analysis - LDA) πηγάζει από την ανάλυση του Fisher, μια μέθοδος ταξινόμησης που χρησιμοποιείται στη μηχανική μάθηση για να ανακαλύψει ένα γραμμικό συνδυασμό χαρακτηριστικών που διαχωρίζει δύο ή περισσότερες κατηγορίες αντικειμένων. Ο παραγόμενος συνδυασμός των χαρακτηριστικών που είναι περισσότερο επιθυμητός χρησιμοποιείται ως μέσος για τη μείωση της διαστατικότητας πριν από την υποκείμενη ταξινόμηση ή ως γραμμικός ταξινομητής. Ο Beaver, (1966) πρωτοπόρησε στην εφαρμογή της μονομεταβλητής ανάλυσης για την αξιολόγηση των χρηματοοικονομικών δεικτών, με στόχο να αξιολογήσει την ικανότητά τους να προβλέψουν την πτώχευση των επιχειρήσεων. Τα αποτελέσματά του οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι οι δείκτες που σχετίζονται με την κερδοφορία, τη ρευστότητα και τη φερεγγυότητα των επιχειρήσεων αποτελούν τους πιο αξιόπιστους δείκτες ως προς την προβλεπτική τους ικανότητα, αναδεικνύοντας την οικονομική δυσχέρεια των επιχειρήσεων. Ειδικότερα, ο δείκτης των ταμειακών ροών προς το χρέος ξεχώρισε ως ο πιο αξιόπιστος δείκτης με υψηλή προβλεπτική ικανότητα Altman, (2000).

Το κύριο χαρακτηριστικό της μεθοδολογίας είναι η χρήση ενός μοναδικού παράγοντα ταξινόμησης για την αξιολόγηση των επιχειρήσεων και τη διαίρεσή τους σε δύο κατηγορίες (υγιείς και μη υγιείς). Επιπλέον, υποθέτει την ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των δεικτών και την προβλεπτική ικανότητά τους για την πτώχευση των επιχειρήσεων.

Η ανωτέρω μελέτη υπέστη έντονη κριτική και αμφισβήτηση τόσο όσον αφορά την θεωρητική της βάση όσο και την πρακτική αξία των αποτελεσμάτων της. Η μονοδιάστατη προσέγγιση, με την οποία δίνεται έμφαση στην ανάλυση των χρηματοοικονομικών δεικτών χωριστά (χωρίς αλληλεπίδραση), θεωρήθηκε ανεπαρκής λόγω των αντιφατικών αποτελεσμάτων που ενδέχεται να προκύψουν με τη χρήση διαφορετικών δεικτών, καθώς και με την συνδυαστική τους εκτίμηση. Επιπλέον, κρίθηκε ότι η πολυπλοκότητα μιας επιχείρησης δεν μπορεί να αξιολογηθεί με βάση έναν μόνο δείκτη Zavgren, (1988).

Για αυτό το λόγο δημιουργήθηκε η πολυμεταβλητή Διακριτή Ανάλυση όπου διαχωρίζει ένα δείγμα σε δύο ομάδες, χρησιμοποιώντας τουλάχιστον μία μεταβλητή. Εάν κάποιος επιθυμεί να διατηρήσει τη διάκριση μεταξύ των κατηγοριών ενώ ταυτόχρονα μειώνει τις

διαστάσεις, η LDA αποτελεί μια καλή επιλογή που καθορίζει την διάσταση της διάκρισης στον χώρο των προτύπων απόκρισης. Σε αυτόν τον χώρο, η αναλογία μεταξύ των κατηγοριών προς την εσωτερική διακύμανση της κάθε κατηγορίας είναι μέγιστη. Αναζητώντας τον βέλτιστο γραμμικό συνδυασμό μεταξύ διαφόρων μεταβλητών (με διαφορετικές βαρύτητες), προβαίνει στην κατάταξη των στοιχείων του δείγματος σε κατηγορίες, όπως για παράδειγμα, υγιείς και μη υγιείς επιχειρήσεις ή τη πιθανότητα αθέτησης των υποχρεώσεων. Στόχος είναι, αφενός, η ελαχιστοποίηση της διασποράς εντός κάθε ομάδας, ενώ αφετέρου, η μεγιστοποίηση της απόστασης μεταξύ των μέσων των δύο ομάδων, προκειμένου να επιτευχθεί η αποτελεσματικότερη διάκριση μεταξύ των επισφαλών και μη επισφαλών μονάδων, αποφεύγοντας την υπέρθεση των κατηγοριών [Καλφάογλου, \(2012\)](#).

$$Z = b_1x_1 + b_2x_2 + \dots b_nx_n \quad (91)$$

$$S(\beta) = \frac{\beta^T \mu_1 - \beta^T \mu_2}{\beta^T C \beta} = \frac{Z_1 - Z_2}{V} \quad (92)$$

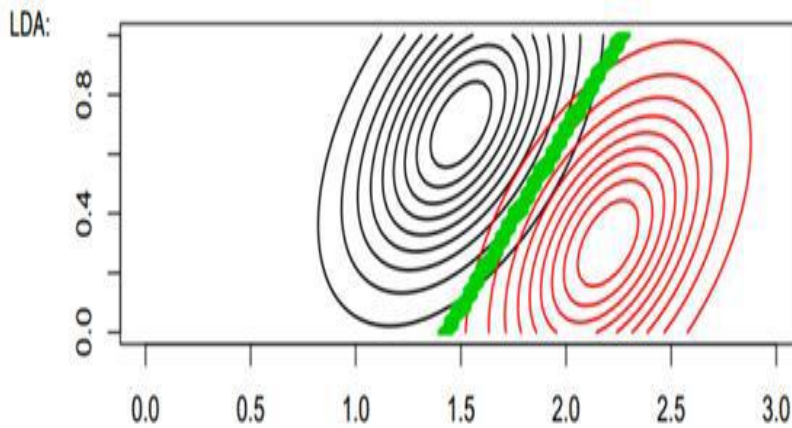
Όπου:

$$\beta = C^{-1}(\mu_1 - \mu_2) \quad \mu_1, \mu_2: \text{mean Vectors} \quad (93)$$

$$C = \frac{1}{n_1 + n_2} (n_1 C_1 + n_2 C_2) \quad C_1, C_2: \text{Covariance Matrixes} \quad (94)$$

Ένας τρόπος αξιολόγησης της αποτελεσματικότητας των διακρίσεων που δημιουργείται με αυτόν τον τρόπο είναι ο υπολογισμός της απόστασης Mahalanobis (Δ) μεταξύ δύο ομάδων που σχηματίζονται με την LDA. Μια απόσταση μεγαλύτερη από 3 σημαίνει ότι οι δύο μέσοι όροι διαφέρουν περισσότερο από 3 τυπικές αποκλίσεις, η οποία αποτελεί, συνεπώς, δείκτη καλής διαχωρισιμότητας μεταξύ των δύο ομάδων.

$$\Delta^2 = \beta^T (\mu_1 - \mu_2) \quad (95)$$



Διάγραμμα 2.11 Παράδειγμα διαχωρισμού με LDA (Πηγή: **Bhatia et al, (2017).**)

2.4.1.2 Παλινδρόμηση

Η παλινδρόμηση είναι μια διαδικασία επιβλεπόμενης μηχανικής μάθησης όπου τόσο οι τιμές εισόδου όσο και οι τιμές εξόδου είναι αριθμητικές μεταβλητές. Με την ανάλυση παλινδρόμησης, ο χρήστης αντιλαμβάνεται τον τρόπο με τον οποίο οι μεταβολές στις ανεξάρτητες μεταβλητές επηρεάζουν την εξαρτημένη μεταβλητή. Επιπλέον, η παλινδρόμηση μπορεί να εφαρμοστεί για την πρόβλεψη της τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής. Οι τεχνικές ανάλυσης παλινδρόμησης έχουν ευρεία χρήση σε οικονομικές μελέτες διάφορων κλάδων και αποτελούν ένα από τα θεμέλια και τα παραδοσιακά εργαλεία για τη διεξαγωγή οικονομικών αναλύσεων. Δύο είναι οι κύριες μέθοδοι η γραμμική παλινδρόμηση και διάφορες παραλλαγές της (lasso, Ridge, polynomial regression) καθώς με τους κατάλληλους μετασχηματισμούς ανάγονται σε γραμμική παλινδρόμηση. Η δεύτερη προέρχεται από τα δένδρα αποφάσεων και την παραλλαγή CART.

2.4.1.2.1 Πολλαπλή Γραμμική Παλινδρόμηση

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων χρησιμοποιείται για την εύρεση των παραμέτρων, δηλαδή του σταθερού όρου και των συντελεστών, που περιγράφονται παρακάτω:

$$y = b_1x_1 + b_2x_2 + \dots b_nx_n + \varepsilon_t \quad (96)$$

Το εκτιμώμενο μοντέλο διαμορφώνεται ως εξής:

$$\hat{y} = \hat{b}_1x_1 + \hat{b}_2x_2 + \dots \hat{b}_nx_n \quad (97)$$

$$\varepsilon = \hat{y} - y \quad (98)$$

Για την εκτίμηση των συντελεστών ακολουθείτε η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων όπου η συνολική τετραγωνική απόκλιση μεταξύ των προβλεπόμενων και πραγματικών τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής Y να είναι ελάχιστη. Οι εκτιμητές αντιστοιχούν στο σημείο τομής του επιπέδου με τον άξονα της Y , καθώς και στις κλίσεις του επιπέδου έναντι των αξόνων των $X_1, X_2, \dots, X_n$ αντίστοιχα. Στην πολλαπλή παλινδρόμηση, όπου υπάρχουν n ανεξάρτητες μεταβλητές X_i , δημιουργείται ένα υπερπίπεδο στον αντίστοιχο χώρο. Αξίζει να σημειωθεί ότι για την ακριβή εκτίμηση των παραμέτρων απαιτείται ένα επαρκώς μεγάλο δείγμα παρατηρήσεων.

Το μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής. Σε αυτήν την περίπτωση, η τιμή του συντελεστή προσδιορισμού R^2 διαδραματίζει σημαντικό ρόλο. Ο συντελεστής πολλαπλού προσδιορισμού, μετρά πόσο καλά οι εκτιμώμενες τιμές της γραμμής παλινδρόμησης αντιστοιχούν στα πραγματικά στοιχεία και επομένως αποτελεί οδηγό για την "καλή προσαρμογή" του μοντέλου παλινδρόμησης. Οι τιμές του R^2 κυμαίνονται από 0 έως 1, με το 1 να υποδηλώνει τέλεια αντιστοιχία μεταξύ της εκτιμώμενης τιμής και των πραγματικών δεδομένων και με το 0 να υποδηλώνει ότι δεν υπάρχει καθόλου συστηματική αντιστοιχία [Guerrero, \(2010\)](#). Επιπλέον το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση της σημαντικότητας των ανεξάρτητων μεταβλητών. Οι συντελεστές β_i αντιπροσωπεύουν μια εκτίμηση του αντίκτυπου της αντίστοιχης μεταβλητής x_i στην εξαρτημένη μεταβλητή Y . Με τη χρήση στατιστικών τεχνικών, ο αναλυτής μπορεί να ελέγξει και να αξιολογήσει εάν η πραγματική τιμή ενός συντελεστή είναι στατιστικά σημαντική. Παρόλα αυτά, υπάρχουν πιθανά προβλήματα στην πολλαπλή παλινδρόμηση, όπως το πρόβλημα της πολυσυγγραμμικότητας, όπου δύο ή περισσότερες ανεξάρτητες μεταβλητές είναι ισχυρά συσχετισμένες. Το θέμα αυτό μπορεί να έχει επιπτώσεις στους συντελεστές των ανεξάρτητων μεταβλητών. Επίσης, η παράλειψη σημαντικών μεταβλητών μπορεί να επηρεάσει την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Συνολικά, ο αναλυτής πρέπει να είναι προσεκτικός στην σύλληψη και ανάλυση των δεδομένων, λαμβάνοντας υπόψη του όλες τις πιθανές πτυχές που επηρεάζουν το μοντέλο παλινδρόμησης.

Για την υλοποίηση της γραμμικής παλινδρόμησης πρέπει να τηρούνται οι ακόλουθες προϋποθέσεις:

1. Η μεταβλητή e_t (διαταρακτικός όρος υποδείγματος πολλαπλής παλινδρόμησης του πληθυσμού) είναι τυχαία μεταβλητή με μέσο το μηδέν: $E(e_t) = 0$, για $t = 1, \dots, T$.
2. Η διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής e_t είναι σταθερή (ομοσκεδαστικός όρος): $Var(e_t) = \sigma_e^2$, για $t = 1, \dots, T$.
3. Δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση (autocorrelation) στους διαταρακτικούς όρους, δηλαδή οι τιμές των διαταρακτικών όρων είναι ανεξάρτητες $Cov(e_t, e_s) = 0$, για $t \neq s$.
4. Ο διαταρακτικός όρος δεν συσχετίζεται με τις ανεξάρτητων μεταβλητές X : $Cov(X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt}, e_t) = 0$, για $t = 1, \dots, T$.
5. Η τυχαία μεταβλητή e_t ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο μηδέν και σταθερή διακύμανση: $e_t \sim N(0, \sigma_e^2)$.
6. Η μαθηματική (προσδιοριστική) σχέση μεταξύ των μεταβλητών Y_t και $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt}$ είναι γραμμική.
7. Δεν υπάρχουν γραμμικές σχέσεις μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών. Η υπόθεση αυτή αποκλείει την ύπαρξη πολυσυγγραμικότητας μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών.
8. Ο αριθμός των παρατηρήσεων του δείγματος n είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών $k + 1$.
9. Το υπόδειγμα της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι σωστά εξειδικευμένο.
10. Οι ανεξάρτητες μεταβλητές μετρούνται χωρίς σφάλμα.

2.4.1.2.2 Classification And Regression Trees

Τα δένδρα τύπου CART (Classification And Regression Trees) προτάθηκαν από τους [Breiman et. al, \(1984\)](#) και αποτελούν αντικείμενο ενδιαφέροντος στον χώρο της αναγνώρισης προτύπων και της στατιστικής ανάλυσης. Ο αρχικός αλγόριθμος τους υλοποιείται σε λογισμικά που αναπτύχθηκαν από την Salford Systems, ενισχύοντας έτσι την ευρεία χρήση και την πρακτική εφαρμογή τους.

Ένα από τα πιο ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά των δένδρων CART ανακλά την ικανότητά τους να αντιμετωπίζουν τόσο προβλήματα κατηγοριοποίησης όσο και παλινδρόμησης. Συνεπώς, είναι δυνατό να προβλέψουν τόσο κατηγορικές όσο και αριθμητικές τιμές. Τα δένδρα CART χαρακτηρίζονται από τη δυαδική τους δομή, όπου

κάθε κόμβος μπορεί να έχει μόνο δύο κλάδους. Επιπλέον, για τον διαχωρισμό των παρατηρήσεων, χρησιμοποιείται το κριτήριο Twoing, το οποίο επιτρέπει την αποτελεσματική διάκριση μεταξύ των διάφορων κλάσεων.

Τα δένδρα CART εξακολουθούν να αποτελούν πηγή έμπνευσης για επιπλέον αναπτυγμένους αλγορίθμους από διάφορους ερευνητές, περιλαμβανομένων των AID [Sonquist et. al, \(1971\)](#), CHAID [Kass, \(1980\)](#) και QUEST [Loh & Shih, \(1997\)](#). Στα θετικά τους χαρακτηριστικά συγκαταλέγονται οι εξαιρετικές επιδόσεις σε ταχύτητα και ακρίβεια, καθώς και η δυνατότητά τους να αντιμετωπίζουν δεδομένα με απουσιάζουσες τιμές. Επιπλέον, τα δένδρα CART εξασφαλίζουν αξιόπιστα αποτελέσματα και σε περιπτώσεις κατηγοριοποίησης όπου λαμβάνεται υπόψη το διαφορετικό κόστος σφάλματος (cost-sensitive classification). Σε αυτές τις περιπτώσεις, ο αλγόριθμος επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει τις αναμενόμενες προβλεπόμενες απώλειες για την πιο ευάλωτη κατηγορία.

Προς συμπεράσματος, τα δένδρα CART αποτελούν σημαντικό μέσο στον τομέα της ανάλυσης δεδομένων και της αναγνώρισης προτύπων, προσφέροντας ευέλικτες λύσεις για προβλήματα ταξινόμησης και παλινδρόμησης.

2.4.1.3 Συσταδοποίηση (Clustering)

Η Ανάλυση Συστάδων (Clustering) [Estivill-Castro & Yang, \(2000\)](#). ανήκει στη κατηγορία Εξόρυξης Δεδομένων, ο στόχος της είναι να ομαδοποιήσει ένα σύνολο παραδειγμάτων σε συστάδες βάσει της ομοιότητας μεταξύ των μελών τους. Η μη γνώση σχετικά με την κατηγοριοποίηση των δεδομένων την κατατάσσει στην κύρια μέθοδο στην κατηγορία της μη επιβλεπόμενης μάθησης.

Ως κύριο μέτρο ομοιότητας χρησιμοποιείται η έννοια της απόστασης μεταξύ των παρατηρήσεων, ουσιαστικά αντιμετωπίζονται ως σημεία σε έναν πολυδιάστατο χώρο, με την Ευκλείδεια απόσταση και διάφορες παραλλαγές της όπως Manhattan και Minkowski να είναι το κύριο μέτρο της ομοιότητάς τους κυρίως για αριθμητικά δεδομένα εισόδου.

Εκτός από τα αριθμητικά δεδομένα υπάρχουν και τα δυαδικά, ονομαστικά και διατακτικά πεδία, για αυτές τις κατηγορίες έχουν αναπτυχθεί ειδικές μέθοδοι υπολογισμού απόστασης.

Υπάρχει μια πληθώρα μεθόδων Ανάλυσης Συστάδων όπως οι Ιεραρχικές, Διαχωριστικές, βασισμένες στην πυκνότητα, πλέγματος και μοντέλα. Οι Ιεραρχικές μέθοδοι δημιουργούν μια ιεραρχία επιπέδων, καθένα από τα οποία περιλαμβάνει ένα σύνολο συστάδων με την επιλογή του βέλτιστου αριθμού συστάδων είναι αρμοδιότητα του χρήστη και έχει ως πλεονέκτημα την οπτικοποίηση μέσω του δένδρογράμματος.

Στις Διαχωριστικές, τα αντικείμενα επιμερίζονται σε k συστάδες με βάση κάποιο κριτήριο με τον πιο γνωστό αλγόριθμο να είναι η μέθοδος k -means clustering.

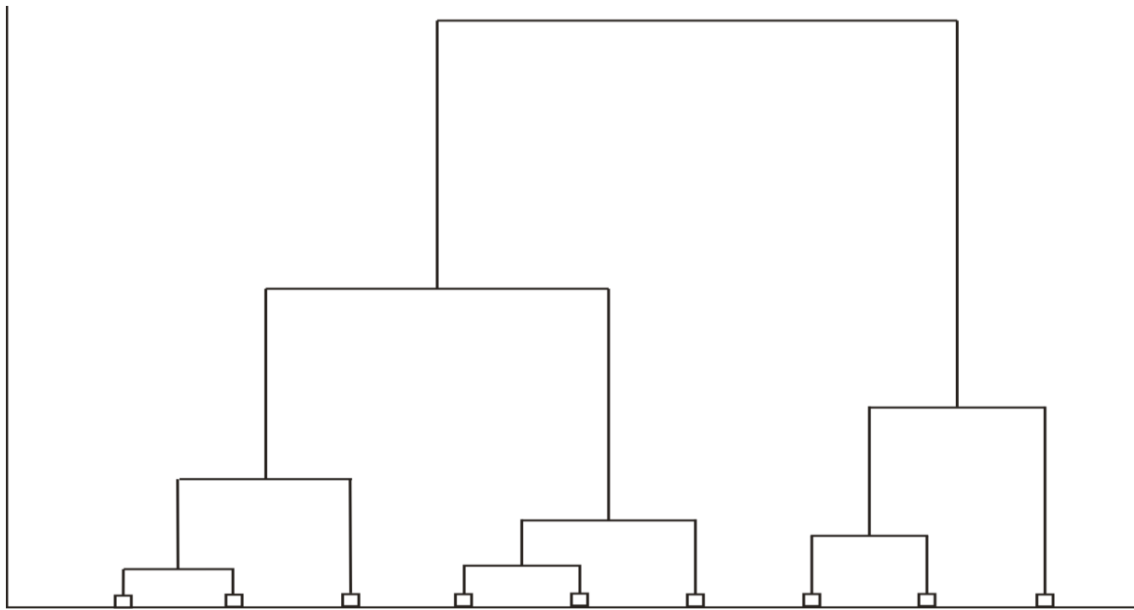
Οι πιο σύγχρονες μέθοδοι είναι οι βασισμένες σε μοντέλα που χρησιμοποιούν μοντέλα για τη βελτιστοποίηση της προσαρμογής ανάμεσα στα δεδομένα και τα μοντέλα. Ένα παράδειγμα αυτής της κατηγορίας αποτελούν οι Αυτοοργανούμενοι Χάρτες, που ανήκουν στην κατηγορία των Νευρωνικών Δικτύων.

Συνολικά, η Ανάλυση Συστάδων αποτελεί ένα απαραίτητο εργαλείο της ανάλυσης δεδομένων και ειδικότερα της περιγραφικής ανάλυσης με στόχο την κατανόηση σχέσεων μεταξύ των δεδομένων και την οργάνωσή τους με πιο αποδοτικό τρόπο για την λήψη αποφάσεων [Jung et. al, \(2009\)](#) και [Mosleh et. al, \(2015\)](#). Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι ο εντοπισμός ακραίων παρατηρήσεων [Ng & Han, \(1994\)](#).

Τα βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν κατά την ανάλυση ομοιότητας μπορούν να ορισθούν με το παρακάτω τρόπο:

1. Πρώτο βήμα είναι η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των δεδομένων και του στόχου που θέλουμε να επιτευχθεί [Han et. al, \(2011\)](#).

Στις ιεραρχικές μεθόδους Στο ανώτατο επίπεδο υπάρχει η υπερσυστάδα και μέσω διαδοχικών διασπάσεων ή συγχωνεύσεων προκύπτουν οι υποσυστάδες. Οι ιεραρχικές μέθοδοι χωρίζονται σε δύο κατηγορίες στις σωρευτικές (agglomerative) μεθόδους που υιοθετούν τη διαδικασία από κάτω προς τα πάνω και στις διαιρετικές (divisive) όπου υιοθετούν την προσέγγιση από πάνω προς τα κάτω μέσω διαδοχικών διασπάσεων. Τα βασικά πλεονεκτήματα αυτών των μεθόδων είναι ότι επιτρέπει στο χρήστη να επιλέξει το επίπεδο διάσπασης που επιθυμεί και ο μεγάλος βαθμός κατανόησης των ομάδων που δημιουργούνται μέσω του δένδρογράμματος [Nielsen, \(2016\)](#), ενώ το αρνητικό είναι το μεγάλο υπολογιστικό κόστος που χρειάζεται η διαδικασία και η ευαισθησία στην ύπαρξη ακραίων τιμών.



Διάγραμμα 2.12 Δενδρογράμμα (Πηγή: **Επιχειρηματική Ευφυΐα & Εξόρυξη Δεδομένων, Κύρκος, (2016)**)

Στις διαχωριστικές (partitioning) μεθόδους [Dubes, \(1987\)](#) επιλέγεται ένα κριτήριο διαχωρισμού και με βάση αυτό προσπαθεί να βελτιστοποιηθεί ο διαχωρισμός των ομάδων. Ο σημαντικότερος είναι ο αλγόριθμος που ανήκει σε αυτή τη κλάση είναι k-means [MacQueen, \(1967\)](#). Λόγω του μικρότερου υπολογιστικού κόστους συγκριτικά με τις ιεραρχικές προτιμάται σε μεγάλα σύνολα δεδομένων και λόγω του αυτόματου τρόπου που διαμοιράζονται τα αντικείμενα στις συστάδες. Στα αρνητικά είναι υπερβολικά ευαίσθητες στην ύπαρξη ακραίων τιμών και στην κλίμακα των δεδομένων και η δυσκολία καθορισμού του αριθμού των συστάδων. Για το καθορισμό του βέλτιστου αριθμού των συστάδων είναι προτιμότερο είτε να εφαρμόζεται πρώτα ιεραρχική ταξινόμηση ώστε να μπορεί να αποφασίσει ο χρήστης μέσω του δενδρογράμματος τον κατάλληλο αριθμό και όταν δεν είναι δυνατό λόγω του μεγάλου υπολογιστικού κόστους η εφαρμογή της μέθοδος average silhouette ή της μεθόδου του αγώνα (elbow method). Κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα με τον αριθμό των συστάδων στον άξονα x και το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων κάθε δείγματος από το κεντροειδές της ομάδας του (την μετρική παραμόρφωσης, distortion score) στον άξονα y, η καμπή μας δίνει τον βέλτιστο αριθμό των συστάδων.

.

2. Εφόσον επιλεγθεί η ιεραρχική μέθοδος είναι απαραίτητο η επιλογή της κατάλληλης μετρικής ομοιότητας.

Για τη πιο συνηθισμένη κατηγορία των αριθμητικών δεδομένων παρουσιάζονται οι πιο σημαντικές μετρικές:

Ευκλείδεια:

$$d(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (99)$$

Manhattan:

$$d(X, Y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \quad (100)$$

Minkowski:

$$d(X, Y) = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^q} \quad (101)$$

Οι παραπάνω μετρικές επηρεάζονται σημαντικά από τις μονάδες μέτρησης για αυτό σε αρκετές περιπτώσεις συνίσταται η τεχνική της κανονικοποίησης μέσω κάποιας τεχνικής όπως Z-Score. Λόγω της ύπαρξης της τετραγωνικής ρίζας μειώνει την επίδραση των ακραίων τιμών.

Ένας άλλος τρόπος είναι η στάθμιση των δεδομένων προσδίδοντας διαφορετική βαρύτητα σε κάθε μεταβλητή.

$$d(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i (x_i - y_i)^2} \quad (102)$$

Μια μετρική που λαμβάνει υπόψιν τις συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών και δεν επηρεάζεται από την κλίμακα μέτρησης των μεταβλητών είναι η μετρική Mahalanobis:

$$d(X, Y) = (x - y)^T S^{-1} (x - y) \quad (103)$$

3. Για τον υπολογισμό της εγγύτητας των συστάδων σε κάθε βήμα είναι απαραίτητο να ορισθεί το μέτρο απόστασης μεταξύ των συστάδων.

Η μέθοδος της Απλής Σύνδεσης, γνωστή και ως μέθοδος του κοντινότερου γείτονα [Sneath & Sokal, \(1973\)](#), ορίζει την απόσταση μεταξύ δύο συστάδων ως την ελάχιστη απόσταση μεταξύ ενός μέλους της πρώτης συστάδας και οποιουδήποτε μέλους της δεύτερης συστάδας.

$$d(C_1, C_2) = \min_{x \in C_1, y \in C_2} d(x, y) \quad (104)$$

Η συγκεκριμένη μέθοδος μπορεί να δημιουργήσει μεγάλες συστάδες και δίνει ιδιαίτερη έμφαση στην απόσταση μόνο μεταξύ των κοντινών γειτόνων έτσι το αρχικό και το τελευταίο μέλος θα απέχουν αρκετά μεταξύ τους μειώνοντας την ομογένεια την συστάδας.

Η επόμενη είναι η μέθοδος της Πλήρους Σύνδεσης (Complete Linkage) γνωστή και ως μέθοδος του μακρινότερου γείτονα [King, \(1967\)](#).

$$d(C_1, C_2) = \max_{x \in C_1, y \in C_2} d(x, y) \quad (105)$$

Η μέθοδος αυτή προτιμάται όταν τα στοιχεία της κάθε συστάδας βρίσκονται σε μεγάλες αποστάσεις, το βασικό μειονέκτημα είναι ότι ένα αντικείμενο με ακραίες τιμές δε θα ενταχθεί εύκολα σε κάποια συστάδα.

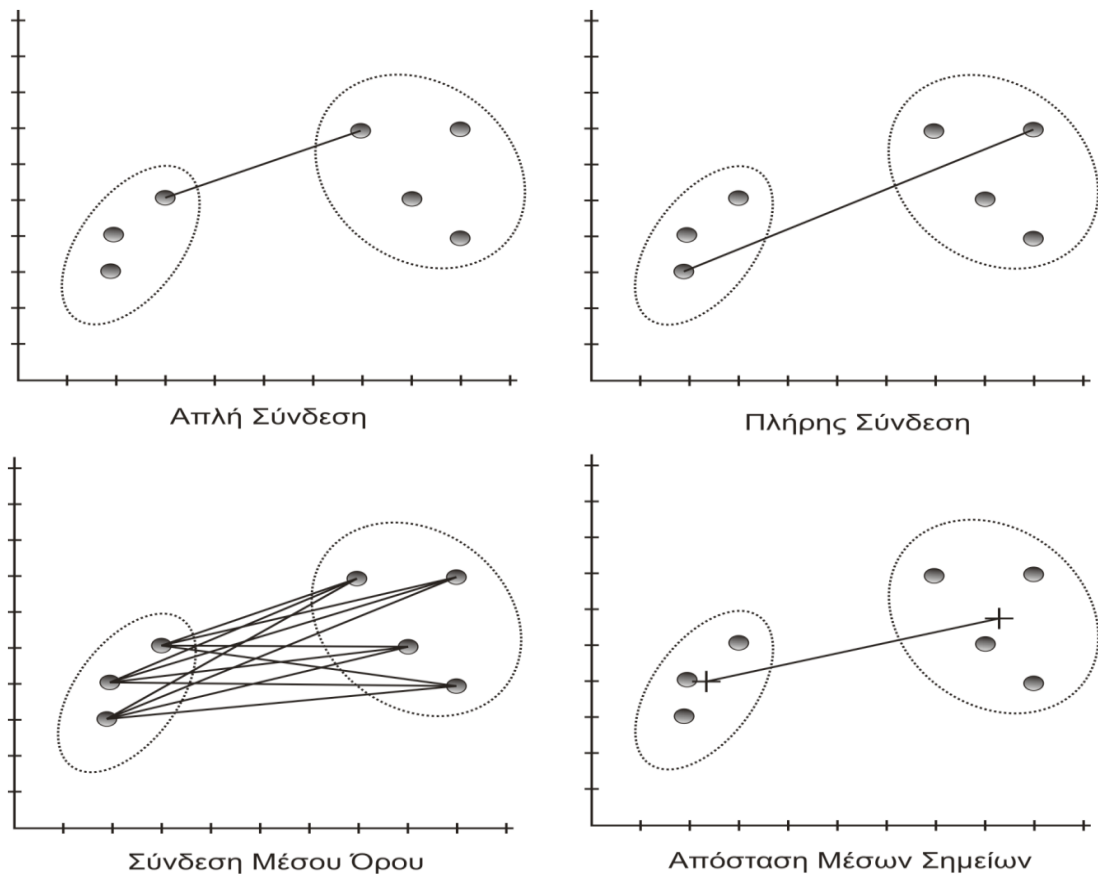
Η σύνδεση μέσου όρου (Average Link) [Murtagh, \(1984\)](#) συνδυάζει την ευαισθησία ανάμεσα στην ύπαρξη ακραίων τιμών και στην δημιουργία μεγάλων σε μέγεθος συστάδων. Το βασικό πρόβλημα είναι το υπολογιστικό κόστος καθώς πρέπει να υπολογίσει όλες τις πιθανές αποστάσεις μεταξύ των ζευγών.

$$d(C_1, C_2) = \frac{\sum_{x \in C_1} \sum_{y \in C_2} d(x, y)}{N_{C_1} N_{C_2}} \quad (106)$$

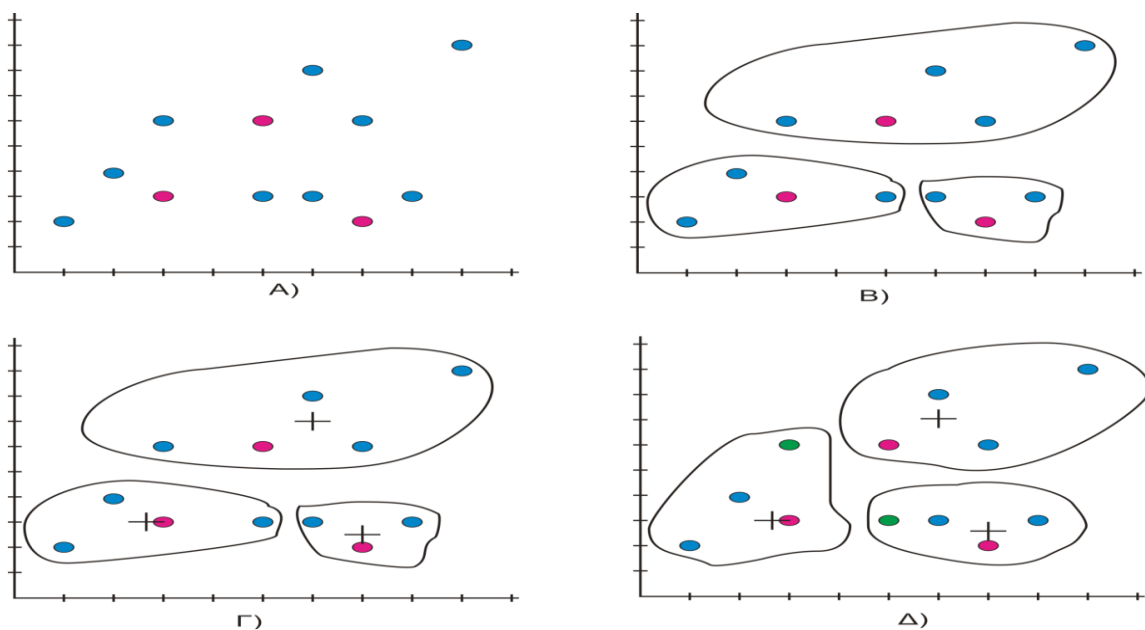
Τελευταία είναι η μέθοδος [Ward, \(1963\)](#) εδώ το κριτήριο δεν είναι οι απόσταση μεταξύ των στοιχείων αλλά η μεγιστοποίηση της ομοιογένειας στο εσωτερικό των συστάδων. Βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος όπως και στη μέθοδο K-Means και κατά πολλούς θεωρείτε το ανάλογο της στις ιεραρχικές μεθόδους. Η μέθοδος αυτή τείνει γενικά προσπαθεί να διαμοιράσει τα δεδομένα μεταξύ των συστάδων.

$$d(X, Y) = \sum_{x \in C_i} (x - m_i)^2 \quad (107)$$

$$m_i = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} x_j \quad (108)$$



Διάγραμμα 2.13 Απόσταση μεταξύ των συστάδων (Πηγή: *Επιχειρηματική Ευφυΐα & Εξόρυξη Δεδομένων*, Κύρκος, (2016))



Διάγραμμα 2.14 Απόσταση μεταξύ των συστάδων με τη μέθοδο K-Means (Πηγή: *Επιχειρηματική Ευφυΐα & Εξόρυξη Δεδομένων*, Κύρκος, (2016))

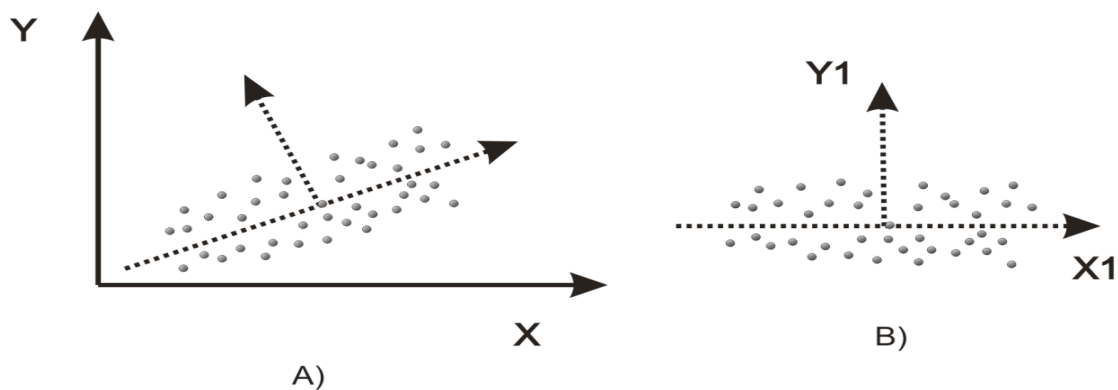
2.4.1.4 Ανάλυση κύριων συνιστωσών (Principal Component Analysis)

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το πρώτο και σημαντικότερο βήμα της ανάλυσης συστάδων είναι η επιλογή των κατάλληλων μεταβλητών, δεν υπάρχει κάποια μέθοδος που να καθορίζει ποιες μεταβλητές είναι σημαντικότερες και πρέπει να χρησιμοποιηθούν. Εδώ έρχεται να δώσει τη λύση Ανάλυση κύριων συνιστωσών (PCA) [Pearson, \(1901\)](#); [Hotelling, \(1933\)](#), η οποία είναι μια μέθοδος μείωσης των διαστασιμότητας (dimensionality reduction) και κατ' επέκταση επιλογής των σημαντικών χαρακτηριστικών η οποία χρησιμοποιείτε συνήθως πριν από την ανάλυση συστάδων [Shie et. al, \(2012\)](#) και [Chen, \(2011\)](#). Η PCA είναι ένα υποσύνολο της κατηγορίας μείωσης των διαστάσεων και έχει το σημαντικό πλεονέκτημα ότι δεν επιλέγει απλά κάποια από τα χαρακτηριστικά του αρχικού συνόλου αλλά μπορεί να δημιουργήσει νέες μεταβλητές ως γραμμικούς συνδυασμούς των αρχικών. Οι νέες αυτές μεταβλητές είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους (εξάλειψη πολυσυγγραμμικότητας) και έχουν μεγαλύτερο εύρος διακύμανσης από τις αρχικές μεταβλητές. Συνήθως επιλέγεται (χρειάζεται) η κανονικοποίηση των δεδομένων πριν την εφαρμογή της PCA. Βασικά χαρακτηριστικά της μεθόδου είναι ο συντελεστής διακύμανσης (Variance ratio) που μας δείχνει ποιο ποσοστό της διακύμανσης που εξηγείτε από τη νέα συνιστώσα και τα φορτία (loadings) που δείχνουν τη συνεισφορά των αρχικών μεταβλητών στη νέα συνιστώσα.

Η διαδικασία της Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών (PCA) βασίζεται στη χρήση του πίνακα συνδιασποράς και των ιδιοδιανυσμάτων. Τα βήματα της διαδικασίας είναι τα εξής:

1. Αρχικά, εφαρμόζεται η διαδικασία κανονικοποίησης των δεδομένων ή απλά αφαίρεσης της μέσης τιμής.
2. Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο πίνακας συνδιασποράς με βάση τα νέα δεδομένα.
3. Τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα συνδιασποράς υπολογίζονται. Αυτά τα ιδιοδιανύσματα, γνωστά ως κύριες συνιστώσες (principal components), αναπαριστούν τις βασικές κατευθύνσεις της μεγαλύτερης διακύμανσης στα δεδομένα. Τα αρχικά δεδομένα μπορούν να εκφραστούν ως γραμμικοί συνδυασμοί των κυρίων συνιστωσών.
4. Τα ιδιοδιανύσματα ταξινομούνται με βάση τις ιδιοτιμές τους, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τη σημαντικότητα των αντίστοιχων κύριων συνιστωσών.

5. Με βάση τη σημαντικότητά τους, είναι δυνατό να αφαιρεθούν οι λιγότερο σημαντικές κύριες συνιστώσες. Αυτή η διαδικασία μπορεί να γίνει ώστε να μειωθεί η διαστατικότητα του χώρου χαρακτηριστικών.
6. Τέλος, τα δεδομένα μπορούν να επανακαθοριστούν χρησιμοποιώντας το νέο σύστημα κυρίων συνιστωσών. Αν όλες οι βασικές συνιστώσες διατηρηθούν, τότε είναι δυνατό να ανακατασκευαστούν με ακρίβεια τα αρχικά δεδομένα, προβάλλοντάς τα πίσω στον αρχικό χώρο χαρακτηριστικών. Αν επιλεγούν μόνο οι σημαντικότερες βασικές συνιστώσες, τότε μπορεί να δημιουργηθεί μια ικανοποιητική προσέγγιση των αρχικών δεδομένων.



Διάγραμμα 2.15 PCA για δύο διαστάσεις (Πηγή: [Επιχειρηματική Ευφυΐα & Εξόρυξη Δεδομένων, Κύρκος, \(2016\)](#))

2.4.1.5 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (Artificial Neural Network)

Με τον όρο Νευρωνικά δίκτυα νοείται ένας αριθμός από μαθηματικά μοντέλα τα οποία προσπαθούν να προσιδιάσουν τη συμπεριφορά των νευρώνων του ανθρώπινου εγκεφάλου. Τα κύρια μέρη ενός νευρώνα είναι οι δενδρίτες που λογίζονται ως κανάλια εισόδου, το κύριο σώμα και οι συνάψεις μέσω των οποίων μεταφέρονται πληροφορίες μεταξύ των νευρώνων, λόγω της διαφορετικής αλληλεπίδρασης των νευρώνων μεταξύ τους υπάρχουν διαφορετικά συναπτικά βάρη. Τα συναπτικά βάρη περικλείουν την ουσία των νευρωνικών δικτύων καθώς μεταβάλλονται συνεχώς κατά τη διαδικασία της εκπαίδευσης [Heb, \(1949\)](#). Τα τεχνητά Νευρωνικά δίκτυα θεμελιώθηκαν για πρώτη φορά στην εργασία [\(McCulloch & Pitts, 1943\)](#) η οποία εξελίχθηκε μετέπειτα [\(McCulloch & Pitts, 1947\)](#). Ο [Hopfield, \(1982\)](#) έδωσε μεγάλη ώθηση στην ανάπτυξη των Νευρωνικών

Δικτύων καθώς μια εργασία του απέδειξε με αυστηρά μαθηματική απόδειξη πώς ένα Νευρωνικό Δίκτυο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αποθηκευτικός χώρος και επίσης μπορεί να επανακτήσει όλη την πληροφορία ενός συστήματος έστω και αν του δοθούν μερικά μόνο τμήματα και όχι ολόκληρο το σύστημα. Ένας τεχνητός νευρώνας ονομάζεται perceptron, αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων εισόδου και από ένα κόμβο εξόδου. Ως κόμβος εισόδου ορίζεται το διάνυσμα (tensor):

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n], \quad x_i \in R \quad (109)$$

Το σύνολο διαφορετικών tensor ως στρώμα (Layer) ενός νευρωνικού δικτύου.

Οι συνάψεις που ορίζουν τις συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών στρωμάτων ορίζονται μέσω του διανύσματος βαρών.

$$w = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T, \quad w_i \in R \quad (110)$$

Τα δεδομένα εισόδου ορίζονται ως (input layer) το οποίο επικοινωνεί με έναν ή περισσότερα κρυμμένα στρώματα (hidden layers). Τα κρυμμένα επίπεδα συνδέονται με το επίπεδο εξόδου (output layer) από το οποίο εξάγει το αποτέλεσμα.

Τα βήματα που ακολουθούνται σε ένα νευρωνικό δίκτυο ορίζονται ως εξής:

1. Υπολογισμός του σταθμισμένου αθροίσματος.

$$z = \sum_{i=1}^n w_i x_i = w^T x + b, \quad b: (bias) \quad (111)$$

2. Το δεύτερο βήμα είναι η επιλογή της συνάρτησης ενεργοποίησης (activation function) μέσω της οποίας παράγεται η έξοδος του μοντέλου

$$v = f(z) = f(w^T x + b) \quad (111)$$

Οι κύριες συναρτήσεις ενεργοποίησης είναι οι εξής:

- Γραμμική: $f(z) = z$ (112)

στη συγκεκριμένη περίπτωση το παραγόμενο νευρωνικό δίκτυο είναι ίδιο με την παλινδρόμηση ελαχίστων τετραγώνων (least squares regression).

- Βηματική ή Δυαδική συνάρτηση που έχει ως αποτέλεσμα 0 ή 1 και θ ορίζεται το κατώφλι.

$$f(z) = \begin{cases} 1, & z \geq \theta \\ 0, & z < \theta \end{cases}$$

Λόγω ότι η παράγωγος συνάρτησης ενεργοποίησης παρέχει χρήσιμες πληροφορίες αναπτύχθηκαν νέες συναρτήσεις καθώς η βηματική είναι μη παραγωγίσιμη.

- Σιγμοειδής (sigmoid): Ένα παράδειγμα τέτοιας συνάρτησης είναι η γνωστή λογιστική συνάρτηση ($\alpha=1$). Όταν χρησιμοποιείται αυτή οι συνάρτηση οι Layers που βρίσκονται κοντά στην έξοδο (output) εκπαιδεύονται ικανοποιητικά ενώ αντίθετα αυτοί που βρίσκονται κοντά στην είσοδο όχι (vanishing gradient).

$$f(z) = \frac{1}{1+e^{-az}} \quad (113)$$

- Μια άλλη παραλλαγή της σιγμοειδούς είναι η υπερβολική εφαπτομένη (hyperbolic tangent) συνάρτηση η οποία παίρνει τιμές από -1 έως 1.

$$f(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \quad (114)$$

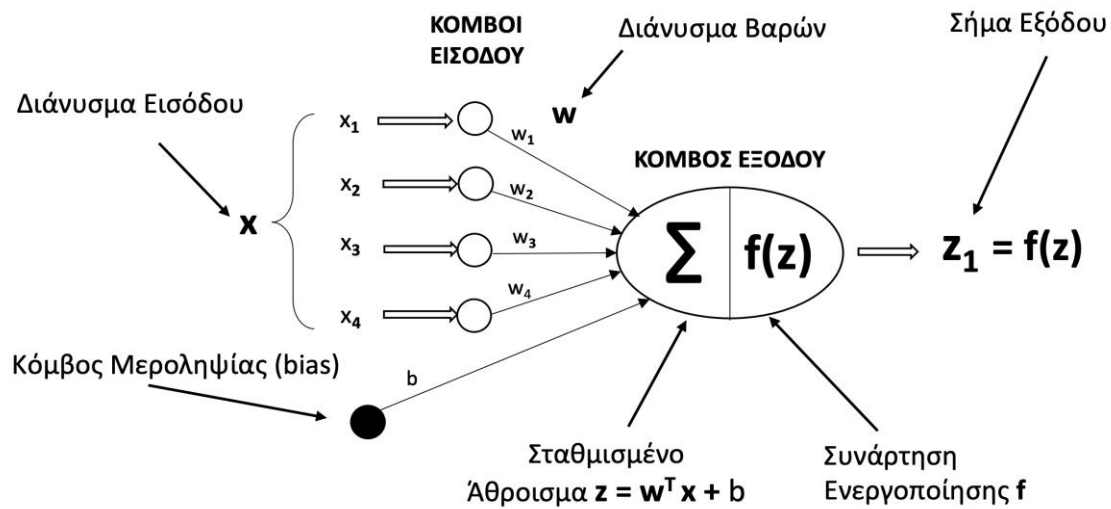
- Η συνάρτηση ανορθωτή (Relu function) χρησιμοποιείται όταν θέλουμε οι τιμές να είναι μεταξύ 0, έχει το πλεονέκτημα ότι αν κάποια τιμή είναι αρνητική δεν ενεργοποιείται άρα μειώνεται το vanishing gradient problem. Μια ομαλή εναλλακτική της είναι η softplus. Η συνάρτηση αυτή χρησιμοποιείται κυρίως στα κρυφά στρώματα (hidden layers) :

$$f(z) = \max(0, x) \quad (115)$$

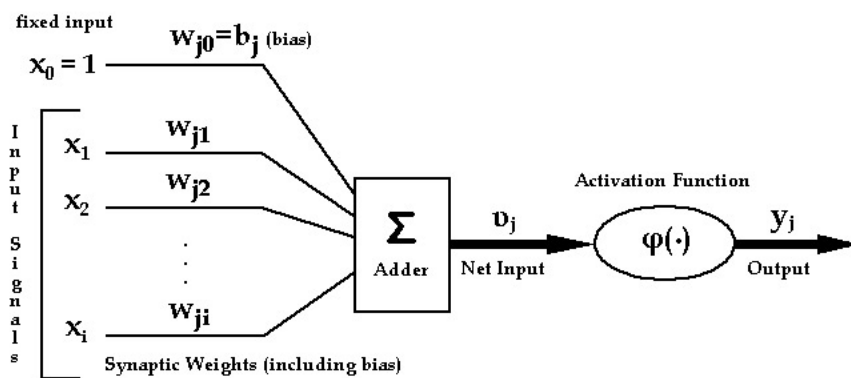
$$f(z) = \log(1 + e^x) \quad (116)$$

- Μια ακόμη σημαντική συνάρτηση ενεργοποίησης είναι η SoftMax είναι κατάλληλη για προβλήματα κατηγοριοποίησης καθώς παίρνει τις τιμές και τις μετατρέπει σε πιθανότητες. Ουσιαστικά θέλουμε να μετατρέψουμε την έξοδο του δικτύου σε μία κατανομή πιθανοτήτων ώστε το αποτέλεσμα να είναι μεταξύ μηδέν και ένα. Το αποτέλεσμα είναι η πιθανότητα με την οποία ανήκει στη κάθε κλάση η συγκεκριμένη παρατήρηση.

$$z_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{k=1}^m z_k}, i = 1, 2 \dots k \quad (117)$$



Διάγραμμα 2.16 Παράδειγμα ενός Single-Layer Perceptron με τη χρήση bias. (Πηγή: [Συμεωνίδης, \(2023\)](#). *Ευφυή Συστήματα Συστάσεων*.)



Διάγραμμα 2.17 Εναλλακτική σχηματική αναπαράσταση μη γραμμικού νευρώνα (Πηγή: [Goodfellow, et al., \(2016\)](#).)

Όπως γίνεται αντιληπτό τα νευρωνικά δίκτυα έχουν μεγάλη ισχύ και εφαρμόζεται σε όλες τις κατηγορίες προβλημάτων τόσο επιβλεπόμενης (κατηγοριοποίησης και παλινδρόμησης), μη επιβλεπόμενης μάθησης μέσω των αυτοοργανούμενων χαρτών (AOX) και τέλος ενισχυτικής μάθησης μέσω των RNN όπου περιέχει αμφίδρομες συνδέσεις.

Πρέπει να οριστεί με ποιον τρόπο θα εκπαιδεύεται ο νευρώνας και θα αναπροσαρμόζονται τα βάρη και η πόλωση, αυτό θα γίνει μέσω του αλγορίθμου βελτιστοποίησης (optimizer). Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η Στοχαστική Κάθοδο Κλίσης (Stochastic Gradient Descent) ή Gradient Descent , όπου θα βρεθούν τα βάρη και η

πόλωση που ελαχιστοποιούν το λάθος και την απώλεια (loss). Ως συνάρτηση απώλειας L ορίζεται η διαφορά μεταξύ των προβλεπόμενων τιμών και των πραγματικών.

$$\hat{y} = w^T x \quad (118)$$

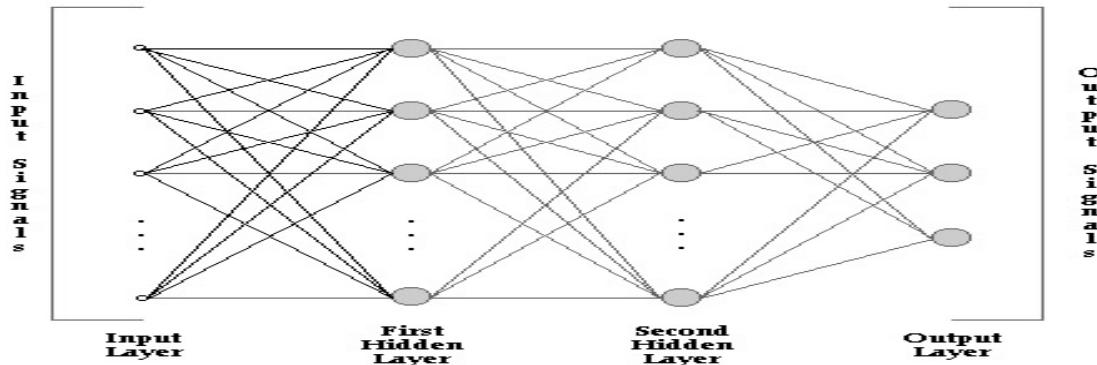
$$L = \underset{W}{\operatorname{argmin}} \sum_{(x,y) \in D} (y - \hat{y})^2 \quad (119)$$

Αρχικά αποφασίζεται προς ποια την κατεύθυνση θα πρέπει να αλλάξει το διάνυσμα βαρών W , έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το L . Στη συνέχεια υπολογίζεται η μερική παράγωγος της συνάρτησης απώλειας ως προς το διάνυσμα βαρών W . Σε κάθε βήμα κινούμαστε προς την αντίθετη κατεύθυνση της τιμής της μερικής παραγώγου, ώστε να ελαχιστοποιηθεί η συνάρτηση απώλειας σύμφωνα με τον ακόλουθο αναδρομικό τύπο:

$$w^{t+1} = w^t - n \cdot \frac{dy}{dw}, \quad n \in (0,1]: \text{learning rate} \quad (120)$$

Όπως έχει αναφερθεί το δείγμα πρέπει να χωριστεί σε δείγμα εκπαίδευσης (training set) και δείγμα επικύρωσης (validation or test set). Δυο βασικοί όροι η φουρνιά (batch) των δειγμάτων που χρησιμοποιεί κάθε φορά ο αλγόριθμος για να υπολογίσει την απώλεια και να διορθώσει τα βάρη και την πόλωση. Η εποχή (epoch) όπου ορίζεται ως ένα πλήρες πέρασμα από τα δεδομένα.

Όταν τα δεδομένα όμως δεν είναι γραμμικώς διαχωρίσιμα δεν γίνεται να διαχωριστούν από έναν μόνο νευρώνα για το λόγω αυτό ορίζεται ένα νευρωνικό. Το πρώτο στρώμα ονομάζεται στρώμα εισόδου (input layer). Το τελευταίο στρώμα ονομάζεται στρώμα εξόδου (output layer). Τα ενδιάμεσα στρώματα ονομάζονται κρυμμένα στρώματα (hidden layers). Στα προβλήματα κατηγοριοποίησης χρειάζονται διαφορετικοί νευρώνες εξόδου για κάθε κατηγορία. Επίσης είναι δυνατόν να υπάρχουν διαφορετικές συναρτήσεις μετασχηματισμού ανάμεσα σε κάθε στρώμα.



Διάγραμμα 2.18 Πολυεπίπεδος αισθητήρας με δύο κρυφά επίπεδα (multilayer perceptron) (Πηγή: Goodfellow, et al., (2016))

Η ροή της πληροφορίας πηγαίνει από αριστερά προς τα δεξιά, όταν όλοι οι νευρώνες συνδέονται μεταξύ τους ονομάζονται πλήρως συνδεδεμένοι. Τα δίκτυα αυτά καλούνται ως πρόσθιας τροφοδότησης και η βασική μέθοδος εκπαίδευσης τους είναι η μέθοδος οπισθοδιάδοσης (backpropagation) [Parker \(1985\)](#) και [Rumelhart et, al, \(1896\)](#). Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται σε προβλήματα μάθησης με επίβλεψη όταν η επιθυμητή έξοδος είναι εκ των προτέρων γνωστή, έχοντας ως στόχο την αύξηση της ικανότητας του δικτύου να παρέχει στο μέλλον μία επιθυμητή έξοδο μετά από μία δεδομένη είσοδο.

Η διαδικασία που ακολουθείτε είναι η εξής:

Για τα δεδομένα εισόδου τροφοδοτείται το μοντέλο και υπολογίζεται η απώλεια κατά την έξοδο, με βάση αυτή υπολογίζεται πόσο πρέπει να διορθωθούν τα βάρη και η πόλωση του στρώματος εξόδου. Στη συνέχεια ξεκινάει η διαδικασία προς τα πίσω έτσι ώστε να διορθωθούν με τη σειρά τα βάρη και η πόλωση σε κάθε κρυμμένο στρώμα μέχρι να φτάσουμε στο πρώτο ώστε να ελαχιστοποιηθεί το σφάλμα. Τότε επαναλαμβάνεται η παραπάνω διαδικασία

$$w^{t+1} = w^t - n \cdot \frac{d\hat{y}}{dw}, \quad n \in (0,1]: \text{learning rate} \quad (120)$$

$$b^{t+1} = b^t - n \cdot \frac{d\hat{y}}{dw}, \quad n \in (0,1]: \text{learning rate} \quad (121)$$

$$L = \operatorname{argmin}_{W,b} \sum_{(X,Y) \in D} (Y - \hat{Y})^2 \quad (122)$$

Η διαδικασία της εκπαίδευσης περιλαμβάνει πλήθος τέτοιων κύκλων διόρθωσης σφάλματος και λήγει με τη μείωση του σφάλματος κάτω από ένα επιθυμητό όριο (κατώφλι). Εναλλακτικά, ως συνθήκη τερματισμού μπορεί να θεωρηθεί η πραγματοποίηση ενός συγκεκριμένου αριθμού κύκλων εκπαίδευσης ή πάροδος ενός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος.

Ένα συχνό πρόβλημα που παρουσιάζεται είναι η υπερπροσαρμογή (overfitting) ενός μοντέλου, το οποίο σημαίνει ότι το δείγμα εκπαίδευσης προσαρμόζεται πολύ καλά στα δεδομένα ενώ το δείγμα επικύρωσης μη ικανοποιητικά. Αρκετά βοηθητικό είναι να δημιουργηθεί μια βοηθητική συνάρτηση που να αναπαριστά την πορεία της εκπαίδευσης δείχνοντας την πρόοδο στην απώλεια εκπαίδευσης και στην απώλεια επικύρωσης, σε κάθε εποχή. Όσο πιο σύνθετο είναι το μοντέλο περισσότερα κρυφά στρώματα τόσο πιο πιθανό είναι να πέσει θύμα υπερπροσαρμογής.

Βασικό ρόλο στο δείγμα επικύρωσης παίζει ο καθορισμός των υπερπαραμέτρων (hyperparameters) όπως το batch size και learning rate. Με το ρυθμό εκμάθησης καθορίζεται πόσο μεγάλες θα είναι οι διορθώσεις σε κάθε βήμα στα βάρη και τις πολώσεις. Αν ο ρυθμός εκμάθησης είναι μεγάλος, τότε δίκτυο μαθαίνει γρήγορα όμως μπορεί να γίνει «απρόσεχτο»: οι διορθώσεις να είναι τόσο μεγάλες και να ξεπεράσει τις βέλτιστες τιμές των βαρών και των πολώσεων. Αν ο ρυθμός εκμάθησης είναι μικρός, το δίκτυο μαθαίνει πιο συντηρητικά, και χρειάζεται περισσότερος χρόνος για την εκπαίδευση. Ένας τρόπος για να προσπεράσουμε το πρόβλημα προσδιορισμού των υπερπαραμέτρων είναι η χρησιμοποίηση του βελτιστοποιητή Adam optimizer καθώς δε χρειάζεται να τις ορίσουμε εμείς.

Ένας τρόπος καταπολέμησης του παραπάνω προβλήματος είναι ο θερισμός (dropout), σε κάθε βήμα της εκπαίδευσης, οι κόμβοι «απορρίπτονται» με πιθανότητα p ή διατηρούνται με πιθανότητα $1-p$. Το επόμενο βήμα της εκπαίδευσης, οι κόμβοι που θα απορριφθούν πάλι επιλέγονται τυχαία, άρα κάποιιοι θα ξανά εισαχθούν και κάποιιοι άλλοι θα βγουν.

Μια άλλη μέθοδος είναι η ομαλοποίηση (regularization), με αυτή τη τεχνική τα βάρη μειώνονται σταδιακά με σκοπό να υπάρχουν όσο λιγότερες παραμέτρους και το μοντέλο να είναι όσο πιο απλό γίνεται. Τις περισσότερες φορές οι δύο μέθοδοι συνδυάζονται για να έρθει το βέλτιστο αποτέλεσμα.

Μετά την εκπαίδευση του μοντέλου ο βασικός στόχος είναι να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα ώστε να ταξινομούνται σωστά η παρατηρήσεις στη σωστή κλάση (κατηγοριοποίηση) ή η πρόβλεψη με τη μικρότερη δυνατή απόκλιση της σωστής τιμής (παλινδρόμηση). Η απόδοση του μοντέλου δε κρίνεται κυρίως από την ικανότητα εντός του συνόλου εκπαίδευσης αλλά στη γενίκευση κανόνων σε άγνωστες παρατηρήσεις. Κατά τη φάση αξιολόγησης πολλές φορές για τη ρύθμιση και βελτιστοποίηση των παραμέτρων (fine tuning) ενός μοντέλου όσο και για την εκπαίδευση και δοκιμή του χρησιμοποιούνται οι ίδιες παρατηρήσεις για το λόγω αυτό προτείνεται ο διαχωρισμός των δεδομένων να γίνεται σε 3 μέρη και όχι σε δύο.

- Δεδομένα εκπαίδευσης: Χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του μοντέλου.
- Δεδομένα επικύρωσης (validation data): Αυτό το τμήμα των δεδομένων χρησιμοποιείται για την επιλογή του μοντέλου και για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων του.

- Δεδομένα δοκιμής (test set): Σε αυτό το στάδιο ελέγχεται η ακρίβεια του μοντέλου για τις ήδη βελτιστοποιημένες παραμέτρους.

Στο στάδιο της επικύρωσης οι κύριες μέθοδοι είναι η holdout method στην οποία επιλέγεται ένα ποσοστό από το συνολικό δείγμα για επικύρωση (2/3) και το υπόλοιπο για εκπαίδευση. Μία παραλλαγή της μεθόδου αυτής είναι της τυχαίας υποδειγματοληψίας όπου η διαδικασία επαναλαμβάνεται δημιουργώντας νέα σύνολα μέσω τυχαίας δειγματοληψίας. Η δεύτερη και πιο γνωστή μέθοδος με αναγνωρισμένη αποτελεσματικότητα είναι αυτή της διασταυρωμένης επικύρωσης k στοιχείων (k-fold cross validation) [Kohavi, \(1995\)](#). Οι βασικές μετρικές που χρησιμοποιούνται είναι Mean Absolute Error (MAE) και το Root Mean Square Error (RMSE) για την παλινδρόμηση και η ακρίβεια, η ανάκληση, ορθότητα, το F1 και γενικά τα στοιχεία του πίνακα σύγχυσης (confusion matrix) για την κατηγοριοποίηση.

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n} \quad (123)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|^2}{n}} \quad (124)$$

Στο RMSE οι μονάδες του λάθους δεν θα είναι οι μονάδες των μεταβλητών αλλά το τετράγωνό τους.

- TP, True Positive, Αληθώς Θετικά
- TN, True Negative, Αληθώς Αρνητικά
- FP, False Positive, Ψευδώς Θετικά
- FN, False Negative, Ψευδώς Αρνητικά
- P, Positive, όλα τα θετικά στον πληθυσμό
- N, Negative, όλα τα αρνητικά τον πληθυσμό

Η ορθότητα (accuracy) δίνει το ποσοστό των σωστών προβλέψεων:

$$accuracy = \frac{TP+TN}{n} \quad (125)$$

Ένα σύνηθες πρόβλημα που δημιουργείται είναι ότι όταν οι περισσότερες παρατηρήσεις ανήκουν σε μία συγκεκριμένη κλάση ή γενικά όταν δεν είναι ισορροπημένα μεταξυ κλάσεων, το μοντέλο αν οριστεί να μεγιστοποιεί την ορθότητα θα προβλέπει τη κατανομή στη συγκεκριμένη κλάση. Για το λόγο αυτό ορίστηκαν και άλλες μετρικές.

Η ακρίβεια (precision) δίνει το ποσοστό των ορθών θετικών ως προς όλα όσα προβλέφθηκαν θετικά.

$$precision = \frac{TP}{TP+FP} \quad (126)$$

Η ανάκληση (recall) δίνει το ποσοστό των ορθών θετικών ως προς όλα τα θετικά που θα έπρεπε να προβλεφθούν, η ανάκληση είναι ιδιαίτερος σημαντικά σε ετεροβαρή δεδομένα.

$$recall = \frac{TP}{TP+FN} \quad (127)$$

Επειδή γενικά αν αυξηθεί π.χ το μέγεθος του δείγματος η ανάκληση αυξάνει και η ακρίβεια μειώνεται πρέπει να οριστεί ένας δείκτης αντιστάθμισης μεταξύ τους. Η μετρική F_1 συνδυάζει την ακρίβεια και την ανάκληση, μαθηματικά, είναι ο αρμονικός μέσος της ακρίβειας και της ανάκλησης και χρησιμοποιείται γιατί γενικά τιμωρεί τις ακραίες τιμές.

$$recall = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{precision} + \frac{1}{recall}} \quad (128)$$

Στο πίνακα σύγχυσης παρουσιάζονται τα ποσοστά ή τα απόλυτα νούμερα των παρατηρήσεων σε κάθε κλάση.

Σε αρκετές περιπτώσεις μπορούμε να μετρήσουμε την ακρίβεια και την ανάκληση για διαφορετικές τιμές του n που σχετίζονται με διαφορετικές θέσεις των στοιχείων της λίστας. Μέσω μεταβολών στο μέγεθος της λίστας υπολογίζονται TP και TN που ορθώς παραλείπονται. Εάν, το μέγεθος της λίστας είναι πολύ μικρό, τότε θα αυξηθούν τα FN, ενώ αν το μέγεθος πολύ μεγάλο τότε θα αυξηθούν δηλαδή τα FP. Γενικά προτιμάται να μια σωστή πρόβλεψη στις πρώτες θέσεις της λίστας από τις τελευταίες θέσεις.

Ορίζεται η Μέση Αντιπροσωπευτική Ακρίβεια (Mean Average Precision - MAP) για να δοθεί έμφαση στην κατάταξη των συναφών στοιχείων στις κορυφαίες θέσεις:

$$MAP = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n AP_i, \quad AP: Average Precision \quad (129)$$

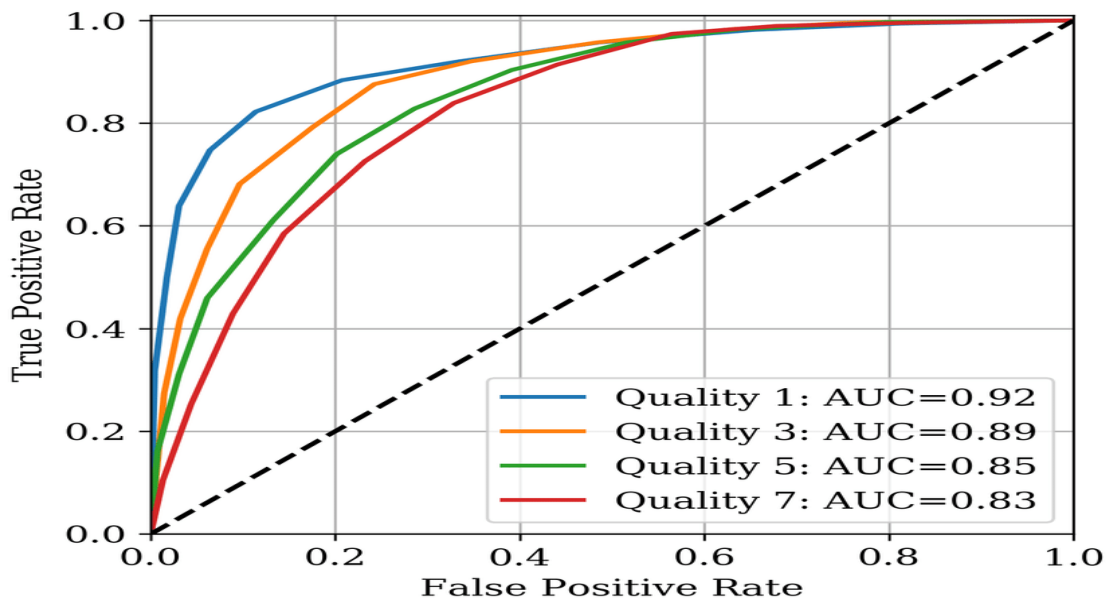
Δύο τελευταία σημαντικά μεγέθη αξιολόγησης είναι η καμπύλη ROC (Receiver Operating Characteristics), η οποία εκφράζει το ποσοστό των αληθώς θετικών προβλέψεων (True Positive Rate) έναντι του ποσοστού των ψευδώς θετικών προβλέψεων (False Positive Rate).

$$True Positive Rate = \frac{TP}{TP+FN} \quad (130)$$

$$\text{False Positive Rate} = \frac{FP}{FP+TN} \quad (131)$$

Το AUC (Area Under Curve) της καμπύλης ROC μετρά τη ποιότητα του δείγματος, το AUC ποσοτικοποιεί την ακρίβεια των μοντέλων πρόβλεψης σε σχέση με την "καθαρή τύχη" (true randomness). Η AUC εκφράζει το ποσοστό του χώρου που βρίσκεται κάτω από την καμπύλη, και παίρνει τιμές από 0 έως 1. Η διαγώνια γραμμή τυχαίας πρόβλεψης έχει $AUC = 0,5$. Συνεπώς, κάθε κατηγοριοποιητής καλύτερος της τυχαίας πρόβλεψης έχει $AUC > 0,5$. Όσο μεγαλύτερη περιοχή AUC έχει ένας κατηγοριοποιητής τόσο καλύτερος είναι.

$$AUC = \frac{n' + 0.5 \cdot n''}{n} \quad (132)$$



Διάγραμμα 2.19 ROC καμπύλη με AUC μετρική (Πηγή: Bonettini, et. al, (2018))

2.4.1.6 Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms)

Οι κλασσικές μέθοδοι βελτιστοποίησης έχουν το πλεονέκτημα ότι βρίσκουν ολικά μέγιστα(ελάχιστα) αλλά απαιτούν υψηλό υπολογιστικό κόστος συνήθως εκθετική πολυπλοκότητα. Για το λόγο αυτό δημιουργήθηκαν οι ευρετικοί μέθοδοι αναζήτησης οι οποίες δε βρίσκουν τη βέλτιστη λύση αλλά μια πολύ καλή λύση πολλές φορές κοντά στη βέλτιστη σύμφωνα με το κριτήριο της ευρετικής συνάρτησης. Οι μέθοδοι αυτές δεν έχουν την ισχύ για να ανταπεξέλθουν σε μεγάλο αριθμό προβλημάτων και πολλές φορές δε μπορούν να παρέχουν λύση καθώς παγιδεύονται σε τοπικά μέγιστα (ελάχιστα) για

αυτό το λόγω αναπτύχθηκε μια νέα κατηγορία προβλημάτων όπου βασίζεται στις φυσικές διαδικασίες εξέλιξης και χαρακτηρίζονται και ως μέτα - ευρετικές οι Γενετικοί Αλγόριθμοι [Holland, \(1975\)](#).

2.4.1.6.1 Βελτιστοποίηση ενός στόχου

Οι γενετικοί αλγόριθμοι ανήκουν στην οικογένεια των εξελικτικών αλγορίθμων οι οποίοι βασίζονται στην φυσική εξέλιξη όπου οι καλύτερες λύσεις επιβιώνουν και συμμετέχουν στη διαδικασία της αναπαραγωγής [Fogel et al.,\(1966\)](#) και [Rechenberg, \(1973\)](#). Βασικά στοιχεία είναι ο πληθυσμός, η συνάρτηση καταλληλότητας (fitness) ή αντικειμενική συνάρτηση (objective function) μέσω της οποίας γίνεται η αξιολόγηση (evaluation) με σκοπό την διαδικασία επιλογής (selection) όπου σύμφωνα με αυτή επιλέγονται οι πληθυσμοί που θα επιβιώσουν. Η διασταύρωση (crossover) όπου παράγονται απόγονοι (νέες λύσεις ως συνδυασμός προ υπαρχουσών) και η μετάλλαξη (mutation) όπου αλλάζει τα χαρακτηριστικά με βάση κάποια πιθανότητα με τυχαίο τρόπο. Οι γενετικοί αλγόριθμοι στηρίζονται στη δυνατότητα να εξελίσσουν στρατηγικές κυρίως μέσω κωδικοποιημένων συμβολοσειρών είτε μέσω συστημάτων ταξινόμησης. Στα προβλήματα βελτιστοποίησης πραγματικών τιμών που είναι το σύνηθες στο τομέα των οικονομικών χρησιμοποιούνται οι κωδικοποιημένες συμβολοσειρές μέσω των διανυσμάτων πραγματικών αριθμών [Bäck & Schwefel, \(1993\)](#) και [Fogel & Fogel, \(1995\)](#) όπου επεξεργάζονται άμεσα το διάνυσμα με τα στοιχεία του να αποτελούν τις άγνωστες παραμέτρους ή η κωδικοποίηση δυαδικών ψηφίων $\{0,1\}$ και συνδυασμοί αυτών. Η αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται ως η μεγιστοποίηση ενός πραγματικού αριθμού $f(x)$, όταν το πρόβλημα έχει ως στόχο την ελαχιστοποίηση η συνάρτηση ορίζεται ως $-f(x)$ και μετατρέπεται σε πρόβλημα μεγιστοποίησης. Επίσης η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει μόνο θετικές τιμές οπότε αν χρειάζεται προσθέτουμε μια κατάλληλη θετική σταθερά c και μεγιστοποιείται η συνάρτηση $f(x) + c$.

Μια κλασσική διαδικασία υλοποίησης ΓΑ είναι η ακόλουθη:

επιλογή τρόπου κωδικοποίησης $\rightarrow$ Αρχικοποίηση πληθυσμού $\rightarrow$ αξιολόγηση $\rightarrow$ επιλογή γονέων βάση της απόδοσης $\rightarrow$ διασταύρωση γονέων με πιθανότητα r $\rightarrow$ μετάλλαξη με πιθανότητα m $\rightarrow$ επιβίωση και αλλαγή των παλιών από απογόνους πιο κατάλληλους, τέλος η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου βρεθεί μια ικανοποιητική προσέγγιση βέλτιστης λύσης.

Ο αρχικός πληθυσμός επιλέγεται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών ώστε να διασφαλίζεται η μεγαλύτερη ποικιλομορφία και να μην περιορίζεται η αναζήτηση αποκλειστικά σε μία μόνον περιοχή του χώρου αναζήτησης. Στη διαδικασία της επιλογής υπάρχουν δύο μεγάλες κατηγορίες οι ντετερμινιστικές που βασίζονται στην επιλογή του καλύτερου με βάση τη τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας και στις στοχαστικές όπως η επιλογή ρουλέτα και η Πιθανολογική καθολική δειγματοληψία όπου η επιλογή γίνεται με βάση κάποια πιθανότητα η οποία βασίζεται στη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Οι δύο βασικές διαδικασίες που διαφοροποιούν τους Γενετικούς Αλγόριθμους από τις παραδοσιακές μεθόδους και δυσκολεύουν την κατανόηση τους είναι η μετάλλαξη και διασταύρωση. Μετά τη διασταύρωση κάθε νέα γενιά που προκύπτει αποτελείται από άτομα με διαφορετικά χαρακτηριστικά από τους γονείς τους συνδυάζοντας τα καλύτερα χαρακτηριστικά και των δύο. Η σπουδαιότητα της διασταύρωσης επισημαίνεται από πλήθος ερευνητών τονίζοντας ότι η παράλειψη της οδηγεί σε δραστική μείωση της αποδοτικότητάς τους [Michalewicz, \(1992\)](#). Μέσω της διασταύρωσης διευρύνεται ο χώρος ψαξίματος πιθανών λύσεων βοηθώντας να μην κολλήσει ο αλγόριθμος σε τοπικά βέλτιστα. Εάν η διασταύρωση δώσει χειρότερα παιδιά από τους γονείς δεν δημιουργεί πρόβλημα στον αλγόριθμο καθώς είναι απίθανο να προτιμηθούν λόγω χαμηλής απόδοσης, ουσιαστικά θυσιάζεται ένα μέρος της αποδοτικότητας σε βάρος της ποικιλομορφίας (trade off). Η διασταύρωση χρησιμοποιείται με την πιθανότητα διασταύρωσης (crossover probability) r , που καθορίζεται κάθε φορά από το πρόβλημα και ανάλογα τη ταχύτητα σύγκλισης που επιθυμητέ. Μικρές τιμές οδηγούν σε άλματα, με αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να συγκλίνει γρήγορα μη προσεγγίζοντας ικανοποιητικά τη βέλτιστη λύση. Από την άλλη μεγάλο βήμα ενέχει το κίνδυνο ο αλγόριθμος να ξεπεράσει το βέλτιστο και έτσι να αποκλίνει. Το ιδανικό είναι ένας συνδυασμός με μεγάλο βήμα στην αρχή και όταν προσεγγιστεί ικανοποιητικά μια βέλτιστη λύση να χρησιμοποιηθεί μικρό βήμα αναζήτησης, αντισταθμίζοντας την ταχύτητα αναζήτησης με την πιθανή απόκλιση του αλγόριθμου.

Η μετάλλαξη αν και γενικά είναι λιγότερο σημαντική από τη διασταύρωση βελτιώνει τη ποιότητα του αλγόριθμου ειδικά σε δυσεπίλυτα προβλήματα. Επιλέγεται τυχαία με βάση τη πιθανότητα μετάλλαξης (mutation probability) m , ένα ψηφίο και αντιστρέφεται (από 0 σε 1 ή το αντίστροφο), η πιθανότητα πρέπει να είναι αρκετά μικρή (0.5%- 1%) γιατί σε αντίθετη περίπτωση ο ΓΑ εκφυλίζεται σε τυχαίο ψάξιμο. Η μετάλλαξη είναι αρκετά

σημαντική και δρα συμπληρωματικά όπου η διασταύρωση και η επιλογή παραλείψουν κάποιες πολύτιμες γενετικές πληροφορίες. Ουσιαστικά εξασφαλίζει όσο δυνατόν μεγαλύτερο χώρο αναζήτησης χωρίς να αποκλείεται κανένα σημείο από τη διαδικασία του αναζήτησης. Το βασικό πλεονέκτημα των γενετικών αλγορίθμων είναι η μόνη μέθοδος που κάνει ταυτόχρονα εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης και εκμετάλλευση της ήδη επεξεργασμένης πληροφορίας, πράγμα σπάνιο γιατί τα δύο αυτά χαρακτηριστικά είναι ανταγωνιστικά μεταξύ τους.

Για να εξασφαλιστεί η παραπάνω δυνατότητα των Γενετικών Αλγορίθμων πριν από κάθε βήμα μετάβασης στη νέα γενεά χρησιμοποιείται η τεχνική του **Ελιτισμού** (Elitism). Σε κάθε βήμα επιλέγεται το άτομο με την υψηλότερη τιμή απόδοσης από την παλαιά γενεά και η μεταγραφή του στη νέα γενεά, ακόμα και αν με βάση την καταλληλότητα του πρέπει να εξαλειφθεί. Με αυτό τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι η καλύτερη λύση θα επιβιώσει και θα είναι η λύση όπου θα συγκλίνει όλος ο πληθυσμός. Ο γενετικός αλγόριθμος τερματίζεται αν η αντικειμενική συνάρτηση έχει τιμή πάνω από ένα προκαθορισμένο κατώφλι ή αν μετά από συνεχόμενες γενεές δεν παράγεται καλύτερη ή διαφορετική λύση ή τέλος μετά από προκαθορισμένο πλήθος γενεών.

Μια εναλλακτική των γενετικών αλγορίθμων είναι ο αλγόριθμος PSO εξομοιώνει την ομαδική μετακίνηση **σμήνους** (**swarm**) χωρίς να επιτρέπει συγκρούσεις στο πλαίσιο του σμήνους κατά την κίνηση [Eberhart & Kennedy, \(1995\)](#). Ο αλγόριθμος PSO λειτουργεί με παρόμοιο τρόπο όπως ένας ΓΑ υλοποιώντας μία επαναληπτική διαδικασία. Η διαφορά έγκειται στο ότι στον αλγόριθμο PSO δεν υπάρχουν τελεστές διασταύρωσης ή/και μετάλλαξης, και σε κάθε πιθανή λύση του **σμήνους** (**particle of the swarm**), αντιστοιχεί μία ταχύτητα με βάση τυχαία αρχικοποίηση. Ο PSO αποθηκεύει και την ολικά βέλτιστη λύση του πληθυσμού, αλλά και την καλύτερη απόδοση κάθε σμήνους ξεχωριστά. Δύο βασικά πλεονέκτημα του είναι η απλότητά του και το χαμηλό υπολογιστικό κόστος που απαιτεί επιτρέποντας γρήγορη υλοποίηση. Σε αρκετές περιπτώσεις ο αλγόριθμος PSO οδηγεί σε καλύτερες προσεγγιστικά βέλτιστες λύσεις ([Parsopoulos & Vrahatis, \(2002\)](#); [del Valle et al., \(2008\)](#)). Γενικά οι Γενετικοί αλγόριθμοι και οι λοιπές παραλλαγές εξελικτικών αλγορίθμων (PSO) έχουν αποδεδειγμένα εξαιρετική ικανότητα στην επίλυση προβλημάτων με έναν στόχο δηλαδή μία αντικειμενική συνάρτηση [Goldberg, \(1989\)](#).

2.4.1.6.2 Βελτιστοποίηση πολλαπλών στόχων

Επειδή οι εξελικτικοί αλγόριθμοι μπορούν να παράγουν αρκετές πιθανές λύσεις για ένα δεδομένο πρόβλημα χρησιμοποιούνται συχνά στη περίπτωση πολλαπλών στόχων βελτιστοποίησης (multi objective optimization) [Deb, \(2001\)](#). Η βελτιστοποίηση πολλαπλών στόχων (MO) συνήθως είναι ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης ελαχιστοποίησης ενός συνόλου αντικρουόμενων συναρτήσεων στόχων υπό ένα σύνολο περιορισμών [Schaffer, \(1984;1985\)](#). Το σύνολο των δυνατών λύσεων που ικανοποιούν τις συνθήκες και μεγιστοποιούν - ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση ονομάζεται μέτωπο Pareto (Pareto front) των αποτελεσματικών λύσεων παρέχοντας αντιστάθμιση μεταξύ των διαφορετικών στόχων. Η δυνατότητα των ΓΑ να χρησιμοποιούν και να ελέγχουν ταυτόχρονα ένα σύνολο πιθανών λύσεων (πληθυσμός) είναι το βασικό γνώρισμα για την υλοποίηση του βέλτιστου συνόλου Pareto σε ένα αλγόριθμο υπερπηδώντας τα προβλήματα του σχήματος (κοίλη) και της ασυνέχειας του μετώπου Pareto των παραδοσιακών τεχνικών μαθηματικού προγραμματισμού. Στη προσπάθεια ικανοποίησης των διαφορετικών στόχων προκύπτουν διάφοροι στόχοι που πρέπει να ικανοποιούνται ταυτόχρονα, πχ στη περίπτωση δύο στόχων ο στόχος πρέπει να επιλεγούν λύσεις όσο το δυνατόν πιο κοντά στο ολικό βέλτιστο οι οποίες ταυτόχρονα να καλύπτουν όλο το εύρος του Pareto front. Το πρώτο διασφαλίζεται μέσω της τεχνικής του ελιτισμού και το δεύτερο μέσω της τιμωρίας των λύσεων που βρίσκονται πολύ κοντά. Μετά από μεγάλο αριθμό επαναλήψεων ο αλγόριθμος τείνει να συγκλίνει σε μια λύση οπότε οι ΓΑ ενός στόχου δεν διατηρούν στο πληθυσμό διαφορετικές λύσεις. Ενώ στους MO όλες οι μη κυριαρχούμενες λύσεις (non-dominated) πρέπει να έχουν το ίδιο ποσοστό στη δειγματοληψία του κάθε σταδίου καθώς είναι εξίσου καλές [Coello et al., \(2001;2002;2006\)](#). Κάποιες χαρακτηριστικές περιπτώσεις MO αλγορίθμων παρουσιάζονται παρακάτω:

Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA): Γενετικός αλγόριθμος μη επικρατούσας ταξινόμησης (NSGA) [Srinivas & Deb, \(1994\)](#) στηρίζεται σε έναν μη κυριαρχούμενο αλγόριθμο ταξινόμησης για να ξεπεραστεί η αδυναμία του Vector Evaluation Genetic Algorithm (VEGA) [Schaffer & Grefenstette, \(1985\)](#) να στρέφεται προς κάποια βέλτιστη κατά Pareto λύσεις. Ο NSGA εξαλείφει αυτό το πρόβλημα και κατανέμει τον πληθυσμό σε όλες τις βέλτιστες κατά Pareto περιοχές.

Nondominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II): Ο NSGA-II [Deb et al., \(2002\)](#), είναι ένας γρήγορος μη-κυριαρχούμενος αλγόριθμος ταξινόμησης βασισμένο σε βελτιστοποίηση πολλαπλών στόχων με υπολογιστική πολυπλοκότητα $O(MN^2)$. Ο NSGA-II βασίζεται σε έναν τελεστή επιλογής όπου δημιουργεί μια δεξαμενή ζευγαρώματος συνδυάζοντας τις τους πληθυσμούς των απογόνων και των γονέων και επιλέγει τον καλύτερο, σε σχέση με την καταλληλότητα και την εξάπλωση N λύσεων.

Nondominated Sorting Genetic Algorithm III (NSGA-III): Στο NSGA-III [Deb & Himanshu, \(2014\)](#) και [Deb & Jain, \(2014\)](#) αρχικά η επιβίωση στηρίζεται στο NSGA-II. Στη συνέχεια, από το μέτωπο της διάσπασης, πρέπει να επιλεγούν ορισμένες λύσεις. Η NSGA-III συμπληρώνει πρώτα την υπό εκπροσωπούμενη κατεύθυνση αναφοράς, εάν στην κατεύθυνση αναφοράς δεν έχει ανατεθεί καμία λύση, τότε επιβιώνει η λύση με τη μικρότερη κάθετη απόσταση στον κανονικοποιημένο χώρο της αντικειμενικής συνάρτησης. Σε περίπτωση που προστεθεί μια δεύτερη λύση για αυτή τη διεύθυνση αναφοράς, αυτή ανατίθεται τυχαία. Έτσι, όταν αυτός ο αλγόριθμος συγκλίνει, κάθε γραμμή αναφοράς επιδιώκει να βρει μια καλή αντιπροσωπευτική μη κυριαρχούμενη λύση.

The Multi objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition (MOEA/D): Ο MOEA/D [Zhang & Li, \(2007\)](#) στηρίζεται στην αποσύνθεση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων σε έναν διάνυσμα υποπροβλημάτων βελτιστοποίησης και τα βελτιστοποιεί ταυτόχρονα. Κάθε υποπρόβλημα βελτιστοποιείται χρησιμοποιώντας μόνο πληροφορίες από διάφορα γειτονικά του υποπροβλήματα, γεγονός που καθιστά το MOEA/D να έχει χαμηλότερη υπολογιστική πολυπλοκότητα σε κάθε γενιά από τον NSGA-II. Σύμφωνα με μελέτες ο MOEA/D ξεπερνά ή αποδίδει παρόμοια με τον NSGA-II σε προβλήματα βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων 0-1 knapsack και συνεχή προβλήματα βελτιστοποίησης.

The Multiobjective Evolutionary Algorithm based on Decomposition with Dynamical Resource Allocation (MOEA/DDRA): MOEA/DDRA [Zhang et al., \(2009\)](#) αναθέτει διαφορετικά επίπεδα υπολογιστικής προσπάθειας σε κάθε υποπρόβλημα με βάση το διαφορετικό επίπεδο δυσκολίας για την επίτευξη της λύσης. Ειδικότερα, είναι η νέα έκδοση του MOEA/D με δυναμική κατανομή πόρων (MOEA/D-DRA), υπολογίζει μια παράμετρο χρησιμότητας π^i για κάθε ένα από τα υποπροβλήματα i , επιτρέποντας την κατανομή της υπολογιστικής προσπάθειας με βάση τις χρησιμότητές τους.

Speed-constrained Multi objective particle swarm optimization (SMPSO): SMPSO [Nebro et al., \(2009\)](#) παρουσίασε μια νέα προσέγγιση βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων αλγόριθμο (PSO) βασισμένη σε πολλαπλούς στόχους. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μια στρατηγική για τον περιορισμό της ταχύτητας των σωματιδίων επιτρέποντας να παράγει νέες αποτελεσματικές θέσεις σωματιδίων στις περιπτώσεις εκείνες στις οποίες η ταχύτητα γίνεται πολύ υψηλή. Ο SMPSO χρησιμοποιεί πολυωνυμικού βαθμού μετάλλαξη ως παράγοντα αστάθειας και ένα εξωτερικό αρχείο για την αποθήκευση των μη επικρατέστερων λύσεων που βρέθηκαν κατά την αναζήτηση.

S Metric Selection evolutionary multi objective optimization algorithm (EMOA):

EMOA [Beume et al., \(2007\)](#) πρότεινε ένα αλγόριθμο σταθερής κατάστασης που διαθέτει έναν τελεστή επιλογής που βασίζεται στο μέτρο του υπέρ έντασης (hypervolume) σε συνδυασμό με την έννοια της μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος στοχεύει στη μεγιστοποίηση της κυριαρχούμενης hypervolume εντός τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Ο πληθυσμός του αλγορίθμου εξελίσσεται σε ένα καλά κατανομημένο σύνολο λύσεων, εστιάζοντας έτσι σε ενδιαφέρουσες περιοχές του Pareto μετώπου.

SMS-EMOA with the Prospect Indicator (SMSP-EMOA): SMSP-EMOA [Phan et al., \(2011\)](#) πρότεινε μια επέκταση του EMOA με βάση δείκτες, που ονομάζεται SMSP-EMOA. Ο SMSP-EMOA χρησιμοποιεί τον δείκτη προοπτικής (prospect) για τη γονική επιλογή και τον δείκτη hypervolume στην επιλογή περιβάλλοντος. Ο δείκτης προοπτικής μετρά τη δυνατότητα κάθε ατόμου να αναπαράγει απογόνους που κυριαρχούν και εξαπλώνονται στον αντικειμενικό χώρο. Έτσι, ο προτεινόμενος αλγόριθμος επιτρέπει στον φορέα επιλογής γονέων να διατηρεί επαρκή ικανότητα επιλογής, ακόμη και σε υψηλών διαστάσεων MOPs, βελτιώνοντας έτσι την ταχύτητα σύγκλισης προς το Pareto optimal μέτωπο, και να διαφοροποιεί τα άτομα, ακόμη και σε MOP υψηλής διάστασης, διασκορπίζοντας τα άτομα στον αντικειμενικό χώρο. Ο SMSP-EMOA υπερτερεί έναντι του SMS-EMOA στη βελτιστοποίηση και την ταχύτητα σύγκλισης, χωρίς να θυσιάζεται η ποικιλομορφία των ατόμων.

2.5 Βιβλιογραφική επισκόπηση ερευνητικών εφαρμογών

2.5.1 Βέλτιστη διάρθρωση χαρτοφυλακίου

Η θεωρία χαρτοφυλακίου διερευνά και διαχειρίζεται χαρτοφυλάκια επενδυτικών προϊόντων, με στόχο την ταυτόχρονη επίτευξη δύο αντίθετων στόχων: τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης και την ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Η προσπάθεια επικεντρώνεται στην εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης $E(R)$ και της τυπικής απόκλισης σ_R του χαρτοφυλακίου (όπου R είναι η συνολική απόδοση της επένδυσης), λαμβάνοντας υπόψη τη συσχέτιση μεταξύ των εναλλακτικών προϊόντων της επένδυσης ρ_{ij} . Δύο βασικές έννοιες που εισήγαγε ο [Markowitz, \(1952\)](#) είναι το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο και το αποτελεσματικό σύνολο. Ένα χαρτοφυλάκιο χαρακτηρίζεται ως αποτελεσματικό όταν δεν υπάρχει κανένα άλλο που να έχει μεγαλύτερη απόδοση και μικρότερο ή ίσο κίνδυνο από αυτό. Ο [Markowitz, \(1952\)](#) ορίζει το πρόβλημα της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου ως πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού, ορίζοντας την τυπική απόκλιση για τον προσδιορισμό του κινδύνου. Το διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο του Markowitz βασίζεται στη βασική ιδέα ότι οι αποδόσεις είναι τυχαίες μεταβλητές, καθώς αυξάνεται ο αριθμός των περιουσιακών στοιχείων ο βαθμός του πίνακα συνδιακύμανσης αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό παίζοντας καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση του συνολικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Ο Markowitz κάνει τις ακόλουθες δύο υποθέσεις σχετικά με τον ακριβή τρόπο με τον οποίο ο επενδυτής θα επιλέξει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο του:

1. Επιλέγω τη μέγιστη απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου και
2. Ελάχιστο ρίσκο για δεδομένη απόδοση

Οι κύριες υποθέσεις του μοντέλου Markowitz είναι οι ακόλουθες:

1. Η συνάρτηση πιθανότητας των αποδόσεων καθορίζεται από τους επενδυτές.
2. Η βασική αρχή είναι η μεγιστοποίηση της συνάρτησης χρησιμότητας του επενδυτή
3. Οι επενδυτές τείνουν να αποφεύγουν τον κίνδυνο στην επιδίωξη του κέρδους
4. Οι χρηματοπιστωτικές αγορές είναι ομαλές.
5. Η ύπαρξη κόστους συναλλαγών και φόρων απουσιάζει.

$$R = \begin{bmatrix} R_1 \\ \dots \\ R_n \end{bmatrix} \text{ διάνυσμα των αποδόσεων.}$$

$$\text{Το διάνυσμα των αναμενόμενων αποδόσεων: } E(R) = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \dots \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

Ορίζεται ότι V_{ij} συνδιακύμνωση μεταξύ R_i και R_j .

$$V_{ij} = \text{Cov}(R_i, R_j) \quad \text{και} \quad V = \text{Cov}(R).$$

Ο πίνακας αυτός περιέχει τις διακυμάνσεις στην κύρια διαγώνιο του και τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ όλων των ζευγών περιουσιακών στοιχείων στα άλλα στοιχεία.

$$V_{n \times n} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \sigma_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad \text{όπου} \quad \sigma_{ij} = V_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n (r_{it} - \mu_i)(r_{jt} - \mu_j)}{n}$$

$$\text{Ορίζεται } W = \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix} \text{ τα βάρη του χαρτοφυλακίου}$$

$$1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} \text{ μοναδιαίο διάνυσμα.}$$

Για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης για την ελαχιστοποίηση του κινδύνου, το μοντέλο ορίζεται ως εξής:

$$\min \sigma_p = W^T V W \quad (133)$$

$$W^T E(R) \geq \mu_p \quad (134)$$

$$w^T 1 = 1 \quad (135)$$

$$W \geq 0 \quad (136)$$

Για δεδομένο επίπεδο κινδύνου το μοντέλο μεγιστοποίησης της απόδοσης είναι:

$$\max \mu_p = W^T E(R) \quad (137)$$

$$W^T V W \leq \sigma_p \quad (138)$$

$$w^T 1 = 1$$

$$W \geq 0$$

Η διαδικασία βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου είναι πολύ σημαντική στις επενδύσεις του χρηματοπιστωτικού τομέα [Best, \(2010\)](#), [Gambrah, and Pirvu, \(2014\)](#), [Quintana, et al. \(2017\)](#) και [Zhao, \(2018\)](#). Στόχος της διαχείρισης χαρτοφυλακίου είναι η αύξηση του εισοδήματος του επενδυτή μέσω της διαμόρφωσης ενός ορθολογικού χρηματοοικονομικού σχεδίου [Gruszka and Szwabinski, \(2020\)](#). Οι επενδυτές σε ακίνητα σύμφωνα με τη σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (MPT) [Markowitz, \(1952\)](#) επικεντρώθηκε στη δημιουργία ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου με βάση την καλύτερη δυνατή επιλογή των διαθέσιμων περιουσιακών στοιχείων [Lee, \(1992\)](#). Η MPT αναζητά για κάθε επίπεδο κινδύνου το υψηλότερο επίπεδο απόδοσης, υπολογίζοντας μέσω ιστορικών δεδομένων τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση. Η εφαρμογή της MPT σε ένα εκ των προτέρων πλαίσιο οδηγεί σε εκ των υστέρων αποτελέσματα με κακή απόδοση, επειδή οι μεταβλητές εισόδου είναι αβέβαιες, γεγονός που δημιουργεί διαφορετικές βέλτιστες κατανομές μεταξύ των περιόδων. Αυτό δημιουργεί χαρτοφυλάκια με ακραίες λύσεις που δίνουν σε ορισμένα περιουσιακά στοιχεία μηδενική βαρύτητα (corner solutions) [Black and Litterman, \(1992\)](#), γεγονός που αντιβαίνει στη βασική αρχή της διαφοροποίησης. Ένας τρόπος για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα είναι να τεθούν περιορισμοί (ανώτερα και κατώτερα όρια) στο ποσοστό συνεισφοράς του περιουσιακού στοιχείου στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο [Byrne and Lee, \(1995\)](#), [Stevenson, \(2000a\)](#). Επίσης, η μέση απόδοση επηρεάζεται σημαντικά από την περίοδο επιλογής των δεδομένων, σε αντίθεση με το σφάλμα μέτρησης της διακύμανσης και των συν διακυμάνσεων, καθώς οι παράμετροι είναι σχετικά σταθερές με την πάροδο του χρόνου, προσφέροντας υψηλή ακρίβεια στις εκτιμήσεις [Kalberg and Ziemba, \(1984\)](#), [Chopra and Ziemba, \(1993\)](#). Είναι προφανές ότι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο που υπολογίζεται με ιστορικά δεδομένα μιας συγκεκριμένης περιόδου δεν είναι εύκολο να γενικευτεί σε μελλοντικές περιόδους. Αυτό επιβεβαιώνεται από τις εργασίες των [Myer and Webb, \(1991\)](#), [Mueller and Laposa, \(1995\)](#), [Pagliari et al., \(1995\)](#).

Οι 3 κύριες μελέτες στην αγορά ακινήτων που ασχολήθηκαν με την αποτελεσματικότητα των χαρτοφυλακίων MPT σε μελλοντικές περιόδους ήταν οι εξής: Οι [Myer & Webb, \(1991\)](#) ήταν οι πρώτοι που ανέλυσαν την περίοδο 1978-1988 χρησιμοποιώντας τις αποδόσεις του National Council of Real Estate Investments Fiduciaries (NCREIF) για διάφορους τύπους ακινήτων. Το συμπέρασμα ήταν ότι οι βέλτιστοι συνδυασμοί διαφέρουν σε κάθε χρονική περίοδο λόγω της φύσης των αποδόσεων, οπότε μια

βέλτιστη κατανομή σε μια συγκεκριμένη περίοδο μπορεί να μην παραμείνει βέλτιστη σε μελλοντικές περιόδους.

Οι [Mueller & Laposa, \(1995\)](#) ασχολήθηκαν με τη βέλτιστη στρατηγική που πρέπει να εφαρμόζουν οι επενδυτές σε διάφορους τύπους ακινήτων: λιανικό εμπόριο, γραφεία, διαμερίσματα και αποθήκες, χρησιμοποιώντας τριμηνιαία δεδομένα στις ΗΠΑ. Οι [Mueller & Laposa, \(1995\)](#) συμφωνούν ότι οι αποδόσεις κάθε τύπου ακινήτου επηρεάζονται από τους οικονομικούς κύκλους των προηγούμενων περιόδων. Έτσι, αποφάσισαν να χωρίσουν τα δεδομένα του NCREIF σε διαφορετικές περιόδους με βάση τρεις κυκλικούς δείκτες: συνολικές αποδόσεις, αύξηση κεφαλαίου και αύξηση του ΑΕΠ. Τα αποτελέσματα έδειξαν διαφορετική κατανομή τόσο των περιουσιακών στοιχείων που επιλέχθηκαν στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο όσο και των βαρών που τους αποδόθηκαν μεταξύ διαφορετικών περιόδων.

Οι [Pagliari et al., \(1995\)](#) χρησιμοποίησαν τριμηνιαίες αποδόσεις για 15 έτη με τμηματοποίηση των δεδομένων σε τρεις πενταετείς υποπεριόδους, οι συγγραφείς κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι τα χαρτοφυλάκια MPT λειτουργούν βέλτιστα σε στρατηγική ex-post, ενώ ως στρατηγική ex-ante δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα. Η αποτελεσματική εφαρμογή ως εκ των προτέρων στρατηγική της MPT εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ακρίβεια των μεταβλητών εισόδου του χαρτοφυλακίου. Επομένως, για τη σωστή εφαρμογή της MPT στη διαδικασία δημιουργίας ενός χαρτοφυλακίου ακινήτων είναι απαραίτητο κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης να λαμβάνεται υπόψη ο κίνδυνος εκτίμησης.

Η ανάλυση προσομοίωσης από τον [Jorion, \(1985\)](#) έδειξε ότι το χαρτοφυλάκιο μέσης διακύμανσης (MVP) επηρεάζεται λιγότερο από τα σφάλματα μέτρησης σε σχέση με το κλασικό χαρτοφυλάκιο εφαιπτομένης, επειδή τα αποτελέσματα εξαρτώνται μόνο από τον πίνακα συνδιακύμανσης του δείγματος, ο οποίος δεν μεταβάλλεται σημαντικά με την πάροδο του χρόνου.

Έχουν παραχθεί πολλές επεκτάσεις των υποδειγμάτων Markowitz και το κύριο χαρακτηριστικό όλων αυτών είναι η χρήση εναλλακτικών αντικειμενικών συναρτήσεων είτε για ελαχιστοποίηση κατά std είτε για μεγιστοποίηση κατά έσοδα-απόδοση. Ιδιαίτερης σημασίας είναι ο [Fama, \(1965\)](#) ο οποίος αντιμετώπισε την κατανομή των αποδόσεων ως γενικευμένη κατανομή Pareto και οι [Rockafellar & Uryasev, \(2000\)](#) όπου επικεντρώνονται στο μοντέλο Conditional Var (CVaR) για την ελαχιστοποίηση της

Conditional Value at Risk-CVaR. Μια σύγχρονη προσέγγιση με το C-Var ως μέτρο κινδύνου υιοθετήθηκε από τους [Cui et al., \(2020\)](#) με στοχαστική προσέγγιση. Οι [Konno και Yamazaki, \(1991\)](#) προτείνουν μια εναλλακτική λύση στο κλασικό μοντέλο MV για να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα της δημιουργίας ενός μεγάλου προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού, το οποίο έχει μεγάλο κόστος επίλυσης και επέλεξαν το (Mean Absolute Deviation-MAD) αντί του std. Οι [Chang et al., \(2000\)](#) πρόσθεσαν τον μέγιστο αριθμό περιορισμών στις μετοχές που υπάρχουν στο χαρτοφυλάκιο (cardinality). Προσθέτοντας τους περιορισμούς ορίων οι [Fernandez και Gomez, \(2007\)](#) χρησιμοποίησαν τον αλγόριθμο νευρωνικού δικτύου και έλυσαν το μοντέλο. Οι [Soleimani et al, \(2009\)](#) χρησιμοποίησαν το μοντέλο του Markowitz, ελαχιστοποιώντας την cardinality.

Οι [Chang et.al, \(2009\)](#) επέλεξαν διαφορετικά μεγέθη για τη μέτρηση του κινδύνου όπως, η ημι-διακύμανση, η απόλυτη απόκλιση διακύμανσης και η διακύμανση με λοξότητα, επιλύοντας χρησιμοποιώντας τον γενετικό αλγόριθμο. Οι [Hunjra et. al, \(2020\)](#) συνέκριναν την απόδοση των μοντέλων κινδύνου (μέση διακύμανση, ημι-διακύμανση, μέση απόλυτη απόκλιση και εξαρτημένη αξία σε κίνδυνο) σε διαφορετικά οικονομικά σενάρια, δηλαδή κρίση, ανάκαμψη και ανάπτυξη. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η υπό συνθήκη αξία-σε-κινδύνου παρουσίασε καλύτερα αποτελέσματα για κάθε σενάριο σε κάθε χώρα και η απόδοση του χαρτοφυλακίου ήταν ασυνεπής στις διάφορες μεθόδους.

Οι [Fulton & Bastian, \(2019\)](#) υιοθέτησαν την ενσωμάτωση κατάλληλων συνιστωσών χρονολογικών σειρών με το καθοδικό MAD ως μέτρο κινδύνου στη μελέτη περίπτωσης 2003 έως 2013. Ο βασικός περιορισμός της προσέγγισης MV είναι η παραδοχή της κανονικής κατανομής των αποδόσεων για το λόγο αυτό ο [Estrada, \(2008\)](#) ανέπτυξε μια εναλλακτική προσέγγιση που χρησιμοποιείται ως δείκτης κινδύνου, τον Downside Risk. Οι [Kroencke & Schindler, \(2010\)](#) παρουσίασαν μια διεθνή εφαρμογή σε τιτλοποιημένες χρηματιστηριακές αγορές ακινήτων. Το υπόδειγμα M-V έχει ευρεία εφαρμογή κυρίως στη χρηματοοικονομική, οι [Gottschlich & Hinz, \(2014\)](#) δημιουργούν μια μέθοδο για την αύξηση του ποσοστού κέρδους μιας επένδυσης σε μετοχές χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα χαρτοφυλακίου του Markowitz οι [Jung & Kim, \(2015\)](#) χρησιμοποίησαν το υπόδειγμα του Markowitz για τη βελτίωση του ποσοστού κέρδους της επένδυσης λαμβάνοντας υπόψη τη χρονική διακύμανση της αγοράς. Μέθοδο για την επιλογή μεταξύ έργων εντός ενός αποδεκτού επιπέδου κινδύνου για δεδομένο προϋπολογισμό

δημιουργούν οι [Zhou et al., \(2014\)](#). Μια κλασική μελέτη του μοντέλου M-V στην αγορά με περιορισμένη εφαρμογή παρέχεται από τους [Ivanova & Dospatliev, \(2017\)](#) για τη βουλγαρική αγορά μετοχών από το 2013 έως 2016.

Οι περισσότερες υπάρχουσες έρευνες σχετικά με τη διαδικασία βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου ασχολούνται με τη ντετερμινιστική προσέγγιση για τη διατύπωση του προβλήματος, αλλά αυτό είναι απαράδεκτο στην πραγματικότητα, επειδή η άγνωστη φύση της αβεβαιότητας των δεδομένων της αγοράς είναι τόσο μεγάλη που δεν θα μπορούσε να αγνοηθεί [Chan, \(2017\)](#), [ShadabFar & Wang, \(2016\)](#). Ο [Huang, \(2008\)](#) περιέγραψε και απέδωσε μια νέα περιγραφή του κινδύνου για την επιλογή ενός χαρτοφυλακίου μετοχών στο ασαφές (fuzzy) περιβάλλον. Ο γενετικός αλγόριθμος έλυσε ένα μοντέλο βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου με περιορισμούς (cardinality) και αβέβαια δεδομένα από τους [Sadjadi et al., \(2012\)](#). Οι [Chen et al., \(2018\)](#) αξιολόγησαν και ασχολήθηκαν με την αποτελεσματικότητα ενός χαρτοφυλακίου μετοχών σε ένα ασαφές περιβάλλον με διάφορα κριτήρια κινδύνου (πιθανή διακύμανση, πιθανή ημι-διακύμανση και πιθανή απόλυτη ημι-απόκλιση). Απέδειξαν ότι, σε ασαφείς συνθήκες, η αποδοτικότητα του χαρτοφυλακίου είναι πιο ακριβής και προσφέρει καλύτερες αποκρίσεις. Ως εκ τούτου, μια εναλλακτική μέθοδος είναι κατάλληλη για την ενσωμάτωση της αβέβαιης φύσης του προβλήματος με πιθανολογική προσέγγιση [Dutra et.al, \(2014\)](#). Με τον τρόπο αυτό, μετά την ντετερμινιστική προσέγγιση προκειμένου να εισάγουμε την αβεβαιότητα στο μοντέλο μας χρησιμοποιούμε τη μέθοδο δειγματοληψίας Monte Carlo [Glasserman, \(2004\)](#), [Thomopoulos, \(2014\)](#). Ο [Lee, \(2019\)](#) δημιουργεί μια μέθοδο χρηματοδότησης για την ανάπτυξη ακινήτων και υποδομών χρησιμοποιώντας το μοντέλο επιλογής χαρτοφυλακίου του Markowitz σε συνδυασμό με την προσομοίωση Monte Carlo για τη βελτίωση του ποσοστού κέρδους της επένδυσης για χρηματοδότηση. Πιθανολογική προσέγγιση για τη βέλτιστη επιλογή χαρτοφυλακίου με τη χρήση υβριδικής προσομοίωσης Monte Carlo και τρόπου Markowitz που δημιουργήθηκε από τους [Shadabfar και Cheng, \(2020\)](#) για τη χρηματιστηριακή αγορά της Σαγκάης λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα στις τιμές απόδοσης και κινδύνου σε καθημερινή βάση από τον Ιανουάριο του 2014 έως τον Δεκέμβριο του 2018. Οι [Zanjirdar, \(2020\)](#), [Milhomem & Dantas, \(2020\)](#) παρέχουν μια ολοκληρωμένη μελέτη σχετικά με το μοντέλο βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου με νέες προσεγγίσεις και περιορισμούς που υπάρχουν.

2.5.2 Ορθολογική κατανομή πόρων επίλυση με τη μέθοδο του σακιδίου

Εξετάζουμε το κλασσικό πρόβλημα του σακιδίου 0-1, όπου ένα υποσύνολο από n δεδομένα έργα πρέπει να κατανεμηθούν σε ένα σακίδιο χωρητικότητας c . Κάθε έργο έχει ένα κέρδος r_j και ένα βάρος w_j και ο στόχος είναι να επιλεγεί ένα τμήμα των έργων που μεγιστοποιεί το συνολικό κέρδος χωρίς να υπερβαίνει τον διαθέσιμο προϋπολογισμό. Ορίζεται η δυαδική μεταβλητή $X_j = 0$ ή 1 επειδή κάθε έργο πρέπει να υλοποιηθεί ολόκληρο ή καθόλου. Έχουν προταθεί διάφορες παραλλαγές του προβλήματος του σακιδίου για να βοηθήσουν τους οργανισμούς να λαμβάνουν σωστές αποφάσεις επιλογής έργων σε διάφορους τομείς [Martello and Toth, \(1990\)](#). Χρησιμοποιούμε μια διατύπωση ακέραιου προγραμματισμού (0-1) όπου υπάρχει μια δυαδική μεταβλητή απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση, και αυτές παίρνουν τιμές 0 (η εναλλακτική λύση δεν επιλέγεται) ή 1 (η εναλλακτική λύση επιλέγεται). Στην περίπτωση ενός στόχου συνήθως προτιμάται μια διατύπωση ακέραιου προγραμματισμού (IP) και συγκεκριμένα η διατύπωση σακιδίου. Οι περισσότερες έρευνες σχετικά με τα προβλήματα knapsack ασχολήθηκαν με την έκδοση με έναν μόνο περιορισμό. [Balas & Zemel, \(1980\)](#), [Horowitz & Sahni, \(1974\)](#), [Salkin & Kluyver, \(1975\)](#). Παρόλο που η εκδοχή του προβλήματος αυτού με έναν περιορισμό έχει λάβει μεγάλη προσοχή, το πρόβλημα του σακιδίου με πολλούς περιορισμούς δεν έχει λάβει της κατάλληλης προσοχής στην ελληνική πραγματικότητα ([Jaszkiewicz, 2004](#); [Erlebach et al., 2002](#); [Zitzler and Thiele, 1999](#); [Klamroth and Wiecek, 2000](#)). Μια από τις πρώτες αναφορές στο πρόβλημα πολλαπλών περιορισμών knapsack είναι από τους [Lorie & Savage, \(1955\)](#), [Manne & Markowitz, \(1957\)](#) ως μοντέλο προϋπολογισμού κεφαλαίου. Στην Ελλάδα μια σχετική μελέτη παρέχεται από τους [Florios et. al., \(2010\)](#).

Οι πρώτοι ακριβείς αλγόριθμοι για το πρόβλημα του σακιδίου με πολλούς περιορισμούς ξεκίνησαν κατά τη δεκαετία του '60. Από τους [Gilmore & Gomory, \(1966\)](#), οι οποίοι περιέγραψαν έναν αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού. Αργότερα ο [Shih, \(1979\)](#), παρουσίασε έναν αλγόριθμο διακλάδωσης και οριοθέτησης για το πολυδιάστατο πρόβλημα Knapsack (MKP). Τα τελευταία χρόνια με την ανάπτυξη της τεχνητής νοημοσύνης οι γενετικοί αλγόριθμοι μπορούν να επιλύσουν προβλήματα τύπου σακιδίου πολύ πιο γρήγορα με εξίσου καλά αποτελέσματα με τις παραδοσιακές μεθόδους [Kellerer et. al., \(2004\)](#) και [Khuri et. al., \(1994\)](#). Στην παρούσα εργασία οι περιορισμοί διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες συμπληρωματικά και διαζευκτικά. Ειδική περίπτωση

διαζευκτικού περιορισμού που χρησιμοποιούμε είναι ο περιορισμός σύγκρουσης (negative disjunctive constraint) [Pferschy & Schauer, \(2017\)](#). Κάποιες εργασίες που ασχολούνται με τον συγκρουσιακό περιορισμό είναι οι [Yamada et al., \(2002\)](#), όπου παρουσιάστηκε ένας branch-and-bound αλγόριθμος και για πιο πρόσφατους αλγορίθμους ακριβούς υπολογισμού ([Hifi & Otmani, 2012](#)) και ([Hifi et al., 2014](#)). Το πρόβλημα του σακιδίου 0-1 μπορεί να εφαρμοστεί σε διάφορα μοντέλα για τον για τον οικονομικό προγραμματισμό και τη διαχείριση χαρτοφυλακίου. Χρησιμοποιείται για να προσδιοριστεί ποιο υποσύνολο στοιχείων παρέχει τη μεγαλύτερη απόδοση υπό ένα συγκεκριμένο προϋπολογισμό. Το πρόβλημα knapsack είναι ένα γνωστό πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης με ευρύ φάσμα επιχειρηματικών εφαρμογών στον προϋπολογισμό κεφαλαίου [Bas, \(2011\)](#) και στον προγραμματισμό παραγωγής [Camargo et al., \(2012\)](#) μεταξύ άλλων. Στον τομέα των επενδύσεων χρηματοοικονομικοί δείκτες όπως ο εσωτερικός συντελεστής απόδοσης (IRR) και το μέσο σταθμικό κόστος κεφαλαίου (WACC) διαδραματίζουν βασικό ρόλο στη διαδικασία επιλογής για το ποια από τις διαθέσιμες επενδύσεις θα επιλεγεί [Kos et al., \(2009\)](#).

Το χρηματοοικονομικό μέτρο IRR (internal rate of return) εφαρμόζεται ευρέως στον χρηματοπιστωτικό και επενδυτικό τομέα και σε πολλές περιπτώσεις προτιμάται από την NPV, παρόλο που η Καθαρή Παρούσα Αξία (ΚΠΑ) παρέχει τη μεγαλύτερη ακρίβεια. Στην παρούσα εργασία προτιμούμε την IRR για τη μείωση του υπολογιστικού κόστους ώστε να παράγουμε τον δείκτη EVA έναν κρίσιμο επενδυτικό δείκτη. Η EVA είναι ένας αξιόπιστος τρόπος για να αξιολογήσουμε αν κάποιες επενδύσεις πρέπει να ολοκληρωθούν, είναι δυνατόν να επιλεγεί κάποια επένδυση με αρνητική EVA, αν είναι απαραίτητο για να πετύχουμε το μέγιστο Eνα για το χαρτοφυλάκιο [Sharma & Kumar, \(2010\)](#). Ένα άλλο σημαντικό μέτρο στον επενδυτικό σχεδιασμό είναι η μόχλευση των κεφαλαίων. Οι περισσότεροι χρησιμοποιούν το χρέος για τη χρηματοδότηση των επιχειρήσεων, επειδή μπορεί να αυξήσει την επένδυση χωρίς να αυξήσει τα ίδια κεφάλαια στην επιχείρηση. Στις μέρες μας, αυτό έχει ως προϋπόθεση τη συνεργασία του τραπεζικού συστήματος προκειμένου να επιτευχθεί η μεγαλύτερη απορρόφηση κεφαλαίων, ιδίως από το Ευρωπαϊκό Ταμείο Ανάκαμψης. Τα τελευταία χρόνια λόγω του φαινομένου της κλιματικής αλλαγής είναι επιτακτική ανάγκη να γίνει μετατροπή σε εναλλακτικές πηγές ενέργειας σύμφωνα με τον στόχο της ευρωπαϊκής πολιτικής για ουσιαστική αύξηση του μεριδίου των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στην παραγωγή

ηλεκτρικής ενέργειας. Στην Ελλάδα, το ενδιαφέρον αυτό είναι ιδιαίτερα εμφανές στην περίπτωση της εκμετάλλευσης της αιολικής ενέργειας, λόγω του ευνοϊκού νομοθετικού πλαισίου και του σημαντικού αιολικού δυναμικού που υπάρχει σε αρκετές ελληνικές περιοχές. Οι ιδιώτες επενδυτές ενεργοποιούνται έντονα προς την εκμετάλλευση της αιολικής ενέργειας, κυρίως επειδή το σχετικό κόστος επένδυσης δεν είναι απαγορευτικό, ενώ υπάρχει ένα μάλλον ευνοϊκό νομοθετικό πλαίσιο που εξασφαλίζει ικανοποιητικά ποσοστά απόδοσης (Mavrotas et al., 2003). Κατά συνέπεια, η σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου με βέλτιστη κατανομή των πόρων αλλά και με καλή στρατηγική ευθυγράμμιση με βάση τις μελλοντικές αποδόσεις είναι ζωτικής σημασίας για τις εταιρείες ώστε να τηρούν τη νομοθεσία και να αποφεύγουν τα πρόστιμα, καθώς και να αναπτύσσουν επιστημονικές και τεχνολογικές ικανότητες που μπορούν να τις βοηθήσουν να προωθήσουν καινοτομίες και να αποκτήσουν ανταγωνιστικό πλεονέκτημα (Bin et al., 2015). Ο τομέας της ενέργειας ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του προβλήματος του σακιδίου και για το λόγο αυτό λαμβάνει μεγάλη προσοχή στα προβλήματα αυτά. Στην Ελλάδα από την επιστημονική ανασκόπηση, που έχουμε κάνει δεν υπάρχει μεγάλο εύρος επιστημονικών εργασιών ασχολήθηκαν με το συγκεκριμένο θέμα.

2.5.3 Ορθολογική κατανομή των πόρων του δημόσιου τομέα

Γνωρίζοντας την πολυπλοκότητα των δημόσιων δαπανών, από ακαδημαϊκής σκοπιάς η θεωρία της σταδιακής αύξησης (incrementalism) εξακολουθεί να παρέχει μια επαρκή περιγραφή των δημόσιων δαπανών αλλά η προσέγγιση της ορθολογικής κατανομής των περιορισμένων πόρων που πρέπει να καταναίμει το δημόσιο δεν γίνεται να μη λαμβάνεται υπόψιν Gregory, (1989). Οι τελικοί προϋπολογισμοί και απολογισμοί είναι αποτέλεσμα παλαιότερων και σημερινών πολιτικών παζαριών και συμφωνιών- η διαδικασία αυτή από πολιτικής σκοπιάς είναι "ικανοποιητική", με περισσότερη συζήτηση να επικεντρώνεται σε θέματα που υπερβαίνουν τις βασικές ανησυχίες του προϋπολογισμού. Ο δημόσιος προϋπολογισμός έχει μελετηθεί από τρεις, συνήθως αποκλίνουσες οπτικές γωνίες: τα οικονομικά, τη διοίκηση και την πολιτική επιστήμη Caiden, (1990). Η διαδικασία κατάρτισης του προϋπολογισμού έχει τη δύναμη να μεταβάλει τους οργανωτικούς στόχους, να καταστήσει δυνατές τις νέες τεχνολογίες και να έχει αντίκτυπο στον τρόπο κατανομής των πόρων. Τα χαρακτηριστικά αυτής της διαδικασίας και το σκεπτικό πίσω από αυτές τις επιλογές καθορίζουν τα θεμελιώδη στοιχεία της δημόσιας διοίκησης.

Η επιστημονική βιβλιογραφία προσφέρει δύο αντικρουόμενες απόψεις σχετικά με τη συσχέτιση μεταξύ των δημόσιων δαπανών και της οικονομικής ανάπτυξης. Σύμφωνα με την κεϋνσιανή άποψη, οι δημόσιες δαπάνες είναι ένας εξωτερικός παράγοντας που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο πολιτικής για να επηρεάσει την οικονομική ανάπτυξη. Αντίθετα, η άποψη του Wagner θεωρεί τις δημόσιες δαπάνες ως ενδογενή παράγοντα που είναι αποτέλεσμα και όχι αιτία της οικονομικής ανάπτυξης.

Η κεϋνσιανή θεωρία υποστηρίζει ότι οι δημόσιες δαπάνες είναι ένας εξωτερικός παράγοντας που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο πολιτικής για να επηρεάσει την οικονομική ανάπτυξη (Ansari, Gordon & Akuamoah, 1997). Οι δημόσιες δαπάνες διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην επίτευξη των μακροοικονομικών στόχων (Danladi, Akomolafe, Olarinde & Anyadiegwu, (2015)). Η υπάρχουσα εμπειρική έρευνα δείχνει ότι η δραστηριότητα των δημόσιων δαπανών διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στον καθορισμό της οικονομικής ανάπτυξης σε πολυάριθμες αναπτυσσόμενες χώρες (Sinha, 1998). Παρά τις πολυάριθμες εμπειρικές μελέτες σχετικά με τον αντίκτυπο των δημόσιων δαπανών στην οικονομική ανάπτυξη, τα ευρήματα είναι ασυνεπή. Οι μελέτες αυτές υποδεικνύουν ότι η αύξηση των κρατικών δαπανών για παραγωγικές δραστηριότητες, όπως οι φυσικές υποδομές, η υγειονομική περίθαλψη, η άμυνα, η εκπαίδευση και η έρευνα και ανάπτυξη, μπορεί να κατευθύνει την πορεία της οικονομικής ανάπτυξης. Αντίθετα, η αύξηση των δημόσιων δαπανών που βασίζονται σε μη παραγωγικές δραστηριότητες, όπως οι καταναλωτικές δαπάνες, δεν έχει καμία επίδραση στην οικονομική ανάπτυξη Mendoza, (1997).

Η ανάλυση της διάρθρωσης των δαπανών μπορεί να αποκαλύψει τους πρωταρχικούς τομείς που διαμορφώνουν τη δημοσιονομική πολιτική. Είναι σημαντικό να αξιολογηθεί η κατανομή των κονδυλίων προς το ανθρώπινο κεφάλαιο και τις υποδομές, καθώς διαδραματίζουν κρίσιμο ρόλο στην επίτευξη βιώσιμης οικονομικής ανάπτυξης και στην προώθηση της ανταγωνιστικότητας σε τομείς υψηλής προστιθέμενης αξίας που απαιτούν δραστηριότητες έντασης ανθρώπινης γνώσης. Για παράδειγμα, οι Darvas et al., (2018) διεξήγαγαν μελέτη για τον προσδιορισμό του ιδανικού ύψους των δαπανών για την υγειονομική περίθαλψη. Μια διαρθρωτική εξέταση των δημόσιων οικονομικών αναδεικνύει τη σημασία της σύνθεσης της δημοσιονομικής λιτότητας, της κατανομής των πλεονασμάτων και του αντίκτυπου της αναδιανομής στα επίπεδα εισοδήματος των κερδισμένων και των χαμένων.

Σύμφωνα με τον [Wagner, \(1967\)](#), ο οποίος υποδηλώνει ότι υπάρχει ισχυρή σχέση μεταξύ της αύξησης των δημόσιων δαπανών στις ανεπτυγμένες χώρες και της επιθυμίας για κοινωνική πρόοδο και οικονομική πρόοδο. Η υπόθεση αυτή προτείνει ότι καθώς η οικονομία αναπτύσσεται, θα υπάρχει αύξηση της ζήτησης για δημόσιες δαπάνες. Ενώ υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ του πραγματικού ΑΕΠ και των δημόσιων δαπανών, η αύξηση των δημόσιων δαπανών δεν είναι μια ομαλή γραμμική διαδικασία, αλλά μάλλον διακόπτεται από διαλείμματα που προκαλούνται από έκτακτα γεγονότα, όπως φυσικές καταστροφές, οικονομικές κρίσεις, κοινωνικές αναταραχές και πολέμους. Με απλά λόγια, η οικονομική ανάπτυξη οδηγεί σε αύξηση των δημόσιων δαπανών, αλλά η τάση αυτή μπορεί να παρουσιάσει διακοπές λόγω απρόβλεπτων γεγονότων.

Η υπόθεση Wagner δηλώνει ότι οι δημόσιες δαπάνες τείνουν να αυξάνονται με υψηλότερο ρυθμό από το εθνικό εισόδημα μακροπρόθεσμα. Με άλλα λόγια, η μακροχρόνια ελαστικότητα των δημόσιων δαπανών σε σχέση με το εθνικό εισόδημα είναι μεγαλύτερη από τη μονάδα. Η υπόθεση Buchanan-Wagner δηλώνει ότι οι δημόσιες δαπάνες τείνουν να αυξάνονται ως αντίδραση στην αύξηση των δημοσιονομικών ελλειμμάτων. Σύμφωνα με την υπόθεση φόρων-δαπανών τα κρατικά έσοδα βοηθούν στην πρόβλεψη των κρατικών δαπανών και οι κρατικές δαπάνες είναι ελαστικές σε σχέση με τα κρατικά έσοδα, οι κρατικές δαπάνες πρέπει να επεκταθούν σύμφωνα με τα έσοδα. Σε αντίθεση με αυτή τη θεωρία ο [Friedman, \(1972, 1978\)](#) λέει ότι οι δαπάνες πρέπει να ακολουθούν τα έσοδα. Αυτό σημαίνει ότι αν τα έσοδα (φόροι) αυξηθούν, στην περίπτωση αυτή η κυβέρνηση μπορεί να αυξήσει τις δαπάνες. Έτσι, τα έσοδα είναι ένα μέσο για την ελαχιστοποίηση των δημόσιων ελλειμμάτων. Συνεπώς, υπάρχει θετική αιτιώδης σχέση μεταξύ των εσόδων και των δαπανών. Οι φόροι έχουν θετική αιτιώδη σχέση με τις δημόσιες δαπάνες. Η [Dritsaki, \(2015\)](#) σε μελέτη περίπτωσης της Ελλάδας διαπιστώνει ότι υπάρχει μια μακροπρόθεσμη (co-integrated) σχέση μεταξύ των κυβερνητικών δαπανών και των εσόδων. Επίσης, ο έλεγχος αιτιότητας έδειξε ότι υπάρχει μονόπλευρη αιτιώδης σχέση μεταξύ δαπανών και εσόδων στην Ελλάδα με κατεύθυνση από τα κρατικά έσοδα προς τις δαπάνες.

Σύμφωνα με το νεοκλασικό υπόδειγμα, οι φόροι έχουν προσωρινό αντίκτυπο στην οικονομική ανάπτυξη, αλλά στα υποδείγματα ενδογενούς ανάπτυξης, ο αντίκτυπός τους λέγεται ότι είναι μακροπρόθεσμος. Και στα δύο υποδείγματα, η επίδραση των φόρων είναι μέτρια. Από την άλλη πλευρά, το κεϋνσιανό υπόδειγμα υποδηλώνει ότι οι φόροι

μπορούν να επηρεάσουν τη ζήτηση. Η σχέση μεταξύ των κρατικών δαπανών και των φόρων υπόκειται σε διαφορετικές ερμηνείες και αυτό έχει αποτελέσει θέμα συζήτησης. Ως εκ τούτου, οι ερευνητές που έχουν ως στόχο να προσδιορίσουν την κατεύθυνση της αιτιότητας για την ύπαρξη εγκυρότητας των κεϋνσιανών ή (Wagner) απόψεων δίνουν συνεχώς μικτά αποτελέσματα.

Σε αντίθεση με την κεϋνσιανή προοπτική, η υπόθεση Wagner υποστηρίζει ότι οι δημόσιες δαπάνες είναι αποτέλεσμα της οικονομικής ανάπτυξης. Αυτό σημαίνει ότι οι δημόσιες δαπάνες δεν μπορούν να θεωρηθούν ως ένα εξωτερικό εργαλείο πολιτικής και είναι μάλλον ένας ενδογενής παράγοντας. Ο Hossain, (2013) εξηγεί ότι ο Wagner υποστηρίζει ότι η οικονομική ανάπτυξη είναι η κινητήρια δύναμη πίσω από την επέκταση των δημόσιων δαπανών και την κυβερνητική συμμετοχή στην οικονομία.

Η δεύτερη άποψη υποστηρίζεται από τους Peacock και Wiseman, (1961) που υποστηρίζουν ότι οι αυξήσεις των κρατικών δαπανών δημιουργούν αυξήσεις στα έσοδα. Σύμφωνα με την άποψη αυτή, το επίπεδο των δαπανών καθορίζεται πρώτα από την κυβέρνηση και ορίζεται η φορολογική πολιτική των εσόδων που θα εξυπηρετήσει το επιθυμητό επίπεδο δαπανών.

Η τρίτη άποψη είναι η υπόθεση του δημοσιονομικού συγχρονισμού που αναφέρεται ότι η κυβέρνηση μπορεί να μεταβάλλει τις δαπάνες και τα έσοδα (φόρους) ταυτόχρονα Musgrave, (1966). Το υπόδειγμα αυτό βασίζεται στη ρικαρδιανή (Ricardian) ισοδυναμία και υποστηρίζει ότι το έλλειμμα που χρηματοδοτείται από τις δαπάνες της κυβέρνησης σήμερα οδηγεί σε μελλοντική αύξηση των φόρων.

Η τελευταία άποψη των Baghestani & McNown, (1994) αναφέρεται στο γεγονός ότι οι κυβερνητικές δαπάνες και τα έσοδα εξαρτώνται από τη μακροχρόνια οικονομική ανάπτυξη, οπότε δεν υπάρχει αιτιώδης σχέση μεταξύ εσόδων και δαπανών.

Οι Dritsakis & Adamopoulos, (2004) ανέλυσαν τη σχέση μεταξύ των δημόσιων δαπανών και της οικονομικής ανάπτυξης για την ελληνική οικονομία. Για την εξέταση της περιόδου 1960-2001 χρησιμοποιήθηκε η μεθοδολογία της μακροπρόθεσμης σύγκλισης (cointegration) και ο έλεγχος αιτιότητας (causality). Οι μεταβλητές ήταν συνέκλιναν στη μακροχρόνια περίοδο, αλλά στη βραχυχρόνια περίοδο, τα αποτελέσματα του ελέγχου αιτιότητας επιβεβαίωσαν την κεϋνσιανή υπόθεση.

Οι [Yinusa et al., \(2017\)](#), λαμβάνοντας υπόψη αυτή την κατάσταση, χρησιμοποίησαν τον ασύμμετρο (cointegration) έλεγχο στη μελέτη τους. Τα αποτελέσματα που έλαβαν χρησιμοποιώντας τα υποδείγματα TAR και MTAR υποδηλώνουν ότι υπάρχει σχέση μεταξύ εσόδων και δαπανών, αποτέλεσμα που συνάδει με την υπόθεση φόρων-δαπανών.

Ο [Irandoust, \(2018\)](#) εξέτασε τη σχέση μεταξύ των κρατικών δαπανών και των κρατικών εσόδων για τη Σουηδία κατά την περίοδο 1722-2011. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπήρχε αμφίδρομη αιτιώδης σχέση μεταξύ των κυβερνητικών δαπανών και των κυβερνητικών εσόδων.

Για την Αμερική διερευνήθηκαν οι βραχυπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες σχέσεις μέσω της μεθόδου ARDL χρησιμοποιώντας δεδομένα χρονοσειρών για τις δύο αυτές χώρες. Τα αποτελέσματα έδειξαν θετική σχέση μεταξύ του φόρου εισοδήματος φυσικών προσώπων και της οικονομικής ανάπτυξης και για τις δύο χώρες μακροπρόθεσμα. [Ojede & Yamarik, \(2012\)](#).

Γενικά, σε ορισμένους ελέγχους αιτιότητας, οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η οικονομική ανάπτυξη είναι η αιτία των κρατικών [δαπανών \(Williams & Abere, 2019; Chirwa & Odhiambo, 2019\)](#), ενώ άλλοι διαπίστωσαν το αντίθετο ([Karagianni et al., 2019-Okere et al., 2019; Rasaily & Paudel 2019; Sedrakyan & Candamio, 2019](#)). Στις περισσότερες μελέτες που χαρακτηρίζονται από τη διερεύνηση της μακροπρόθεσμης σύγκλισης, οι ερευνητές διαπιστώνουν ότι υπάρχει συνύπαρξη και παρόμοια κίνηση μεταξύ των κρατικών δαπανών και της οικονομικής ανάπτυξης.

Υπάρχει συναίνεση στη βιβλιογραφία σχετικά με τις θετικές επιδράσεις των φόρων στην οικονομική ανάπτυξη ([Karagianni et al., 2012](#)). Ο [Kusi, \(1998\)](#) αναφέρει ότι πολλές χώρες χρειάζονται φορολογικά έσοδα για βιώσιμη οικονομική ανάπτυξη. Οι αποτελεσματικές και βιώσιμες φορολογικές πολιτικές είναι ζωτικής σημασίας για να αποκτήσει μια χώρα ανταγωνιστικό πλεονέκτημα, επιτρέποντας στην κυβέρνηση να καλύψει τις προβλεπόμενες δαπάνες της ([Ofoegbu et al., 2016](#)). Επιπλέον, οι κυβερνητικές δαπάνες που αποσκοπούν στη διατήρηση της εγχώριας ζήτησης μπορούν να έχουν θετικό αντίκτυπο στην οικονομική ανάπτυξη. Ως εκ τούτου, είναι σημαντικό να διερευνηθεί η συσχέτιση μεταξύ της οικονομικής ανάπτυξης, των φορολογικών εσόδων και των κυβερνητικών δαπανών.

Το μέγεθος του δημόσιου τομέα είναι ένα από τα πιο ενδιαφέροντα θέματα οι οικονομολόγοι διαφέρουν ως προς την άποψή τους για τον ρόλο του κράτους στην

οικονομία. Γενικά οι παλιοί κλασικοί οικονομολόγοι με την αρχή της οικονομικής ελευθερίας, προτείνουν ότι η κυβέρνηση θα πρέπει να διατηρεί μια ουδέτερη οικονομική δραστηριότητα και να στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του κόστους, όπως η μείωση των φόρων για τη χρηματοδότηση μόνο των βασικών δημόσιων δαπανών. Υποστηρίζουν επίσης την ιδέα ενός ισοσκελισμένου προϋπολογισμού, όπου οι δημόσιες δαπάνες δεν υπερβαίνουν τα δημόσια έσοδα. Η κεϋνσιανή θεωρία που προέκυψε μετά τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο υποστηρίζει την κρατική παρέμβαση στην οικονομία εκτός από τον ιδιωτικό τομέα. Η παρέμβαση αυτή, χωρίς να παρεμβαίνει στην οικονομική ελευθερία, αποσκοπεί στην ενίσχυση της συνολικής ζήτησης αγαθών και υπηρεσιών. Με τον τρόπο αυτό, η συνολική προσφορά αγαθών και υπηρεσιών διευρύνεται, οδηγώντας σε αύξηση της απασχόλησης και της συνολικής οικονομικής ισορροπίας. Ο τελικός στόχος είναι η επίτευξη πλήρους απασχόλησης-αξιοποίησης των οικονομικών πόρων.

Παρά την επικρατούσα οικονομική σκέψη και την πρακτική εφαρμογή της, παρατηρούμε μια συνεχή αύξηση του ρόλου της κυβέρνησης στην οικονομία. Αυτό φαίνεται από το γεγονός ότι ο λόγος των δημόσιων δαπανών προς το ΑΕΠ αυξάνεται σταθερά σε όλες τις χώρες τα τελευταία χρόνια, όπως σημειώνουν οι [Mauro et al., \(2015\)](#). Πολλοί οικονομολόγοι έχουν εστιάσει πρόσφατα στις αρνητικές επιπτώσεις του αυξανόμενου ρόλου του κράτους στην οικονομία στην οικονομική ανάπτυξη. Ενδιαφέρονται να προσδιορίσουν το βέλτιστο μέγεθος του κράτους στην οικονομία, το οποίο θα εξασφαλίζει τους μέγιστους ρυθμούς οικονομικής ανάπτυξης. Ο [Armey, \(1995\)](#) κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η σχέση μεταξύ του μεγέθους του κράτους και της οικονομικής ανάπτυξης έχει τη μορφή ενός ανεστραμμένου σχήματος (U). Όλες οι μελέτες πεδίου, εκτός από τη μελέτη που διεξήχθη από τους [Fallahi et. al, \(2012\)](#), έχουν αποδείξει την εγκυρότητα της σχέσης του Armey, η οποία είναι μια αντίστροφη σχέση μεταξύ του μεγέθους του κράτους, όπως μετράτε από το λόγο των δημόσιων δαπανών προς το ΑΕΠ και του ρυθμού οικονομικής ανάπτυξης [Aljaloudi & Warrad, \(2020\)](#).

Οι μέθοδοι χρονολογικών σειρών συσχετίζουν τα αναμενόμενα μελλοντικά έσοδα ή δαπάνες με το παρελθόν. Η πολυπλοκότητα αυτών των μεθόδων μπορεί να ποικίλλει σημαντικά. Η παρούσα συζήτηση επικεντρώνεται μόνο στις λιγότερο περίπλοκες μεθόδους, Εάν ο προβλέπων μπορεί να χρησιμοποιήσει δεδομένα για πολλά έτη στο παρελθόν, πρέπει να επιλέξει μία από τις διάφορες τεχνικές για την ανάλυση των τάσεων των εσόδων.

Η πιο σύνθετη μέθοδος πρόβλεψης και εκείνες που απαιτούν τα περισσότερα δεδομένα είναι τα στατιστικά μοντέλα πρόβλεψης, συχνά γνωστά ως οικονομετρικά μοντέλα. Η στατιστική μέθοδος που χρησιμοποιείται συχνότερα είναι η ανάλυση γραμμικής παλινδρόμησης [Sweeney et. al, \(2016\)](#). Οι σειρές εσόδων ή δαπανών μπορεί να παρουσιάσουν αυξήσεις αλλά και μειώσεις στο μέλλον, καθώς οι εκτιμήσεις των στατιστικών μοντέλων, σε αντίθεση με τις προβλέψεις βάσει τάσεων, εξαρτώνται από τις αναμενόμενες αλλαγές σε μία ή περισσότερες ανεξάρτητες μεταβλητές. Για την πρόβλεψη δεδομένων χρονολογικών σειρών τα δεδομένα θα πρέπει να καθαριστούν για τις παρελθούσες μεταβολές των επιδράσεων του συντελεστή και για τα μη προβλέψιμα γεγονότα, όπως η κρίση.

Μια πολύ καλή ανάλυση σχετικά με την επιλογή του κατάλληλου οικονομετρικού υποδείγματος για την ανάλυση χρονολογικών σειρών μακροοικονομικών μεταβλητών παρουσιάστηκε από τους [Shrestha & Bhatta, \(2018\)](#), όπου αναλύεται διεξοδικά η διαφορά και η μεγάλη σημασία της βραχυχρόνιας και της μακροχρόνιας σχέσης μεταξύ των μεταβλητών.

Η ελληνική οικονομία αντιμετωπίζει μια μακροχρόνια οικονομική κρίση χρέους με 3 μνημόνια, ελέγχους κεφαλαίων και πανδημία κορονοϊού. Επειδή τα δεδομένα μας είναι ετήσια και οι συνιστώσες του προϋπολογισμού είναι μεταβλητές ροής όπου παίρνουν την τιμή μηδέν στην αρχή του χρόνου και τη μεγαλύτερη τιμή στο τέλος, μόνο η συνιστώσα της τάσης υπάρχει στην ανάλυση χρονοσειρών, για τα παραπάνω είναι προφανές ότι πρέπει να ληφθεί υπόψη η έννοια της διαρθρωτικών μεταβολών [Asemota & Agbailu, \(2017\)](#).

Η περίπτωση της Ελλάδας λαμβάνει μεγάλη έλξη για την αντιμετώπιση της οικονομικής κρίσης του 2010 και πολλές μελέτες ασχολούνται με την επίδραση μακροοικονομικών μεταβλητών, ιδίως για το χρέος [La Torre & Marsiglio, \(2020\)](#). Οι [Migkos et.al, \(2022\)](#) στοχεύουν στην εκτίμηση των επιπτώσεων στα μακροοικονομικά μεγέθη της Ελλάδας από το μνημόνιο του 2010.

2.5.4 Βέλτιστη διάρθρωση ομίλου εταιριών

Ο καθορισμός της δομής ενός ομίλου και των άμεσων και έμμεσων συμμετοχών εντός του ομίλου έχει ελεγχθεί και εξεταστεί ενδελεχώς τα τελευταία χρόνια. Οι περισσότερες

έρευνες ασχολούνται με το τρόπο αξιολόγησης της πολυπλοκότητας των δικαιωμάτων ψήφου εντός του ομίλου και καθορίζοντας ποιος έχει το πραγματικό έλεγχο καθώς και την παραγωγή πλούτου. Συνεπώς η ιδιοκτησία δεν εγγυάται τον πραγματικό έλεγχο της επιχείρησης, ένα πολύ συνηθισμένο φαινόμενο είναι η σύγκρουση μεταξύ των μετόχων, που ασκούν έλεγχο του ομίλου με εκείνους κατέχουν συμφέροντα μειοψηφίας.

Αν και όλοι μπορούν να συμφωνήσουν από τη σκοπιά της μεγιστοποίησης των δυνητικών κερδών όλοι οι μέτοχοι έχουν τους ίδιους στόχους, προκύπτουν διαφωνίες στη διαχείριση διάφορων θεμάτων όπως οι επενδυτικές πολιτικές ή τον εταιρικό έλεγχο, λόγω ιδιωτικών συμφερόντων από της υιοθέτηση μιας συγκεκριμένης επιλογής. Στο μεγαλύτερο μέρος της βιβλιογραφίας, ο έλεγχος, όσον αφορά τα δικαιώματα ψήφου, θεωρείται ως η κατοχή της πλειοψηφίας των κατώτατων ορίων ψήφου. Ο [Demarzo, \(1993\)](#) στη μελέτη του παρουσίασε αυτό το σενάριο, υποστηρίζοντας ότι η επιλογή της θα γίνεται από τους κατόχους της πλειοψηφίας των μετοχών. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί είτε με ένα μεγάλο μέτοχο που κατέχει τουλάχιστον το ήμισυ των δικαιωμάτων ψήφου είτε με μη σύγκλιση μεταξύ μικρότερων μετόχων προκειμένου να επιτευχθεί ο σκοπός. Οι [Bennedsen & Wolfenzon, \(2000\)](#) δείχνουν ότι σε περίπτωση μείωσης της συμμετοχής των υφιστάμενων μετόχων στο μετοχικό κεφάλαιο που επέρχεται όταν μια εταιρεία εκδίδει νέες μετοχές, σχηματίζονται συνασπισμοί για την κατάληψη του ελέγχου μιας εταιρείας. Βέβαια, υπάρχουν διαφορετικές απόψεις που υποστηρίζουν ότι ο έλεγχος μπορεί να επιτευχθεί με ποσοστό συμμετοχής μικρότερο του μισού. Σε μια μελέτη της 27 πλούσιων οικονομιών μεγάλων επιχειρήσεων, οι [La Porta et al., \(1999\)](#) δείχνουν ότι οι περισσότερες από τους εταιρείες ελέγχονται μέσω δομών πυραμίδων, πολλαπλών κατηγοριών μετοχών που προέρχονται διαφορετικά δικαιώματα ψήφου και συμμετοχή των μετόχων στο διοικητικό συμβούλιο. Μέσω αυτών των μεθόδων, ένας μέτοχος μπορεί να αξιοποιήσει τα δικαιώματα ψήφου του και να διατηρήσει τον έλεγχο με λιγότερα δικαιώματα ταμειακής ροής από το 50%. Σε αρμονία με τα ευρήματα των [La Porta et al., \(1999\)](#) οι [Claessens et al., \(2000\)](#) εξέτασαν τη δομή της ιδιοκτησίας στις εταιρείες της Ασίας για να διαπιστώσουν ότι ο έλεγχος επιτυγχάνεται κυρίως μέσω δομών πυραμίδων και διασταυρούμενων συμμετοχών μεταξύ των επιχειρήσεων.

Ο προσδιορισμός του ποιος έχει τη δύναμη ελέγχου σε μια εταιρεία ομίλου μπορεί να είναι ένα δύσκολη έργο, ιδίως όταν ο έλεγχος αποκτάται μέσω συνασπισμών μετόχων. Το ζήτημα αυτό προκύπτει συχνά σε πολύπλοκες δομές όπου οι συμμετοχές μέσω

πολλαπλών αλυσίδων ελέγχου και βρόχους συναντώνται. Σε τέτοιες καταστάσεις ο προσδιορισμός του ποιος είναι ο βασικός μέτοχος που κατέχει τον ολοκληρωμένο έλεγχο χρειάζεται ενδελεχής διερεύνηση. Οι [Gambarelli & Owen, \(1994\)](#) πρώτοι ασχολήθηκαν με το προσδιορισμό συνασπισμών όπου θα κατέχουν τον πραγματικό έλεγχο μέσω της θεωρίας παιγνίων, με τους [Prati & Denti, \(2001\)](#) να ακολουθούν και να αναπτύσσουν αυτή τη θεωρία. Πιο πρόσφατα, ([Crama & Leruth, \(2007, 2013\)](#); [Karos & Peters \(2015\)](#); [Hu & Shapley, \(2003\)](#)) έχουν χρησιμοποιήσει δείκτες ισχύος για τη μέτρηση του άμεσου και έμμεσου ελέγχου. Οι [Bertini et al., \(2016\)](#) έκαναν μια ενδελεχή ανάλυση σχετικά με τις διάφορες μεθόδους που έχουν υιοθετηθεί και επεσήμαναν ότι οι περισσότερες από αυτές βασίζονταν τους δείκτες Shapley-Shubic, Banzhaf και Johnston. Παρόλα αυτά η κάθε μέθοδος λαμβάνει υπόψη της διαφορετικές εκτιμήσεις, οπότε δεν μπορούν να εξαχθούν κοινά συμπεράσματα.

Η μέτρηση της δομής της ομάδας και της δύναμης ελέγχου μέσω άμεσων και έμμεσων δικαιωμάτων ψήφου έχει μελετηθεί εκτενώς στη βιβλιογραφία. Οι [Brioschi et al., \(1989\)](#) παρουσίασαν ένα μοντέλο με το οποίο υπολόγισαν τον ολοκληρωτικό έλεγχο και την αξία των εταιρειών μέσα σε έναν όμιλο με μορφή πυραμίδας. Αναπαριστώντας τα ποσοστά συμμετοχής με τη μορφή πινάκων χρησιμοποιώντας την γραμμική άλγεβρα περιέγραψαν μαθηματικά την αξία μιας επιχείρησης, την πλειοψηφία και τη μειοψηφία του ομίλου και τους τρόπους με τους οποίους ένας όμιλος μπορεί να αντλήσει κεφάλαια χωρίς να χάσει τον έλεγχο της διοίκησης. Οι [Ellerman, \(1991\)](#) και [Flath, \(1992\)](#) διαπίστωσαν ότι τα έμμεσα κέρδη έχουν αξία και δεν πρέπει να παραβλέπεται ο αντίκτυπός τους. Οι [Baldone et al., \(1997\)](#) χρησιμοποίησαν την τεχνική μέσω του υπολογισμού πινάκων αλλά εξάλειψαν τις επιδράσεις του ιδίου μεριδίου. [Chapelle & Szafarz, \(2002\)](#) λαμβάνοντας υπόψη τα μερίδια ψήφου, της ολοκληρωτικής ιδιοκτησίας και των κανόνων πλειοψηφίας ανέλυσαν σε βάθος τη δομή της πυραμίδας και χρησιμοποίησαν δείκτες για να αποκαλύψουν το πραγματικό μοτίβο ελέγχου της μεγαλύτερης βελγικής εταιρείας συμμετοχών. Ο [Chapelle, \(2005\)](#) βασισμένος στο μοντέλο των [Brioschi et al., \(1999\)](#) προσθέτοντας περισσότερες θεωρήσεις ελέγχου στον πίνακα εισροών-εκροών δημιούργησε μια αναλογία διαχωρισμού για να διακρίνει την ιδιοκτησία από τον έλεγχο. Τα αποτελέσματά δείχνουν κοινά σημεία στην Ιταλία και Βέλγιο, αλλά διαφορετική κατάσταση στις ΗΠΑ και τις Κάτω Χώρες. Οι [Almeida et al., \(2008\)](#) συνδύασαν τις δομές πυραμίδας με τη θέση των εταιρειών στον όμιλο και τον

βαθμό χρηματοδότησης. Τα ευρήματά τους σε κορεατικούς ομίλους οικογενειακών επιχειρήσεων έδειξαν ότι οι επενδύσεις πυραμίδας δεν είναι θετικές για τους μικρούς μετόχους.

Η εύρεση του ποιος έχει τον πραγματικό έλεγχο σε έναν όμιλο γεννά αρκετά ερωτήματα. Το σημαντικότερο είναι αν και πώς ο μεγαλομέτοχος χρησιμοποιεί την εξουσία σε σχέση με τους μετόχους μειοψηφίας. Ο έλεγχος μιας εταιρείας σημαίνει μεγιστοποίηση του πλούτου για όλα τα συνδεδεμένα μέρη ή υπάρχει ένα μέρος που καίει στην πραγματικότητα το κόστος μιας επενδυτικής απόφασης; [Brioschi et. al., \(1999\)](#) δείχνουν ότι υπό ορισμένες συνθήκες τα οφέλη του ελέγχου μπορούν να αυξήσουν τον πλούτο της μειοψηφίας. Από την άλλη πλευρά, οι [Meoli et. al., \(2006\)](#) ερευνούν δύο εξαγορές στην Ιταλία από έναν όμιλο πυραμίδων δομή για να διαπιστώσουν ότι και στις δύο περιπτώσεις η μη ελέγχουσα συμμετοχή έκαψε πάνω από το 85% της εξαγοράς και η πλειοψηφία επωφελήθηκε με μεγάλα ιδιωτικά οφέλη.

2.5.5 Εφαρμογές μηχανικής μάθησης στη πιστοληπτική διαβάθμιση-πτώχευση

Οι τράπεζες κατά τη διαδικασία χορήγησης δανείου εξετάζουν το αίτημα μέσω μοντέλων πιστοληπτικής διαβάθμισης (credit scoring). Υπάρχουν αρκετές παραδοσιακές τεχνικές για αυτή τη διαδικασία όπως η διακριτική ανάλυση και η λογιστική παλινδρόμηση. Τα τελευταία χρόνια λόγω της ανάπτυξης της τεχνητής νοημοσύνης έχουν αναπτυχθεί αρκετά μοντέλα μηχανικής μάθησης όπου ασχολούνται με το συγκεκριμένο θέμα. Η έγκριση δανείων είναι ειδικά πολύ σημαντικό ζήτημα λόγω της θέσης που κατέχουν τα τραπεζικά ιδρύματα στην οικονομία. Οι τράπεζες λαμβάνουν τα χρήματα των καταθέσεων και τα χρησιμοποιούν για τη χορήγηση δανείων με σκοπό τις επενδύσεις. Ο δύσκολος ρόλος έγκειται στο ότι πρέπει να εγκρίνεται ικανοποιητικό ποσοστό δανείων για την ανάπτυξη της οικονομίας διασφαλίζοντας παράλληλα με τη μεγαλύτερη ασφάλεια τα χρήματα των καταθετών. Για αυτό το λόγο είναι σημαντική η ανάπτυξη μοντέλων πιστοληπτικής διαβάθμισης καθώς η συσσώρευση πολλών ανεκπλήρωτων υποχρεώσεων οδηγεί σε κίνδυνο χρεοκοπίας. Για το λόγο αυτό αναπτύσσονται και μοντέλα χρεοκοπίας στηριζόμενα σε τεχνικές μηχανικής μάθησης ([Le & Viviani 2018](#))

και αντίστοιχα μοντέλα για τη πιστοληπτική βαθμολόγηση [Li, et. Al., \(2012\)](#) όπως διακριτική ανάλυση, δένδρα αποφάσεων, μηχανές διανυσμάτων στήριξης, μέθοδος κ-πλησιέστερων γειτόνων και τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Παρόλο που τα τελευταία χρόνια τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα έχουν μεγάλη ανάπτυξη και αυξανόμενο ενδιαφέρον, η επιλογή τους συγκριτικά με τις άλλες μέθοδοι πρέπει να γίνεται με σύνεση. Το υψηλό υπολογιστικό κόστος που απαιτούν και η πολυπλοκότητα τους πολλές φορές είναι αποτρεπτικός παράγοντας επιλογής τους καθώς πολλές φορές αναφέρονται ως μαύρα κουτιά [Olson et., al \(2012\)](#) και επίσης κάποιες φορές παραδοσιακές μέθοδοι όπως SVM λειτουργούν καλύτερα συγκριτικά με αυτά [West et. al., \(2016\)](#). Άλλες φορές όταν προτιμάται η επεξηγηματικότητα του μοντέλου χρησιμοποιούνται τεχνικές όπως τα δένδρα αποφάσεων και η λογιστική παλινδρόμηση λόγω της απλότητας του μοντέλου και της εύκολης οπτικοποίησης [Hand & Henley, \(1997\)](#). Η επιλογή των κατάλληλων μεταβλητών για το μοντέλο διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στο τελικό αποτέλεσμα [Almaskati et al., \(2021\)](#). Σε αρκετές μελέτες οι μη παραμετρικές μέθοδοι όπως τα νευρωνικά δίκτυα παρέχουν καλύτερα αποτελέσματα από τις παραδοσιακές μεθόδους ειδικά σε σχέση με την έγκριση δανείων ([Premachandra et al., \(2009\)](#); [Jones et al., \(2017\)](#); [Malhotra & Malhotra, 2003](#))). Τα νευρωνικά δίκτυα ειδικά αλλά και γενικά οι τεχνικές μηχανικής μάθησης έχουν το πλεονέκτημα ότι δεν είναι υποχρεωμένα να ακολουθούν τις υποθέσεις των παραδοσιακών στατιστικών μεθόδων όπως η γραμμικότητα και η κανονικότητα. Σύμφωνα με τον [Beutel et al., \(2019\)](#) οι τεχνικές μηχανικής μάθησης ήταν ικανές να προβλέψουν τις πρόσφατες τραπεζικές οικονομικές κρίσεις με ικανοποιητικά αποτελέσματα όσον αφορά την ακρίβεια τους. [Gogas et al., \(2018\)](#) ότι οι μηχανές διανυσμάτων στήριξης παρέχουν εξωπραγματικά αποτελέσματα σχετικά με την ακρίβεια πρόβλεψης πτώχευσης με ποσοστό 99.22%. Από την άλλη ([Carmona et al., \(2019\)](#); [Kolari et al., \(2019\)](#)) αναφέρουν χρησιμοποιώντας την τεχνική της ώθησης μέσω των μεθόδων xgboost και adaboost παράγουν καλύτερα αποτελέσματα από τις παραδοσιακές τεχνικές και παράλληλα δεν αντιμετωπίζεται ως μαύρο κουτί η διαδικασία εφαρμογή τους. Τελευταίο αλλά αρκετά σημαντικό είναι η επιλογή των κατάλληλων μεταβλητών για την επεξηγηματικότητα του μοντέλου και εδώ οι τεχνικές μηχανικής μάθησης και τα νευρωνικά δίκτυα υπερτερούν έναντι των παραδοσιακών μεθόδων καθώς δε πάσχουν από το πρόβλημα της πολυσυγκραμμικότητας και μπορούν να ενσωματώσουν με μεγαλύτερη ευκολία ποιοτικές μεταβλητές ως επεξηγηματικές [Almaskati et al., \(2021\)](#).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η ΚΥΡΙΑ ΙΔΕΑ ΚΑΙ Η ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑ (STATE OF ART)

3.1 Εισαγωγή

Η μεθοδολογία είναι ένα σύνολο διαδικασιών και μεθόδων για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Η μεθοδολογία είναι ένας πιο γενικός όρος από τον αλγόριθμο και στηρίζεται σε ένα σύνολο πρακτικών με σκοπό την αποτελεσματική επίλυση και ερμηνεία του ερευνητικού ερωτήματος. Η ερευνητική μεθοδολογία εξετάζει επίσης τη λογική πίσω από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται στο πλαίσιο μιας ερευνητικής μελέτης και εξηγεί γιατί χρησιμοποιείται μια συγκεκριμένη μέθοδος ή τεχνική, έτσι ώστε τα ερευνητικά αποτελέσματα να είναι σε θέση να αξιολογηθούν είτε από τον ίδιο τον ερευνητή είτε από άλλους (Kothari, 2004).

Σε αυτό το κεφάλαιο αποσαφηνίζεται το εννοιολογικό πλαίσιο της ερευνητικής μεθοδολογίας της στρατηγικής και του σχεδιασμού που υιοθετήθηκε, καθώς και των ερευνητικών μεθόδων, αλγορίθμων και των κατάλληλων εμπορικών εφαρμογών λογισμικού που χρησιμοποιήθηκαν καθ' όλη τη διάρκεια της διατριβής.

3.2 Σημασία της Διαδικασίας Λήψης Αποφάσεων

Η παρούσα διατριβή απευθύνεται τόσο στους ερευνητές όσο και στους επαγγελματίες στον τομέα της διοίκησης επιχειρήσεων και επιχειρησιακής έρευνας, παρέχοντας αρχικά ένα λεπτομερές θεωρητικό πλαίσιο των κύριων μεθόδων επιχειρησιακής έρευνας υλοποιώντας αυτές σε πρακτικές εφαρμογές του επιστημονικού κλάδου που εξετάζεται, προκειμένου να συμβάλει στο υπάρχον πλαίσιο γνώσεων και να βοηθήσει τους manager στην αποτελεσματική λήψη αποφάσεων.

Η ερευνητική διαδικασία μπορεί να αναλυθεί ως εξής:

- **Explanatory:** Η προσπάθεια να δοθεί νόημα στις παρατηρήσεις με την εξήγηση των παρατηρούμενων σχέσεων και την απόδοση αιτιότητας με βάση την κατάλληλη θεωρία.
- **Descriptive:** Είναι μέρος της πρώτης και αφορά τη συλλογή και την αναφορά δεδομένων που σχετίζονται με το τι συμβαίνει (ή συνέβαινε)
- **Predictive:** Μετά τη κατανόηση και την εξήγηση στο προηγούμενο στάδιο, έρχεται η μοντελοποίηση των παρατηρήσεων που επιτρέπουν την πραγματοποίηση ελέγχιμων προβλέψεων για άγνωστα γεγονότα.

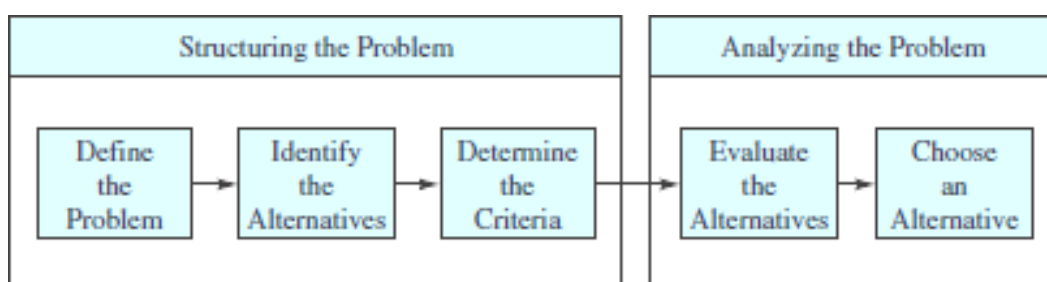
- Prescriptive: Σε αυτό το στάδιο χρησιμοποιούνται τεχνικές στατιστικής, μηχανικής μάθησης και της εξόρυξης δεδομένων για να εντοπιστούν πιθανά αποτελέσματα – γιατί θα συμβούν και να υιοθετηθούν βέλτιστες στρατηγικές. Ουσιαστικά προσδιορίζετε τι θα έπρεπε να συμβεί, όχι απλώς τι θα μπορούσε να συμβεί.

Η παρούσα έρευνα στοχεύει να φτάσει πέρα από την απλή περιγραφή και την επεξήγηση των δεδομένων στη δημιουργία συγκεκριμένων μοντέλων βασισμένους σε αλγορίθμους στατιστικής, βελτιστοποίησης και μηχανικής μάθησης συμβάλλοντας έτσι στην ανάπτυξη του τομέα λήψης αποφάσεων.

Η ερευνητική διαδικασία χωρίζεται σε ποιοτική και ποσοτική, Η ποιοτική βασίζεται κυρίως στην εμπειρία, την κρίση και τη διαίσθηση του ερευνητή και είναι περισσότερο τέχνη παρά επιστήμη. Στο τομέα των οικονομικών κυρίως εφαρμόζεται η ποσοτική προσέγγιση καθώς πρέπει να αποτελέσματα να είναι ευρέως αποδεκτά (αντικειμενικά) για να ληφθεί η απόφαση με το μικρότερο δυνατό ρίσκο, εξοικονομώντας παράλληλα χρόνο μέσω αυτοματοποίησης των διαδικασιών. Στο ερευνητικό πεδίο προκειμένου να διαπιστωθεί αν οι υποθέσεις ή οι θεωρίες που εφαρμόζονται ισχύουν (Creswell, 2003).

Στη ποσοτική έρευνα αρχικά ο ερευνητής αναλύει τα δεδομένα βλέπει πιθανές σχέσεις – συνδέσεις που προκύπτουν, στη συνέχεια έρχεται η μοντελοποίηση του προβλήματος μέσω της χρησιμοποίησης της κατάλληλης στατιστικής μεθόδου ή αλγορίθμου μηχανικής μάθησης.

Λήψη αποφάσεων είναι ο όρος που συνδέεται γενικά με τα παραπάνω πέντε πρώτα βήματα της διαδικασίας επίλυσης προβλημάτων.

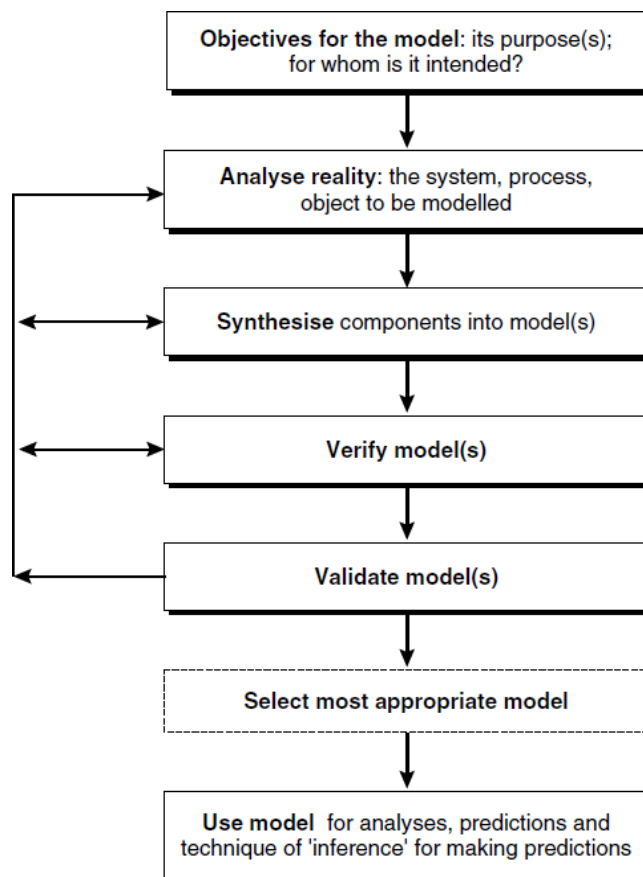


Διάγραμμα. 3.1 Διαδικασία λήψης αποφάσεων (Πηγή: Anderson *et al.*, 2013)

Οι ορθολογικές αποφάσεις λαμβάνονται συνήθως υπό το πρίσμα των πληροφοριών που είναι διαθέσιμες τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή που λαμβάνεται η απόφαση. Όσο προηγμένες και αν είναι οι διαδικασίες λήψης απόφασης το τελικό αποτέλεσμα εξαρτάται από την ποιότητα των ιστορικών δεδομένων για την εισαγωγή στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Για το λόγο αυτό έχει μεγάλη σημασία η εμπειρία και η κρίση των καταρτισμένων Manager απαλλαγμένη από προσωπική προκατάληψη (Cusack, 1984). Στην παρούσα έρευνα, τα δεδομένα λαμβάνονται από επίσημους φορείς π.Χ. ΕΛΣΤΑΤ, Υπουργείο οικονομικών, Τράπεζα Ελλάδος ή από ιδιωτικούς

φορείς - ιδρύματα με κάθε επιφύλαξη εμπιστευτικότητας. Από την βιβλιογραφική ανασκόπηση δημιουργούνται ερευνητικά μοντέλα, και στη συνέχεια ερμηνεύονται τα αποτελέσματα ώστε να είναι σε αρμονία με την οικονομική πραγματικότητα.

Η ερευνητική διαδικασία μοντελοποίησης απεικονίζεται παρακάτω:



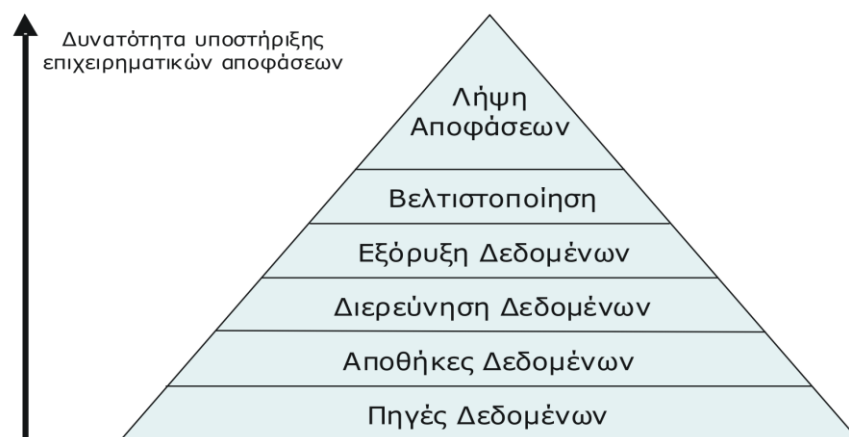
Διάγραμμα. 3.2 Διαδικασία Μοντελοποίησης προβλήματος (Πηγή: [Fellows and Liu, 2008](#))

Η διαδικασία που ακολουθείτε για την ορθολογική λήψη απόφασης στηρίζεται σε 5 στάδια:

1. Σε αυτό το στάδιο το κύριο λόγο έχουν οι μηχανικοί δεδομένων (Data Engineering) οι οποίοι πρέπει να μετασχηματίσουν τα δεδομένα σε κατάλληλη μορφή για να αξιοποιηθούν για την ανάλυση και την εξαγωγή συμπερασμάτων. Τα δεδομένα αποθηκεύονται σε κάποια βάση δεδομένων ώστε να μπορούν να εφαρμοστούν οι διαδικασίες εξαγωγής, μετασχηματισμού και φόρτωσης των δεδομένων ETL (Extract, Transform, Load).
2. Σε αυτό το στάδιο εφαρμόζεται η Explanatory Data Analysis (EDA). Τα κύρια μέρη αυτής της κατηγορίας είναι η περιγραφική στατιστική μέσω της οποίας αποκτάται μια συνολική εικόνα των δεδομένων. Δεύτερο ο καθαρισμός των δεδομένων (data cleaning)

μέσα στο οποία ανήκει η αναγνώριση ακραίων παρατηρήσεων (outlier) όπου αν συμπεριληφθούν στο μοντέλο θα οδηγήσουν σε λανθασμένα αποτελέσματα. Τρίτο και πολύ βασικό στάδιο είναι η οπτικοποίηση δεδομένων (data visualization) μέσω της οποίας αναγνωρίζονται αιτιώδεις σχέσεις μεταξύ των δεδομένων για να χρησιμοποιηθούν σε επόμενα στάδια.

3. Η χρησιμοποίηση τεχνικών εξόρυξης δεδομένων όπως οι τεχνικές μηχανικής μάθησης, σε αυτό το στάδιο ο αναλυτής μέσω της τεχνητής νοημοσύνης ή των παραδοσιακών μεθόδων μηχανικής μάθησης ο χρήστης μπορεί να λάβει χρήσιμες πληροφορίες αυτοματοποιώντας πολλές διαδικασίες. Κλασσική περίπτωση είναι ανάλυση συστάδων μέσω της οποίας μπορούν να εντοπιστούν ομάδες ομοειδών αντικειμένων.
4. Η διαδικασία ορθολογικής λήψης μιας απόφασης είναι μια αρκετά σύνθετη διαδικασία στην οποία πρέπει να συνεκτιμηθούν πλήθος παραγόντων καθώς και η βαρύτητα του κάθε παράγοντα στο τελικό αποτέλεσμα – στόχο. Το ιδανικό θα ήταν η εξαντλητική μελέτη όλων των πιθανών λύσεων, τα κέρδη και το κόστος της κάθε μιας ώστε να καταλήξουμε βέλτιστη λύση. Στο πραγματικό κόσμο αυτή η διαδικασία θα ήταν αρκετά εξαντλητική διαδικασία και απαγορευτική λόγω του κόστους και του χρόνου ου χρειάζεται. Η διαδικασία βελτιστοποίησης είναι η βασικότερη κατηγορία για τη διαδικασία λήψης αποφάσεων καθώς σε αυτό το βήμα ορίζεται το πρόβλημα, μοντελοποιείται ορίζοντας τις παραμέτρους εισόδου και καθορίζοντας το στόχο βελτιστοποίησης. Επειδή οι αποφάσεις συνήθως πρέπει ληφθούν εντός συγκεκριμένων χρονικών ορίων τα στελέχη δεν αναζητούν την καλύτερη δυνατή λύση αλλά αναζητούν μια «αρκετά καλή» λύση. Λόγω του μεγάλου υπολογιστικού κόστους των παραδοσιακών μεθόδων βελτιστοποίησης μέσω της τεχνητής νοημοσύνης αναπτύχθηκαν οι Γενετικοί Αλγόριθμοι όπου επιλύουν με μεγάλη επιτυχία και χαμηλότερο υπολογιστικό κόστος προβλήματα βελτιστοποίησης με το αρνητικό ότι δεν βρίσκουν ολικό βέλτιστο αλλά μια πάρα πολύ καλή προσέγγιση αυτού.
5. Στο τελευταίο στάδιο πρέπει να ληφθεί η απόφαση με βάση όλες τις πληροφορίες που έχουν αντληθεί μέχρι στιγμής. Ο στόχος είναι όλες οι παραπάνω μέθοδοι να υποβοηθήσουν τον άνθρωπο στη λήψη της απόφασης και όχι την αυτοματοποιημένη λήψη απόφασης από έναν υπολογιστή. Η τελική απόφαση λαμβάνεται πάντα από τον άνθρωπο, όπου φέρει και την ευθύνη για αυτήν την απόφαση καθώς πρέπει να αξιολογήσει τις πληροφορίες που έχει λάβει και να κρίνει αν πρέπει να τις υιοθετήσει.



Διάγραμμα. 3.3 Στάδια Λήψης απόφασης (Πηγή: **Επιχειρηματική Ευφυΐα & Εξόρυξη Δεδομένων, Κόρκος, (2016))**

3.3 Πρωτοτυπία Ερευνητικής Πρότασης

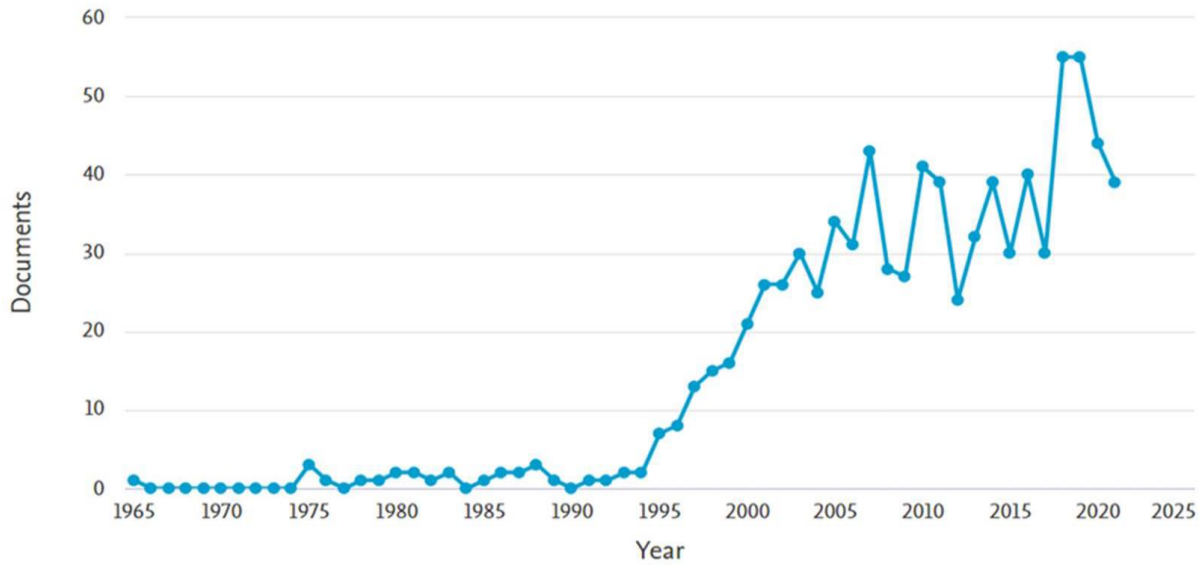
3.3.1 EVA ως εναλλακτική έναντι των παραδοσιακών στόχων βελτιστοποίησης

Ο χρηματοοικονομικός δείκτης Economic Value Added (EVA) [Stewart, \(1991\)](#) αναπτύχθηκε ως μέτρο του οικονομικού κέρδους και αποτυπώνει τις ανεπάρκειες της χρήσης των παραδοσιακών συντελεστών απόδοσης. Το μεγαλύτερο μέρος των μελετών στις αναπτυγμένες χώρες υιοθετούν την EVA ως μέτρο απόδοσης, με κάποιες παρόλα αυτά να τονίζουν τα αρνητικά θεωρώντας τα συμβατικά μέτρα ως καλύτερα εργαλεία αναφοράς των εταιρικών επιδόσεων. Στις αναπτυσσόμενες οικονομίες αυτές οι μελέτες είναι συγκριτικά λιγότερες που υποστηρίζουν την εμπειρική εγκυρότητα του EVA ως μέτρο εταιρικής απόδοσης [Sharma & Kumar, \(2010\)](#). Το βασικότερο ζήτημα που εγείρεται είναι ο τρόπος εφαρμογής και η εγκυρότητά του τρόπου μέτρησης. Η μεγιστοποίηση της αξίας των μετόχων είτε με τη μορφή μερισμάτων ή με τη μορφή αύξησης κεφαλαίου ή και τα δύο είναι ένα από τα βασικά ζητούμενα που καλούνται να ανταπεξέλθουν οι manager [Jones and Slack \(2011\)](#). Η αύξηση κεφαλαίου εξαρτάται από τις μεταβολές τη αγοραίας αξίας των μετοχών, λόγω παραγόντων που κυμαίνονται από την ίδια την εταιρεία έως την αγορά. Τα παραδοσιακά μέτρα απόδοσης όπως NOPAT, EPS, ROI, ROE αδυνατούν να ενσωματώσουν το πλήρες κόστος κεφαλαίου, με αποτέλεσμα να μην μπορεί να προβλέψει με ακρίβεια την αξία της επιχείρησης και να μη μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση της εταιρικής απόδοσης. Η οικονομική προστιθέμενη αξία μετριάξει τις ατέλειες που ενυπάρχουν στα παραδοσιακά μέτρα απόδοσης, η EVA μετρά το οικονομικό κέρδος ή το ενοίκιο αναφερόμενη στον αυξημένο πλούτο ενός οργανισμού και τον υπολογισμό εισοδήματος των μετόχων ([Haller & Stolowy, 1998](#)). Οι παραδοσιακοί manager χρησιμοποιούν μετρούν EPS (Earn per share) βασιζόμενοι στη λογιστική προστιθέμενη αξία όπου είναι το ετήσιο καθαρό κέρδος που προστίθεται στη λογιστική αξία (ίδια κεφάλαια ισολογισμού) και δεν λαμβάνει

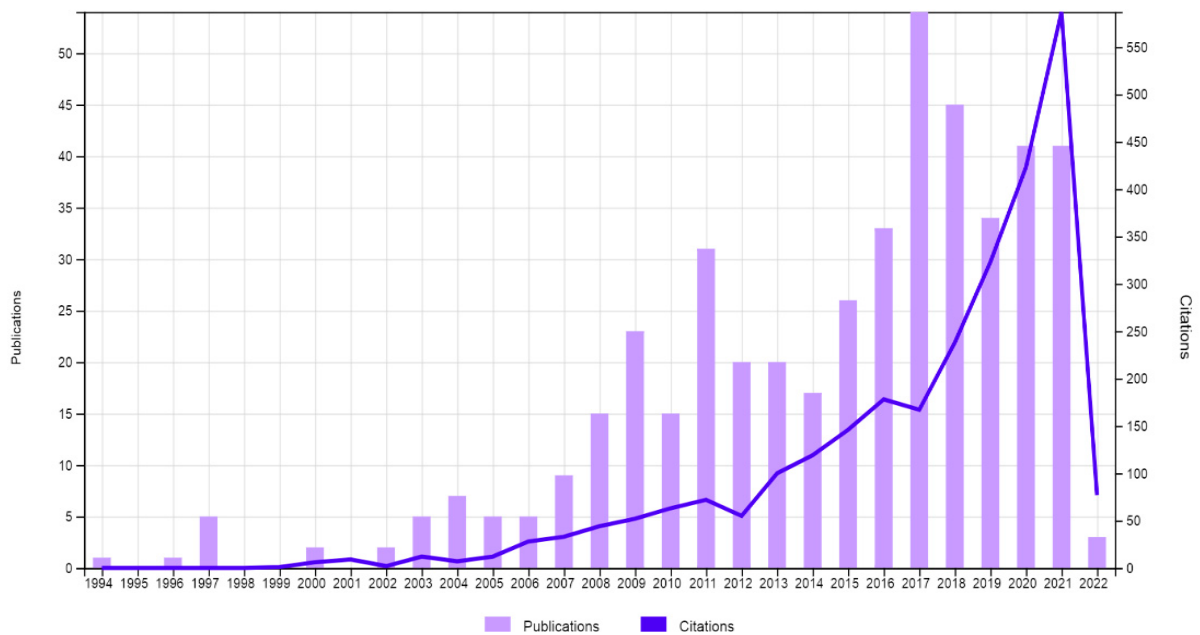
υπόψη τα κόστη ευκαιρίας. Η EVA προσπαθεί να διορθώσει αυτό το ζήτημα και εξομαλύνει τυχόν στρεβλώσεις των λογιστικών δεδομένων. Η διαφορά μεταξύ λογιστικού κέρδους και κόστους κεφαλαίου ισούται με το οικονομικό κέρδος. Η EVA δεν αξιολογεί την κερδοφορία, αντιθέτως εξετάζει αν υπάρχουν κέρδη που παραμένουν μετά την πληρωμή όλων των εξόδων (συμπεριλαμβανομένου του κόστους ευκαιρίας για το μετοχικό κεφάλαιο). Κόστος ευκαιρίας είναι το κόστος πληρωμής των μετόχων σε ένα επιτόκιο απόδοσης που καθορίζεται από την αγορά. Το EVA εστιάζει περισσότερο στην ανάπτυξη της αξίας των μετόχων μέσω διαχείρισης και είναι λιγότερο αμφιλεγόμενο μεταξύ των επαγγελματιών [Shil, \(2009\)](#). Ο EVA είναι ένας πιο αξιόπιστος δείκτης της ποιότητας των διοικητικών αποφάσεων [\(Lehn και Makhija 1996\)](#) και θα ήταν σκόπιμο η διάρθρωση των μπόνους να μπορεί να καθορίζεται με βάση το EVA. Ο [Stewart, \(1991\)](#) ήταν ο πρώτος που αξιολόγησε τη συσχέτιση μεταξύ EVA και τιμής της μετοχής συγκεκριμένα η αγοραία αξία μιας εταιρείας ισούται με τη λογιστική αξία των μετοχών της και την παρούσα αξία του μελλοντικού EVA της. Τα τελευταία χρόνια υπάρχει μια αυξανόμενη εστίαση των μελετητών στην EVA σε σχέση με άλλες μεθόδους αξιολόγησης της απόδοσης των επιχειρήσεων. Η EVA έχει αυξηθεί με CAGR 9,60%, έναντι άλλων μεθόδων αξιολόγησης της απόδοσης των επιχειρήσεων που έχει αυξηθεί μόνο με ρυθμό 5,67%, [Tripathi et. al, \(2022\)](#).

Η αξία με βάση του συστήματος Διοίκησης (Value based Management system) κερδίζει συνεχώς αποδοχή με αυξανόμενο ενδιαφέρον στην ακαδημαϊκή βιβλιογραφία τα τελευταία χρόνια. Κάποιοι από τους κύριους ισχυρισμούς υπέρ του Eva διατυπώθηκαν:

1. Η EVA συμβάλλει στη μείωση των συγκρούσεων μεταξύ των Οργανισμών και στη βελτίωση της λήψης αποφάσεων [\(Lovata & Costigan , \(2002\); Biddle et al., \(1999\)\)](#)
- 2) Το EVA συνδέεται πιο ισχυρά με την απόδοση των μετοχών από ό,τι άλλα μέτρα. [\(Meditinos et al., \(2006\); Lehen and Makhija, \(1997\)\)](#)
- 3) Το EVA βελτιώνει την απόδοση των μετοχών [\(Ferguson et al., 2005\)](#)
- 4) Το EVA προσθέτει περισσότερο πληροφοριακό περιεχόμενο στην εξήγηση των αποδόσεων των μετοχών [\(Erasmus, \(2008\); Chen και Dodd, \(1997\); Kim, \(2006\); Palliam, \(2006\)\)](#)
- 5) Η EVA και η αγοραία αξία συσχετίζονται [\(Lefkowitz, \(1999\); O'Byrne, \(1996\); Uyemura, \(1996\); Peterson and Peterson, \(1996\)\)](#).



Διάγραμμα. 3.4 Αριθμός δημοσιεύσεων EVA ανά χρόνο (Πηγή: **Tripathi et. al, (2022).**



Διάγραμμα. 3.5 Άρθρα WoS και αναφορές με βάση τα αποτελέσματα αναζήτησης (έως τον Φεβρουάριο του 2022) με βάση την EVA ως λέξεις-κλειδιά των συγγραφέων (Πηγή: <https://www.webofscience-com.am.e-nformation.ro>).

Το EVA είναι το πλεόνασμα που απομένει μετά την κατάλληλη επιβάρυνση για το κεφάλαιο που απασχολείται στην επιχείρηση. Μπορεί να είναι υπολογίζεται με τον ακόλουθο τρόπο:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (139)$$

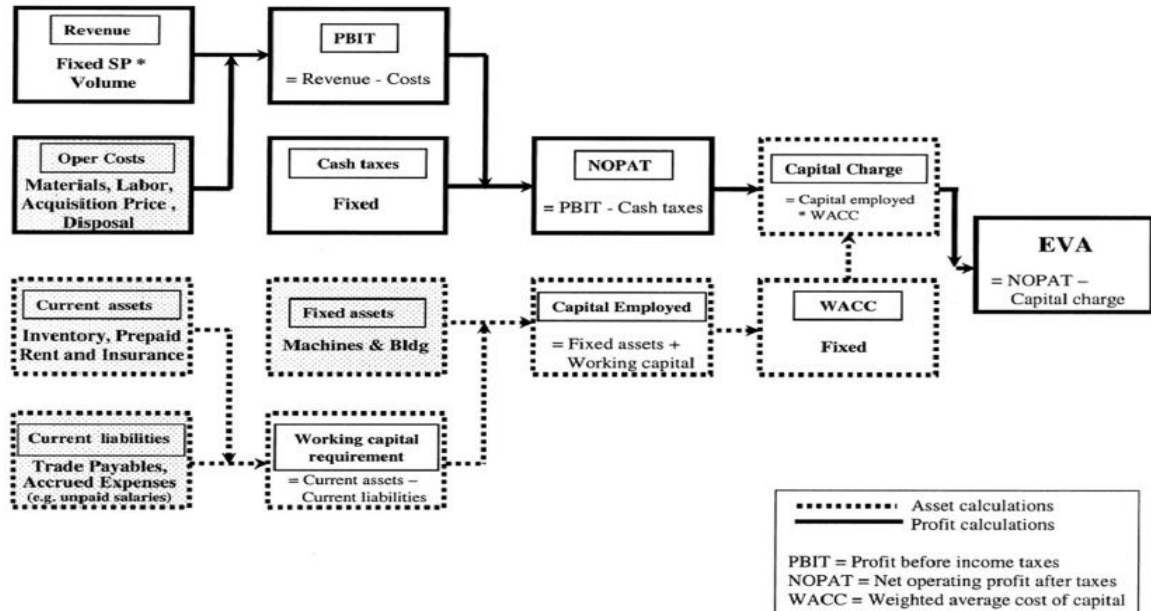
$$ROIC = \sum_{i=1}^n \frac{w_i \tilde{r}(1+DTE)E}{E+D} = \sum_{i=1}^n \frac{w_i \tilde{r}(1+DTE)E}{(1+DTE)E} \quad (140)$$

$$WACC = i_s \frac{E}{E+D} + (1 - \varphi) i_D \frac{D}{E+D} \quad (141)$$

$$ROIC = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{r} \quad (142)$$

$$WACC = i_s \frac{E}{E + DTE * E} + (1 - \varphi) i_D \frac{DTE * E}{E + DTE * E} \quad (143)$$

$$EVA = ROIC - WACC \quad (144)$$



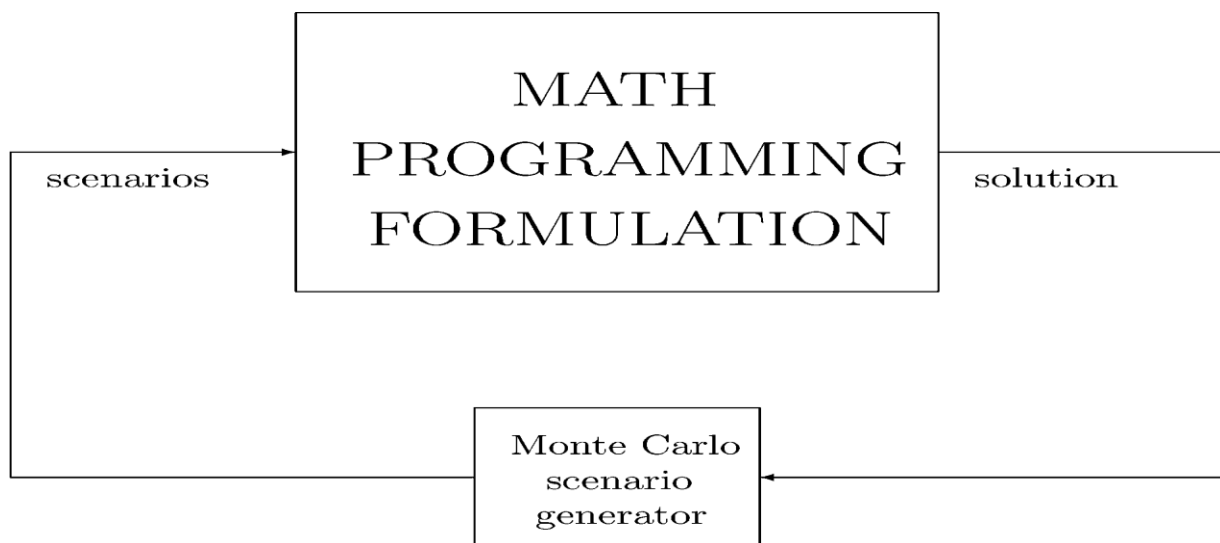
Διάγραμμα. 3.6 Διαδικασία υπολογισμού EVA (Πηγή: Guide and Van Wassenhove, (2001).

Σε επίπεδο ερευνητικών άρθρων η σχέση μεταξύ EVA και αποδόσεις μετοχών είναι η πιο ευρέως καλυπτόμενη πτυχή στον αριθμό των μελετών που έχουν διεξαχθεί σχετικά με την έννοια της EVA. Αυτό περιλαμβάνει τη βιβλιογραφία σχετικά με τη σχέση της EVA και της απόδοσης της επιχείρησης, στοιχεία από τις μετοχές αποδόσεις, σύγκριση της EVA με άλλα λογιστικά μέτρα, εργαλείο επιλογής χαρτοφυλακίου, προβλέψεις κερδών και μοντέλο υπολειμματικού εισοδήματος. Σύμφωνα με το Sharma & Kumar, (2010) πάνω από το 50% των δημοσιεύσεων ασχολείται με τη σχέση του EVA με την απόδοση των μετοχών και της εταιρικής απόδοσης και το 71% των δημοσιεύσεων είναι ποσοτικές – εμπειρικές.

Στη παρούσα ερευνητική διατριβή στοχεύουμε στην εξέταση του EVA ως εναλλακτικού δείκτη χρηματοοικονομικής απόδοσης, μια πρόσφατη μελέτη σχετίζεται με την ανάπτυξη ενός μοντέλου μικτού ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού (MINLP) που ενσωματώνει τις μετρήσεις χρηματοοικονομικού κινδύνου σε ένα αξιόπιστο σχεδιασμό μιας αλυσίδας εφοδιασμού κλειστού βρόχου, λαμβάνοντας υπόψη το απρόβλεπτο της τελικής ζήτησης του προϊόντος για τη μεγιστοποίηση της το EVA Polo et al. (2019).

3.3.2 Βελτιστοποίηση υπό συνθήκες αβεβαιότητας

Η αβεβαιότητα είναι πολύ σημαντική και πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν κατά τον προσδιορισμό και τη μοντελοποίηση ενός προβλήματος ώστε να ληφθεί η επιχειρηματική απόφαση σταθμισμένη με το πιο κατάλληλο τρόπο. Τα ντετερμινιστικά μοντέλα υποθέτουν 100% βεβαιότητα κάτι το οποίο στη πράξη δεν είναι δυνατόν να ισχύει [Chan \(2017\)](#), [Shadab Far & Wang \(2016\)](#). Η πρόσφατη ενσωμάτωση των τεχνικών βελτιστοποίησης στην πρακτική της προσομοίωσης έχει ραγδαία αύξηση τα τελευταία χρόνια συνδυάζοντας μεθόδους βελτιστοποίησης όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι με διαδικασίες προσομοίωσης όπως Monte Carlo Simulation. [Glasserman \(2004\)](#), [Thomopoulos \(2014\)](#). Ο όρος αυτός πολλές φορές αναφέρεται ως στοχαστικός προγραμματισμός, όπου η προσομοίωση Monte Carlo είναι προστίθεται στη διαδικασία βελτιστοποίησης για τη δημιουργία σεναρίων για τον μαθηματικό προγραμματισμό. Κύριες εφαρμογές του είναι στη χρηματοοικονομική μηχανική και διαχείριση χαρτοφυλακίου και στη κατανομή πόρων [Dutra et al, \(2014\)](#) και [Peng et. al, \(2015\)](#).



Διάγραμμα. 3.7 Στοχαστική Βελτιστοποίηση (Πηγή: [Fu, \(2002\)](#))

Η διαδικασία που είναι ευρέως αποδεκτή και θα ακολουθηθεί και στη παρούσα ερευνητική διατριβή είναι η εξής:

1. Υπολογισμός της αβεβαιότητας των μεταβλητών εισόδου και του υπολογισμού της κατανομής που ακολουθούν μέσω των εμπειρικών στατιστικών τεστ (Empirical Test) και της μεθόδου μεγίστης πιθανοφάνειας (MLE) για να εκτιμηθούν η παράμετροι της κατανομής που ακολουθείτε.
2. Έπειτα ορίζονται η αντικειμενική συνάρτηση οι μεταβλητές απόφασης και οι περιορισμοί

3. Επιλέγονται ο αριθμός των προσομοιώσεων και ο αριθμός των επαναλήψεων σε κάθε προσομοίωση
4. Για κάθε δοκιμή της βελτιστοποίησης, εκτελείται μια πλήρη προσομοίωση, σε κάθε επανάληψη μιας από αυτές τις προσομοιώσεις, οι συναρτήσεις κατανομής πιθανοτήτων στο μοντέλο λαμβάνονται δειγματοληπτικά και δημιουργείται μια νέα τιμή για την αντικειμενική συνάρτηση.
5. Στο τέλος μιας προσομοίωσης, το αποτέλεσμα για τη δοκιμαστική λύση είναι η στατιστική της κατανομής του στόχου βελτιστοποίησης. Αυτές οι τιμές χρησιμοποιούνται στη συνέχεια από τον βελτιστοποιητή για τη δημιουργία νέων και καλύτερων δοκιμαστικών λύσεων. Για κάθε νέα δοκιμαστική λύση, εκτελείται μια άλλη προσομοίωση και παράγονται νέες τιμές για την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς.

3.3.3 Χρήση βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων σε προβλήματα κατανομής πόρων και διαχείρισης χαρτοφυλακίου επενδύσεων

Έχουν γίνει αρκετές ανασκοπήσεις σχετικά με τις μεθόδους και την εφαρμογή της βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων (MOO). Οι δύο βασικές μέθοδοι επίλυσης αυτού του τύπου των προβλημάτων είναι η μέθοδος Pareto [Ehrgott, \(2005\)](#) και η κλιμάκωση (scalarization) [Weck, \(2004\)](#). Η μέθοδος Pareto στηρίζεται στην αρχή της κυριαρχίας όπου προκύπτει μια κυρίαρχη (dominated) και μια μη κυρίαρχη λύση που προκύπτει συνεχώς από έναν αλγόριθμο που ανανεώνεται συνεχώς. Η μέθοδος της κλιμάκωσης δημιουργεί μετατρέπει το σύνολο των αντικειμενικών στόχων σε ένα πρόβλημα με μια αντικειμενική συνάρτηση με τη χρήση κατάλληλων βαρών. Η λύση με τη χρήση της μεθόδου Pareto δημιουργεί ένα βέλτιστο μέτωπο Pareto όπου αντικατοπτρίζει το ποσό που πρέπει να θυσιάσεται από τη βέλτιστη λύση ενός στόχου για να βελτιωθεί ένας άλλος στόχος. Με τη μέθοδο κλιμάκωσης το ποσοστό που πρέπει να θυσιάσεται από ένα στόχο για να βελτιωθεί ένας άλλος εκφράζεται μέσω των βαρών.

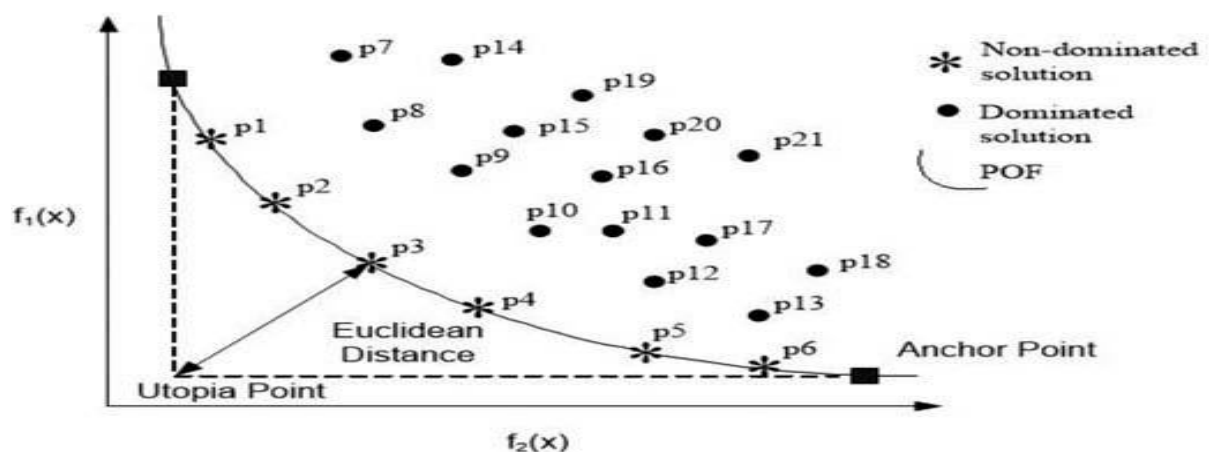
Μια πρώτη εφαρμογή MOO στον οικονομικό τομέα για τη βέλτιστη εκμετάλλευση των πόρων και την αποτελεσματικότητα του σχεδίου διαχείρισης του βιοοικονομικού μοντέλου αλιείας [Mardle, Pascoe, & Tamiz, \(1998\)](#). Ήταν ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με 4 στόχους τη μεγιστοποίηση των κερδών, διατήρηση της σχετικής ιστορικών μεριδίων ποσοστώσεων μεταξύ των χωρών, διατήρηση των θέσεων εργασίας στον κλάδο και ελαχιστοποίηση της σπατάλης. Στον τομέα της χρηματοοικονομικής ([Horn, Nafpliotis, & Goldberg, 1994- Ruspini & Zwir, 1999- Tapia & Coello, 2007- Zwir & Ruspini, 1999](#)), για τον εντοπισμό σημαντικών μοτίβων

τεχνικής ανάλυσης στη χρηματοοικονομική χρονοσειρές, χρησιμοποιείται ο γενετικός αλγόριθμος niched-Pareto (NPGA). Στη μέθοδο σταθμισμένου αθροίσματος (Cohon, 1983; Odu & Charles-Owaba, 2013), δημιουργείτε ένα σταθμισμένο διάνυσμα όπου ο αριθμός των βαρών αθροίζει στη μονάδα. Τα δύο προβλήματα που προκύπτουν σε αυτή τη μέθοδο παρόλο την ευκολία υλοποίηση της είναι η επιλογή των τιμών των βαρών και ότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης που προκύπτει πολλές φορές δεν είναι κυρτό. Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκε η μέθοδος e-constraint Haimes et. Al, (1971) μετατρέποντας με τη προσθήκη ή αφαίρεση της κατάλληλης σταθεράς όλους τους περιορισμούς σε ισότητες Mavrotas, (2009;2013). Μια πρόσφατη βελτίωση αυτού του αλγορίθμου για προβλήματα ακεραίου προγραμματισμού για προβλήματα κατανομής πόρων τύπου knapsack (σακιδίου) αναπτύχθηκε από Mesquita-Cunha et. al, (2022). Μεγάλη εφαρμογή βρίσκουν και οι γενετικοί αλγόριθμοι και στη διαχείριση χαρτοφυλακίου Metawa et. al, (2016), Liu & Xiao, (2021) και Krink & Paterlini, (2011). Δύο μελέτες που παρέχουν μια ολοκληρωμένη βιβλιογραφική επισκόπηση των μεθόδων βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων παρέχεται από Giagkiozis & Fleming, (2015) και Gunantara, (2018).

Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων μπορεί να οριστεί ως εξής:

$$\max/\min_x F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \quad (145)$$

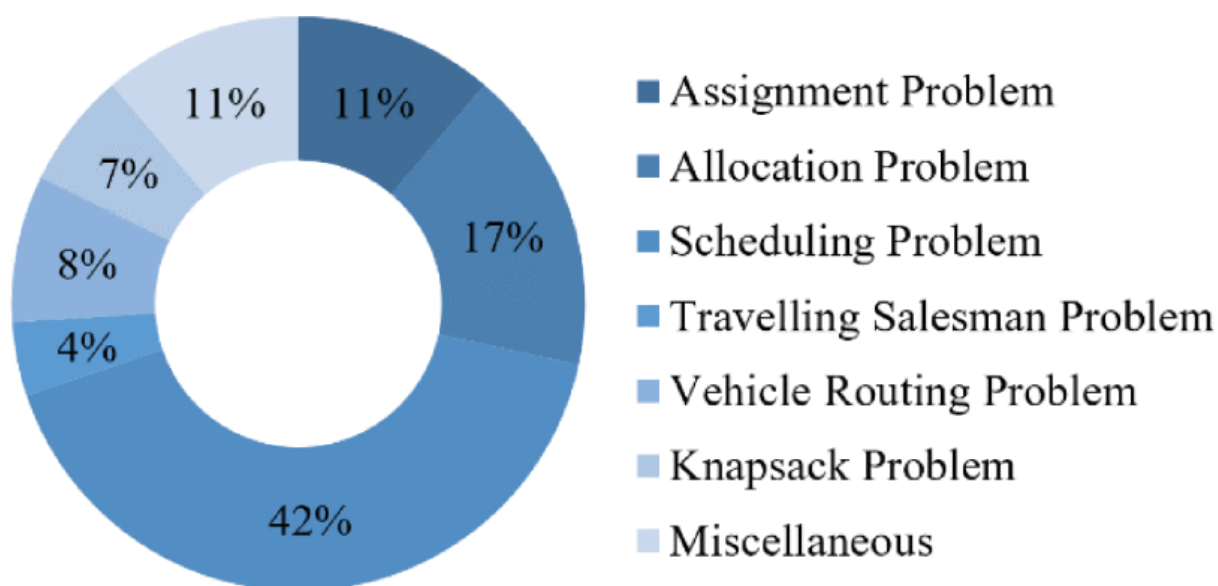
Subject to $x \in S$ όπου x είναι η λύση, n είναι ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων, S είναι το εφικτό σύνολο λύσεων.



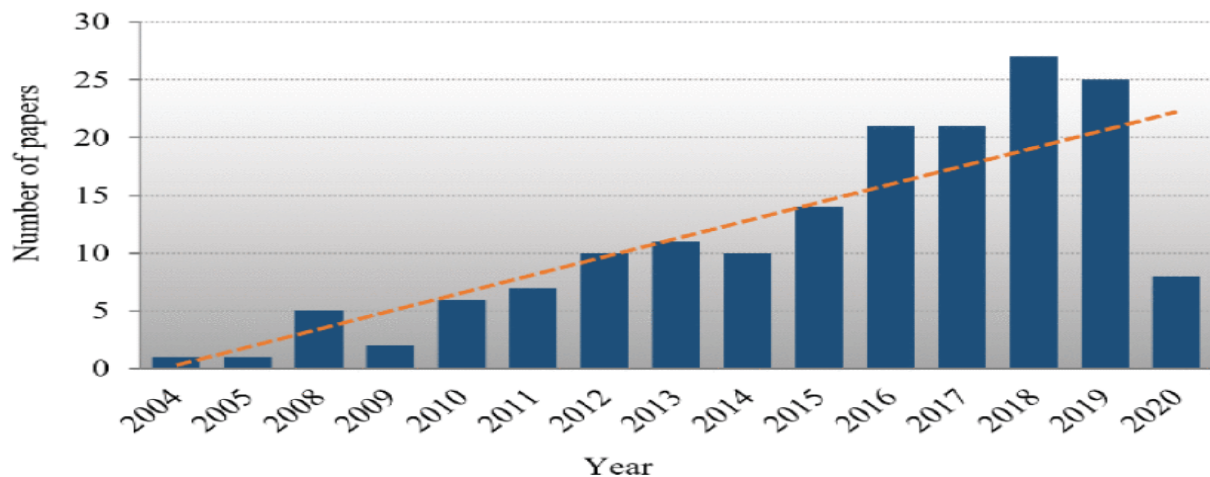
Διάγραμμα. 3.8 Pareto front (Πηγή: Gunantara, (2018))

Σύμφωνα με τους Metaxiotis & Liagkouras, (2012) στο ερευνητικό πεδίο της διαχείρισης χαρτοφυλακίου το 82,5% ασχολείται με τη πολλαπλή βελτιστοποίηση δύο στόχων και το 10% με τριών, είναι λογικό λόγω της δυσκολίας στην οπτική αναπαράσταση σε παραπάνω διαστάσεις

προκαλώντας δυσκολίες την κατανόηση. Η Ελλάδα βρίσκεται μέσα στη κορυφή της λίστας 2,76% των μικρότερων χωρών με ερευνητική συνεισφορά στο συγκεκριμένο πεδίο μαζί με την Ιρλανδία και την Ελβετία και πάνω από χώρες όπως η Γαλλία. Σύμφωνα με τους [Liu et. al, \(2020\)](#) στη βελτιστοποίηση πολλαπλών στόχων προβλημάτων διακριτών τιμών ως προς τον αριθμό των στόχων βελτιστοποίησης, η βελτιστοποίηση δύο και τριών στόχων καλύπτει μαζί το 80%. Το δεύτερο τάξη μεγέθους πεδίο εφαρμογής είναι κατανομή πόρων και η κύρια κατηγορία αλγορίθμων επίλυσης είναι οι Γενετικοί αλγόριθμοι ([Ardakan & Rezvan, \(2018\)](#); [Lwin, \(2014\)](#)). Συγκεκριμένα θα χρησιμοποιηθούν οι αλγόριθμοι NSGA-II και βελτιώσεις του (NSGA-III) καθώς έχουν μεγάλη εφαρμογή στο τομέα της κατανομής πόρων περίπου το 25% εφαρμόζεται στο συγκεκριμένο πεδίο και συγκεκριμένα το 7% σε επίλυση προβλημάτων τύπου σακιδίου (knapsack) έχοντας επίδειξη συγκριτικά καλύτερα αποτελέσματα από άλλους [Verma et. al, \(2021\)](#). Τα αποτελέσματα δε διαφοροποιούνται σημαντικά και εδώ ως προς τον αριθμό των στόχων βελτιστοποίησης με τη βελτιστοποίηση δύο στόχων να καλύπτει το 72% και των τριών το 21% άρα πάλι μαζί καλύπτουν το συνολικό 93%.



Διάγραμμα. 3.9 Ερευνητικό πεδίο εφαρμογής NSGA-II (Πηγή: [Verma et. al, \(2021\)](#).)



Διάγραμμα. 3.10 Δημοσιεύσεις χρησιμοποιώντας το NSGA-II κατά έτος (Πηγή: [Verma et. al, \(2021\).](#))

3.4 Ερευνητικά Λογισμικά (Research Software)

Στην παρούσα ενότητα περιγράφονται συνοπτικά οι εμπορικές εφαρμογές λογισμικού που χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα.

3.4.1 IBM® SPSS® Statistics 29.0 (SPSS)

The IBM® SPSS® Statistics 29.0 (‘Statistical Package for the Social Sciences’ – SPSS) είναι ένα πακέτο προγραμμάτων για τον χειρισμό, την ανάλυση και την παρουσίαση δεδομένων- το πακέτο χρησιμοποιείται ευρέως στις κοινωνικές και συμπεριφορικές επιστήμες ([Landau and Everitt, 2004](#)). Θα χρησιμοποιεί κυρίως για εφαρμογή μεθόδων συσταδοποίησης (clustering), μείωσης διαστάσεων (PCA) και νευρωνικών δικτύων (Neural Network).

3.4.2 Microsoft® Office Excel® (Excel), Solver Excel® add-in (Solver) and EMOO

Microsoft® Office Excel® (Excel) βρίσκεται στον πυρήνα της ανάπτυξης μοντέλων σε αυτή τη διατριβή. Η χρήση των υπολογιστικών φύλλων έχει γίνει θέμα ρουτίνας για τους εκτιμητές και τους διαχειριστές στις κατασκευές, παρέχοντας:

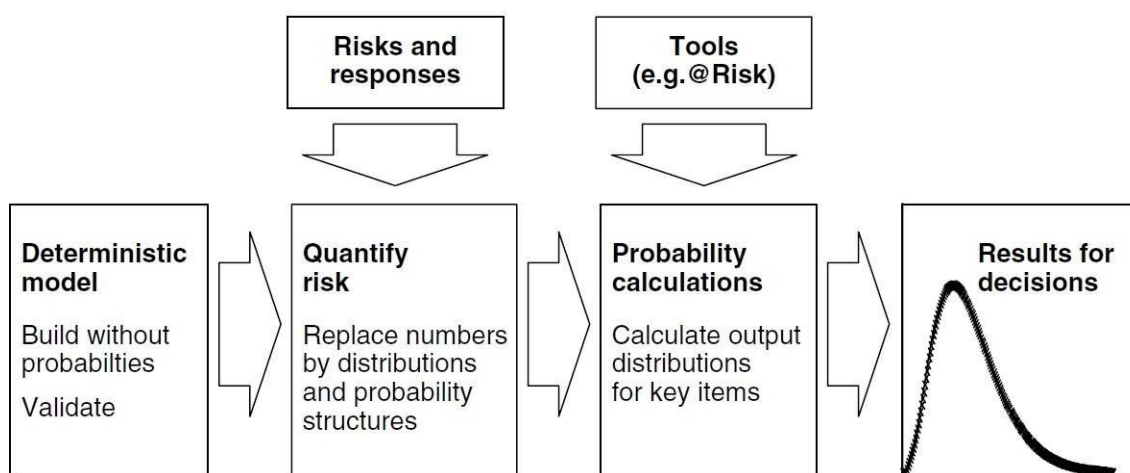
- Ευκολία χρήσης
- Ευκολία κατανόησης από όλους και εύκολη οπτικοποίηση
- ευελιξία και προσαρμοστικότητα για διαφορετικά έργα
- ευκολία στην προσαρμογή νέων δεδομένων
- Ευκολία ενσωμάτωσης της αβεβαιότητας στο εκάστοτε μοντέλο (Cooper *et al.*, 2005).

Το πρόσθετο πρόγραμμα Microsoft® Office Excel® Solver (Solver) έχει τη δυνατότητα αντιμετώπισης προβλημάτων LP/IP και NLP και χρησιμοποιείται στην έρευνα για την επίλυση του προβλήματος (βελτιστοποίησης). Το κλειδί για την επίλυση ενός προβλήματος LP/IP με το Solver είναι η ρύθμιση κάθε μεταβλητή απόφασης ορίζοντάς τα ως μεταβαλλόμενα κελιά. Αφού καθοριστούν τα μεταβαλλόμενα κελιά, προσδιορίζεται το κελί-στόχος (το κελί που περιέχει την αντικειμενική συνάρτηση). Στη συνέχεια, προστίθενται οι περιορισμοί, ώστε το Solver να μπορεί να υπολογίσει και να τοποθετήσει τη βέλτιστη λύση στο φύλλο εργασίας.

Στο τομέα της χρηματοοικονομικής οι περισσότεροι manager και αναλυτές δεδομένων είναι εξοικειωμένοι με το MS Excel, το οποίο είναι χρησιμοποιείται τόσο στον ακαδημαϊκό χώρο όσο και στον επαγγελματικό για την ανάλυση δεδομένων και υπολογισμούς μηχανικής. Το εργαλείο "Solver" του Excel για βελτιστοποίηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για διπλού στόχου βελτιστοποίηση μέσω της μεθόδου ε-constraint (Lee *et al.*, 2008). Στη μέθοδο ε-constraint, το πρόβλημα MOO μετατρέπεται σε πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός στόχου για έναν (συνήθως, τον πιο σημαντικό) στόχο και οι άλλοι στόχοι είναι αντιμετωπίζονται ως περιορισμοί. Ωστόσο, η εξελικτική αλγόριθμοι, όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης αλγόριθμος (NSGA) για MOO δεν είναι διαθέσιμοι στο MS Excel, όπως ο NSGA και ο ελιτίστικος NSGA (NSGA-II). Ένα πρόγραμμα που MOO με βάση το Excel (EMOO) με βάση τον ελιτίστικο γενετικό αλγόριθμο μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης (NSGA-II) αναπτύχθηκε από Sharma, *et. al.*, (2012) Το πρόγραμμα EMOO έδωσε καλά κατανεμημένες βέλτιστες λύσεις Pareto-optimal για το MOO κυρίως για προβλήματα βελτιστοποίησης με δύο στόχους.

3.4.3 Palisade Decision tool suite Excel add-in (@RISK, Evolver, RiskOptimizer and NeuralTools)

Στο πλαίσιο της εκπόνησης της διατριβής το κύριο πρόγραμμα που θα χρησιμοποιηθεί είναι το Decision Tools Suite της εταιρίας Palisade που είναι ένα αξιόπιστο και ενοποιημένο σύνολο προγραμμάτων για ανάλυση ρίσκου και λήψη αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας το οποίο χρησιμοποιείτε ως πρόσθετο στο Microsoft Excel. Η πλατφόρμα Palisade καλύπτει με επάρκεια σχεδόν όλες τις τεχνικές που αναφέρθηκαν παραπάνω για την ορθολογική κατανομή των πόρων αλλά εφόσον απαιτηθεί θα γίνει χρήση και άλλων εργαλείων και εφαρμογών. Με αυτό το τρόπο θα ελεγχθεί αν η εφαρμογή συνδυασμών των παραπάνω θεωρητικών μεθόδων και αν μπορεί να παρέχει επαρκεί και ποιοτικά αποτελέσματα, με ταυτόχρονο έλεγχο του χρόνου απόκρισης για το βαθμό αβεβαιότητας που ορίζεται. Μέσω του @RISK μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος της προσομοίωσης το οποί είναι ένα αρκετά φιλικό περιβάλλον στο χρήστη όπου μπορούν να οριστούν κατάλληλα οι μεταβλητές εσόδου με τις κατάλληλες κατανομές που ακολουθούν, παρέχοντας τα κατάλληλα εργαλεία αποτελεσμάτων εξόδου (Tornado Charts). Το εργαλείο είναι το Evolver μέσω του οποίου εφαρμόζονται γενετικοί αλγόριθμοι και υβριδικές μέθοδοι όπως Tabu Search προσφέροντας ένα εργαλείο που μπορεί να επιλύσει μεγάλα προβλήματα όπου το Solver δυσκολεύεται. Το RiskOptimizer συνδυάζει τις δύο παραπάνω μεθόδους παρέχοντας τη δυνατότητα υλοποίησης στοχαστικής βελτιστοποίησης. Τέλος το NeuralTools παρέχει τη δυνατότητα για εφαρμογή των τεχνητών νευρωνικών δικτύων σε σύγχρονα προβλήματα ενσωματώνοντας όλη τη πληροφορία που παρέχεται ποιοτική και ποσοτική εκεί όπου οι παραδοσιακές μέθοδοι στατιστικής και οικονομετρίας δυσκολεύονται.



Διάγραμμα. 3.10 Περίγραμμα της διαδικασίας ποσοτικής ανάλυσης κινδύνου (Πηγή: Cooper *et al.*, 2005)

3.4.4 Simulación 5.0 (José Ricardo Varela)

Το Simulación 5.0 είναι ένα πλήρες αλλά ελαφρύ δωρεάν πρόσθετο πρόγραμμα προσομοίωσης Monte Carlo που ενσωματώνεται στο Microsoft Excel. Παρέχει μία από τις πιο ολοκληρωμένες βιβλιοθήκες στατιστικών συναρτήσεων σε σύγκριση ακόμη και με εμπορικά πρόσθετα Monte Carlo όπως το Palisade @Risk και το Crystal Ball, συμπεριλαμβανομένων περισσότερων από εκατό πενήντα κοινών και ασυνήθιστων συναρτήσεων κατανομής πιθανοτήτων που αναφέρονται παρακάτω. Με το Simulación 5.0, μπορείτε να εκτελείτε ανάλυση Value at Risk (VaR), εκτίμηση κινδύνου, αξιολόγηση επιχειρηματικών μοντέλων, ανάλυση παλινδρόμησης, έλεγχο υποθέσεων και άλλες πολύπλοκες στατιστικές αναλύσεις, διατηρώντας την ευελιξία και την ευελιξία της μοντελοποίησης του Microsoft Excel. Εκτός από τις δυνατότητες Monte Carlo, το Simulación 5.0 περιλαμβάνει επίσης άλλα ισχυρά χαρακτηριστικά, όπως δυνατότητες bootstrapping, εργαλείο προσαρμογής δεδομένων σε κατανομή και έναν ιδιόκτητο γενετικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης που ονομάζεται OptiSim, ο οποίος σας επιτρέπει να εκτελείτε στοχαστική βελτιστοποίηση συνδυάζοντας προσομοίωση Monte Carlo με γενετικό αλγόριθμο για τον προσδιορισμό βέλτιστων αποφάσεων.

3.4.5 Knime and RapidMiner

Το Knime είναι μια δωρεάν και ανοικτού κώδικα πλατφόρμα ολοκληρωμένης ανάλυσης δεδομένων που δημιουργήθηκε το 2004 από ομάδα ερευνητών του πανεπιστημίου του Konstanz. Το KNIME ενσωματώνει διάφορα στοιχεία για μηχανική μάθηση και εξόρυξη δεδομένων μέσω της αρθρωτής έννοιας "Building Blocks of Analytics". Η γραφική διεπαφή χρήστη και η χρήση του JDBC επιτρέπουν τη συναρμολόγηση κόμβων που συνδυάζουν διαφορετικές πηγές δεδομένων, συμπεριλαμβανομένης της προεπεξεργασίας (ETL: Extraction, Transformation, Loading), για μοντελοποίηση, ανάλυση δεδομένων και οπτικοποίηση χωρίς ή με ελάχιστο προγραμματισμό. Από το 2006, το KNIME χρησιμοποιείται σε τομείς όπως η επιχειρηματική ευφυΐα και η ανάλυση χρηματοοικονομικών δεδομένων. Με τον ίδιο τρόπο το RapidMiner [Klinkenberg 2001](#) παρέχει διαδικασίες εξόρυξης δεδομένων και μηχανικής μάθησης, όπως: φόρτωση και μετασχηματισμός δεδομένων (ETL), προ επεξεργασία και οπτικοποίηση δεδομένων, προγνωστική ανάλυση και στατιστική μοντελοποίηση, αξιολόγηση και ανάπτυξη. Το RapidMiner είναι γραμμένο στη γλώσσα προγραμματισμού Java παρέχει ένα GUI για το σχεδιασμό και την εκτέλεση αναλυτικών ροών εργασίας. Αυτές οι ροές εργασίας ονομάζονται "Processes" στο RapidMiner και αποτελούνται από πολλαπλούς "Operators". Κάθε τελεστής εκτελεί μια ενιαία εργασία στο πλαίσιο της διαδικασίας και η έξοδος κάθε τελεστή αποτελεί την είσοδο του επόμενου. Εναλλακτικά, η μηχανή μπορεί να κληθεί από άλλα προγράμματα ή να

χρησιμοποιηθεί ως API. Μεμονωμένες λειτουργίες μπορούν να κληθούν από τη γραμμή εντολών. Το RapidMiner παρέχει σχήματα μάθησης, μοντέλα και αλγόριθμους και μπορεί να επεκταθεί με τη χρήση script R και Python. Η δωρεάν έκδοση RapidMiner Studio Free Edition, η οποία περιορίζεται σε έναν λογικό επεξεργαστή και 10.000 σειρές δεδομένων, είναι διαθέσιμη υπό την άδεια AGPL, επίσης παρέχει δωρεάν έκδοση χωρίς περιορισμούς για μαθητές καθηγητές και ερευνητές για μη εμπορική χρήση.

3.4.6 EViews

Το EViews είναι ένα στατιστικό πακέτο για τα Windows το οποίο αναπτύχθηκε πρώτα από [Robert Hall 1965.](#), το οποίο χρησιμοποιείται κυρίως για οικονομετρικές αναλύσεις με προσανατολισμό στις χρονοσειρές. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για γενική στατιστική ανάλυση και οικονομετρικές αναλύσεις, όπως ανάλυση πάνελ, καθώς και εκτίμηση και πρόβλεψη χρονολογικών σειρών. Το EViews συνδυάζει την τεχνολογία υπολογιστικών φύλλων και σχεσιακών βάσεων δεδομένων με τις παραδοσιακές εργασίες που συναντώνται στο στατιστικό λογισμικό και χρησιμοποιεί ένα γραφικό περιβάλλον εργασίας των Windows. Η άποψη συνεργασία που έχει με το excel το καθιστά ένα από τα πιο βασικά εργαλεία για την εφαρμογή προηγμένων οικονομετρικών τεχνικών εξάγοντας αποτελέσματα τόσο για μακροοικονομική πολιτική όσο και στο τομέα της χρηματοοικονομικής ανάλυσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΑΚΙΝΗΤΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ EVA: ΕΝΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ MARKOWITZ ΜΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΓΟΡΑ ΑΚΙΝΗΤΩΝ

4.1 Εισαγωγή

Η αγορά ακινήτων αναδείχθηκε σε σημαντικό παράγοντα χρηματοπιστωτικής σταθερότητας κατά την περίοδο της κρίσης, συμβάλλοντας σημαντικά στην οικονομική δραστηριότητα της χώρας. Οι μεταβολές στις τιμές των ακινήτων επηρεάζουν άμεσα τους διάφορους χρηματοοικονομικούς δείκτες και συνεπώς διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της νομισματικής πολιτικής με άμεση αλληλεπίδραση με τις οικονομικές εξελίξεις.

Τα τελευταία χρόνια, η ζήτηση ιδιωτικών κεφαλαίων για επενδύσεις σε ακίνητα, έχει αυξηθεί ραγδαία λειτουργώντας πολλές φορές ως εγγύηση αναλαμβάνοντας κάποια στιγμή το ρόλο των

τραπεζών. Ειδικά στην Ελλάδα, λόγω της δεκαετούς οικονομικής κρίσης και της σημερινής κρίσης του κορονοϊού κρίνεται σκόπιμο ο περιορισμένος προϋπολογισμός να κατανεμηθεί όσο το δυνατόν ορθολογικότερα και βέλτιστα αν αυτό είναι εφικτό. Η επιχειρησιακή έρευνα είναι ο τομέας των μαθηματικών όπου μπορεί να υλοποιήσει την παραπάνω διαδικασία παρέχοντας σημαντικές πληροφορίες στους διαχειριστές για τη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Τα τελευταία χρόνια στην αγορά ακινήτων κυρίαρχο ρόλο διαδραματίζουν οι εταιρείες διαχείρισης ακινήτων, όπως οι Real Estate Investments Trusts (REITs), οι οποίες πρέπει να διαχειρίζονται μεγάλα χαρτοφυλάκια ακινήτων. Μια τυπική περίπτωση βέλτιστου χαρτοφυλακίου είναι του [Markowitz, \(1952\)](#) (M-V) ορίζοντας ως κίνδυνο την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Πολλές επιστημονικές έρευνες έχουν ασχοληθεί με το θέμα αυτό [Lee \(1992\)](#), [Tobin \(1965; 1967\)](#), [Sharpe \(1964; 1966\)](#), [Mansini και Speranza \(1999\)](#) αλλά στην Ελλάδα δεν έχει πάρει ακόμη την ανάλογη προσοχή.

Θα ασχοληθούμε με τον τομέα των ακινήτων στην Ελλάδα, ο οποίος αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα τμήματα της οικονομίας της χώρας, αλλά οι αποφάσεις εξακολουθούν να βασίζονται στην εμπειρία χωρίς τη χρήση επιστημονικών εργαλείων. Στη συνέχεια παρατίθενται η βιβλιογραφική ανασκόπηση και τα κύρια χαρακτηριστικά για την επιλογή του τομέα Real Estate, καθώς και τα συμπεράσματα και η σχετική συζήτηση.

Τα ακίνητα σε πολλές χώρες, όπως η Ελλάδα, διαδραματίζουν ιστορικά καθοριστικό ρόλο στην οικονομική δραστηριότητα, καθώς λειτουργούν ως ασφαλής επένδυση και οι άνθρωποι προτιμούν να επενδύουν τα χρήματά τους σε ακίνητα αντί να τα καταθέτουν στις τράπεζες. Τα εμπορικά ακίνητα χαρακτηρίζονται από σημαντική ετερογένεια όχι μόνο ως προς τη χρήση αλλά και ως προς τα επενδυτικά χαρακτηριστικά. Επιπλέον, σε μικρές αγορές, όπως η ελληνική, ιδιαίτερα σε περιόδους οικονομικής ύφεσης και κρίσης, η καταγραφή των πραγματικών συναλλαγών γίνεται ακόμη πιο δύσκολη, ενώ τα επίπεδα τιμών στα οποία ολοκληρώνονται οι συναλλαγές μπορεί να μην αντανακλούν εμπορικές αξίες, αλλά πολύ χαμηλότερες. Στην Ελλάδα είναι επιβεβλημένη μια πιο επιστημονική θεώρηση του επενδυτικού χαρτοφυλακίου στην αγορά ακινήτων, διότι η λήψη αποφάσεων εξαρτάται κυρίως από την εμπειρία των διαχειριστών. Ο [Markowitz, \(1952\)](#) δημιούργησε τη θεωρία του βέλτιστου χαρτοφυλακίου με δύο αντικρουόμενους στόχους την ελαχιστοποίηση των κινδύνων και την ταυτόχρονη μεγιστοποίηση των αποδόσεων. Η βέλτιστη δομή του χαρτοφυλακίου μας αποτελεί μια παραλλαγή του μοντέλου M-V είτε μέγιστη μέση τιμή του Eva υπό αβεβαιότητα για δεδομένο επίπεδο κινδύνου ($std\ of\ Eva$) είτε ελάχιστο κίνδυνο για δεδομένο επίπεδο μέσης τιμής του Eva σύμφωνα με τις αντιλήψεις των διαχειριστών.

Η χρησιμοποίηση του EVA ως δείκτη απόδοσης (αντικειμενική συνάρτηση) για το σύνολο του χαρτοφυλακίου αντί των εσόδων του χαρτοφυλακίου γενικά και η εισαγωγή του περιορισμού της χρηματοδότησης, στο πρόβλημα βελτιστοποίησης του Markowitz και της τυπικής απόκλισης(std) του Eva ως μέτρο κινδύνου έναντι της κλασικής std του χαρτοφυλακίου στην περίπτωση της ελληνικής αγοράς ακινήτων είναι μια σημαντική διαφοροποίηση από άλλες μελέτες. Παράλληλα η εισαγωγή της αβεβαιότητας στο υπόδειγμά μας μέσω της μεθόδου προσομοίωσης Monte Carlo μετέτρεψε το υπόδειγμά μας σε στοχαστικό. Το θεωρητικό ερευνητικό μας πρόβλημα είναι η διερεύνηση και εξάλειψη του φαινομένου της κρίσης στην αγορά ακινήτων την περίοδο 2006-2021 των Draper and Smith, (1998) και Suits (1957) και η διαφορετική συμπεριφορά της Eva και της std της Eva ως αντικειμενικής συνάρτησης έναντι του κλασικού μοντέλου Markowitz (έσοδα και std του χαρτοφυλακίου αντίστοιχα). Επιπλέον, η διερεύνηση και επικύρωση της υπόθεσης της κανονικότητας της απόδοσης αποτελεί θέμα λόγω της σταθερότητας της ελληνικής αγοράς ακινήτων.

Η κλασική απόδοση του μοντέλου Markowitz αντικαθίσταται με $EVA=ROIC-WACC$. Η προσπάθεια αυτή αποτελεί καινοτομία έναντι άλλων προσπαθειών που προβλέπονται στη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Προκειμένου να αποσαφηνιστεί το βασικό αίτημα του υποδείγματος Markowitz διερευνούμε την υπόθεση της κανονικότητας της απόδοσης. Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε δεδομένα από την ελληνική αγορά ακινήτων, ιδίως στην Αθήνα, στην οποία υπάρχει πρόβλημα στον χρονικό ορίζοντα που διερευνούμε, το οποίο προκύπτει από τη διαθεσιμότητα των δεδομένων από την Τράπεζα της Ελλάδος, διότι η Τράπεζα της Ελλάδος παρέχει δεδομένα μέχρι το 2006. Σε αυτή την περίοδο έρευνας, επίσης, υπήρξε μια τεράστια χρηματοπιστωτική κρίση στην ελληνική οικονομία με τεράστιο αντίκτυπο στη μεταβλητότητα. Προκειμένου να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, εξαλείφθηκε ο αντίκτυπος της κρίσης από τα δεδομένα μας χρησιμοποιώντας μια ψευδομεταβλητή (δυναμική) σε ένα υπόδειγμα χρονοσειρών Kaminsky και Reinhart (1999) και Bordo et al (2001). Harding και Pagan, (2011). Η συνιστώσα της τάσης είναι μια χαμηλής μεταβλητότητας συνάρτηση του χρόνου t , η μέθοδος που θα χρησιμοποιήσουμε για την εκτίμησή της είναι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων μέσω γραμμικής παλινδρόμησης υποθέτοντας ότι η τάση μπορεί να είναι ένα πολυώνυμο του χρόνου (t) βαθμού p . Μετά την εξέταση των εκτιμήσεων για την τάση επιλέγουμε εκείνη με υψηλότερη επεξήγηση (R^2) και με στατιστική σημαντικότητα στις εκτιμήσεις (χαμηλότερη τιμή p). Λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση της κρίσης, προκύπτει η εξίσωση για τον υπολογισμό της τάσης για τις αποδόσεις σε τρεις κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων ακινήτων που περιλαμβάνουν ως περιουσιακά στοιχεία στο χαρτοφυλάκιό μας υπολογίζουμε το μέσο όρο και την τυπική απόκλιση(std) για κάθε κατηγορία. Οι παραπάνω εκτιμήσεις χρησιμοποιούνται

ως μεταβλητές εισόδου οι οποίες ακολουθούν κανονική κατανομή και υπολογίζονται μέσω της μεθόδου προσομοίωσης Monte Carlo. Χρησιμοποιούμε την προσομοίωση Monte Carlo και για την DTE προκειμένου να παράγουμε τα EVA, ROIC και WACC. Μέσω της κατανομής PERT μετά από ανάλυση των στοιχείων των εταιρειών ακινήτων στην Ελληνική Αγορά⁴ για τον δείκτη της DTE για να υλοποιήσουμε την παραπάνω συνάρτηση κατανομής χρησιμοποιώντας συγκεκριμένες τιμές για το ελάχιστο μέγιστο και το πιο πιθανό ως παραμέτρους εισόδου. Για το κόστος κεφαλαίου (i_s), χρησιμοποιούμε την τιμή της έρευνας του Damodaran⁵, ενώ για το κόστος του δανεισμού (i_D), χρησιμοποιούμε το πιο πρόσφατο υφιστάμενο επιτόκιο δανείου ακινήτων από την Τράπεζα της Ελλάδος⁶ και άλλες πηγές⁴. Τέλος, για τον εταιρικό φόρο χρησιμοποιούμε τον υφιστάμενο φορολογικό συντελεστή (φ) από τις φορολογικές αρχές της Ελλάδας⁷ και για τη μέση απόδοση των ενοικίων χρησιμοποιούμε συγκριτική έρευνα μέσω των εταιρειών στην ελληνική αγορά ακινήτων⁸.

Όλες οι προαναφερθείσες παράμετροι χρησιμοποιούνται στο μοντέλο μας για τη μεγιστοποίηση του μέσου όρου του EVA και την ελαχιστοποίηση του std του EVA, καθώς επίσης παράγουμε τις κατάλληλες καμπύλες αποτελεσματικών συνόρων. Μια παρόμοια προσέγγιση παρέχεται από τους [Shadabfar και Cheng \(2020\)](#) για χαρτοφυλάκια μετοχών και συμβάλλουμε με την εφαρμογή σε χαρτοφυλάκια ακινήτων. Σε κάθε δοκιμή για τον υπολογισμό η προσομοίωση Monte Carlo εκτελείται για κάθε μεταβλητή εισόδου και εκτιμούμε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση για διαφορετικό επίπεδο κινδύνου και απόδοσης αντίστοιχα και παρέχουμε τις καμπύλες αποτελεσματικών συνόρων οι οποίες δεν διαφοροποιούνται σημαντικά από προηγούμενες μελέτες που χρησιμοποίησαν χαρτοφυλάκια μετοχικών περιουσιακών στοιχείων [Ivanova and Dospatliev, \(2017\)](#). Μια προσπάθεια που χρησιμοποιεί περιουσιακά στοιχεία ακινήτων με εισαγωγή της αβεβαιότητας παρέχεται από τον [Lee, \(2019\)](#). Τέλος συνοψίσαμε τις επιπτώσεις της μελέτης μας και τα συμπεράσματά μας αντίστοιχα. Λεπτομερέστερη ανάλυση παρέχεται στις επόμενες ενότητες.

⁴ Χρησιμοποιούμε τη διάμεσο των εισηγμένων στο χρηματιστήριο εταιρειών στην Ελληνική Αγορά Ακινήτων από τη βάση δεδομένων της ICAP

⁵ [Cost of Capital \(nyu.edu\)](#)

⁶ [\(bankofgreece.gr\)](#)

⁷ The corporate tax rate reduced from 24% to 22% in 2021 year.

⁸ [RE/MAX 2021 \(remax.gr\)](#)

Με τη χρήση της EVA έναντι των εσόδων συμβάλουμε στην συζήτηση για τη σπουδαιότητα του EVA έναντι των παραδοσιακών δεικτών απόδοσης και μέσω της χρήσης κατάλληλων δεδομένων δημιουργείτε ένα στοχαστικό μοντέλο Markowitz που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από επαγγελματίες και ακαδημαϊκούς για χαρτοφυλάκια ακινήτων. Η προσπάθειά μας ξεκίνησε χρησιμοποιώντας δεδομένα από την ελληνική αγορά ακινήτων θα μπορούσε να εφαρμοστεί στις αγορές ακινήτων άλλων χωρών.

4.2 Δεδομένα

Χρησιμοποιούμε στοιχεία από την Τράπεζα της Ελλάδος, τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται είναι ο δείκτης τιμών εξαμήνου και ο δείκτης ενοικίων για τους τρεις τομείς:

1 κατηκείες

2 γραφεία

3 καταστήματα

Οι περιοχές των δεδομένων χωρίζονται στις ακόλουθες ζώνες:

1 Αθήνα

2 Θεσσαλονίκη

3 Υπόλοιπη Ελλάδα

Σύμφωνα με τον [Eichholtz et al., \(1995\)](#) και πιο συγκεκριμένα την Τράπεζα της Ελλάδος για την Ελλάδα η τμηματοποίηση σε τρεις τύπους ακινήτων και τρεις "υπο-περιφέρειες" παρέχει μια ορθολογική στρατηγική επενδύσεων χαρτοφυλακίου για τους επενδυτές στην Ελλάδα, τα δεδομένα που καλύπτουν την περίοδο 2006 έως 2021 είναι εξαμηνιαία με συνολικά 32 παρατηρήσεις. Χρησιμοποιούμε δεδομένα μόνο για την Αθήνα επειδή αυτή είναι η μόνη περιφέρεια με πλήρη στοιχεία για όλη τη χρονική περίοδο..

Η απόδοση υπολογίζεται:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Η ποσότητα των επιστροφών είναι 30 παρατηρήσεις, διότι υπολογίζουμε τη μεταβολή (%) με αντίστοιχο δείκτη του προηγούμενου έτους και συγκεκριμένα τον δείκτη ενοικίων κατοικιών με βάση το 75% της ετήσιας μεταβολής του δείκτη τιμών καταναλωτή (CPI) σύμφωνα με τη μεθοδολογία της Ελληνικής Στατιστικής Αρχής. Θεωρούμε για τη δημιουργία ενός κεφαλαίου το ποσό των διαθέσιμων ιδίων κεφαλαίων 2.000.000 ευρώ και χρησιμοποιώντας τη διαδικασία της μόχλευσης μέσω της μεταβλητής DTE (Debt to Equity) παράγουμε το WACC (Weight Cost Of Capital) της συνολικής επένδυσης. Υπολογίζουμε την ROIC (απόδοση του επενδυμένου

κεφαλαίου) και μέσω αυτής την Ένα σύμφωνα με τον Liapis, (2010), για να παράγουμε ένα διάλυμα EVA του κάθε έργου, το EVA® είναι μια παραλλαγή του υπολειμματικού εισοδήματος που διατίθεται στην αγορά από την Stern Stewart & Co., μια συμβουλευτική εταιρεία της Νέας Υόρκης, με σκοπό την προώθηση της συμπεριφοράς μεγιστοποίησης της αξίας στα διευθυντικά στελέχη των επιχειρήσεων Stewart, (2009).

$$ROIC = \sum_{i=1}^n \frac{w_i \tilde{r}(1+DTE)E}{E+D} = \sum_{i=1}^n \frac{w_i \tilde{r}(1+DTE)E}{(1+DTE)E}$$

$$WACC = i_s \frac{E}{E+D} + (1 - \varphi) i_D \frac{D}{E+D}$$

$$ROIC = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{r}$$

$$WACC = i_s \frac{E}{E+DTE*E} + (1 - \varphi) i_D \frac{DTE*E}{E+DTE*E}$$

$$EVA = ROIC - WACC$$

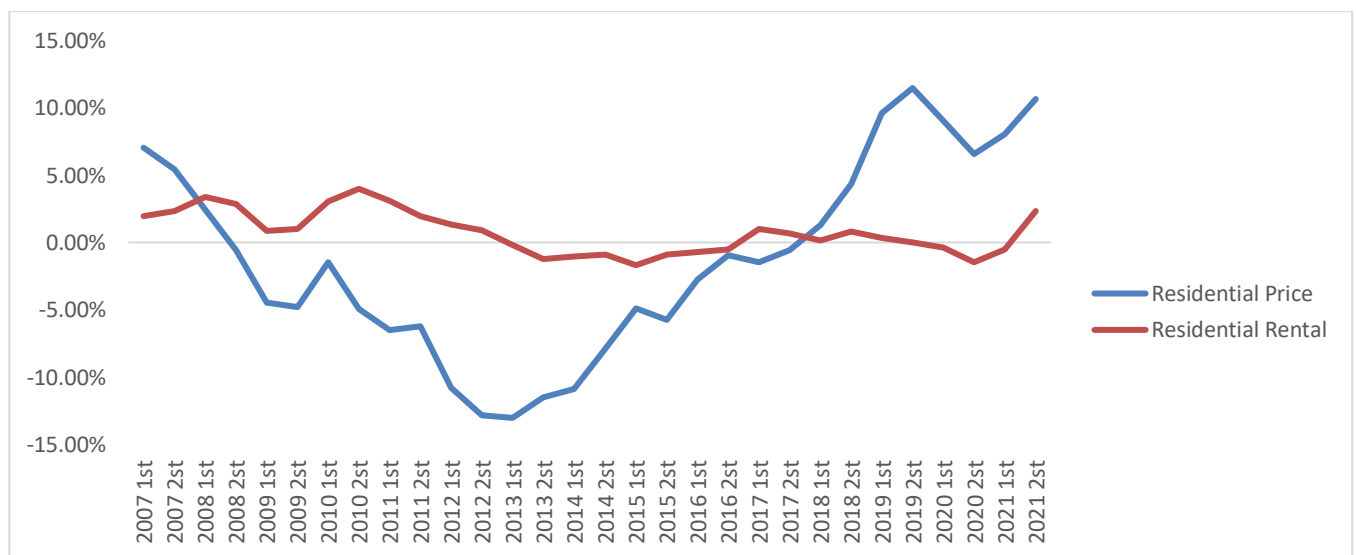
$$i_s = 8\%$$

$$i_D = 4\%$$

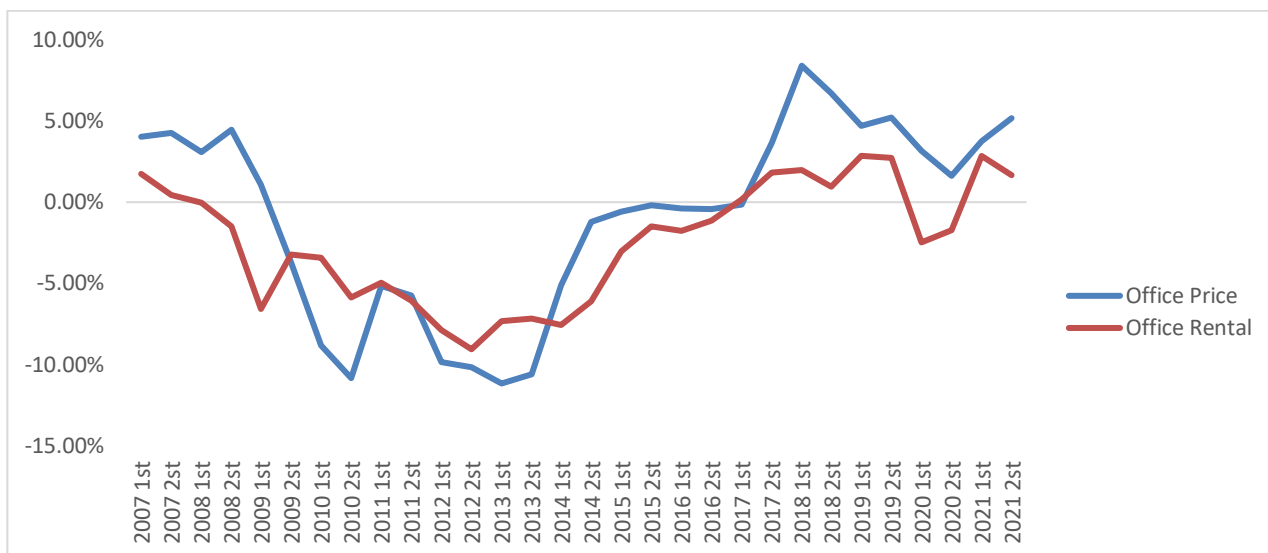
$$\varphi = 22\%$$

$$average\ rental\ return_i = \begin{cases} 3\% \text{ for } i = 1 \\ 7\% \text{ for } i = 2 \\ 8\% \text{ for } i = 3 \end{cases} \quad (145)$$

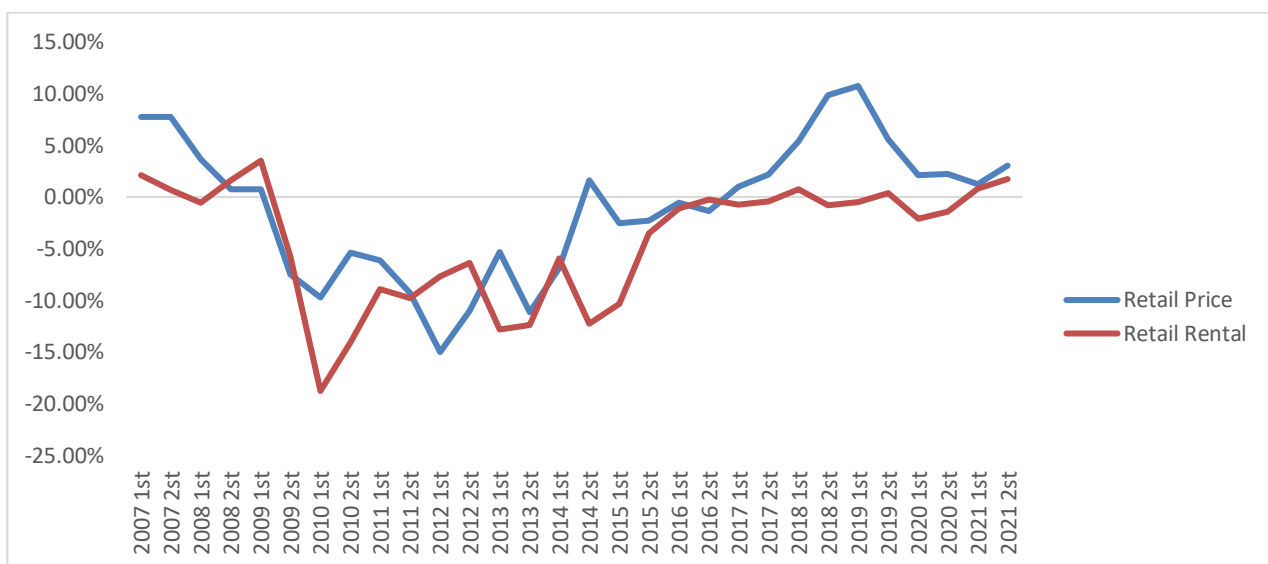
Τα διαγράμματα που αναπαριστούν τη πορεία των αποδόσεων στο χρονικό διάστημα που εξετάζουμε παρουσιάζονται παρακάτω:



Διάγραμμα. 4.1 Residential Net Yield Index (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)



Διάγραμμα. 4.2 Office Net Yield Index (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)



Διάγραμμα. 4.3 Retail Net Yield Index (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)

4.3 Μεθοδολογία

Λόγω του χρονικού διαστήματος των δεδομένων είναι εμφανές ότι υπάρχει επίδραση της οικονομικής κρίσης που διαδραματίστηκε στην Ελλάδα οπότε πρέπει να εξαιρεθεί η συγκεκριμένη επίδραση ώστε τα αποτελέσματα να μπορούν γενικευτούν και για μελλοντικές περιόδους. Μεγάλη περίοδος τουλάχιστον 30 χρόνια απαιτείται για να γίνει χρήσιμη και ρεαλιστική πρόβλεψη του κινδύνου και της αναμενόμενης απόδοσης, δυστυχώς τα στοιχεία της Τράπεζας της Ελλάδος στην αγορά ακινήτων δεν έχουν τόσο μεγάλη ιστορία. Λόγω της φύσης των δεδομένων (εξαμηνιαία) και της απουσίας πχ τουριστικών καταλυμάτων είναι εμφανής η απουσία εποχικότητας αλλά είναι έντονη η ύπαρξη τάσης στα δεδομένα. Οπότε θα

αντιμετωπιστούν τα δεδομένα με τη μορφή χρονολογικών σειρών στις οποίες είναι συχνό φαινόμενο η μέση τιμή τους να παρουσιάζει μια αυξητική, ή φθίνουσα, τάση ή/και να έχει εναλλαγές μεταξύ αυξητικών φάσεων και φθινουσών φάσεων, να παρουσιάζει δηλαδή μια “κυκλικά” επαναλαμβανόμενη δομή σε διαδοχικά χρονικά διαστήματα ή εποχές. Τέτοια συμπεριφορά είναι ιδιαίτερα εμφανής σε οικονομικά μεγέθη. Από τη γραφική παράσταση μιας χρονοσειράς είναι δυνατόν να διαπιστώσουμε αν υπάρχουν ακραίες τιμές. Οι τιμές αυτές ενδέχεται να δημιουργήσουν σοβαρά προβλήματα στην μοντελοποίηση μιας χρονοσειράς και ως εκ τούτου χρειάζονται ειδική μεταχείριση αφού όμως πρώτα προσδιοριστεί το αίτιο το οποίο τις προκάλεσε. Υπάρχουν συγκεκριμένες τεχνικές καθώς και στατιστικοί έλεγχοι για να διερευνήσουμε τη στασιμότητα σε μια χρονοσειρά. Η γενική μορφή μιας χρονοσειράς είναι:

$$Y_t = \mu_t + s_t + X_t \quad (146)$$

μ_t : συνιστώσα της τάσης

s_t : συνιστώσα της εποχικότητας

X_t : είναι η χρονοσειρά των υπολοίπων αν αφαιρέσουμε από την παρατηρούμενη χρονοσειρά την τάση και την εποχικότητα

Η συνιστώσα της τάσης μ_t είναι μια χαμηλών μεταβολών συνάρτηση του χρόνου t και υποθέτουμε πως η μη-στασιμότητα της χρονοσειράς οφείλεται αποκλειστικά στην ύπαρξη τάσης. Η μέθοδος που θα χρησιμοποιήσουμε για την εκτίμηση της είναι η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων μέσω της γραμμικής παλινδρόμησης υποθέτοντας ότι η τάση μπορεί να είναι πολυώνυμο του χρόνου (t) βαθμού p . Συνυπολογίζοντας την επίδραση της κρίσης προκύπτει η εξίσωση υπολογισμού της τάσης.

$$R_t = a + \sum_{i=1}^p b_i * t^i + dummy(crisis) \quad (147)$$

$$dummy_t = 1 \text{ if } t \text{ is year of crisis and } 0 \text{ elsewhere} \quad (148)$$

Η ψευδομεταβλητή ορίζεται ως δυαδική μεταβλητή [Bliss et. al, \(2015\)](#) και παίρνει την αριθμητική τιμή 1 για τα έτη της χρηματοπιστωτικής κρίσης, των ελέγχων κεφαλαίων και της κρίσης του κοροναϊού και μηδέν αλλιώς.

Για τους δείκτες τιμών οι ψευδομεταβλητές είναι 0 για τα έτη 2007-2008 και τα έτη 2017-2021 και 1 για τα έτη 2009-2016.

Για τους δείκτες ενοικίασης κατοικιών οι ψευδομεταβλητές είναι 0 για τα έτη 2007-2010, τα έτη 2017-2018 και το έτος 2021 και 1 για τα έτη 2011-2016 και τα έτη 2019-2020

Για τους δείκτες ενοικίασης των ψευδομεταβλητών γραφείων είναι 0 για τα έτη 2007-2008, τα έτη 2017-2018 και το έτος 2021 και 1 για τα έτη 2009-2016 και τα έτη 2019-2020

Για τους δείκτες ενοικίου των ψευδομεταβλητών λιανικού εμπορίου είναι 0 για τα έτη 2007-2008, τα έτη 2017-2018 και το έτος 2021 και 1 για τα έτη 2009-2016 και τα έτη 2019-2020.

Η τιμή των ακινήτων δεν επηρεάζεται από την κρίση του κοροναϊού σε αντίθεση με τον δείκτη ενοικίασης λόγω των κυκλοφοριακών περιορισμών και της εφαρμογής της εξ αποστάσεως εργασίας. Τα οικιστικά ακίνητα έχουν διαχρονικά μια υστέρηση (2 χρόνια) δίπλα στα εμπορικά ακίνητα.

Οι πίνακες των αποτελεσμάτων της παραπάνω διαδικασίας παρατίθενται στο παράρτημα πινάκων⁹

Αφαιρώντας από την (153) τη μεταβλητή *dummy(crisis)* λαμβάνουμε τη καθαρή απόδοση χωρίς την επίδραση της κρίσης.

$$R^{i,j} = \begin{bmatrix} R^{i,j}_1 \\ \dots \\ R^{i,j}_n \end{bmatrix} \text{ ο πίνακας των αποδόσεων χωρίς την επίδραση της κρίσης} \quad (149)$$

Το *i* αντιπροσωπεύει το είδος του ακινήτου και το *j* μίσθωμα ή τιμή

Η σταθμισμένη απόδοση που θα χρησιμοποιηθεί για την εμπειρική ανάλυση τελικώς εξάγεται από τον παρακάτω τύπο:

$$weighted\ return_i = R^{i,1} + average\ rental\ return_i * (R^{i,2} + 1) \text{ for } i = 1,2,3 \quad (150)$$

Ο δείκτης μισθωμάτων βασίζεται σε μία σταθερή απόδοση ανάλογα τον τύπο του ακινήτου πάνω στο ρυθμό αύξησης της απόδοσης στη κάθε περίοδο.

$$average\ rental\ return_i = \begin{cases} 3\% \text{ for } i = 1 \\ 7\% \text{ for } i = 2 \\ 8\% \text{ for } i = 3 \end{cases} \quad (151)$$

Οι πίνακες των αποτελεσμάτων των προσαρμοσμένων δεικτών παρατίθενται στο παράρτημα πινάκων¹⁰

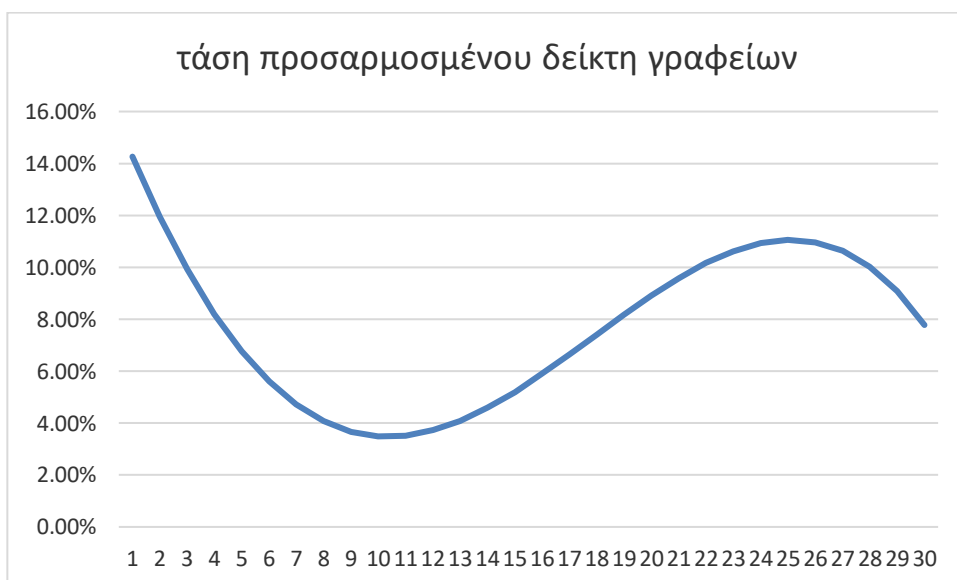
Η γραφική αναπαράσταση της τάσης των προσαρμοσμένων αποδόσεων για τη κάθε κατηγορία ακινήτου χωρίς την επίδραση της κρίσης παρατίθενται ως εξής:

⁹ Υπολογισμός τάσης των δεικτών ακινήτων με την επίδραση της κρίσης μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων

¹⁰ Προσαρμοσμένοι δείκτες τιμών-μισθωμάτων ακινήτων



Διάγραμμα. 4.4 Τάση προσαρμοσμένου δείκτη διαμερισμάτων (Πηγή: [Υπολογισμοί συντάκτη](#))



Διάγραμμα. 4.5 Τάση προσαρμοσμένου δείκτη γραφείων (Πηγή: [Υπολογισμοί συντάκτη](#))



Διάγραμμα. 4.6 Τάση προσαρμοσμένου δείκτη καταστημάτων (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)

Για την άμεση εκτίμηση δεικτών τιμών κατοικιών, εφαρμόζεται μια παραλλαγή της προσέγγισης της «συνδυασμένης τυποποίησης» (mix adjustment) μέσω πολλαπλής στρωματοποίησης. Για την τυποποίηση των ακινήτων και τον προσδιορισμό των επιμέρους τμημάτων της αγοράς αποτελούμενων από ομάδες ακινήτων με όμοια, κατά το δυνατόν, χαρακτηριστικά, χρησιμοποιείται η τεχνική της πολλαπλής στρωματοποίησης. Ειδικότερα, με κριτήρια τη γεωγραφική περιοχή, την παλαιότητα και το μέγεθος της κατοικίας δημιουργούνται μικρές ομοιογενείς ομάδες ακινήτων, υπολογίζεται η μέση τιμή (ανά τετραγωνικό μέτρο) για κάθε ομάδα με τη χρήση του γεωμετρικού μέσου και οι τιμές αυτές αθροίζονται, σταθμισμένες με συντελεστές βαρύτητας τη συνολική αξία των συναλλαγών σε κάθε επιμέρους ομάδα (Τράπεζα της Ελλάδος, 2021). Τα κριτήρια στρωματοποίησης με στόχο τον προσδιορισμό μικρών ομοιογενών περιφερειακών αγορών είναι η 1. Γεωγραφική περιοχή 2. Ηλικία ακινήτου 3. Μέγεθος ακινήτου 4. Όροφος διαμερίσματος. Με δεδομένη τη διαχρονική σταθερότητα που εμφανίζει η μέση μεταβολή της τιμής (ανά τ.μ.) από όροφο σε όροφο, όλες οι εκτιμήσεις της αξίας των διαμερισμάτων μετατράπηκαν σε ισοδύναμες αξίες διαμερισμάτων πρώτου ορόφου. Με αυτό τον τρόπο, ο όροφος ελήφθη υπόψη ως κριτήριο στην τυποποίηση των ακινήτων, χωρίς ωστόσο να δημιουργηθούν χωριστές υποομάδες.

Ο δείκτης τιμών ακινήτων για το τρίμηνο t σε σχέση με το τρίμηνο βάσης 0 (έστω $I_{0,t}$) δίδεται από τον τύπο:

$$I_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \frac{p_t^i}{p_0^i}}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (152)$$

Ως συντελεστές στάθμισης (w_i) χρησιμοποιούνται οι λόγοι της αξίας των συναλλαγών της κάθε ομάδας ακινήτων του στρώματος i προς το σύνολο των συναλλαγών κατά την περίοδο από το α' τρίμηνο του 2006 έως το γ' τρίμηνο του 2009. Κατ' αυτό τον τρόπο, προσεγγίζεται καλύτερα η συνολική αξία του αποθέματος των διαθέσιμων ακινήτων και εξυπηρετούνται οι στόχοι της χρηματοοικονομικής σταθερότητας, στο πλαίσιο των οποίων απαιτείται γνώση της συνολικής αξίας των ακινήτων που αποτελούν αντικείμενο χρηματοδότησης ή εξασφαλίσεις δανείων. Ως έτος βάσης επιλέχθηκε το 2007, το οποίο εκτιμάται ότι εκφράζει μία τυπική κατάσταση, χωρίς ιδιαιτερότητες που θα μπορούσαν να επηρεάσουν τους παραγόμενους δείκτες ακινήτων που αποτελούν αντικείμενο χρηματοδότησης ή εξασφαλίσεις.

Για την παρακολούθηση και ανάλυση της αγοράς επαγγελματικών ακινήτων, το Τμήμα Ανάλυσης Αγοράς Ακινήτων της ΤτΕ συγκεντρώνει, σε εξαμηνιαία βάση στοιχεία από 1. ΑΕΕΑΠ 2. Πιστωτικά ιδρύματα 3. Πρωτογενή στοιχεία μισθώσεων και αγοραπωλησιών 4. ΣΟΕ.

Το επαγγελματικό ακίνητο χαρακτηρίζεται από σημαντική ετερογένεια όχι μόνο ως προς τη χρήση αλλά και ως προς την ποιότητα, τη θέση, την εμπορικότητα, τα επενδυτικά χαρακτηριστικά κτλ. Επιπρόσθετα, σε μικρές σε μέγεθος αγορές, όπως της Ελλάδος, ειδικά σε περιόδους οικονομικής ύφεσης και κρίσης, η καταγραφή πραγματικών πράξεων γίνεται ακόμα πιο δύσκολη, ενώ τα επίπεδα τιμών στα οποία ολοκληρώνονται οι πράξεις ενδεχομένως δεν αποτυπώνουν εμπορικές αξίες, αλλά αξίες «αναγκαστικής πώλησης» (fire sales).

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε είναι η Ανάλυση στη βάση «σταθερών καλαθιών» ακινήτων, ανά χρήση (γραφεία και καταστήματα), είδος αξίας (εκτιμωμένη - εμπορική και μισθωτική) και υποαγορά.

Ειδικά για τα ιστορικά στοιχεία της περιόδου 2006-2013, συμπληρώθηκαν οι τιμές οι οποίες για τεχνικούς λόγους δεν είχαν αναγγελθεί, με παρεμβολή (imputation) και επέκταση (extrapolation) τιμών βάσει του «μοτίβου μεταβολών» του υπόλοιπου αντίστοιχου καλαθιού. Όπου ωστόσο δεν υπήρχε η ελάχιστη απαραίτητη πληροφόρηση για την ανάλογη παρεμβολή ή ακόμα και στις περιπτώσεις που φάνηκε από τα διαθέσιμα δεδομένα ότι η διαχρονική εξέλιξη της αξίας (αγοραίας ή μισθωτικής) του ακινήτου ήταν εκτός των δεδομένων της αγοράς, οι παρατηρήσεις εξαιρέθηκαν από την ανάλυση είτε μόνιμα, είτε προσωρινά.

Τα βήματα της διαδικασίας υπολογισμού είναι τα ακόλουθα.

Ο Υπολογισμός ισοδύναμου μηνιαίου μισθώματος (effective rent) – ανά τετραγωνικό μέτρο, με άμεση αναγωγή ή έμμεσο υπολογισμό από συνοδευτική πληροφορία (έσοδα από μισθώσεις και συμμετοχές στα έσοδα των δραστηριοτήτων, περίοδοι χάριτος, κενοί χώροι κτλ.)

2. Υπολογισμός της εμπορικής αξίας ανά τετραγωνικό μέτρο κύριας χρήσης, για κάθε ακίνητο για το οποίο υπήρχε εκτίμηση για την εκάστοτε τρέχουσα περίοδο, όπως και της απόδοσης στις περιπτώσεις που υπήρχε παράλληλα πληροφόρηση για το τρέχον μίσθωμα

3. Ορισμός γεωγραφικών ενοτήτων αναφοράς:

Ευρύτερη περιοχή της Αθήνας

Θεσσαλονίκη

Υπόλοιπη Ελλάδα

4. Ειδικά για τη χρήση των γραφείων ορίστηκαν 7 υποαγορές για την ευρύτερη περιοχή της Αθήνας:

Κέντρο – Central Business District

περιφέρεια Κέντρου

Βόρειος Τομέας

Νότιος Τομέας

Δυτικός Τομέας

Μεσόγεια

Υπόλοιπο Αττικής

5. Οριστικοποίηση των «σταθερών καλαθιών» ακινήτων ανά γεωγραφική ενότητα αναφοράς και ανά είδος αξίας (εμπορικές και μισθωτικές) στη βάση των οποίων έγινε η περαιτέρω ανάλυση των μεταβολών των τιμών και εξήχθησαν οι σχετικοί δείκτες.

6. Εκτίμηση των δεικτών αξιών και μισθωμάτων που εκτιμήθηκαν οι οποίοι εκφράζουν τις μεταβολές της μέσης αξίας (μισθωτικής και αγοραίας) των γραφείων και καταστημάτων ανά εξάμηνο, με έτος βάσης το 2010 (Δείκτης=100).

Ο γενικός μαθηματικός τύπος βάσει του οποίου υπολογίσθηκαν οι σταθμισμένες μέσες τιμές $\bar{x}_{s,t}$, για κάθε υποαγορά s και για κάθε εξάμηνο αναφοράς t , για το σταθερό καλάθι των i ($1,2,\dots,k$) ακινήτων, είναι ο εξής:

$$\bar{x}_{s,t} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i x_{i,t}}{\sum_{i=1}^k w_i} \quad (153)$$

$x_{i,t}$: η μέση αξία ανά τετραγωνικό του ακινήτου i , κατά το εξάμηνο t ,

w_i : η βαρύτητα του ακινήτου i , στο σύνολο της υποαγοράς («καλαθιού») s

Ο γενικός μαθηματικός τύπος βάσει του οποίου υπολογίσθηκαν οι σταθμισμένες μέσες τιμές $\bar{x}$ για το σύνολο της χώρας και για κάθε εξάμηνο αναφοράς t , για το σύνολο των υποαγορών s , είναι ο εξής:

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^s g_s \bar{x}_{s,t}}{\sum_{i=1}^s g_s} \quad (154)$$

Όπου:

$\bar{x}_{s,t}$: η σταθμισμένη μέση αξία ανά τετραγωνικό των ακινήτων της υποαγοράς s, κατά το εξάμηνο t,

g_s : η βαρύτητα της υποαγοράς s, στο σύνολο της χώρας

Ο Δείκτης Επαγγελματικών Ακινήτων (I) για το εξάμηνο t σε σχέση με το εξάμηνο βάσης 0 προκύπτει από τη σχέση:

$$I_{0,t} = \frac{\bar{x}_t}{\bar{x}_0} * 100 \quad (155)$$

Η στάθμιση των τιμών των ακινήτων έγινε βάσει της μέσης αγοραίας και μέσης μισθωτικής αξίας τους, αντίστοιχα, ώστε να αποδοθεί μεγαλύτερη βαρύτητα στα μεγαλύτερα ακίνητα όπως και στα ακίνητα τα οποία βρίσκονται σε καίριες εμπορικές θέσεις, στις εμπορικότερες θέσεις κάθε περιοχής.

Για την εξαγωγή των δεικτών για το Σύνολο της Ελλάδας τα επιμέρους – ανά γεωγραφική ενότητα - αποτελέσματα σταθμίστηκαν για τα μεν γραφεία βάσει της κατανομής του Ακαθάριστου Εθνικού Προϊόντος, για τα δε καταστήματα με βάση την κατανομή των αξιών των ακινήτων του δείγματος, ανά γεωγραφική περιοχή αναφοράς.

Ειδική αναφορά γίνεται για το δείκτη ενοικίων κατοικιών που υπολογίζεται μέσω της ΕΛΣΤΑΤ:

Ο δείκτης τιμών ενοικίων καταρτίζεται και δημοσιεύεται από την ΕΛ.ΣΤΑΤ. σε μηνιαία βάση για τις ενοικιαζόμενες κατοικίες και αποτελεί υποδείκτη της κατηγορίας «ΣΤΕΓΑΣΗ». Σύμφωνα με την τελευταία αναθεώρηση του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή (Εθνικός ΔΤΚ3) έχει συντελεστή στάθμισης 37,28. Για τη βελτίωση της αξιοπιστίας του υποδείκτη των ενοικίων, στο νέο ΔΤΚ έγινε επέκταση του δείγματος των ενοικιαζόμενων κατοικιών, από ένα δείγμα 1.300 κατοικιών στην Αθήνα και στη Θεσσαλονίκη, σε ένα στρωματοποιημένο δείγμα 4.500 κατοικιών, στο σύνολο χώρας. Με τον τρόπο αυτό, ο υπολογισμός του ανωτέρω υποδείκτη, κάθε μήνα, βασίζεται στις τιμές ενοικίων κατοικιών ενός κυλιόμενου υποδείγματος, 350 περίπου ενοικιαζόμενων κατοικιών. Μια εναλλακτική προσέγγιση που ακολουθείτε είναι η ότι τα μισθώματα αντιπροσωπεύουν το 75% της ετήσιας μεταβολής του γενικού δείκτη τιμών καταναλωτή.

4.3.1 Θεωρητική τεκμηρίωση του μοντέλου

Αυτή η ενότητα σχετίζεται με τη μεθοδολογία που υιοθετήθηκε για την σύνθεση του χαρτοφυλακίου. Η διαμόρφωση του χαρτοφυλακίου διαφοροποιείται από την κλασσική προσέγγιση του [Markowitz, \(1952\)](#) καθώς επικεντρώνεται ως κύριο στόχο τη μεγιστοποίηση του της αναμενόμενης τιμής του EVA (Economic Value Added) [Engels, \(2004\)](#) και όχι της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιώντας τα ως μέτρο κινδύνου τη τυπική απόκλιση του EVA, με τη βοήθεια του λογισμικού palisade decision tools.

Τα βήματα που πρέπει να ακολουθήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος είναι τα ακόλουθα:

1^ο Θεωρούμε κατηγορίες ακινήτων σύμφωνα με τη κατηγοριοποίηση της Τράπεζας της Ελλάδος(Γραφεία, Καταστήματα και διαμερίσματα). Ορίζουμε ως σταθμισμένη (μέση) συνολική απόδοση το άθροισμα της μισθωτικής απόδοσης και της υπεραξίας(υπερβάλλουσα απόδοση αξίας ανά χρονική διάρκεια).

2^ο Εξάγουμε τη σταθμισμένη μέση τιμή και διακύμανση ανά κατηγορία ακινήτων(ως άθροισμα των μισθωτικών και υπεραξιών).

3^ο Θεωρούμε ότι για το σχηματισμό ενός fund έχουμε διαθέσιμο ένα ποσό ιδίων κεφαλαίων x ευρώ και χρησιμοποιώντας την διαδικασία της μόχλευσης μέσω της μεταβλητής DTE (Debt To Equity) παράγουμε το WACC (Weight Cost Of Capital) της συνολικής επένδυσης. Στη συνέχεια μέσω των σταθμισμένων αποδόσεων υπολογίζουμε το ROICC και μέσω αυτού το $EVA = ROICC - WACC$.

4^ο Κατασκευάζουμε πρόβλημα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου με αντικειμενική συνάρτηση τη μεγιστοποίησης της αναμενόμενης τιμής του EVA και εναλλακτικά με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση της τυπικής απόκλισης του EVA.

5^ο Οι διαθέσιμοι περιορισμοί ορίζονται οι κάτωθι:

α) Υποθέτουμε τη παραδοχή ότι οι αποδόσεις ακολουθούν κανονική κατανομή

β) Τα βάρη του χαρτοφυλακίου ορίζονται με βάση το είδος του κάθε ακινήτου(π.χ 20% σε καταστήματα 50% σε οικιστικά και πρέπει να αθροίζουν στο 100%).

γ) Υποθέτουμε ότι η μεταβλητή DTE ακολουθεί PERT κατανομή μέσω της διαδικασίας του Monte Carlo Simulation.

δ) Θα διεξαχθεί έλεγχος κανονικότητας των αποδόσεων μέσω του Lilliefors test Lilliefors, (1967). Μελλοντικά θα μπορούσε να εισαχθεί ο χρόνος ως μεταβλητή για να ελεγχθεί ο βαθμός απόσβεσης του ακινήτου μέσω της διαδικασίας αποτίμησης Gordon-Shapiro, όπως αυτή αναπτύχθηκε από τους [Liapis, et. al, \(2011\)](#).

Τα τελικά μοντέλα διαμορφώνονται ως εξής:

Model 1:

$$\max (\text{mean Eva}) \quad (156)$$

$$W^T V W \leq \sigma_p \quad \text{For a different level of risk } \sigma_p \quad (157)$$

$$w^T 1 = 1$$

$$W \geq 0$$

$$ROIC = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{r}$$

$$WACC = i_s \frac{E}{E + DTE * E} + (1 - \varphi) i_D \frac{DTE * E}{E + DTE * E}$$

$$DTE \sim \text{PERT}(\text{MIN. MOST LIKELY}, \text{MAX}) \quad (158)$$

$$R_i \sim N(E(R), \sigma) \quad (159)$$

$$i = 1, 2, 3$$

1. Apartment

2. Offices

3. Retail

Model 2:

$$\min(\text{std Eva}) \quad (160)$$

$$W^T E(R) \geq \mu_p \quad \text{For a different level of risk } \mu_p \quad (161)$$

$$w^T 1 = 1$$

$$W \geq 0$$

$$ROIC = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{r}$$

$$WACC = i_s \frac{E}{E + DTE * E} + (1 - \varphi) i_D \frac{DTE * E}{E + DTE * E}$$

$$DTE \sim \text{PERT}(\text{MIN. MOST LIKELY}, \text{MAX})$$

$$R_i \sim N(E(R), \sigma)$$

$$i = 1, 2, 3$$

1. Apartment

2. Offices

3. Retail

Επιλέγουμε την Eva (Οικονομική Προστιθέμενη Αξία) ως μεγιστοποιούμενη αντικειμενική συνάρτηση [Engels, \(2004\)](#) έναντι του κλασικού ποσοστού απόδοσης του [Markowitz, \(1952\)](#).

Υποθέτουμε ότι οι παράμετροι εισόδου (αποδόσεις) στον τύπο (10) για κάθε τύπο ακινήτου που ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή την αναμενόμενη απόδοση της σταθμισμένης απόδοσης και την αντίστοιχη τυπική απόκλιση και η DTE ακολουθεί κατανομές PERT με $probability\ min=1, max=4$ και $most\ likely=3$. Ο τύπος της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας μπορεί να έχει σημαντική επίδραση στα αποτελέσματα, για αυτό πρέπει να ελέγξουμε αν ο πληθυσμός των δεδομένων μας παράγεται από κανονική κατανομή μέσω του τεστ Lilliefors [Lilliefors, \(1967\)](#). Η διαδικασία προσομοίωσης Monte Carlo εκτελείται μεμονωμένα και παράγει τυχαίες αποδόσεις για κάθε δοκιμή (πιθανή λύση) Ο κύριος σκοπός αυτής της μελέτης είναι η μεγιστοποίηση του μέσου όρου της Eva και η ελαχιστοποίηση του κινδύνου (τυπική απόκλιση της Eva) έναντι του κλασικού μοντέλου Markowitz για τη μεγιστοποίηση της απόδοσης και την ελαχιστοποίηση της τυπικής απόκλισης της απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Ως εκ τούτου, απαιτήθηκαν δύο αντικειμενικές συναρτήσεις για τον ορισμό του προβλήματος, προσπαθούμε μέσω των δυο αποτελεσμάτων να εξάγουμε ένα αποτέλεσμα που να σταθμίζει και τους δύο στόχους. Οι γενετικοί αλγόριθμοι σε συνδυασμό με την ανάλυση Monte Carlo, υιοθετούνται για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, που όμως είναι μια διαδικασία έχει υψηλό υπολογιστικό κόστος. Η ντετερμινιστική προσέγγιση που επιβάλλεται από τη μέθοδο Markowitz (MVP) από τα palisade decision tools add in του Excel. Τα δεδομένα που ελήφθησαν από την τράπεζα της Ελλάδος από 3 διαφορετικούς τύπους ακινήτων της αγοράς ακινήτων με συμφωνά αποτελέσματα. Από την εξαμηνιαία απόδοση σε κάθε έτος εκτιμούμε την αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση που αντιπροσωπεύει τον κίνδυνο. Οι επενδυτές μπορούν να επιλέξουν τον καλύτερο συνδυασμό σύμφωνα με τις προτιμήσεις τους καθορίζοντας τον μέγιστο κίνδυνο ή την ελάχιστη αναμενόμενη απόδοση.

4.4 Εμπειρικά Αποτελέσματα

4.5.1 Εκτιμήσεις

Τα χαρακτηριστικά χαρτοφυλάκια που εξετάζονται είναι τα χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου $min (std\ Eva)$ και τα χαρτοφυλάκιο που μεγιστοποιούν την αναμενόμενη τιμή του EVA $max (mean\ Eva)$. Ο πίνακας των σταθμισμένων αποδόσεων και του κινδύνου για κάθε είδος περιουσίας είναι ο εξής:

Πίνακας 4.1. Περιγραφική στατιστική σταθμισμένων αποδόσεων

Real Estate Return	1	2	3
Expected Return	5,46%	7,72%	10,19%
Standard Deviation	4,94%	3,01%	5,45%
V-C	1	2	3
1	0,2436%	0,0965%	0,2161%
2	0,0965%	0,0905%	0,1509%
3	0,2161%	0,1509%	0,2972%

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Πίνακας 4.2. Υπολογισμός τάσης

Trend calculation	Residential Price	Residential Rental	Office Price	Office Rental	Retail Price	Retail Rental
Constant	0,084352** (0,016981)	0,024585** (0,003304)	0,099045** (0,026144)	0,056284** (0,014164)	0,137812** (0,025751)	0,074128** (0,0293267)
dummy (crisis)	-0,05005** (0,016458)	-0,021662** (0,003582)	-0,05338** (0,020369)	-0,02444** (0,00965)	-0,05128** (0,017526)	-0,079506** (0,0269355)
t	-0,01737** (0,003061)	-0,000589** (0,000199)	-0,03121** (0,009109)	-0,02191** (0,004864)	-0,04314** (0,008759)	-0,030405** (0,0089870)
t^2	0,000633** (0,000107)	-	0,002342** (0,000594)	0,00149** (0,000353)	0,003123** (0,000601)	0,002498** (0,0005930)
t^3	-	-	-4,6E-05** (1,12E-05)	-2,7E-05** (7,15E-06)	-6,1E-05** (1,17E-05)	-5,148E-05** (1,22826E-05)
Method	Multiple Regression	Multiple Regression	Multiple Regression	Multiple Regression	Multiple Regression	Multiple Regression
Observations	30	30	30	30	30	30

R-squared	0,8682	0,7134	0,8249	0,8223	0,8539	0,7084
R-squared adjusted	0,8530	0,6922	0,7969	0,7938	0,8305	0,6618
F-Statistic	57,10521	33,60277	29,44065	28,91856	36,5238	15,1850941 1

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Note: *** indicates significant at 0.01 level; ** indicates significant at 0.05 level; * indicates significant at 0.1 level

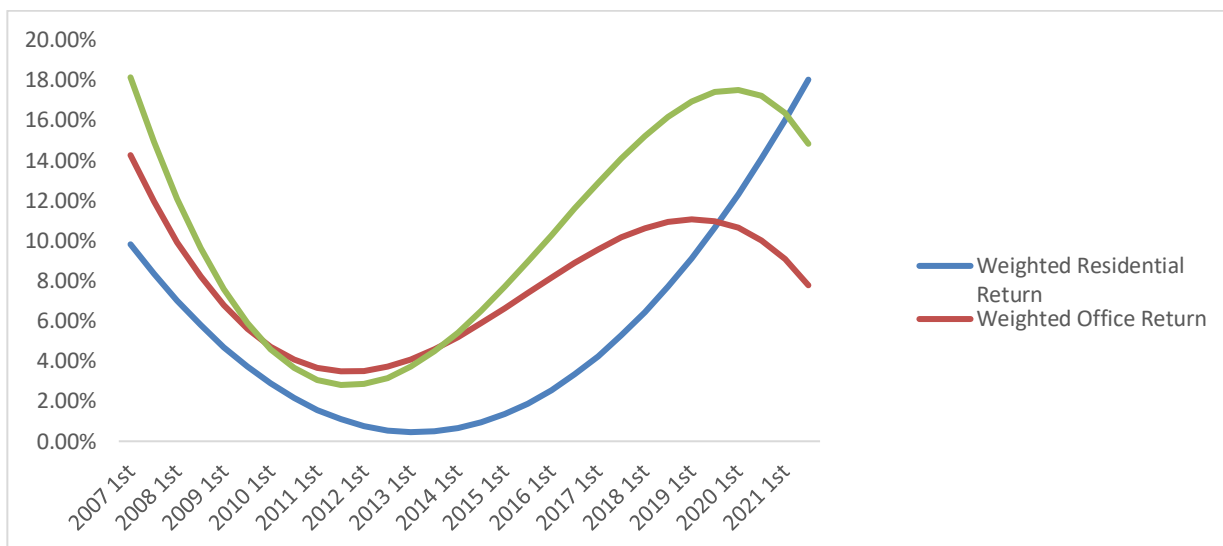
Παρατηρούμε ότι τα καταστήματα έχουν τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση και τα οικιστικά την ελάχιστη αντίστοιχα.

Ο πίνακας 4.2 παρουσιάζει τα αποτελέσματα της εκτίμησης της τάσης των αποδόσεων τόσο της τιμής όσο και του ενοικίου για κάθε τύπο ακινήτου.

Επειδή τα δεδομένα διαιρούνται σε εξαμηνιαία βάση και δεν περιέχουν τουριστικά καταλύματα και ξενοδοχεία απορρίπτεται η ύπαρξη εποχικότητας, επομένως η απόδοση εξαρτάται μόνο από την τάση η οποία είναι συνάρτηση χαμηλού βαθμού του χρόνου. Όταν η τάση σε μια χρονοσειρά μπορεί να περιγραφεί από κάποια γνωστή ή εκτιμώμενη συνάρτηση του χρόνου που ονομάζεται, ντετερμινιστική τάση. Συνήθως, η τάση είναι γραμμική, αλλά μπορεί να είναι πολυώνυμο t βαθμού p και χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για τον προσδιορισμό της τάσης. Παρατηρούμε ότι όλες οι τάσεις εκτός από την παρουσίαση των ενοικίων κατοικιών είναι μη γραμμικές, ο δείκτης ενοικίων κατοικιών βασίζεται στο 75% της ετήσιας μεταβολής του δείκτη τιμών καταναλωτή (cpi) σύμφωνα με τη μεθοδολογία της Ελληνικής Στατιστικής Αρχής.

Παρατηρούμε ότι τα καταστήματα έχουν τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση και οι κατοικίες την ελάχιστη αντίστοιχα.

Η γραφική απεικόνιση της τάσης των προσαρμοσμένων αποδόσεων για κάθε τύπο ακινήτου χωρίς την επίδραση της κρίσης παρουσιάζεται παρακάτω:



Διάγραμμα. 4.7 Τάση σταθμισμένων αποδόσεων (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)

Στην εργασία μας χρησιμοποιείται η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo για την υλοποίηση της πιθανοκρατικής (probabilistic) ανάλυσης του προβλήματός μας. Στη διαδικασία αυτή κάθε μία από τις μεταβλητές εισόδου για τον υπολογισμό της Ενα θα πρέπει να ορίζεται ως τυχαία μεταβλητή (σταθμισμένες αποδόσεις και DTE). Με την ανάλυση προσομοίωσης θα εξεταστούν πολλά πιθανά σενάρια και οι αβεβαιότητες των παραμέτρων εισόδου θα εισαχθούν στη διατύπωση του προβλήματος. Ο τύπος της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας είναι πολύ σημαντικός για τα αποτελέσματα της ανάλυσης και θα πρέπει να επιλέγεται σύμφωνα με τα πραγματικά δεδομένα.

Χρησιμοποιούμε το τεστ Lilliefors [Lilliefors, \(1967\)](#) για να ελέγξουμε αν ο πληθυσμός των δεδομένων μας παράγεται από την κανονική κατανομή και τα αποτελέσματα παρέχονται παρακάτω στον πίνακα 4.4.

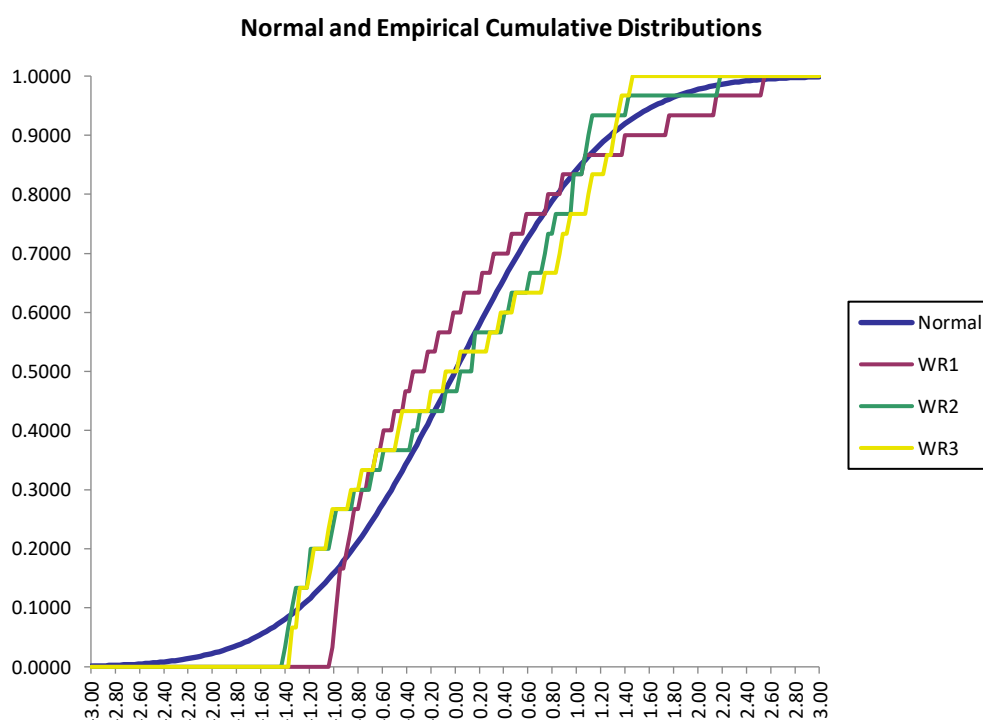
Πίνακας 4.3 Lilliefors test

<i>Lilliefors Test Results</i>	WR1	WR2	WR3
Sample Size	30	30	30
Sample Mean	0,05464	0,07720	0,10189
Sample Std Dev	0,04935	0,03009	0,05451
Test Statistic	0,1550	0,1080	0,1364
CVal (15% Sig. Level)	0,1378	0,1378	0,1378
CVal (10% Sig. Level)	0,1457	0,1457	0,1457
CVal (5% Sig. Level)	0,1592	0,1592	0,1592

CVal (2.5% Sig. Level)	0,1699	0,1699	0,1699
CVal (1% Sig. Level)	0,2326	0,2326	0,2326

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Παρατηρούμε ότι σε χαμηλό επίπεδο σημαντικότητας έως 5% τουλάχιστον μπορούμε να υποθέσουμε ότι τα δεδομένα ακολουθούν την Κανονική Κατανομή στο σχήμα 5. Βλέπουμε ότι για μεγάλο αριθμό έως και 200 παρατηρήσεων τα δεδομένα προσαρμόζονται ικανοποιητικά.



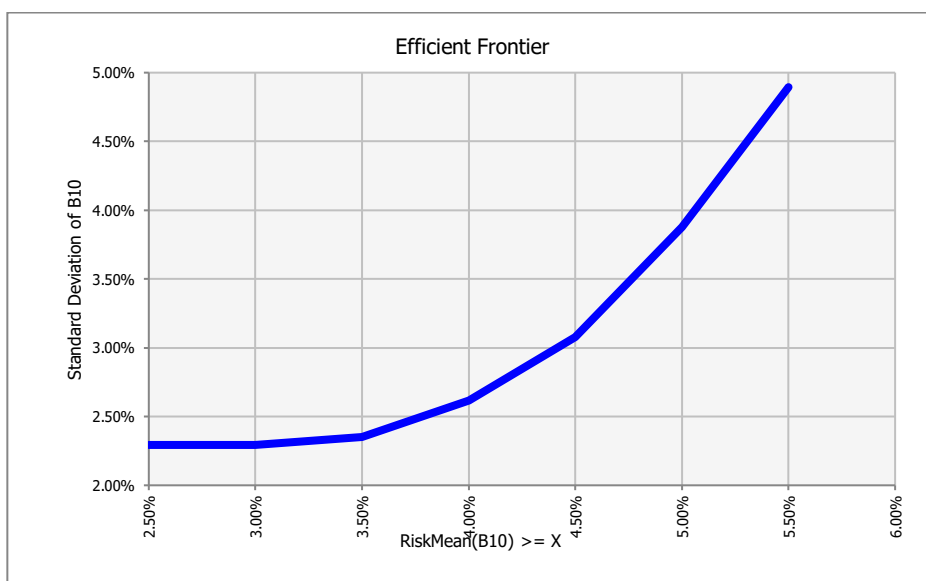
Διάγραμμα. 4.8 Lilliefors test (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)

4.5.2 Αποτελέσματα βέλτιστης διάρθρωσης χαρτοφυλακίου

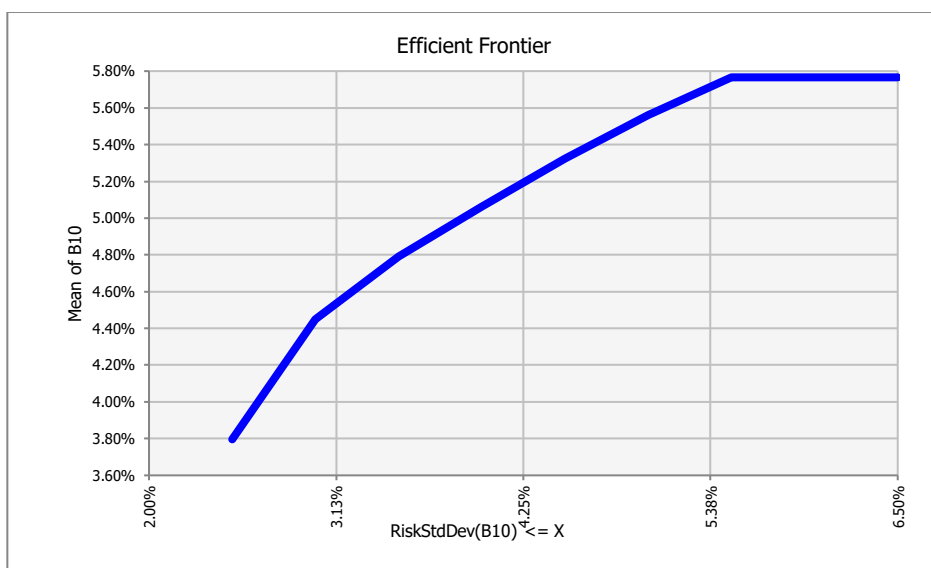
Εφαρμόζουμε την προσέγγιση προσομοίωσης Monte Carlo με έναν αριθμό 1000 επαναλήψεων για κάθε δοκιμή, αυτό καλύπτει τον αριθμό των 200 επαναλήψεων σύμφωνα με το Lilliefors test και για κάθε δοκιμή υπολογίζουμε τη μέση και τυπική απόκλιση για 1000 δοκιμές. Για κάθε δοκιμή, η προσομοίωση Monte Carlo εκτελείται για κάθε μεταβλητή εισόδου και εκτιμούμε τη μέση και την τυπική απόκλιση για διαφορετικό επίπεδο κινδύνου και απόδοσης αντίστοιχα. Κάθε πιθανός συνδυασμός περιουσιακών στοιχείων μπορεί να σχεδιαστεί σε χώρο κινδύνου-απόδοσης και η συλλογή όλων αυτών των πιθανών χαρτοφυλακίων καθορίζει μια

περιοχή σε αυτόν τον χώρο. Η γραμμή κατά μήκος του άνω άκρου αυτής της περιοχής είναι γνωστή ως το αποτελεσματικό σύνορο που μερικές φορές ονομάζεται "σφαίρα Markowitz". Οι συνδυασμοί κατά μήκος αυτής της γραμμής αντιπροσωπεύουν χαρτοφυλάκια (εξαιρουμένης ρητά της εναλλακτικής λύσης χωρίς κίνδυνο) για τα οποία υπάρχει χαμηλότερος κίνδυνος για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης. Αντιστρόφως, για ένα δεδομένο ποσό κινδύνου, το χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στα αποτελεσματικά σύνορα αντιπροσωπεύει τον συνδυασμό που προσφέρει την καλύτερη δυνατή απόδοση. Μαθηματικά το αποτελεσματικό σύνορο είναι η τομή του συνόλου των χαρτοφυλακίων με ελάχιστο κίνδυνο και του συνόλου των χαρτοφυλακίων με τη μέγιστη απόδοση (Chen et al., 2010; Haugen & Baker, 1990). Πρώτον, παρουσιάζουμε το αποτελεσματικό σύνορο για την ελαχιστοποίηση του κινδύνου του EVA. Το αποτελεσματικό σύνορο που απεικονίζει το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων με τον χαμηλότερο κίνδυνο για οποιοδήποτε ποσοστό αναμενόμενης τιμής του EVA παρουσιάζεται στο γράφημα 12 και τα ακριβείς βάρη για τα συστατικά περιουσιακά στοιχεία στο ελάχιστο χαρτοφυλάκιο κινδύνου για κάθε επίπεδο μέσου όρου του Eva παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.5. Οι επενδυτές που έχουν χαμηλή ανοχή κινδύνου είναι πιθανό να επιλέξουν χαρτοφυλάκια με συνδυασμό κινδύνου και απόδοσης που βρίσκονται στα αριστερά των συνόρων. Αντίθετα, όσοι είναι πρόθυμοι να δεχτούν υψηλό κίνδυνο για να κερδίσουν μεγαλύτερη απόδοση είναι πιθανό να ενδιαφέρονται για χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στα δεξιά των συνόρων Ivanova & Dospatliev, (2017).

Στο γράφημα 13 παρουσιάζουμε το αποτελεσματικό όριο για τον μέγιστο μέσο όρο του EVA και τα ακριβή βάρη για τα συστατικά περιουσιακά στοιχεία στη μέγιστη αναμενόμενη τιμή του (EVA) για το συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου παρουσιάζονται στον Πίνακα 19.



Διάγραμμα 4.9. Αποτελεσματικό σύνορο για ελαχιστοποίηση κινδύνου του EVA (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)



Διάγραμμα 4.10. Αποτελεσματικό σύνορο για μεγιστοποίηση απόδοσης του EVA (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)

Πίνακας 4.4: Minimum risk Eva portfolio

Constraining Value	Valid Trials			Goal Cell Statistics				Adjustable Cells			Hard Constraints	
	(for constraining value)			Mean	Std. Dev.	Min.	Max.	B5	C5	D5	RiskMean(B10)	E5
6,00%	0	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
5,50%	69	4,89%	265	5,51%	4,89%	-9,85%	23,50%	0,0%	10,6%	89,4%	5,51%	1,0
5,00%	182	3,88%	373	5,00%	3,88%	-7,09%	19,72%	0,0%	31,1%	68,9%	5,00%	1,0
4,50%	299	3,07%	760	4,50%	3,07%	-5,51%	15,98%	0,0%	51,4%	48,6%	4,50%	1,0
4,00%	447	2,62%	436	4,00%	2,62%	-5,14%	12,48%	3,3%	65,2%	31,5%	4,00%	1,0
3,50%	595	2,35%	752	3,54%	2,35%	-5,02%	11,78%	18,0%	55,7%	26,3%	3,54%	1,0
3,00%	681	2,29%	800	3,25%	2,29%	-5,50%	11,14%	22,7%	58,7%	18,7%	3,25%	1,0
2,50%	728	2,29%	800	3,25%	2,29%	-5,50%	11,14%	22,7%	58,7%	18,7%	3,25%	1,0

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Πίνακας 4.5: Maximum mean Eva portfolio

Constraining Value	Valid Trials			Goal Cell Statistics				Adjustable Cells			Hard Constraints	
	(for constraining value)	Best Value	Trial	Mean	Std. Dev.	Min.	Max.	B5	C5	D5	RiskStdDev(B10)	E5
2,00%	0	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
2,50%	48	3,80%	471	3,80%	2,48%	-5,94%	11,20%	7,7%	65,1%	27,2%	2,48%	1,00%
3,00%	292	4,45%	448	4,45%	3,00%	-6,98%	13,44%	0,0%	53,4%	46,6%	3,00%	1,00%
3,50%	400	4,79%	511	4,79%	3,50%	-7,56%	15,12%	0,0%	39,5%	60,5%	3,50%	1,00%
4,00%	532	5,06%	766	5,06%	3,98%	-8,55%	16,90%	0,0%	28,6%	71,4%	3,98%	1,00%
4,50%	632	5,32%	50	5,32%	4,50%	-9,69%	19,26%	0,0%	18,0%	82,0%	4,50%	1,00%
5,00%	788	5,56%	706	5,56%	5,00%	-10,73%	21,54%	0,0%	8,4%	91,6%	5,00%	1,00%
5,50%	1000	5,77%	4	5,77%	5,45%	-11,63%	23,53%	0,0%	0,0%	100,0%	5,45%	1,00%
6,00%	1000	5,77%	4	5,77%	5,45%	-11,63%	23,53%	0,0%	0,0%	100,0%	5,45%	1,00%
6,50%	1000	5,77%	4	5,77%	5,45%	-11,63%	23,53%	0,0%	0,0%	100,0%	5,45%	1,00%

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Μέσω του πίνακα 18. παρατηρούμε ότι το μέγιστο βάρος που μπορούν να λάβουν το οικιστικά ακίνητα είναι 22,7% επειδή για μεγαλύτερο ποσοστό μειώνεται τόσο η μέση τιμή όσο και η τυπική απόκλιση. Η βέλτιστη δομή εξαρτάται από την αντίληψη του επενδυτή, αλλά είναι προφανές ότι μέχρι το 3,07% του κινδύνου ο ρυθμός αύξησης του μέσου όρου είναι χαμηλότερος από το Std. Για επίπεδο κινδύνου 3,07% ο βέλτιστος μέσος όρος του EVA είναι 4,5% αυτός είναι ένας βέλτιστος συνδυασμός σύμφωνα με τη μαθηματική προσέγγιση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΟΡΘΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΟΡΩΝ ΣΕ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΑ ΕΡΓΑ: ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΟΥ ΣΑΚΙΔΙΟΥ ΜΕ ΣΤΟΧΟ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ EVA.

5.1 Εισαγωγή

Το ζήτημα της ορθολογικής κατανομής των πόρων είναι ζωτικής σημασίας τόσο στον δημόσιο όσο και στον ιδιωτικό τομέα, μια πολύ σημαντική υποκατηγορία του παραπάνω τομέα είναι τα προβλήματα όπου για να υλοποιηθεί κάθε έργο πρέπει να ολοκληρωθεί ολόκληρο και όχι ένα

μέρος του. Στην παρούσα εργασία, εστιάζουμε σε αυτό το είδος προβλήματος που ονομάζεται πρόβλημα σακιδίου (knapsack) σύμφωνα με τον [Dantzig, \(1930\)](#). Ειδικά στην Ελλάδα, λόγω της δεκαετούς οικονομικής κρίσης και της τρέχουσας κρίσης του κορονοϊού είναι σκόπιμο ο περιορισμένος προϋπολογισμός να κατανεμηθεί όσο το δυνατόν ορθολογικότερα και βέλτιστα αν αυτό είναι δυνατόν. Το πρόβλημα του σακιδίου αποτελεί υποκατηγορία του ακέραιου προγραμματισμού επιτυγχάνοντας την εύρεση βέλτιστης λύσης. Πολλές επιστημονικές έρευνες έχουν ασχοληθεί με το θέμα αυτό αλλά στην Ελλάδα δεν έχει λάβει ακόμη την ανάλογη προσοχή. Θα ασχοληθούμε με τον ενεργειακό τομέα της Ελλάδας, ο οποίος αναπτύσσεται ραγδαία και προσελκύει όλο και περισσότερο ενδιαφέρον για επενδύσεις. Ο τομέας αυτός ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του προβλήματος του σακιδίου υπό τους περιορισμούς ότι ορισμένα έργα δεν μπορούν να υλοποιηθούν χωρίς να έχουν υλοποιηθεί άλλα, όπως ένας ενδιάμεσος σταθμός ενέργειας, και άλλα δεν μπορούν να υλοποιηθούν εάν δημιουργηθούν πρώτα άλλα έργα, διότι ικανοποιούνται οι απαιτήσεις της περιοχής. Διαχωρίζουμε τους περιορισμούς σε δύο πίνακες συμπληρωματικών και συγκρουόμενων επενδυτικών σχεδίων και εφαρμόζουμε την τεχνική του ακέραιου προγραμματισμού με στόχο την εύρεση της βέλτιστης επενδυτικής επιλογής. Στη συνέχεια παρατίθενται η βιβλιογραφική ανασκόπηση και τα κύρια χαρακτηριστικά για την επιλογή του ενεργειακού τομέα καθώς και τα συμπεράσματα και η σχετική συζήτηση.

Στην πρώτη ενότητα αναλύουμε τη βιβλιογραφική ανασκόπηση που είναι σχετική με το πρόβλημα που εξετάζουμε. Στη δεύτερη ενότητα παρουσιάζουμε το κύριο ερευνητικό ερώτημά. Στην τρίτη ενότητα παρέχονται τα δεδομένα μας και η συγκεκριμένη μορφή του μοντέλου μας. Στην τέταρτη ενότητα παρέχονται οι εκτιμήσεις και τα αποτελέσματα. Στην ενότητα συμπερασμάτων συνοψίζουμε όλα τα παραπάνω με την εκτίμησή μας και προσπαθούμε να βρούμε την ορθολογική απάντηση στο κύριο ερώτημα.

5.2 Το ερευνητικό ερώτημα και η θεωρητική τεκμηρίωση του μοντέλου

Το κύριο ερώτημά μας είναι "υπάρχει ένας ορθολογικός και αποτελεσματικός τρόπος για την κατανομή ενός συγκεκριμένου ποσού του προϋπολογισμού σε ένα σύνολο έργων μεταξύ εναλλακτικών λύσεων, ώστε να επιτευχθεί η μέγιστη δυνατή κερδοφορία". Οι μεταβλητές μας είναι Boolean, για επιλεγμένα και μη επιλεγμένα έργα. Με αυτόν τον τρόπο το πρόβλημα αντιμετωπίζεται πρόβλημα προϋπολογισμού του (σακίδιο). Ένα έργο επιλέγεται για να καλυφθεί από τον προϋπολογισμό εάν η συνολική αποδοτικότητα των επιλεγμένων έργων είναι μέγιστη. Αναπτύσσουμε το μοντέλο μας προκειμένου να λύσουμε αυτό το πρόβλημα απαντώντας στο κύριο ερώτημα. Κατασκευάζουμε το μοντέλο χρησιμοποιώντας την γραμμική άλγεβρα έτσι ώστε να πετύχουμε έναν πρακτικό τρόπο για την υλοποίηση πολλών υπόπροβλημάτων με

διαφορετικά ποσοστά απόδοσης. Ένα άλλο υποπρόβλημα που προκύπτει είναι ότι μεταξύ των έργων- Ένα έργο είναι ανεξάρτητο από ένα άλλο- Ένα έργο είναι συμπληρωματικό με ένα άλλο- Ένα έργο είναι διαζευκτικό-συγκρούεται με ένα άλλο. Έτσι το μοντέλο ορίζεται για τις 3 κατηγορίες περιορισμών ως εξής:

Πίνακας μεταβλητών απόφασης X

$$X_{1 \times n} = [x_i] = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (162)$$

Πίνακας κόστους έργων C

$$C_{1 \times n} = [c_i] = [c_1, c_2, c_3, \dots, c_n] \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (163)$$

όπου c_i is το κόστος κατασκευής για κάθε έργο

Πίνακας Αποδόσεων R επί του κόστους

$$R_{1 \times n} = [r_i] = [r_1, r_2, r_3, \dots, r_n] \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (164)$$

Πίνακας ROICC= *Return – OPPEX*

$$R'_{1 \times n} = [r'_i] = [r'_1, r'_2, r'_3, \dots, r'_n] \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (165)$$

$$WACC = i_s \frac{E}{E + DTE * E} + (1 - \varphi) i_D \frac{DTE * E}{E + DTE * E} \quad (166)$$

Αντικειμενική συνάρτηση (O.F)

$$Max \ O.F \quad X_{1 \times n} \times (EVA - WACC) \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (167)$$

Περιορισμοί:

Budget restriction

$$KNAPSACK \quad X_{1 \times n} \times C_{n \times 1}^T = KNAPSACK_{1 \times 1} \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (168)$$

Στις μέρες μας, ειδικά στην Ελλάδα και λόγω της παρατεταμένης ύφεσης μετά την οικονομική κρίση του 2008 και της τρέχουσας πανδημίας του κορονοϊού, είναι επιτακτική ανάγκη η αξιοποίηση του διαθέσιμου προϋπολογισμού με τον βέλτιστο τρόπο. Για να επιτευχθεί αυτό βασικό ρόλο, παίζει η μετατροπή από τις παραδοσιακές επενδύσεις σε εναλλακτικές και σύγχρονες όπως οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Στον τομέα αυτό αναδύεται ένα άλλο κρίσιμο θέμα που είναι η συμπληρωματικότητα και η ανταγωνιστικότητα των έργων. Η συμπληρωματικότητα είναι πολύ σημαντική, διότι δηλώνει ότι ένα έργο είναι αδύνατο και ασύμφορο να υλοποιηθεί χωρίς πρώτα να γίνει ένα άλλο έργο. Αυτό το δεύτερο αποκαλύπτει ακριβώς την αναγκαιότητα για περαιτέρω έρευνα επί του θέματος διότι ένα έργο είναι δυνατόν να μην είναι μόνο απαραίτητο μόνο για την υλοποίηση μιας επένδυσης αλλά μπορεί επίσης να καλύψει τις ανάγκες για άλλες επενδύσεις που μπορούν να γίνουν με τον υπόλοιπο διαθέσιμο προϋπολογισμό. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ένας ενεργειακός σταθμός που καλύπτει τις

ενεργειακές ανάγκες για περισσότερες από μία ενεργειακές επενδύσεις, όπως φωτοβολταϊκά ή ανεμογεννήτριες. Από την άλλη πλευρά, η ανταγωνιστικότητα αντιπροσωπεύει ότι αν γίνει μια επένδυση τότε δεν μπορούν να δημιουργηθούν μια ή περισσότερες διαθέσιμες επενδύσεις. Είναι πολύ σημαντικό ο διαθέσιμος προϋπολογισμός να μην σπαταλάτε και η επιλογή των επενδύσεων να γίνεται αντικειμενικά, έτσι ώστε ο πλουραλισμός όλων των τύπων επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο είναι κατάλληλος. Στον ενεργειακό τομέα αυτό επιτυγχάνεται με το να μην είναι δυνατή η ταυτόχρονη πραγματοποίηση πολλών επενδύσεων ενός τύπου και χωρίς να γίνονται περισσότερες επενδύσεις σε μια περιοχή των όπου καλύπτεται η διαθεσιμότητα ενεργειακών αναγκών.

Ανταγωνιστικά έργα A

$A_{n \times k} = [a_{ij}]$ όπου i = έργα, όπου j = τα ανταγωνιστικά έργα

Για $i = n$ και $j = k$, $a_{ij} = [1,0]$ όπου 1 εάν τα έργα είναι ανταγωνιστικά και 0 σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση.

$$X_{1 \times n} \times A_{n \times k} \leq 1_{1 \times k} \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (169)$$

Συμπληρωματικά έργα S

$S_{n \times m} = [b_{ij}]$ όπου i = projects όπου j = τα συμπληρωματικά έργα

So $i = n$ and $j = m$, $b_{ij} = [1, -1, 0]$ όπου 1 and -1 αντίστοιχα εάν τα έργα είναι συμπληρωματικά ή όχι.

$$X_{1 \times n} \times S_{n \times m} \leq 0_{1 \times m} \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (170)$$

Για να μειωθεί η διάσταση του πίνακα: Εάν υπάρχουν z έργα σε συνδυασμό με ένα άλλο έργο αντιστοίχως ο πίνακας των συμπληρωματικών έργων μετασχηματίζεται.

$i = n$ and $j = m$, $b_{ij} = [1, -z, 0]$ όπου 1 αν το έργο συνδυάζεται με άλλο και -z για κάποιο έργο ηλεκτρικού σταθμού που πρέπει να δημιουργηθεί αν γίνει κάτι από τα παραπάνω και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

$$X_{1 \times n} \times S_{n \times m} \leq 0_{1 \times m} \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (171)$$

Με τις δύο τελευταίες εξισώσεις από τη χρηματοοικονομική θέση, διασφαλίζουμε ότι ο κίνδυνος συγκέντρωσης στο χαρτοφυλάκιο μας θα διατηρηθεί σε χαμηλά επίπεδα και με την ηθική άποψη αποφεύγουμε τη μεροληπτική θέση σε έναν συγκεκριμένο τύπο επένδυσης.

$$WACC = i_s \times \frac{S}{D+S} + i_D \times (1 - \varphi) \times \frac{D}{D+S} \quad (172)$$

Σύμφωνα με INTERNATIONAL VALUATION STANDARDS COUNCIL (IVSC) κάθε επενδυτής απαιτεί διαφορετικό ποσοστό απόδοσης (i_s) εξαρτώμενος από τον τύπο της

επένδυσης (photovoltaics or windmill). Ομοίως οι τράπεζες διαφοροποιούν το επιτόκιο ενυπόθηκου δανείου (i_D) ανάλογα με το είδος της επένδυσης και επιπλέον την πιστοληπτική ικανότητα του επενδυτή. Για το λόγο αυτό, στο υπόδειγμά μας κάθε έργο έχει διαφορετικό ποσοστό απόδοσης. Ένα άλλο σημαντικό μέτρο είναι ο λόγος των κεφαλαίων των επενδυτών $\frac{S}{D+S}$ and banks $\frac{D}{D+S}$ προκειμένου να πετύχουμε μέσω της διαδικασίας της μόχλευσης το ουσιαστικά κεφάλαιο για τη μεγιστοποίηση του κέρδους.

Ένα άλλο ερώτημα που προκύπτει σχετικά με την κερδοφορία αυτού του έργου είναι: αρχικά υποθέτουμε ότι η κερδοφορία είναι ίση με την ΚΠΑ κάθε έργου, εάν η κερδοφορία του συντελεστή απόδοσης είναι IRR, τότε χάνουμε το ανώτερο μέρος του κέρδους μας χρησιμοποιώντας τον συντελεστή προεξόφλησης της ΚΠΑ κάθε έργου, εάν αντικαταστήσουμε τον συντελεστή απόδοσης με τη Μέση Απόδοση Επενδυτικού Κεφαλαίου (AROIC) κάθε έργου. Η υποκατάσταση της απόδοσης του επενδυτικού κεφαλαίου (ROIC) πρέπει να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τις παρούσες αξίες, προκειμένου να μετατραπεί το πρόβλημά μας σε ένα πρόβλημα γραμμικής άλγεβρας ενός πίνακα R ή X ή C πρέπει να είναι διαγώνιος και επιλέγουμε το C επειδή η αιτία αυτής της επιλογής είναι ότι το ποσό επένδυσης κάθε έργου - κόστους δεν εμπλέκεται με περιορισμούς συμπληρωματικότητας και διάκρισης-σύγκρουσης. Επίσης θα θέλαμε σύμφωνα με τον [Liapis, \(2010\)](#) να παράγουμε ένα διάνυσμα EVA κάθε έργου [Stewart, \(2009\)](#). Η αιτία όλου αυτού του μετασχηματισμού προκύπτει για να εισαχθεί η θεωρία EVA στο πρόβλημα.

Αφαιρώντας (11) από (4) Ο.Φ γίνεται:

$$\begin{aligned} X_{1 \times n}^T &\times C_{n \times n}^D \times R_{n \times 1}' - \\ X_{1 \times n}^T &\times C_{n \times n}^D \times WACC_{n \times 1} \Leftrightarrow \\ X_{1 \times n}^T &\times C_{n \times n}^D \times [R'^T - WACC]_{n \times 1} \Leftrightarrow \\ X_{1 \times n}^T &\times C_{n \times n}^D \times EVA_{n \times 1} = Profit_{1 \times 1} \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \end{aligned} \quad (173)$$

Με την προσέγγιση που αναλύσαμε παραπάνω, ένα διάνυσμα EVA αποτελεί κρίσιμο παράγοντα για την εκπλήρωση του σακιδίου. Όλος ο παραπάνω μετασχηματισμός δίνει την αξία της διαφορετικής προσέγγισης στη λήψη αποφάσεων για το πρόβλημα πολλαπλών επενδύσεων υπό τους περιορισμούς του knapsack.

Πολλά έργα μπορεί να έχουν αρνητικό EVA εκτός από τους περιορισμούς μας ένα νέο φίλτρο πρέπει να επιβάλει ως εξής : $Eva \geq 0$ or $R_i \geq WACC$

$C \times X_i$ θα μπορούσε να είναι ένα βαθμωτό γινόμενο, αλλά για να είναι ακριβές το Eva για κάθε έργο το WACC είναι ένα διάνυσμα με το ίδιο αριθμό στοιχείων.

Ένα άλλο ζήτημα που αφορά το WACC είναι ο συνδυασμός διαφορετικών τύπων κεφαλαίου που αντικατοπτρίζεται μέσω της μόχλευσης, η οποία μπορεί να διαφέρει από έργο σε έργο. Με τη χρήση του προτιμώμενου κεφαλαίου η ανταγωνιστικότητα και η συμπληρωματικότητα μεταξύ των έργων, εκτός από τους τεχνικούς και οικονομικούς λόγους, εξαρτάται τόσο από περιβαλλοντικούς όσο και από κοινωνικό-ρυθμιστικούς παράγοντες.

5 Δεδομένα και κατασκευή μοντέλου

Χρησιμοποιούμε δεδομένα από την ελληνική αγορά πράσινης ενέργειας, έχουμε ένα σύνολο δεκαπέντε έργων εναλλακτικών επενδύσεων, τέσσερις ανεμογεννήτριες, δεκατρία φωτοβολταϊκά και τρεις ηλεκτρικούς σταθμούς. Ένας όγκος προϋπολογισμού αναλύει τις ανεμογεννήτριες, τα φωτοβολταϊκά και τις υποχρεωτικές υποδομές σύνδεσης. Όλα τα παραπάνω έργα έχουν ένα ποσοστό απόδοσης και ειδικά οι υποδομές έχουν αποδόσεις που προκύπτουν με τη χρήση από άλλα έργα. Το συγκεκριμένο μοντέλο μας και οι πίνακες των δεδομένων μας παρέχονται παρακάτω. Ο όγκος του προϋπολογισμού διαχωρίζεται σε ίδια κεφάλαια ή μετοχικά κεφάλαια και δανειακά κεφάλαια με τη χρήση ενός δείκτη μόχλευσης. Ο ηλεκτρικός σταθμός εκφράζεται με 0,2 € και απόδοση 6% η οποία ταυτίζεται με το WACC επειδή ο ηλεκτρικός σταθμός δεν παράγει μεμονωμένα ROIC αλλά είναι κατάλληλο να παράγει ένα άλλο έργο.

Objective Function:

$$O.F = \sum_{i=1}^{20} [X_i \times (EVA_i - WACC_i)] \quad \forall i = 1,2 \dots n \text{ projects} \quad (174)$$

$$EVA^T = [EVA_i] = [EVA_1, EVA_2, \dots EVA_{20}] \quad \forall i = 1,2 \dots n \text{ projects} \quad (175)$$

$$EVA_i = r'_i - wacc_i \quad \forall i = 1,2 \dots n \text{ projects} \quad (176)$$

$$r'_i = \text{ROIC of each project} \quad \forall i = 1,2 \dots n \text{ projects}$$

Budget = 15 million €

WACC: πίνακας του WACC για κάθε έργο

E8, E13, E15 αναπαριστούν του ενεργειακούς σταθμούς όπου δεν παρέχουν από μόνοι τους κέρδος αλλά είναι απαραίτητοι για τη λειτουργία των υπόλοιπων τύπου επενδύσεων και για αυτό το λόγο το EVA = 0.

Restrictions:

$$E1 \text{ or } E3 \text{ or } E14 \quad (177)$$

$$E12 \text{ and } E5 \text{ and } E16 \text{ then } E8 \quad (178)$$

$$E11 \text{ and } E4 \text{ then } E15 \quad (179)$$

$$E7 \text{ or } E9 \quad (180)$$

$$X_{12} \times \Pi_{12} + X_5 \times \Pi_5 + X_{16} \times \Pi_{16} \geq 14000 \quad (181)$$

$$X_{11} \times \Pi_{11} + X_4 \times \Pi_4 \geq 3000 \quad (182)$$

$$\sum_{i=1}^{20} X_i \times C_i \leq Budget \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ projects} \quad (183)$$

Επεξηγήσεις επί των περιορισμών:

1. Μόνο μία από τις επενδύσεις E1, E2 and E14 μπορεί να υλοποιηθεί σύμφωνα με:

$$x_{1+} + x_3 + x_{14} \leq 1. \quad (184)$$

2. E8 αντιπροσωπεύει έναν σταθμό ηλεκτρικής ενέργειας και οι E4, E5 και E17 είναι επενδύσεις φωτοβολταϊκών όπου θα δημιουργηθούν στην ίδια περιοχή. Εάν υλοποιηθεί τουλάχιστον ένας από τους 3 είναι σκόπιμο να δημιουργηθεί ο E8 διότι θα καλύψει τις ενεργειακές ανάγκες και των 3. Η εξίσωση που το αντιπροσωπεύει αυτό είναι:

$$x_{12} + x_5 + x_{16} - 3x_8 \leq 0. \quad (185)$$

3. Το E15 αντιπροσωπεύει έναν σταθμό ηλεκτρικής ενέργειας και τα E11, E6 είναι επενδύσεις φωτοβολταϊκών όπου θα δημιουργηθούν στην ίδια περιοχή. Εάν υλοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα 2 το E15 είναι σκόπιμο να δημιουργηθεί διότι θα καλύψει τις ενεργειακές ανάγκες και των 2. Η εξίσωση που το αντιπροσωπεύει αυτό είναι:

$$x_{11} + x_4 - 2x_{15} \leq 0. \quad (186)$$

4. Μόνο μια εκ των E4, E6 μπορεί να υλοποιηθεί σύμφωνα με την εξίσωση:

$$x_7 + x_9 \leq 1. \quad (187)$$

5. Τα έργα που ανήκουν στο περιορισμό 2 πρέπει εφόσον γίνει ενεργειακός σταθμός να καλύπτουν το ελάχιστο των ενεργειακών αναγκών της περιοχής.

6. Τα έργα που ανήκουν στο περιορισμό 3 πρέπει εφόσον γίνει ενεργειακός σταθμός να καλύπτουν το ελάχιστο των ενεργειακών αναγκών της περιοχής.

7. Το συνολικό κόστος δεν μπορεί να υπερβαίνει το διαθέσιμο προϋπολογισμό

$$Budget \leq 150000000\text{€} \quad (188)$$

Στον πίνακα 1. Κόστος και ROIC των διαθέσιμων επενδυτικών σχεδίων και των ηλεκτρικών σταθμών παρέχονται οι πληροφορίες σχετικά με τα επενδυτικά σχέδια.

Table 5.1. Δεδομένα επενδυτικών σχεδίων

	COST	PRODUCTION	PRICE	REVENUE	TYPE
E1	5,00 €	18000	50€	0,9€	WINDMILL
E2	3,00 €	9750	40€	0,39€	WINDMILL
E3	4,00 €	10000	60€	0,6€	WINDMILL
E4	1,00 €	2300	65€	0,15€	PHOTOVOLTAICS
E5	0,75 €	1200	68€	0,081€	PHOTOVOLTAICS
E6	1,50 €	2800	70€	0,196€	PHOTOVOLTAICS
E7	0,60 €	1250	72€	0,09€	PHOTOVOLTAICS
E8	0,20 €				ELECTRIC STATION
E9	0,40 €	850	75€	0,063€	PHOTOVOLTAICS
E10	0,50 €	750	66€	0,049€	PHOTOVOLTAICS
E11	1,00 €	1500	74€	0,111€	PHOTOVOLTAICS
E12	0,50 €	700	65€	0,045€	PHOTOVOLTAICS
E13	0,20 €				ELECTRIC STATION
E14	4,00 €	14000	45€	0,63€	WINDMILL
E15	0,20 €				ELECTRIC STATION
E16	5,00 €	13500	63€	0,85€	PHOTOVOLTAICS
E17	0,70 €	830	67€	0,055€	PHOTOVOLTAICS
E18	0,80 €	770	70€	0,053€	PHOTOVOLTAICS
E19	2,00 €	4750	63€	0,299€	PHOTOVOLTAICS
E20	1,45 €	2230	65€	0,15€	PHOTOVOLTAICS

Πηγή: Δεδομένα από την ελληνική αγορά ενέργειας

4.3 Εκτιμήσεις και αποτελέσματα

Χρησιμοποιώντας evolver του palisade decision tools suite τα ευρήματά μας παρέχονται παρακάτω:

Επειδή η αντικειμενική μας συνάρτηση είναι γραμμική και ειδικά οι εξαρτημένες μεταβλητές είναι ακέραιες το πρόβλημά μας είναι πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και λόγω αυτού

η λύση που θα προκύψει είναι βέλτιστη. Το evolver είναι ικανό να επιλύσει πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού εάν δεν υπάρχουν μη γραμμικές συναρτήσεις όπως τετραγωνικές ρίζες και λογάριθμοι και δεν υπάρχουν μη ομαλά χαρακτηριστικά όπως συναρτήσεις if.

Το Evolver εγγυάται ότι θα βρεθεί η βέλτιστη λύση.

Πίνακες Περιορισμών:

Στο πίνακα 2. Οι πίνακες των συγκρουόμενων και συμπληρωματικών έργων παρέχουν τους πίνακες των εξισώσεων των συγκρουόμενων και συμπληρωματικών έργων αντίστοιχα (π.χ. αν το έργο 1 και το έργο 2 είναι συγκρουόμενα, τότε η εξίσωση που το αντιπροσωπεύει είναι η εξής $x_7 + x_9 \leq 1$ π.χ. εάν τα έργα 3 και 4 είναι συμπληρωματικά με το έργο 5 του ηλεκτρικού σταθμού, τότε η αντίστοιχη εξίσωση είναι η εξής $x_{11} + x_4 - 2 \times x_{15} \leq 0$).

Πίνακας 5,2. πίνακες των συγκρουόμενων και συμπληρωματικών έργων

	Conflict	
X1	1	0
X2	0	0
X3	1	0
X4	0	0
X5	0	0
X6	0	0
X7	0	1
X8	0	0
X9	0	1
X10	0	0
X11	0	0
X12	0	0
X13	0	0
X14	1	0
X15	0	0
X16	0	0
X17	0	0
X18	0	0
X19	0	0
X20	0	0

RESTRICTIONS

X x A		
-------	--	--

	Complementary	
0		0
0		0
0		0
0		1
1		0
0		0
0		0
-3		0
0		0
0		0
0		1
1		0
0		0
0		0
0		-2
1		0
0		0
0		0
0		0
0		0

RESTRICTIONS

X x S		
-------	--	--

<=	
LIMIT OF RESTRICTIONS	
1	1

<=	
LIMIT OF RESTRICTIONS	
0	0

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Στον πίνακα 3. Matrix of EVA (ROIC-WACC) and Diagonal Matrix of Cost C^D παρέχεται η EVA κάθε έργου (για τους ηλεκτρικούς σταθμούς EVA = 0) και ο διαγώνιος πίνακας κόστους, επίσης παρέχεται ο υπολογισμός του συνολικού knapsack EVA-PROFIT χρησιμοποιώντας επιλεγμένα έργα X.

Πίνακας. 5.3 Διάρθρωση βέλτιστου χαρτοφυλακίου

	EVA=ROIC-WACC	ROIC	WACC	COST ^D	X	SELECTED PROJECTS
X1	6%	13%	6,7%	5,00 €	0	WINDMILL
X2	0%	8%	8,1%	3,00 €	1	-
X3	3%	10%	7,3%	4,00 €	0	-
X4	3%	10%	6,7%	1,00 €	1	-
X5	-2%	6%	8,1%	0,75 €	0	PHOTOVOLTAICS
X6	1%	8%	7,3%	1,50 €	0	PHOTOVOLTAICS
X7	3%	10%	6,7%	0,60 €	0	-
X8	0%	0%	0%	0,20 €	1	ENERGY STATION
X9	4%	11%	6,7%	0,40 €	0	-
X10	-3%	5%	8,1%	0,50 €	0	-
X11	-2%	6%	8,1%	1,00 €	1	PHOTOVOLTAICS
X12	-4%	4%	8,1%	0,50 €	1	PHOTOVOLTAICS
X13	0%	0%	0%	0,20 €	0	-
X14	4%	11%	6,7%	4,00 €	1	WINDMILL
X15	0%	0%	0%	0,20 €	1	ENERGY STATION
X16	5%	12%	6,7%	5,00 €	1	PHOTOVOLTAICS
X17	-5%	3%	8,1%	0,70 €	0	-
X18	-4%	4%	8,1%	0,80 €	0	-
X19	0%	3%	6,7%	2,00 €	0	-
X20	1%	-3%	8,1%	1,45 €	0	-

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Το EVA των ηλεκτρικών σταθμών είναι 0% επειδή δεν παράγουν κέρδος, αλλά αυτά είναι κατάλληλα για τη δημιουργία ενός άλλου έργου.

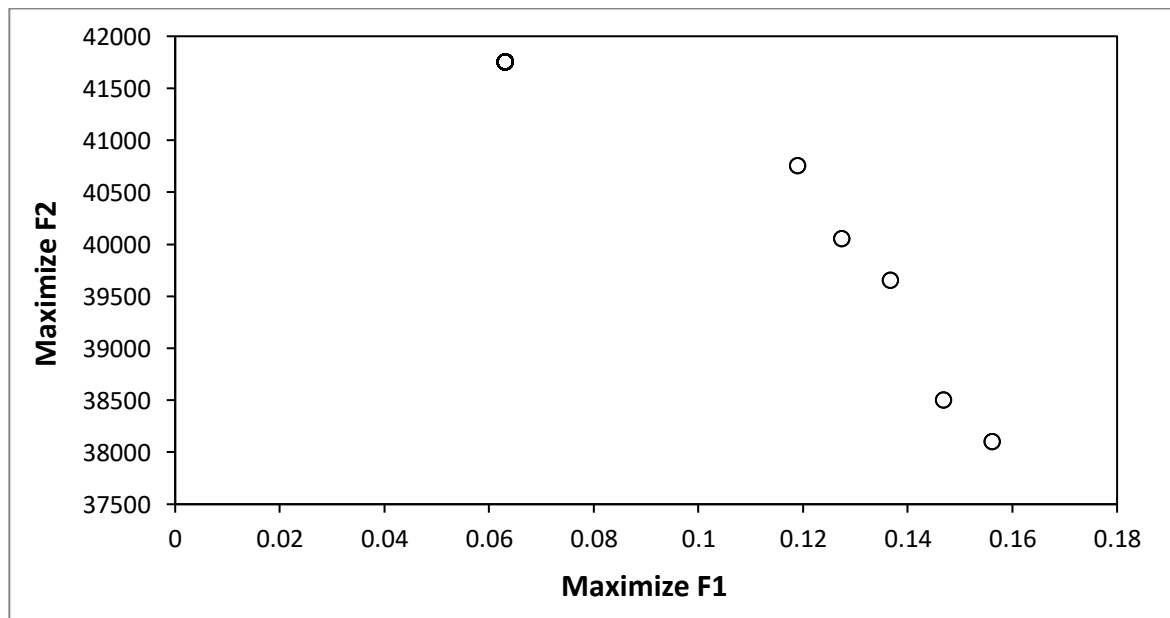
Στον Πίνακα 4 παρουσιάζονται η Εκτίμηση της Αντικειμενικής Συνάρτησης (O.F) - συνολικός προϋπολογισμός σε σχέση με το κόστος των επιλεγμένων έργων και το ποσοστό του συνολικού προϋπολογισμού σε σχέση με το κόστος των επιλεγμένων έργων και η κατανομή του επενδυμένου κόστους ανά τύπο ενεργειακών έργων. Παρέχεται επίσης ο μέγιστος προϋπολογισμός όπου πρέπει να καταναλωθεί προκειμένου να επιτευχθεί το μέγιστο κέρδος έναντι του περιορισμού μας των 15 εκατομμυρίων ευρώ,

Πίνακας 5.4. Εκτίμηση της Αντικειμενικής Συνάρτησης (O.F.) - συνολικό EVA ή ΚΕΡΔΟΣ, προϋπολογισμός έναντι του κόστους των επιλεγμένων έργων και ποσοστό του συνολικού EVA ή ΚΕΡΔΟΥΣ επί του κόστους των επιλεγμένων έργων και της κατανομής του επενδυμένου κόστους ανά τύπο ενεργειακών έργων.

Πίνακας. 5.4 Βελτιστοποίηση χαρτοφυλάκιο

MAX EVA OF KNAPSACK	6,32%
FULFIL OF KNAPSACK = X * C	14,9 €
MAX PRODUCTION	41750

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη



Διάγραμμα 5.1 Pareto Front (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)

Από το παραπάνω διάγραμμα που αντικατοπτρίζει το αποτελεσματικό μέτωπο Pareto οι βέλτιστες λύσεις (Max Eva, Max Production) κυμαίνονται από (14,7%, 38000) έως (6,3%, 41750).

Σύμφωνα με τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε από την Ελληνική Αγορά Πράσινης Ενέργειας, τα οποία προέρχονται από μια μελέτη περίπτωσης, παρόμοια δεδομένα οποιουδήποτε έργου μπορούν να χρησιμοποιηθούν.

Από την παραπάνω εκτίμηση συνάγεται ότι η βέλτιστη δομή χαρτοφυλακίου είναι:

1: εκπλήρωση του σακιδίου - προϋπολογισμός: Στο παράδειγμά μας, ο βέλτιστος προϋπολογισμός που πρέπει να καταναλωθεί είναι 14,9 εκατ. ευρώ.

2: επιλογή των έργων x_i : Η βέλτιστη δομή του χαρτοφυλακίου μας περιλαμβάνει τα έργα E2, E4, E11, E12 και E14, E16 και τους ηλεκτρικούς σταθμούς E8 και E15.

3: O.F1: Το βέλτιστο κέρδος είναι 6,32%

4: O.F2: Βέλτιστη παραγωγή 41750

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΟΡΘΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΠΟΡΩΝ ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΔΗΜΟΣΙΟΥ ΤΟΜΕΑ: ΚΥΡΙΑ ΕΥΡΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΕΣ ΔΙΑΧΕΙΡΗΣΗΣ

6.1 Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας έρευνας είναι η διερεύνηση της σχέσης μεταξύ Δημόσιων Δαπανών-Δημοσίων Εσόδων-ΑΕΠ και να τις χρησιμοποιήσει για την εφαρμογή της σύγχρονης διαδικασίας λήψης αποφάσεων στη δημόσια διοίκηση. Τα λογιστικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα βρέθηκαν στον ελληνικό δημόσιο απολογισμό, στην εκτέλεση του προϋπολογισμού και στους ετήσιους ισολογισμούς για την περίοδο 2000-2021. Από το 2019 για να προωθηθεί η εύκολη κατανόηση των δημόσιων λογαριασμών από το ευρύτερο κοινό και η συγκρισιμότητά τους με αυτούς άλλων ευρωπαϊκών χωρών, καθορίστηκε το περιεχόμενο του νέου Λογιστικού Πλαισίου Γενικής Κυβέρνησης με βάση τα διεθνώς αποδεκτά λογιστικά πρότυπα του Ελληνικού Υπουργείου Οικονομικών (minifin). Για να επιτευχθεί ένα συνεχές και συγκρίσιμο μέτρο για ολόκληρη την περίοδο εξέτασης, είναι απαραίτητος ο μετασχηματισμός των λογαριασμών. Το άρθρο μας ανταποκρίνεται στο ερώτημα αν υπήρχαν αρκετά σημάδια

οικονομικής κρίσης και αν η πολιτική διαχείρισης που ακολουθήθηκε ήταν κατάλληλη. Με τη χρήση των κατάλληλων στοιχείων, διαπιστώθηκε ότι βάσει χρονολογικών σειρών και στατιστικής ανάλυσης, υπήρχαν ενδείξεις που σχετίζονται με την αναποτελεσματικότητα του ελληνικού κράτους.

Χρησιμοποιούνται ελληνικά στοιχεία για είκοσι ένα έτη και το βασικό εργαλείο για την επίτευξη του στόχου της εργασίας είναι η ανάλυση χρονολογικών σειρών για τις δημόσιες δαπάνες και τα δημόσια έσοδα. Κάθε τύπος εσόδων ή δαπανών ονομάστηκε ως ξεχωριστή μεταβλητή και τα δημόσια έσοδα, οι δημόσιες δαπάνες όπως και οι μέθοδοι χρηματοδότησης εξετάζονται όλα με τη χρήση κατάλληλων χρηματοοικονομικών τεχνικών. Πρώτον, διερευνήθηκε μέσω της ανάλυσης χρονοσειρών το αποτέλεσμα των δημόσιων εσόδων και δαπανών, το πρωτογενές πλεόνασμα/έλλειμμα και το χρέος/ΑΕΠ (ακαθάριστο εγχώριο εισόδημα) και η επίδραση της κρίσης. Στη συνέχεια μια ανάλυση σταθερότητας των δαπανών κάθε υπουργείου διαχρονικά θα εφαρμοστεί και ένας διαχωρισμός των υπουργείων σε παραγωγικά ή όχι με κριτήριο αν παράγουν δημόσιο αγαθό. Μέσω αυτού θα δούμε τη σύνδεση των δαπανών κάθε υπουργείου στην οικονομία και θα αναλύσουμε τα αποτελέσματα για τις κατάλληλες δράσεις πολιτικής σε κάθε υπουργείο.

Η ελληνική οικονομία στο χρονικό ορίζοντα της έρευνας αντιμετωπίζει μια κρατική κρίση που ξεκίνησε ταυτόχρονα με την παγκόσμια χρηματοπιστωτική κρίση το 2008 και την κρίση του κορονοϊού. Η αδυναμία του δημόσιου τομέα να στηρίξει τη δημόσια χρηματοδότηση εξακολουθεί να αποτελεί το κύριο ζήτημα που αντιμετωπίζει η ελληνική οικονομία. Έχουν αναληφθεί πολυάριθμες πολιτικές πρωτοβουλίες για την αντιμετώπιση αυτής της δύσκολης κατάστασης, αλλά η αδύναμη και ιδιαίτερα μοχλευμένη δημόσια χρηματοδότηση παραμένει ευάλωτη. Στην παρούσα εργασία τα δεδομένα τροποποιούνται σε μια μορφή παλαιού λογιστικού πλαισίου γενικής κυβέρνησης για την συγκρισιμότητα σε όλη την υπό εξέταση περίοδο. Με τη χρήση σύγχρονων ποσοτικών εργαλείων, παρατηρείται ότι τα σημάδια της επερχόμενης κρίσης χρέους ήταν εμφανή.

6.2 Explanatory Data Analysis (EDA)

6.2.1 Προ επεξεργασία δεδομένων (Data Preprocessing)

Τα δεδομένα της έρευνάς μας προέρχονται κυρίως από την εκτέλεση του προϋπολογισμού του ελληνικού υπουργείου κατά την περίοδο 2000-2021 και από την ΕΛΣΤΑΤ και ορίζουμε ως οικονομική μεγέθυνση το ρυθμό αύξησης του πραγματικού ΑΕΠ (DRGDP). Τα στοιχεία αφορούν έσοδα και δαπάνες του κράτους και τα ποσά έχουν μετατραπεί σε ευρώ με τη χρήση της σταθερής ισοτιμίας: 1 ευρώ = 340,75 δραχμές. Για να αποκτήσουμε μια γενική εικόνα του απολογισμού του κράτους μετατρέπουμε τους εθνικούς λογαριασμούς σε ενιαία μορφή πριν από το 2019.

Για να προωθηθεί η εύκολη κατανόηση των δημόσιων λογαριασμών από το ευρύτερο κοινό και η συγκρισιμότητά τους με εκείνους άλλων ευρωπαϊκών χωρών, το περιεχόμενο του νέου Λογιστικού Πλαισίου Γενικής Κυβέρνησης καθορίστηκε με βάση τα διεθνώς αποδεκτά λογιστικά πρότυπα. Ωστόσο, για να εξασφαλιστεί ο απαιτούμενος χρόνος για την ανάπτυξη των απαραίτητων διαδικασιών και συστημάτων για την ορθή παρουσίαση των οικονομικών και γενικών περιουσιακών στοιχείων της Γενικής Κυβέρνησης, καθορίστηκε ότι το νέο Λογιστικό Πλαίσιο θα εφαρμοστεί πρώτα από την Κεντρική Διοίκηση, δηλαδή σταδιακά από 1.1.2019. Παράλληλα, για την ορθή διάρθρωση και λεπτομερή ταξινόμηση των εσόδων και δαπανών του Κρατικού Προϋπολογισμού, προβλέπεται η αντιστοίχιση των νέων αριθμών λογαριασμών εσόδων και δαπανών του προϋπολογισμού (ΑΛΕ) με τους ήδη υπάρχοντες κωδικούς αριθμούς εσόδων και δαπανών (ΑΛΕ). Σύμφωνα με αυτή τη νέα ταξινόμηση των εσόδων και δαπανών του Κρατικού Προϋπολογισμού, οι ΕΛΕ είναι πλέον κοινοί για τον Τακτικό Προϋπολογισμό και το Πρόγραμμα Δημόσιας Οικονομίας (ΚΑΕ).

Τα στοιχεία των οικονομικών καταστάσεων της περιόδου 2019-2021 έχουν αναπροσαρμοστεί στις καταστάσεις προηγούμενων περιόδων για να καταστούν όσο το δυνατόν πιο συγκρίσιμες, για να τις παρουσιάσουν με βάση τη μέτρηση που απαιτείται από τη Λογιστική Πολιτική για την Πρώτη Εφαρμογή του Λογιστικού Πλαισίου της Γενικής Κυβέρνησης:

- Έσοδα:
- Άμεσοι φόροι (DT)- Φόρος εισοδήματος φυσικών προσώπων και φόρος εισοδήματος νομικών προσώπων και κοινωνικές εισφορές.
- Έμμεσοι φόροι (IT) - δασμοί και φόροι που επιβάλλονται στα εισαγόμενα αγαθά και φόροι στην τοπική παραγωγή και κατανάλωση αγαθών και υπηρεσιών, καθώς και άλλοι φόροι που επιβάλλονται κατά τη διάρκεια των συναλλαγών.

- - Εισόδημα από ακίνητα και επιχειρήσεις (PBI) - ως πωλήσεις αγαθών και υπηρεσιών και πάγια περιουσιακά στοιχεία
- - Λοιπά μη φορολογικά έσοδα (ONTR) - Λοιπά τρέχοντα έσοδα εκτός από τους τόκους και τις μεταβιβάσεις εκτός από τις τρέχουσες μεταβιβάσεις από οργανισμούς της ΕΕ και κράτη μέλη και εκτός από τις επιχορηγήσεις εγχώριων επενδύσεων και τις επιχορηγήσεις επενδύσεων από την ΕΕ.
- - Τρέχουσες μεταβιβάσεις από οργανισμούς της ΕΕ και κράτη μέλη (TEU)
- - Πιστωτικά και λοιπά έσοδα από δημόσιο χρέος (ΠΔΕ)- ως χρηματοοικονομικές υποχρεώσεις (δάνεια, χρεόγραφα από υποχρεώσεις και χρηματοοικονομικά παράγωγα)
- - Διάφορα ειδικά μη φορολογικά έσοδα (SNTR) - ως Χρηματοοικονομικά στοιχεία ενεργητικού (Μετοχικοί τίτλοι και μερίδια επενδυτικών κεφαλαίων και χρεωστικά χρεόγραφα)
- - Έσοδα από πρόγραμμα δημοσίων επενδύσεων (RPIP) - ως εγχώριες επιχορηγήσεις επενδύσεων και επιχορηγήσεις επενδύσεων από την ΕΕ και επιστροφή μεταβιβάσεων για την εκτέλεση επενδυτικών σχεδίων και χρεώσεων και πιστωτικά έσοδα για προγράμματα.
- Φόροι (T)
- Μη φορολογικά έσοδα (NT)
- Συνολικά τακτικά έσοδα (TRR)
- Συνολικά έσοδα τακτικού προϋπολογισμού (TRB)
- Συνολικά έσοδα του γενικού προϋπολογισμού (TR)
- Εκποίηση δημόσιας περιουσίας (DPP)
- Πρωτογενή έσοδα (PR)

Δαπάνες:

- Πληρωμές για υπηρεσίες (PS) - ως παροχές σε εργαζομένους και κοινωνικές παροχές, πληρωμές για υπηρεσίες και ενοίκια
- Προμήθειες αγαθών και κεφαλαιουχικού εξοπλισμού (SGCE)- ως αγορές αγαθών και υπηρεσιών εκτός από πληρωμές για υπηρεσίες και ενοίκια και συν αγορές παγίων περιουσιακών στοιχείων
- Μεταφορές (TP) - ως Μεταφορές εκτός από τις δαπάνες του NATO και τις επιστροφές ειδικά στην Ε.Ε., εκτός από το αντάλλαγμα για τα περιουσιακά στοιχεία των Τομέων Ασφάλισης

προσωπικού της ΔΕΗ που έχουν ενσωματωθεί στη ΔΕΗ Α.Ε. (άρθρο 34 του Ν. 2773/99) και αποζημιώσεις συν επιχορηγήσεις και Προκαταβολές και λοιπές απαιτήσεις.

- Πληρωμές από Κερδηθέντα Εισοδήματα (PEI.) - ως επιστροφές κυρίως προς την Ε.Ε., ανταλλάγματα για τα περιουσιακά στοιχεία των Τομέων Ασφάλισης Προσωπικού της ΔΕΗ που έχουν ενσωματωθεί στη ΔΕΗ Α.Ε. (άρθρο 34 του Ν. 2773/99), αποζημιώσεις και λοιπές δαπάνες.
- Έξοδα συμμετοχής στο NATO (NE)
- Δαπάνες που δεν περιλαμβάνονται σε άλλες κατηγορίες (OE) - ως πιστώσεις που πρέπει να κατανεμηθούν.
- Πληρωμές για πιστώσεις εξυπηρέτησης δημοσίου χρέους (PPD) - ως τόκοι και χρηματοοικονομικές υποχρεώσεις
- Απαλλοτριώσεις και Αγορές (EXPP) - ως Μετοχικοί τίτλοι και μερίδια επενδυτικών κεφαλαίων και Αντάλλαγμα για τα περιουσιακά στοιχεία των Τομέων Ασφάλισης Προσωπικού ΔΕΗ που ενσωματώνονται στη ΔΕΗ Α.Ε. (άρθρο 34 του Ν. 2773/99) και αποζημιώσεις.
- Πληρωμές προγράμματος δημοσίων επενδύσεων (PPIP)
- Συνολικά έξοδα (TE)
- Πρωτογενή έξοδα (PE)

Ο προϋπολογισμός δημοσίων επενδύσεων, ο οποίος χρηματοδοτεί το Πρόγραμμα Δημοσίων Επενδύσεων (ΠΔΕ), αποτελεί μέρος του ενιαίου κρατικού προϋπολογισμού. Κατά συνέπεια, τα κύρια έσοδα του ΠΔΕ προέρχονται από τις κύριες κατηγορίες και υποκατηγορίες εσόδων του προϋπολογισμού και από εγχώριες ή επενδυτικές επιχορηγήσεις της Ευρωπαϊκής Ένωσης ή/και άλλα τρέχοντα έσοδα. Τυχόν έλλειμμα μεταξύ των εσόδων και των δαπανών του ΠΔΕ χρηματοδοτείται από (α) έσοδα από χρηματοοικονομικές συναλλαγές (δανεισμός του Δημοσίου), (β) ταμειακούς πόρους και (γ) έσοδα από οποιαδήποτε κατηγορία του Κρατικού Προϋπολογισμού, όπως φορολογικά έσοδα ή έσοδα από την πώληση αγαθών και υπηρεσιών. Από το δημοσιονομικό έτος 2021, οι πόροι για την υλοποίηση έργων που χρηματοδοτούνται από το Ταμείο Ανάκαμψης και Ανθεκτικότητας προστίθενται στους διαθέσιμους πόρους του ΠΣΔ. Τα αντίστοιχα έσοδα που εισπράττονται έχουν καταγραφεί ως έσοδα του τακτικού προϋπολογισμού στην κατηγορία των μεταβιβάσεων. Στον Κρατικό Προϋπολογισμό υπάρχουν αναλυτικοί λογαριασμοί δαπανών υπό τον τίτλο, C29, στους οποίους οι πιστώσεις προϋπολογίζονται υπό την κατανομή για να μεταφερθούν σε άλλους ΑΛΕ, όπου

χρησιμοποιούνται για την πραγματοποίηση των σχετικών δαπανών. Οι μηδενικές πληρωμές, επομένως, που εμφανίζονται στις επιμέρους κατηγορίες του C29 (ΑΛΕ) δεν αντιπροσωπεύουν τη μη κατανομή των σχετικών πιστώσεων, δεδομένου ότι η διαφορά μεταξύ του ποσού που έχει εγγραφεί στον προϋπολογισμό και του ποσού στο οποίο ανέρχεται ο αριθμός των πιστώσεων στην εν λόγω ΑΛΕ, αντιστοιχεί στις πιστώσεις που μεταφέρονται σε άλλες εκτέλεσης δαπανών. Όλες οι παραπάνω πληροφορίες προέρχονται από την έκθεση της επιτροπής ελέγχου.

Δεδομένου ότι η διαμόρφωση των υπουργείων έχει αλλάξει πάρα πολλές φορές κατά τη διάρκεια των 21 ετών που εξετάζουμε, προβήκαμε σε ανάλυση των δαπανών με βάση την τρέχουσα δομή βάσει ορισμένων παραδοχών.

- - Υπουργείο Εσωτερικών (ΜΙ): Δαπάνες του Υπουργείου Εσωτερικών μείον την περίοδο 2007-2016 δαπάνες για τη διοικητική μεταρρύθμιση συν τη Γενική Γραμματεία Μακεδονίας και Θράκης
- - Υπουργείο Εξωτερικών (ΜΦΑ): Για όλη την περίοδο δαπάνες του Υπουργείου Εξωτερικών και πριν την περίοδο 2011 οι δαπάνες των αντιπροσωπειών στο εξωτερικό από το Υπουργείο Οικονομικών
- - Υπουργείο Εθνικής Άμυνας (ΜΝΦ): Οι δαπάνες είναι οι ίδιες για όλη την περίοδο.
- - Υπουργείο Υγείας (ΜΗ): Δαπάνες του Υπουργείου Υγείας μείον τις δαπάνες αθλητισμού και πρόνοιας
- - Υπουργείο Δικαιοσύνης (ΜΙ): Δαπάνες του Υπουργείου Δικαιοσύνης και δαπάνες των απαντήσεων της Ανεξάρτητης Διοικητικής Αρχής για την προστασία του απορρήτου των επικοινωνιών από το Υπουργείο Εσωτερικών
- - Υπουργείο Παιδείας και Θρησκευμάτων (ΜΕ): Δαπάνες Παιδείας μείον δαπάνες της Γενικής Γραμματείας Έρευνας και Τεχνολογίας
- - Υπουργείο Πολιτισμού και Αθλητισμού (ΜCS): Δαπάνες για Αθλητισμό και Πολιτισμό μείον Τουρισμός και Εθνικό Συμβούλιο Ραδιοεπικοινωνιών
- - Υπουργείο Οικονομικών (ΜΦ): Δαπάνες Υπουργείου Οικονομικών συν εθνικό συμβούλιο ραδιοεπικοινωνιών και Γενική Γραμματεία Πληροφοριών και Επικοινωνιών μείον Γενική Γραμματεία Πληροφοριακών Συστημάτων
- - Υπουργείο Αγροτικής Ανάπτυξης και Τροφίμων (ΜΡΔ): Οι δαπάνες είναι οι ίδιες για όλη την περίοδο.

- Υπουργείο Περιβάλλοντος και Ενέργειας (MEE): Δαπάνες για το περιβάλλον και την ενέργεια μείον δαπάνες για δημόσια έργα
- Υπουργείο Εργασίας και Κοινωνικών Υποθέσεων (MLSA): Δαπάνες για την εργασία συν δαπάνες για την πρόνοια
- Υπουργείο Ανάπτυξης και Επενδύσεων (MDI): Δαπάνες για ανάπτυξη και επενδύσεις συν Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας
- Υπουργείο Υποδομών και Μεταφορών (MIT): Δαπάνες Υποδομών και Μεταφορών συν Δαπάνες για δημόσια έργα
- Υπουργείο Ναυτιλίας και Νησιωτικής Πολιτικής (MMI): Δαπάνες για τη νησιωτική πολιτική και το Αιγαίο
- Υπουργείο Προστασίας του Πολίτη (MCP): Δαπάνες για την Αστυνομία
- Υπουργείο Τουρισμού (MT): Δαπάνες για τον τουρισμό
- Υπουργείο Μετανάστευσης και Ασύλου (MMA): Δαπάνες για τη μετανάστευση και το άσυλο κυρίως τα τελευταία χρόνια από το υπουργείο Προστασίας του Πολίτη
- Υπουργείο Ψηφιακής Διακυβέρνησης (MDG): Δαπάνες για την Ψηφιακή Διακυβέρνηση μείον το Εθνικό Συμβούλιο Ραδιοεπικοινωνιών και τη Γενική Γραμματεία Ενημέρωσης και Επικοινωνίας συν τη Γενική Γραμματεία Πληροφοριακών Συστημάτων και την περίοδο 2007-2016 δαπάνες για τη διοικητική μεταρρύθμιση
- Υπουργείο Κλιματικής Αλλαγής και Προστασίας του Πολίτη (MCC): Δαπάνες για την Πολιτική Προστασία και για το Πυροσβεστικό Σώμα

Για το Υπουργείο Ψηφιακής Διακυβέρνησης, οι δαπάνες ξεκίνησαν μετά το 2007, επειδή τότε ξεκίνησε το ΕΣΠΑ (Εθνικό Στρατηγικό Πλαίσιο Αναφοράς) 2007-2013 με εμπλοκή στον ψηφιακό μετασχηματισμό.

Οι οικονομικές καταστάσεις της περιόδου 2019-2021 δεδομένα έχουν αναπροσαρμοστεί Σε καταστάσεις προηγούμενων περιόδων για να καταστούν όσο το δυνατόν πιο συγκρίσιμες, για να τις παρουσιάσουν με βάση τη μέτρηση που απαιτείται από τη Λογιστική Πολιτική για την Πρώτη Εφαρμογή του Λογιστικού Πλαισίου της Γενικής Κυβέρνησης:

$$T = DT + IT \quad (189)$$

$$NT = PBI + ONTR + TEU \quad (190)$$

$$TRR = T + NT \quad (191)$$

$$TRB = TR + CPD + SNTR \quad (192)$$

$$TR = TRB + RPIP \quad (193)$$

$$Debt = Debt_{t-1} + SURPLUS/DEFICIT \quad (194)$$

$$PRIMARY SURPLUS/DEFICIT(PSR) = (TGB - DPP - CPD) - (TE - PPD) \quad (195)$$

$$SURPLUS/DEFICIT(TSR) = TGB - TE \quad (196)$$

6.2.2 Απεικόνιση δεδομένων (Data Visualization)

Παρουσιάζουμε την εξέλιξη των μέτρων του δημόσιου προϋπολογισμού του ελληνικού Υπουργείου κατά την περίοδο 2000-2021, τα στοιχεία που παρέχονται από το (minifin) και από τα αρχεία του Γενικού Λογιστηρίου του Κράτους (ΓΛΚ).

Παρουσιάζουμε τη διαχρονική εξέλιξη του χρέους της κεντρικής κυβέρνησης και του ΑΕΠ. Παρατηρούμε ότι κατά την περίοδο 2008-2009 παρατηρείται μια τεράστια αύξηση του χρέους σε σχέση με το ΑΕΠ σε ποσοστό 17% και το ΑΕΠ το έτος 2008 πήρε τη μέγιστη τιμή 241.990.389.906,67 €. Έκτοτε, το ΑΕΠ παρουσιάζει μείωση μέχρι το 2019, η οποία σταμάτησε λόγω της κρίσης του κοροναϊού. Αντίθετα, το χρέος, το οποίο έχει μια συνεχώς αυξανόμενη τάση που έφτασε το 2021 στο 213,82% του ΑΕΠ.

ⁱ Διάγραμμα. 6.1 DEBT-GDP

Παρακάτω παραθέτουμε το διάγραμμα των φόρων, είναι προφανές ότι το έτος 2009 οι έμμεσοι φόροι μετά από μια περίοδο σταθερής αύξησης παρουσιάζουν μείωση λόγω της οικονομικής κρίσης. Η μεταβλητότητα των έμμεσων φόρων είναι μεγαλύτερη από τους άμεσους, αυτό φαίνεται και μέσω της περιγραφικής ανάλυσης. Το έτος 2019 οι έμμεσοι φόροι έχουν ανακτήσει σημαντικό μέρος των εσόδων τους από το 2008, ενώ οι άμεσοι φόροι έχουν αυξηθεί σε σχέση με το αντίστοιχο έτος. Σε αυτό το έτος έχουμε μια απότομη μείωση λόγω της πανδημίας του κορονοϊού.

ⁱⁱ Διάγραμμα. 6.2 Taxes

Παρουσιάζουμε το διάγραμμα των μη φορολογικών εσόδων. Για τα έσοδα από εκμετάλλευση περιουσίας και επιχειρησιακές δραστηριότητες έχουμε απότομη μείωση μετά το 2019 λόγω των

εσόδων από ενοίκια λόγω του κορονοϊού. Οι τρέχουσες μεταβιβάσεις από την Ε.Ε. έχουν μια απότομη αύξηση μετά το 2019 λόγω του κορονοϊού. Τα λοιπά μη φορολογικά έσοδα έχουν μια απότομη μείωση από το 2001-2002 λόγω των εισπράξεων λογαριασμού από μελλοντικά έσοδα του Ελληνικού Δημοσίου τα οποία ανήλθαν σε 2.334.232.997,12€ το 2001 και μόνο 69.728,80€ το 2002. Το 2013 παρουσιάζει απότομη αύξηση λόγω της αποπληρωμής ποσών από τις Κεντρικές Τράπεζες της Ευρωζώνης (ANFA) που κατέχουν ομόλογα του Ελληνικού Δημοσίου (απόφαση Eurogroup 21.02.12). Τα διάφορα ειδικά μη φορολογικά έσοδα έχουν μια απρόβλεπτη αύξηση το έτος 2015 σε 13.041.356.162,62€ αυτό οφείλεται στην Επιστροφή του μετοχικού κεφαλαίου μη εισηγμένων εταιρειών, το 2015 η Ελλάδα επέστρεψε τα τραπεζικά κεφάλαια που είχε λάβει κατά τη διάρκεια της οικονομικής κρίσης 2008-2009.

iii Διάγραμμα. 6.3 Non-Tax Revenue

Στο επόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται η διαχρονική εξέλιξη των προγραμμάτων δημοσίων επενδύσεων, μέχρι το 2010 το πρόγραμμα είναι αυτοχρηματοδοτούμενο. Μετά το 2010 κάθε έλλειμμα μεταξύ των εσόδων και των δαπανών του προγράμματος δημοσίων επενδύσεων χρηματοδοτείται από (α) έσοδα από χρηματοοικονομικές συναλλαγές (δανεισμός του Δημοσίου), (β) μετρητά και (γ) έσοδα από οποιαδήποτε κατηγορία του Κρατικού Προϋπολογισμού, όπως φορολογικά έσοδα ή έσοδα από την πώληση αγαθών και υπηρεσιών.

,

iv Διάγραμμα. 6.4 Public Investment Program

Στο επόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται η διαχρονική εξέλιξη όλων των δαπανών εκτός από το πιστωτικό χρέος και τα rip. Παρατηρούμε ότι οι πληρωμές για υπηρεσίες παρουσιάζουν σταθερή μείωση από το 2010 και μετά, γεγονός που εξηγείται από την ανάγκη εξορθολογισμού των δημόσιων δαπανών λόγω της οικονομικής κρίσης. Οι πληρωμές για προμήθειες και αγαθά είναι σταθερές διαχρονικά αλλά το έτος 2021 έχουν μια απρόβλεπτη αύξηση η οποία οφείλεται κυρίως στην αγορά εξοπλιστικών συστημάτων αξίας 2.525.529.539,73 €. Οι πληρωμές για μεταβιβάσεις παρουσιάζουν σταθερή μείωση από το 2010 έως το 2014 και ιδιαίτερα το έτος 2020 παρουσιάζουν μη αναμενόμενη αύξηση κατά περίπου 10.000.000.000 €, η οποία οφείλεται στην κρίση του κορονοϊού. Τα μισά από αυτά τα 5.548.671.409,28 € είναι ενισχύσεις με τη μορφή επιστρεπτέων καταθέσεων σε επιχειρήσεις και οργανισμούς. Οι πληρωμές από το εισόδημα από μισθωτές υπηρεσίες είναι πολύ σταθερές με την πάροδο των ετών και οι δαπάνες

του NATO και οι δαπάνες που δεν περιλαμβάνονται σε άλλες κατηγορίες αποτελούν πολύ μικρό ποσοστό των συνολικών δαπανών. Τέλος, οι απαλλοτριώσεις και οι αγορές έχουν μια ασυνήθιστη αύξηση το έτος 2012 στο ποσό των 42.574.119.530,32 € η κύρια επίδραση οφείλεται στις ελληνικές τράπεζες που ανακεφαλαιοποιήθηκαν μέσω του PSI (συμμετοχή του ιδιωτικού τομέα) και του EFSF (Ευρωπαϊκό Ταμείο Χρηματοπιστωτικής Σταθερότητας).

^v Διάγραμμα. 6.5 Expenditures except credit debt and pip

Στο επόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται η διαχρονική εξέλιξη των πληρωμών του πιστωτικού χρέους και των πιστωτικών εσόδων, μετά το 2015, παρατηρείται σημαντική αύξηση μετά το 2015. Αυτό εξηγείται λόγω της πολιτικής αναταραχής με το δημοψήφισμα και επειδή μέχρι τις 30 Ιουνίου 2015 δεν είχαν πληρωθεί οι συσκευασμένες δόσεις του δανείου προς το ΔΝΤ, με αποτέλεσμα η Ελλάδα από την 1η Ιουλίου 2015 να θεωρείται πτωχευμένη χώρα, σύμφωνα με τους κανονισμούς του Διεθνούς Νομισματικού Ταμείου και αφού στις 13 Ιουλίου 2015 υπογράφηκε το τρίτο μνημόνιο.

^{vi} Διάγραμμα. 6.6 Credit Payments and Credit revenue

Παρουσιάζουμε το έλλειμμα/πλεόνασμα του Γενικού Προϋπολογισμού μέχρι το 2010 ο προϋπολογισμός είναι ισοσκελισμένος μετά το 2010 ένα σημαντικό σημείο είναι το έτος 2018 που παρατηρήθηκε πλεόνασμα 26.131.386.983,36 € που αντιστοιχεί στο 14,5% του ΑΕΠ.

^{vii} Διάγραμμα. 6.7 Surplus/deficit

Παρουσιάζουμε το πρωτογενές έλλειμμα/πλεόνασμα, παρατηρούμε ότι από το 2003 έως το 2013 υπάρχει πρωτογενές έλλειμμα με σημαντικότερη άποψη το 2009 ύψους 20.748.474.727,93, λόγω της ανακεφαλαιοποίησης των Ελληνικών Τραπεζών μέσω του PSI και του EFSF. Την περίοδο 2014 - 2019 υπάρχει πρωτογενές πλεόνασμα και τέλος την περίοδο 2020-2021 υπάρχει σημαντικό, πρωτογενές έλλειμμα τάξης μεγέθους 21.026.932.701,34 και 11.521.304.045,05 αντίστοιχα. Αυτό οφείλεται στην κρίση του κοροναϊού και στις επιχορηγήσεις που δόθηκαν όπως η επιστρεπτέα προκαταβολή.

^{viii} Διάγραμμα. 6.8 Primary revenue-expenditures and deficit/surplus

6.2.3 Περιγραφική Ανάλυση (Descriptive analysis)

Πρώτον, παρουσιάζουμε την περιγραφική ανάλυση των δημόσιων εσόδων και δαπανών, τα κύρια ευρήματα αναφέρονται:

Παρατηρούμε ότι οι έμμεσοι φόροι έχουν μεγαλύτερη μεταβλητότητα σε σχέση με τους άμεσους φόρους, επειδή οι άμεσοι φόροι αναφέρονται σε ένα σταθερό εισόδημα σε αντίθεση με τους άμεσους φόρους όπου οι άνθρωποι μπορούν να προσαρμόσουν τις δαπάνες τους. Σύμφωνα με την τιμή της Kurtosis έχουν και οι δύο αρνητική τιμή αλλά οι έμμεσοι φόροι έχουν μεγαλύτερη τιμή, και οι δύο έχουν αρνητική λοξότητα αλλά οι έμμεσοι φόροι ο αριθμός είναι πολύ κοντά στο μηδέν αυτό δείχνει ότι έχουν πιο συμμετρικά σημεία. Ένα πολύ σημαντικό γεγονός είναι ότι τα έσοδα από το δημόσιο χρέος έχουν πολύ κοντά στο μηδέν κύρτωση αυτό δείχνει ότι έχουν ακραίες τιμές που δεν είναι ούτε πολύ συχνές ούτε πολύ σπάνιες. Τα λοιπά φορολογικά έσοδα και οι τρέχουσες μεταβιβάσεις από την Ε.Ε. και κυρίως τα ειδικά μη φορολογικά έσοδα από διάφορα είδη έχουν και τα δύο μεγάλο θετικό αριθμό κύρτωσης και λοξότητας, γεγονός που υποδηλώνει ότι τα μέτρα αυτά έχουν περισσότερες ακραίες τιμές και γι' αυτό είναι απρόβλεπτα από έτος σε έτος. Τέλος, επειδή το μεγαλύτερο ποσό των εσόδων προέρχεται από τα έσοδα από πιστωτικό χρέος, τα μέτρα Kurtosis και Skewness επηρεάζονται κυρίως από αυτό.

^{ix} Πίνακας 6.1 Descriptive analysis of Revenue

Ο Πίνακας 6.2 παρουσιάζει ότι οι Προμήθειες αγαθών και κεφαλαιουχικού εξοπλισμού και οι απαλλοτριώσεις και αγορές έχουν μεγάλο θετικό αριθμό και για τα δύο μέτρα λόγω της αγοράς των εξοπλιστικών συστημάτων 2021 και επειδή οι ελληνικές τράπεζες ανακεφαλαιοποιήθηκαν 2012 για την λοξότητα και για την κύρτωση καταδεικνύοντας ότι υπάρχουν αρκετές ακραίες τιμές. Με τον ίδιο τρόπο παρατηρείται ότι οι πληρωμές για το δημόσιο χρέος επηρεάζουν κυρίως τις συνολικές δαπάνες.

^x Πίνακας 6.2 Descriptive analysis of Expenditure

6.2.3.1 Ανάλυση Σταθερότητας (Stability analysis)

Σε αυτή την ενότητα, διερευνούμε τη σταθερότητα τόσο των εσόδων όσο και των δαπανών σε σχέση με το σύνολο των εσόδων/δαπανών εκτός από τα έσοδα/πληρωμές πιστωτικού χρέους. Σε δεύτερη θεώρηση διερευνούμε τη σταθερότητα σε σχέση με το ΑΕΠ και τέλος διερευνούμε τη σταθερότητα του κάθε Υπουργείου. Για κάθε κατηγορία παρουσιάζουμε τον κατάλληλο πίνακα περιγραφικών στατιστικών στοιχείων.

Ο Πίνακας 6.3 παρουσιάζει τη σταθερότητα των Εσόδων σε σχέση με τα Συνολικά Έσοδα εκτός από τα Έσοδα Πιστωτικού Χρέους. Η πρώτη παρατήρηση είναι ότι οι φόροι αντιπροσωπεύουν το 76,1% των Συνολικών Εσόδων και τα Έσοδα από ΠΔΕ το 12,7% σύμφωνα με αυτό είναι προφανές ότι όλες οι άλλες κατηγορίες έχουν χαμηλή επίδραση στα Συνολικά Έσοδα. Το πιο σημαντικό γεγονός όπως προκύπτει και από τον πίνακα 1 είναι ότι οι έμμεσοι φόροι σε ονομαστικές τιμές έχουν χαμηλή λοξότητα και ασυμμετρία και φαίνεται να έχουν μικρότερες ακραίες τιμές αλλά επειδή και οι μονάδες μέτρησης μπορούν να επηρεάσουν σημαντικά την κλίμακα και το σχήμα της κατανομής, Για αυτό είναι σκόπιμο να εκφραστεί η τυπική απόκλιση ως ποσοστό της μέσης τιμής στον πίνακα 1 η τυπική απόκλιση των έμμεσων φόρων είναι περίπου 12% αλλά στον πίνακα 3 είναι περίπου το μισό 6,5% αυτό δείχνει μια πιο σταθερή άποψη ως προς ονομαστική τιμή.

^{xi} Πίνακας 6.3 Revenue stability as percentage of Total Revenue Except Debt

Στον πίνακα 6.4 παρατηρούμε ότι οι πληρωμές για υπηρεσίες και οι μεταβιβάσεις αντιπροσωπεύουν το 65% των συνολικών δαπανών εκτός από το χρέος, αλλά η τυπική απόκλιση είναι 6,6% και 10,73% αντίστοιχα, γεγονός που υποδηλώνει υψηλή διαχρονική μεταβλητότητα των δαπανών ως προς τα έσοδα.

^{xii} Πίνακας 6.4 Expenditures stability as percentage of Total Expenditures Except Debt

Στον πίνακα 6.5 και έξι παρουσιάζουμε τα έσοδα και τις δαπάνες σε σχέση με το ΑΕΠ. Η πρώτη παρατήρηση είναι ότι τόσο τα έσοδα όσο και οι δαπάνες είναι πιο σταθερά ως προς το συνολικό ποσό από ό,τι το ΑΕΠ, αν και σε απόλυτο αριθμό υπάρχει αντίθετη εικόνα λόγω της συνεχούς αύξησης του ΑΕΠ μέχρι το έτος 2008. Η δεύτερη είναι ότι ο μέσος όρος των φόρων είναι

21,76%, άρα οι φόροι αντιπροσωπεύουν το 1/5 του ΑΕΠ. Το τρίτο ήταν ότι δεν υπήρχαν αρκετά σημάδια πριν από τη χρηματοπιστωτική κρίση σε σχέση με το δανεισμό σε σχέση με το ΑΕΠ, αλλά αυτό ήταν εμφανές μόνο μέσω του πρωτογενούς πλεονάσματος/ελλείμματος. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι μεταβιβαστικές πληρωμές έχουν υψηλή μεταβλητότητα 50% std/mean.

^{xiii} Πίνακας 6.5 Revenue as to GDP

^{xiv} Πίνακας 6.6 Expenditures as to GDP

Το επόμενο βήμα είναι η ανάλυση της σταθερότητας των δαπανών των υπουργείων. Η πρώτη παρατήρηση είναι ότι το υψηλό ποσοστό των συνολικών δαπανών βρίσκεται στο Υπουργείο Εργασίας και Κοινωνικών Υποθέσεων με μέσο όρο 29,5%, η υψηλού επιπέδου συγκέντρωση αρχίζει από ένα επίπεδο 2017 46% και συνεχίζεται μέχρι σήμερα. Παρατηρούμε ότι το υπουργείο Υγείας έχει υψηλή μεταβλητότητα αλλά με σταθερή και σημαντική μείωση από το 2017 μέχρι το 2021. Το υπουργείο Άμυνας παρουσιάζει δύο διαφορετικές φάσεις, μία μέχρι το 2009 και μία μετά που παρουσιάζει σημαντική μείωση εκτός από το έτος 2021, αυτό δείχνει ότι αυτό το υπουργείο έχει τη μεγαλύτερη επιρροή από την οικονομική κρίση. Το τελευταίο σημείο είναι το Υπουργείο Παιδείας που παρουσιάζει σημαντική μείωση την περίοδο 2020-2021.

^{xv} Πίνακας 6.7 General ministry's expenditures

Σύμφωνα με τις δαπάνες του προγράμματος δημοσίων επενδύσεων, το μεγαλύτερο ποσοστό έχουν τα Υπουργεία Επενδύσεων και Υποδομών με μέσο όρο 27% και 25% αντίστοιχα. Το Υπουργείο Αγροτικής Ανάπτυξης από το έτος 2015 έχει τεράστια αύξηση αλλά διακόπτεται από την κρίση του κορονοϊού την περίοδο 2020-2021. Σε αυτή την περίοδο έχει τεράστια αύξηση στις δαπάνες του Υπουργείου Οικονομικών με 14% και 17% αντίστοιχα ενώ ο μέσος όρος της τελευταίας περιόδου είναι 0,5%, αυτό εξηγείται από την κρίση του κορονοϊού και τις χορηγούμενες ενισχύσεις. Μεταξύ των υπουργείων με σημαντικό ποσοστό των συνολικών δαπανών του pnp το υπουργείο Παιδείας έχει τη χαμηλότερη τυπική απόκλιση, αυτό δείχνει ότι οι επενδύσεις της εκπαίδευσης επηρεάστηκαν λιγότερο από τη διαδοχική κρίση. Το υπουργείο Περιβάλλοντος έχει σημαντικό ποσοστό μέχρι το έτος 2009, αλλά από την χρονιά του 2010 υπάρχει δραματική μείωση, η οποία δεν μπορεί να εξηγηθεί παρά τις διαδοχικές κρίσεις. Το υπουργείο Υποδομών έχει μια τεράστια μείωση από το έτος 2017 της τάξης του 20% σε σχέση

με το 2016 και ειδικά την περίοδο 2019-2021 είναι η πρώτη φορά που πέφτει σε μονοψήφιο ποσοστό.

^{xvi} Πίνακας 6.8 PIP ministry's expenditures

Στον πίνακα 9 παρέχονται οι δαπάνες ως προς το ΑΕΠ για τα υπουργεία πρωτογενείς δαπάνες, πρωτογενή έσοδα και το ποσοστό του πραγματικού ΑΕΠ. Παρατηρούμε ότι τα υπουργεία εθνική άμυνας, υγείας και εργασίας έχουν αυξημένη τυπική απόκλιση, αυτό δείχνει ότι αυτά τα υπουργεία δεν έχουν ολοκληρωμένη πολιτική καθ' όλη τη διάρκεια της περιόδου και επηρεάζονται περισσότερο από εξωτερικές επιδράσεις όπως η κρίση.

^{xvii} Πίνακας 6.9 ministry's expenditures as to GDP

6.2.3.2 Ανάλυση Συσχέτισης (Correlation Analysis)

Στην παρούσα ενότητα παρέχουμε τον πίνακα συσχέτισης για να διερευνήσουμε σε πρώτη φάση τη σχέση μεταξύ των μεταβλητών. Επιλέξαμε και επισημάνσαμε τις μεταβλητές που έχουν ισχυρή σχέση αρνητική (-1, -0.7) ή θετική (0.7, 1).

^{xviii} Πίνακας 6.10. Correlation Matrix

Πρώτον, παρατηρήσαμε ότι τα φορολογικά έσοδα έχουν ισχυρή θετική σχέση με τα πρωτογενή έσοδα (0,9), το εύρημα αυτό συνάδει με τη μακροχρόνια πολιτική των κυβερνήσεων όπου η κύρια πηγή εσόδων είναι η φορολογία. Στη συνέχεια οι μεταβιβάσεις από την Ευρώπη φαίνεται να έχουν ισχυρή θετική συσχέτιση τόσο με τα συνολικά έσοδα και δαπάνες όσο και με τα δάνεια. Η ικανότητα της κυβέρνησης να αλλάξει αυτή τη μεταβλητή χωρίζεται σε δύο μέρη, το ένα είναι η ικανότητα άντλησης κεφαλαίων με την προσαρμογή στις ευρωπαϊκές οδηγίες και το δεύτερο που δεν εξαρτάται από τον εαυτό της είναι οι πολιτικές στήριξης των κρατών μελών σε ευρωπαϊκό επίπεδο. Το πρόγραμμα δημοσίων επενδύσεων φαίνεται να έχει μόνο συσχέτιση με τον εαυτό του (έσοδα και δαπάνες) και αυτό εξηγείται επειδή στο μεγαλύτερο μέρος του το πρόγραμμα είναι αυτοχρηματοδοτούμενο. Οι μεταβιβαστικές πληρωμές έχουν πολύ ισχυρή συσχέτιση τόσο με τις συνολικές δαπάνες όσο και με τις πρωτογενείς και ισχυρή συσχέτιση με

τα συνολικά έσοδα (0,88). Ένα από τα πιο ενδιαφέροντα ευρήματα είναι η ισχυρή θετική συσχέτιση μεταξύ των συνολικών εσόδων και των πρωτογενών δαπανών. Τέλος, υπάρχει απόλυτη συσχέτιση μεταξύ των δανείων, των συνολικών εσόδων και των συνολικών δαπανών.

6.2.4 Αναγνώριση τάσεων και ακραίων τιμών (Pattern recognition and Outliers-Anomalies)

6.2.4.1 Έλεγχος στασιμότητας (Stationarity Test)

Στην ανάλυση χρονοσειρών, ένα σύνολο δεδομένων θεωρείται στάσιμο εάν οι ιδιότητές του, όπως η μέση τιμή, η διακύμανση και η συνδιακύμανση, παραμένουν σταθερές με την πάροδο του χρόνου και τείνουν να επανέλθουν στη μακροπρόθεσμη μέση τιμή τους. Αντίθετα, οι μη στάσιμες χρονοσειρές δεν επανέρχονται στη μακροπρόθεσμη μέση τιμή τους και οι ιδιότητές τους μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου. Οι μη στάσιμες σειρές λέγεται ότι έχουν Μοναδιαία ρίζα. Για να προσδιορίσουν τη στασιμότητα μιας χρονοσειράς, οι οικονομετρικοί χρησιμοποιούν ελέγχους μοναδιαίας ρίζας. Επειδή χρησιμοποιούμε μόνο ετήσια δεδομένα, μόνο τάση υπάρχει και είναι μια μακροχρόνια συνεχής ανοδική ή καθοδική κίνηση σε μια χρονοσειρά. Τα γραφήματα είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την οπτικοποίηση των ιδιοτήτων μιας σειράς, αλλά για την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων απαιτούνται στατιστικές δοκιμές. Οι δοκιμές μοναδιαίας ρίζας παρέχουν στατιστικά στοιχεία για τον προσδιορισμό της στασιμότητας μιας δεδομένης χρονοσειράς. Εκτελούμε τη δοκιμή Augmented Dickey Fuller (ADF) επειδή τα δεδομένα μας έχουν μικρό όγκο και για την κατάσταση αυτή η ADF [Dickey & Fuller, \(1979\)](#), αναφέρει ως πιο αξιόπιστη από άλλες δοκιμές στασιμότητας. Στην ακόλουθη εμπειρική ανάλυση, όλες οι μετρήσεις εκφράζονται ως ποσοστό του ΑΕΠ και το L είναι φυσικοί λογάριθμοι. Αυτός ο μετασχηματισμός των δεδομένων γίνεται για να μειωθεί το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας [Gujarati, \(2004\)](#). Σύμφωνα με την περιγραφική ανάλυση παρατηρούμε ότι οι μετρήσεις που έχουν σημαντική επίδραση στα συνολικά έσοδα είναι οι T, TEU, RPIP (συσχέτιση 0,51 με το drgdp) και PR, αυτό είναι σύμφωνο με τη μακροοικονομική θεωρία επειδή τα υπόλοιπα είναι μη φορολογικά έσοδα και δεν επηρεάζονται κυρίως από τη δημοσιονομική πολιτική. Ομοίως για τις μετρήσεις των δαπανών επιλέξαμε, PPD, PE, TP και PPIP.

Διαπιστώνουμε ότι τόσο οι δαπάνες όσο και τα έσοδα είναι I (1) τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στους πίνακες 6.11-6.12 μέσω του τεστ ADF και επειδή για την TP τα αποτελέσματα είναι αμφιλεγόμενα χρησιμοποιούμε το τεστ των [Philips και Perron, \(1988\)](#) για να το επικυρώσουμε.

^{xix} Πίνακας 6.11 Unit Root test

^{xx} Πίνακας 6.12 Unit Root test

6.2.4.2 Έλεγχος σημείου διαθρωτικής διακοπής (Break point unit root test for structural break)

Μια διαθρωτική διακοπή (structural break) είναι μια ξαφνική και σημαντική αλλαγή σε μια οικονομική χρονοσειρά που μπορεί να προκληθεί από διάφορους παράγοντες, όπως αλλαγές στις πολιτικές, εξωτερικά σοκ ή αλλαγές στο υποκείμενο καθεστώς. Αυτές οι διακοπές μπορούν να επηρεάσουν τόσο τη διακοπή όσο και την τάση της σειράς. Εάν μια στάσιμη σειρά υποστεί διαθρωτική ρήξη, μπορεί να μην θεωρείται πλέον στάσιμη με τις παραδοσιακές μεθόδους ελέγχου μοναδιαίας ρίζας, καθώς οι μέθοδοι αυτές δεν λαμβάνουν υπόψη τέτοιες ρήξεις. Για την αντιμετώπιση αυτού του ζητήματος, ο [Perron, \(1989\)](#) ανέπτυξε έναν έλεγχο μοναδιαίας ρίζας που λαμβάνει υπόψη την παρουσία μιας γνωστής διαθρωτικής ρήξης στη χρονοσειρά με εξωγενή διαθρωτική ρήξη στους ελέγχους Augmented Dickey-Fuller (ADF). Ωστόσο, ορισμένοι έλεγχοι ανέπτυξαν τον προσδιορισμό του σημείου ρήξης "ενδογενώς" από τα δεδομένα εάν η αλλαγή είναι άγνωστη. Το σημείο της διαθρωτικής διακοπής επιλέγεται με βάση το ελάχιστο (πιο αρνητικό) t-statistic από τον έλεγχο ADF για μοναδιαία ρίζα. Αυτό γίνεται επειδή η επιλογή του χρόνου διακοπής θεωρείται αποτέλεσμα μιας διαδικασίας εκτίμησης και όχι εξωτερικά προκαθορισμένη, το υπόδειγμα ΑΟ επιτρέπει μια απότομη μεταβολή του μέσου όρου (crash model), ενώ το υπόδειγμα ΙΟ επιτρέπει πιο σταδιακές μεταβολές. Γενικά, οι περισσότερες μακροοικονομικές μεταβλητές δεν είναι στάσιμες στο επίπεδο $I(0)$ (τάση και τυχαίοι περίπατοι) [Nelson et.al, \(1982\)](#) και είναι στάσιμες ως προς την τάση με διαθρωτική διακοπή.

Μετά την εφαρμογή του τεστ μοναδιαίας ρίζας (Break point), PE στο 10% σημαντικό έχει ένα σημείο διακοπής το 2019 αυτό εξηγείται λόγω της κρίσης του κορονοϊού. PR δείχνουν έχει ένα σημείο διακοπής το 2010 και ειδικά Φόροι παρατηρούμε ότι το έτος 2014 έχει ένα σημείο διακοπής όπως PPD το ίδιο και η TP το 2013. Στη χρήση των ελέγχων μοναδιαίας ρίζας που δεν λαμβάνουν επαρκώς υπόψη το ενδεχόμενο διαθρωτικών διαρρήξεων μπορεί να οδηγήσει σε ανακριβή συμπεράσματα, γεγονός που έχει σημαντικές συνέπειες για τη χάραξη μακροοικονομικής πολιτικής, τη μοντελοποίηση και την πρόβλεψη. Ως εκ τούτου, προτείνουμε ότι οι οικονομετρικές αναλύσεις των μακροοικονομικών μεταβλητών θα πρέπει να λαμβάνουν υπόψη την πιθανότητα διαθρωτικών μεταβολών για την αποφυγή τέτοιων παραπλανητικών

συμπερασμάτων. Τα αποτελέσματα αυτά ισχύουν για το γεγονός ότι το έτος 2012 οι ελληνικές τράπεζες ανακεφαλαιοποιήθηκαν μέσω του PSI (Private Sector Involvement) και του EFSF (European Financial Stability Facility) λόγω της πολιτικής αναταραχής με το δημοψήφισμα και επειδή μέχρι τις 30 Ιουνίου 2015 δεν είχαν καταβληθεί οι πακεταρισμένες δόσεις του δανείου προς το ΔΝΤ, με αποτέλεσμα η Ελλάδα από την 1η Ιουλίου 2015 να θεωρείται πτωχευμένη χώρα, σύμφωνα με τους κανονισμούς του Διεθνούς Νομισματικού Ταμείου και αφού στις 13 Ιουλίου 2015 υπογράφηκε το τρίτο μνημόνιο. Το χρέος έχει σημείο διακοπής το έτος 2009 λόγω της οικονομικής κρίσης, το RPIP έχει σημείο διακοπής το 2010 ή το 2011 και το PPIP το 2019 και ειδικά είναι η μόνη μεταβλητή που έχει σημείο διακοπής για όλα τα μοντέλα.

^{xxi} Πίνακας 6.13 Break point unit root test

6.3 Δημιουργία μοντέλου (Models and Algorithms)

6.4.1 Οικονομετρική ανάλυση (Econometric Analysis)

6.4.1.1 Προϋποθέσεις επιλογής μοντέλου (Model Specification-Selection)

Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου είναι κρίσιμη και η λανθασμένη επιλογή και χρήση μπορεί να οδηγήσει σε μεροληπτικές και αναξιόπιστες εκτιμήσεις. Το πρώτο βήμα είναι ο έλεγχος της στασιμότητας των δεδομένων. Εάν τα δεδομένα είναι στάσιμα, η OLS για μονομεταβλητή ανάλυση και η VAR για πολυμεταβλητή ανάλυση είναι κατάλληλες μέθοδοι για την ανάλυση της σχέσης. Εάν τα δεδομένα δεν είναι στάσιμα μια μέθοδος είναι ο μετασχηματισμός σε στάσιμα με τη χρήση της πρώτης διαφοράς. Επιπλέον, εάν τα μη στάσιμα δεδομένα περιέχουν μια μακροπρόθεσμη τάση, τότε υπάρχουν δύο τρόποι για να γίνουν στάσιμα. Ο πρώτος τρόπος είναι να συμπεριληφθεί η χρονική μεταβλητή ως παλινδρομητής στο μοντέλο παλινδρόμησης. Ο άλλος τρόπος είναι να εφαρμοστούν δημοφιλείς τεχνικές φιλτραρίσματος, όπως το φίλτρο Hodrick-Prescott, το οποίο μπορεί να εξάγει τάσεις και κύκλους από τα δεδομένα χρονοσειράς και να αφαιρέσει τη συνιστώσα της τάσης για να καταστήσει τα δεδομένα στάσιμα. Ενώ μπορεί να φαίνεται απλό να αναλύεται η σχέση μεταξύ των μεταβλητών με τη λήψη της διαφοράς των μη στάσιμων χρονοσειρών και τη χρήση της μεθόδου OLS αφού γίνουν όλες οι μεταβλητές στάσιμες, η προσέγγιση αυτή έχει τους περιορισμούς της. Η διαφορά μεταξύ δύο παρατηρήσεων καταγράφει μόνο τις βραχυπρόθεσμες μεταβολές και αγνοεί τα μακροπρόθεσμα μοτίβα στα δεδομένα. Ως αποτέλεσμα, σημαντικές πληροφορίες που σχετίζονται με τις μακροπρόθεσμες τάσεις μπορεί να χαθούν με τη μέθοδο αυτή. Εάν χρησιμοποιήσουμε μη στάσιμες χρονοσειρές

στη μέθοδο OLS, έχουμε μια λανθασμένη (spurious) παλινδρόμηση ($R^2 > DW$) επειδή οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στη σχέση δεν έχουν αλληλοσυσχετίσεις. Σε ορισμένες περιπτώσεις, είναι δυνατόν δύο ή περισσότερες μεταβλητές να έχουν μακροχρόνια σχέση ισορροπίας, παρόλο που βραχυχρόνια μπορεί να αποκλίνουν από αυτή την ισορροπία. Όταν δύο ή περισσότερες μεταβλητές συνδέονται μεταξύ τους κατά τρόπο που να σχηματίζουν μια σχέση ισορροπίας που εκτείνεται μακροπρόθεσμα, τότε είναι συνολοκληρωμένες (cointegrated). Σε ένα τέτοιο σενάριο, η συμπεριφορά μιας μεταβλητής μπορεί να επηρεάσει τη συμπεριφορά της άλλης μεταβλητής με την πάροδο του χρόνου, οδηγώντας σε μια κοινή κίνηση μεταξύ τους. Ουσιαστικά, η μία μεταβλητή έλκει την άλλη προς ένα μακροπρόθεσμο επίπεδο ισορροπίας. Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενοι έλεγχοι συνολοκλήρωσης είναι οι (Engel & Granger, (1987); Johansen, (1988,1.990)). Εάν οι χρονοσειρές είναι $I(1)$ και είναι συνολοκληρωμένες η κατάλληλη μέθοδος είναι το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος (ECM) για μονομεταβλητή ανάλυση χρονοσειρών και το διανυσματικό υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος (VCM) για πολυμεταβλητή ανάλυση χρονοσειρών. Η εκτιμώμενη μακροπρόθεσμη σχέση μεταξύ των μεταβλητών μπορεί να προσδιοριστεί με την ανάλυση των συντελεστών στην εξίσωση συνολοκλήρωσης. Επιπλέον, οι συντελεστές στο υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος (ECM) μπορούν να περιγράψουν πώς οι αποκλίσεις από τη μακροπρόθεσμη σχέση επηρεάζουν τις μεταβλητές κατά την επόμενη περίοδο. Με άλλα λόγια, οι συντελεστές ECM εξηγούν την ταχύτητα προσαρμογής προς τη μακροχρόνια ισορροπία μετά από μια απόκλιση από αυτήν.

Η συνολοκλήρωση δείχνει ότι υπάρχει αιτιώδης συνάφεια μεταξύ δύο σειρών, αλλά αποτυγχάνει να δείξει την κατεύθυνση της αιτιώδους σχέσης. Σύμφωνα με τον Granger, (1969), εάν υπάρχει συνολοκλήρωση μεταξύ δύο μεταβλητών πρέπει να υπάρχει μονοκατευθυντική ή αμφίδρομη αιτιότητα Granger μεταξύ αυτών των μεταβλητών. Εάν οι τρέχουσες και οι καθυστερημένες τιμές της X βελτιώνουν την πρόβλεψη της μελλοντικής τιμής της Y , τότε λέγεται ότι η X "προκαλεί κατά Granger την Y ".

Ο έλεγχος Johanson χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της συνολοκλήρωσης μεταξύ 2 ή περισσότερων μη σταθερών μεταβλητών. Η συνολοκλήρωση υφίσταται εάν ένας γραμμικός συνδυασμός δύο ή περισσότερων μη στάσιμων μεταβλητών είναι στάσιμος. Μακροχρόνια, αν διαφέρουν οι μεταβλητές χάνουν σημαντική πληροφορία από τη μακροχρόνια σχέση σε μικρό δείγμα το κριτήριο μέγιστων ιδιοτήτων Lutkepohl et.al, (2001) είναι πιο κατάλληλο κριτήριο από το ίχνος (trace).

Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο δυναμικής παλινδρόμησης (DOLS) Saikkonen, (1992), Stock & Watson, (1993) και την πλήρως τροποποιημένη OLS (FMOLS) επειδή αυτή η μέθοδος έχει μεγάλο πλεονέκτημα ειδικά στη μακροοικονομική ανάλυση με ετήσια δεδομένα επειδή

χειρίζεται πιο αποτελεσματικά το μικρό δείγμα και το πρόβλημα της ενδογένειας με τις προόδους (leads) και τις υστερήσεις (lags) και η FMOLS με τη μη παραμετρική προσέγγιση.

Στο υπόδειγμα 1, διερευνούμε τη σχέση μεταξύ των συνολικών εσόδων και των συνολικών δαπανών της κεντρικής κυβέρνησης, επειδή το μέγεθος του δείγματος είναι μικρό μόνο 21 παρατηρήσεις από την περίοδο 2000-2021, η σχέση μεταξύ των κρατικών δαπανών και των εσόδων προσδιορίζεται ως εξής:

$$L(GR) = a_1 + b_1 L(GE) + dummy(2010) + \varepsilon \quad (197)$$

PE και PR είναι οι συνολικές δαπάνες και τα έσοδα ως ποσοστό του ΑΕΠ και αναμένουμε ότι $b_1, b_2 > 0$ και L είναι φυσικοί λογάριθμοι. Ο λογάριθμος του λόγου των συνολικών κρατικών δαπανών προς το ΑΕΠ και ο λογάριθμος του λόγου των συνολικών κρατικών εσόδων προς το ΑΕΠ χρησιμοποιούνται στην εμπειρική ανάλυση. Αυτός ο μετασχηματισμός των δεδομένων γίνεται για να μειωθεί το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας Gujarati, (2004) και dummy(2010) η ημερομηνία που βρήκαμε για διαρθρωτική διακοπή στα έσοδα.

Στο υπόδειγμα 2, προσπαθούμε να διερευνήσουμε το βέλτιστο το βέλτιστο μέγεθος της κυβέρνησης για την επίτευξη της μέγιστης οικονομικής ανάπτυξης. Το μέγεθος του δείγματος είναι 21 παρατηρήσεις από την περίοδο 2000-2021. Είναι προφανές ότι από την οικονομική θεωρία υπάρχει άμεση σχέση μεταξύ του μεγέθους του κυβερνητικού τομέα και της συνολικής παραγωγής της οικονομίας. Σύμφωνα με τον Keynes υπάρχει θετική σχέση μεταξύ των δημόσιων δαπανών και της πραγματικής οικονομικής ανάπτυξης αλλά η σχέση αυτή δεν συνεχίζεται επ' αόριστον μετά από ένα συγκεκριμένο ποσό η σχέση θα γίνει αρνητική. Η ανεστραμμένη μη γραμμική τετραγωνική σχέση σχήματος U, είναι γνωστή ως καμπύλη Armev, Η εξισορρόπηση του όγκου των δημόσιων και ιδιωτικών δαπανών είναι ζωτικής σημασίας για κάθε οικονομία, καθώς επηρεάζει άμεσα τους ρυθμούς πραγματικής οικονομικής ανάπτυξης. Η σχέση μεταξύ δαπανών και ανάπτυξης ξεκινά θετικά, με την αύξηση των δαπανών να οδηγεί σε υψηλότερους ρυθμούς ανάπτυξης. Ωστόσο, υπάρχει ένα σημείο όπου η περαιτέρω αύξηση των δαπανών οδηγεί σε φθίνουσες αποδόσεις, με αποτέλεσμα οι ρυθμοί ανάπτυξης να μειώνονται. Ως εκ τούτου, είναι σημαντικό να βρεθεί το βέλτιστο επίπεδο κρατικών δαπανών που μεγιστοποιεί τους πραγματικούς ρυθμούς ανάπτυξης. Αυτό απαιτεί προσεκτική εξέταση και εξισορρόπηση των δημόσιων και ιδιωτικών δαπανών για την επίτευξη βιώσιμης και ισχυρής οικονομικής ανάπτυξης.

$$DRGDP = a_1 + b_1PS + b_2PS^2 + b_3PPIP + b_4PPIP^2 + \varepsilon \quad (198)$$

$$DRGDP = a_1 + b_1TP_1 + b_2INVPR + b_3NX + \varepsilon \quad (199)$$

$$DRGDP = a_1 + b_1TP_2 + b_2INVPR + b_3NX + \varepsilon \quad (200)$$

Υπόδειγμα 5: Οι Συνθήκες της ΕΕ θέτουν δύο περιορισμούς στη νομισματική πολιτική: ο λόγος χρέους προς ΑΕΠ δεν υπερβαίνει το 60% και ο λόγος ελλείμματος προς ΑΕΠ δεν υπερβαίνει το 3%. Στον απόηχο της χρηματοπιστωτικής και οικονομικής κρίσης, αρκετά ευρωπαϊκά κράτη πρέπει να ενισχύσουν σημαντικά τη δημοσιονομική τους υποδομή. Η τελευταία κρίση κατέστησε πιο ξεκάθαρο από ποτέ το πόσο σημαντική είναι η δημοσιονομική βιωσιμότητα. Η τυπική προσέγγιση που χρησιμοποιείται στη βιβλιογραφία για την εξέταση της βιωσιμότητας των δημοσιονομικών πολιτικών περιλαμβάνει ελέγχους συνολοκλήρωσης μεταξύ των δημόσιων δαπανών και των εσόδων, καθώς και ελέγχους στασιμότητας και μοναδιαίας ρίζας για το δημόσιο χρέος και το έλλειμμα. Θέλουμε να διερευνήσουμε τη σχέση μεταξύ του PSR και του PE και του PR, αλλά επιλέξαμε με αυτή την ευκαιρία συγκεκριμένα Οι φόροι ως κύριο συστατικό του PR και τα TP, PS και PPIP ως κύρια συστατικά του PE.

$$PSR = a_1 + b_1T + b_2TP + b_3PS + b_4PPIP + \varepsilon \quad (201)$$

6.4.1.2 Εκτιμήσεις (Estimations)

Αφού όλες οι χρονοσειρές είναι I (1), προχωράμε στην εξέταση την μακροπρόθεσμης σχέσης μεταξύ των μεταβλητών pr και pe μέσω του Johansen test και Granger causality test.

Πίνακας 6.14 The Johansen co-integration test results

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)					Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hypothesized No of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	Critical Value 5%	Prob.**	Hypothesized No of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	Critical Value 5%	Prob.**
PE-PR									
None*	0.684931	23.11552	15.49471	0.0029		0.684931	23.09928	14.26460	0.0016
At most 1*	0.000812	0.016238	3.841466	0.8985		0.000812	0.016238	3.841466	0.8985
PE-DRGDP									
None*	0.569730	17.89647	15.49471	0.0213		0.569730	16.02351	14.26460	0.0261
At most 1*	0.093874	1.872958	3.841466	0.1711		0.093874	1.872958	3.841466	0.1711
DRGDP-PR									
None*	0.687147	32.08073	25.87211	0.0074		0.687147	23.24047	19.38704	0.0131

At most 1*	0.357259	8.840258	12.51798	0.1904		0.357259	8.840258	12.51798	0.1904
------------	----------	----------	----------	--------	--	----------	----------	----------	--------

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Notes:

a: * indicate rejection of the hypotheses at 5 per cent level of significance.

b: Maximum Eigenvalue test and trace Test indicates 2 cointegrating equations (CEs) at 5 per cent level of significance.

c: ** indicates Mac Kinnon-Haug -Michelis (1999) p- values.

Τα αποτελέσματα που αναφέρονται στο πίνακα 6.14 δείχνουν ότι υπάρχει ένα συνολοκληρωμένο διάνυσμα μεταξύ των μεταβλητών. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η μηδενική υπόθεση της μη συνολοκλήρωσης μεταξύ πρωτογενών δαπανών και πρωτογενών εσόδων, θα πρέπει να απορριφθεί και με τον ίδιο τρόπο μεταξύ των drgdp pe και drgdp και pr. Υπάρχει μακροχρόνια σχέση μεταξύ των μεταβλητών, οι πρωτογενείς δαπάνες και τα πρωτογενή έσοδα κινούνται μαζί μακροχρόνια. Τόσο ο έλεγχος Trace όσο και ο έλεγχος Maximum Eigenvalue επιβεβαιώνουν αυτό το συμπέρασμα. Αυτός ο έλεγχος συνολοκλήρωσης δεν λείπει την κατεύθυνση της σχέσης μεταξύ των μεταβλητών, αυτό το διερευνούμε μέσω του ελέγχου αιτιότητας κατά Granger. Επομένως, ο έλεγχος αυτός εφαρμόζεται για να διαπιστωθεί η ύπαρξη της υπόθεσης του Keynes έναντι της υπόθεσης Wagner.

Πίνακας 6.15 Results of Granger Causality tests

Variables	F-statistics	P-value	Decision	Causality
PE does not Granger Cause PR	12.6332	0.0023	Reject	Unidirectional PE → PR
PR does not Granger Cause PE	0.48939	0.4931	Do not reject	
DRGDP does not Granger Cause PE	0.27492	0.7634	DO not Reject	Unidirectional PE → DRGDP
PE does not Granger Cause DRGDP	5.02590	0.0213	Reject	
DRGDP does not Granger Cause PR	9.06765	0.0075	Reject	Unidirectional DRGDP → PR
PR does not Granger Cause DRGDP	0.11086	0.7430	Do not Reject	

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Τα εμπειρικά μας αποτελέσματα υποδεικνύουν μονοκατευθυντική αιτιότητα από τις δαπάνες προς τα έσοδα και, επομένως, επικυρώνουν την υπόθεση δαπάνη-φορολογία. Η μείωση των κρατικών δαπανών θα μπορούσε ενδεχομένως να οδηγήσει σε βελτίωση των δημοσιονομικών

ελλειμμάτων, επιτρέποντας τη διατήρηση της συνολικής στρατηγικής. Αυτό σημαίνει ότι το ελληνικό πολιτικό σύστημα καθορίζει πρώτα την κατανομή των δαπανών και στη συνέχεια προσαρμόζει τις φορολογικές πολιτικές και τις ροές εσόδων για τη χρηματοδότησή τους. Τα εμπειρικά μας αποτελέσματα υποδεικνύουν μονόδρομη αιτιώδη επίδραση από τις δαπάνες προς τον ρυθμό μεταβολής του πραγματικού ΑΕΠ και μονόδρομη αιτιώδη επίδραση από τον ρυθμό μεταβολής του πραγματικού ΑΕΠ προς τα πρωτογενή έσοδα.

Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο DOLS για να καλύψουμε τη βραχυπρόθεσμη επίδραση με πρώτες διαφορές και επειδή αυτή η μέθοδος είναι πιο αποτελεσματική σε μικρό μέγεθος δείγματος.

Πίνακας 6.16. Estimation of Long Run relationship equation 197

DOLS method (leads =0 and lags =0)		
Variables	Coefficient	
Constant	-0.831241***	
PE	0.350444***	
dummy (2010)	-0.175294***	
$\Delta(PE)$	-0.267537*	
R ²	0.820305	
F-stat	25.86825	
D-W	1.982320	
Diagnostic Test	X ²	Probability
Normality	0.069870	0.9615648
Serial Corr.	0.163954 (2)	0.8503
ARCH	1.307502 (1)	0.2678

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Notes: ***, ** and * show significant at 1%, 5% and 10% levels respectively. Δ denotes the first difference operator, X² Normal is for normality test, X² Serial for LM serial correlation test, X² ARCH for autoregressive conditional heteroskedasticity, () is the order of diagnostic tests.

xxii Διάγραμμα 6.9 Plot of Cumulative Sum of Recursive Residuals

xxiii Διάγραμμα 6.10: Plot of Cumulative Sum of Squares of Recursive Residuals

Τα αποτελέσματα του πίνακα 6.16 δείχνουν ότι τόσο οι στατιστικές όσο και οι διαγνωστικές δοκιμές είναι αρκετά ικανοποιητικές. Έτσι, μπορούμε να τονίσουμε ότι μια αύξηση των κρατικών δαπανών κατά 1% θα προκαλέσει αύξηση των κρατικών εσόδων κατά 0,35%

μακροπρόθεσμα περίπου και ο συντελεστής της βραχυπρόθεσμης επίδρασης είναι στατιστικά σημαντικός μόνο στο 10% και έχει αρνητική επίδραση. Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα (6.9) και (6.10) εξετάζουμε τη δυναμική σταθερότητα του περιορισμένου υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος (restricted error correction) με τα τεστ των [Brown et al., \(1975\)](#).

Από την παραπάνω ανάλυση συσχέτισης συμπεραίνουμε ότι οι συνιστώσες των εσόδων που έχουν υψηλή συσχέτιση με τα πρωτογενή έσοδα είναι οι φόροι, οι μεταβιβάσεις από την Ευρώπη και τα έσοδα από τον δημόσιο δανεισμό. Οι φόροι αντιπροσωπεύουν το 83,3% των πρωτογενών εσόδων και οι μεταβιβάσεις από την Ευρώπη το 3,3%, εξαιτίας αυτού συμπεραίνουμε ότι η αύξηση των εσόδων λόγω της αύξησης των δαπανών επηρεάζει κυρίως τους φόρους είτε για την αύξηση της κατανάλωσης είτε για την αύξηση των φορολογικών συντελεστών. Επειδή η αύξηση των δαπανών κατά 1% θα προκαλέσει μόνο 0,33% και ο λόγος του ελλείμματος προς το ΑΕΠ δεν πρέπει να υπερβαίνει το 3%, το υπόλοιπο καλύπτεται από τον δημόσιο δανεισμό. Η παραπάνω ανάλυση υποστηρίζει την υπόθεση "δαπάνες-φορολογία", η οποία υποστηρίζει ότι ένα πολιτικό σύστημα καθορίζει με κάποιο τρόπο το ύψος των δαπανών και στη συνέχεια προβαίνει σε προσαρμογές της φορολογικής πολιτικής και των πηγών εσόδων για τη χρηματοδότηση των κρατικών δαπανών, οπότε οι περιορισμοί των δαπανών θα είναι αποτελεσματικοί για την οικονομία της Ελλάδας, άρα κανείς δεν μπορεί να ισχυριστεί ότι οι περιορισμοί της φορολογίας θα είναι αναποτελεσματικοί. Είναι πολύ σημαντικό για την ελληνική κυβέρνηση να προσδιορίσει την αιτιώδη κατεύθυνση μεταξύ των κρατικών δαπανών και των φορολογικών εσόδων, διότι η κατεύθυνση της αιτιώδους σχέσης παρέχει χρήσιμες πληροφορίες για το πώς η χώρα μπορεί να διαχειριστεί τα μη βιώσιμα δημοσιονομικά ελλείμματα στο μέλλον.

Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο FMOLS για να εκτιμήσουμε το βέλτιστο μέγεθος του δημόσιου τομέα σύμφωνα με το υπόδειγμα του [Armey, \(1995\)](#) επειδή η μέθοδος αυτή είναι πιο αποτελεσματική σε μικρό μέγεθος δείγματος. Διαπιστώνουμε παραπάνω ότι το PE έχει μια μακροχρόνια σχέση συνολοκλήρωσης με τον ρυθμό μεταβολής του πραγματικού ΑΕΠ που προχώρησε στην εκτίμηση της εξίσωσης 196.

Πίνακας 6.17 Estimation of Long Run relationship equation 198

FMOLS method		
Variables	Coefficient	
C	-1.254673 ***	
PS	14.37596 **	
PS ²	-88.99057 **	
PPIP	33.49567 ***	
PPIP ²	-376.9066 ***	
R ²	0.851408	
Diagnostic Test		Probability
Normality	1.394869	0.497861
Engle-Granger tau-statistic	-4.715468	0.0911*
Engle-Granger z-statistic	-22.54700	0.0701*

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Notes: ***, ** and * show significant at 1%, 5% and 10% levels respectively, FMOLS take care Heteroscedasticity with non-parametric approach and the absence of autocorrelation validate due to correlogram. Eagle-Granger H₀: Series not cointegrated.

Τα αποτελέσματα της εκτίμησης ήταν σύμφωνα με τη θεωρητική τετραγωνική σχέση που αντιπροσωπεύεται από την εξίσωση (196) και το R² (85%) παρατηρείται ότι είναι επαρκές. Όλοι οι συντελεστές έχουν στατιστική σημαντικότητα μικρότερη από 5%, οι εκτιμώμενες παράμετροι είναι συμβατές ως προς την ένδειξη με τις προσδοκίες της οικονομικής θεωρίας και την ανεστραμμένη σχέση. Διερευνήσαμε τη συμπερίληψη στην παραπάνω εξίσωση της μεταβλητής TP, αλλά όλα τα αποτελέσματα δείχνουν ότι δεν ακολουθεί τετραγωνική σχέση.

Έτσι, αυτό το αποτέλεσμα της εκτίμησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να απαντηθεί το κεντρικό ερώτημα της μελέτης: Ποιο είναι το ποσοστό των δημόσιων δαπανών που μεγιστοποιεί τον πραγματικό ρυθμό οικονομικής μεγέθυνσης; Λαμβάνοντας την πρώτη και τη δεύτερη παράγωγο της εκτιμώμενης σχέσης και τη μηδενική ισότητα υπολογίζουμε το βέλτιστο ποσοστό δημόσιων δαπανών:

$$PE_{ps} = -\frac{b_1}{2b_2} \quad \text{and} \quad PE_{ppip} = -\frac{b_3}{2b_4} \quad (202)$$

1. Υπολογισμός δεύτερων μερικών παραγώγων:

- Υπολογίστε τις δεύτερες μερικές παραγώγους της συνάρτησης ως προς f_x και f_y .

2. Εκτίμηση δευτέρων μερικών παραγώγων στο κρίσιμο σημείο:

- Εισάγετε τις συντεταγμένες του κρίσιμου σημείου στις δεύτερες μερικές παραγώγους.

3. Υπολογισμός της Διακρίνουσας:

- $D = f_{xx} \times f_{yy} - (f_{xy})^2$

4. Ανάλυση των αποτελεσμάτων:

- Εάν $D > 0$ and $f_{xx} > 0$ το κρίσιμο σημείο υποδηλώνει τοπικό ελάχιστο.
- If $D > 0$ and $f_{xx} < 0$ το κρίσιμο σημείο υποδηλώνει τοπικό μέγιστο
- If $D < 0$, το κρίσιμο σημείο υποδηλώνει σαγματικό σημείο
- If $D = 0$, δε μπορεί να εξαχθεί συμπέρασμα

Ο ρυθμός των δημόσιων δαπανών που μεγιστοποιεί την ανάπτυξη επιτυγχάνεται όταν ο λόγος των PS προς το ΑΕΠ είναι 8% και για το PPIP 4,44%. Το διάγραμμα 8 δείχνει ότι για όλα τα έτη εκτός από το 2017-218 ξεπέρασε, ειδικά μέχρι το έτος 2009 (οικονομική κρίση) το ποσοστό των δαπανών είναι σημαντικά υψηλότερο και έφτασε το 11,4%. Στις δαπάνες του PPIP ως προς το ΑΕΠ για τα έτη 2005-2019 το παραπάνω ποσοστό δεν επιτεύχθηκε και για την προηγούμενη και τη μεταγενέστερη περίοδο αυτό οφείλεται στα Ολυμπιακά έργα και την κρίση με τον κορονοϊό. Αυτές οι εκτιμήσεις έδειξαν ότι μια οικονομία πρέπει να στρέψει τη χάραξη πολιτικής για τις δαπάνες από τις πληρωμές για υπηρεσίες και μισθούς στις δαπάνες του προγράμματος δημοσίων επενδύσεων.

Οι μεταβιβαστικές πληρωμές χωρίζονται σε δύο συνιστώσες οι επιχορηγήσεις first the grants (TP_1) και οι ενισχύσεις των ασφαλιστικών ταμείων (TP_2).

Παρατηρούμε ότι η σχέση μεταξύ dr_{gdp} και TP δεν ακολουθεί παραβολική μορφή, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο FMOLS για να διερευνήσουμε την εξίσωση (197) και (198). Για να αποφευχθεί το φαινόμενο της αφαίρεσης σημαντικών μεταβλητών από το υπόδειγμα, το υπόδειγμα ΚΛΑΣΙΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ συμπληρώθηκε με την προσθήκη σχετικών μεταβλητών, συμπεριλαμβανομένων των $INVPR$ (ιδιωτικές επενδύσεις) και NX (καθαρές εξαγωγές).

Πίνακας 6.18 Estimation of Long Run relationship equation (199)

FMOLS method		
Variables	Coefficient	
C	-0.279354***	
TP ₁	1.733156**	
INVPR	2.092455***	
NX	2.464185***	
R ²	0.664528	
Diagnostic Test		Probability
Normality	1.116202	0.572295
Engle-Granger tau-statistic	-4.679671	0.0065***
Engle-Granger z-statistic	-28.81117	0.0001***

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Notes: ***, ** and * show significant at 1%, 5% and 10% levels respectively, FMOLS take care Heteroscedasticity with non-parametric approach and the absence of autocorrelation validate due to correlogram. Eagle-Granger H₀: Series not cointegrated.

Πίνακας 6.19 Estimation of Long Run relationship equation (200)

FMOLS method		
Variables	Coefficient	
C	-0.271835***	
TP ₂	0.830698***	
INVPR	2.044922***	
NX	2.204767***	
R ²	0.758035	
Diagnostic Test		Probability
Normality	1.250860	0.535031
Engle-Granger tau-statistic	-4.501221	0.0645*
Engle-Granger z-statistic	-25.31284	0.0095***

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Notes: ***, ** and * show significant at 1%, 5% and 10% levels respectively, FMOLS take care Heteroscedasticity with non-parametric approach and the absence of autocorrelation validate due to correlogram. Eagle-Granger H₀: Series not cointegrated

Από τον πίνακα 6.19 και 6.18 παρατηρούμε ότι οι επιχορηγήσεις και η εισοδηματική ενίσχυση (επιδόματα) έχουν υψηλό θετικό συντελεστή στην πραγματική οικονομική μεγέθυνση 1,7 περίπου και αντίθετα ο συντελεστής των εισφορών στα ταμεία κοινωνικής ασφάλισης είναι χαμηλότερος σε 1 0,83.

Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο OLS για να διερευνήσουμε την επίδραση των κύριων συνιστωσών των πρωτογενών εσόδων και δαπανών στο πρωτογενές πλεόνασμα/έλλειμμα.

Πίνακας 6.20. Estimation of relationship equation (201)

OLS method		
Variables	Coefficient	
constant	-0.201265***	
TP	-0.853201***	
PS	-0.594625**	
T	1.570488***	
PPIP	-0.731867*	
R ²	0.914299	
F-stat	45.34123	
D-W	2.059257	
Diagnostic Test		Probability
Normality	0.591720	0.743831
Serial Corr	0.012791(2)	0.9873
ARCH	0.694649(1)	0.4149

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Notes: ***, ** and * show significant at 1%, 5% and 10% levels respectively. Δ denotes the first difference operator, X^2 Normal is for normality test, X^2 Serial for LM serial correlation test, X^2 ARCH for autoregressive conditional heteroskedasticity, () is the order of diagnostic tests.

Ο υψηλός θετικός συντελεστής των φόρων δείχνει ότι όλες οι κυβερνήσεις για να ισοσκελίσουν το έλλειμμα χρησιμοποιούν τους φόρους αυξάνοντας τους φορολογικούς συντελεστές. Το πρόσημο των τριών συντελεστών των δαπανών είναι σύμφωνα με τη θεωρία αρνητικό, αυτό ενισχύει την προηγούμενη διαπίστωση ότι όλες οι κυβερνήσεις καταφεύγουν στην αύξηση των φόρων.

^{xxiv} Διάγραμμα. 6.11 Plot of Cumulative Sum of Recursive Residuals

^{xxv} Διάγραμμα 6.12: Plot of Cumulative Sum of Squares of Recursive Residuals

6.4.2 Ανάλυση Ομοιότητας (Cluster analysis)

Για να διερευνήσουμε τις ομοιότητες μεταξύ των υπουργείων όσον αφορά τις δαπάνες κατά την περίοδο δειγματοληψίας 2000-2021 χρησιμοποιούμε την ανάλυση κατά συστάδες, οι δύο κύριες κατηγορίες είναι η ιεραρχική και η μέθοδος κατάτμησης.

Οι ιεραρχικές μέθοδοι συσταδοποίησης δημιουργούν μια εμφωλευμένη δενδρική δομή συστάδων, όπου κάθε κόμβος του δέντρου αντιπροσωπεύει μια συστάδα και ο κόμβος ρίζας αντιπροσωπεύει ολόκληρο το σύνολο των δεδομένων. Τα φύλλα του δέντρου είναι τα μεμονωμένα σημεία δεδομένων. Οι εσωτερικοί κόμβοι αντιπροσωπεύουν συστάδες αυξανόμενου μεγέθους και πολυπλοκότητας, καθώς κάποιος ανεβαίνει στο δέντρο. Οι αλγόριθμοι ιεραρχικής συσταδοποίησης μπορεί να είναι είτε συσσωρευτικοί είτε διαιρετικοί. Οι συσσωρευτικοί αλγόριθμοι ξεκινούν με κάθε σημείο δεδομένων ως τη δική του συστάδα και στη συνέχεια συγχωνεύουν επαναληπτικά τις πιο παρόμοιες συστάδες μέχρι να επιτευχθεί ένας επιθυμητός αριθμός συστάδων. Οι διαιρετικοί αλγόριθμοι ξεκινούν με ολόκληρο το σύνολο δεδομένων ως μία συστάδα και στη συνέχεια χωρίζουν επαναληπτικά τη συστάδα σε όλο και μικρότερες συστάδες μέχρι να επιτευχθεί ένας επιθυμητός αριθμός συστάδων. Η επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου ιεραρχικής συσταδοποίησης και του αριθμού των συστάδων εξαρτάται από τη συγκεκριμένη εφαρμογή. Ωστόσο, οι μέθοδοι ιεραρχικής συσταδοποίησης είναι γενικά κατάλληλες για εφαρμογές στις οποίες είναι σημαντικό να κατανοηθούν οι σχέσεις μεταξύ διαφορετικών συστάδων, όπως η ανάλυση γονιδιακής έκφρασης και η τμηματοποίηση της αγοράς.

Οι διαχωριστικές μέθοδοι ομαδοποίησης χωρίζουν ένα σύνολο δεδομένων σε k συστάδες, όπου το k είναι μια παράμετρος που ορίζεται από τον χρήστη. Αυτές οι μέθοδοι λειτουργούν συνήθως με επαναληπτική μετακίνηση αντικειμένων από τη μία συστάδα στην άλλη μέχρι να ικανοποιηθεί ένα κριτήριο σύγκλισης. Το κριτήριο σύγκλισης είναι ένα μέτρο της ποιότητας της συσταδοποίησης, όπως το άθροισμα των τετραγωνικών αποστάσεων μεταξύ των αντικειμένων και των κεντροειδών των συστάδων τους.

Ο πιο γνωστός αλγόριθμος ομαδοποίησης κατάτμησης είναι ο αλγόριθμος k -means. Ο αλγόριθμος k -means λειτουργεί με τυχαία αρχικοποίηση k κεντροειδών συστάδων. Στη συνέχεια, αναθέτει επαναληπτικά κάθε αντικείμενο στη συστάδα με το πλησιέστερο κέντρο.

Αφού ανατεθούν όλα τα αντικείμενα σε συστάδες, τα κέντρα των συστάδων ενημερώνονται με τον μέσο όρο των θέσεων των αντικειμένων σε κάθε συστάδα. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι τα κέντρα των συστάδων να μην αλλάζουν πλέον. Οι διαχωριστικές μέθοδοι ομαδοποίησης είναι απλές στην εφαρμογή και μπορούν να είναι πολύ αποδοτικές για μεγάλα σύνολα δεδομένων. Ωστόσο, μπορεί να είναι ευαίσθητες στην αρχική τοποθέτηση των κεντροειδών των συστάδων και μπορεί να κολλήσουν σε τοπικά βέλτιστα.

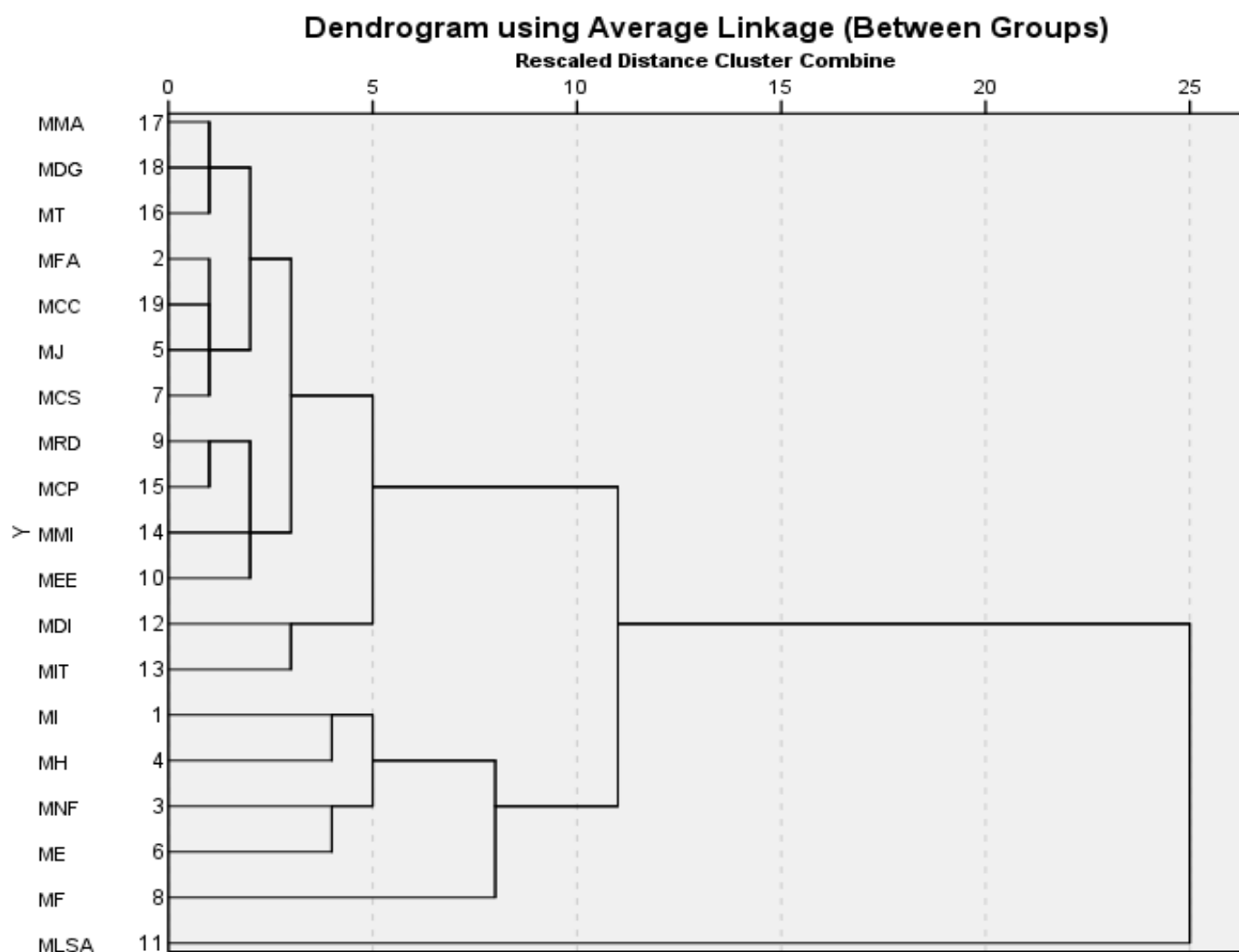
Πρώτον, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο συστάδων δύο βημάτων. Αυτή η μέθοδος μειώνει πρώτα τα δεδομένα σε ένα μικρότερο σύνολο συστάδων χρησιμοποιώντας ένα βήμα προ-συσταδοποίησης και στη συνέχεια εφαρμόζει μια παραδοσιακή μέθοδο συσταδοποίησης στα προ-συσταδοποιημένα δεδομένα για να αποφασίσει τον αριθμό των συστάδων. Εφαρμόσαμε τη μέθοδο συστάδων K-Means [MacQueen, \(1967\)](#). Αυτή η μέθοδος χωρίζει τα δεδομένα σε K συστάδες, όπου K είναι ένας αριθμός, που επιλέγετε εκ των προτέρων. Αναθέτει επαναληπτικά τα σημεία δεδομένων σε συστάδες και ενημερώνει τα κέντρα των συστάδων για να ελαχιστοποιήσει το άθροισμα τετραγώνων εντός της συστάδας.

Επιπλέον, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο ιεραρχικής συσταδοποίησης [Nielsen, \(2016\)](#), η μέθοδος αυτή δημιουργεί ένα δενδροειδές διάγραμμα των δεδομένων, που ονομάζεται δενδρόγραμμα, για να δείξει τη διάταξη των συστάδων σε διαφορετικά επίπεδα. Ξεκινά με κάθε σημείο δεδομένων στη δική του συστάδα και στη συνέχεια συγχωνεύει επαναληπτικά τις πλησιέστερες συστάδες μέχρι να απομείνει μόνο μία συστάδα. Παρέχει μια οπτική αναπαράσταση της ιεραρχικής δομής των δεδομένων, η οποία μπορεί να είναι χρήσιμη για την κατανόηση των σχέσεων σε διαφορετικά επίπεδα λεπτομέρειας. Η συσσωρευτική μέθοδος είναι μια προσέγγιση "από κάτω προς τα πάνω", όπου κάθε παρατήρηση ξεκινά στη δική της συστάδα και τα ζεύγη συστάδων συγχωνεύονται καθώς ανεβαίνει κανείς στην ιεραρχία. Λαμβάνοντας υπόψη τις πιθανές ακραίες τιμές, η μέθοδος μέσης σύνδεσης μπορεί να είναι πιο ισχυρή σε αυτή την περίπτωση. Μπορεί να χειριστεί καλύτερα τις ακραίες τιμές σε σύγκριση με άλλες μεθόδους όπως η μέθοδος Ward. Μετρική απόστασης χρησιμοποιούμε την ευκλείδεια απόσταση, δεδομένου ότι τα δεδομένα μας είναι τυποποιημένα (όλα σε χιλιάδες ευρώ) όπως τα z-scores, η ευκλείδεια απόσταση θα πρέπει να λειτουργεί ικανοποιητικά.

Πίνακας 6.21. K-Mean Clustering

1	MI	5
2	MFA	2
3	MNF	5
4	MH	5
5	MJ	2
6	ME	5
7	MCS	2
8	MF	3
9	MRD	2
10	MEE	2
11	MLSA	4
12	MDI	1
13	MIT	1
14	MMI	2
15	MCP	1
16	MT	2
17	MMA	2
18	MDG	2
19	MCC	2

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη



Διάγραμμα 6.13: Δενδρόγραμμα υπουργίων Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Παρατηρούμε ότι τα υπουργία MH και η MI έχουν πολύ ισχυρή σχέση. Αυτό οφείλεται στη συμπεριφορά του εθνικού συστήματος υγειονομικής περίθαλψης και στην υψηλή εξάρτηση από τις προσλήψεις που γίνονται από το υπουργείο εσωτερικών. Μια πολύ ισχυρή σχέση υπάρχει μεταξύ ME και MNF Αυτό δείχνει ότι οι κυβερνήσεις που είναι υπέρ της αύξησης του δημόσιου τομέα αυξάνουν τις συνολικές δαπάνες για τους κύριους πυλώνες. Το υπουργείο Ανάπτυξης και το υπουργείο Υποδομών έχουν ισχυρή σχέση και αυτό είναι λογικό επειδή οι περισσότερες διαχρονικά επενδύσεις έχουν σχέση με τα οδικά δίκτυα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΟΜΙΛΟΥ ΕΤΑΙΡΙΩΝ

7.1 Εισαγωγή

Η διάρθρωση ενός ομίλου εταιρειών αποτελεί ένα φαινόμενο με συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον. Οι εταιρικοί όμιλοι αποτελούνται από ένα σύνολο νομικά ανεξάρτητων εταιρειών, με το όνομα θυγατρικές, οι οποίες ελέγχονται από τη μητρική εταιρεία. Η πιο γνωστή και συνηθισμένη μορφή μιας τέτοιας οργάνωσης είναι η δομή πυραμίδας, η οποία στην κορυφή έχει τη μητρική εταιρεία και από κάτω τις θυγατρικές και υποθυγατρικές. Η μητρική εταιρεία έχει την δύναμη να ορίσει όλες τις σχετικές αποφάσεις των θυγατρικών της είτε με άμεσο έλεγχο (ιδιοκτησία) ή πλειοψηφία των μετοχών καθιστώντας τη το πραγματικό ιδιοκτήτη, είτε έμμεσα, έχοντας την εξουσία να ελέγχει τα δικαιώματα ψήφου υπέρ της.

Το ερώτημα που προκύπτει είναι ποιος ασκεί πραγματικά τον έλεγχο σε μια εταιρία; προκύπτουν Το μετοχικό κεφάλαιο μιας εταιρείας διαιρείται σε μετοχές και κάθε μέτοχος κατέχει ένα ορισμένο ποσοστό αυτού, το οποίο από μόνο του δε μπορεί να δώσει την απάντηση ποιος ελέγχει την εταιρεία μέσω της απλούστευσης μια μετοχή μια ψήφος. Όποιος έχει την πλειοψηφία των ψήφων, έχει τη δύναμη να ελέγχει την εταιρεία και να κατευθύνει τη στρατηγική της, ενώ οι υπόλοιποι, αντιπροσωπεύουν τη μειοψηφία, συχνά όμως το καταστατικό ορίζει συγκεκριμένες πλειοψηφίες για τη λήψη αποφάσεων

Στη περίπτωση του άμεσου ελέγχου η κατανόηση είναι απλή όποιος έχει την πλειοψηφία των δικαιωμάτων ψήφου μπορεί να ασκήσει ουσιαστικό έλεγχο στην εταιρεία. Από την άλλη πλευρά, ο έμμεσος έλεγχος μπορεί να είναι αρκετά δύσκολος να προσδιοριστεί λόγω της πολυπλοκότητας με την οποία προκύπτει, Διασταυρούμενες συμμετοχές μεταξύ εταιρειών του ομίλου, κυκλική ιδιοκτησία ή ακόμη και μια εκτεταμένη και περίπλοκη δομή πυραμίδας μπορούν να οδηγήσουν σε κρυφό έλεγχο της εξουσίας. Η περίπτωση αυτή προκύπτει όταν η μητρική εταιρεία κατέχει ένα μικρό ποσοστό των μετοχών μιας εταιρείας, αλλά ασκεί έλεγχο μέσω των θυγατρικών της, λειτουργώντας πολλαπλασιαστικά στον έλεγχο του κεφάλαιο.

Σκοπός της έρευνας είναι να εξεταστεί πώς οι μητρικές εταιρείες μπορούν να ανακατευθύνουν το μετοχικό κεφάλαιο του ομίλου, με τέτοιο τρόπο που θα τους επιτρέψει να διατηρήσουν τον έλεγχο της διαχείρισης και ταυτόχρονα να απορροφήσουν τα κεφαλαιακά κέρδη. Το διπλό πρόβλημα που προκύπτει είναι ότι το ελάχιστο ποσοστό πλειοψηφίας είναι ίσο με το μέγιστο ποσοστό μειοψηφίας χωρίς έλεγχο διαχείρισης. Ο έλεγχος αυτός προσδιορίζεται ως άμεσα και έμμεσα δικαιώματα ψήφου.

7.2 Δεδομένα και κατασκευή μοντέλου

7.2.1 θεωρητική τεκμηρίωση του μοντέλου

Έστω n ο αριθμός των εταιρειών του ομίλου, και την ύπαρξη της μητρικής εταιρείας Υποθέτετε η ύπαρξη ενδοομιλικών δεσμών μετοχικού κεφαλαίου που οδηγούν σε σύνθετο έμμεσο έλεγχο από τη μητρική εταιρεία.

Ορίζεται φ_{ij} το ποσοστό συμμετοχής μεταξύ των θυγατρικών (PBS)

Ο πίνακας $\Phi_{n \times n} = [\varphi_{ij}]$ αντιπροσωπεύει τις άμεσες συμμετοχές σε μετοχές εντός του ομίλου.

Ορίζεται a_i ποσοστό της άμεσης συμμετοχής της μητρικής πάνω σε κάθε θυγατρική

Ο πίνακας $A_{n \times 1} = [a_i]$ αντιπροσωπεύει την άμεση συμμετοχή της μητρικής στις εταιρείες του ομίλου

Οι πίνακες $\Phi_{n \times n}$ και $A_{n \times 1}$ είναι θετικά ορισμένοι με $0 \leq \varphi_{ij} \leq 1$ and $0 \leq a_i \leq 1, \in [0,1]$ όπου 1 σημαίνει 100% συμμετοχής.

Κάθε γραμμή και στήλη του πίνακα ορίζει την κάθε εταιρία του ομίλου και κάθε στοιχείο του πίνακα για με $i \neq j$ αντιπροσωπεύει τα ποσοστά συμμετοχής της κάθε εταιρίας στην άλλη. Κάθε γραμμή δείχνει το ποσοστό συμμετοχής της εταιρείας ενός ομίλου σε άλλες εταιρείες εντός του ομίλου και κάθε στήλη δείχνει τα ποσοστά συμμετοχής των εταιρειών του ομίλου εντός της εταιρείας

Ο ολοκληρωτικός έλεγχος της μητρικής εταιρείας σε μια εταιρεία i προκύπτει από τις μετοχές που κατέχει η μητρική εταιρεία ως επένδυση στα περιουσιακά της στοιχεία (άμεση συμμετοχή) και από το ποσοστό των μετοχών της εταιρείας i που κατέχουν εταιρείες των οποίων το ποσοστό μετοχικού κεφαλαίου κατέχει η μητρική εταιρεία (έμμεση συμμετοχή).

Για το παράδειγμα τριών εταιριών A, B and C, όπου A έχει ποσοστό συμμετοχής πάνω στη B και C (α_b, α_c) και η B πάνω στη C (b_c). Ο ολοκληρωτικός έλεγχος της A πάνω στη C, ορίζεται:

$$G = \alpha_c + \alpha_b * b_c. \quad (203)$$

Γενικεύοντας για n εταιρίες ο αποτελεσματικός έλεγχος διαχείρισης **Effective Management Control (EMC)** ορίζεται ως:

$$C_i = a_i + \sum_{j=1}^n \varphi_{ij} \quad (204)$$

Όπου $C_i \in [0,1]$ με 1 να σημαίνει 100% συμμετοχής

Μέσω του κλασικού υποδείγματος εισροών-εκροών [Leontief, \(1936\)](#) που παριστάνει ένα πίνακα διπλής εισόδου, ο αποτελεσματική ολοκληρωμένη συμμετοχή της μητρικής **Effective Integrated Participation** ορίζεται ως:

$$G_{n \times 1} = (I - \Phi^T)^{-1}_{n \times n} \times A_{n \times 1} \quad (205)$$

Όπου:

$G_{n \times 1} = [g_i]$ το διάνυσμα στήλης του EIP στη θυγατρική $i, \forall j = 1, 2 \dots n \text{ subsidiaries}$

$I_{n \times n}$ μοναδιαίος πίνακας

$\Phi^T_{n \times n} = [\varphi_{ji}]$ ο ανάστροφος του πίνακα $\Phi_{n \times n}$

Υπάρχουν βέβαια και εξωτερικοί μέτοχοι εκτός των εταιρειών του ομίλου, οι οποίοι κατέχουν μέρος του μετοχικού κεφαλαίου των θυγατρικών. Οι συγκεκριμένοι είναι γνωστοί ως μετόχοι μειοψηφίας ή μη ελέγχοντες μετόχους Non-Controlling Interest (NCI). Με τον ίδιο τρόπο ο ολοκληρωμένος έλεγχος μειοψηφίας της θυγατρικής i , είναι το άθροισμα των άμεσων μετοχών συμμετοχής τους συν τυχόν έμμεση επίδραση από τις σταυροειδείς συμμετοχές των θυγατρικών.

NCI ορίζεται ως:

$$M_{n \times 1} = U_{n \times 1} - G_{n \times 1} \Leftrightarrow [m_i] = [u_i] - [g_i] \quad (206)$$

$U_{1 \times n} = [u_i]$ όπου $u_i = 1 \forall i = 1, 2 \dots n \text{ subsidiaries}$.

όπου $m_i \in [0, 1]$ είναι NCI και 1 σημαίνει 100% συμμετοχής

Υποθέτουμε ότι τα περιουσιακά των εταιρειών έχουν αποτιμηθεί με τη μέθοδο της εύλογης αξίας οπότε:

$$Book Value = Equity = Assets - Liabilities = Net Assets \quad (207)$$

Τα καθαρά περιουσιακά στοιχεία ορίζονται ως εξής :

$NA_{1 \times n} = [na_j] \forall j = 0, \dots, n$ όπου na_0 τα καθαρά περιουσιακά στοιχεία της μητρικής

Η συνολική αξία συμμετοχής τόσο για τη μητρική εταιρεία όσο και για τις θυγατρικές ορίζεται:

$$PV_{1 \times n} = [pv_j]$$

$$a. = [pn_0] = \sum_{i,j=1}^n (na_j \times \alpha_i), \text{ αξία συμμετοχής της μητρικής} \quad (208)$$

$$b. = [pn_j] = \sum_{j=1}^n (\sum_{i=1}^n (\varphi_{ij} \times na_j)), \text{ αξία συμμετοχής των θυγατρικών} \quad (209)$$

Τα διαθέσιμα μετρητά είναι μέρος του καθαρού ενεργητικού και αναφέρεται στα κεφάλαιο που μια εταιρία μπορεί να χρησιμοποιήσει για επενδύσεις χωρίς την ανάγκη άντλησης περισσότερων κεφαλαίων. Τα μετρητά και τα ταμειακά ισοδύναμα ορίζεται ως εξής:

$$CE_{1 \times n} = [ce_j] = [p_j] \times [na_j] \quad \forall j = 0, 1, 2 \dots n \text{ companies} \quad (210)$$

$P_{1 \times n} = [p_j] \quad \forall j = 0, 1, 2 \dots n$ companies είναι το τμήμα του ποσοστού των ταμειακών διαθεσίμων και p_0 αντιπροσωπεύει τη μητρική εταιρία.

Ως αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης (205) δηλαδή η εταιρία να διατηρεί τον έλεγχο του ομίλου στον ελάχιστο επιτρεπτό βαθμό.

$$\min G_{n \times 1} \text{ or } \min [(I - \Phi^T)^{-1}_{n \times n} \times A_{n \times 1}] \quad (211)$$

Οι περιορισμοί του μοντέλου ορίζονται ως εξής:

1. Restriction of Management Control:

$$C_i = a_i + \sum_{i=1}^n \varphi_{ij} \geq 50\% \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ subsidiaries.} \quad (212)$$

$$2. \text{DPHC} \quad A_{n \times 1} = [a_i] \geq 0 \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ subsidiaries} \quad (213)$$

$$3. \text{PBS} \quad \Phi_{n \times n} = [\varphi_{ij}] \geq 0 \quad \forall i, j = 1, 2 \dots n \text{ subsidiaries} \quad (214)$$

$$4. \text{PV} \quad PV_{1 \times n} = [dp_j] \leq [ce_j] \quad \forall j = 0, 1, 2 \dots n \text{ companies} \quad (215)$$

Εάν θα θέλαμε να υπάρχει ένα υποχρεωτικό ελάχιστο DPMC για σκοπούς διαχείρισης, τότε ο περιορισμός 2 πρέπει να μετασχηματιστεί διότι οποιαδήποτε συμμετοχή πρέπει να είναι ίση με ένα ελάχιστο ποσοστό για να ανήκει στο χαρτοφυλάκιο της άμεσης συμμετοχής της μητρικής εταιρείας και οποιαδήποτε εξαγορασθείσα εταιρεία a_i πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση με ένα ελάχιστο $x\%$ σύμφωνα με το νόμο, τις λογιστικές, διαχειριστικές ή οργανωτικές απαιτήσεις.

$$5. \text{DPHC} \quad A_{n \times 1} = [a_i] \geq x\% \quad (216)$$

$$6. \text{PBS} \quad \Phi_{n \times n} = [\varphi_{ij}] \geq y\% \quad (217)$$

Όπου x και y τα ελάχιστα ποσοστά συμμετοχής σύμφωνα με τις απαιτήσεις των διοικήσεων.

$\Phi_{n \times n}$ και $A_{n \times 1}$ βέλτιστα άμεσα ποσοστά συμμετοχής μεταξύ του ομίλου και βέλτιστα άμεσα ποσοστά συμμετοχής της μητρικής στις εταιρίες του ομίλου.

Έτσι το EIP ορίζεται ως εξής:

$$G_{n \times 1} = (I - \Phi_v^T)^{-1}_{n \times n} \times A_{n \times 1} \quad (218)$$

Με βάση το παραπάνω δεν υπάρχει καμία αλλαγή στο μετοχικό κεφάλαιο (αξία) οποιασδήποτε από τις εταιρείες καθώς το μόνο που συμβαίνει είναι η μείωση του λογαριασμού επενδύσεων και την αύξηση των ταμειακών διαθεσίμων και ισοδυνάμων.

Η τελική εισροή μετρητών στο λογαριασμό μετρητών της μητρικής εταιρείας δίνεται:

$$\Delta G_{n \times 1} = [\delta g_i] = [g_i] - [g_{vi}] \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ subsidiaries} \quad (219)$$

ΔG αντιπροσωπεύει τα δικαιώματα μετοχών που η μητρική έχασε ή απέκτησε προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσει αλλά ταυτόχρονα να διατηρήσει τον ολοκληρωμένο έλεγχο.

Η νέα συνολική ταμειακή εισροή στη μητρική εταιρεία ορίζεται:

$$NCF_{1 \times 1} = [ncf_i] = NA_{1 \times n} \times \Delta G_{n \times 1} = [na_j] \times [\delta g_i] \quad \forall i = 1, 2 \dots n \text{ subsidiaries} \quad (220)$$

7.2.2 Δεδομένα

Για μια ομάδα 10 εταιρειών συμπεριλαμβανομένου της μητρικής (M) με συγκεκριμένα ποσοστά συμμετοχής μεταξύ των εταιρειών και συγκεκριμένες αξίες ιδίων κεφαλαίων (καθαρά περιουσιακά στοιχεία). Η μητρική εταιρεία έχει άμεση συμμετοχή 50% σε κάθε μία από τις θυγατρικές και δεν υπάρχουν διασταυρούμενες συμμετοχές μεταξύ των θυγατρικών. Με βάση το παραπάνω θεωρητικό μοντέλο, στόχος είναι η μητρική εταιρεία του ομίλου να αντλήσει κεφάλαια ελαχιστοποιώντας το EIP, δηλαδή να μεταβάλει τόσο τα ποσοστά άμεσης όσο και έμμεσης συμμετοχής του ομίλου, διατηρώντας παράλληλα το EMC σε επίπεδα ελέγχου.

Αναπτύσσονται τρία διαφορετικά μοντέλα για ποσοστά συμμετοχής και ταμειακά διαθέσιμο για επενδύσεις. Για δεδομένα ελαχιστοποίησης του EIP υπολογίζεται επίσης το νέο NCI και τα αποτελέσματα που προκύπτουν.

Πίνακας 7.1. Αρχική διάρθρωση του ομίλου

	M	A	B	C	D	E	F	G	H	I
M	0.00	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
A	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
C	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
D	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
G	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
H	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
I	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EMC		0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Πίνακας 7.2 EIP

	M
A	0.5
B	0.5
C	0.5
D	0.5
E	0.5
F	0.5
G	0.5
H	0.5
I	0.5

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Πίνακας 7.3 Net Assets

	M	A	B	C	D	E	F	G	H	I
NA	€ 60,000	€ 30,000	€ 25,000	€ 20,000	€ 15,000	€ 10,000	€ 5,000	€ 4,000	€ 2,500	€ 1,000

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Πίνακας 7.4 Καθορισμός μοντέλων

Model 1		Model 2		Model 3	
Objective Function		Objective Function		Objective Function	
Cells to Optimize	EIP	Cells to Optimize	EIP	Cells to Optimize	EIP
Type of Goal	Minimum	Type of Goal	Minimum	Type of Goal	Minimum
Adjustable Cell Values (1)	PBS	Adjustable Cell Values (1)	PBS	Adjustable Cell Values (1)	PBS
Adjustable Cell Values (2)	DPHC	Adjustable Cell Values (2)	DPHC	Adjustable Cell Values (2)	DPHC
Constraints	Description	Constraints	Description	Constraints	Description
EMC	$0,5 \leq EMC \leq 1$	EMC	$0,5 \leq EMC \leq 1$	EMC	$0,5 \leq EMC \leq 1$
EIP	$0,05 \leq EIP \leq 1$	EIP	$0,05 \leq EIP \leq 1$	EIP	$0,05 \leq EIP \leq 1$
DPH ₁	$OR(a_i \geq 0.5) = TRUE$	DPH ₁	$OR(a_i \geq 0.5) = TRUE$	DPH ₁	$OR(a_i \geq 0.5) = TRUE$
DPH ₂	$OR(a_i = 0, a_i \geq 0.05) = TRUE$	DPH ₂	$a_i \geq 0.05$	DPH ₂	$OR(a_i = 0, a_i \geq 0.05) = TRUE$
DPHC ₁	$sum(\phi_{11} + \phi_{22} + \phi_{33} + \phi_{44} + \phi_{55} + \phi_{66} + \phi_{77} + \phi_{88} + \phi_{99}) = 0$	DPHC ₁	$sum(\phi_{11} + \phi_{22} + \phi_{33} + \phi_{44} + \phi_{55} + \phi_{66} + \phi_{77} + \phi_{88} + \phi_{99}) = 0$	DPHC ₁	$sum(\phi_{11} + \phi_{22} + \phi_{33} + \phi_{44} + \phi_{55} + \phi_{66} + \phi_{77} + \phi_{88} + \phi_{99}) = 0$
DPHC ₂	$OR(\phi_{ij} = 0, \phi_{ij} \geq 0.05) = TRUE$	DPHC ₂	$OR(\phi_{ij} = 0, \phi_{ij} \geq 0.05) = TRUE$	DPHC ₂	$OR(\phi_{ij} = 0, \phi_{ij} \geq 0.05) = TRUE$

PV - CCE	$pv_j \leq ce_j$	PV - CCE	$pv_j \leq ce_j$	PV - CCE	$pv_j \leq ce_j^{11}$
----------	------------------	----------	------------------	----------	-----------------------

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Ο στόχος είναι να βρούμε το $\min$ EIP υπό συγκεκριμένους περιορισμούς, , μετασχηματίζοντας το σε $\min \sum_{i=1}^9 g_{1i}$. Ως μεταβλητές απόφασης ορίζονται τα ποσοστά συμμετοχής του ομίλου. Μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης αναζητούνται τα νέα ποσοστά συμμετοχών μεταξύ των θυγατρικών (PBS) και τις νέες άμεσες συμμετοχές της μητρικής (DPHC).

Μοντέλο 1:

- a) Η μητρική πρέπει να διατηρεί τη πλειοψηφία των μετοχών σε τουλάχιστον μια από τις θυγατρικές
- b) $\min$ DPHC πρέπει να είναι 0.05, α αλλιώς παίρνει τη τιμή μηδέν
- c) $\min$ PBS πρέπει να είναι 0.05, α αλλιώς παίρνει τη τιμή μηδέν

Μοντέλο 2:

- a) Η μητρική πρέπει να διατηρεί τη πλειοψηφία των μετοχών σε τουλάχιστον μια από τις θυγατρικές
- b) $DPHC \geq 0.05$
- c) $\min$ PBS πρέπει να είναι 0.05, α αλλιώς παίρνει τη τιμή μηδέν

Μοντέλο 3:

Επιπροσθέτως στο μοντέλο 1

- a) $0.5 \leq EMC \leq 1$
- b) Το άθροισμα των i συμμετοχών μιας εταιρείας σε άλλες εταιρείες θα πρέπει να είναι ίσο ή μικρότερο από τα διαθέσιμα μετρητά της για επενδύσεις. Στην περίπτωση μας τα διαθέσιμα μετρητά για το μοντέλο 1 και 2 είναι 10% του καθαρού ενεργητικού για τις θυγατρικές και 80% για τη μητρική εταιρεία, ενώ στο μοντέλο 3 τα διαθέσιμα μετρητά για τις θυγατρικές είναι 20% του καθαρού ενεργητικού και 80% για τη μητρική.

¹¹ Although this constraint seems equal to model 1 & 2, in fact ce_{1j} for $j = 0, 1, 2, \dots, n$ are different as the portion of available C&CE changes

Πίνακας 7.5 Ταμειακά διαθέσιμα για μοντέλα 1 και 2

	M	A	B	C	D	E	F	G	H	I
CE	€ 48,000	€ 3,000	€ 2,500	€ 2,000	€ 1,500	€ 1,000	€ 500	€ 400	€ 250	€ 100

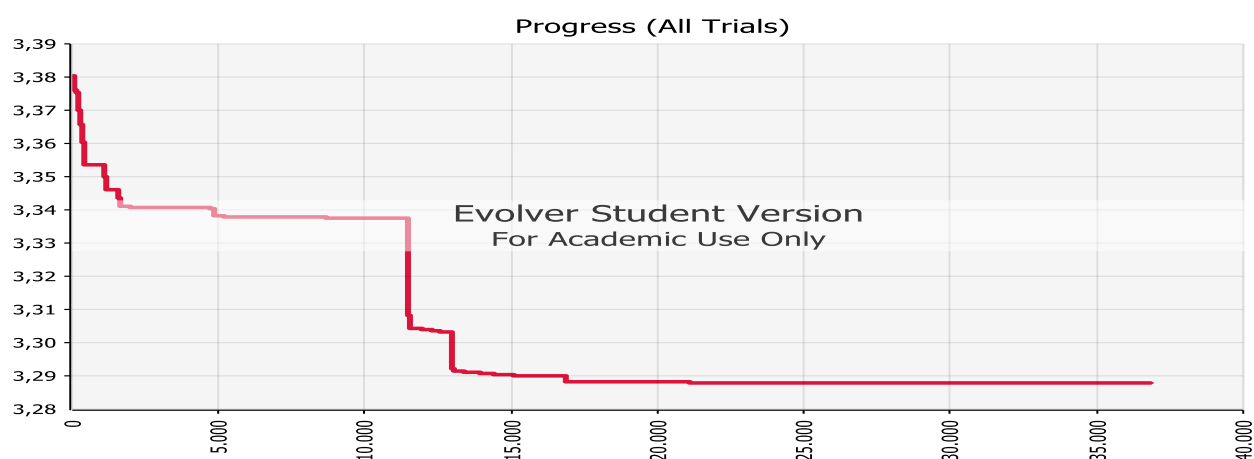
Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

Πίνακας 7.6 Ταμειακά διαθέσιμα για μοντέλο 3

	M	A	B	C	D	E	F	G	H	I
CE	€ 48,000	€ 6,000	€ 5,000	€ 4,000	€ 3,000	€ 2,000	€ 1,000	€ 800	€ 500	€ 200

Πηγή: Υπολογισμοί Συντάκτη

7.3 Εμπειρικά αποτελέσματα - εκτιμήσεις

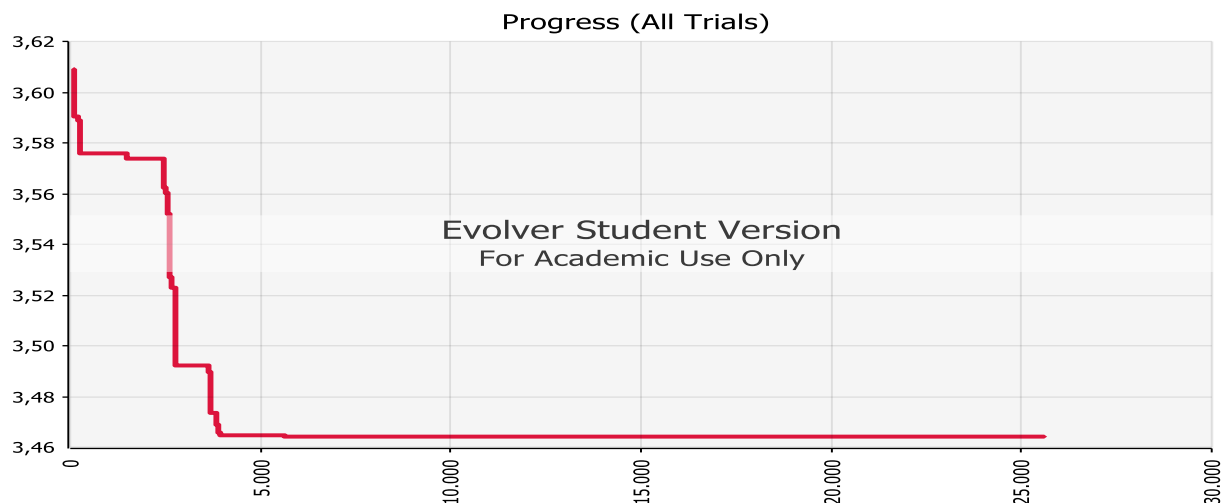


Διάγραμμα 7.1. Βέλτιστη λύση για το μοντέλο 1 (Πηγή: [Υπολογισμοί συντάκτη](#))

Πίνακας 7.7 διάθροση ομάδας για το μοντέλο 1

	M	A	B	C	D	E	F	G	H	I
M	0.00	0.50	0.50	0.50	0.50	0.28	0.00	0.00	0.00	0.00
A	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.44	0.34	0.00
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.50	0.00	0.00	0.00
C	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16	0.00	0.06	0.00	0.00
D	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00
E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	0.37
F	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07	0.00
G	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13
H	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
I	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EMC		0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

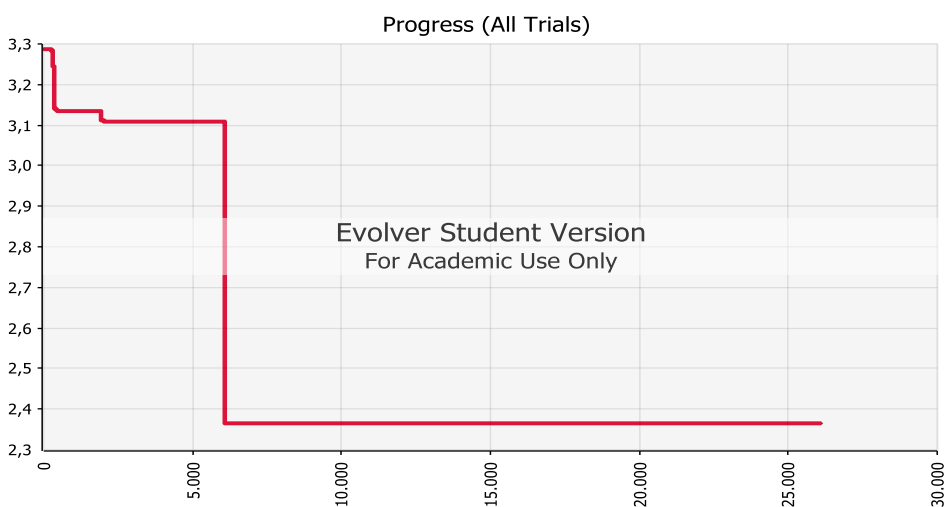


Διάγραμμα 7.2. Βέλτιστη λύση για το μοντέλο 2 (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)

Πίνακας 7.8 διάθρωση ομίλου για το μοντέλο 2

	M	A	B	C	D	E	F	G	H	I
M	0.00	0.50	0.50	0.50	0.30	0.36	0.30	0.09	0.05	0.05
A	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.00
C	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07	0.00	0.09	0.37	0.00
D	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.12	0.00	0.07	0.00	0.00
E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	0.00	0.00
F	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.00
G	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20
H	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25
I	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EMC		0.50	0.50	0.50	0.50	0.55	0.50	0.50	0.50	0.50

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη



Διάγραμμα 7.3. Βέλτιστη λύση για το μοντέλο 3 (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)

Πίνακας 7.9 διάρθρωση ομίλου για το μοντέλο 3

	M	A	B	C	D	E	F	G	H	I
M	0.00	0.50	0.50	0.36	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A	0.00	0.00	0.00	0.00	0.38	0.00	0.00	0.07	0.00	0.00
B	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.23	0.00	0.00	0.00	0.00
C	0.00	0.00	0.00	0.00	0.12	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00
D	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.50	0.00	0.00	0.00
E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.80	0.00
F	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	0.00	0.00
G	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.80
H	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13	0.00	0.00
I	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00
EMC		0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.80	0.80

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Κάθε νέα διάρθρωση του ομίλου οδηγεί μικρότερο EIP και μεγαλύτερο NCI για τη μητρική.

Πίνακας 7.10 σύγκριση EIP για το κάθε μοντέλο

Static Model		Model 1		Model 2		Model 3	
Original Value	4.5	Minimum 1	3.29	Minimum 2	3.46	Minimum 3	2.36
Original EIP		Optimal 1		Optimal 2		Optimal 3	
A	0.50	A	0.50	A	0.50	A	0.50
B	0.50	B	0.50	B	0.50	B	0.50
C	0.50	C	0.50	C	0.50	C	0.43
D	0.50	D	0.50	D	0.40	D	0.24
E	0.50	E	0.39	E	0.45	E	0.22
F	0.50	F	0.25	F	0.40	F	0.12
G	0.50	G	0.25	G	0.27	G	0.09
H	0.50	H	0.22	H	0.27	H	0.18
I	0.50	I	0.18	I	0.17	I	0.07

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 7.11 σύγκριση NCI για το κάθε μοντέλο

Static Model		Model 1		Model 2		Model 3	
Original Value	4.50	Maximum 1	5.71	Maximum 2	5.54	Maximum 3	6.64
Original NCI		Max 1		Max 2		Max 3	
A	0.50	A	0.50	A	0.50	A	0.50
B	0.50	B	0.50	B	0.50	B	0.50
C	0.50	C	0.50	C	0.50	C	0.57
D	0.50	D	0.50	D	0.60	D	0.76
E	0.50	E	0.61	E	0.55	E	0.78
F	0.50	F	0.75	F	0.60	F	0.88
G	0.50	G	0.75	G	0.73	G	0.91
H	0.50	H	0.78	H	0.73	H	0.82
I	0.50	I	0.82	I	0.83	I	0.93

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 7.12 Μεταβολές ταμειακών ροών

Static Model		Model 1		Model 2		Model 3	
Original EIP		Difference 1		Difference 2		Difference 3	
A	0.50	A	0.00	A	0.00	A	0.00
B	0.50	B	0.00	B	0.00	B	0.00
C	0.50	C	0.00	C	0.00	C	0.07
D	0.50	D	0.00	D	0.10	D	0.26
E	0.50	E	0.11	E	0.05	E	0.28
F	0.50	F	0.25	F	0.10	F	0.38
G	0.50	G	0.25	G	0.23	G	0.41
H	0.50	H	0.28	H	0.23	H	0.32
I	0.50	I	0.32	I	0.33	I	0.43
Cash Increase		€ 4,383.0		€ 4,293.5		€ 12,750.0	

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Με την εφαρμογή των μοντέλων 1,2 και 3 επιχειρείται να καθοριστεί η βέλτιστη διάρθρωση του ομίλου με βάση συγκεκριμένες προϋποθέσεις σύμφωνα με λογιστικά ή διοικητικά πρότυπα και πώς τα διαθέσιμα ταμεία επηρεάζουν τη βέλτιστη δομή.

Στο Μοντέλο 1 η EIP μειώθηκε σε πέντε από τις εννέα εταιρείες. Οι άμεσες συμμετοχές σε μετοχές ανταλλάχθηκαν πλήρως σε τέσσερις εταιρείες. Η EMC παρέμεινε σταθερή σε σχέση με το αρχικό μοντέλο, με την αύξηση του ρευστού κυρίως λόγω ανταλλαγής μετοχών χαμηλής αξίας.

Στο Μοντέλο 2 τα αποτελέσματα ήταν παρόμοια, παρότι ο περιορισμός στα ποσοστά άμεσης συμμετοχής ήταν πιο αυστηρός. Η ΕΙΡ μειώθηκε, αλλά λόγω της υποχρέωσης για τη διατήρηση ελάχιστου επιπέδου άμεσης συμμετοχής από τη μητρική, οι άμεσες μετοχές δεν μπορούσαν να ανταλλαχθούν πλήρως. Η ΕΜC παρέμεινε σταθερή, με μια μικρή αύξηση σε μία εταιρεία.

Στο Μοντέλο 3, τα ελέγχεται πως CCE αυξάνουν τη δυνατότητα των εταιρειών να επενδύουν και να συμμετέχουν σε συναλλαγές μετοχών εντός της ομάδας. Η μητρική εταιρεία κατέχει την πλειοψηφία των μετοχών μόνο στις δύο θυγατρικές με την υψηλότερη αξία, οδηγώντας σε σημαντική μείωση της ΕΙΡ. Επιπλέον, λόγω των το ότι μετοχές μιας θυγατρικής κατέχονται από άλλη (crossholding) εντός της ομάδας, η επανακατανομή των μετοχών δημιούργησε αυξημένη ΕΜC για ορισμένες εταιρείες και υψηλή αύξηση κεφαλαίου για τη μητρική εταιρεία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΣΗΣ

8.1 Εφαρμογή πιστοληπτικής διαβάθμισης στο κλάδο των τροφίμων

Ο κλάδος των τροφίμων κατέχει μεγάλο μερίδιο της ελληνικής οικονομίας, με ποσοστά του όγκου της μεταποίησης 24,6% του συνόλου της παραγωγής, 36,8% της απασχόλησης και 25,6% του κύκλου εργασιών (Ι.Ο.Β.Ε., 2020)¹². Ο κλάδος εμφανίζεται έντονα συγκεντρωτικός, καθώς μόλις το 1% των εταιρειών φαίνεται να παράγει ποσοστό άνω του 60% των συνολικών εσόδων, και ταυτόχρονα παρουσιάζει έντονη κατάτμηση (πολλές μικρού μεγέθους εταιρείες). Επίσης, τρεις υποκλάδοι (γαλακτοκομικά, αρτοποιία και έλαια) καλύπτουν το 50% της συνολικής παραγωγής (pwc, 2018)¹³.

Κατά τη περίοδο της οικονομικής κρίσης 2009-2016 στη γενικότερη ο κλάδος αύξησε την παραγωγή του κατά 20%. Με τον ίδιο τρόπο αυξήθηκαν και οι εξαγωγές του κλάδου, συγκεκριμένα το 2018 σε σχέση με το 2010 σημειώθηκε σωρευτικά αύξηση κατά 60% σε αντίθεση με τις εισαγωγές που αυξήθηκαν μόλις κατά 3%. Αντίστοιχα, ο λόγος εξαγωγές / εισαγωγές το 2020 αυξήθηκε κατά 35 ποσοστιαίες μονάδες σε σχέση με το 2010, έχοντας διαμορφωθεί στο 87% (Ι.Ο.Β.Ε., 2020). Κατά την περίοδο 2012 – 2015, ο κλάδος εμφάνισε μέση ετήσια αύξηση εσόδων περί του 2% και EBITDA σχεδόν 7% αφετέρου συνεχή επενδυτική δραστηριότητα (pwc, 2018).

¹² Ι.Ο.Β.Ε. (2020). *Βιομηχανία Τροφίμων και Ποτών Facts & Figures*. Ανάκτηση από http://iobe.gr/docs/research/RES_05_B_26052021_REP_GR.pdf

¹³ *Βιομηχανία Τροφίμων και Ποτών*. Ανάκτηση από <https://www.pwc.com/gr/en/publications/greek-thought-leadership/the-food%20&%20beverage-sector-in-greece.pdf>

Το 36% των εταιρειών του κλάδου θεωρούνται πολύ ανταγωνιστικές ενώ μόλις το 27% χαρακτηρίζονται ως μη ανταγωνιστικές επιχειρήσεις. Μεγάλο εύρος υπάρχει ως προς το μέγεθος των εταιρειών του κλάδου, η μέση εταιρία είναι μικρή οντότητα ως προς τα έσοδα και ταυτοχρόνως χαμηλής κεφαλαιακής βάσης. Δεδομένου ότι η απόδοση φαίνεται να κινείται αντίστροφα με το ύψος των επενδύσεων, σπανίως συναντώνται εταιρείες εντάσεως κεφαλαίου στον κλάδο τροφίμων ενώ διαπιστώνεται μια δυσκολία στη διεύρυνση των οικονομικών μεγεθών των επιχειρήσεων καθώς και αργή προσαρμογή τους στις τεχνολογικές αναβαθμίσεις. Εντούτοις, σημειώνεται πως η βιομηχανία τροφίμων εμφανίζει εντελώς αντίστροφη εικόνα, γεγονός που τονίζει τη σημαντική διαφοροποίηση των επιχειρήσεων του κλάδου και την ανάγκη για διακριτή αντιμετώπισή του ως προς την ανάλυση των βασικών οικονομικών και ποσοτικών μεγεθών.

Η ιδιαίτερη συμπεριφορά του κλάδου στην οικονομική συγκυρία, η οποία δημιούργησε σημαντικά προβλήματα στη ρευστότητα των επιχειρήσεων και στις ανεξάρτητες αξιολογήσεις πιστοληπτικής ικανότητας των επιχειρήσεων, δημιουργεί ένα πεδίο προβληματισμού και έρευνας, το οποίο προσπαθεί να διερευνήσει η παρούσα μελέτη.

8.2 Δεδομένα

Το συνολικό δείγμα των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν ανέρχεται σε 2.057 παρατηρήσεις, οι οποίες προέρχονται από οικονομικά στοιχεία 174 επιχειρήσεων του κλάδου τροφίμων, για τις χρήσεις από το 2006 έως και το 2019. Από το σύνολο των επιχειρήσεων είκοσι από αυτές, στη διάρκεια του χρονικού διαστήματος που εξετάζεται, πτώχευσε. Τα οικονομικά στοιχεία των επιχειρήσεων αντλήθηκαν από τη βάση δεδομένων (Data Prisma) της ICAP. Σημειώνουμε πως δεν υπάρχουν οικονομικά στοιχεία για κάθε επιχείρηση σε όλο το χρονικό διάστημα που εξετάζεται.

Αρχικά, για την επιλογή του δείγματος παρασχέθηκε από την ICAP μια λίστα με όλες τις ανώνυμες εταιρείες¹⁴ και το score τους, οι οποίες ανήκουν σε μια από τις δύο υποκατηγορίες του κλάδου τρόφιμων, τη βιομηχανία (είδη διατροφής) ή το εμπόριο (είδη διατροφής). Κριτήριο για την επιλογή του δείγματος ήταν να υπάρχει αντιπροσωπευτικότητα από κάθε βαθμίδα πιστοληπτικής αξιολόγησης με βάση το score των εταιρειών και το μέγεθός τους (ομαδοποίηση με κριτήριο το ύψος του κύκλου εργασιών: μέχρι € 2εκ, από € 2εκ. έως € 40εκ. και από € 40εκ. και πάνω).

Αναλυτικά από τη βάση DATA PRISMA της ICAP ζητήθηκαν και παρασχέθηκαν:

1. Τα κάτωθι οικονομικά στοιχεία των εταιρειών του δείγματος:

- Κεφάλαιο Κίνησης
- Ταμείο – Τράπεζες (περιλαμβάνει: Ταμείο και Καταθέσεις)

¹⁴ Πρόκειται για εταιρείες που, έστω και για μια μόνο χρήση, διατηρεί η ICAP οικονομικά στοιχεία στη βάση δεδομένων της.

- Αποθέματα
- Απαιτήσεις (περιλαμβάνει: Απαιτήσεις Πελατών / Γραμμάτια Εισπρακτέα, Χρεόγραφα και Λοιπές Απαιτήσεις)
- Σύνολο Ενεργητικού
- Κύκλος Εργασιών
- Ίδια Κεφάλαια
- Αδιανέμητα Κέρδη
- Μικτό Κέρδος
- EBITDA
- Κέρδη προ Φόρου Εισοδήματος
- Καθαρά Κέρδη
- Χρηματοοικονομικές Δαπάνες
- Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις (περιλαμβάνει: Τράπεζες Λογαριασμού Βραχυπρόθεσμων Υποχρεώσεων και Μακροπρόθεσμες Υποχρεώσεις πληρωτέες στην επόμενη χρήση)
- Μεσομακροπρόθεσμες Υποχρεώσεις (περιλαμβάνει: Ομολογιακά Δάνεια, Δάνεια Τραπεζών, Χρηματοδοτικές Μισθώσεις, Επιχορηγήσεις και Λοιπές Μακροπρόθεσμες)

2. Οι κάτωθι χρηματοοικονομικοί αριθμοδείκτες:

- Άμεση Ρευστότητα
- Γενική Ρευστότητα
- Κάλυψη Χρηματοοικονομικών Δαπανών
- Τραπεζικές Υποχρεώσεις προς Πωλήσεις
- Σχέση Ξένων προς Ίδια Κεφάλαια
- Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Ενεργητικού
- Περιθώριο Μικτού Κέρδους
- Περιθώριο Καθαρού Κέρδους
- Αποδοτικότητα Ιδίων Κεφαλαίων
- Αποδοτικότητα Ενεργητικού

Με συνδυασμούς των ανωτέρω οικονομικών στοιχείων έχουν επιπλέον υπολογιστεί:

1. Τα κάτωθι οικονομικά στοιχεία:

- EBIT (ως άθροισμα: Κέρδη προ Φόρου Εισοδήματος και Χρηματοοικονομικές Δαπάνες)
- Κυκλοφορούν Ενεργητικό (ως άθροισμα: Ταμείο – Τράπεζες, Αποθέματα και Απαιτήσεις)
- Συνολικές Υποχρεώσεις (ως άθροισμα: Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις και Μεσομακροπρόθεσμες Υποχρεώσεις)

2. Οι κάτωθι χρηματοοικονομικοί αριθμοδείκτες:

- Αδιανέμητα Κέρδη / Σύνολο Ενεργητικού
- Κεφάλαιο Κίνησης / Σύνολο Ενεργητικού
- EBIT / Σύνολο Ενεργητικού
- Καθαρό Κέρδος / Σύνολο Ενεργητικού
- Μεικτό Κέρδος / Σύνολο Ενεργητικού
- Κέρδη προ φόρων / Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις
- Κυκλοφορούν Ενεργητικό / Συνολικές Υποχρεώσεις
- Συνολικές Υποχρεώσεις / Πωλήσεις
- Συνολικές Υποχρεώσεις / Σύνολο Ενεργητικού
- Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις / Σύνολο Ενεργητικού
- Πωλήσεις / Απαιτήσεις
- Ίδια Κεφάλαια / Συνολικές Υποχρεώσεις

Πέραν των οικονομικών στοιχείων από τη βάση δεδομένων της ICAP αντλήθηκε και το score των εταιρειών αναφορικά με την πιστοληπτική τους ικανότητα, όπως αυτή έχει εκτιμηθεί από την ICAP.

8.3 Εφαρμογή μοντέλου Z'-Score του Altman

Ο σκοπός της εφαρμογής είναι διερεύνηση των διαφορών μεθόδων μηχανικής μάθησης καθώς και των νευρωνικών δικτύων και της διακριτικής ανάλυσης ώστε να δούμε ποια παρέχει καλύτερα αποτελέσματα για πρόβλεψη της πιστοληπτικής διαβάθμισης των εταιριών

Τέλος, με σκοπό να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα των ορίων στον κλάδο τροφίμων, εκτιμήσαμε μέσω του αναθεωρημένου μοντέλου Z'-Score του Altman την ταξινόμηση των επιχειρήσεων στις εξής τρεις κατηγορίες: “Υγιείς”, “Γκρίζα Ζώνη” και “Χρεοκοπημένες”, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν ως εξαρτημένα μεταβλητή στο μοντέλο.

Μέγεθος του δείγματος: Χρησιμοποιήθηκε για την εφαρμογή του μοντέλου το σύνολο του δείγματος των 2.050 παρατηρήσεων, έχοντας αφαιρέσει ασυνήθεις τιμές. Πρόκειται για το ίδιο δείγμα που εφαρμόστηκε και στα προηγούμενα μοντέλα με τη διαφορά πως δεν διαχωρίστηκε σε δείγμα ανάλυσης και δείγμα ελέγχου. Για το σύνολο των διαθέσιμων παρατηρήσεων, που όπως έχουμε αναφέρει προέρχεται από 174 επιχειρήσεις του κλάδου τροφίμων για τα έτη από το 2006 έως και το 2019, υπολογίστηκε η τιμή με βάση το αναθεωρημένο μοντέλο Z'-Score του Altman, το οποίο δύναται να εφαρμοστεί σε ιδιωτικές μη εισηγμένες εταιρίες, καθώς και η ταξινόμηση τους στις τρεις κατηγορίες

(υγιείς, γκρίζα ζώνη και χρεοκοπημένες) με βάση τα όρια που έχει θέσει ο Altman¹⁵. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον κάτωθι πίνακα:

Πίνακας 8.1: Ταξινόμηση επιχειρήσεων δείγματος

ΕΤΗ	ΥΓΙΕΙΣ	ΓΚΡΙΖΑ ΖΩΝΗ	ΠΤΩΧΕΥΣΗ
2006	16	70	49
2007	14	74	51
2008	17	83	44
2009	15	80	50
2010	14	73	61
2011	11	84	53
2012	22	71	54
2013	0	0	144
2014	29	68	51
2015	33	70	45
2016	35	70	43
2017	40	70	41
2018	35	75	43
2019	34	78	40
Σύνολο	315	966	769

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει πως σύμφωνα με το αναθεωρημένο μοντέλο Z'-Score του Altman το μικρότερο ποσοστό των επιχειρήσεων (συνολικά 315) έχουν ταξινομηθεί ως υγιείς, ήτοι ποσοστό 15,37%. Οι περισσότερες επιχειρήσεις, στο σύνολο τους 966, ταξινομήθηκαν στη γκρίζα ζώνη που αντιστοιχεί σε ποσοστό 47,12%. Τέλος 769 επιχειρήσεις χαρακτηρίστηκαν ως πτωχευμένες, οι οποίες αντιπροσωπεύουν το 37,51% του δείγματος. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός πως το έτος 2013 δεν χαρακτηρίστηκε καμία επιχείρηση ως υγιής και καμία δεν ταξινομήθηκε στη γκρίζα ζώνη. Αντιθέτως, το σύνολο των επιχειρήσεων (144) χαρακτηρίστηκε ως πτωχευμένες. Πρόκειται για τη χρήση με την μεγαλύτερη αντανάκλαση των επιπτώσεων της οικονομικής κρίσης που βιώνει η χώρα μας, στις οικονομικές καταστάσεις των επιχειρήσεων του εν λόγω κλάδου και μάλιστα καθολικά, υποδηλώνοντας σαφής επιδείνωση. Επιπλέον γίνεται σαφές πως σε καταστάσεις γενικευμένης και έντονης οικονομικής κρίσης, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων ενός πιστωτικού μοντέλου ως προς την διακριτική του ικανότητα

¹⁵ Αναλυτικά τόσο το αναθεωρημένο μοντέλο Z'-Score όσο και τα όρια ταξινόμησης έχουν αναπτυχθεί στο κεφάλαιο 4.

αμβλύνεται. Στις επόμενες χρήσεις παρουσιάζεται πιο ομαλή εικόνα, όπου ο αριθμός των πτωχευμένων δεν ξεπερνάει τον αριθμό όσων έχουν ταξινομηθεί στη γκριζα ζώνη.

Να σημειώσουμε πως η εφαρμογή του μοντέλου βασίστηκε μόνο σε πέντε χρηματοοικονομικούς δείκτες ως ανεξάρτητες μεταβλητές, όσους δηλαδή απαιτούνται για τον υπολογισμό του Score βάσει του αναθεωρημένου μοντέλου Z'. Πρόκειται για τους δείκτες:

- Κεφάλαιο Κίνησης / Σύνολο Ενεργητικού
- Αδιανέμητα Κέρδη / Σύνολο Ενεργητικού
- EBIT / Σύνολο Ενεργητικού
- Ίδια Κεφάλαια / Συνολικές Υποχρεώσεις
- Πωλήσεις / Σύνολο Ενεργητικού

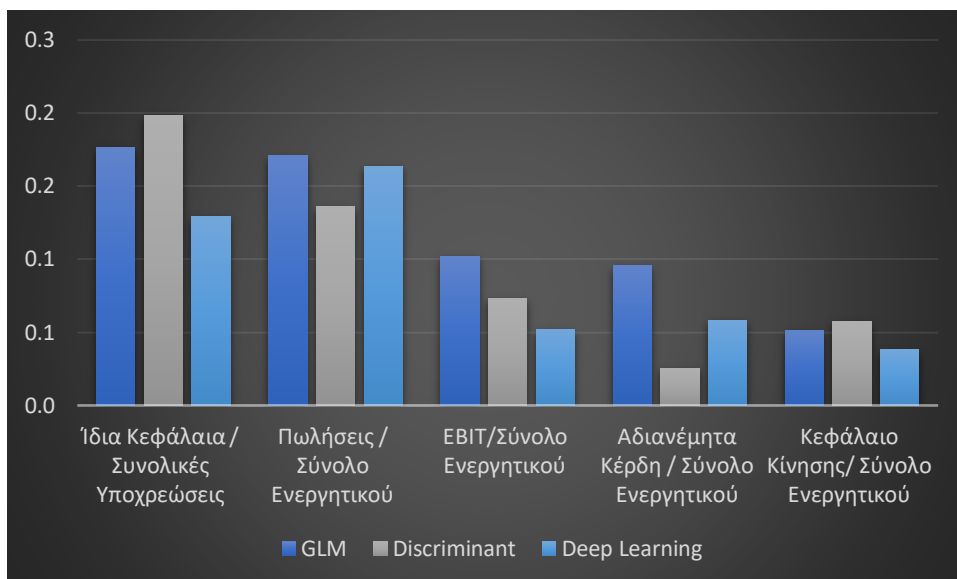
8.3.1 Σύγκριση αποτελεσματικότητας των μεθόδων

Στο παρακάτω πίνακα συνοψίζονται τα αποτελέσματα των μεθόδων που εφαρμόσαμε στο ίδιο δείγμα παρατηρήσεων.

Πίνακας 8.2: Σύγκριση αποτελεσματικότητας των μοντέλων

Model	Classification Error	Total Time
Discriminant Analysis	17,9%	10s
Deep learning	6,2%	8s
Navies Bayes	87,3%	5s
Generalized Linear Model	12,2%	5s
Fast Large Margin	43,4%	11s
Decision Tree	40,7%	5s
Random Forest	71,2%	1min 5s
Gradient Boosted Trees	52,6%	46s
Support Vector Machine	47,8%	2min 17s

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη



Διάγραμμα 8.1. Σημαντικότητα Χαρακτηριστικών (Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

9.1 Εφαρμογή 1

9.1.1 Συζήτηση και Κύρια ευρήματα

Η εργασία αποσκοπεί στην επέκταση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας σχετικά με τη βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου στην αγορά ακινήτων. Το προτεινόμενο μοντέλο αναπτύσσεται με βάση τη χρήση προσομοίωσης Monte Carlo στο μοντέλο M-V με την Eνα ως αντικειμενική συνάρτηση. Η παρούσα μελέτη έχει διάφορα ευρήματα.

Πρώτον, τα δεδομένα των τιμών εισόδου συγκεντρώθηκαν σε εξαμηνιαία βάση από το 2006 έως το 2021, Υπολογίσαμε τις σταθμισμένες αποδόσεις και για αυτές υπολογίστηκαν η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση και εισήχθησαν στον αλγόριθμο Monte Carlo επικυρώνοντας ότι η τυχαία μεταβλητή σταθμισμένης απόδοσης ακολουθεί την κανονική κατανομή. Σύμφωνα με τη μελέτη των [Shadabfar και Cheng, \(2020\)](#) σε χαρτοφυλάκια μετοχών επιβεβαιώνεται ότι η Κανονική Κατανομή για τις Αποδόσεις είναι η καταλληλότερη, αλλά υπολογίζουμε τη σταθμισμένη απόδοση έναντι της ημερήσιας απόδοσης και τις εισάγουμε ως τυχαία μεταβλητή.

Δεύτερον, στην παρούσα εργασία παρέχεται μια στοχαστική προσέγγιση βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου για την αγορά ακινήτων στην Ελλάδα, λαμβάνοντας υπόψη τη φύση της αβεβαιότητας των τιμών απόδοσης και κινδύνου. Η αβεβαιότητα εισάγεται μέσω προσομοίωσης Monte Carlo σύμφωνα με τους [Shadabfar και Cheng, \(2020\)](#) οι αποδόσεις

μοντελοποιούνται ως τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την κανονική κατανομή και η DTE από την κατανομή PERT.

Τρίτον, η αντικειμενική συνάρτηση είναι η μεγιστοποίηση της οικονομικής προστιθέμενης αξίας (EVA) έναντι της κλασικής αναμενόμενης απόδοσης στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, χρησιμοποιώντας ως std κινδύνου την Eva. Σύμφωνα με τη μαθηματική προσέγγιση η μέγιστη μέση απόδοση της Eva είναι 4,5% περίπου για επίπεδο κινδύνου 3,07%. Παρατηρούμε ότι αν μεγιστοποιείται η EVA, η αναμενόμενη απόδοση μεγιστοποιείται ταυτόχρονα αλλά η ελαχιστοποίηση του κινδύνου της Eva διαφοροποιείται από την ελαχιστοποίηση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Παρατηρούμε ότι το μέγιστο βάρος που λαμβάνει το οικιστικό περιουσιακό στοιχείο είναι 22,7%, διότι για μεγαλύτερο ποσοστό μειώνεται τόσο η μέση τιμή όσο και η τυπική απόκλιση(std).

Τέταρτον, συγκρίνοντας τα διαγράμματα 4.1, 4.2 και 4.3 για την ελληνική οικονομία όπου περιλαμβάνει τόσο τις αποδόσεις όσο και την αξία των ενοικίων και το διάγραμμα 4.7 που περιέχει συν την υπεραξία (αύξηση της αξίας των περιουσιακών στοιχείων των ακινήτων) χωρίς τον αντίκτυπο της κρίσης, παρατηρούμε ότι οι τάσεις των αποδόσεων συνεχίζουν να παρουσιάζουν έναν κύκλο που συμπίπτει με την οικονομική κρίση του 2007-2012. Ενώ τα εταιρικά περιουσιακά στοιχεία παρουσιάζουν μια επόμενη φάση του κύκλου που αρχίζει το 2020 λόγω των περιορισμών της κρίσης του κορονοϊού ενώ οι κατοικίες δεν έχουν επηρεαστεί. Τέλος, παράγουμε τις καμπύλες αποτελεσματικών συνόρων οι οποίες δεν παρουσιάζουν σημαντικές αποκλίσεις από προηγούμενες μελέτες που χρησιμοποίησαν χαρτοφυλάκια μετοχικών περιουσιακών στοιχείων [Ivanova and Dospatliev, \(2017\)](#).

9.1.2 Θεωρητικές και πρακτικές εφαρμογές της έρευνας

Η μελέτη αυτή εμπλουτίζει τη θεωρητική έρευνα της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου στην αγορά ακινήτων. Αυτή η εργασία εξάγει την επίδραση της κρίσης των δεδομένων απόδοσης πριν την εφαρμογή στο μοντέλο επειδή τα δεδομένα στην ελληνική αγορά γιατί αν χρησιμοποιήσουμε τις πραγματικές αποδόσεις τα αποτελέσματα δεν είναι έγκυρα. Υπολογίζουμε τις σταθμισμένες αποδόσεις, τις εισάγουμε σε μια στοχαστική διαδικασία, η αβεβαιότητα εισάγεται μέσω της προσομοίωσης Monte Carlo. Στη συνέχεια, με τη δημιουργία τυχαίων αριθμών για κάθε τυχαία μεταβλητή, ορίστηκαν 1.000 τυχαία σενάρια για κάθε δοκιμή και υπολογίστηκαν ξεχωριστά τα βέλτιστα αποτελέσματα για κάθε ένα από αυτά για τη μεγιστοποίηση του μέσου όρου EVA ή την ελαχιστοποίηση του std EVA. Η πρακτική εφαρμογή βασίζεται στο ότι το μοντέλο που αναπτύσσουμε δεν είναι ένα θεωρητικό μοντέλο που εξηγεί την τάση των αποδόσεων αλλά ένα μοντέλο επιχειρησιακής έρευνας για τους επαγγελματίες της αγοράς. Ένας επενδυτής ή ένα ταμείο που θέλει να επιτύχει την απόδοση

που επιδιώκει, γνωρίζοντας τη μόχλευση των αποδόσεων των ενοικίων και των αποδόσεων της υπεραξίας και τη μεταβλητότητα αυτών μπορεί να προχωρήσει στη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου μεγιστοποίησης της EVA για διάφορα επίπεδα κινδύνου και για ήδη διαμορφωμένα χαρτοφυλάκια για έλεγχο και παρακολούθηση. Σύμφωνα με τη θεωρία των πρακτόρων και την EVA του [Stewart, \(1999\)](#) επιδιώκεται η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου που να ικανοποιεί και τα τρία μέρη (τράπεζες, μετόχους, διαχειριστές), διότι οι επενδυτές χειρίζονται χρήματα από ταμεία και διαμορφωμένα χαρτοφυλάκια από διαχειριστές, οπότε είναι καταλληλότερη η επιλογή της EVA που χρησιμοποιούν οι διαχειριστές για να εξασφαλίσουν τις αμοιβές τους και όταν η EVA είναι θετική τόσο οι διαχειριστές όσο και οι πιστωτές είναι ικανοποιημένοι. Τα συγκεκριμένα δεδομένα αφορούν την Ελλάδα και ειδικότερα την Αθήνα, αλλά οποιοσδήποτε διεθνής επενδυτής μπορεί να χρησιμοποιήσει το μοντέλο εισάγοντας δεδομένα από άλλη οικονομία. Μια μελλοντική διερεύνηση θα ήταν στην περίπτωση διεθνών επενδυτών που επενδύουν σε διάφορες αγορές εισάγοντας διαφοροποίηση του κινδύνου κάθε χώρας

9.1.3 Περιορισμοί της έρευνας και μελλοντικοί στόχοι

Αν και η μελέτη αυτή παρέχει χρήσιμες πληροφορίες, υπάρχουν ορισμένοι περιορισμοί. Πρώτον, τα στοιχεία της Τράπεζας της Ελλάδος είναι αρκετά περιορισμένα. Τα στοιχεία των τιμών εισροών συγκεντρώθηκαν σε εξαμηνιαία βάση από το 2006 έως το 2021. Μια μεγαλύτερη τμηματοποίηση των δεδομένων (ενδεχομένως μηνιαία) θα αυξήσει τον αριθμό των παρατηρήσεων βελτιώνοντας σημαντικά τα αποτελέσματα, διότι η διάσταση του πίνακα συνδιακύμανσης αυξάνεται εξαιρετικά για κάθε επόμενη παρατήρηση. Επίσης είναι προφανές ότι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο που υπολογίζεται με ιστορικά δεδομένα μιας συγκεκριμένης περιόδου δεν είναι εύκολο να γενικευτεί σε μελλοντικές εξαιτίας αυτού πρέπει να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα των αποτελεσμάτων μέσω της ανάλυσης της απόδοσης εκτός δείγματος σε επαρκή χρονικό ορίζοντα [Lee and Stevenson, \(2005\)](#), και ο χρόνος θα μπορούσε να εισαχθεί ως μεταβλητή για τον έλεγχο του βαθμού απαξίωσης του ακινήτου μέσω της διαδικασίας αποτίμησης Gordon-Shapiro, όπως αναπτύχθηκε από τους [Liapis et al., \(2011\)](#).

Μια επέκταση της έρευνάς μας θα ήταν στο μέλλον η εισαγωγή της θεωρίας της αντιπροσώπευσης και των περιορισμών που αυτή ορίζει μεταξύ των σχέσεων διοίκησης-μετόχων-τραπεζών. Θα προσπαθήσουμε να κατασκευάσουμε ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο για μια επενδυτική εταιρεία στην αγορά ακινήτων με στόχο τη μεγιστοποίηση του EVA μέσω της διατύπωσης του προβλήματος του σακιδίου [Dantzig, \(2007\)](#) και θα λάβουμε ως περιορισμούς τα βάρη που παράγει για το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο η παραπάνω διαδικασία. Η συγκριτική έρευνα μέσω στοιχείων από άλλες αγορές Ακινήτων είναι επιβεβλημένη και ένα

πολύ ενδιαφέρον θέμα για την κατανόηση των διαφορών και την εξήγηση κάτω από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της Ελληνικής Οικονομίας. Οι κατοικίες μετά το 2020 έχουν υψηλότερη απόδοση από τις εταιρικές είναι θέμα μελλοντικής έρευνας. Σύμφωνα με την τροποποίηση των [Liapis et al., \(2011\)](#) εισάγουμε στο υπόδειγμά μας το κόστος των υπηρεσιών κοινής ωφέλειας και συντήρησης.

9.2 Εφαρμογή 2

Συμπεράσματα - Μελλοντικά ερευνητικά ερωτήματα

Από τη συνολική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε σε αυτή τη μελέτη περίπτωσης η συμβολή της στη βέλτιστη κατανομή των πόρων ενός προϋπολογισμού έγκειται στην κατασκευή ενός εξειδικευμένου μοντέλου για ενεργειακά έργα. Η συμπληρωματικότητα και η ανταγωνιστικότητα μεταξύ των έργων είναι ένα βασικό ζήτημα με το οποίο ασχολήθηκε η παρούσα εργασία μας. Η συμβολή της σε αυτό το ζήτημα είναι η δημιουργία εναλλακτικών περιορισμών στο κύριο πρόβλημα του Boolean τύπου της μεταβλητής για να γίνει ή να μην γίνει ένα έργο είναι πάντα ακέραιος αριθμός, που δεν επιτρέπει συνεχείς μαθηματικές προσεγγίσεις. Η χρηματοοικονομική επιστήμη διεισδύει στο πρόβλημα και συγκεκριμένα στην αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποιώντας την οικονομική προστιθέμενη αξία (EVA) στα βέλτιστα έργα στο μέρος της οικονομικής προστιθέμενης αξίας που αποτελούν το σακίδιο - προϋπολογισμό. Με αυτόν τον τρόπο τα βέλτιστα έργα που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο - σακίδιο αποφασίζονται από τη διοίκηση της επιχείρησης και όχι από τους μετόχους ή τις τράπεζες. Μια επέκταση της έρευνάς μας θα ήταν στο μέλλον η εισαγωγή της θεωρίας της αντιπροσώπευσης και των περιορισμών που αυτή ορίζει μεταξύ των σχέσεων διοίκησης - μετόχων – τραπεζών, εισάγοντας για αυτό το λόγο τον υπολογισμό της EVA. Η πρωτοτυπία έγκειται στη συμβολή μέσω μιας συγκεκριμένης μεθοδολογίας στη λήψη αποφάσεων για την επιλογή συγκεκριμένων έργων στον ενεργειακό τομέα σε αντίθεση με τις απλές και εξειδικευμένες για κάθε έργο χρηματοοικονομικές μεθόδους NPV - IRR. Η μεγιστοποίηση του EVA με παράλληλη μεγιστοποίηση της παραγωγής που πραγματοποιήσαμε στο άρθρο μας, αποτελεί καινοτομία που εστιάζει τη λήψη αποφάσεων ανάλογα με τους στόχους της διοίκησης της επιχείρησης ικανοποιώντας παράλληλα μέσω της μεγιστοποίησης της παραγωγής τις ενεργειακές ανάγκες των περιοχών και διασφαλίζοντας ότι σε περίοδο μείωσης τιμών δεν θα υπάρξει μεγάλη επίπτωση στην EVA του χαρτοφυλακίου. Η εισαγωγή του σταθερού WACC σε διάνυσμα ανά έργο επιτρέπει την εισαγωγή της μόχλευσης ανά έργο και τη διαφοροποίηση του κόστους κάθε έργου, διαφοροποιείται παράλληλα το κόστος των κεφαλαίων ανά είδος έργου στην ενέργεια από τις μελέτες IVSC - Press addition

9.3 Εφαρμογή 3

Συμπεράσματα-Συζήτηση

Πρώτον, διερευνούμε την αιτιώδη σχέση μεταξύ των κρατικών δαπανών και των εσόδων στην Ελλάδα. Για την ανάλυση αυτή, χρησιμοποιήσαμε ετήσια στοιχεία για την περίοδο 2000-2021. Εξετάσαμε τη σχέση μεταξύ των κρατικών δαπανών και των εσόδων στην Ελλάδα, χρησιμοποιώντας τον έλεγχο συνολοκλήρωσης [Johansen, \(1988,1.990\)](#). Στη συνέχεια, ελέγξαμε την κατεύθυνση της αιτιότητας μεταξύ των εξεταζόμενων μεταβλητών χρησιμοποιώντας τον έλεγχο αιτιότητας κατά [Granger, \(1969\)](#). Τα εμπειρικά μας αποτελέσματα δείχνουν μονοκατευθυντική αιτιότητα από τις δαπάνες προς τα έσοδα, επομένως επικυρώνουν την υπόθεση δαπάνης-φορολογίας [Richter & Paparas, \(2013\)](#) και από την αντίθετη πλευρά [Dritsaki, \(2018\)](#). Η παρατεταμένη περίοδος αυξημένων ελλειμμάτων στην Ελλάδα οφείλεται κυρίως σε προσδιοριστικούς παράγοντες που σχετίζονται με τις δαπάνες και όχι κυρίως στη δυναμική των δημοσίων εσόδων. Κατά την περίοδο 2000-2008 ο μέσος ετήσιος ρυθμός αύξησης των δαπανών αυξήθηκε με διπλάσιο ρυθμό από τον ρυθμό αύξησης των εσόδων κατά 8% και 4% αντίστοιχα. Ο μέσος ετήσιος ρυθμός αύξησης του ΑΕΠ ήταν 7%, η διατήρηση της δημοσιονομικής σταθερότητας οφειλόταν κυρίως στην αύξηση του ΑΕΠ και κυρίως της κατανάλωσης. Η επικρατούσα άποψη υποστηρίζει ότι η ενίσχυση της μακροχρόνιας οικονομικής αποτελεσματικότητας απαιτεί σημαντική μείωση της κρατικής συμμετοχής. Λαμβάνοντας υπόψη την έρευνά μας, οποιαδήποτε προσπάθεια για τον μετριασμό των ελλειμμάτων χωρίς ουσιαστική μείωση των κρατικών δαπανών είναι πιθανό να είναι αναποτελεσματική.

Ο προσδιορισμός της αιτιώδους σχέσης μεταξύ αυτών των δύο μακροοικονομικών μέτρων είναι ζωτικής σημασίας για την εξασφάλιση και την υιοθέτηση της πλέον κατάλληλης φορολογικής πολιτικής.

Από την ανάλυση που διενεργήθηκε, υπάρχει μια μακροπρόθεσμη σχέση μεταξύ των δημοσιονομικών δαπανών και των εσόδων για την Ελλάδα. Δηλαδή, οι δαπάνες καθορίζουν ποια θα πρέπει να είναι τα έσοδα του προϋπολογισμού. Δηλαδή, διαχρονικά, οι υπεύθυνοι για τη χάραξη δημοσιονομικής πολιτικής στην Ελλάδα επηρεάζονται από τις δαπάνες (οι οποίες γι' αυτούς εμφανίζονται ως αναγκαίες και τις καλύπτουν αυξάνοντας τους φόρους ή δανειζόμενοι). Συγκεκριμένα, αν υπάρξει αύξηση των δαπανών κατά 1%, αυτή θα καλυφθεί κατά 35% από πρόσθετους φόρους και το υπόλοιπο από άλλες πηγές, κυρίως από δανεισμό. Οι φόροι αντιπροσωπεύουν το 83,3% των πρωτογενών εσόδων και οι μεταβιβάσεις από την Ευρώπη το 3,3%. Εξαιτίας αυτού συμπεραίνουμε ότι η αύξηση των εσόδων λόγω της αύξησης των δαπανών επηρεάζει κυρίως τους φόρους είτε για την αύξηση της κατανάλωσης είτε για την αύξηση των φορολογικών συντελεστών. Επειδή η αύξηση των δαπανών κατά 1% θα προκαλέσει μόνο 0,35%

και ο λόγος του ελλείμματος προς το ΑΕΠ δεν πρέπει να υπερβαίνει το 3%, το υπόλοιπο καλύπτεται από τον δημόσιο δανεισμό. Σύμφωνα με αυτό η κυβέρνηση θα πρέπει να διαφοροποιήσει την οικονομική της στρατηγική και να αναζητήσει άλλες πηγές εσόδων (εκτός από τους φόρους) με τρόπο που θα κλείσει το χάσμα μεταξύ εσόδων και δαπανών, μειώνοντας έτσι το έλλειμμα του προϋπολογισμού.

Επιπλέον, εξετάσαμε την επίδραση των εσόδων και των δαπανών απευθείας στο πρωτογενές πλεόνασμα ή έλλειμμα. Οι φόροι αντιπροσωπεύουν το 85% και οι μεταβιβαστικές πληρωμές ή οι πληρωμές για μισθούς και υπηρεσίες ή οι δαπάνες για το πρόγραμμα δημοσίων επενδύσεων το 85% των δαπανών. Εάν οι φόροι ως ποσοστό του ΑΕΠ αυξηθούν κατά 1%, το πρωτογενές πλεόνασμα θα αυξηθεί αντίστοιχα ή το πρωτογενές έλλειμμα ως ποσοστό του ΑΕΠ θα μειωθεί κατά 1,6%. Οι φόροι είναι πολύ σημαντικοί για την οικονομία και τη διατήρηση της δημοσιονομικής βιωσιμότητας, γι' αυτό και οι περισσότερες κυβερνήσεις δυσκολεύονται να μειώσουν τους φορολογικούς συντελεστές. Για την πιο βιώσιμη λύση ενδείκνυται η μεταρρύθμιση των φόρων σε διάφορους κλάδους για την ενθάρρυνση νέων επενδύσεων, οι οποίες θα αυξήσουν το εισόδημα και τα φορολογικά έσοδα.

Αν οι μεταβιβαστικές πληρωμές ή οι πληρωμές για μισθούς και υπηρεσίες ή οι δαπάνες για το πρόγραμμα δημοσίων επενδύσεων αυξηθούν τώρα κατά 1% ως ποσοστό του ΑΕΠ αντίστοιχα, θα έχουμε μείωση του πρωτογενούς πλεονάσματος ή αύξηση του πρωτογενούς ελλείμματος κατά 0,85%, 0,6% και 0,73% αντίστοιχα.

Σύμφωνα με αυτό είναι προφανές ότι η αύξηση των δαπανών για μισθούς και προσλήψεις απορροφά ένα σημαντικό ποσοστό 40% από την αύξηση των φόρων. Οι μεταβιβαστικές πληρωμές φαίνεται να κατανέμονται με πιο αναποτελεσματικό τρόπο ανάλογα με την επίδραση στους φόρους. Τα δεδομένα μας επαληθεύουν τη σχέση της επίδρασης των ελλειμματικών προϋπολογισμών στο ΑΕΠ (η αρχή των ελλειμματικών προϋπολογισμών σύμφωνα με τη δημοσιονομική θεωρία) που είχε η χώρα διαχρονικά και συνεπώς των δαπανών.

Θέλοντας να υπολογίσουμε το βέλτιστο μέγεθος της κυβέρνησης, εξετάζουμε την παραβολική μορφή της συνάρτησης -την καμπύλη Armey. Το βέλτιστο σημείο των πρωτογενών δαπανών είναι περίπου το 30% του ΑΕΠ από τους Forte & Magazzino, (2014). Οι Altunc και Adyin, (2013) διαπιστώνουν ότι η Ρουμανία=20,44%, η Βουλγαρία=22,45% και η Τουρκία=25,21% με τη μέθοδο ARDL cointegration από το 1995 έως το 2011 είναι σημαντικά χαμηλότερα από το βέλτιστο σημείο για την Ελλάδα. Οι Asimakopoulos and Karavias, (2016) και Rajput and Tariq, (2019) διαπιστώνουν ότι οι βέλτιστες δημόσιες δαπάνες είναι υψηλότερες στις αναπτυσσόμενες χώρες από ό,τι στις ανεπτυγμένες. Ωστόσο, για την ομάδα των 129 χωρών τους, το βέλτιστο κατώτατο επίπεδο του μεγέθους της κυβέρνησης είναι 18,04% του ΑΕΠ, σύμφωνα με τους

Barrios et al., (2011). Οι χώρες χωρίζονται σε τέσσερις ομάδες. Η πρώτη ομάδα (που αποτελείται από την Ελλάδα, την Ιρλανδία, την Πορτογαλία και την Ιταλία) περιλαμβάνει χώρες που αντιμετωπίζουν τις σημαντικότερες προκλήσεις δημοσιονομικής εξυγίανσης. Η Ιταλία και η Ελλάδα, ωστόσο, έχουν περισσότερα περιθώρια από την Ιρλανδία και την Πορτογαλία.

Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο FMOLS για τον υπολογισμό του βέλτιστου σημείου των μισθών και των δαπανών των προγραμμάτων δημοσίων επενδύσεων, παρόμοια με τους Kleynhans and Coetzee, (2019), και βρίσκουμε ότι η Νότια Αφρική=18,5%, με τη μέθοδο FMOLS από το 1992 έως το 2017. Το PPIP υπολογίστηκε στο 4,4% ως ποσοστό του ΑΕΠ και το βέλτιστο σημείο των δαπανών των υπηρεσιών και των μισθών υπολογίστηκε περίπου στο 8%.

Το 2021 το ποσοστό των δαπανών ως ποσοστό του ΑΕΠ είναι 8,3%, περίπου το ίδιο με το βέλτιστο. Αυτό ενισχύει την άποψη για προσλήψεις ενός προς ένα στο δημόσιο τομέα με την ανακατανομή των εργαζομένων μεταξύ των υπηρεσιών και την πρόσληψη περισσότερων εργαζομένων σε τομείς που έχουν ανάγκη, ενώ δεν αντικαθίστανται οι δαπάνες για συντάξεις σε άλλους που μπορούν να αντικατασταθούν από την τεχνολογική ανάπτυξη, όπως η τεχνητή νοημοσύνη. Χρειάζεται μια μακροπρόθεσμη πολιτική που να εξειδικεύεται σε δημόσια έργα και στοχευμένες παρεμβάσεις, διότι η αύξηση των τελευταίων ετών δεν προέρχεται από δαπάνες για δημόσια έργα αλλά από μεταβιβάσεις.

Οι μεταβιβαστικές πληρωμές δεν ακολουθούν παραβολικές μορφές σε σύγκριση με τα PS και PPIP. Διερευνούμε τη σχέση μεταξύ TP και $drgdp$ στις εξισώσεις 11 και 12. Διαπιστώνουμε ότι μια αύξηση κατά 1% των δαπανών για επιχορηγήσεις και εισοδηματική ενίσχυση (επιδόματα) ως προς το ΑΕΠ έχει αύξηση κατά περίπου 1,7% στην πραγματική οικονομική ανάπτυξη. Αντίθετα, η αύξηση κατά 1% των δαπανών για τις εισφορές στα ταμεία κοινωνικής ασφάλισης έχει μόνο 0,83% αύξηση. Η αύξηση των εισφορών και των επιδομάτων συντάξεων δεν έχει πολλαπλασιαστικό αποτέλεσμα στην οικονομία, ενώ οι στοχευμένες επιδοτήσεις και τα αντικίνητρα βοηθούν στην ανάπτυξη της οικονομικής δραστηριότητας και, ως εκ τούτου, θα πρέπει να ενισχυθούν.

Δεδομένου ότι η σύνθεση των υπουργείων έχει αλλάξει πολλές φορές κατά τη διάρκεια των 21 ετών που εξετάζονται, αναλύσαμε τις δαπάνες με βάση την τρέχουσα δομή και τις παραδοχές που αναφέρονται παραπάνω, ώστε τα αποτελέσματα να είναι συγκρίσιμα και αξιόπιστα. Από την ανάλυση κατά συστάδες τα υπουργεία που είναι στενά συνδεδεμένα με την παροχή

υπηρεσιών του δημόσιου τομέα έχουν κοινή συμπεριφορά δαπανών, ενώ τα υπουργεία που είναι περισσότερο διαχειριστικά κινούνται επίσης με παρόμοιο τρόπο. Επίσης, τα δύο υπουργεία που σχετίζονται με τα δημόσια έργα (mdι, mit) φαίνεται να έχουν κοινή συμπεριφορά ενώ τέλος το υπουργείο Εργασίας φαίνεται να κινείται με τον δικό του τρόπο. Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα της ανάλυσης κατά συστάδες με τα παραπάνω αποτελέσματα της γενικής προσέγγισης που πρέπει να ακολουθηθεί για πιο αποτελεσματικό ρόλο του δημόσιου τομέα, είναι απαραίτητο να γίνονται στοχευμένες προσλήψεις στον τομέα που χρειάζεται κάθε φορά, διατηρώντας σταθερό το συνολικό αριθμό, γεγονός που οδηγεί στην ανάγκη ανακατανομής των εργαζομένων του δημόσιου τομέα. με τον ίδιο τρόπο, τα δημόσια έργα δεν πρέπει να επικεντρώνονται μόνο σε έργα υποδομής, αλλά πρέπει να εξαπλωθούν και σε νέους τομείς που σχετίζονται με την κλιματική αλλαγή και τον αγροτικό τομέα.

Η συμβολή της εργασίας έγκειται στην επαλήθευση συγκεκριμένων θεωριών για την κατασκευή του προϋπολογισμού που ισχύουν στην Ελλάδα, αλλά και σε κατάλληλες εκτιμήσεις για την ορθολογική κατασκευή του που συμβάλλει στην αύξηση του ΑΕΠ και στη μείωση των πρωτογενών ελλειμμάτων.

Special acknowledgment must be to Tzortzis Christos for his invaluable assistance in the collection of data and the correct decoding.

GENERAL ACCOUNTING OFFICE, BUDGET DIRECTORATE OF THE GENERAL GOVERNMENT

9.4 Εφαρμογή 4

Συμπεράσματα - Μελλοντικά ερευνητικά ερωτήματα

Η βέλτιστη διάρθρωση του ομίλου με ελάχιστο επενδυμένο κεφάλαιο από τη πλευρά των μετόχων και τα αποτελεσματικά δικαιώματα ελέγχου, εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, οι κυριότεροι είναι: Η αξία των εταιρειών, τα διαθέσιμα μετρητά και ισοδύναμα μετρητών για επενδύσεις, η επιθυμητή στρατηγική του ομίλου και οι κανονιστικοί και ρυθμιστικοί κανόνες.

Όλοι αυτοί οι παράγοντες επηρεάζουν και δημιουργούν διαφορετικά δεδομένα για την τελική μορφή του ομίλου. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι ανάλογα με τις αξίες των εταιρειών εντός του ομίλου και τα διαθέσιμα κεφάλαια για επενδύσεις, οι συναλλαγές εντός ομίλου θα είναι πολύπλοκες, με πολλαπλές διασταυρούμενες συμμετοχές και μεγαλύτερη αύξηση του κεφαλαιακού κέρδους για τη μητρική εταιρεία. Παρ' όλα αυτά, η σημασία των αποφάσεων της διοίκησης σχετικά με την επιθυμητή δομή και τους περιορισμούς αυτή επιβάλλει έχει δεσπόζουσα θέση και επηρεάζει τις αποφάσεις. Είναι εύκολα αντιληπτό ότι ανάλογα τις επιθυμίες και τις

επιδιώξεις μεταβάλλοντας ένα μπορεί να οδηγήσει σε εντελώς διαφορετικό αποτέλεσμα. Μέσω της ανάλυση ευαισθησίας των αξιών των εταιρειών του ομίλου, παρατηρείται ότι όταν έχουμε αύξηση των διαθέσιμων χρηματικών ποσών για τις θυγατρικές που επενδύονται ως συμμετοχές εντός του ομίλου τα επηρεαζόμενα ποσοστά συμμετοχής ολοκλήρωσης της μητρικής εταιρείας μειώνονται περαιτέρω, αυξάνοντας τους βρόχους που δημιουργούνται μεταξύ των εταιρειών.

Σε επόμενο στάδιο θα μπορούσε να μελετηθεί αν μετά από μια νέα εξαγορά από τον όμιλο, να βρεθεί η βέλτιστη κατανομή της χρηματοδότησης και πώς θα επηρεάσει τη βέλτιστη δομή του ομίλου.

Το Αρχικό μοντέλο πρέπει να καλύπτεται από ίδιες μετοχές μεταξύ των θυγατρικών και από τις θυγατρικές προς τη μητρική. Επιπλέον, πρέπει να ληφθεί υπόψη το αρχικό κόστος αγοράς κάθε εξαγοράς προκειμένου να εξεταστεί η αρνητική ή θετική υπεραξία που προκύπτει.

9.5 Εφαρμογή 5

Συμπεράσματα-Συζήτηση

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που προέκυψαν τα νευρωνικά δίκτυα παρέχουν συγκριτικά με τα άλλα μοντέλα αρκετά καλύτερα αποτελέσματα. Τα δύο επόμενα μοντέλα που παρέχουν ικανοποιητικά αποτελέσματα είναι το Generalized Linear Model και Discriminant Analysis με τη σειρά.

Από τα ανωτέρω συμπεραίνεται πως ένα νευρωνικό δίκτυο είναι πολύ λιγότερο ευαίσθητο σε τυχόν αδυναμίες του δείγματος και μπορεί να αποδώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα έχοντας λιγότερους περιορισμούς.

Παρατηρείται σε όλα τα μοντέλα διαφορά όσον αφορά τη σημαντικότητα του κάθε χαρακτηριστικού στη πρόβλεψη της κατηγορίας που ανήκουν όπως φαίνεται από το διάγραμμα 8.1.

Καθίσταται εμφανές πως υπάρχουν περιθώρια για περαιτέρω διερεύνηση των παραμέτρων που επηρεάζουν την αποτελεσματικότητα των μοντέλων. Ενδεχομένως, παράγοντες όπως το είδος και ο αριθμός των ποσοτικών μεταβλητών (πιθανόν υψηλός βαθμός συσχέτισης), η μη ομαλότητα των στοιχείων και η ανομοιομορφία των κατηγοριών της εξαρτημένης μεταβλητής, καθώς και άλλοι όπως το μέγεθος του δείγματος, η χρονική περίοδος εξέτασης μπορεί να επηρέασε την ικανότητα των μοντέλων για πιο αξιόπιστα αποτελέσματα και κυρίως τη διακριτή ανάλυση.

REFERENCES

@RISK Guide (2009) *Guide to Using @RISK Version 5.5: Risk Analysis and Simulation Add-in for Microsoft Excel*, Palisade Corporation, New York.

- Abraham, A., Köppen, M., & Franke, K. (2003). Design and application of hybrid intelligent systems. IOS Press
- Aldenderfer, M. S., & Blashfield, R. K. (1984). Cluster analysis. Beverly Hills.
- Aljaloudi, J. A., & Warrad, T. A. (2020). Economic Growth and the Optimal Size of the Public sector in Jordan.
- Almaskati, N., Bird, R., Yeung, D., & Lu, Y. (2021). A horse race of models and estimation methods for predicting bankruptcy. *Advances in accounting*, 52, 100513.
- Almeida, Heitor, Sang Yong Park, Marti G. Subrahmanyam, and Daniel Wolfenzon. 2008. Beyond Cash Flow and Voting Rights: Valuation and Performance of Firms in Complex Ownership Structures. EFA Athens Meetings Paper.
- Altman, E. (2000). Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z-score and Zeta Models. *Journal of Banking and Finance*.
- Altunc, O. F., & Adyin, C. (2013). The relationship between optimal size of government and Economic growth: Empirical evidence from Turkey, Romania and Bulgaria. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 92, 66–75.
- Anderson, D. R., Sweeney, D. J., Williams, T. A., Camm, J. D., & Cochran, J. J. (2016). Statistics for business & economics. Cengage Learning.
- Anderson, D.R., Sweeney, D.J., Williams, T.A., Camm, J.D., Cochran, J.J., Fry, M.J. and Ohlmann, J.W. (2013) Quantitative Methods for Business, 12th ed., Cengage Learning.
- Ansari, M. I., Gordon, V. D., & Akuamoah, C. (1997). Keynes versus Wagner: public expenditure and national income for three African countries. *Applied Economics*, 543-550
- Ardakan, M. A., & Rezvan, M. T. (2018). Multi-objective optimization of reliability–redundancy allocation problem with cold-standby strategy using NSGA-II. *Reliability Engineering & System Safety*, 172, 225-238.
- Armey, D. (1995). The Freedom Revolution. Washington DC. Regnery. ISBN 978-0-89526-469-5. Retrieved from: <https://www.biblio.com/9780895264695>
- Asemota, O. J., & Agbailu, A. O. (2017). Structural breaks and unit root in macroeconomic time series: Evidence from Nigeria. *Sri Lankan Journal of Applied Statistics*, 18(1), 35-46.
- Asimakopoulous, S., & Karavias, I. (2016). The impact of government size on economic growth: A threshold analysis. *Economics Letters*, 139, 65–68.
- Askarzadeh, A. (2016). A novel metaheuristic method for solving constrained engineering optimization problems: Crow search algorithm. *Computers & Structures*, 169, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.03.001>
- Athanasenas, A., Katrakilidis, C., & Trachanas, E. (2014). Government spending and revenues in the Greek economy: evidence from nonlinear cointegration. *Empirica*, 41, 365-376.

- Bäck, T., & Schwefel, H. P. (1993). An overview of evolutionary algorithms for parameter optimization. *Evolutionary computation*, 1(1), 1-23.
- Baghestani, H. and R. McNown (1994). Do revenues or expenditures respond to budgetary disequilibria?, *Southern Economic Journal*, 63, 311-322
- Balas, E., & Zemel, E. (1980). An algorithm for large zero-one knapsack problems. *Operations Research* 28, 28(5), 1130–1154.
- Baldone, Salvatore, Francesco Brioschi, and Stefano Paleari. 1997. Ownership measures among firms connected by cross-shareholdings and a further analogy with input-output theory. Paper Presented at 4th JAFEE International Conference on Investment and Derivatives; pp. 258–80.
- Banks, J., & Carson, J. S. (1986). Introduction to discrete-event simulation. *Proceedings of the 18th Conference on Winter Simulation*, 17–23. <https://doi.org/10.1145/318242.318253>
- Barrios, S., Langedijk, S., Pench, L. (2011), EU fiscal consolidation after the financial crisis: Lessons from past experiences, *European Economy Economic Papers*, 418, July.
- Bas, E. (2011). A capital budgeting problem for preventing workplace mobbing by using analytic hierarchy process and fuzzy 0–1 bidimensional knapsack model. 38(10), 12415–12422. *Expert Systems with Applications*, 38(10), 12415–12422.
- Bazaraa, M. S., & Sherali, H. D. (1993). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms* (1st ed.).
- Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2013). *Nonlinear programming: theory and algorithms*. John wiley & sons.
- Beaver, W. H. (1966). Financial ratios as predictors of failure. *Journal of accounting research*, 71-111.
- Bellman, R. E. (1957). *dynamic programming*. Princeton University Press.
- Bellman, R. E., & Dreyfus, S. E. (2015). *Applied dynamic programming* (copyright). Princeton university press.
- Bennedsen, Morten, and Daniel Wolfenzon. 2000. The balance of power in closely held corporations. *Journal of Financial Economics* 58: 113–39.
- Bertini, Cesarino, Jacek Mercik, and Izabella Stach. 2016. Indirect Control and Power. *Operations Research and Decisions* 26: 7–30
- Bertsekas, D. P. (1982). *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*. Academic Press.
- Bertsekas, D. P. (1987). *Dynamic programming: deterministic and stochastic models*. Prentice-Hall, Inc.Division of Simon and Schuster One Lake Street Upper Saddle River.
- Bertsekas, D. P. (1999). *Nonlinear Programming* (2nd ed.). Athena Scientific.
- Bertsekas, D. P. (2012). *Dynamic Programming and Optimal Control, Vol. II: Approximate Dynamic Programming* (4th ed.). Athena Scientific.
- Best, M. J. (2010). *Portfolio optimization*. CRC Press.

- Beume, N., Naujoks, B. and Emmerich, M. (2007) SMS-EMOA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume, *European Journal of Operational Research*, Volume 181, Issue 3, 16 September 2007, Pages 1653–1669.
- Beutel, Johannes, Sophia List, and Gregor von Schweinitz. 2019. Does machine learning help us predict banking crises? *Journal of Financial Stability* 45: 100693.
- Bezdek, J. C. (1992). On the Relationship between Neural Networks, Pattern Recognition and Intelligence. *Int. J. Approximate Reasoning*, 6(2), 85-107.
- Bhatia, S., Sharma, P., Burman, R., Hazari, S., & Hande, R. (2017). Credit scoring using machine learning techniques. *International Journal of Computer Applications*, 161(11), 1-4.
- Biddle, G. C., Bowen, M. R. & Wallace, J.S. (1999). Evidence on EVA. *Journal of Applied Corporate Finance*, 12(2), 69-79.
- Bin, A., Azevedo, A., Duarte, L., Salles-Filho, S., & Massaguer, P. (2015). R&D and innovation project selection: can optimization methods be adequate? 3rd International Conference on Information Technology and Quantitative Management, 55, 613–621.
- Black, F. and Litterman, R. (1992), “Global portfolio optimization”, *Financial Analysts Journal*, October, pp. 28-43.
- Blackwell, D. (1962). Discrete dynamic programming. *The Annals of Mathematical Statistics*.
- Bonettini, N., Bondi, L., Bestagini, P., & Tubaro, S. (2018, December). JPEG implementation forensics based on eigen-algorithms. In 2018 IEEE International Workshop on Information Forensics and Security (WIFS) (pp. 1-7). IEEE.
- Bordo, M., Eichengreen, B., Klingebiel, D., & Martinez-Peria, M. S. (2001). Is the crisis problem growing more severe?. *Economic policy*, 16(32), 52-82.
- Boser, B.E., Guyon, I.M. & Vapnik, V.N. (1992). A training algorithm for optimal margin classifiers. In 5th Annual Workshop on Computational Learning Theory (COLT'92), 144-152
- Bottou, L., LeCun, Y., Bengio, Y., & Haffner, P. (1998). Gradient-based learning applied to document recognition. *Proceedings of the IEEE*, 86(11), 2278-2324.
- Boyle, P. P. (1977). Options: A monte carlo approach. *Journal of financial economics*, 4(3), 323-338.
- Bradley, Stephen, P., Hax, A. C., Magnanti, & Thomas, L. (1977). *Applied Mathematical Programming*. Addison-Wesley.
- Breiman, L. (2001). Random forests. *Machine learning*, 45, 5-32.
- Breiman, L., Friedman, J., Olshen, R., & Stone, C. (1984). *Classification and Regression Trees*. Boca Raton, FL: CRC Press.
- Brioschi, Francesco, Luigi Buzzacchi, and Massimo G. Colombo. 1989. Risk capital financing and the separation of ownership and control in business groups. *Journal of Banking and Finance* 13: 747–72.

- Brioschi, Maria Sole, Giovanni Marseguerra, and Stefano Paleari. 1999. Corporate groups and minority shareholder wealth: A role for private benefits? *Asia-Pacific Financial Markets* 6: 355–83.
- Bryson, A. E., & Denham, W. F. (1962). A steepest-ascent method for solving optimum programming problems. Cheema, Operations Research, Firewall Media, 2005.
- Byrne, P.J. and Lee, S.L. (1995), “Is there a place for property in the multi-asset portfolio?”, *Journal of Property Finance*, Vol. 6 No. 3, pp. 60-83.
- Caiden, N. (1990). Public budgeting in the United States: The state of the discipline. *Public Administration: The State of the Discipline*. Chatham, NJ: Chatham House Publishers, 228-255.
- Camargo, V. C. B., Mattioli, L., & Toledo, F. M. B. (2012). A knapsack problem as a tool to solve the production planning problem in small foundries. *Computers & Operations Research*, 39(1), 86–92.
- Carmona, Pedro, Francisco Climent, and Alexandre Momparler. 2019. Predicting failure in the US banking sector: An extreme gradient boosting approach. *International Review of Economics & Finance* 61: 304–23.
- Carson, Y., & Maria, A. (1997). Simulation optimization: methods and applications. *Proceedings of the 29th Conference on Winter Simulation*, 118–126.
- Chan, B. K. (2017). *Applied probabilistic calculus for financial engineering: an introduction using R*. John Wiley & Sons.
- Chang, T. J., Meade, N., Beasley, J. E., & Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers & Operations Research*, 27(13), 1271-1302.
- Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with applications*, 36(7), 10529-10537.
- Chapelle, Ariane. 2005. Separation between ownership and control: Where do we stand? *Corporate Ownership and Control* 2: 91–101.
- Chapelle, Ariane, and Ariane Szafarz. 2002. *Ownership and Control: Dissecting the Pyramid*. p. 22.
- Chen, C. H. (1995). An effective approach to smartly allocate computing budget for discrete event simulation. *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, 2598–2605.
- Chen, C. H., Yücesan, E., & Dai, L. (2009). Optimal budget allocation for discrete-event simulation experiments. *IIE Transactions*, 42(1), 60–70.
- Chen, H. Chung, K.-Y. Ho, T.-L. Hsu, Portfolio optimization models and meanvariance spanning tests, In: *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*, Cheng-Few Lee, Alice C. Lee, John Lee, eds., Springer (2010), 165-184.
- Chen, M. Y. (2011). Bankruptcy Prediction in Firms with Statistical and Intelligent Techniques and a Comparison of Evolutionary Computation Approaches. *Computers and Mathematics with Applications*, 62(12), 4514–4524. doi: 10.1016/j.camwa.2011.10.030

- Chen, S. & Dodd, J. L. (1997). Economic Value Added (EVA): An Empirical Examination of a New Corporate Performance Measure. *Journal of Managerial Issues*, 9(3), 318-333.
- Chirwa TG, Odhiambo NM (2019) The nexus between key macroeconomic determinants and economic growth in Zambia: a dynamic multivariate Granger causality linkage. *Empir Econ* 57(1):301–327
- Chopra, V.K. and Ziemba, W.T. (1993), “The effect of errors in means, variances and covariances on optimal portfolio choice”, *Journal of Portfolio Management*, Winter, pp. 6-11.
- Claessens, Stijn, Simeon Djankov, and Larry H. P. Lang. 2000. The Separation of Ownership and Control in East Asian Corporations. *Journal of Financial Economics* 58: 81–112.
- Coello Coello, C. A., & Toscano Pulido, G. (2001). Multiobjective Optimization using a Micro-Genetic Algorithm. In L. Spector et al. (Eds.), *Proceedings of the genetic and evolutionary computation conference (gecco'2001)* (pp. 274–282). San Francisco, California: Morgan Kaufmann Publishers.
- Coello Coello, C. A., Van Veldhuizen, D. A., & Lamont, G. B. (2002). *Evolutionary Algorithm for Solving Multi-Objective Problems*. New York: Kluwer Academic Publishers. (ISBN 0-3064-6762-3).
- Coello Coello, C.A. (2006), *Evolutionary multi-objective optimization and its use in finance*. In J.-P. Rennard (Ed.), *Evolutionary Computation Group*, Mexico.
- Cohon, J. L. (1983). *Multi-objective programming and planning*. New York: Academic Press
- Cooper, D., Grey, S., Raymond, G. and Walker, P. (2005) *Project Risk Management Guidelines: Managing Risk in Large Projects and Complex Procurements*, Wiley.
- Cortes, C. & Vapnik, V. (1995). Support-vector networks. *Machine Learning*, 20, 273-297.
- Cox, D. R. (1958). The regression analysis of binary sequences. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 20(2), 215-232.
- Crama, Yves, and Luc Leruth. 2007. Control and voting power in corporate networks: Concepts and computational aspects. *European Journal of Operational Research* 178: 879–93.
- Crama, Yves, and Luc Leruth. 2013. Power indices and the measurement of control in corporate structures. *International Game Theory Review* 15: 1340017.
- Creswell, J.W. (2003) *Research Design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*, 2nd ed., SAGE Publications
- Cristianini, N. & Shawe-Taylor, J. (2000). *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel based Learning Methods*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Cui, T., Bai, R., Ding, S., Parkes, A. J., Qu, R., He, F., & Li, J. (2020). A hybrid combinatorial approach to a two-stage stochastic portfolio optimization model with uncertain asset prices. *Soft Computing*, 24(4), 2809-2831.
- Cusack, M.M. (1984) ‘The use and limitations of mathematical models in the planning and control of construction projects’, *Construction Management and Economics*, 2(3), 219-224.

- D'Agostino and Michael A. Stephens, (eds.) (1986). *Goodness-of-Fit Techniques*. New York: Marcel A. Dekker.
- Danladi, J. D., Akomolafe, K. J., Olarinde, O. S., & Anyadiegwu, N. L. (2015). Government Expenditure and Its Implication for Economic Growth: Evidence from Nigeria. *Journal of Economics and Sustainable Development*, 142-152
- Dantas, G. S. (2021). Asset allocation using reinforcement learning.
- Dantzig (April 1982). "Reminiscences about the origins of linear programming". *Operations Research Letters*. 1 (2): 43–48. doi:10.1016/0167-6377(82)90043-8.
- Dantzig, D. (1947). General procedures of empirical science. *Synthese*, 5, 441-455.
- Dantzig, G. E. O. R. G. E. B. (1963). *Linear Programming and Extensions*.
- Dantzig, T. (1930). *Numbers: The Language of Science*.
- Dantzig, Tobias (2007). *Number: the language of science* (The Masterpiece Science ed.). New York: Plume Book. ISN 9780452288119
- Darvas, Z. – Moёes, N. – Myachenkova, Y. – Pichler, D. (2018): The Macroeconomic Implications of Healthcare. Bruegel Policy Contribution No. 11.
- Dickey, D. A., and W. A. Fuller (1979). "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root," *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427–431.
- De Garis, H. (1990). Genetic programming: Building artificial nervous systems using genetically programmed neural network modules. *Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning*, 132–139.
- Deb and H. Jain. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, part II: handling constraints and extending to an adaptive approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18(4):602–622, Aug 2014.
- Deb and H. Jain. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: solving problems with box constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18(4):577–601, 2014. doi:10.1109/TEVC.2013.2281535.
- Deb, K, Pratap, A., Agarwal, S. and Meyarivan, T. (2002) A Fast and Elitist Multi Objective Genetic Algorithm: NSGA-II, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6. No. 2, 2002, pp. 182-197.
- Deb, K. (2001) *Multiobjective optimization using evolutionary algorithms*. (2001) Wiley, Chichester, UK.
- Deb, K., Anand, A. and Joshi, D. (2002) A Computationally Efficient Evolutionary Algorithm for Real-Parameter Optimization, *Evolutionary Computation* 10(4): 371-395
- Demarzo, Peter M. 1993. Majority voting and corporate control the rule of the dominant shareholder. *Review of Economic Studies* 60: 311–13.

- Dembo, R. S., Eisenstat, S. C., & Steihaug, T. (1982). Inexact newton methods. *SIAM Journal on Numerical analysis*, 19(2), 400-408.
- Denardo, E. V. (1981). *Dynamic Programming: Models and Applications*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River.
- Deng, W., Zhao, H., Zou, L., Guangyu, L., Xinhua, Y., & Daqing, W. (2017). A novel collaborative optimization algorithm in solving complex optimization problems. *Soft Computing* 21, 4387–4398. <https://doi.org/10.1007/s00500-016-2071-8>
- Draper, N. R., & Smith, H. (1998). *Applied regression analysis* (Vol. 326). John Wiley & Sons.
- Dritsaki, C. (2018). Causality between spending and revenue in case of Greece through Toda and Yamamoto methodology. *Journal of Business and Economic Policy*, 5(1), 9-21.
- Dritsakis, N., & Adamopoulos, A. (2004). A causal relationship between government spending; An empirical examination of the Greek economy. *Applied Economics*, 457-464
- Dubes, R. C. (1987). How many Clusters are Best: An Experiment. *Pattern Recognition*, 20(6), 645-663. doi:10.1016/0031-3203(87)90034-3
- Dutra, C. C., Ribeiro, J. L. D., & de Carvalho, M. M. (2014). An economic–probabilistic model for project selection and prioritization. *International Journal of Project Management*, 32(6), 1042-1055.
- Ehrbar, A., & Stewart, S. (1999). *EVA: economic value added: der Schlüssel zur wertsteigernden Unternehmensführung*. Wiesbaden: Gabler.
- Ehrgott, M. (2005). *Multicriteria optimization*. Germany: Springer.
- Eiben, Á. E., Hinterding, R., & Michalewicz, Z. (1999). Parameter control in evolutionary algorithms. *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 3(2), 124-141.
- Eichholtz, P.M.A., Hoesli, M., MacGregor, B.D. and Nanthakumaran, N. (1995), “Real estate diversification by property-type and region”, *Journal of Property Finance*, Vol. 6 No. 3, pp. 39-62
- Ellerman, David P. 1991. Cross Ownership of Corporations: A New Application of Input-Output Theory. *Metroeconomica* 42: 33–46.
- Engels, M. (2004). *Portfolio Optimization: Beyond Markowitz*. A master thesis in University of Leiden.
- Erasmus, P.D. (2008), “The Relative and Incremental Information Content of the Value Based Financial Performance Measure Cash Value Added (CVA)”, *Management Dynamics*, Vol.17, No. 1, pp.2-15.
- Erlebach, T., Kellerer, H., Pferschy, U., 2002. Approximating multiobjective knapsack problems. *Management Science* 48 (12), 1603–1612.
- Estivill-Castro, V., & Yang, J.A. (2000). Fast and Robust General Purpose Clustering Algorithm. *Proceedings of the Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence*, 208-218. doi: 10.1007/3-540-44533-1_24
- Estrada, J. (2008), “Mean-semivariance optimization: a heuristic approach”, *Journal of Applied Finance*, Vol. 18 No. 1, pp. 57-72

- Fallahi, F., Shoorkchali, J. (2012). Government size and economic growth in Greece: A smooth transition approach. Retrieved from:
- Fama, E. F. (1965). Portfolio analysis in a stable Paretian market. *Management science*, 11(3), 404-419.
- Fellows, R. and Liu, A. (2008) *Research Methods for Construction*, 3rd ed., Blackwell, Oxford.
- Ferguson, R., Rentzler, J. & Yu, S. (2005). Does Economic Value Added (EVA) improve stock performance or profitability?. *Journal of Applied Finance*, 15(2).
- Fernández, A., & Gómez, S. (2007). Portfolio selection using neural networks. *Computers & Operations Research*, 34(4), 1177-1191
- Flath, David. 1992. Indirect shareholding within Japan's business groups. *Economics Letters* 38: 223–27.
- Florios, K., Mavrotas, G., & Diakoulaki, D. (2010). Solving multiobjective, multiconstraint knapsack problems using mathematical programming and evolutionary algorithms. *European Journal of Operational Research*, 203(1), 14-21.
- Fogel, D. B. (1997). Evolutionary algorithms in theory and practice. *Complexity*, 2(4), 26–27. [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1099-0526\(199703/04\)2:4<26::aid-cplx6>3.3.co;2-z](https://doi.org/10.1002/(sici)1099-0526(199703/04)2:4<26::aid-cplx6>3.3.co;2-z)
- Fogel, D. B. (1998). Evolutionary computation: The fossil record. In *Evolutionary Computation: The Fossil Record*. <https://doi.org/10.1109/9780470544600>
- Fogel, D. B. (2005). *Evolutionary Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence: Third Edition*. In *Evolutionary Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence: Third Edition*. Wiley-IEEE Press. <https://doi.org/10.1002/0471749214>
- Fogel, G. B., & Fogel, D. B. (1995). Continuous evolutionary programming: analysis and experiments. *Cybernetics and System*, 26(1), 79-90.
- Fogel, L. J., Owens, A. J., & Walsh, M. J. (1966). Intelligent decision making through a simulation of evolution. *Behavioral science*, 11(4), 253-272.
- Forte, F., & Magazzino, C. (2014). 15. Optimal size of governments and the optimal ratio between current and capital expenditure. *A Handbook of Alternative Theories of Public Economics*, 342
- Friedman, M. (1972). *An economist's protest*, Thomas Horton and Company, New Jersey. Friedman, M. (1978). The limitations of tax limitation, *Policy Review*, 7-14.
- Fu, M. C. (2002). Optimization for simulation: Theory vs. practice. *INFORMS Journal on Computing*, 14(3), 192-215.
- Fu, M. C., Glover, F. W., & April, J. (2005). Simulation Optimization: A review, new developments, and applications. In and J. A. J. M. E. Kuhl, N. M. Steiger, F. B. Armstrong (Ed.), *Proceedings of the 2005 Winter Simulation Conference*.
- Fujiko, C., & Dickinson, J. (1987). Using the genetic algorithms to generate LISP source code to solve the prisoner's dilemma'', *Genetic Algorithms and their Applications*. 2nd ICGA.

- Fulton, L. V., & Bastian, N. D. (2019). Multiperiod stochastic programming portfolio optimization for diversified funds. *International Journal of Finance & Economics*, 24(1), 313-327.
- Gambarelli, Gianfranco, and Guillermo Owen. 1994. Indirect control of corporations. *International Journal of Game Theory* 23: 287–302.
- Gambrah, P. S. N., & Pirvu, T. A. (2014). Risk measures and portfolio optimization. *Journal of Risk and Financial Management*, 7(3), 113-129.
- Garg, H. (2016). A hybrid PSO-GA algorithm for constrained optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, 274, 292–305. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.11.001>
- Giagkiozis, I., & Fleming, P. J. (2015). Methods for multi-objective optimization: An analysis. *Information Sciences*, 293, 338-350.
- Gilmore, P. ., & Gomory, R. . (1966). Theory and computation of knapsack problems. *Operations Research* 14, 14(6), 1045–1074.
- Glasserman, P. (2004). Monte Carlo methods in financial engineering (Vol. 53, pp. xiv+-596). New York: springer.
- Gogas, Periklis, Theophilos Papadimitriou, and Anna Agrapetidou. 2018. Forecasting bank failures and stress testing: A machine learning approach. *International Journal of Forecasting* 34: 440–55.
- Goldberg, D. E. (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.75.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). Deep learning. MIT press.
- Gottschlich, J. and Hinz, O. (2014), “A decision support system for stock investment recommendations using collective wisdom”, *Decision Support Systems*, Vol. 59, pp. 52-62.
- Gregory, R. (1989). Political Rationality or ‘Incrementalism’? Charles E. Lindblom’s enduring contribution to public policy making theory. *Policy & Politics*, 17(2), 139-153.
- Gruszka, J., & Szwabiński, J. (2020). Best portfolio management strategies for synthetic and real assets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 539, 122938.
- Guerrero, H. (2010) Excel Data Analysis: Modelling and Simulation, Springer
- Guide, V. Daniel, Jr., and Luk N. Van Wassenhove. 2001. Managing product returns for remanufacturing. *Production and Operations Management* 10: 142–55.
- Gunantara, N. (2018). A review of multi-objective optimization: Methods and its applications. *Cogent Engineering*, 5(1), 1502242.
- Gustafson, S., Burke, E. K., & Krasnogor, N. (2005). On improving genetic programming for symbolic regression. 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation, IEEE CEC 2005. Proceedings, 1, 912–919. <https://doi.org/10.1109/cec.2005.1554780>

Haimes, Y., Lasdon, L., & Wismer, D. (1971). On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-1 (3), 296–297. <https://doi.org/10.1109/TSMC.1971.4308298>

Haller, Axel, and Herve Stolowy. 1998. Value added in financial accounting: A comparative study between Germany and France. *Advances in International Accounting* 11: 23–51.

Han, J., Kamber, M., & Pei, J. (2011). *Data Mining Concepts and Techniques*. Waltham, MA: Morgan Kaufmann Publishers.

Hand, David J., and William E. Henley. "Statistical classification methods in consumer credit scoring: a review." *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)* 160.3 (1997): 523-541.

Harding, D., & Pagan, A. (2011). An econometric analysis of some models for constructed binary time series. *Journal of Business & Economic Statistics*, 29(1), 86-95.

Haugen, N.L. Baker, Dedicated stock portfolios, *Journal of Portfolio Management*, 16 (1990), 17-22.

Haykin, S. (1999). *Neural Networks - A Comprehensive Foundation*. 2nd Ed., New Jersey, USA: Prentice-Hall.

Hebb, D. O. (1949). *The organization of behavior: A neuropsychological theory*. John Wiley and Sons.

Herbrich, R. (2002). *Learning Kernel Classifiers: Theory and Algorithms*. Cambridge, MA: The MIT Press.

Hifi, M., & Otmani, N. (2012). An algorithm for the disjunctively constrained knapsack problem. *International Journal of Operational Research*, 13(1).

Hifi, M., Saleh, S., & Wu, L. (2014). A fast large neighborhood search for disjunctively constrained knapsack problems. In: *Proceedings of 3rd International Symposium on Combinatorial Optimization, ISCO 2014*. Lecture Notes in Computer Science, 8596, 396–407.

Hillier and G.J. Lieberman: *Introduction to Operations Research*, 9th ed., McGraw-Hill, 2010.

Ho, T. K. (1995, August). Random decision forests. In *Proceedings of 3rd international conference on document analysis and recognition* (Vol. 1, pp. 278-282). IEEE.

Holland J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, M.I.T. Press, 1975.

Holland, J.H., Holyoak, K. J., Nisbett, R. E., & Thagard, P. R. (1986). *Induction: Processes of inference, learning, and discovery*. Cambridge, MA: MIT Press, 2(3), 92–93.

Holland, John H. (1992). Genetic Algorithms. *JSTOR*, 267(1), 66–73. <https://doi.org/10.2307/24939139>

Hopfield, J.J. (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. In *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 79(8), 2554-2558.

Horn, J., Nafpliotis, N., & Goldberg, D. E. (1994, June). A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization. In *Proceedings of the first IEEE conference on evolutionary computation, IEEE world congress on computational intelligence* (Vol. 1, pp. 8287). Piscataway, NJ: IEEE Service Center.

- Horowitz, E., & Sahni, S. (1974). Computing partitions with applications to the knapsack problem. *Journal of the Association for Computing Machinery* 21, 21(2), 277–292.
- Hossain, I. M. (2013). Public Expenditure Effectiveness, Economic Growth, and Poverty in Bangladesh: An Assessment of the Impact of Government Spending and Intervention on Poor Citizens. Thesis or Dissertation- Master thesis
- Hotelling, H. (1933). Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*, 24, 417–441, and 498–520.
- Howard, R. A. (1960). *Dynamic Programming and Markov Processes* (Technology Press Research Monographs). Technology Press of Massachusetts Institute of Technology.
- Hu, Xingwei, and Lloyd S. Shapley. 2003. On authority distributions in organizations: Equilibrium. *Games and Economic Behavior* 45: 132–52.
- Huang, X. (2008). Risk curve and fuzzy portfolio selection. *Computers & Mathematics with Applications*, 55(6), 1102–1112.
- Hubrich, K., Lütkepohl, H., & Saikkonen, P. (2001). A review of systems cointegration tests. *Econometric Reviews*, 20(3), 247–318. Granger CWJ. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*. 1969;37(3):424–438 Granger CWJ. (1987) Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica*;55(2):251–276.
- Hunjra, A. I., Alawi, S. M., Colombage, S., Sahito, U., & Hanif, M. (2020). Portfolio Construction by Using Different Risk Models: A Comparison among Diverse Economic Scenarios. *Risks*, 8(4), 126.
- Irandoost M (2018) Government spending and revenues in Sweden 1722–2011: evidence from hidden cointegration. *Empirica* 45(3):543–557 Johansen S. Statistical analysis of cointegration vectors. (1988) *J Econ Dynam Contr*. 12(2e3):231–254.
- Ivanova, M., & Dospatliev, L. (2017). Application of Markowitz portfolio optimization on Bulgarian stock market from 2013 to 2016. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 117(2), 291–307.
- Jaszkiewicz, A., 2004. On the computational efficiency of multiple objective metaheuristics. The knapsack problem case study. *European Journal of Operational Research* 158, 418–433.
- Johansen S, Juselius K. Maximum likelihood estimation and inference on cointegration- with applications to the demand for money. (1990) *Oxf Bull Econ Stat* 52:169–210
- Jones, Michael J., and Richard Slack. 2011. *The Future of Financial Reporting 2011: Global Crisis and Accounting at a Crossroads*. London: British Accounting and Finance Association.
- Jones, S., Johnstone, D., & Wilson, R. (2017). Predicting corporate bankruptcy: An evaluation of alternative statistical frameworks. *Journal of Business Finance & Accounting*, 44 (1–2), 3–34.
- Jorion, P. (1985), “International portfolio diversification with estimation risk”, *Journal of Business*, Vol. 58, pp. 259–78

- Jung, J. Y., Bae, J., & Liu, L. (2009). Hierarchical Clustering of Business Process Models. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 5(12), 1-10.
- Jung, J. and Kim, S. (2015), “An adaptively managed dynamic portfolio selection model using a time varying investment target according to the market forecast”, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 66 No. 7, pp. 1115-1131
- Kalberg, J.G. and Ziemba, W.T. (1984), “Misspecification in portfolio selection problems”, in *Risk and capital* (pp. 74-87). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Kaminsky, G. L., & Reinhart, C. M. (1999). The twin crises: the causes of banking and balance-of-payments problems. *American economic review*, 89(3), 473-500.
- Kaplan, S. N., & Strömberg, P. (2003). Financial contracting theory meets the real world: An empirical analysis of venture capital contracts. *The Review of Economic Studies*, 70(2), 281–315.
- Karaboga, D., Ozturk, C., Karaboga, N., & Gorkemli, B. (2012). Artificial bee colony programming for symbolic regression. *Information Sciences*, 209, 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2012.05.002>
- Karagianni S, Pempetzoglou M, Saraidaris A (2012) Tax burden distribution and GDP growth: nonlinear causality considerations in the USA. *Int Rev Econ Finance* 21(1):186–194
- Karagianni S, Pempetzoglou M, Saraidaris A (2019) Government expenditures and economic growth: a nonlinear causality investigation for the UK. *Eur J Mark Econ* 2(2):52–58
- Karmarkar, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming. In *Proceedings of the Sixteenth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 302–311.
- Karos, Dominik, and Hans Peters. 2015. Indirect control and power in mutual control structures. *Games and Economic Behavior* 92: 150–65.
- Karush, w. (1939). *Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Constraints* (M.Sc. thesis).
- Kass, G. V. (1980). An exploratory technique for investigating large quantities of categorical data. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 29(2), 119-127.
- Keller, J. M., Gray, M. R., & Givens, J. A. (1985). A fuzzy k-nearest neighbor algorithm. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, (4), 580-585.
- Kellerer, H., Pferschy, U., and Pisinger, D., “Introduction to NP-Completeness of knapsack problems”, In: *Knapsack Problems*, Springer, Berlin, Heidelberg, (2004), 483–493.
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995, November). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks* (Vol. 4, pp. 1942-1948). IEEE.
- Khalil, E., Dai, H., Zhang, Y., Dilkina, B., & Song, L. (2017). Learning Combinatorial Optimization Algorithms over Graphs. *Advances in Neural Information Processing Systems* 30 (NIPS).
- Khuri, S., Bäck, T., and Heitkötter, J., “The zero/one multiple knapsack problem and genetic algorithms”, In *Proceedings of the 1994 ACM Symposium on Applied Computing*, ACM, (1994), 188–193.

- Kim, E. Everything you wanted to know about the kernel trick (but were too afraid to ask). http://www.eric-kim.net/eric-kim-net/posts/1/kernel_trick.html, September 2013.
- Kim, G.W. (2006). EVA and Traditional Accounting Measures: which Metric is a better predictor of market value of hospitality companies? *Journal of Hospitality & Tourism Research*, 30(1), 34-49.
- King, B. (1967). Step-Wise Clustering Procedures. *Journal of the American Statistical Association*, 62(317), 86-101. doi: 10.2307/2282912
- Klamroth, K., Wiecek, M.M., 2000. Dynamic programming approaches to the multiple criteria knapsack problem. *Naval Research Logistics* 47, 57–76.
- Kleynhans, E., & Coetzee, C. (2019). Actual vs optimal size of the public sector in South Africa. *Acta Universitatis Danubius*, 11(1), 25–58.
- Kohonen, T. (1982). Self Organized Formation of Topologically Correct Feature Maps. *Biological Cybernetics*, 43(1), 59–69. <https://doi.org/10.1007/bf00337288>
- Kohonen, T., Schroeder, M. R., Huang, T. S., & Maps, S. O. (2001). *Self-Organizing Maps*. Springer-Verlag, 43(2).
- Kolari, James W., Félix J. López -Iturriaga, Ivan Pastor Sanz. 2019. Predicting European banks stress tests: Survival of the fittest. *Global Finance Journal* 39: 44-57.
- Konno, H. and Yamazaki, H. (1991), “Mean absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market”, *Management Science*, 37(5), 519-531
- Kos, A., Morton, D. P., Popova, E., Hess, S. M., Kee, E., & Richards, D. (2009). Prioritizing Project Selection. *The Engineering Economist*, 54(4), 267–297.
- Kothari, C.R. (2004) *Research Methodology: Methods and Techniques*, 2nd ed., New Age International Ltd., New Delhi.
- Koza, J. R. (1992). *Genetic programming: on the programming of computers by means of natural selection* (Vol. 1). MIT press.
- Krink, T., & Paterlini, S. (2011). Multiobjective optimization using differential evolution for real-world portfolio optimization. *Computational Management Science*, 8, 157-179.
- Kroencke, T. A., & Schindler, F. (2010). Downside risk optimization in securitized real estate markets. *Journal of Property Investment & Finance*
- Kuhn, H. W., & Tucker, A. W. (1951). Nonlinear programming. *Proceedings of 2nd Berkeley Symposium*. Berkeley, 481–492.
- Kusi NK (1998) Tax reform and revenue productivity in Chana, Nairobi, Kenya: the African economic research consortium. *Int J Asian Soc Sci* 6(10):604– 613
- La Porta, Rafael, Florencio Lopez-de-Silanes, and Andrei Shleifer. 1999. Corporate ownership around the world. *Journal of Finance* 54: 471–517.

- La Torre, D., & Marsiglio, S. (2020). A note on optimal debt reduction policies. *Macroeconomic Dynamics*, 24(7), 1850-1860.
- Law, A. M., & Kelton, W. D. (2000). *Simulation Modeling and Analysis* (3rd ed.). McGraw-Hill Education
- Le, Hong Hanh, and Jean-Laurent Viviani. 2018. Predicting bank failure: An improvement by implementing a machine-learning approach to classical financial ratios. *Research in International Business and Finance* 44: 16–25.
- Lee, C. (2019). Financing method for real estate and infrastructure development using Markowitz's portfolio selection model and the Monte Carlo simulation. *Engineering, Construction and Architectural Management*, 26(9), 2008-2022.
- Lee, E.S.Q., Ang, A.Y.W., Rangaiah, G.P., 2008. Optimize your process plant for more than one objective. *Chemical Engineering* 115 (9), 58–64.
- Lee, L. H., Pujowidianto, N. A., Li, L. W., Chen, C. H., & Yap, C. M. (2012). Approximate simulation budget allocation for selecting the best design in the presence of stochastic constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(11), 2940–2945.
- Lee, S., & Stevenson, S. (2005). Real estate portfolio construction and estimation risk. *Journal of Property Investment & Finance*.
- Lee, S.L. (1992), *Emerging Concepts for the Management of Portfolios and the Role of Research: Property in the Portfolio Context*, Society of Property Researchers, London
- Lefkowitz, S.D. (1999). *The Correlation between EVA and MVA of companies*. MBA Dissertation, California State University
- Lehn, K. & Makhija, A. K. (1997). EVA, accounting profits, and CEO turnover: an empirical examination 1985-1994. *Journal of Applied Corporate Finance*, 10(2), 90-96.
- Lehn, Kenneth, and Anil K. Makhija. 1996. EVA and MVA as performance measures and signals for strategic change. *Strategy and Leadership* 1: 1–12.
- Li, Xiao-Lin, and Yu Zhong. "An overview of personal credit scoring: techniques and future work." (2012).
- Liapis, K. J. (2010). The Residual Value Models: A Framework for Business Administration. *European Research Studies*, 13(1).
- Liapis, K. J., Christofakis, M. S., & Papacharalampous, H. G. (2011). A new evaluation procedure in real estate projects. *Journal of Property Investment & Finance*, 29(3), 280-296.
- Lilliefors, H. W. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American statistical Association*, 62(318), 399-402.
- Liu, Q., Li, X., Liu, H., & Guo, Z. (2020). Multi-objective metaheuristics for discrete optimization problems: A review of the state-of-the-art. *Applied Soft Computing*, 93, 106382.

- Liu, S., & Xiao, C. (2021). Application and comparative study of optimization algorithms in financial investment portfolio problems. *Mobile Information Systems*, 2021, 1-10.
- Loh, W. Y., & Shih, Y. S. (1997). Split selection methods for classification trees. *Statistica sinica*, 815-840.
- Lorie, J., & Savage, L. J. (1955). Three problems in capital rationing. *Journal of Business* 28, 229–239.
- Lovata, L. M. & Costigan, M. L. (2002). Empirical analysis of adopters of economic value added. *Management Accounting Research*, 13,215-228.
- Lwin, K., Qu, R., & Kendall, G. (2014). A learning-guided multi-objective evolutionary algorithm for constrained portfolio optimization. *Applied Soft Computing*, 24, 757-772.
- MacQueen, J. (1967). Some Methods for Classification and Analysis of Multivariate Observations. *Proceedings of the 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 281-297. Berkeley, CA: University of California Press.
- MacQueen, J. (1967, June). Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In *Proceedings of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability* (Vol. 1, No. 14, pp. 281-297).
- Maditinos, I. D., Sevic, Z. & Theriou, N.G (2006). The Introduction of Economic Value Added (EVA) in the Corporate World. Paper Presented at The International Conference: Innovation, Entrepreneurship, and Competitiveness in Balkan and Black Sea Countries, Kavala, Greece, November 2-4, 2006.
- Malhotra, R., & Malhotra, D. K. (2003). Evaluating consumer loans using neural networks. *Omega*, 31(2), 83–96.
- Manne, A. ., & Markowitz, H. . (1957). On the solution of discrete programming problems. *Econometrica* 25, 84–110.
- Manne, A., & Markowitz, H. (1957). On the solution of discrete programming problems. *Econometrica* 25, 84–110
- Mansini, M.G. Speranza, (1999), Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots, *European Journal of Operational Research*, 114 219- 233.
- Mardle, S., Pascoe, S., & Tamiz, M. (1998). An investigation of genetic algorithms for the optimization of multiobjective fisheries bioeconomic models. In *Proceeding of the third international conference on multi-objective programming and goal programming: Theory and applications (MOPGP98)*. Quebec City.
- Markowitz, H. (1959), *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York Wiley,1959
- Markowitz, H.M. (1952), “Portfolio selection”, *Journal of Finance*, Vol. 7 No. 1, pp. 77-91.
- Martello, S., Toth, P., 1990. *Knapsack Problems*. Wiley, New York.

- Maulik, U., & Bandyopadhyay, S. (2000). Genetic algorithm-based clustering technique. *Pattern Recognition*, 33(9), 1455–1465. [https://doi.org/10.1016/S0031-3203\(99\)00137-5](https://doi.org/10.1016/S0031-3203(99)00137-5)
- Mauro, P., Romeu, R., Binder, A., & Zaman, A. (2015). A modern history of fiscal prudence and profligacy. *Journal of Monetary Economics*, 76, 55-70. Retrieved from: <https://www.psc.isr.umich.edu/pubs/abs/10012>
- Mavrotas, G. (2009). Effective implementation of the ϵ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 213 (2), 455–465. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.03.037> .
- Mavrotas, G., & Florios, K. (2013). An improved version of the augmented ϵ - constraint method (AUGMECON2) for finding the exact Pareto set in multi-objective integer programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 219 (18), 9652–9669. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2013.03.002>.
- Mavrotas, G., Capros, P., & Diakoulaki, D. (2003). Combined MCDA–IP Approach for Project Selection in the Electricity Market. *Annals of Operations Research Volume*, 120, 159–170.
- McCulloch, W. S., & Pitts, W. (1943). A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The bulletin of mathematical biophysics*. 5(4), 115–133.
- McCulloch, W. S., & Pitts, W. (1947). How we know universals the perception of auditory and visual forms. *The Bulletin of mathematical biophysics*. 9(3), 127–147.
- Mendoza, E. G.-F. (1997). On the ineffectiveness of tax policy in altering long-run growth: Harberger's superneutrality conjecture. *Journal of public Economics, Elsevier.*, 99-126.
- Meoli, Michele, Stefano Paleari, and Giovanni Urga. 2006. When Controlling Shareholders Live Like Kings. *The Case of Telecom Italia*. SSRN Electronic Journal.
- Mesquita-Cunha, M., Figueira, J. R., & Barbosa-Póvoa, A. P. (2023). New ϵ - constraint methods for multi-objective integer linear programming: A Pareto front representation approach. *European Journal of Operational Research*, 306(1), 286-307.
- Metaxiotis, K., & Liagkouras, K. (2012). Multiobjective evolutionary algorithms for portfolio management: A comprehensive literature review. *Expert systems with applications*, 39(14), 11685-11698.
- Metropolis, N., & Ulam, S. (1949). The monte carlo method. *Journal of the American statistical association*, 44(247), 335-341.
- Michael R. Anderberg. (2014). *Cluster analysis for applications: probability and mathematical statistics: a series of monographs and textbooks (Vol.19)*. Academic Press.
- Michalewicz, Z., & Janikow, C. Z. (1991, July). Handling constraints in genetic algorithms. In *Icga* (pp. 151-157).

- Migkos, S. P., Sakas, D. P., Giannakopoulos, N. T., Konteos, G., & Metsiou, A. (2022). Analyzing Greece 2010 Memorandum's Impact on Macroeconomic and Financial Figures through FCM. *Economies*, 10(8), 178.
- Milhomem, D. A., & Dantas, M. J. P. (2020). Analysis of new approaches used in portfolio optimization: a systematic literature review. *Production*, 30.
- Miller, D. W., & Starr, M. K. (1969). *Executive decisions and operations research*.
- Mirjalili, S. (2016). SCA: A Sine Cosine Algorithm for solving optimization problems. *Knowledge-Based Systems*, 96, 120–133. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2015.12.022>
- Mirjalili, S., & Lewis, A. (2016). The Whale Optimization Algorithm. *Advances in Engineering Software*, 95, 51–67. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2016.01.008>
- Mitchell, T.M. (1997). *Machine Learning*. Maidenhead, H.B.:McGraw-Hill International Editions.
- Morris, J. N., Pollard, R., Everitt, M. G., Chave, S. P. W., & Semmence, A. M. (1980). Vigorous exercise in leisure-time: protection against coronary heart disease. *The Lancet*, 316(8206), 1207–1210. [https://doi.org/10.1016/s0140-6736\(80\)92476-9](https://doi.org/10.1016/s0140-6736(80)92476-9)
- Morris, W. T.: “On the Art of Modeling,” *Management Science*, 13: B707–717, 1967.
- Morse, P. M., Kimball, G. E., & Gass, S. I. (2003). *Methods of operations research*. Courier Corporation.
- Morton, T. (1979). *Planning Horizons for Dynamic Programs*, a discussion of turnpike theorems.
- Mosleh, A., Nosratabadi, S., & Bahrami, P. (2015). Recognizing the Business Models types in Tourism Agencies: Utilizing the Cluster Analysis. *International Business Research*, 8(2), 173-180. [doi:10.5539/ibr.v8n2p173](https://doi.org/10.5539/ibr.v8n2p173)
- Mueller, G.R. and Laposa, S.P. (1995), “Property-type diversification in real estate portfolios: size and return perspective”, *The Journal of Real Estate Portfolio Management*, Vol. 1 No. 1, pp. 39-50.
- Murphy, F. H.: “ASP, The Art and Science of Practice: Elements of the Practice of Operations Research: A Framework,” *Interfaces*, 35(2): 154–163, March–April 2005.
- Murtagh, F. A. (1984). A Survey of Recent Advances in Hierarchical Clustering Algorithms Which Use Cluster Centers. *The Computer Journal*, 26(4), 354-359. [doi: 10.1093/comjnl/26.4.354](https://doi.org/10.1093/comjnl/26.4.354)
- Musgrave, R. (1966). Principles of budget determination. In *Public Finance: Selected Readings* eds. H. Cameron and W. Henderson. New York: Random House.
- Myer, F.C.N. and Webb, J.R. (1991), “Estimating allocations for mixed-asset portfolios using the bootstrap technique”, paper presented at the American Real Estate Society Meeting, Sarasota, FL.
- N. Metawa, M. Elhoseny, K. Hassan, and A. E. Hassanien, “Loan portfolio optimization using Genetic Algorithm: a case of credit constraints,” in *Proceedings of the 12th International Computer Engineering Conference*. Boundless Smart Societies, pp. 59–64, Cairo, Egypt, December 2016.
- Nebro, A.J.; Durillo, J.J. ; Garcia-Nieto, J. ; Coello Coello, C.A. ; Luna, F. ; Alba, E. (2009) SMPSO: A new PSO-based metaheuristic for multi-objective optimization, *Computational intelligence in multi-*

criteria decision-making, 2009. mcdm '09. ieee symposium on, March 30 2009-April 2 2009, 66 – 73, DOI: 10.1109/MCDM.2009.4938830.

Nelson, Charles R. and Charles I. Plosser (1982). “Trends and random walks in macroeconomic time series,” *Journal of Monetary Economics*, 10, 139–162.

Ng, R. T., & Han, J. (1994). Efficient and Effective Clustering Methods for Spatial Data Mining. *Proceedings of the 20th International conference on Very Large Data Bases*, 144-155. San Francisco, CA: Morgan Kaufmann Publishers

Nielsen, F., & Nielsen, F. (2016). Hierarchical clustering. *Introduction to HPC with MPI for Data Science*, 195-211.

Nijkamp, P. (1986). Infrastructure and regional development: A multidimensional policy analysis. *Empirical Economics*, 11(1), 1–21.

O’Byrne, S.F. (1996). EVA and Market Value. *Journal of Applied Corporate Finance*, 9(1), 116-125. Pal, K. & Sura, S. J. (2007). Economic value added and traditional performance measures: a review of academic and empirical literature. *Amity Journal of Business Strategy*, 1(2), 110-120.

Odu, G. O., & Charles-Owaba, O. E. (2013). Review of multicriteria optimization methods theory and applications. *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*, 3(10).

Ofoegbu GN, Akwu DO, Oliver O (2016) Empirical analysis of efect of tax revenue on economic development of Nigeria. *Int J Asian Soc Sci* 6(10):604–613

Ojede A, Yamarik S (2012) Tax policy and state economic growth: the long-run and short-run of it. *Econ Lett* 116(2):161–165

Okere PA, Uzowuru LN, Amako JC (2019) Government expenditure and economic growth in Nigeria. *Int J Econ Financ Manag* 4(2):29-41

Olson, David L., Dursun Delen, and Yanyan Meng. 2012. Comparative analysis of data mining methods for bankruptcy prediction. *Decision Support Systems* 52: 464–73.

Pagliari, J.L., Webb, J.R. and Del Casino, J.J. (1995), “Applying MPT to institutional real estate portfolios: the good, the bad and the uncertain”, *The Journal of Real Estate Portfolio Management*, Vol. 1, pp. 67-88.

Palliam, R. (2006). Further evidence on the information content of economic value added. *Review of Accounting and Finance*, 5(3), 204-215

Panchal, G., & Panchal, D. (2015). Solving NP hard Problems using Genetic Algorithm. *International Journal of Computer Science and Information Technologies*, 6(2), 1824–1827.

Paredes, R. & Vidal, E. (2006). Learning weighted metrics to minimize nearest-neighbor classification error. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(7), 1100-1110.

Parsopoulos, K. E., & Vrahatis, M. N. (2002). Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimiz

- Peacock, A.T. and J. Wiseman, (1961). The growth of public expenditure in the United Kingdom, Princeton University Press, Princeton: NBER.
- Pearson, K. (1901). "On Lines and Planes of Closest Fit to Systems of Points in Space". *Philosophical Magazine*. 2 (11): 559–572. doi:10.1080/14786440109462720. S2CID 125037489.
- Peng, L. Lin, W. Zheng, Y. Liu, Crisscross optimization algorithm and monte carlo simulation for solving optimal distributed generation allocation problem, *Energies* 8 (2015) 13641–13652, <https://doi.org/10.3390/en81212389>.
- Perron Pierre. The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis. *Econometrica*. 1989;57(6):1361e1401.
- Perron, Pierre (2006). "Dealing with Structural Breaks," in *Palgrave Handbook of Econometrics*, Vol. 1: *Econometric Theory*, K. Patterson and T. C. Mills (eds.), Palgrave Macmillan, 278-352
- Peterson, P. P. & Peterson, D.R. (1996). *Company Performance and Measures of Value Added*. The Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts, Charlottesville, VA.
- Pferschy, U., & Schauer, J. (2017). Approximation of knapsack problems with conflict and forcing graphs. *Journal of Combinatorial Optimization*, 33, 1300–1323.
- Phan, D.H.; Suzuki, J. ; Boonma, P. (2011) SMSP-EMOA: Augmenting SMS-EMOA with the Prospect Indicator for Multiobjective Optimization, *Tools with Artificial Intelligence (ICTAI)*, 2011 23rd IEEE International Conference on , 7-9 Nov. 2011 , 261 - 268 , Conference Location: Boca Raton, FL , DOI: 10.1109/ICTAI.2011.47.
- Phillips, P. C., & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *biometrika*, 75(2), 335-346.
- Phillips, Peter C. B. and Bruce E. Hansen (1990). "Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with I(1) Processes," *Review of Economics Studies*, 57, 99-125.
- Polo, Andrés, Numar Peña, Dairo Muñoz, Adrian Cañón, and John Willmer Escobar. 2019. Robust design of a closed-loop supply chain under uncertainty conditions integrating financial criteria. *Omega* 88: 110–32.
- Prati, Nando, and Enrico Denti. 2001. An algorithm for winning coalitions in indirect control of corporations. *Decisions in Economics and Finance* 24: 153–58.
- Premachandra, I. M., Bhabra, G. S., & Sueyoshi, T. (2009). DEA as a tool for bankruptcy assessment: A comparative study with logistic regression technique. *European Journal of Operational Research*, 193(2), 412–424.
- Quandt, R. E., & Handerson, J. M. (1980). *Dynamic programming: models and applications* (3rd ed.). McGraw-Hill.
- Quinlan, J. R. (1986). Induction of Decision Trees. *Machine Learning*, 1(1), 81-106. doi: 10.1007/bf00116251

- Quintana, D., Denysiuk, R., Garcia-Rodriguez, S., & Gaspar-Cunha, A. (2017). Portfolio implementation risk management using evolutionary multiobjective optimization. *Applied Sciences*, 7(10), 1079.
- Rajput, S., & Tariq, A. (2019). Government size and economic growth: A panel data study comparing OECD and non-OECD countries. *Applied Economics Journal*, 26(2), 22–37.
- Ramsey, J. B. (1969). Tests for specification errors in classical linear least-squares regression analysis. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 31(2), 350-371.
- Rasaily A, Paudel S (2019) Impact of government expenditures on economic growth: case of Nepal. *IEEE-SEM*, volume 10, Issue 6
- Raychaudhuri, S. (2008, December). Introduction to monte carlo simulation. In 2008 Winter simulation conference (pp. 91-100). IEEE.
- Rechenberg, I. (1973). *Evolutionsstrategie. Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien derbiologischen Evolution*.
- Richter, C., & Dimitrios, P. (2013). Tax and spend, spend and tax, fiscal synchronisation or institutional separation? Examining the case of Greece. *Romanian Journal of Fiscal Policy (RJFP)*, 4(2), 1-17.
- Rockafellar, S. Uryasev,(2000) Optimization of conditional value-at-risk, *Journal of Risk*, 2, 21-41.
- Ross, S. (1983). *Introduction to Stochastic Dynamic Programming* (Z. W. Birnbaum & E. Lukacs (eds.)). Academic Press.
- Roy, D., & Shapiro. (1984). *Optimization Models for Planning and Allocation: Text and Cases in Mathematical Programming*. John Wiley & Sons.
- Ruder, S. (2016). An overview of gradient descent optimization algorithms. arXiv preprint arXiv:1609.04747.
- Ruspini, E. H., & Zwir, I. S. (1999). Automated qualitative description of measurements. In *Proceedings of the 16th IEEE instrumentation and measurement technology conference*. Venice, Italy.
- Sadjadi, S. J., Gharakhani, M., & Safari, E. (2012). Robust optimization framework for cardinality constrained portfolio problem. *Applied Soft Computing*, 12(1), 91-99
- Saikkonen, Pentti (1992). “Estimation and Testing of Cointegrated Systems by an Autoregressive Approximation,” *Econometric Theory*, 8, 1-27.
- Salkin, H. M., & Kluyver, C. A. DE. (1975). The knapsack problem: A survey. *Naval Research Logistics Quarterly* 22, 127–144.
- Schaffer, J. D. (1984) *Some Experiments in Machine Learning Using Vector Evaluated Genetic Algorithms*. Doctoral Dissertation, Department of Electrical and Biomedical Engineering, Vanderbilt University, Nashville TN.
- Schaffer, J.D. (1985), *Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms*. In *Genetic algorithms and their applications: Proceedings of the first international conference on genetic algorithms* (pp. 93–100). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Scherer, B. and Douglas, R. (2005) Introduction to Modern Portfolio Optimization with NUOPT and S-Plus, Springer, 2005
- Schmidt, J. W., & Taylor, R. E. (1970). Simulation and Analysis of Industrial Systems. Richard D.Irwin, Inc
- Schölkopf, B. & Smola, A.J. (2002). Learning with Kernels □ Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Sedrakyan GS, Varela-Candamio L (2019) Wagner's law vs. Keynes' hypothesis in very different countries (Armenia and Spain). J Policy Model 41(4):747– 762
- Shadabfar, M., & Cheng, L. (2020). Probabilistic approach for optimal portfolio selection using a hybrid Monte Carlo simulation and Markowitz model. Alexandria engineering journal, 59(5), 3381-3393.
- Shadabfar, M., & Wang, Y. (2016). Approximation of the Monte Carlo sampling method for reliability analysis of structures. Mathematical Problems in Engineering, 2016.
- Shannon, R. E. (1975). Systems Simulation: The Art and Science. Prentice Hall.
- Sharma, Anil K., and Satish Kumar. 2010. Economic value added (EVA)-literature review and relevant issues. International Journal of Economics and Finance 2: 200–20.
- Sharma, D. A. K., & Kumar, S. (2010). Economic Value Added (EVA) - Literature Review and Relevant Issues. International Journal of Economics and Finance, 2(2), 200–220.
- Sharma, S., Rangaiah, G. P., & Cheah, K. S. (2012). Multi-objective optimization using MS Excel with an application to design of a falling-film evaporator system. Food and Bioproducts Processing, 90(2), 123-134.
- Shenoy, Linear Programming: Methods and Applications, New Age International, 1998.
- Shie, F. S., Chen, M. Y., & Liu, Y. S. (2012). Prediction of corporate financial distress: an application of the America banking industry. Neural Computing and Applications, 21(7), 1687-1696. doi: 10.1007/s00521-011-0765-5
- Shih, W. (1979). A Branch and Bound Method for the Multiconstraint Zero-One Knapsack Problem. Journal of the Operational Research Society, 30, 369–378.
- Shil, Nikhil C. 2009. Performance measures: An application of economic value added. International Journal of Business and Management 4: 169–77.
- Shin, Y., Yu, B., & Greenwood-Nimmo, M. (2014). Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework. Festschrift in honor of Peter Schmidt: Econometric methods and applications, 281-314.
- Shrestha, M. B., & Bhatta, G. R. (2018). Selecting appropriate methodological framework for time series data analysis. The Journal of Finance and Data Science, 4(2), 71-89.
- Simon, D. (2013). Evolutionary optimization algorithms. John Wiley & Sons.

- Sinha, D. (1998). Government Expenditure and Economic Growth in Malaysia. *Journal of Economic Development*, 23
- Sneath, P., & Sokal, R. (1973). *Numerical Taxonomy: The Principles and Practice of Numerical Classification*. San Francisco, CA: WH Freeman Co.
- Soleimani, H., Golmakani, H. R., & Salimi, M. H. (2009). Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(3), 5058-5063.
- Sonquist, J. A., Baker, E. L., & Morgan, J. N. (1971). Searching for structure (alias-AID-III): an approach to analysis of substantial bodies of micro-data and documentation for a computer program (successor to the Automatic Interaction Detector Program).
- Spa Nelder, J. A., & Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The computer journal*, 7(4), 308-313
- J. C. (2005). *Introduction to stochastic search and optimization: estimation, simulation, and control*. John Wiley & Sons.
- Spall, J. C. (2005). *Introduction to stochastic search and optimization: estimation, simulation, and control*. John Wiley & Sons.
- Srinivas N., Deb K., (1994), Multi-objective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms, *Evolutionary Computation* 2 (3) 221–248
- Steinwart, I. (2003). On the Optimal Parameter Choice for NU-Support Vector Machines. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(10), 1274-1284. doi: 10.1109/tpami.2003.1233901
- Stevenson, S. (2000a), “Constraining optimal portfolios and the effect on real estate’s allocation”, *Journal of Property Investment & Finance*, Vol. 18 No. 4, pp. 488-506.
- Stewart, B. (2009). EVA Momentum: The One Ratio That Tells the Whole Story 21.2. *Journal of Applied Corporate Finance*, 21(2), 74–86.
- Stewart, G.B. (1991). *The Quest for Value*, New York: HarperCollins Publishers.
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1993). A simple estimator of cointegrating vectors in higher order integrated systems. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 783-820.
- Suits, D. B. (1957). Use of dummy variables in regression equations. *Journal of the American Statistical Association*, 52(280), 548-551.
- Suykens, J.A.K., Gestel, T.V., De Brabanter, J., De Moor, B. & Vandewalle, J. (2002). *Least Squares Support Vector Machines*. Singapore: World Scientific Publishing.
- Taha, H. A. (1975). *Integer Programming Theory, Applications and Computations* (J. William Schmidt (ed.)). Academic Press.

- Tapia, M. G. C., & Coello, C. A. C. (2007, September 25–28). Applications of multi-objective evolutionary algorithms in economics and finance: A survey. IEEE Congress on Evolutionary Computation. CEC, Singapore.
- Thomopoulos, N. T. (2014). Essentials of Monte Carlo simulation: Statistical methods for building simulation models. Springer.
- Tobin, Life Cycle Saving and Balanced Growth, In: Ten Economic Studies in the Tradition of Irving Fisher, New York: Wiley (1967), 231-256.
- Tobin, The theory of portfolio selection in the theory of interest rates, Macmillan: F.H. Hahn and F.P.R. Brechling, London (1965).
- Tripathi, P. M., Chotia, V., Solanki, U., Meena, R., & Khandelwal, V. (2022). Economic Value-Added Research: Mapping Thematic Structure and Research Trends. *Risks*, 11(1), 9.
- Turing, A. (1950). Computing Machinery and Intelligence, *Mind*, 59, 433-460.
- Uyemura, D.G., Kantor, C.C. & Petit, J.M. (1996). EVA for Banks: Value Creation, Risk Management, and Profitability Measurement. *Journal of Applied Corporate Finance*, 9(2), 94-111.
- Vapnik, V. (1995). The Nature of Statistical Learning Theory. New York, USA: Springer.
- Venkata, R. (2016). Jaya: A simple and new optimization algorithm for solving constrained and unconstrained optimization problems. *Industrial Engineering Computations*, 7(1), 19–34. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2015.8.004>
- Venkata, R., & Waghmare, G. . (2016). A new optimization algorithm for solving complex constrained design optimization problems. *Engineering Optimization*, 49(1), 60–83. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2016.1164855>
- Verma, S., Pant, M., & Snasel, V. (2021). A comprehensive review on NSGA-II for multi-objective combinatorial optimization problems. *Ieee Access*, 9, 57757-57791.
- W.F. Sharpe, Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance*, 19 (1964), 425-442.
- Wagner H.M. (1975). Principles of operations research: with applications to managerial decisions. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Wagner, A (1967), “Three Extracts on Public Finance”, in R A Musgrave and A T Peacock *Classics in the Theory of Public Finance*, MacMillan: NY, 1- 15.
- Ward, J. (1963). Hierarchical Grouping to Optimize and Objective Function. *Journal of the American Statistical Association*, 58(301), 236-244. doi: 10.2307/2282967
- Weck, O. L. D. (2004). Multiobjective optimization: History and promise. In *Proceedings of 3rd China-Japan-Korea joint symposium on optimization of structural and mechanical systems*. Kanazawa, Japan.
- West, Jarrod, and Maumita Bhattacharya. "Some Experimental Issues in Financial Fraud Mining." *Procedia Computer Science* 80 (2016): 1734-1744.

- Whitley, D., Starkweather, T., & Bogart, C. (1990). Genetic algorithms and neural networks: optimizing connections and connectivity. *Parallel Computing*, 14(3), 347–361. [https://doi.org/10.1016/0167-8191\(90\)90086-O](https://doi.org/10.1016/0167-8191(90)90086-O)
- Williams OD, Abere SS (2019) Effect of government expenditure on economic growth in Nigeria. Hallmark University, Ijebu-Itele, Ogun State Nigeria Copyright 2019
- Winston W. 2004 Operation research, applications, and algorithms Thomson Belmont USA.
- Winston, P. H. (1992). Artificial Intelligence (3η έκδοση). Reading, Μασσαχουσέτη : Addison-Wesley.
- Yamada, T., Kataoka, T., & Watanabe, K. (2002). Heuristic and exact algorithms for the disjunctively constrained knapsack problem. *IPSJ Journal*.
- Yinusa OG, Aworinde OB, Oseni IO (2017). The revenue-expenditure nexus in Nigeria: asymmetric cointegration approach. *South-East Eur J Econ* 15(1)
- Zanjirdar, M. (2020). Overview of portfolio optimization models. *Advances in mathematical finance and applications*, 5(4), 419-435.
- Zavgren, C. V. (1988). The Association Between Probabilities of Bankruptcy and Market Responses – A Test of Market Anticipation. *Journal of Business Finance & Accounting* 15 (1).
- Zhang, Q. and Li, H. (2007): MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation* 11 (2007) 712-731.
- Zhang, Q., Liu, W. and Li, H. (2009): The Performance of a New Version of MOEA/D on CEC09 Unconstrained MOP Test Instances." *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Trondheim, Norway, (2009).
- Zhao, L., & Palomar, D. P. (2018). A markowitz portfolio approach to options trading. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 66(16), 4223-4238.
- Zhiyong, Y., Yuanchang, Z., & Yingying, W. (2019). A Virtual Network Resource Allocation Framework Based on SR-IOV. *Applied Sciences*, 9(1), 137. <https://doi.org/10.3390/app9010137>
- Zhou, B., Li, Z., Patel, H., Roshandeh, A. and Wang, Y. (2014), “Risk-based two-step optimization model for highway transportation investment decision-making”, *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 140 No. 5, p. 04014007
- Zitzler, E., Thiele, L., 1999. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 3 (4), 257–271.
- Zwir, I. S., & Ruspini, E. H. (1999). Qualitative object description: Initial reports of the exploration of the frontier. In *Proceedings of the Joint EUROFUSE-SIC99 international conference*. Budapest
- Καμπουρλάζος, Β. Γ., & Παπακώστας, Γ. Α. (2015). *Εισαγωγή στην Υπολογιστική Νοημοσύνη*. Αθήνα: Ελληνικά Ακαδημαϊκά Συγγράμματα και Βοηθήματα.

Καμπουρλάζος, Β., & Παπακώστας, Γ. (2015). Εισαγωγή στην Υπολογιστική Νοημοσύνη. *Αθήνα: ΣΕΑΒ*.

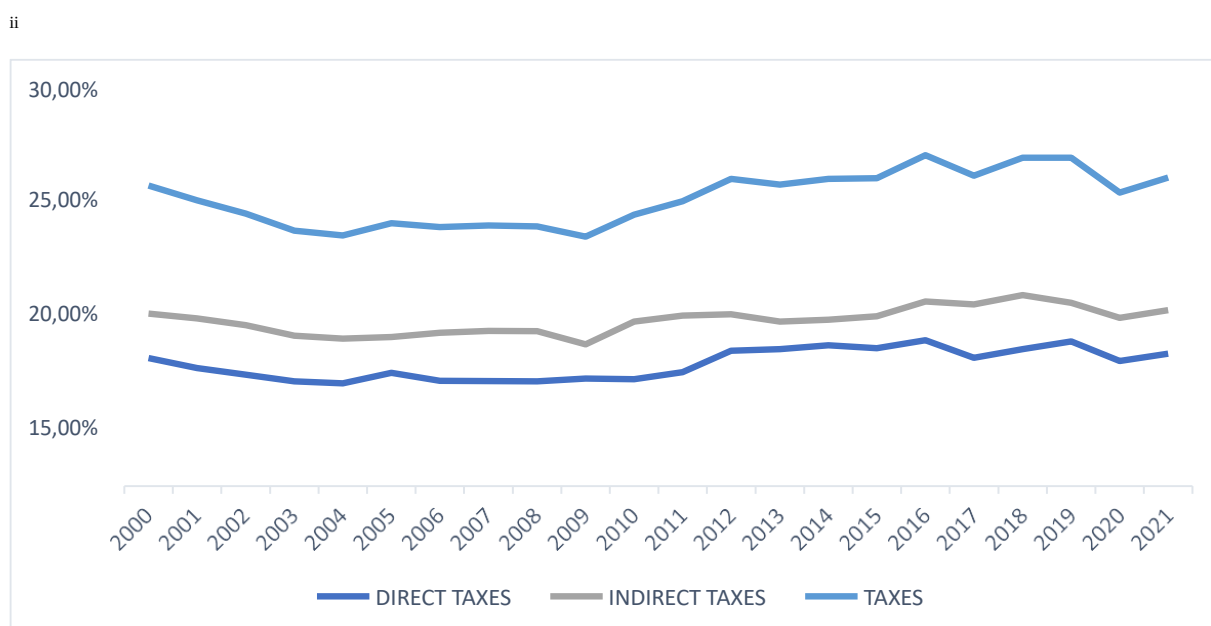
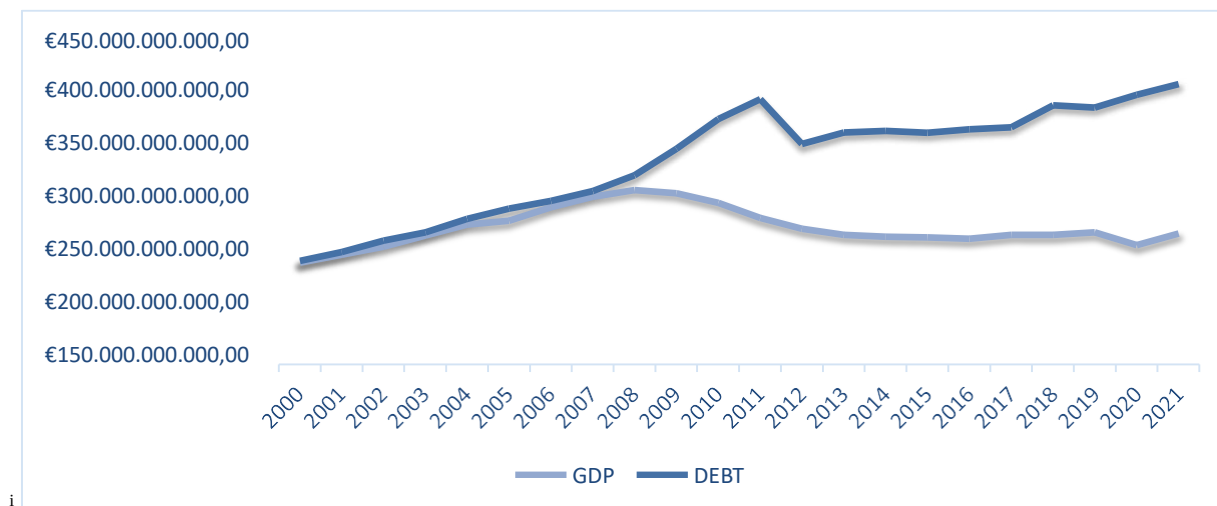
Κύρκος, Ε. (2016). Επιχειρηματική ευφυΐα και εξόρυξη δεδομένων.

Συμεωνίδης, Π. (2023). Ευφυή Συστήματα Συστάσεων.

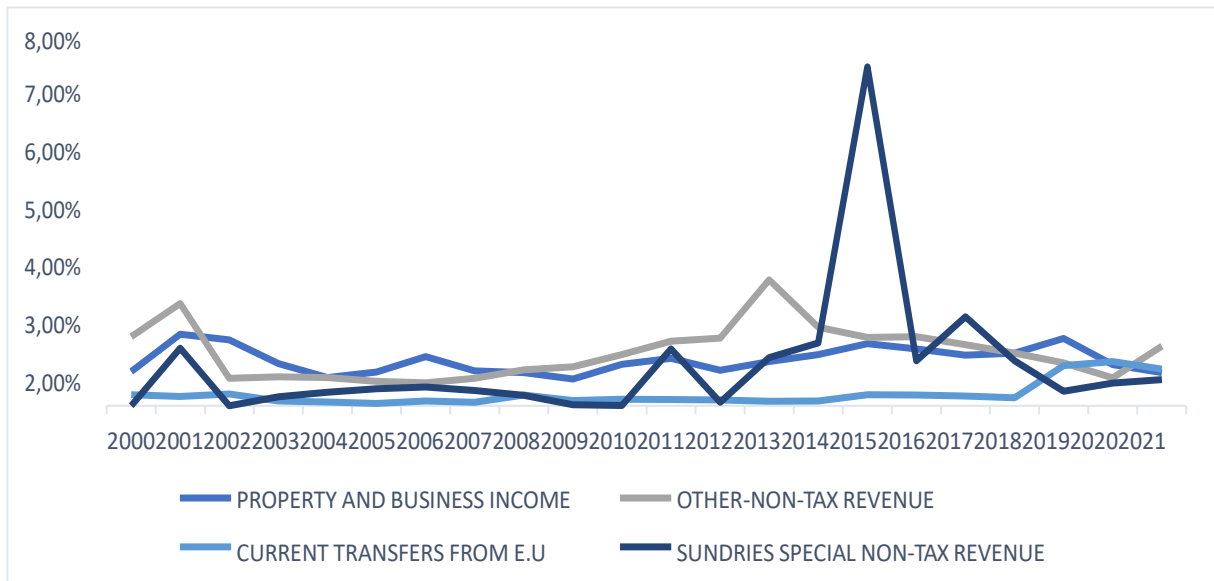
Δ. Φακίνου και Α. Οικονόμου «Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα», Εκδόσεις Συμμετρία, 2003.

This page intentionally left blank

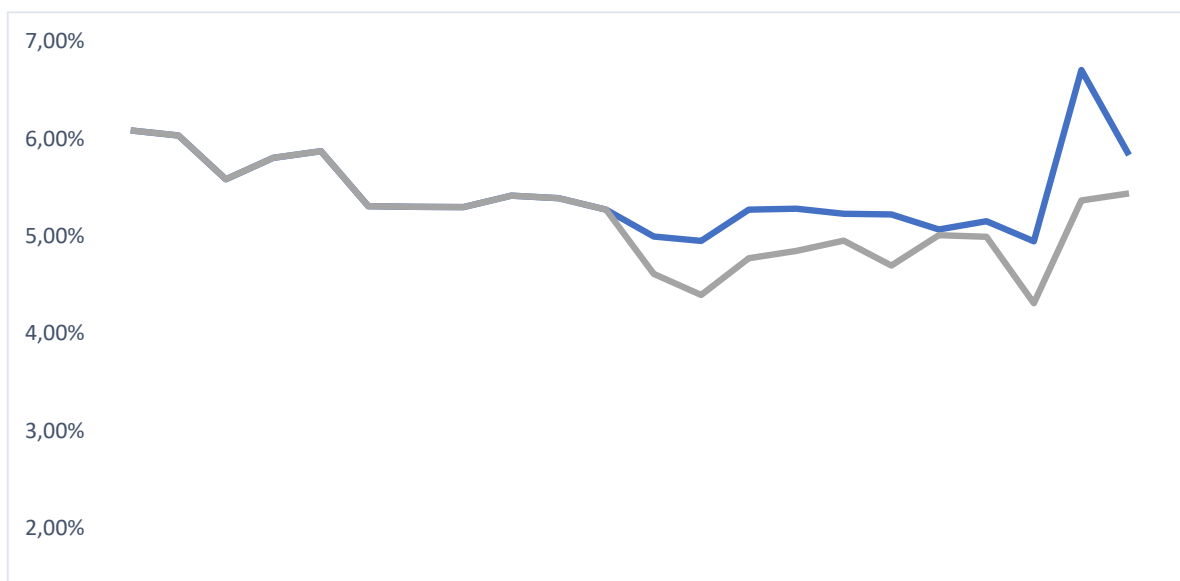
APPENDICES



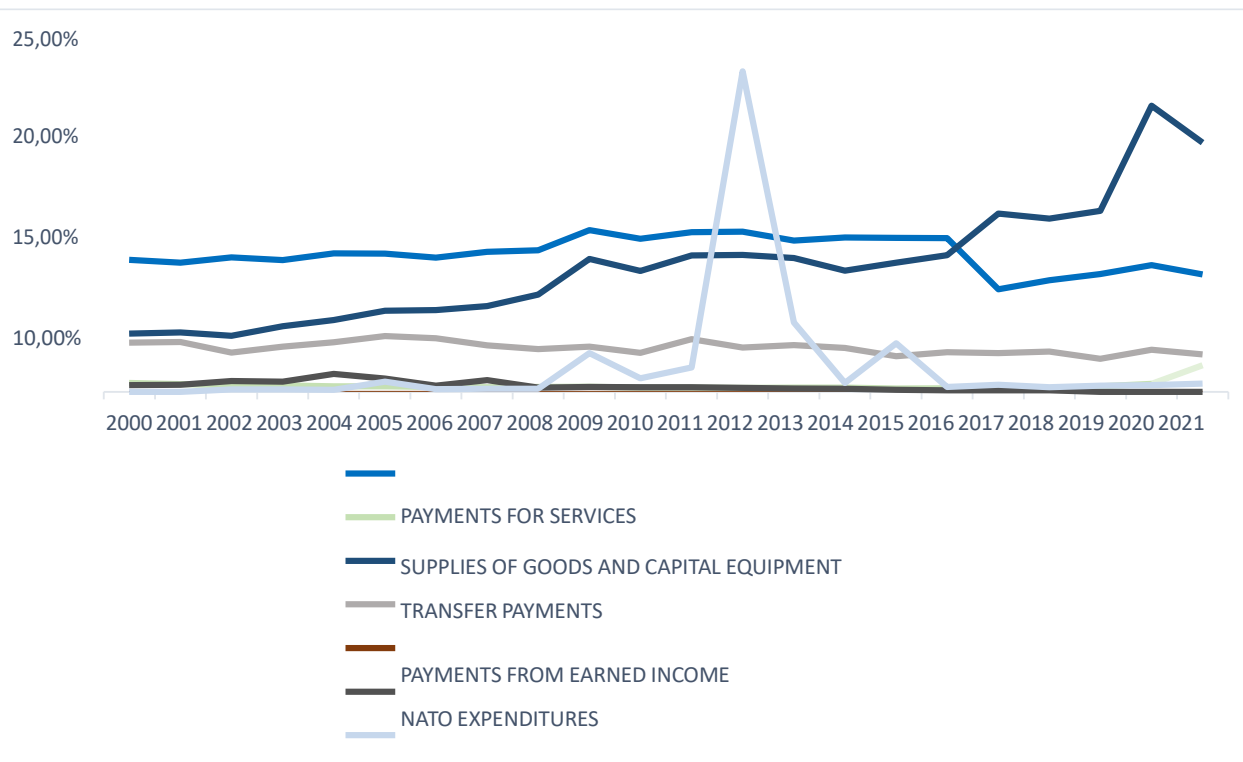
iii



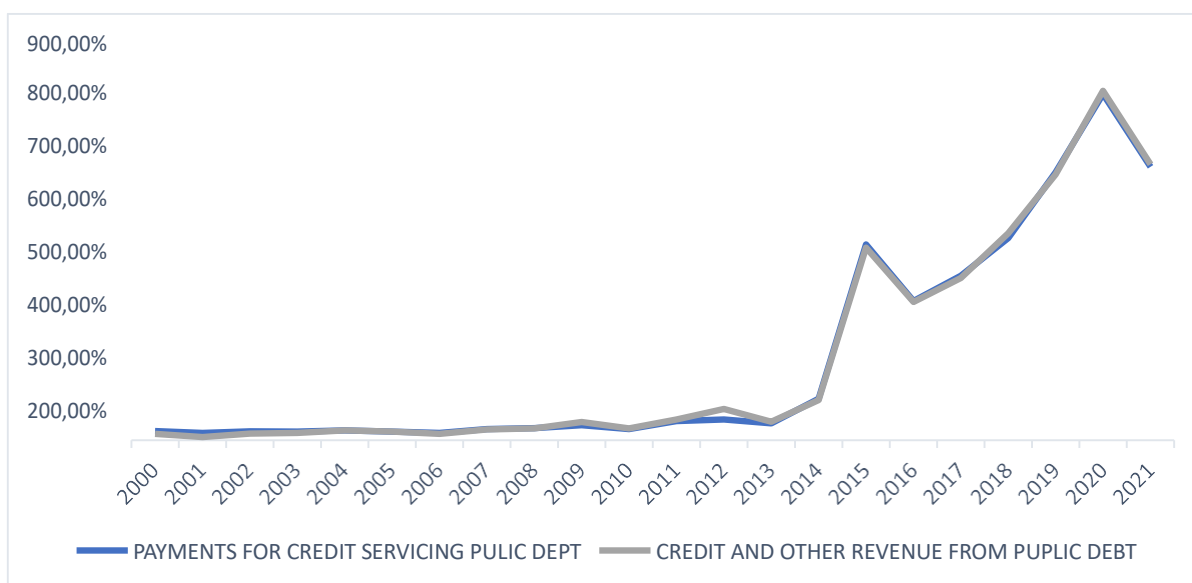
iv



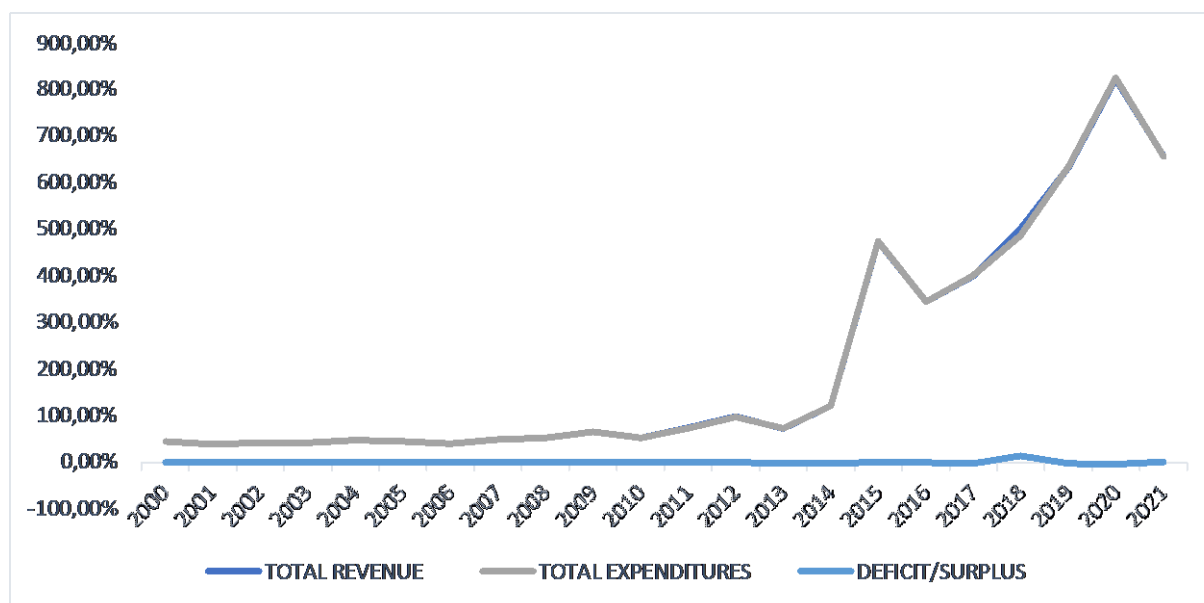
v



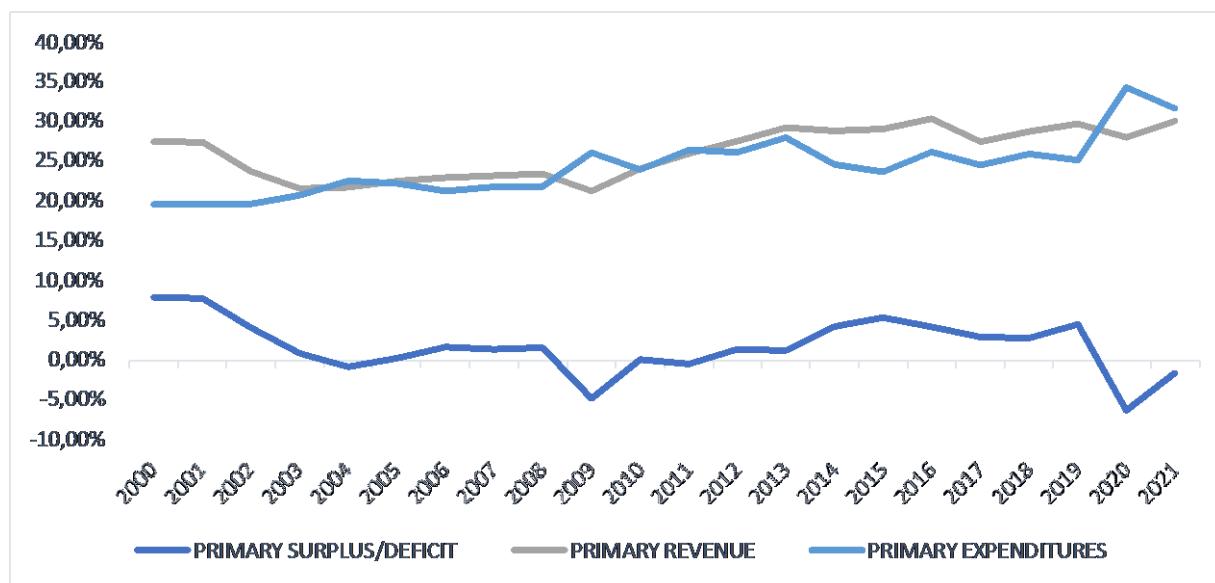
vi



vii



viii



ix

	DT	ID	T	PBI	ONTR	TEU	NT	CPD	SNTR	RPIP	TR
Mean	1,74E+10	2,36E+10	4,10E+10	1,86E+09	2,15E+09	4,65E+08	4,47E+09	3,33E+11	1,61E+09	6,78E+09	3,87E+11
Standard Error	4,41E+08	5,96E+08	9,81E+08	9,42E+07	2,06E+08	9,74E+07	2,44E+08	9,21E+10	5,81E+08	3,98E+08	9,23E+10
Median	1,82E+10	2,43E+10	4,23E+10	1,88E+09	2,09E+09	3,16E+08	4,48E+09	8,60E+10	8,05E+08	7,16E+09	1,42E+11
Standard Deviation	2,07E+09	2,80E+09	4,60E+09	4,42E+08	9,64E+08	4,57E+08	1,14E+09	4,32E+11	2,72E+09	1,87E+09	4,33E+11
Sample Variance	4,29E+18	7,82E+18	2,12E+19	1,95E+17	9,30E+17	2,09E+17	1,31E+18	1,87E+23	7,42E+18	3,49E+18	1,88E+23
Kurtosis	-6,89E-01	-8,35E-01	-6,92E-01	-8,63E-01	1,92E+00	2,89E+00	-4,64E-01	-3,54E-02	1,62E+01	-1,12E+00	-8,20E-02
Skewness	-8,27E-01	-1,62E-01	-6,92E-01	-2,88E-02	1,03E+00	2,04E+00	1,56E-01	1,21E+00	3,82E+00	-1,64E-01	1,20E+00
Range	6,48E+09	9,90E+09	1,54E+10	1,63E+09	3,96E+09	1,50E+09	4,33E+09	1,30E+12	1,30E+10	6,20E+09	1,30E+12
Minimum	1,36E+10	1,84E+10	3,21E+10	1,06E+09	9,88E+08	1,09E+08	2,55E+09	1,17E+10	0,00E+00	3,40E+09	6,04E+10
Maximum	2,01E+10	2,83E+10	4,75E+10	2,69E+09	4,95E+09	1,61E+09	6,88E+09	1,31E+12	1,30E+10	9,61E+09	1,36E+12
Sum	3,82E+11	5,20E+11	9,02E+11	4,09E+10	4,73E+10	1,02E+10	9,84E+10	7,33E+12	3,54E+10	1,49E+11	8,51E+12

Source: Calculated by Author

x

	PS	SGCE	TP	PEI	NE	OE	EXPP	PPIP	PPD	TE
Mean	1,86E+10	8,05E+08	1,68E+10	5,92E+09	7,73E+07	7,34E+08	3,60E+09	7,59E+09	3,31E+11	3,86E+11
Standard Error	8,59E+08	1,28E+08	1,59E+09	2,69E+08	4,54E+06	1,42E+08	1,92E+09	3,01E+08	9,18E+10	9,22E+10
Median	1,90E+10	7,54E+08	1,67E+10	5,60E+09	7,57E+07	6,59E+08	7,91E+08	7,46E+09	7,53E+10	1,42E+11
Standard Deviation	4,03E+09	6,02E+08	7,46E+09	1,26E+09	2,13E+07	6,66E+08	9,02E+09	1,41E+09	4,31E+11	4,32E+11
Sample Variance	1,62E+19	3,63E+17	5,56E+19	1,59E+18	4,53E+14	4,43E+17	8,14E+19	1,99E+18	1,85E+23	1,87E+23
Kurtosis	-7,74E-01	1,82E+01	2,09E-01	-1,18E+00	-1,34E+00	9,92E-01	1,86E+01	-7,61E-01	-7,75E-02	-3,45E-02
Skewness	3,46E-01	4,08E+00	5,29E-01	5,13E-01	1,38E-01	1,18E+00	4,21E+00	4,45E-01	1,20E+00	1,21E+00
Range	1,41E+10	2,99E+09	2,76E+10	3,97E+09	6,69E+07	2,46E+09	4,26E+10	5,01E+09	1,27E+12	1,30E+12
Minimum	1,30E+10	4,02E+08	5,80E+09	4,27E+09	4,60E+07	0,00E+00	4,69E+06	5,64E+09	2,53E+10	6,04E+10
Maximum	2,71E+10	3,39E+09	3,34E+10	8,25E+09	1,13E+08	2,46E+09	4,26E+10	1,06E+10	1,30E+12	1,36E+12
Sum	4,10E+11	1,77E+10	3,69E+11	1,30E+11	1,70E+09	1,62E+10	7,92E+10	1,67E+11	7,29E+12	8,49E+12

Source: Calculated by Author

xi

	DT	IT	T	PBI	ONTR	TEU	SNTR	RPIP
Mean	32,2%	43,9%	76,1%	3,5%	4,0%	0,9%	2,8%	12,8%
Standard Error	0,5%	0,6%	0,9%	0,2%	0,4%	0,2%	0,9%	0,8%
Median	31,7%	44,1%	76,6%	3,5%	3,9%	0,6%	1,6%	13,7%
Standard Deviation	2,3%	2,8%	4,3%	0,8%	1,8%	0,9%	4,2%	3,8%
Sample Variance	0,1%	0,1%	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,2%	0,1%
Kurtosis	-0,07	4,19	4,10	-0,04	1,88	3,41	14,35	-1,30
Skewness	0,22	-1,78	-1,46	0,66	1,21	2,12	3,53	-0,14
Range	9,0%	12,2%	20,7%	2,9%	7,1%	3,1%	20,1%	12,9%
Minimum	27,9%	34,8%	63,1%	2,4%	2,0%	0,2%	0,0%	6,1%
Maximum	36,9%	47,1%	83,8%	5,3%	9,1%	3,3%	20,1%	19,1%

Source: Calculated by Author

xii

	PS	SGCE	TP	PEI	NE	OE	EXPP	PPIP
Mean	34,9%	1,5%	30,1%	11,3%	0,2%	1,5%	4,8%	14,6%
Standard Error	1,4%	0,2%	2,3%	0,6%	0,0%	0,3%	2,0%	0,9%
Median	38,0%	1,4%	28,8%	10,6%	0,1%	1,1%	1,4%	13,4%
Standard Deviation	6,6%	1,0%	10,7%	2,9%	0,1%	1,4%	9,6%	4,1%
Sample Variance	0,4%	0,0%	1,2%	0,1%	0,0%	0,0%	0,9%	0,2%
Kurtosis	-0,62	8,89	-0,62	-1,09	-0,30	0,28	15,06	-0,07
Skewness	-0,92	2,65	0,74	0,06	0,90	1,05	3,70 274	0,35

Range	20,9%	4,7%	33,4%	9,8%	0,2%	5,1%	44,4%	16,5%
Minimum	22,2%	0,5%	17,6%	6,2%	0,1%	0,0%	0,0%	6,1%
Maximum	43,1%	5,2%	51,0%	15,9%	0,3%	5,1%	44,4%	22,5%
Maximum	43,1%	5,2%	51,0%	15,9%	0,3%	5,1%	44,4%	22,5%

Source: Calculated by Author

xiii

	<i>DT</i>	<i>IT</i>	<i>T</i>	<i>PBI</i>	<i>ONTR</i>	<i>TEU</i>	<i>CPD</i>	<i>SNTR</i>	<i>RPIP</i>
Mean	9,2%	12,5%	21,8%	1,0%	1,2%	0,3%	186,0%	0,9%	3,6%
Standard Error	0,2%	0,2%	0,4%	0,1%	0,1%	0,1%	52,8%	0,3%	0,2%
Median	9,2%	12,6%	21,9%	0,9%	1,1%	0,2%	41,8%	0,4%	3,8%
Standard Deviation	1,1%	1,0%	2,0%	0,3%	0,6%	0,3%	247,7%	1,5%	0,9%
Sample Variance	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	613,8%	0,0%	0,0%
Kurtosis	-1,61	-0,65	-1,34	-0,73	1,21	3,11	0,28	16,31	-0,55
Skewness	0,15	0,06	0,05	0,49	1,06	2,06	1,27	3,83	-0,03
Range	3,2%	3,7%	6,1%	1,0%	2,2%	0,9%	784,5%	7,4%	3,4%
Minimum	7,8%	10,7%	18,9%	0,6%	0,5%	0,1%	7,7%	0,0%	1,9%
Maximum	11,0%	14,4%	25,0%	1,6%	2,8%	1,0%	792,2%	7,4%	5,3%

Source: Calculated by Author

xiv

	<i>PS</i>	<i>SGCE</i>	<i>TP</i>	<i>PEI</i>	<i>NE</i>	<i>OE</i>	<i>EXPP</i>	<i>PPIP</i>	<i>CPD</i>
Mean	9,8%	0,4%	8,9%	3,1%	0,0%	0,4%	1,9%	4,0%	185,3%
Standard Error	0,3%	0,1%	0,9%	0,1%	0,0%	0,1%	1,0%	0,2%	52,6%
Median	9,8%	0,3%	8,8%	3,1%	0,0%	0,3%	0,5%	3,8%	36,4%
Standard Deviation	1,2%	0,3%	4,3%	0,4%	0,0%	0,3%	4,8%	0,8%	246,8%
Sample Variance	0,0%	0,0%	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,2%	0,0%	609,1%
Kurtosis	-0,54	16,79	1,36	-0,64	-0,51	0,88	18,71	1,77	0,23
Skewness	-0,41	3,91	1,15	0,16	0,86	1,11	4,22	1,31	1,26
Range	4,2%	1,6%	16,2%	1,6%	0,0%	1,3%	22,6%	3,4%	768,2%
Minimum	7,2%	0,2%	4,0%	2,3%	0,0%	0,0%	0,0%	3,1%	16,6%
Maximum	11,4%	1,9%	20,2%	3,9%	0,1%	1,3%	22,6%	6,4%	784,8%

Source: Calculated by Author

xv

	<i>MI</i>	<i>MFA</i>	<i>MNF</i>	<i>MH</i>	<i>MJ</i>	<i>ME</i>	<i>MCS</i>	<i>MF</i>	<i>MRD</i>	<i>MEE</i>	<i>MLSA</i>	<i>MDI</i>	<i>MIT</i>	<i>MMI</i>	<i>MCP</i>	<i>MT</i>	<i>MMA</i>	<i>MDG</i>	<i>MCO</i>
Mean	7,7%	0,9%	10,7%	10,3%	1,4%	12,4%	0,8%	14,8%	1,9%	0,3%	29,5%	0,5%	1,6%	1,9%	3,8%	0,1%	0,0%	0,1%	0,9%
Standard Error	0,2%	0,1%	0,6%	0,6%	0,0%	0,5%	0,0%	1,2%	0,1%	0,0%	2,3%	0,1%	0,0%	0,2%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Median	8,1%	0,8%	9,9%	9,7%	1,4%	11,9%	0,8%	17,1%	2,1%	0,3%	29,7%	0,5%	1,5%	2,5%	3,7%	0,1%	0,0%	0,1%	0,9%
Standard Deviation	1,1%	0,3%	3,0%	2,8%	0,2%	2,1%	0,1%	5,8%	0,7%	0,1%	10,7%	0,3%	0,2%	1,1%	0,4%	0,0%	0,0%	0,1%	0,2%
Sample Variance	0,0%	0,0%	0,1%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,3%	0,0%	0,0%	1,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Kurtosis	-0,07	-0,36	-1,14	2,01	0,32	-1,18	0,87	-0,07	-1,25	-0,99	-1,19	3,28	-0,48	-1,92	-0,48	-1,07	5,27	2,50	3,86
Skewness	-0,67	0,90	0,47	1,43	-0,92	0,04	1,23	-0,99	-0,47	0,20	0,44	1,80	0,38	-0,27	0,13	0,17	2,40	1,50	1,30

Range	4,3%	1,0%	9,1%	11,4%	0,7%	7,0%	0,5%	19,5%	2,0%	0,3%	30,1%	1,0%	0,9%	2,8%	1,6%	0,1%	0,2%	0,5%	0,8%
Minimum	5,5%	0,5%	7,1%	6,8%	1,0%	8,7%	0,7%	2,7%	0,7%	0,1%	17,0%	0,3%	1,2%	0,5%	2,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,6%
Maximum	9,8%	1,5%	16,2%	18,2%	1,6%	15,7%	1,2%	22,2%	2,7%	0,5%	47,1%	1,3%	2,1%	3,2%	4,5%	0,2%	0,2%	0,5%	1,4%

Source: Calculated by Author

xvi

	<i>MI</i>	<i>MFA</i>	<i>MNF</i>	<i>MH</i>	<i>MJ</i>	<i>ME</i>	<i>MCS</i>	<i>MF</i>	<i>MRD</i>	<i>MEE</i>	<i>MLSA</i>	<i>MDI</i>	<i>MIT</i>	<i>MMI</i>	<i>MCP</i>	<i>MT</i>	<i>MMA</i>	<i>MDG</i>	<i>M</i>
Mean	8,5%	0,1%	0,4%	1,4%	0,4%	7,6%	3,3%	1,9%	6,8%	9,7%	5,2%	26,9%	25,2%	0,7%	0,7%	0,6%	0,2%	0,5%	0,0%
Standard Error	1,0%	0,0%	0,1%	0,2%	0,1%	0,4%	0,7%	1,0%	0,7%	1,4%	0,4%	2,5%	2,0%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,0%
Median	8,8%	0,1%	0,1%	1,4%	0,2%	7,8%	2,3%	0,2%	6,3%	8,0%	4,9%	26,6%	25,4%	0,5%	0,6%	0,5%	0,0%	0,5%	0,0%
Standard Deviation	4,7%	0,1%	0,4%	0,9%	0,4%	2,0%	3,4%	4,5%	3,1%	6,8%	1,9%	11,7%	9,3%	0,6%	0,4%	0,4%	0,5%	0,5%	0,0%
Sample Variance	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,2%	0,1%	0,5%	0,0%	1,4%	0,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Kurtosis	-1,5	4,6	-0,1	-0,2	1,5	-0,8	3,0	7,8	-0,7	0,9	-0,2	-0,3	0,8	2,0	2,1	-0,8	17,8	-0,3	2,0
Skewness	-0,1	1,7	1,2	0,6	1,4	-0,3	1,8	2,9	0,5	1,3	0,3	0,4	-0,2	1,6	1,4	0,6	4,1	0,8	-0,1
Range	13,3%	0,4%	1,3%	3,4%	1,5%	6,8%	13,2%	16,9%	10,8%	23,8%	7,3%	43,8%	40,3%	2,4%	1,5%	1,3%	2,4%	1,5%	0,0%
Minimum	1,7%	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	4,0%	0,3%	0,0%	2,1%	2,8%	1,7%	8,8%	5,8%	0,0%	0,2%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%
Maximum	15,0%	0,5%	1,3%	3,5%	1,6%	10,7%	13,4%	16,9%	12,9%	26,5%	9,0%	52,6%	46,1%	2,4%	1,7%	1,3%	2,4%	1,5%	0,0%

Source: Calculated by Author

xvii

	<i>MI</i>	<i>MFA</i>	<i>MNF</i>	<i>MH</i>	<i>MJ</i>	<i>ME</i>	<i>MCS</i>	<i>MF</i>	<i>MRD</i>	<i>MEE</i>	<i>MLSA</i>	<i>MDI</i>	<i>MIT</i>	<i>MMI</i>	<i>MCP</i>	<i>MT</i>	<i>MM A</i>	<i>MD G</i>	<i>MCC</i>	<i>DRGD P</i>	<i>PE</i>	<i>PR</i>
Mean	1,98 %	0,18 %	2,27 %	2,35 %	0,32 %	2,93 %	0,31 %	3,24 %	0,64 %	0,43 %	7,02 %	1,14 %	1,26 %	0,42 %	0,85 %	0,04 %	0,01 %	0,05 %	0,21 %	0,30%	24,35 %	26,09 %
Standard Error	0,05 %	0,01 %	0,08 %	0,17 %	0,01 %	0,04 %	0,03 %	0,27 %	0,02 %	0,07 %	0,74 %	0,14 %	0,07 %	0,04 %	0,03 %	0,00 %	0,01 %	0,01 %	0,01 %	1,06%	0,80 %	0,66 %
Median	2,00 %	0,17 %	2,32 %	2,36 %	0,32 %	2,94 %	0,25 %	3,50 %	0,66 %	0,32 %	6,90 %	0,98 %	1,24 %	0,47 %	0,82 %	0,04 %	0,00 %	0,04 %	0,18 %	0,85%	24,24 %	27,43 %
Standard Deviation	0,25 %	0,04 %	0,39 %	0,78 %	0,04 %	0,17 %	0,13 %	1,25 %	0,09 %	0,31 %	3,48 %	0,64 %	0,31 %	0,20 %	0,14 %	0,02 %	0,04 %	0,06 %	0,06 %	4,96%	3,74 %	3,10 %
Sample Variance	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,02 %	0,00 %	0,00 %	0,12 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,25%	0,14 %	0,10 %
Kurtosis	-0,20	-0,39	-0,21	0,80	-0,49	1,50	4,41	0,27	-1,25	0,23	-0,51	8,03	0,30	-1,53	1,24	-1,39	11,44	5,25	9,17	-0,22	1,30	-1,55
Skewness	-0,18	0,79	0,49	0,72	0,00	0,36	2,17	-0,79	-0,31	1,27	0,64	2,48	0,49	-0,01	1,29	0,29	3,32	1,93	2,87	-0,64	1,01	-0,24
Range	0,88 %	0,11 %	1,47 %	3,12 %	0,14 %	0,78 %	0,53 %	4,87 %	0,29 %	0,98 %	11,59 %	3,01 %	1,32 %	0,57 %	0,49 %	0,05 %	0,16 %	0,24 %	0,27 %	18,50 %	14,73 %	9,09 %
Minimum	1,55 %	0,14 %	1,74 %	1,27 %	0,25 %	2,62 %	0,20 %	0,62 %	0,48 %	0,12 %	3,00 %	0,47 %	0,68 %	0,17 %	0,71 %	0,03 %	0,00 %	0,00 %	0,16 %	-10,10 %	19,56 %	21,26 %
	2,44	0,25	3,22	4,39	0,40	3,40	0,73	5,49	0,77	1,11	14,59	3,48	2,00	0,74	1,21	0,07	0,16	0,24	0,43		34,29	30,35

Maximum	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	8,40%	%	%
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-------	---	---

Source: Calculated by Author

xviii

	DT	IT	T	PBI	ONTR	TEU	CPD	SNTR	RPIP	TR	PS	SGCE	TP	PEI	NE	OE	EXPP	PPIP	PPD	TE	PE	PR	dr gd p
DT	1,0																						
IT	0,9	1,0																					
T	0,0	0,0	1,0																				
PBI	0,4	0,5	0,4	1,0																			
ONTR	0,5	0,4	0,5	0,3	1,0																		
TEU	0,7	0,4	0,0	0,0	-0,1	1,0																	
CPD	0,5	0,6	0,0	0,2	-0,0	0,9	1,0																
SNTR	0,2	0,2	0,0	0,4	0,3	-0,0	0,0	1,0															
RPIP	-0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,2	-0,0	-0,0	-0,2	1,00														
TR	0,5	0,0	0,6	0,0	-0,0	0,9	1,0	0,2	-0,0	1,0													
PS	-0,0	-0,0	-0,0	-0,0	0,2	-0,0	-0,0	0,1	-0,0	-0,0	1,0												
SGCE	0,0	0,0	0,0	-0,0	-0,0	0,5	0,2	-0,1	0,2	0,2	-0,0	1,0											
TP	0,5	0,5	0,5	-0,0	0,0	0,7	0,0	0,1	-0,0	0,9	-0,0	0,3	1,0										
PEI	-0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,2	0,35	-0,0	0,2	-0,1	-0,0	1,0									
NE	-0,0	-0,0	-0,0	0,0	0,0	-0,0	-0,0	-0,2	0,7	-0,0	0,0	0,0	-0,0	0,4	1,0								
OE	-0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,4	-0,0	-0,0	-0,2	0,56	-0,0	0,0	-0,1	-0,0	0,5	0,6	1,0							
EXPP	0,2	0,0	0,1	-0,0	0,2	-0,0	-0,0	0,0	-0,0	-0,4	-0,0	-0,1	0,0	0,0	-0,0	-0,0	1,0						
PPIP	-0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,1	0,2	0,1	-0,1	0,75	0,1	-0,0	0,4	0,1	0,1	0,1	0,1	-0,2	1,0					
PPD	0,5	0,0	0,6	0,0	-0,0	0,9	1,0	0,3	-0,0	1,0	-0,0	0,3	0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,1	0,1	1,0				
TE	0,5	0,6	0,6	0,0	-0,0	0,9	1,0	0,2	-0,0	1,0	-0,0	0,3	0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,1	0,1	1,0	1,00			
PE	0,4	0,2	0,4	-0,0	0,1	0,6	0,2	0,0	-0,0	0,7	-0,0	0,3	0,0	-0,0	-0,0	-0,0	0,1	0,1	0,7	0,7	1,00		
PR	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	0,4	0,6	0,3	-0,0	0,6	-0,0	0,2	0,1	-0,0	-0,0	-0,0	0,1	-0,0	0,6	0,65	0,50	1,0	
dr gd p	-0,0	-0,0	-0,0	0,1	-0,1	-0,0	-0,0	-0,0	0,5	-0,0	-0,0	0,4	-0,0	-0,0	0,4	0,2	-0,4	0,1	-0,0	-0,0	-0,0	-0,0	1,00

Source: Calculated by Author

xix

Variables	Constant	Constant and Trend	None
DRGDP	0.1112	0.3857	0.0106**
PF	0.5632	0.0775*	0.9712
PR	0.7476	0.2399	0.7389
T	0.6363	0.1865	0.6709
TEU	0.7998	0.6856	0.6419
RPIP	0.1599	0.4630	0.3092
PPIP	0.0383**	0.1800	0.5938
PPD	0.9223	0.6306	0.8244
DEBT	0.9012	0.2819	0.9718
PS	0.4098	0.6575	0.5190
ΔDRGDP	0.0003***	0.0024***	0.0000***
ΔPF	0.0000***	0.0003***	0.0000***
ΔPR	0.0061***	0.0159**	0.0003***
ΔT	0.0009***	0.0045***	0.0000***
ΔTEU	0.0027***	0.0462**	0.0002***
ΔRPIP	0.0004***	0.0064***	0.0000***
ΔPPIP	0.0000***	0.0000***	0.0000***
ΔPPD	0.0010***	0.0023***	0.0001***

ADERT	0.0007***	0.0014***	0.0001***
APS	0.0005***	0.0022***	0.0000***

Source: Calculated by Author

Notes:

a: (*) Significant at the 10%; (**) Significant at the 5%; (***) Significant at the 1% and (no) Not Significant

b: Lag Length based on SIC.

c: Probability based on MacKinnon (1996) one-sided p-values.

xx

Variables	Constant	Constant and Trend	None
LPE	0.5789	0.0767*	0.0700*
LPR	0.7326	0.2404	0.5365
LT	0.6511	0.1937	0.6099
LTP	0.8883	0.1972	0.0259**
LRPIP	0.1253	0.2585	0.6848
LRPIP	0.0531*	0.2394	0.6379
LPPD	0.9424	0.4328	0.4601
LDERT	0.9012	0.2819	0.9718
LPS	0.3758	0.6004	0.7211
ΔLPE	0.0000***	0.0001***	0.0000***
ΔLPR	0.0079***	0.0208**	0.0004***
ΔLT	0.0009***	0.0045***	0.0000***
ΔLTP	0.0001***	0.0010**	0.0001***
ΔLRPIP	0.0022***	0.0079***	0.0001***
ΔLRPIP	0.0000***	0.0001***	0.0000***
ΔLPPD	0.0024***	0.0121**	0.0005***
ΔLDERT	0.0007***	0.0014***	0.0001***
ΔLPS	0.0005***	0.0023***	0.0000***

Source: Calculated by Author

Notes:

a: (*) Significant at the 10%; (**) Significant at the 5%; (***) Significant at the 1% and (no) Not Significant

b: Lag Length based on SIC.

c: Probability based on MacKinnon (1996) one-sided p-values.

xxi

Variables	Model A		Model B		Model C		Model D	
	n	T _b	n	T _b	n	T _b	n	T _b
LPE	0.824	2008	0.0832	2019	0.1522	2014	0.1118	2020
LPR	0.014	2010	0.0434	2010	0.4323	2011	0.4299	2004
LT	0.061	2014	0.001*	2014	0.8080	2009	0.3265	2011
LTP	0.999	2016	0.0801	2013	0.0361	2013	0.6372	2019
LRPIP	0.088	2010	0.6007	2019	0.0156	2011	0.1087	2020
LRPIP	0.049	2019	0.001*	2019	0.0909	2017	0.001*	2019
LPPD	0.084	2014	0.001*	2014	0.001*	2014	0.6903	2011
LDERT	0.730	2009	0.2241	2010	0.0126	2009	0.8183	2005
LPS	0.078	2016	0.001*	2016	0.001*	2016	0.0232	2015

Source: Calculated by Author

Notes:

a: (*) Significant at the 10%; (**) Significant at the 5%; (***) Significant at the 1% and (no) Not Significant

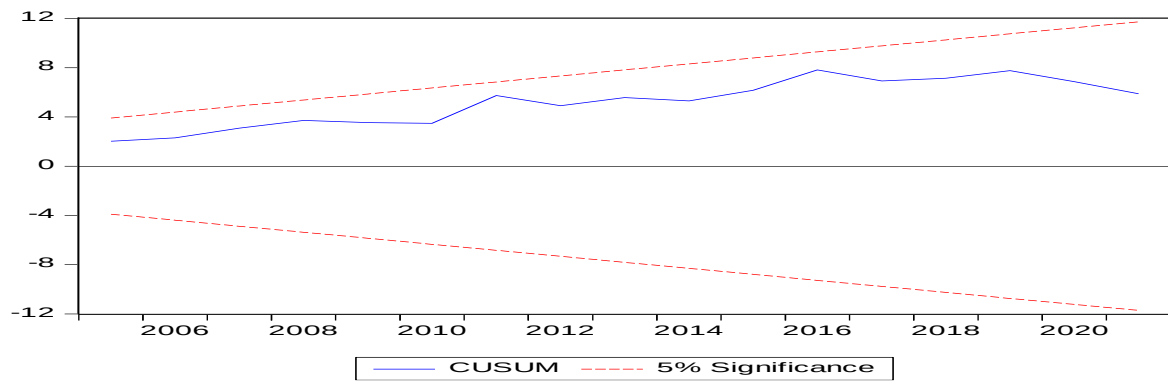
b: Lag Length based on SIC.

c: Probability based on MacKinnon (1996) one-sided p-values.

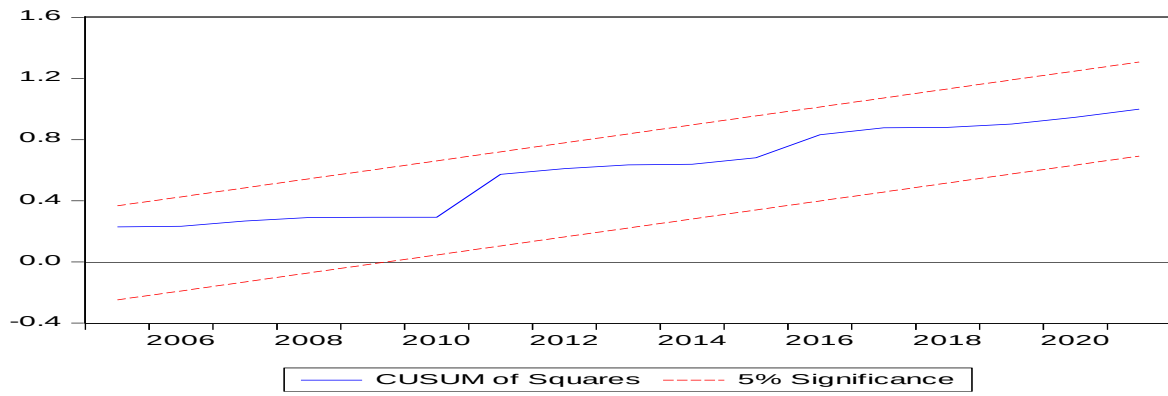
d. T_b denotes the time of break.

e. Model A allows change in the level of series; Model B allows change in the level of the trend of series; Model c allows change in the in the level and slope of the trend of the series; Model D allows change in the slope of the trend of the series.

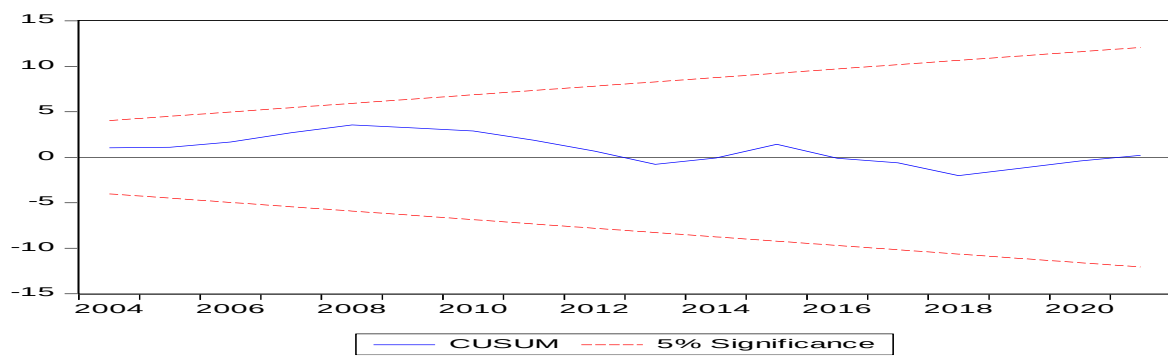
xxii



xxiii



xxiv



xxv

