ΑΝΑΛΥΣΙΣ ΤΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΩΝ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ

Ὑπὸ ΚΩΣΤΑ Α. ΘΑΝΟΥ

Ἡ εἰσαγωγὴ τῆς ἀναλύσεως τῶν ὁλικῶν μεγεθῶν εἰς τὴν θεωρίαν τοῦ εἰσοδήματος κατέστησε δυνατὴν τὴν ἐφαρμογὴν μαθηματικῶν μεθόδων διὰ τὴν ἐξήγησιν τοῦ μεγέθους τῶν εἰσοδηματικῶν μεταβολῶν. Αἱ κυριώτεραι ἐκ τῶν μεθόδων τούτων εἶναι τρεῖς.

Ἡ πρώτη βασίζεται ἐπὶ τῆς σχέσεως $Y = C + 1$ καὶ ἀγνοεῖ τὴν ὕπαρξιν χρονικῆς ὑστερήσεως οἱουδήποτε εἴδους, ἡ δευτέρα εἶναι ἡ γνωστὴ μέθοδος τοῦ καθηγητοῦ Robertson ἡ ὁποία ἀναγνωρίζει τὴν ὕπαρξιν χρονικῆς ὑστερήσεως ὅσον ἀφορᾷ τὴν κατανάλωσιν καὶ τέλος ἡ μέθοδος τοῦ καθηγητοῦ Lundrerg ἡ ὁποία ἐπίσης ἀναγνωρίζει τὴν ὕπαρξιν χρονικῆς ὑστερήσεως ἐν σχέσει πρὸς τὴν παραγωγήν. Σκοπὸς τοῦ παρόντος ἄρθρου εἶναι ἡ μαθηματικὴ ἀπεικόνισις τῶν ὡς ἄνω μεθόδων.

I

Ὡς γνωστὸν δι' ἁπλῶν μαθηματικῶν πράξεων δυνάμεθα ἐκ τῆς σχέσεως $Y = C + 1$ νὰ ἐξαγάγωμεν τὸν βασικὸν πολλαπλασιαστὴν (ὑποθέτοντες βεβαίως κλειστὴν οἰκονομίαν καὶ ἔλλειψιν χρονικῆς ὑστερήσεως) ὑπὸ τὴν ἀκόλουθον μορφήν :

$$(1) \qquad \Delta Y = \Delta I : 1 - \Delta C : \Delta Y$$

(Τὸ $\Delta C : \Delta Y$ εἶναι ἡ γνωστὴ ἔκφρασις τῆς ὁριακῆς ροπῆς πρὸς κατανάλωσιν).

Ὁ ὡς ἄνω πολλαπλασιαστὴς ἐν τούτοις εἶναι πολὺ ἁπλοποιημένη μορφὴ ἐξηγήσεως τῶν μεγεθῶν τῶν εἰσοδηματικῶν μεταβολῶν. Θὰ πρέπῃ οὕτω νὰ εἰδικεύσωμεν τὴν μορφήν του δι' ἀναλυτικωτέρων σχέσεων. Εἰδικώτερον ἐὰν ὑποθέσωμεν μίαν ἐφ' ἅπαξ αὔξησιν τῶν ἐπενδύσεων ΔI ὡς καὶ τὸ ποσοστὸν τῆς καταναλώσεως τὸ ἐξαρτώμενον ἐκ τῶν μεταβολῶν τοῦ εἰσοδήματος ἔχομεν τὴν ἀκόλουθον γεωμετρικὴν πρόοδον :

$$\Delta I + h\Delta I + h^2 \Delta I + h^3 \Delta I \dots\dots$$

καὶ ἐξ αὐτοῦ τὸν πολλαπλασιαστήν :

$$(2) \qquad \Delta Y = \frac{\Delta I}{1 - h}$$

(ἔνθα h ἡ ὁριακὴ ροπὴ πρὸς κατανάλωσιν)

Ἡ εἰσαγωγὴ τοῦ h παρ' ὅλον τὸ ὅτι μᾶς δίδει σχέσιν ὁμοίαν τῆς πρώτης δύναται νὰ ἀξιοποιηθῇ περαιτέρω.

Συγκεκριμένως ἐὰν διὰ τοῦ H ἐκφράσωμεν τὸ σταθερὸν τμῆμα τοῦ καταναλισκομένου εἰσοδήματος (μὴ μεταβαλλομένου μὲ μεταβολὴν τοῦ εἰσοδήματος) καὶ διὰ τοῦ h τὸ μεταβαλλόμενον, δυνάμεθα νὰ ἐξαγάγωμεν τὴν ἀκόλουθον σχέσιν :

$$(3) \qquad 1 - h = \frac{I + H}{Y} \quad \text{καὶ ἐξ αὐτοῦ τὸ} \quad Y = \frac{I + H}{1 - h}$$

(ἡ ἀρχικὴ σχέσις εἶναι $Y = I + H + hy$)

Περαιτέρω ἐὰν τὸ καταναλισκόμενον τμῆμα τοῦ εἰσοδήματος C ἀναλυθῇ εἰς τὰ ἐπὶ μέρους τμήματα ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἀπαρτίζεται ἤτοι εἰς H καὶ hy διὰ τὰς μὴ ἐπιχειρηματικὰς μονάδας ὡς καὶ εἰς B καὶ by διὰ τὰς ἐπιχειρηματικάς, ἔχομεν τὴν ἀκόλουθον σχέσιν :

$$(4) \qquad Y = \frac{I + H + hb}{1 - by}$$

Ὡς γνωστὸν μέρος τῶν ὁλικῶν δαπανῶν μιᾶς χώρας ἀποτελοῦν καὶ αἱ κυβερνητικαὶ δαπάναι. Λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν τοῦτο καὶ χρησιμοποιοῦντες τὸ G διὰ τὰς κυβερνητικὰς δαπάνας καὶ τὸ t διὰ τὸ κυβερνητικὸν εἰσόδημα ἐκ φορολογίας (ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει τὸ καθαρὸν εἰσόδημα διὰ τὸν καταναλωτὴν θὰ εἶναι $1 - t$) ἔχομεν τὴν σχέσιν $Y = I + G + H + h(1 - t)$ ἡ ὁποία μᾶς δίδει τὸν πολλαπλασιαστὴν :

$$(5) \qquad Y = \frac{I + G + H}{1 - h(1 - t)}$$

Εἰς περίπτωσιν δὲ κατὰ τὴν ὁποίαν αἱ κυβερνητικαὶ δαπάναι εἶναι ἴσαι τῶν φορολογικῶν ἐσόδων ἔχομεν τὸν ἀκόλουθον πολλαπλασιαστήν :

$$(6) \qquad Y = \frac{I + H}{1 - [h(1 - t) + gty]}$$

ἐξαγόμενον ἐκ τῆς σχέσεως $Y = I + H + h(1 - t)y + gty$
ἔνθα gty κυβερνητικαὶ δαπάναι ὡς ἀπόλυτος καὶ μόνη συνάρτησις τῶν φορολογικῶν ἐσόδων.

II

Ἡ μέθοδος τοῦ Καθηγητοῦ Robertson ὡς ἀνεφέρθη ἐπὶ τῆς ὑπάρξεως χρονικῆς ἀσυμφωνίας μεταξὺ λήψεως τοῦ εἰσοδήματος ὑπὸ τῶν καταναλωτῶν καὶ δαπάνης τούτων. Συγκεκριμένως ἡ μέθοδος αὐτὴ στηρίζεται εἰς τὴν ὑπόθεσιν ἢ πραγματικότητα τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ κατανάλωσις τῆς σήμερον εἶναι συνάρτησις τοῦ εἰσοδήματος τῆς χθές. Τὸ ἴδιον βεβαίως ἰσχύει καὶ διὰ τὰς ἐπενδύσεις. Ἡ σχέσις αὕτη δύναται νὰ ἐκφρασθῇ διὰ τῆς συναρτήσεως $C_1 = f(Y_0)$, ἡ δὲ μέθοδος διὰ τῶν ἀκολούθων σχέσεων :

$$Y^0 = C_1 + S_1 \qquad C_2 + S_2 \qquad C_3 + S_3$$
$$C_1 + I_1 = Y_1 \qquad C_2 + I_2 = Y_3 \qquad C_3 + I_3 = Y_3 \quad \text{κ.ο.κ.}$$

(Οἱ ἀριθμοὶ ὑποδηλοῦν περιόδους)

Χρησιμοποιοῦντες ἀριθμητικὰ δεδομένα αἱ σχέσεις αὗται ἐμφανίζονται ὡς ἑξῆς :

	Αη Περίοδος	Βα Περίοδος	Γη Περίοδος
100 =	80 + 20	80 + 20	88 + 22
	80 + 20 = 100	80 + 30α = 110	88 + 30 = 118 κ.ο.κ.

(α) ἀπρογραμμάτιστος αὔξησις τῶν ἐπενδύσεων.

Ἡ παρατηρηθεῖσα ἀπρογραμμάτιστος αὔξησις τῶν ἐπενδύσεων εἶναι ἀκριβῶς καὶ ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῆς πρώτης καὶ τῆς μεθόδου τοῦ καθηγητοῦ Robertson. Οἱ χρησιμοποιούμενοι ὅροι ἐν προκειμένῳ ex ante καὶ ex post δὲν διαφέρουν εἰς τὴν πρώτην μέθοδον ἢ μᾶλλον ἡ τυχὸν διαφορὰ ἐξαφανίζεται αὐτομάτως διὰ τῆς ἀλλαγῆς τοῦ εἰσοδήματος ἐπιφέροντος ἀναπροσαρμογὴν εἰς τὴν σχέσιν ἀποταμιεύσεων καὶ ἐπενδύσεων αἱ ὁποῖαι κατὰ τὴν μέθοδον ταύτην διατελοῦν πάντοτε εἰς σχέσιν ἰσότητος [1]. (Ἡ διαφορὰ μεταξὺ ex ante καὶ ex post μεγεθῶν δυνατὸν νὰ ὀφείλεται εἰς διαφόρους παράγοντας ὡς π.χ. τὰ συγκυριακὰ κέρδη).

Τὰς ex ante καὶ ex post σχέσεις δυνάμεθα νὰ παραστήσωμεν τόσον διὰ τὰς ἀποταμιεύσεις ὅσον καὶ διὰ τὰς ἐπενδύσεις διὰ τῶν συμβόλων Sa, Sp καὶ Ia, Ip. Ἐπίσης τὰς μὴ προγραμματισθείσας ἀποταμιεύσεις παρουσιάζομεν διὰ τοῦ Su. Οὕτω δυνάμεθα νὰ ἐξαγάγωμεν τὰς ἀκολούθους σχέσεις :

Su = Ia − Sa ἐφ' ὅσον Ip = Ia

Ἔχομεν Sp = Ip

Τὸ γεγονὸς ὅτι τὸ Ia εἶναι διάφορον τοῦ Sp ($Ia \neq Sp$)

ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι Su = Ia − Sa

Οὕτω Ia − Sa = Su, Ia = Ip = Sp[2] καὶ Sp − Sa = Su

III

Τέλος ἡ μέθοδος τοῦ καθηγητοῦ Lundberg τονίζει τὴν ὕπαρξιν χρονικῆς ἀσυμφωνίας μεταξὺ παραγωγῆς καὶ πωλήσεως. Ἡ κεντρικὴ ἰδέα τῆς μεθόδου ταύτης εἶναι ὅτι τὰ ἀποθέματα ἐμπορευμάτων μεταβάλλονται ἀναλόγως τῆς

1. Οὐχὶ ἐν τούτοις καὶ ἰσορροπίας, Ἰσορροπία μεταξὺ ἀποταμιεύσεων καὶ δαπανῶν εἶναι δυνατὴ μόνον ὅταν ὁ πολλαπλασιαστὴς ἐξαντλήσῃ τὴν ἐπίδρασιν του.

2. Κατὰ τὸ τέλος τῆς περιόδου Ip καὶ Sp εἶναι ἴσα.

ἀσυμφωνίας μεταξὺ ὄγκου παραγωγῆς καὶ πωλήσεων. Ἤτοι εἰς ἐνδεχομένην αὔξησιν πωλήσεων, τὴν πρώτην ἐπίδρασιν ὑφίστανται τὰ ἀποθέματα τῶν ἐμπορευμάτων καὶ μετέπειτα ἐπέρχεται αὔξησις τῆς παραγωγῆς. Ἡ ὑπὸ τῆς μεθόδου ταύτης ἐν τούτοις μὴ ἀναγνώρισις ἄλλου τύπου χρονικῆς ὑστερήσεως, προϋποθέτει (α) τὴν ἐκπλήρωσιν τῶν προγραμματισθέντων σχεδίων δαπανῶν καὶ ἀποταμιεύσεων καὶ (β) ὅτι τὰ σχέδια διὰ τὴν παραγωγὴν εἰς τὴν περίοδον α ἔχουν βασισθῆ ἐπὶ τῶν ὑφισταμένων δυνατοτήτων τῆς περιόδου α — 1.

Ἐφ' ὅσον τὰ ἀποθέματα ἐμπορευμάτων ἀποτελοῦν τὸ ἐξισορροπητικὸν παράγοντα μεταξὺ παραγωγῆς καὶ πωλήσεων δυνάμεθα νὰ διακρίνωμεν τέσσαρας περιπτώσεις, ὡς ἀκολούθως :

Ἀποθέματα ἐν ἰσορροπίᾳ

$C = f(y)$

	Ναὶ	Ὄχι
Ναὶ	1	2
Ὄχι	3	4

Ἡ ἐφαρμοζομένη σχέσις ἐν προκειμένῳ ἔχει ὡς ἀκολούθως :

$$Y\alpha = C\alpha + S\alpha$$
$$O\alpha = C\alpha + I\alpha$$

($O\alpha$ = παραγωγή).

Ἀναλύοντες τὰς εἰδικὰς περιπτώσεις ἔχομεν :

Πρώτη περίπτωσις:

$C = 1/2\,Y$

(α) Ἀποθέματα $= 1/2\,Y$

$100 = 50 + 50$

$50 + 50$

$\Delta C = 0$

Μεταβολαὶ ἀποθεμάτων $\Delta In = 0$

Ἐὰν αὐξήσωμεν τὰς ἐπενδύσεις καθ' ὡρισμένον ποσὸν ἔχομεν :

(β) $100 = 50 + 50$

$50 + 60$

$\Delta C = 0$

$\Delta In = -10$

Οὕτως ἔχομεν :

(γ) $110 = 55 + 55$

$55 + 60$

$\Delta In = -5$ καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς . . . . .

Δευτέρα περίπτωσις:

$C = 1/2\,Y$

'Αποθέματα οὐχὶ ἐν ἰσορροπίᾳ

Αἱ πωλήσεις αὐξάνουν διὰ τῆς μειώσεως τοῦ ἀποθεματικοῦ.

Οὕτω ἔχομεν :

(α) $100 = 50 + 50$

$\phantom{100 = {}} 50 + 50$

$\Delta I\eta = 0$

'Ακολούθως αὐξάνοντες τὰς ἐπενδύσεις ἔχομεν :

(β) $100 = 50 + 50$

$\phantom{100 = {}} 50 + 60$

$\Delta In = -10$

(γ) $110 = 55 + 55$

$\phantom{110 = {}} 55 + 60$

$\Delta In = -5$ [1]

'Εν προκειμένῳ $Sa = Sp = 55$ καὶ $Ia = 60$ ex ante.

$\Delta In = -5$ μὴ προγραμματισθεῖσα κατανάλωσις ἐπενδύσεως.

Οὕτω $I = 55$ (ex post)

Τρίτη περίπτωσις:

$C =$ σταθερὸν

'Αποθεματικὰ $= 1/2\,Y$

(α) $100 = 50 + 50$

$\phantom{100 = {}} 50 + 50$

$\Delta In = 0$

(β) $100 = 60 + 40$

$\phantom{100 = {}} 60 + 50$

$\Delta In = -10$

(γ) $120 = 60 + 60$

$\phantom{120 = {}} 60 + 50$

$\Delta In = 10$

(δ) $130 = 60 + 70$

$\phantom{130 = {}} 60 + 50$

$\Delta In = 20$

---

1. Εἰς τὴν περίοδον $\underline{v}$ ἔχομεν $120 = K\Delta I$ $\left(\text{ἔνθα } K = \dfrac{1}{1 - \dfrac{\Delta C}{\Delta Y}} \right)$

Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν ὁ πολλαπλασιαστὴς (K) εἶναι $2\,(C = ½\,Y)$.

(ε) $125 = 60 + 65$

$60 + 50$

$\Delta In = 15$

Τετάρτη περίπτωσις:

$C + Y$

(α) $100 = 50 + 50$

$50 + 60$

$\Delta In = -10$

(β) $110 = 50 + 50$

$50 + 60$

$\Delta In = 0$

Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἐπιτυγχάνομεν ἰσορροπίαν ταχέως.

IV

Ἡ προηγηθεῖσα ἀνάλυσις σκοπὸν εἶχεν ὡς διεπιστώθη ἐξ ὑπαρχῆς, τὴν μαθηματικὴν ἐξέτασιν τῶν θεωριῶν αἱ ὁποῖαι προσπαθοῦν νὰ ἐξηγήσουν τὸ μέγεθος τῶν εἰσοδηματικῶν μεταβολῶν. Ἡ ἐξέτασις διευκρίνησε, βεβαίως τὴν συνοχὴν τῶν ἀναφερθεισῶν μεθόδων ἀλλὰ δὲν ἀπεφάνθη περὶ τῆς ἀξίας αὐτῶν. Ἂν καὶ εἶναι δυνατὸν νὰ νοηθῇ ἡ ὕπαρξις καὶ ἄλλων χρονικῶν ὑστερήσεων ἐν τούτοις ἐκ τῶν ἀναλυθέντων εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην, φαίνεται ὅτι ἡ μέθοδος τοῦ Καθηγητοῦ Lundberg εἶναι ἡ πλέον ἐνδεδειγμένη διὰ τὴν ἐξήγησιν τῶν οἰκονομικῶν διακυμάνσεων. Τοῦτο καταδεικνύεται καὶ ἐκ τῆς σπουδαιότητος ἣν ἔχουν λάβει αἱ διακυμάνσεις εἰς τὰς ἀποθεματοποιήσεις·

Ἐξ ἄλλου ἡ πρώτη μέθοδος ἡ ὁποία ἀγνοεῖ τὴν ὕπαρξιν χρονικῆς ὑστερήσεως φαίνεται νὰ εἶναι πολὺ μακρὰν τῆς πραγματικότητος καὶ ἡ συμβολή της νὰ εἶναι ἁπλῶς θεωρητική.

Ἐν τούτοις ἡ ἀξία της ὡς θεωρητικῆς μεθόδου εἶναι τεραστία, ἰδιαιτέρως διὰ τὴν ἐξέτασιν τοῦ προβλήματος τῆς ἀπασχολήσεως.

Τέλος ἡ μέθοδος τοῦ Καθηγητοῦ Robertson περιορίζει τὴν χρονικὴν ἀσυμφωνίαν λήψεως τοῦ εἰσοδήματος καὶ καταναλώσεως μόνον εἰς δύο περιόδους ἐνῷ εἶναι πολὺ πιθανὸν ὅτι ἡ κατανάλωσις ἀποτελεῖ συνάρτησιν περισσοτέρων περιόδων (τοῦ παρελθόντος).