Κ. ΚΩΝΣΤΑ

Ο WICKSELL ΚΑΙ ΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟΝ ΤΙΜΩΝ

Ι. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. Ἡ παροῦσα μελέτη παρουσιάζει μίαν ἁπλῆν θεωρίαν περὶ ἐπιπέδου τιμῶν. Ἐνταῦθα αἱ ἰδέαι τοῦ K. Wicksell [1], αἱ μελέται τοῦ M. Beckmann [2], καὶ αἱ παραδόσεις τοῦ Π. Χριστοδουλοπούλου [3] χρησιμοποιοῦνται. Τέλος, τὸ πρόσφατον ἄρθρον τοῦ J. Niehans [4] λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν.

Ἡ μελέτη ἀποτελεῖται ἀπὸ τρία τμήματα: τὸ πρῶτον παρουσιάζει τὸ ὑπόδειγμα ἀναλύσεως τὸ ὁποῖον στηρίζεται εἰς τὴν συνάρτησιν τῆς παραγωγῆς τύπου Cobb–Douglas. Τὸ δεύτερον ἐξετάζει τὸ θέμα τῆς ἀσφαλοῦς ἰσορροπίας (steady state equilibrium) εἰς μίαν ἀνεπτυγμένην χρηματικὴν οἰκονομίαν. Τέλος, τὸ τρίτον τμῆμα ἀναφέρεται εἰς τὴν σχέσιν ἀσφαλοῦς ἰσορροπίας καὶ ἐπιπέδου τιμῶν.

Τὰ συμπεράσματα τῆς ἀναλύσεως εἶναι τὰ ἑξῆς: Πρῶτον, τὸ ἐπίπεδον τιμῶν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἐπιπέδου τόκου. Δεύτερον, ἐν ἀπουσίᾳ νέας ἐπενδύσεως, αἱ τιμαὶ πίπτουν. Τρίτον, ἡ συνάρτησις παραγωγῆς Cobb–Douglas μὲ σταθερὰν παραγωγὴν κατὰ κλίμακα ἐξασφαλίζει ἀσφαλῆ ἰσορροπίαν. Τέλος, ὁ ρυθμὸς ἀναπτύξεως εἶναι συνεπὴς μὲ τὰς μεταβολὰς τοῦ ἐπιπέδου τιμῶν.

ΙΙ. ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ

2. Τὰ ἑξῆς σύμβολα χρησιμοποιοῦνται:

$X =$ Παραγωγή

$L =$ ἐργασία

$K =$ Κεφάλαιον

---

1. K. Wicksell, Lectures on Pol. Economy, Vol. 1, London 1935.
2. M. Beckmann, «A Wicksellian Model of Growth», Essays in Honour of Marco Fanno, T. Bagiotti (ed.), Padova 1966; «Economic Growth and Wicksell's Cumulative Process», Cowels Commission Discussion Paper No 120, 1961.
3. Π. Χριστοδουλοπούλου, Προσωπικαὶ σημειώσεις ἐκ διαλέξεων εἰς ΑΣΟΕΕ (1956–60). Ἐπίσης ἰδὲ «Κριτικαὶ Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς περὶ Τόκου θεωρίας τοῦ Keynes», «Ἀρχεῖον» Καλιτσουνάκη, Τέλος, «Ὁ Τόκος ἐν τῇ Πιστωτικῇ •Ἀγορᾷ».
4. J. Niehans, «Interest Rates, Forced Saving, etc.», RES, 1965.

W = σύνολον ἐργατικῶν μισθῶν
C = Κατανάλωσις
I = ἐπένδυσις
i = τόκος, τιμὴ κεφαλαίου, ἐπιτόκιον
P = Ἐπίπεδον τιμῶν
t = χρόνος
E = συνολικὴ δαπάνη
$\lambda, \alpha, \beta, g, n$ = παράμετροι
$\Pi = P/p$

3. Ὑποθέσατε ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι τῆς μορφῆς :

$$(1)\ldots\ X = L^{\alpha} K^{\beta}.$$

Συνεπῶς, τὸ σύνολον τῶν μισθῶν τῆς περιόδου δίδεται ὡς[5] :

$$(2)\ldots\ W = (\alpha L^{\alpha-1} K^{\beta})\ L, \quad = \alpha X$$

Ὑποθέσατε ὅτι μόνον οἱ ἐργάται καταναλίσκουν. Συνεπῶς, τὸ σύνολον τῶν εἰσπραχθέντων μισθῶν ἰσοῦται πρὸς τὴν εἰς πραγματικοὺς ὅρους δαπάνην καταναλώσεως

$$(3)\ \ldots C = \alpha X$$

Τέλος, ὁρίσατε ὅτι ἡ νέα ἐπένδυσις ἰσοῦται πρὸς τὴν αὔξησιν τοῦ Κεφαλαίου, διδομένων κατὰ τὸ νεοκλασσικὸν ὑπόδειγμα περὶ ἀναπτύξεως ὡς

$$(4)\ldots\ I = \dot{K}$$

4. Ἔχοντες ὁρίσει τὴν ἐπένδυσιν καὶ τὴν κατανάλωσιν, ἂς ἴδωμεν πῶς ἡ παροῦσα ἀνάλυσις χειρίζεται τὸ θέμα τῆς συνολικῆς δαπάνης E. Ἐνταῦθα διακρίνομεν τὰς ἑξῆς περιπτώσεις :

$$(5)\ \ldots X \overset{>}{\underset{<}{=}} C + I.$$

(5) μᾶς λέγει ὅτι ἡ συνολικὴ δαπάνη μπορεῖ νὰ ἰσοῦται πρὸς 1 τὸ ἄθροισμα, εἶναι μεγαλυτέρα ἢ εἶναι μικροτέρα τοῦ ἀθροίσματος : C καὶ I.

5. Ἕνα εὔλογον ἐρώτημα ποὺ ἀνακύπτει λόγῳ τῶν ἀνισοτήτων τῆς (5) εἶναι τὸ ἑξῆς : Πῶς μποροῦμε νὰ κλείσουμε τὴν διαφορὰν $X - (C + I)$, οὕτως ὥστε ἡ συνολικὴ δαπάνη νὰ ἰσοῦται ἀσυμπτωτικῶς πρὸς τὸ ἄθροισμα καταναλώσεως καὶ ἐπενδύσεως ;

Ἡ διδομένη ἐνταῦθα ἀπάντησις βασίζεται εἰς δύο ἁπλᾶς ὑποθέσεις αἱ ὁποῖαι κάμνουν χρῆσιν τῆς ἐννοίας χρονικὴ καθυστέρησις (time lag). Ἀρχί-

5. Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὁριακῆς θεωρίας, μισθοὶ=ὁριακὸν προϊὸν X ἀριθμὸς ἐργατῶν. Δεδομένου ὅτι τὸ ὁριακὸν προϊὸν δίδεται ὑπὸ τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς (1) καὶ ἰσοῦται ($aL^{a-1} K^b$), τὸ σύνολον τῶν μισθῶν εὑρίσκεται ἴσον πρὸς aX.

ζοντες μὲ τὴν πλευρὰν τῆς ἐπενδύσεως, λέγομεν ὅτι τὸ ὁριακὸν προϊὸν τοῦ κεφαλαίου τείνει πρὸς ἕνα ἐπιτόκιον προσδιοριζόμενον ὑπὸ τῆς κεντρικῆς τραπέζης. Ἐντεῦθεν, εἰς τὸ ὅριον, τὸ ὁριακὸν προϊὸν καὶ τὸ ἐν λόγῳ ἐπιτόκιον εἶναι ἴσοι

$$(6)\ldots\quad \beta\frac{X}{K} = i.$$

Τώρα τὸ ἐπιθυμητὸν μέγεθος κεφαλαίου K^* λαμβάνεται ἐκ τῆς λύσεως τῆς (6):

$$(7)\ldots\quad K^* = \beta\frac{X}{i}$$

Δυνάμεθα νὰ ὁρίσωμεν τὴν χρονικὴν καθυστέρησιν τὴν ἀναφερομένην εἰς ἐπένδυσιν ὡς ἀκολούθως:[6]

$$(8)\ldots\quad I = \lambda\left(\beta\frac{X}{i} - K\right)$$

Ἐνταῦθα K παριστᾷ τὸ πραγματικὸν κεφάλαιον (actual capital stock) λ δεικνύει μίαν ταχύτητα προσαρμογῆς, καὶ ἡ ἔκφρασις εἰς τὴν παρένθεσιν δίδει τὴν ἀπόστασιν πραγματικοῦ κεφαλαίου ἐξ ἐπιθυμητοῦ κεφαλαίου.

Εἰς τὸ παρὸν ὑπόδειγμα ὑποτίθεται ὅτι τὰ σχέδια τῶν καταναλωτῶν δὲν ἐκπληροῦνται ἀναγκαίως. Συνεπῶς, ὑπάρχει ἐνταῦθα καθυστέρησις δαπάνης (spending lag), τ.ἔ. καθυστέρησις μεταξὺ λήψεως μισθοῦ καὶ πληρωμῶν.

$$(9)\ldots\quad \alpha X(t)P(t) = C(t)\ P(t+\Theta).$$

Εἰς τὴν πάρα πάνω ἔκφρασιν, C(t) δεικνύει τὴν κατανάλωσιν εἰς πραγματικοὺς ὅρους, P(t) καὶ P(t + Θ) εἶναι τὸ ἐπίπεδον τιμῶν ἀντιστοίχως κατὰ τὴν περίοδον τὸ προϊὸν X(t) διανέμεται καὶ καταναλίσκεται. Λύοντες τὴν (9) ὡς πρὸς C(t), λαμβάνομεν:

$$(10)\ldots C(t)=\alpha X(t)\frac{P(t)}{P(t+\Theta)}$$

Εἶναι εὔκολον νὰ δειχθῇ ὅτι ἡ (10) δύναται νὰ ἁπλοποιηθῇ, λαμβάνουσα τὴν μορφὴν[7]

$$(11)\ldots\quad C(t) = \alpha X(t)\ (1-\Theta\pi),$$
$$\Pi = P/p.$$

6. Ὁ Niehans παρουσιάζει μίαν ἐξίσωσιν παρομοίαν πρὸς τὴν (8). Αἱ διαφοραί μας συνίστανται εἰς τὸν ὅρον λ καὶ τὸν πρῶτον ὅρον εἰς τὰς παρενθέσεις. Ἰδὲ ἐπίσης ἐργασίαν J. Stein, «Economic Growth in the West», Economica, 1965.

7. Ἀναπτύσσοντες τὸν ὅρον P(t+Θ) κατὰ σειρὰν Taylor, λαμβάνομεν: P(t)+ΘP(t). Ὁ λόγος τώρα τῶν τιμῶν δύναται νὰ ἁπλοποιηθῇ λαμβάνων τὴν μορφὴν 1, $\frac{1}{1+\Theta\Pi}$ ὅπου Π=P/p. Ἐκτελοῦντες τὴν ἐν λόγῳ διαίρεσιν εὑρίσκομεν (1—ΘΠ).

6. Πρὸς ἁπλούστευσιν τῶν συμβόλων, μνεία τῆς μεταβολῆς t δὲν θὰ γίνεται ἐφ' ἑξῆς, καὶ συνεπῶς κατανάλωσις καὶ προϊὸν θὰ γράφωνται ἄνευ t. Λαμβάνοντες C καὶ I καὶ ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν (5), εὑρίσκομεν διὰ τὴν δαπάνην, καὶ τὸ προϊὸν ἀποτιμηθὲν εἰς τρεχούσας τιμὰς

$$(12)\ldots \quad PX = P[\alpha X(1-\Theta\pi) + \lambda(\beta \frac{X}{i} - K)]$$

Διαιροῦντες τὴν ὡς ἄνω ἐξίσωσιν διὰ PX, ἔχομεν :

$$(13)\ldots \quad 1 = \alpha(1-\Theta\pi) + \lambda\left(\frac{\beta}{} \ \frac{K}{X}\right)$$

Σημειώσατε ὅτι εἰς τὴν (13), Π συνδέεται μὲ τὰς παραμέτρους α, β, λ, τὸν διαρρεύσαντα χρόνον Θ, τὸν λόγον (K/X), καὶ τὴν μεταβλητὴν i. Τέλος, ἡ (13) δίδει

$$(14)\ldots \quad \Pi = \frac{1}{\alpha\Theta}\left[\alpha - 1 + \lambda\left(\frac{\beta}{i} - \frac{K}{X}\right)\right]$$

Ἐπίσης, ἡ παράγωγος Π εἰς ὅρους i ἰσοῦται·

$$(14\alpha)\ldots \quad \frac{d\pi}{di} = -\frac{\lambda\beta}{\alpha\theta i^2} < O.$$

7. Ὑποθέσατε ἐν συνεχείᾳ ὅτι ἡ οἰκονομία εὑρίσκεται εἰς τὸ στάσιμον σημεῖον Π = O. Τώρα ἡ (14) δίδει διὰ τὴν περίπτωσιν ὅπου ὁ ἀγοραῖος τόκος i καὶ ὁ φυσικὸς τόκος i* εἶναι ἴσοι

$$(15)\ldots \quad i^* = \frac{\lambda\beta}{(1-\alpha) + \lambda K/X}$$

Ἐργαζόμενοι ἐπὶ τῶν ἐξισώσεων (14) καὶ (15), εὑρίσκομεν ὅτι ὅταν ὁ ἀγοραῖος τόκος εἶναι μικρότερος τοῦ φυσικοῦ, τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν ὑψοῦται (Π > O) : περίπτωσις πληθωρισμοῦ). Ἐπίσης, ὅταν ὁ ἀγοραῖος τόκος εἶναι μικρότερος τοῦ φυσικοῦ, τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν πίπτει (Π < O : περίπτωσις ἀντιπληθωρισμοῦ). Τέλος, τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν δὲν μεταβάλλεται ὅταν οἱ δύο τόκοι εἶναι ἴσοι (16)

$$(16)\ldots \quad \Pi\left\{\begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix}\right\} O \text{ συμφώνως πρὸς } i \left\{\begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix}\right\} i^*.$$

8. Ὑποθέσατε τώρα ὅτι ἡ καθαρὰ ἐπένδυσις εἶναι ἴση μὲ τὸ μηδέν. Οὕτως ἐκ τῆς (13) λαμβάνομεν :

$$(17)\ldots \quad 1 = \alpha(1-\Theta\pi).$$

Λύοντες πρὸς Π, εὑρίσκομεν

$$(18)\ldots \quad \Pi = \frac{\alpha - 1}{\alpha\Theta} < O, \Theta > 1.$$

Ὅταν ἡ ὑπόθεσις τῆς σταθερᾶς κατὰ κλίμακα ἀποδόσεως ἰσχύει, ὁ ὅρος (α—1) ἔχει ἀρνητικὸν σημεῖον, καὶ ἐντεῦθεν ἡ (18) δίδει ἀρνητικὸν σημεῖον. Τὸ ἐντεῦθεν συμπέρασμα εἶναι ὅτι ἡ οἰκονομία θὰ ἐκδηλώσῃ συμπτώματα ἀντιπληθωρισμοῦ (Π < Ο), τὰ ὁποῖα δικαιολογοῦνται ἐκ τοῦ ὑπάρχοντος ὑπερβολικοῦ παγίου κεφαλαίου (excess capacity), καὶ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ προσαρμοσθῇ πτωτικῶς συμφώνως πρὸς τὰς παρούσας ἀνάγκας τῆς οἰκονομίας εἰς ἱ πάγιον κεφάλαιον. Προφανῶς, ἡ κατανάλωσις αὐτὴν καθ' ἑαυτὴν δὲν εἶναι εἰς θέσιν νὰ ὁδηγήσῃ εἰς προσαρμογὴν τῆς οἰκονομίας. Συνεπῶς, αἱ μεταβολαὶ εἰς τὴν οἰκονομίαν ἀναμένεται νὰ πραγματοποιηθοῦν μέσῳ πτώσεων τοῦ ἐπιπέδου τιμῶν.

III. ΑΣΦΑΛΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ (STEADY STATE EQUILIBRIUM)

9. Ὑποθέσατε ὅτι τὸ κεφάλαιον καὶ ἡ ἐργασία αὐξάνονται διαχρονικῶς ὡς ἀκολούθως :

$$(19)\ldots \quad \begin{cases} K = Kol^{gt} \\ L = Lol^{nt} \end{cases}$$

Ἡ συνάρτησις παραγωγῆς (1) δύναται τώρα νὰ γραφῇ ὡς ἑξῆς :

$$(20)\ldots \quad X = Lo^{a}l^{ant}\ Ko^{b}l^{bgt}$$

Τέλος, ἡ συνάρτησις ἐπενδύσεως δίδεται ὑπὸ τῆς (21)

$$(21)\quad I = K = gKol^{gt} = \lambda\left[\frac{\beta}{i} Lo^{a}l^{ant}\ Ko^{b}l^{bgt} - Kol^{gt}\right]$$

Εἰς τὴν στάσιμον σημεῖον K = O, ἡ (21) δίδει διὰ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐκθετῶν τοῦ ὅρου —l :

$$(22)\ldots \quad an + bg = g.$$

Λύοντες τὴν (22) ὡς πρὸς g, εὑρίσκομεν

$$(22\alpha)\ldots \quad g = \frac{\alpha}{1-\alpha} n.$$

Ἡ (22α) λέγει ὅτι ὅταν $\alpha + \beta = 1$, τὸ κεφάλαιον καὶ ἡ ἐργασία αὐξάνουν κατὰ τὸν αὐτὸν ρυθμόν, ἤτοι $g = n$. Διατυποῦντες τὸ αὐτὸ συμπέρασμα κατ' ἄλλον τρόπον, λέγομεν ὅτι ὅταν ἡ συνάρτησις Cobb–Douglas μὲ σταθερὰν κατὰ κλίμακα ἀπόδοσιν χρησιμοποιῆται, ἀσφαλὴς ἰσορροπία δύναται νὰ ἐξασφαλισθῇ. Τὸ προϊὸν αὐξάνει κατὰ τὸν ρυθμὸν $g = n$ δεδομένου ὅτι

$$X = (Lol^{nt})^{a}\ (Kol^{nt})^{b} = Al^{nt},$$

$$\dot{X} = \text{σταθερά}.$$

IV. Ο ΡΥΘΜΟΣ ΠΡΟΟΔΟΥ ΚΑΙ ΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟΝ ΤΙΜΩΝ

10. Ἐξετάζοντες τὰς μεταβλητὰς X, L καὶ K εἰς χρόνον $t = O$, ἔχομεν συμφώνως πρὸς τὴν (12):

$$(12\alpha)\ldots \quad PXo = P\left[\alpha Xo\ (1-\Theta\Pi) + \lambda(\beta\frac{Xo}{i} - Ko)\right]$$

Ἡ διαίρεσις διὰ PXo δίδει:

$$(13\alpha)\ldots \quad 1 = \alpha(1-\Theta\Pi) + \lambda\left(\frac{\beta}{i} - \frac{Ko}{Xo}\right)$$

Σημειώσατε καὶ πάλιν ὅτι ἡ (13α) ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ i.

Τώρα ἐπὶ τῇ βάσει τῆς (20), αἱ παρὰ πάνω μεταβληταὶ εἰς χρόνον $t = o$ γράφονται ὡς

$$(20\alpha)\ldots \quad Xo = Lo^{\alpha}\, Ko^{\beta}$$

Ὅταν $\alpha + \beta = 1$ ἰσχύει, ἡ (20α) δίδει

$$(20\beta)\ldots \quad \frac{Ko}{Xo} = \left(\frac{Ko}{Lo}\right)^{\alpha}$$

Λύοντες τώρα τὴν (13α) ὡς πρὸς Π, καὶ κάμνοντες χρῆσιν τῆς (20β), ἔχομεν:

$$(14\alpha)\ldots \quad \Pi = \frac{1}{\alpha\Theta}\left[\alpha - 1 + \left\{\lambda\frac{\beta}{i} - \left(\frac{Ko}{Lo}\right)^{\alpha}\right\}\right]$$

Ὅταν $\Pi = O$ ὑποτίθεται, ἡ (14α) δίδει τὸν ἑξῆς τόκον:

$$(15\alpha)\ldots \quad i^{*} = \frac{\lambda\beta}{\beta + \lambda(Ko/Lo)^{\alpha}}$$

Ὡς εἰς τὴν (15), Π εἶναι συνάρτησις τοῦ i, συνδέεται μὲ παραμέτρους, καὶ τὸν λόγον κεφάλαιον/ἐργασία τῆς περιόδου t=O. Ἐπὶ πλέον X, K καὶ L αὐξάνουν διαχρονικῶς κατὰ τὸν αὐτὸν ρυθμόν.

Ἡ ἀνάλυσις ὡς τόσον, δὲν ὁδηγεῖ εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι τὸ ἐπίπεδον τιμῶν ἀναγκαίως θὰ παραμείνῃ σταθερόν. Εἰδικώτερον, αἱ (15) καὶ (15α) ὁδηγοῦν εἰς τὰς ἑξῆς τάσεις τοῦ ἐπιπέδου τιμῶν:

$$\Pi = \left\{\begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix}\right\} O \text{ συμφώνως πρὸς } i \left\{\begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix}\right\} i^{*}.$$

11. Ἐν συνόψει, εἰς τὸ θεωρητικὸν σχῆμα τοῦ Wicksell ὁ ρυθμὸς μεταβολῆς τοῦ ἐπιπέδου τιμῶν Π δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ λόγου κεφάλαιον/ἐργασία. Π ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς διαφορᾶς ἀγοραίου τόκου i καὶ φυσικοῦ τόπου i^{*}

$$i - i^{*} \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} O.$$

Ὅταν ἡ ἐν λόγῳ διαφορὰ εἶναι μηδέν, οἱ τόκοι ταυτίζονται καὶ τὸ ἐπίπεδον τιμῶν παραμένει ἀμετάβλητον μεταξὺ δύο περιόδων. Ὅταν ἡ διαφορὰ εἶναι θετικὴ (ἀρνητική), τὸ ἐπίπεδον τιμῶν πίπτει (ὑψοῦται).