ΑΙ ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΙΜΩΝ ΧΟΝΔΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΛΙΑΝΙΚΗΣ ΠΩΛΗΣΕΩΣ

ΥΠΟ

Κ. ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΟΥ

Αἱ τιμαὶ χονδρικῆς πωλήσεως, ὡς γνωστόν, καθορίζονται διὰ τῶν διενεργουμένων συναλλαγῶν εἰς τὰ ὁμώνυμα χρηματιστήρια καὶ συνεπῶς εἶναι φανερὸν ὅτι αὗται ἰθύνουσι τὰς τιμὰς τῆς λιανικῆς πωλήσεως, αἵτινες πρὸς τὴν διεύθυνσιν αὐτῶν προσανατολίζονται κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον καθόσον ἡ ὕπαρξις πολυαρίθμων ἐνδιαμέσων καὶ ἄλλων τοπικῶν γεγονότων ἐν τῷ λιανικῷ ἐμπορίῳ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα, ὅπως αἱ τιμαὶ ἑκατέρας τῶν κατηγοριῶν τούτων διαφορίζωνται κατὰ τρόπον αἰσθητόν. Πάντως, ἔχει διαπιστωθεῖ ὅτι αἱ τιμαὶ τῆς λιανικῆς πωλήσεως ἀδρανῶς ἕπονται τῶν τιμῶν τῆς χονδρικῆς τοιαύτης, τροποποιούμεναι μετά τινα χρόνον ἀπὸ τῆς ἐπισυμβάσης διακυμάνσεως εἰς τὰς τιμὰς τῆς χονδρικῆς πωλήσεως καὶ μετὰ πλάτους διακυμάνσεως τιμῶν κατὰ πολὺ μικροτέρου τοῦ ἐπισυμβαίνοντος εἰς ἀγαθὰ κατὰ μεγάλας ποσότητας ἀγοραζόμενα.

Γεννᾶται ὅθεν ἐκ πρώτης ὄψεως εἰς τὸν νοῦν ὅτι ἡ σύγκρισις μεταξὺ τῶν τιμῶν τῶν δύο κατηγοριῶν οὐ μόνον ἐνδιαφέρουσα ἀλλὰ καὶ ὠφέλιμος πάνυ τυγχάνει, καίτοι διὰ τὴν ἐργασίαν ταύτην κωλυόμεθα νὰ περιλάβωμεν τὰς τιμὰς μεγάλου διαστήματος χρόνου, τὸ μὲν διότι οἱ τιμάριθμοι χονδρικῆς πωλήσεως μόλις μέχρι τοῦ μέσου τῆς ληξάσης 100τηρίδος ἀνατρέχουσι, τὸ δὲ διότι οἱ τιμάριθμοι λιανικῆς πωλήσεως ἤρχισαν ἀπὸ τοῦ 1914 καὶ ἐντεῦθεν μόλις συντασσόμενοι. Συνεπῶς ἡ τοιαύτη σύγκρισις μόνον διὰ τὸ ἀπὸ τοῦ 1914 καὶ ἐντεῦθεν διάστημα δύναται νὰ ἐνεργηθῇ.

Κατόπιν τῶν ἄνω προτείνεται ἀφ' ἑαυτοῦ τὸ ἐρώτημα «Ὑφίσταται σχέσις τις μεταξὺ τῶν τιμῶν χονδρικῆς πωλήσεως τὸ μέν, λιανικῆς τὸ δέ, καὶ ποία; ἢ ἐν ἄλλαις λέξεσι δυνάμεθα διδομένων τῶν τιμῶν χονδρικῆς πωλήσεως, τῇ συναρτήσει τούτων νὰ προΐδωμεν τὴν στάθμην ὅπου αἱ τιμαὶ λιανικῆς πωλήσεως σταθεροποιοῦνται;

Ὡς εἰκὸς ἡ τοιαύτη ἐργασία δὲν στερεῖται δυσκολιῶν, οὐχ' ἧττον δυνάμεθα διὰ διαφόρων μεθόδων νὰ ἐπιτύχωμεν τοιαῦτα ἀποτελέσματα ὥστε μετὰ βεβαιότητος νὰ δύναται νὰ λεχθῇ ὅτι διδομένων τῶν τιμῶν χονδρικῆς πωλήσεως εἶναι εὔκολος ὁ προσδιορισμὸς τῶν τιμῶν τῆς λιανικῆς πωλήσεως μετὰ σφάλματος σχετικοῦ ἐλαχίστου.

Ὁ Dr Elsas διὰ τῆς ἀναλύσεως καὶ σπουδῆς τῶν τιμῶν ἐν Γερμανίᾳ ἤχθη εἰς τὴν ἀναζήτησιν κατὰ πόσον θὰ ἦτο δυνατόν, προσεγγιζόντως, νὰ προσδιορίζηται ἡ στάθμη τῶν τιμῶν λιανικῆς πωλήσεως πρὸ χρονικοῦ τινος διαστήματος οὐχὶ ἐλάσσονος τοῦ διμήνου. Ἡ βάσις ἐφ' ἧς ἐστηριξε τοὺς συλλογισμούς του ὑπῆρξε ἡ ἀκόλουθος. Αἱ τιμαὶ τῆς λιανικῆς πωλήσεως ἐν τῷ προσεχεῖ μέλλοντι καθορίζονται ἐν μέρει μὲν ὑπὸ τῶν σημερινῶν τιμῶν λιανικῆς πωλήσεως, αἵτινες ἐφαρμόζονται εἰς τὰ ὑπάρχοντα ἀποθέματα, ἐν μέρει δὲ ὑπὸ τῶν σημερινῶν τιμῶν χονδρικῆς πωλήσεως αἵτινες καθορίζουσι τὴν πραγματικὴν ἀξίαν τῶν πρὸς ἐπαναδημιουργίαν ἀποθεμάτων. Ἡ ἐμπειρικὴ ὅθεν σχέσις ἣν καθώρισε ὁ Dr Elsas ἐκφράζεται ὑπὸ

$$T_\lambda \equiv \sqrt[3]{\tau_\lambda (T_{\lambda-2})^2}$$

καὶ διατυποῦται ὧδε. Ὁ τιμάριθμος λιανικῆς πωλήσεως δεδομένου μηνὸς ἰσοῦται πρὸς τὴν κυβικὴν ρίζαν τοῦ γινομένου τοῦ τιμαρίθμου χονδρικῆς πωλήσεως τοῦ ἀντιστοίχου μηνὸς ἐπὶ τὸ τετράγωνον τοῦ τιμαρίθμου λιανικῆς πωλήσεως, τοῦ πρὸ διμήνου τοιούτου (1).

Ὁ ἄνω τύπος ἔδωκε ἀρκετὰ καλὰς προσεγγίσεις ἐν τῇ πράξει. Ὁ Ἄγγλος καθηγητὴς A. Bowley διεπίστωσε μέσον σφάλμα 4 %₀ ἐπὶ τῶν προβλεφθεισῶν διὰ τοῦ τύπου τούτου τιμῶν. Χωρὶς νὰ ἀπορίψωμεν τὴν ἄνω ἁπλῆν ἀλλὰ ἐμπειρικὴν ὅμως μέθοδον δυνάμεθα δι' ἄλλων μέσων, μᾶλλον ἐπιστημονικῶν, νὰ ἀχθῶμεν εἰς ἀκριβέστερα ἐπιστημονικῶς ἀποτελέσματα, χρησιμοποιοῦντες πρὸς τοῦτο τὸν ὑπολογισμὸν τῶν πιθανοτήτων ὑπὸ δύο μορφάς. Ἤτοι νὰ ἐπιζητήσωμεν ἂν ὑφίσταται εὐθυγραμμικὴ σχέσις μεταξὺ τῶν τιμαρίθμων τῆς χονδρικῆς καὶ λιανικῆς πωλήσεως ὥστε ἐφαρμοζομένης τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων νὰ προσδιορίσωμεν ἐξίσωσιν δύο μεταβλητῶν παραμέτρων οὕτως ὥστε διδομένης τῆς τιμῆς τῆς μιᾶς νὰ καθορίζηται ἡ πιθανωτέρα τῆς ἄλλης τιμή ἢ νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸν συντελεστὴν συσχετίσεως. Ἐν ἄλλαις λέξεσιν ἐὰν κληθῇ τ ὁ τιμάριθμος λιανικῆς πωλήσεως $\tau_{-1}, \tau_{-2}, \tau_{-3}$, οἱ τιμάριθμοι λιανικῆς πωλήσεως πρὸ ἑνός, δύο, τριῶν μηνῶν πρὸ τοῦ ζητουμένου, T_{-1}, T_{-2}, T_{-3}, οἱ τιμάριθμοι χονδρικῆς πωλήσεως ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας, ζητοῦμεν ἂν μεταξὺ τῶν τριῶν ποσοτήτων ὑφίσταται ἡ σχέσις

$$\tau = \tau_{-1}\chi + T_{-2}\psi \quad (\alpha)$$

Ἐπὶ βάσει τῶν ὧν διαθέτομεν τιμαρίθμων σχηματίζομεν σειρὰν ἐξισώσεων τῆς μορφῆς (α). Ἀκολούθως ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀρχῆς τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων καθιστῶμεν τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν σφαλμάτων

$$\Sigma\ (\tau_{-1}\chi + T_{-2}\psi - \tau)^2$$

(1) Μεταχειριζόμεθα τοὺς τιμαρίθμους ἀντὶ τῶν ἀπολύτων τιμῶν τῶν ἀγαθῶν, διότι αἱ τιμαὶ τῶν ὡς εἴρηται ἀγαθῶν ἀναφέρονται ὡς εἰς ο|ο τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν τῆς ληφθείσης ὡς βάσεως ἢ ἐν ἄλλαις λέξεσι διότι ἐκφράζουσι τὴν αὐξομείωσιν τῆς ἀγοραστικῆς ἀξίας τοῦ νομίσματος.

ἐλάχιστον, διαφορίζοντες ὡς πρὸς χ καὶ ψ ὅτε λαμβάνομεν (¹) τὸ ἀκόλουθον σύστημα.

$$\left.\begin{array}{l} \chi\Sigma\tau^{2}_{-1}\tau+\psi\Sigma\tau_{-1}T_{-2}=\tau.\tau_{-1} \\ \chi\Sigma\tau_{-1}T_{-2}+\psi\Sigma T^{2}_{-2}=\tau T_{-2} \end{array}\right\} \quad (\beta)$$

ἐκ τῆς ἐπιλύσεως τοῦ συστήματος (β) καθορίζονται αἱ τιμαὶ τοῦ χ καὶ ψ καὶ συνεπῶς ἡ ἐπίλυσις ἀκολούθως τῆς ἐξισώσεως (α) εἶναι δυνατή. Διὰ τὴν Ἑλλάδα ἡ ἐφαρμογὴ τῆς ἄνω μεθόδου, ἥτις μέχρι τῆς σταθεροποιήσεως καὶ ἰδίᾳ μετ᾽ αὐτὴν ἔδωκε διὰ τὸ Βέλγιον λαμπρὰν προσέγγισιν, δὲν κατέστη δυνατή, καθόσον ἡ Γ. Δ. Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας τῆς Ἑλλάδος πρὸς ἣν ἀπετάθην ἵνα τύχω τῶν ἀπαιτουμένων στοιχείων (τιμάριθμος χονδρικοῦ ἐμπορίου) μοὶ ἐγνώρισεν ὅτι μόλις πρὸ ὀλίγου ἤρξατο καταρτίζουσα τιμαρίθμους χονδρικῆς πωλήσεως. Ἀρκοῦμαι μόνον ὅθεν νὰ ἀναφέρω ὅτι ἐφαρμοσθεῖσα τὸ πρῶτον ἐν Ἀγγλίᾳ ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου τοῦ Ἐμπορίου ἔδωκεν ἀκρίβειαν προσεγγίσεως ἐν τῇ γενομένῃ προβλέψει καταπλήσσουσαν, εἰς δὲ τὸ Βέλγιον, μετὰ τὴν σταθεροποίησιν, χρησιμοποιηθεῖσα παρουσίασεν μέσον σφάλμα προβλέψεως μόλις 0,77°/ₒ.

Ἐκτὸς ὅμως τῆς ἄνω μεθόδου, κλασσικῆς οὔσης, τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων, δυνάμεθα νὰ ἐπιδιώξωμεν τὴν μέτρησιν τῆς ὑφισταμένης μεταξὺ τῶν τιμαρίθμων χονδρικῆς καὶ λιανικῆς πωλήσεως συσχετίσεως. Μετὰ δὲ τὸν καθορισμὸν τῶν οἰκείων συντελεστῶν διὰ τῶν συντελεστῶν παλινδρομήσεως δυνάμεθα νὰ μορφώσωμεν τὰς ἐξισώσεις προβλέψεως, ὥστε διδομένου τοῦ τιμαρίθμου χονδρικῆς πωλήσεως νὰ καθορίζεται ἡ πιθανὴ τιμὴ τοῦ τῆς λιανικῆς τοιούτου. Πάντως ἡ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως ἰσχύει ἐφ᾽ ὅσον ἡ συσχέτισις τῶν δύο μεταβλητῶν θὰ εἶναι εὐθυγραμμική. Πρὸς καθορισμὸν τοῦ σ.σ. λαμβάνομεν τὰς τιμὰς τῶν τιμαρίθμων χονδρικῆς πωλήσεως τὸ μέν, λιανικῆς τὸ δέ, διὰ σειρὰν ὡρισμένων μηνῶν ἐξευρίσκομεν τὸν μέσον ἑκατέρας τῶν σειρῶν τῶν τιμαρίθμων καὶ ἀκολούθως καθορίζομεν τὰς ἀποκλίσεις ἑκάστου ὅρου ἑκάστης σειρᾶς ὡς πρὸς τὸν μέσον ταύτης. Τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν ἀποκλίσεων ἑκάστης σειρᾶς διαιρεθὲν διὰ τοῦ πλήθους τῶν παρατηρήσεων (μηνῶν) δίδει πηλίκον τι οὗτινος ἐξάγομεν ἀκολούθως τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν. Αἱ οὑτωσὶ προκύπτουσαι τετραγωνικαὶ ρίζαι εἶναι τὰ μέσα σφάλματα τετραγώνων ἑκάστης σειρᾶς. Ἤτοι ἂν κληθῇ Α (χ) ὁ μέσος τῶν τιμαρίθμων τῆς χονδρικῆς πωλήσεως,

---

(1) Ἡ παράστασις $\Sigma(\tau_{-1}\chi+T_{-2}\psi-\tau)^2$ εἶναι συνάρτησις συναρτήσεως, συνεπῶς τιθεμένου $\Sigma(\tau_{-1}\chi+T_{-2}\psi-\tau)^2=\varphi^2$ καὶ διαφοριζομένου ὡς πρὸς χ κατὰ πρῶτον καὶ ὡς πρὸς ψ τὸ δεύτερον λαμβάνομεν κεχωρισμένως.

$$2\varphi d\varphi=2\Sigma\,(\tau_{-1}\chi+T_{-2}\psi-\tau)\tau_{-1}=0 \text{ καὶ } 2\Sigma(\tau_{-1}\chi+T_{-2}\psi-\tau)T_{-2}=0$$

ἤτοι
$$\chi\Sigma\tau^{2}_{-1}+\psi\Sigma\tau_{-1}T_{-2}=\tau.\tau_{-1}$$
$$\chi\Sigma\tau_{-1}T_{-2}+\psi\Sigma T^{2}_{-2}=\tau T_{-2}$$

Α (ψ) ὁ μέσος ὁ τῶν τῆς λιανικῆς, χ αἱ ἀποκλίσεις τῆς πρώτης σειρᾶς ἀπὸ τοῦ μέσου, ψ ὁ μέσος τῆς δευτέρας σειρᾶς θὰ ἔχωμεν:

$$\sigma_\chi \equiv \sqrt{\frac{\Sigma\chi^2}{\nu}} \qquad \sigma_\psi \equiv \sqrt{\frac{\Sigma\psi^2}{\nu}}$$

ἀκολούθως σχηματίζομεν τὸ γινόμενον τῶν ὁμωνύμων ἀποκλίσεων, οὕτινος ἀκολούθως λαμβάνομεν τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα, ὅτε ὁ σ.σ. δίδεται ὑπὸ

$$\varrho \equiv \frac{\Sigma\,(\chi\cdot\psi)}{\nu.\sigma_\chi.\sigma_\psi}$$

οἱ δὲ συντελεσταὶ παλινδρομήσεως ὑπὸ

$$\beta_1 \equiv \varrho\,\frac{\sigma_\chi}{\sigma_\psi} \qquad \beta_2 \equiv \varrho\,\frac{\sigma_\psi}{\sigma_\chi}$$

καὶ κατ' ἀκολουθίαν αἱ ἐξισώσεις προβλέψεως ὑπὸ $\chi=\beta_1\cdot\psi$ καὶ $\psi=\beta_2\cdot\chi$ ἀλλὰ $X-A\,(\chi)=\chi$, $\Psi-A\,(\psi)=\psi$ ὅθεν ἀντικαθιστῶντες

ἔχομεν

$$X-A(\chi)=\beta_1\,[\Psi-A(\psi)]$$
$$\Psi-A(\psi)=\beta_2\,[X-A(\chi)] \text{ ἢ}$$
$$X=A(\chi)+\Psi\beta_1-A(\psi)\beta_1(\alpha)$$
$$\Psi=A(\psi)+X\beta_2-A(\chi)\beta_2(\beta)$$

καὶ τὸ πιθανὸν σφάλμα τοῦ ρ

$$\tau_{\pi\sigma\varphi.} \equiv \frac{0{,}6745\,(1-\varrho^2)}{\sqrt{\nu}}$$

ἔνθα ν τὸ πλῆθος τῶν παρατηρήσεων (ἀριθμὸς μηνῶν).

Ἂν διὰ σ (χ) παρασταθῇ ἡ ἐμπειρικὴ συνάρτησις τῶν τιμαρίθμων λιανικῆς πωλήσεως καὶ διὰ σ (ψ) ἡ τῆς χονδρικῆς πωλήσεως, ἡ ἐξίσωσις (α) θὰ δίδῃ τὰς τιμὰς τῶν τιμαρίθμων λιανικῆς πωλήσεως διδομένων τῶν τιμῶν χονδρικῆς πωλήσεως.

Τὸ μέσον σφάλμα τετραγώνου τῶν σ (χ), σ (ψ) θὰ δοθῇ ὑπὸ

$$S_\chi=\sigma_\chi\sqrt{1-\varrho^2} \qquad \text{καὶ } S_\psi=\sigma_\psi\sqrt{1-\varrho^2}$$

Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι ἀντὶ τῶν διαδοχικῶν τιμαρίθμων δύνανται νὰ ληφθῶσι καὶ αἱ πρῶται διαφοραὶ τούτων καὶ τῶν οὑτωσὶ προκυψασῶν διαφορῶν νὰ ζητηθῇ ὁ συντελεστὴς συσχετίσεως.