ΑΙ ΝΕΩΤΕΡΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΙΣ ΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΝ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΝ

ΥΠΟ

Ν. ΜΟΥΣΜΟΥΤΗ

Τὸ κύριον χαρακτηριστικὸν τῆς συγχρόνου ζωῆς εἶναι ἡ τεραστία ἀνάπτυξις τῶν ἐρευνῶν τῶν σχετιζομένων εἴτε μετὰ τοῦ ψυχικοῦ κόσμου τοῦ ἀνθρώπου, εἴτε μετὰ τῆς κοινωνικῆς αὐτοῦ διαβιώσεως. Ἀναμφιβόλως δὲ μεταξὺ τῶν κοινωνικῶν φαινομένων, ἐντὸς τῶν ὁρίων τῶν ὁποίων πλαισιοῦται ἡ δρᾶσις τοῦ ἀνθρώπου, τὰ οἰκονομικὰ γεγονότα κατέχουσιν ὅλως ἰδιάζουσαν θέσιν ὡς ἀμέσως συνδεόμενα μετὰ τοῦ αἰσθήματος τῆς αὐτοσυντηρήσεως. Συνεπῶς καθίσταται ἀναγκαία ἡ γνῶσις τῶν συνθηκῶν ὑπὸ τὰς ὁποίας διαμορφοῦνται ταῦτα καὶ εἶναι σκόπιμος ἡ ἔρευνα τῆς ἐπιδράσεως αὐτῶν ἐπὶ τῆς καθόλου ζωῆς. Διότι γνωρίζοντες τὰς προϋποθέσεις τῆς ἐξελίξεως τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων καὶ κάτοχοι ὄντες τῶν συνεπειῶν αὐτῶν δυνάμεθα νὰ ἀποφανθῶμεν καὶ περὶ τοῦ δυνατοῦ τῆς ἐξασφαλίσεως οἰκονομικῆς τινος ἰσορροπίας.

Διὰ νὰ δυνηθῇ δὲ ὁ ἄνθρωπος ὅπως ἐκφέρῃ τὰς κρίσεις του ἐπὶ τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων, ἀπαιτεῖται ὅπως ταῦτα ὑπαχθῶσιν ὑφ' ὡρισμένους κανόνας τῆς ἀντικειμενικῆς παρατηρήσεως. Καὶ πράγματι ἡ παρατήρησις τούτων διὰ μέσου τῆς Ἱστορίας (ἱστορικὴ Σχολὴ) μεγάλως βοηθεῖ τὴν κρίσιν, ἐκ τῆς ὁποίας δημιουργεῖται ἡ πρόβλεψις.

Διὰ τῆς παρατηρήσεως τίθεται ὁ συνδετικὸς κρῖκος μεταξὺ τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων καὶ τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος, ἐφαρμοζομένων ἐπὶ τῶν ἀριθμητικῶς ἐκπεφρασμένων οἰκονομικῶν γεγονότων τῶν μεθόδων τῆς στατιστικῆς ἀναλύσεως. Μόνον διὰ ταύτης δύνανται τὰ οἰκονομικὰ φαινόμενα νὰ ὑπαχθῶσιν ὑπὸ τὴν βάσανον τῆς Λογικῆς.

Διὰ ταύτης δὲ συνάγονται τὰ πρακτικὰ συμπεράσματα τῆς ἐπιστημονικῆς ἐρεύνης καὶ δημιουργοῦνται οἱ ἐμπειρικοὶ Νόμοι τῶν φαινομένων.

*
* *

Διὰ τὴν στατιστικὴν ἀνάλυσιν ἀπαιτοῦνται στατιστικὰ στοιχεῖα. Ἡ ὕπαρξις δὲ τούτων προϋποθέτει ὀργάνωσιν ἀναλόγων ὑπηρεσιῶν διαθετουσῶν προσωπικὸν ἐπιστημονικῶς κατηρτισμένον. Εἰς τὰς τεχνικῶς προηγμένας χώρας τὰ στατιστικὰ στοιχεῖα ἀφθονοῦσιν, ἡ δὲ στατιστικὴ φιλολογία εἶναι πλουσιωτάτη. Ἰδίως ἐν Ἀμερικῇ ἔνθα ἡ Στατιστικὴ Τέχνη εὗρεν εὐρυτάτας ἐφαρμογάς, χρησιμοποιηθείσας ὡς ὑπόδειγμα καὶ ἐν Εὐρώπῃ. Μετὰ τὸν πόλεμον παρετηρήθη ζωηροτάτη κίνησις καὶ εἰς τὰ κράτη τῆς Εὐρώπης διὰ τῆς στατιστικῆς ἀναλύσεως τῆς οἰκονομικῆς αὐτῶν ζωῆς, εἴτε χάρις τῇ κρατικῇ ἐπεμβάσει, εἴτε τῇ πανεπιστημιακῇ πρωτοβουλίᾳ διὰ τῆς ἱδρύσεως διαφόρων ὀργανισμῶν (τὰ διάφορα ἰνστιτοῦτα οἰκονομικῶν ἐρευνῶν) οἱ ὁποῖοι ἀποβλέπουσιν εἰς τὴν ἐπιστημονικὴν παρακολούθησιν τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς τῶν Χωρῶν τούτων.

Ἐν Ἑλλάδι διὰ τῶν προσπαθειῶν τῆς Γενικῆς Στατιστικῆς τοῦ Ὑπουργείου τῆς Ἐθνικῆς Οἰκονομίας, ἔχουσιν ἤδη τεθῆ αἱ βάσεις τῆς μεθοδολογικῆς συγκεντρώσεως τῶν ἀπαραιτήτων στοιχείων. Διὰ δὲ τῆς λειτουργίας τοῦ Ἀνωτάτου Οἰκονομικοῦ Συμβουλίου καὶ ὡς Ἰνστιτούτου Οἰκονομικῶν Ἐρευνῶν δημιουργεῖται ἡ ἀφετηρία τῆς ἐπιστημονικῆς παρακολουθήσεως τῶν διαφόρων ἐκδηλώσεων τῆς οἰκονομικῆς ἡμῶν ζωῆς.

Οἱ λόγοι τῆς βραδύτητος τῆς στατιστικῆς ἡμῶν ἐξελίξεως ὀφείλονται πρῶτον εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι αἱ ἐπιστημονικαὶ ταύτης ἐφαρμογαὶ εἶναι ὅλως νέαι. Δεύτερον παρ' ἡμῖν ἡ στατιστικὴ βιβλιογραφία εἶναι πενιχρά. Εἰς τρόπον ὥστε οἱ ἐπιθυμοῦντες νὰ ἐφαρμόσωσι τὰς νεωτέρας μεθόδους τῆς στατιστικῆς ἀναλύσεως, πρέπει νὰ ἀνατρέξωσιν εἰς ξένα βοηθήματα ἅτινα ὅμως προϋποθέτουσιν ἀρκούντως ἐκτεταμένην μόρφωσιν μαθηματικήν.

***

Τὴν συμπλήρωσιν ὅθεν τῆς βιβλιογραφίας φιλοδοξεῖ ἡ κατωτέρω μελέτη ἐν τῇ ὁποίᾳ ἐκτίθενται ὅλαι αἱ νεώτεραι Μέθοδοι τῆς Οἰκονομικῆς Στατιστικῆς μετὰ παραδειγμάτων ἐπὶ τῆς Ἑλληνικῆς πραγματικότητος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι.

ΓΡΑΦΙΚΑΙ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

§ 1. *Διαγράμματα ἀριθμητικά.*

Τὸ χαρακτηριστικώτερον προαπαιτούμενον οἱασδήποτε οἰκονομικοστατιστικῆς ἐρεύνης ἀποτελοῦσι τὰ στατιστικὰ διαγράμματα ἢ γραφικαὶ παραστάσεις.

Πράγματι διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ διὰ τῶν στατιστικῶν μεθόδων ἀνάλυσις τῶν ἀριθμητικῶν ἐκπεφρασμένων οἰκονομικῶν φαινομένων, εἶναι πρακτικῶς ὠφέλιμον ὅπως οἱ ἀριθμοὶ ἀντικατασταθῶσι διά τινος καμπύλης, ἡ ὁποία ἐπιτρέπει εὐχερέστερον τὴν παρακολούθησιν τῆς διαδρομῆς τοῦ ὑπὸ ἔρευναν οἰκονομικοῦ φαινομένου.

Εἶναι δὲ τοῦτο τόσον σκόπιμον καὶ ἀναγκαῖον, ὥστε ὅταν λέγωμεν στατιστικὴν ἔρευναν ἐννοοῦμεν ἀμέσως καὶ στατιστικὸν διάγραμμα. Ὅλαι δὲ αἱ νεώτεραι οἰκονομικαὶ ἐργασίαι ἀφθόνως χρησιμοποιοῦσι ταῦτα. Οὕτω ἐν τῇ στατιστικῇ ἡμῶν ἐρεύνῃ τὸ «Οἰκονομικὸν Βαρόμετρον τῆς Ἑλλάδος» θεωροῦμεν ὡς τὴν κυριωτέραν αὐτοῦ βάσιν τὴν διὰ τοῦ διαγράμματος ἐπιτευχθεῖσαν ἀναπαράστασιν τοῦ ῥυθμοῦ τῆς οἰκονομικῆς ἡμῶν ἐξελίξεως. Πλὴν δὲ τούτου ἡ χρῆσις τῶν διαγραμμάτων δικαιολογεῖται καὶ ἐξ αὐτῆς ταύτης τῆς αἰσθήσεως τῆς ὁράσεως. Ἀρκεῖ νὰ θέσωμεν πρὸ ὀφθαλμῶν στατιστικήν τινα σειρὰν ἀριθμητικῶς ἐκπεφρασμένην, παραλλήλως δὲ ν' ἀναπαραστήσωμεν ταύτην καὶ διὰ διαγράμματος, ἵνα ἀντιληφθῶμεν τὴν ὑπεροχὴν τοῦ διαγράμματος ἔναντι τῶν ἀριθμῶν καὶ τὴν σπουδαιότητα ἐκείνου δι' οἱανδήποτε οἰκονομικὴν ἔρευναν.

Πλὴν τοῦ περιγραφικοῦ τούτου χαρακτῆρος τῶν διαγραμμάτων, ταῦτα παρουσιάζουσι καὶ τὸ ζωηρὸν πλεονέκτημα τῆς σαφηνείας ἐν συγκρίσει μὲ τοὺς ἀριθμούς, ὅταν μάλιστα αἱ ποσότητες τῆς στατιστικῆς σειρᾶς σύγκεινται ἐκ πολλῶν ἀριθμητικῶν ψηφίων.

Γενικῶς δὲ τὰ διαγράμματα ἀποτελοῦσι τὸ τελειώτερον μέσον συγκρίσεως καὶ ἐλέγχου, διότι ἡ γραφικὴ παράστασις ἐπιτρέπει ὄχι μόνον τὴν ἀνακάλυψιν τῶν οὐσιωδεστέρων χαρακτήρων τοῦ οἰκονομικοῦ φαινομένου, ἀλλὰ καὶ τὴν ἔρευναν τῶν σχέσεων τούτου πρὸς ἄλλα φαινόμενα.

* * *

Διαγράμματα ἀριθμητικῆς κλίμακος.—Τὰ συνηθέστερα διαγράμματα εἶναι τὰ τῆς ἀριθμητικῆς κλίμακος. Ἡ δὲ κατασκευὴ τούτων εἶναι εὐχερεστάτη.

Παράδειγμα. Νὰ παρασταθῇ γραφικῶς ἡ κάτωθι χρονολογικὴ σειρὰ τῆς ἀξίας τῶν εἰσαγωγῶν τοῦ ἐμπορίου τῆς Ἑλλάδος ἀπὸ 1881—1913 μὲ βάσιν τὸ 1913 = 100.

1881	65	1890	68	1899	74	1908	87
1882	80	1891	78	1900	74	1909	77
1883	68	1892	67	1901	79	1910	90
1884	65	1893	51	1902	77	1911	97
1885	64	1894	62	1903	77	1912	88
1886	65	1895	60	1904	77	1913	100
1887	74	1896	65	1905	79		
1888	61	1897	65	1906	81		
1889	74	1898	78	1907	84		

Διὰ τὴν γραφικὴν παράστασιν τοῦ ἀνωτέρω πίνακος δέον νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι ἡ ζητουμένη γραφικὴ παράστασις τῆς ἀνωτέρω σειρᾶς ἀνάγεται εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς θέσεως τὴν ὁποίαν θὰ κατέχωσιν ἐπὶ τοῦ χώρου αἱ διάφοροι ποσότητες τοῦ ἀριθμοδείκτου ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἄξονας ΟΨ καὶ ΟΧ (Σχ. 1).

Ὁ ἄξων ΟΨ εἶναι ὁ ἄξων τῶν τεταγμένων καὶ ὁ ΟΧ τῶν τετμημένων.

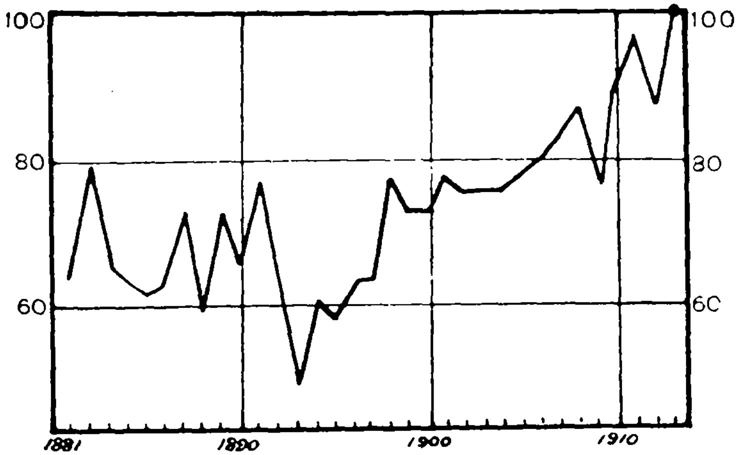
Ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῶν τετμημένων ΟΧ φέρονται αἱ μονάδες τοῦ χρόνου, λαμβανομένων ἴσων διαστημάτων δι' ἑκάστην χρονικὴν μονάδα (ἔτος, μὴν κλπ.). Ἐπὶ τοῦ προκειμένου χρονικὴ μονὰς εἶναι τὸ ἔτος.

Ἀναλόγως γίνεται καὶ ὁ καθορισμὸς τῶν σημείων. Οὕτω λ.χ. ὁ ἀριθμοδείκτης 65 προσδιορίζεται ὑπὸ τομῆς τῆς τετμημένης τοῦ ἔτους 1881 καὶ τῆς τεταγμένης 65. Ὅταν δὲ προσδιορίσωμεν τὰ σημεῖα τῆς τομῆς τῶν τετμημένων μετὰ τῶν τεταγμένων ἑνοῦμεν ταῦτα δι' εὐθειῶν γραμμῶν καὶ σχηματίζομεν τὴν γραφικὴν παράστασιν ἢ τὴν καμπύλην τοῦ διαγράμματος.

Ἐκ τῆς παραβολῆς τῆς ἀριθμητικῶς ἐκπεφρασμένης στατιστικῆς σειρᾶς πρὸς τὴν γραφικὴν αὐτῆς παράστασιν, πείθεταί τις ὁπόσον χρήσιμος καταδεικνύεται ἡ διὰ διαγραμμάτων ἀναπαράστασις τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων.

Σχῆμα 1

Διάγραμμα ἀριθμητικῆς κλίμακος.



Ἀξία εἰσαγωγῶν 1881—1913 Βάσις 1913 = 100

§ 2. Διαγράμματα Λογαριθμικά.

Πλὴν τῶν ἀριθμητικῶν διαγραμμάτων γίνεται ἐσχάτως εὐρυτάτη χρῆσις τῶν λογαριθμικῶν διαγραμμάτων ἢ διαγραμμάτων κλίμακος λογαριθμικῆς. Ἡ αἰτία τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν λογαρίθμων διὰ τὴν γραφικὴν παράστασιν τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων ἔγκειται εἰς αὐτὴν ταύτην τὴν φύσιν τῶν λογαρίθμων.

Αἱ λογαριθμικαὶ κλίμακες χρησιμοποιοῦνται ἰδίως ὅταν πρόκειται περὶ κατασκευῆς διαγραμμάτων ἐκ στατιστικῶν σειρῶν, αἱ ὁποῖαι περιλαμβάνουσι μεγάλην χρονικὴν περίοδον. Ἐν τούτοις ἡ πρακτικὴ τῶν γραφικῶν παραστάσεων ἐπεξέτεινε τὴν χρῆσιν τῶν λογαριθμικῶν διαγραμμάτων δι' ὅλας τὰς στατιστικὰς σειράς, γενικεύουσα οὕτω τὸ πλεονέκτημα τῶν λογαρίθμων. Διότι διὰ τῶν λογαρίθμων αἱ μικραὶ διακυμάνσεις παρουσιάζονται ζωηρότεραι, δυνάμεναι οὕτω προσεκτικώτερον νὰ μελετηθῶσιν.

Ἡ ὅλη ἐργασία τῆς κατασκευῆς λογαριθμικῶν διαγραμμάτων συνίσταται εἰς τὰς ἑξῆς πράξεις:

1ον) Κατὰ πρῶτον ἀντικαθιστῶμεν τοὺς ἀριθμοὺς τῆς ὑπὸ ἔρευναν στατιστικῆς σειρᾶς διὰ τῶν λογαρίθμων αὐτῶν.

2ον) Κατόπιν τούτου προβαίνομεν εἰς τὴν κατασκευὴν ἀριθμητικοῦ διαγράμματος, χρησιμοποιοῦντες ὄχι πλέον τοὺς πραγματικοὺς ἀριθμούς, ἀλλὰ τοὺς εὑρεθέντας λογαρίθμους

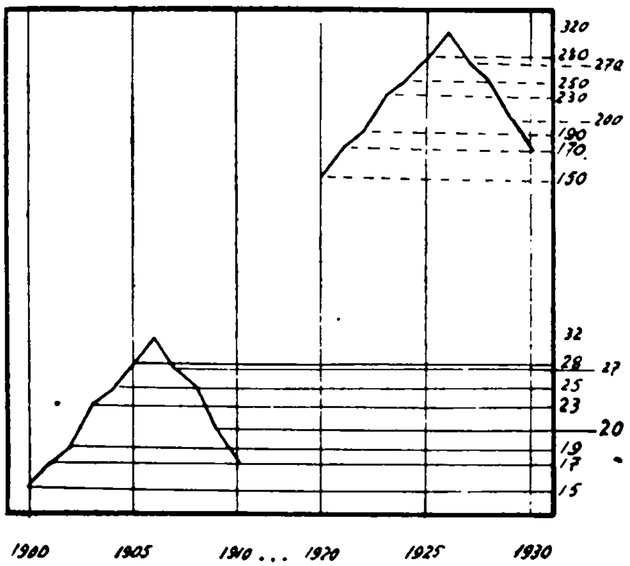
3ον) Καὶ τελευταῖον ἐπὶ τοῦ κατασκευασθέντος διαγράμματος ἀντὶ τῶν λογαρίθμων, γράφομεν τοὺς πραγματικοὺς ἀριθμοὺς τῆς στατιστικῆς σειρᾶς.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Νὰ παρασταθῇ διὰ διαγράμματος λογαριθμικῆς κλίμακος ἡ κάτωθι στατιστικὴ σειρά.

Ἔτη	*Ἀριθμοὶ πραγματικοὶ*	*Λογάριθμοι*	*Ἔτη*	*Ἀριθμοὶ πραγματικοὶ*	*Λογάριθμοι*
1900 . . .	15	1,17609	1920 . . .	150	2,17609
1901 . . .	17	1,23045	1921 . . .	170	2,23045
1902 . . .	19	1,27875	1922 . . .	190	2,27875
1903 . . .	23 . . .	1,36173	1923 . .	230	2,36173
1904 . . .	25	1,39794	1924 . .	250	2,39794
1905 . . .	28	1,44716	1925 . . .	280	2,44716
1906 . . .	32	1,50515	1926 . . .	320	2,50515
1907 . . .	27	1,43136	1927 . . .	270	2,43136
1908 . . .	25	1,39794	1928 . . .	250	2,39794
1909 . . .	20	1,30103	1929 . . .	200	2,30103
1910 . . .	17	1,23045	1930 . . .	170	2,23045

Σχῆμα 2

Διάγραμμα λογαριθμικῆς κλίμακος.



Ὅπως φαίνεται ἐκ τοῦ σχήματος 2, αἱ διακυμάνσεις τῆς στατιστικῆς ταύτης σειρᾶς εἶναι ἀ ν ά λ ο γ ο ι, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἀπὸ τοῦ ἔτους 1920 καθίστανται δεκάκις μεγαλύτεραι (150 : 15 = 10).

Εἰς τὴν ἀριθμητικὴν κλίμακα αἱ ὅμοιαι αὐται διακυμάνσεις δὲν εἶναι ἐμφανεῖς, ἐνῷ ἐὰν ἀντὶ τῶν ἀριθμῶν σχηματίσωμεν κλίμακα διὰ τῶν λογαρίθμων, τότε αἱ δύο στατιστικαὶ σειραὶ 1900—1910 καὶ 1920—1930 θὰ παρουσιάσωσι τὰς ἰδίας διακυμάνσεις.

Ἐνῷ λοιπὸν οἱ ἀριθμοὶ τῆς δευτέρας στατιστικῆς σειρᾶς εἶναι δεκαπλάσιοι τῆς πρώτης, ἐν τούτοις οἱ λογάριθμοι αὐτῶν αὐξάνονται μόνον κατὰ τὸ χαρακτηριστικὸν 1.

Διὰ τῶν λογαριθμικῶν διαγραμμάτων καθίσταται εὐχερὴς ἡ σύγκρισις στατιστικῶν σειρῶν ὅταν αἱ διακυμάνσεις αὐτῶν εἶναι ἀνάλογοι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΙ·

ΠΕΡΙ ΜΕΣΩΝ ΟΡΩΝ

Πᾶσα στατιστικὴ ἔρευνα προϋποθέτει ἐφαρμογὴν τῆς καρτεσιανῆς μεθόδου, τῆς ἀναλύσεως. Πράγματι τὰ οἰκονομικὰ φαινόμενα τὰ ὁποῖα ἐκφράζονται διὰ τῶν στατιστικῶν σειρῶν, διὰ νὰ ὑποβληθῶσιν εἰς τὴν κριτικὴν τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος παρίσταται ἀνάγκη ν' ἁπλοποιηθῶσιν. Ἡ ἁπλοποίησις δ' αὕτη ἐπιτυγχάνεται δι' ἀντικαταστάσεως τῶν διαφόρων μεγεθῶν, ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελεῖται ἡ στατιστικὴ σειρά, δι' ἑνὸς μόνου μεγέθους.

Ἡ ἀντικατάστασις αὕτη τῆς στατιστικῆς σειρᾶς δι' ἑνὸς μόνου μεγέθους δικαιολογεῖται ἐκ διαφόρων λόγων:

1ον) Τὸ ἀνθρώπινον πνεῦμα εἶναι ἀνίκανον νὰ συγκρατήσῃ ὅλα τὰ ἀριθμητικὰ μεγέθη τῶν στατιστικῶν σειρῶν. Ἂν λοιπὸν ὑποκατασταθῶσιν ὅλα τὰ δεδομένα στοιχεῖα δι' ἑνὸς μόνου, τότε ἀσφαλῶς μεγάλως βοηθεῖται ἡ ἀνθρωπίνη νόησις, διότι τότε μόνον τὸ οἰκονομικὸν φαινόμενον δύναται νὰ καταστῇ κτῆμα ταύτης.

2ον) Ἡ ἁπλοποίησις αὕτη εἶναι ἀναγκαία προκειμένης τῆς συγκρίσεως τοῦ αὐτοῦ φαινομένου κατὰ δύο διάφορα χρονικὰ διαστήματα ἢ διαφόρους τόπους.

Οὕτως ἐὰν θέλωμεν νὰ συγκρίνωμεν τοὺς μισθοὺς δύο ἐργοστασίων, πρέπει προηγουμένως οἱ μισθοὶ ἑκάστου ἐργοστασίου ν' ἀντικατασταθῶσιν ὑφ' ἑνὸς μόνου ἀριθμοῦ.

Ἐπίσης ἐὰν πρόκειται νὰ συγκρίνωμεν τὰ ἐπίπεδα τῶν τιμῶν δύο διαφόρων Χωρῶν πρέπει νὰ καταρτίσωμεν τιμάριθμον ἑκάστης τούτων καὶ κατόπιν ν' ἀποφανθῶμεν περὶ τῆς σχέσεως ἥτις ὑφίσταται μεταξὺ τῶν τιμῶν εἰς τὰς ἐν λόγῳ Χώρας.

Οἱ ἀνωτέρω πρακτικοὶ λόγοι ἐπιβάλλουσιν ὅπως ἀντικατασταθῶσιν αἱ δοθεῖσαι ὑπὸ τῆς παρατηρήσεως ποσότητες διὰ μιᾶς καὶ μόνης ποσότητος ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὴν μέσην στάθμην τῶν πραγματικῶν. Ἡ ποσότης δὲ αὕτη ἥτις ὑποκαθίσταται εἰς τὰ δεδομένα μεγέθη τῆς στατιστικῆς σειρᾶν ἀποτελεῖ τὸν Μέσον ὅρον. Τὸ μέγεθος τοῦτο ἐν τῇ πραγματικότητι δὲν ὑφίσταται, ἀλλ' ἀποτελεῖ τὴν συνισταμένην τῶν πραγματικῶν ἐκ τῆς παρατηρήσεως μεγεθῶν, ἀποτελοῦσα τὴν συνθετικὴν ἔκφρασιν τῆς στατιστικῆς σειρᾶς (Aftalion).

§ 1. *Μέσος ἀριθμητικός (Μ)*

Ὁ Μέσος ἀριθμητικὸς εἶναι τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως τοῦ ἀθροίσματος τῶν ὅρων στατιστικῆς τινος σειρᾶς, διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὅρων τῆς σειρᾶς ταύτης.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Ἔστω ἡ στατιστικὴ σειρὰ τοῦ ἑλληνικοῦ τιμαρίθμου χονδρικῆς πωλήσεως διὰ τὸ ἔτος 1932

Ἰανουάριος	1419	Μάϊος	1829	Σεπτέμβριος	1894
Φεβρουάριος	1424	Ἰούνιος	1896	Ὀκτώβριος	1902
Μάρτιος	1507	Ἰούλιος	1904	Νοέμβριος	1939
Ἀπρίλιος	1619	Αὔγουστ.	1877	Δεκέμβριος	1983

Ἐὰν καλέσωμεν τὰ μηνιαῖα στοιχεῖα διὰ τῶν $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$, ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ λαμβάνομεν,

$$M = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\Sigma(x)}{n}$$

Ἀντικαθιστῶντες δὲ διὰ τῶν τιμαρίθμων τῶν ἀντιστοίχων μηνῶν ἔχομεν:

$$\frac{\Sigma(x)}{12} = \frac{21196}{12} = 1766$$

§ 2. *Μέσος γεωμετρικός (G)*

Ὁ μέσος ἀριθμητικὸς καίτοι ἀπαιτεῖ ἐλαχίστους ὑπολογισμοὺς ἐν τούτοις πάντοτε ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὰ μεγαλύτερα μεγέθη τῆς στατιστικῆς σειρᾶς. Πλὴν δὲ τούτου διὰ τὸν ὑπολογισμὸν μ έ σ ο υ τινος στατιστικῆς σειρᾶς τῆς ὁποίας θέλομεν νὰ γνωρίσωμεν τὰς ἀναλόγους διακυμάνσεις, προτιμᾶται ὁ μέσος γεωμετρικός, διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ ὁποίου γίνεται χρῆσις τῶν λογαρίθμων.

Ἐπειδὴ δὲ ἀκριβῶς οἱ λογάριθμοι ἐκφράζωσι τὰς ἀναλογίας τῆς αὐξομειώσεως τῶν ἀριθμῶν, διὰ τοῦτο ὁ μέσος γεωμετρικὸς ἀνταποκρίνεται πρὸς ὅλα τὰ μεγέθη στατιστικῆς τινος σειρᾶς, πάντοτε ὢν μικρότερος τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ.

Ὁ Μέσος γεωμετρικὸς εἶναι ἡ τ ε τ ρ α γ ω ν ι κ ὴ ῥ ί ζ α τ ο ῦ γ ι ν ο μ έ ν ο υ τ ῶ ν ὅ ρ ω ν σ τ α τ ι σ τ ι κ ῆ ς τ ι ν ο ς σ ε ι ρ ᾶ ς, ἐ χ ο ύ σ η ς ἐ κ θ έ τ η ν ἴ σ ο ν π ρ ὸ ς τ ὸ ν ἀ ρ ι θ μ ὸ ν τ ῶ ν ὅ ρ ω ν:

Συμφώνως πρὸς τὸν ἀνωτέρω ὁρισμὸν ὁ γεωμετρικὸς μέσος τῆς στατιστικῆς σειρᾶς τοῦ προηγουμένου παραδείγματος (διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ), θὰ εἶναι $G = \sqrt[6]{75 \times 60 \times 70 \times 85 \times 90 \times 80.}$ καὶ γενικῶς διὰ στατιστικὴν σειρὰν ἔχουσαν n ἀριθμὸν ὅρων, τοὺς $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ ὁ μέσος γεωμετρικὸς θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ γενικοῦ τύπου:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots \cdot x_n}$$

Ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ G ἁπλοποιεῖται διὰ τῆς χρήσεως τῶν λογαρίθμων, ὁπότε ἐὰν ἀντὶ τῶν ἀριθμῶν ἀντικαταστήσωμεν τοὺς λογαρίθμους τούτων, τότε ἡ εὕρεσις τοῦ μέσου γεωμετρικοῦ συνίσταται εἰς τὴν πρόσθεσιν τῶν λογαρίθμων καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν τοῦ ἀθροίσματος τούτων διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὅρων τῆς στατιστικῆς σειρᾶς. Δηλαδή, ὁ μέσος γεωμετρικὸς ἀποτελεῖ τὸν μέσον ἀριθμητικὸν τῶν λογαρίθμων τῶν ὅρων στατιστικῆς τινος σειρᾶς.

Παράδειγμα:

$$G = \sqrt[6]{75 \times 60 \times 70 \times 85 \times 90 \times 80}$$

Ἀντικαθιστῶντες ὅθεν ὡς ἀνωτέρω λαμβάνομεν:

$$\text{λογ. } G = \frac{\text{λογ. } 75 + \text{λογ. } 60 + \text{λογ. } 70 + \text{λογ. } 85 + \text{λογ. } 90 + \text{λογ. } 80}{6}$$

Εὑρίσκομεν τοὺς λογαρίθμους τῶν ἀριθμῶν:

λογ.	75	=	1,87506
λογ.	60	=	1,77815
λογ.	70	=	1,84510
λογ.	85	=	1,92942
λογ.	90	=	1,95424
λογ.	80	=	1,90309
ἄθροισμα			11,28506

λογ. G = 11,28506 : 6 = 1,88084

καὶ G = 76,01

§ 3. *Διάμεσος (Μὲ)*

Ἡ Διάμεσος εἶναι ὁ κεντρικὸς ὅρος στατιστικῆς τινος σειρᾶς τῆς ὁποίας οἱ ὅροι ἔχουσι ταχθῇ κατὰ σειρὰν μεγεθῶν. Καὶ ἐὰν μὲν ἡ στατιστικὴ σειρὰ ἔχει περιττὸν ἀριθμὸν ὅρων, τότε ἡ Διάμεσος θὰ εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον τῆς σειρᾶς. Ἐὰν ὅμως ἡ στατιστικὴ σειρὰ ἔχει ἄρτιον ἀριθμὸν ὅρων, τότε ὡς Διάμεσος θεωρεῖται τὸ ἡμιάθροισμα τῶν 2 κεντρικῶν ὅρων.

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς Διαμέσου προκύπτει ὅτι αὕτη παρουσιάζει τὸ χαρακτηριστικὸν πλεονέκτημα νὰ χωρίζῃ τοὺς ὅρους στατιστικῆς τινος σειρᾶς εἰς δύο κατηγορίας, εἰς τοὺς ὅρους τοὺς μικροτέρους ταύτης καὶ εἰς τοὺς ὅρους τοὺς μεγαλυτέρους ταύτης.

Παράδειγμα: Τῆς στατιστικῆς σειρᾶς 75, 60, 70, 85 καὶ 90 ἡ Διάμεσος εἶναι ὁ ἀριθμὸς 75. Διότι ἐὰν κατατάξωμεν τοὺς ἀριθμοὺς κατὰ μέγεθος ἔχομεν,

60, 70, 75, 85, 90

ἤτοι ἡ Διάμεσος εἶναι ὁ τρίτος ὅρος τῆς στατιστικῆς ταύτης σειρᾶς. Ἐπειδὴ δὲ ἡ στατιστικὴ αὕτη σειρὰ ἔχει 5 ὅρους, ἕπεται ὅτι ἡ Διάμεσος (Μὲ) $= \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$ καὶ γενικῶς στατιστικῆς τινος σειρᾶς ἐκ n ὅρων ή Διάμεσος θά κατέχη τήν,

$$Μè=\frac{n+1}{2} \text{ θέσιν ἐν τῇ σειρᾷ.}$$

Ἐὰν ὁ ἀριθμὸς τῶν ὅρων τῆς στατιστικῆς σειρᾶς ἦτο ἄρτιος τότε ἡ Διάμεσος θά ἰσοῦται μὲ τὸ ἡμιάθροισμα τῶν δύο κεντρικῶν ὅρων.

Ἐὰν λ. χ. εἴχομεν τὴν στατιστικὴν σειρὰν 75, 60, 70, 85, 90 καὶ 80 καὶ κατατάξωμεν ταύτην ὡς ἀνωτέρω λαμβάνομεν :

60, 70, 75, 80, 85, 90

Ἐπειδὴ ἡ στατιστικὴ σειρὰ ἔχει 6 ὅρους, ἔχομεν,

$Μè=\frac{6+1}{2}=\frac{7}{2}=3,5$. Δηλαδή, ἡ Διάμεσος ἀποτελεῖται ἐκ τοῦ ἡμιαθροίσματος τοῦ 3ου καὶ 4ου ὅρου. Ἄρα

$$Μè=\frac{75+80}{2}=77,5.$$

Ἐπὶ τοῦ Οἰκονομικοῦ Βαρομέτρου τῆς Ἑλλάδος χρῆσις τῆς Διαμέσου γίνεται διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων κατὰ τὴν μέθοδον τῶν ἁλυσσωτῶν Μέσων τοῦ καθηγητοῦ W. Persons.

§ 4. *Μέσοι σταθμικοί (ἀριθμητικὸς καὶ γεωμετρικός).*

Οἱ ἀνωτέρω Μέσοι (ἀριθμητικὸς καὶ γεωμετρικός), λέγονται ἁπλοῖ, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τοὺς Μέσους σταθμικούς, διά τὸν ὑπολογισμόν τῶν ὁποίων ὅροι τινὲς στατιστικῆς σειρᾶς πολλαπλασιάζονται ἐπί τινος συντελεστοῦ (βάρους ἢ σπουδαιότητος).

Ἡ διὰ συντελεστῶν γενομένη στάθμισις δικαιολογεῖται ὅταν θέλωμεν νὰ προσδώσωμεν μεγαλυτέραν σημασίαν εἰς ὡρισμένους ὅρους στατιστικῆς τινος σειρᾶς ὅπως συνήθως συμβαίνει διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν διαφόρων ἀριθμοδεικτῶν (τῶν τιμῶν, τῶν διακυμάνσεων τῶν ἀξιῶν ἐν τῷ Χρηματιστηρίῳ, τῆς Βιομηχανικῆς παραγωγῆς).

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Ἔστωσαν αἱ κάτωθι ὅροι 75, 60, 70, 85, 90 καὶ 80 και ἀντιστοίχως οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως 2, 4, 3, 2, 1, 1.

Δηλαδή :

75	2	
60	4	
70	3	
85	2	
90	1	Οἱ δύο τελευταῖοι ὅροι θεωροῦνται ἑπομένως ἄνευ συντελεστοῦ.
80	1	
ἄθροισμα	13	

Α) Ὁ ἁπλοῦς μέσος εἶναι :

$$M=\frac{75+60+70+85+90+80}{9}=\frac{460}{6}=76,6$$

ἐνῷ ὁ μέσος σταθμικός

$$M_1 = \frac{(75\times2)+(60\times4)+(70\times3)+(85\times2)+90\times1)+(30\times1)}{13} = 72,3$$

ἔνθα 13 τὸ σύνολον τοῦ ἀθροίσματος τῶν συντελεστῶν.

ΣΗΜ. Τί δύναται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς συντελεσταί: Τοῦτο ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ σκοποῦ τὸν ὁποῖον ἐπιδιώκομεν ὑπολογίζοντες Μέσους σταθμικούς. Προκειμένου λ.χ. τοῦ ὑπολογισμοῦ τιμαρίθμων τοῦ κόστους τῆς ζωῆς ὡς συντελεστὰς σταθμίσεως, λαμβάνομεν τὰ ποσοστὰ τῆς δαπάνης ἥτις ἀπαιτεῖται διὰ τὴν κατανάλωσιν τῶν προϊόντων τὰ ὁποῖα περιλαμβάνει ὁ τιμάριθμος τοῦ κόστους τῆς ζωῆς. Ὡσαύτως διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τιμαρίθμου χονδρικῆς πωλήσεως ὡς συντελεσταὶ σταθμίσεως θεωρεῖται ἡ κατανάλωσις τῶν προϊόντων τούτων κατά τινα χρονικὴν περίοδον ἢ ἡ σχέσις τῆς καταναλώσεως κατὰ δύο χρονικὰς περιόδους.

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν ἐπίσης δεικτῶν βιομηχανικῆς παραγωγῆς ὡς συντελεστὰς σταθμίσεως δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν τὴν ἀξίαν τῶν διαφόρων βιομηχανικῶν προϊόντων.

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν ὡσαύτως ἀριθμοδεικτῶν τοῦ Χρηματιστηρίου, διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν Μέσων σταθμικῶν, ὡς συντελεσταὶ σταθμίσεως δύναται νὰ ληφθῶσιν ὁ ἀριθμὸς τῶν τίτλων ἐν κυκλοφορίᾳ κατά τινα χρονικὴν περίοδον, δι' ἕκαστον εἶδος ἀξίας.

B) Τῆς ἰδίας σειρᾶς καὶ μετὰ τῶν αὐτῶν συντελεστῶν ὁ μέσος γεωμετρικὸς σταθμικὸς δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

$$G_1 = \sqrt[13]{(75\times2)\times(60\times4)\times(70\times3)\times(85+2)\times90\times80}$$

ἤτοι

$$\text{λογ. } G_1 = \frac{2 \text{ λογ.}75+4 \text{ λογ.}60+3 \text{ λογ.}70+2 \text{ λογ.}85+ \text{λογ.}90+ \text{λογ.}80}{13} =$$

$$= \frac{3,75012+7,11260+5,53530+3,85884+1.95424+1,90309}{13} = 1,85493$$

G_1 καὶ $G = 71,6$

Τῆς ἀνωτέρω ὅθεν στατιστικῆς σειρᾶς 75. 60, 70, 85, 90 καὶ 80 ἔχομεν:

1) Μέσον ἀριθμητικὸν 76,6
2) » γεωμετρικὸν 72,3
3) Διάμεσον 77,5
Σταθμικοὺς
4) Μέσον ἀριθμητικὸν σταθμικὸν . . . 72,3
5) » γεωμετρικὸν » . . . 71,9

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ III.

DÉVIATION (ΑΠΟΚΛΙΣΙΣ)

Ἐν τῇ συγκρίσει τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων διὰ τῶν μέσων ὅρων, δὲν ἐπιτυγχάνεται εἰ μὴ συνθετικὴ ἀναπαράστασις τῶν διαφόρων σχέσεων τὰς ὁποίας ταῦτα παρουσιάζουσι.

Πράγματι ἐν τῇ χρησιμοποιήσει τῶν διαφόρων μέσων ὅρων, τὰ διά-φορὰ στοιχεῖα, ἐξ ὧν ἀποτελοῦνται αἱ στατιστικαὶ σειραὶ θεωροῦνται ὡς ἀποτελοῦντα ἕ ν α σ ύ ν ο λ ο ν. Συνεπῶς τὰ διάφορα οἰκονομικὰ φαινόμενα συγκρίνονται πρὸς ἄλληλα χωρὶς νὰ λαμβάνωνται ὑπ' ὄψιν καὶ αἱ σχέσεις τῶν διαφόρων στοιχείων, ἐξ ὧν ἀποτελεῖται τὸ σύνολον, πρὸς ἄλληλα.

Τὴν τοιαύτην σύγκρισιν ἡ ὁποία ἐπεκτείνεται ἐφ' ὅλης τῆς ἀνομοιομορφίας τὴν ὁποίαν παρουσιάζουν αἱ διάφοροι στατιστικαὶ σειραὶ προσδιορίζομεν μαθηματικῶς, ἐὰν προσμετρήσωμεν τὴν διασπορὰν τῶν ὑπὸ ἔρευναν οἰκονομικῶν φαινομένων. Διὰ τῆς διασπορᾶς ἐννοεῖται ὁ βαθμὸς τῆς σχέσεως τῶν ὅρων στατιστικῆς τινος σειρᾶς πρὸς ἀλλήλους.

Ἐνῷ λοιπὸν διὰ τῶν διαφόρων μέσων προσδιορίζομεν τὰς διαφορὰς τῶν στατιστικῶν σειρῶν θεωρουμένων ὡς ἓν σύνολον, διὰ τῶν μεθόδων τῆς διασπορᾶς προσδιορίζομεν τὰς διαφορὰς τῶν στοιχείων (τῶν ὅρων ἑκάστης στατιστικῆς σειρᾶς) ἑκάστου συνόλου, πρὸς τὰ στοιχεῖα ἑτέρου τοιούτου.

Ἡ διαφορὰ τῶν δύο τρόπων ἔγκειται εἰς τὸ ὅ,τι ἐνῷ διὰ τοῦ Μέσου ἀριθμητικοῦ λ.χ. λαμβάνομεν τὸ ἄθροισμα τῶν ὅρων στατιστικῆς τινος σειρᾶς καὶ διαιροῦμεν τοῦτο διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὅρων τοὺς ὁποίους ἡ στατιστικὴ σειρὰ περιλαμβάνει, διὰ τῆς deviation (ἀποκλίσεως) λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν ὄχι αὐτοὺς τούτους τοὺς ὅρους στατιστικῆς τινος σειρᾶς, ἀλλὰ τὰς διαφορὰς ἑνὸς ἑκάστου ὅρου ἀπὸ τοῦ γενικοῦ μέσου ὅρου ὁλοκλήρου τῆς σειρᾶς.

Εἰς τρόπον ὥστε εἰς τὴν ἀρχικὴν ὑστατιστικὴν σειρὰν ὑποκαθίσταται νέα, τῆς ὁποίας ἕκαστος ὅρος εἶναι τὸ ὑπόλοιπον ἑνὸς ἑκάστου ὅρου τῆς πρώτης σειρᾶς ἀπὸ τοῦ Μέσου ἀριθμητικοῦ ὁλοκλήρου τῆς σειρᾶς.

Τὰ ὑπόλοιπα δὲ ταῦτα ὀνομάζομεν ἐπίσης ἀ π ο κ λ ί σ ε ι ς (écarts).

Καὶ ἐὰν μὲν τῶν ἀποκλίσεων τούτων λάβωμεν τὸν Μέσον ἀριθμητικόν, τότε ἔχομεν τὸν Μ έ σ ο ν τ ῶ ν ἀ π ο κ λ ί σ ε ω ν τοῦ ὁποίου ὁ ὑπολογισμὸς εἶναι εὐχερέστατος.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Ἔστω οἱ κάτωθι ὅροι στατιστικῆς τινος σειρᾶς.

2, 4, 5, 7, 11, 6, 7, 6

Ὁ Μέσος ἀριθμητικὸς εἶναι $=\frac{48}{8}=6$

Ἐὰν λάβωμεν ἤδη τὰς διαφορὰς ἑνὸς ἑκάστου ὅρου ἀπὸ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ τῆς σειρᾶς τότε σχηματίζομεν νέαν στατιστικὴν σειρὰν ἀποτελουμένην ἀπὸ τὰς ἀποκλίσεις ἀπὸ τοῦ μέσου τούτου. Δηλαδή:

$$2,\ 4,\ 5,\ 7,\ 11,\ 6,\ 7,\ 6 = \frac{48}{8} = 6$$

$$4,\ 2,\ 1,\ 1,\ 5,\ 0,\ 1,\ 0 = \frac{14}{8} = 1,75$$

ΣΗΜ. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἀποκλίσεων ἀπὸ τοῦ Μέσου ἀριθμητικοῦ δὲν λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν τὰ σημεῖα τῶν διαφορῶν + ἢ —.

Θὰ ἠδυνάμεθα δὲ νὰ θεωρήσωμεν καὶ τὰς ἀποκλίσεις ἀπὸ οἱουδήποτε Μέσου, ὄχι μόνον τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ ἀλλὰ καὶ τοῦ Μέσου γεωμετρικοῦ καὶ ἀπὸ τῆς Διαμέσου

§ 1. *Standard déviation* (*Τυπικὴ ἀπόκλισις ἢ Μέσον σφάλμα τετραγώνου*).

Ἐὰν ἤδη ἀντὶ τῶν ἀνωτέρω ἀποκλίσεων ἀπὸ τοῦ μέσου, λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὰ τετράγωνα τῶν ἀποκλίσεων καὶ τούτων ἐξαγάγωμεν τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν, τότε ὑπολογίζομεν τὴν λεγομένην τυπικὴν ἀπόκλισιν ἢ μέσον σφάλμα τετραγώνου.

Κατὰ ταῦτα ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις εἶναι ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ Μέσου ἀριθμητικοῦ τῶν τετραγώνων, τῶν ἀποκλίσεων ἀπὸ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ τῶν ὅρων στατιστικῆς τινος σειρᾶς.

Ἐὰν ὅθεν καλέσωμεν:

1) x_n (ὅπου $n=1, 2, 3....n$), τὰς ἀποκλίσεις ἀπὸ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ. Καὶ

2) n ὄντος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὅρων, τότε

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum x_n^2}{n}} \quad \text{ἢ} \quad \sigma^2=\frac{\sum x_n^2}{n}$$

Ἐφαρμογὴ τῆς standand déviation ἐπὶ τοῦ Οἰκονομικοῦ Βαρομέτρου τῆς Ἑλλάδος. (Ἴδε πίνακα ἑπομένην σελίδα).

§ 2. *Οἰκονομικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς τυπικῆς ἀποκλίσεως.*

Αἱ ἐφαρμογαὶ τῆς τυπικῆς ἀποκλίσεως εἶναι συνήθεις, ἐπεκτεινόμεναι ἐπὶ στατιστικῶν σειρῶν περιλαμβανουσῶν μεγάλα χρονικὰ διαστήματα. Χρῆσις δὲ ταύτης γίνεται κατὰ δύο κυριωτέρους τρόπους.

1ον) Διὰ τὴν σύνθεσιν τῆς καμπύλης B τῶν Οἰκονομικῶν Βαρομέτρων καὶ 2ον) διὰ τὴν ἔρευναν τῆς διασπορᾶς τῶν τιμῶν τῶν προϊόντων ἐξ ὧν σύγκεινται οἱ διάφοροι τιμάριθμοι.

* * *

I) Ὅπως θὰ ἴδωμεν, ἡ καμπύλη B τῶν οἰκονομικῶν Βαρομέτρων συντίθεται ἐκ περισσοτέρων τῆς μιᾶς στατιστικῶν σειρῶν. Οὕτως ἡ καμπύλη B τοῦ Βαρομέτρου τῶν τριῶν ἀγορῶν τῆς Harvard, περιλαμβάνει: α) τὸν τιμάριθμον χονδρικῆς πωλήσεως καὶ β) τοὺς χρεωστικοὺς λογαριασμοὺς τῶν ἐκτὸς τῆς Ν. Ὑόρκης Τραπεζῶν.

Διὰ νὰ καταστῇ δὲ δυνατὴ ἡ σύνθεσις τῶν δύο τούτων στατιστικῶν σειρῶν, εἰς μίαν μόνην, πρέπει μετὰ τὴν γενομένην ἐπεξεργασίαν τοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς κινήσεως μακρᾶς διαρκείας καὶ τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ standard déviation τῶν δύο στατιστικῶν σειρῶν, ἵνα αἱ δύο καμπύλαι, συντεθῶσιν εἰς μίαν. Πρὸς τοῦτο ἕκαστος ὅρος τῶν κυκλικῶν τεταγμένων διαιρεῖται διὰ τῆς σ τῆς στατιστικῆς σειρᾶς. Κατόπιν δὲ τούτου χαράσσωμεν τὴν καμπύλην B θεωροῦντες τὸν μέσον ἀριθμητικὸν τῶν κυκλικῶν τεταγμένων, διαιρεθεισῶν διὰ τῆς σ τῶν στατιστικῶν σειρῶν ἢ λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν τὴν σχέσιν τῶν δύο εὑρεθεισῶν σ.

Ἀνάλογος ἐπεξεργασία ἐγένετο καὶ διὰ τὴν καμπύλην B τοῦ οἰκονο-

1) Καμπύλη Α. Δείκτης τοῦ Χρηματιστηρίου 'Αθηνῶν.

		Πραγματικὰ στοιχεῖα	x_n	x_n^2		Πραγματικὰ στοιχεῖα	x_n	x_n^2
'Ιανουάρ.	1924	100	−22	484	1928	155	+33	1089
Φεβρ.		92	−30	909		163	+41	1681
Μάρτ.		95	−27	729		150	+28	784
'Απρίλ.		104	−18	324		156	+34	1154
Μάϊος		107	−15	255		154	+32	1024
'Ιούν.		90	−32	1024		151	+29	841
'Ιούλ.		97	−25	625		137	+15	225
Αὔγουστ.		107	−15	225		143	+21	441
Σεπτέμ.		112	−10	100		146	+24	576
'Οκτώβ.		126	+ 4	16		147	+25	625
Νοέμβρ.		139	+17	289		149	+27	729
Δεκέμβρ.		137	+15	225		148	+95	676
'Ιανουάρ.	1925	146	+24	576	1929	149	+27	729
Φεβρ.		148	+26	676		147	+25	625
Μάρτιος		161	+39	1521		150	+28	784
'Απρίλιος		143	+21	441		142	+20	400
Μάϊος		143	+21	441		138	+16	256
'Ιούνιος		129	+ 7	49		137	+15	225
'Ιούλιος		133	+11	121		136	+14	196
Αὔγουστ.		140	+18	324		156	+34	1156
Σεπτέμβ.		138	+16	256		149	+27	729
'Οκτώβρ.		126	+ 4	16		142	+20	400
Νοέμβρ.		121	+ 1	1		135	+13	169
Δεκέμβ.		119	+ 3	9		129	+ 7	49
'Ιαν.	1926	114	− 8	65	1930	127	+ 5	25
Φεβρ.		128	+ 6	39		127	+ 5	25
Μάρτ.		115	− 7	49		121	− 1	1
'Απρίλ.		102	−20	400		126	+ 4	16
Μάϊος		104	−18	324		123	+ 1	1
'Ιούν.		101	−21	441		113	− 9	81
'Ιούλ.		97	−25	625		112	−10	100
Αὔγ.		86	−36	1296		111	−11	121
Σεπτ.		85	−37	1369		109	−13	169
'Οκτώβ.		91	−31	961		107	=15	225
Νοέμβ.		99	−23	529		113	− 9	81
Δεκέμβ.		98	−24	579		112	=10	100
'Ιαν.	1927	97	−25	625	1931	113	− 9	81
Φεβρ.		101	−21	441		115	− 7	49
Μάρτ.		94	−28	784		115	− 7	49
'Απρίλ.		97	−25	625		108	−14	196
Μάϊος		102	−20	400		100	−22	484
'Ιουν.		111	−11	121		95	−27	729
'Ιούλ.		112	−10	100		94	−28	784
Αὔγ.		112	−10	100		93	−29	841
Σεπτ.		118	− 4	16		91	−31	961
'Οκτ.		139	+ 8	64				41,715
Νοέμβ.		124	+ 2	1				
Δεκέμβ.		144	+22	484				

$$\sigma=\sqrt{\frac{41{,}715}{93}}=\sqrt{448{,}4}=21{,}1$$

μικοῦ Βαρομέτρου τῆς Ἑλλάδος. Ὑπελογίσθησαν αἱ σ τῶν τεσσάρων στατιστικῶν σειρῶν αἱ ὁποῖαι σχηματίζουσι τὴν καμπύλην Β καὶ κατόπιν ἐλήφθησαν αἱ σχέσεις ἑκάστης στατιστικῆς σειρᾶς ὡς πρὸς τὴν standard déviation (σ).

Δηλαδή, $\dfrac{\text{Κυκλικαὶ τεταγμέναι}}{\text{τυπικὴ ἀπόκλισις}}$

ΙΙ) Ἐνδιαφέρουσα ὡσαύτως ἐφαρμογὴ τῆς standard déviation γίνεται ὅταν πρόκειται νὰ γνωρίσωμεν τὴν διασπορὰν τῶν τιμῶν τῶν διαφόρων ἐμπορευμάτων ἐξ ὧν συντίθενται οἱ τιμάριθμοι.

Εἶναι ἀληθὲς ὅτι ὁ γενικὸς τιμάριθμος παρέχει ἡμῖν τὰς διακυμάνσεις τῶν τιμῶν. Πλὴν ὅμως ὅλαι αἱ τιμαὶ τῶν διαφόρων προϊόντων τοῦ τιμαρίθμου δὲν ὑφίστανται τὰς αὐτὰς διακυμάνσεις ἃς ὑφίσταται καὶ ὁ γενικὸς τιμάριθμος. Διὰ τοῦτο εἶναι λίαν ἐνδιαφέρον νὰ γνωρίζωμεν ὅταν ὁ τιμάριθμος ὑψοῦται τίνι τρόπῳ διαμορφοῦνται αἱ τιμαὶ πέριξ τοῦ γενικοῦ τιμαρίθμου. Καὶ ἀντιστρόφως ὅταν ὁ τιμάριθμος κατέρχεται ἡ διασπορὰ τῶν τιμῶν πέριξ τοῦ γενικοῦ τιμαρίθμου παραμένει ἡ ἰδία;

Πρὸς τοῦτο ἀπαιτεῖται νὰ ὑπολογισθῇ ἡ διασπορὰ τῶν σχετικῶν τιμῶν διὰ τῶν μεθόδων αὐτῆς. Αἱ δὲ γενόμεναι ἔρευναι ἐν Ἀγγλίᾳ ὑπὸ τοῦ Norman Crump καὶ ἐν Γαλλίᾳ ὑπὸ τοῦ M. Olivier κατέληξαν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι ἡ διασπορὰ τῶν τιμῶν αὐξάνει μετὰ τῆς ὑψώσεως τοῦ τιμαρίθμου καὶ ἐλαττιοῦται ὅταν ὁ τιμάριθμος κατέρχεται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ IV
ΠΕΡΙ ΤΙΜΑΡΙΘΜΩΝ

§ 1. *Διακύμανσις τῶν τιμῶν*

Μεταξὺ τῶν διαφόρων προβλημάτων τ' ὁποῖα ἀποτελοῦσι τ' ἀντικείμενον τῆς Πολιτικῆς Οἰκονομίας, τὸ ζήτημα τῶν τιμῶν ἀναμφιβόλως κατέχει τὴν πρωτεύουσαν θέσιν. Πράγματι, δοθέντος ὅτι αἱ τιμαὶ ἐκφράζουσι τὴν σχέσιν ἥτις ὑφίσταται μεταξὺ ἑνὸς ἀγαθοῦ καὶ τῆς ποσότητος τοῦ χρήματος ἥτις ἀπαιτεῖται πρὸς κτῆσιν τοῦ ἀγαθοῦ τούτου, ἕπεται ὅτι εἶναι δικαιολογημένη ἡ προσοχὴ καὶ ἐπιβεβλημένη ἡ ἔρευνα τῶν τιμῶν, διότι δι' αὐτῶν συνδέονται ὅλαι αἱ ἀπόψεις τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς.

Ἀσφαλῶς διὰ τὴν ὁμαλὴν προώθησιν τῆς Οἰκονομικῆς ζωῆς εἶναι ἀπαραίτητος ἡ σταθερότης τῶν τιμῶν τῶν διαφόρων ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν αἱ ὁποῖαι ἱκανοποιοῦσι τὰς διαφόρους τοῦ ἀνθρώπου ἀνάγκας.

Πλὴν ὅμως εἰς τὴν διαμόρφωσιν ταύτην ὑπεισέρχονται διάφοροι παράγοντες ἐκ τῆς ἐπιδράσεως τῶν ὁποίων ἡ ἐπιθυμητὴ σταθερότης τῶν τιμῶν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτευχθῇ.

Πράγματι ἡ Οἰκονομικὴ Ἱστορία τοῦ 19ου καὶ ἀρχὰς 20ου αἰῶνος δὲν ἀναφέρει περιόδους τοιαύτης σταθερότητος.

Ἡ σταθερότης τῶν τιμῶν εἶναι κἄτι τι τὸ ἰδανικόν, διὰ τὴν ἐπιτυχίαν τοῦ ὁποίου ἀπαιτεῖται νὰ συντρέξῃ μόνον μία ποσοτικὴ ἀμοιβαιότης μεταξὺ ὁμάδος ἐμπορευμάτων καὶ μιᾶς ποσότητος χρήματος ὁπότε ἡ σχέσις τῆς ὁμάδος τῶν ἐμπορευμάτων πρὸς τὴν τοῦ χρήματος, ἀποτελεῖ καὶ τὴν τιμὴν ἑνὸς ἑκάστου ἐμπορεύματος.

Ὅμως ἡ τοιαύτη ὑπόστασις τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς δὲν εἶναι καὶ ἡ πραγματικότης, διότι οὔτε ἡ ποσότης τῶν ἐμπορευμάτων εἶναι σταθερά, οὔτε καὶ ἡ ποσότης τοῦ χρήματος μένει ἡ ἰδία.

Ἐν τῇ ἐξελίξει τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς, ἀμφότερα συμμεταβάλλονται, ἕνεκα τῶν αὐξομειώσεων τῶν ἀγαθῶν καὶ τοῦ χρήματος. Εἰς τρόπον ὥστε ἀναλόγως τῶν ποσοτικῶν μεταβολῶν τῶν συντελεστῶν τῆς σχέσεως ταύτης, θὰ δημιουργηθῶσι καὶ διάφορα ἐπίπεδα τιμῶν λαμβάνοντα χώραν διὰ τῆς παρόδου τοῦ χρόνου.

Συνεπῶς εἶναι σκόπιμος ἡ ἔρευνα τῶν μεταβολῶν τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν τούτων καὶ ἡ παρακολούθησις αὐτῶν, διότι ἐπέρχονται σπουδαῖαι καὶ σοβαραὶ μεταβολαὶ εἰς τὴν σύνθεσιν τῆς ὅλης οἰκονομικῆς ζωῆς.

Α΄) Πράγματι κατὰ τὰς περιόδους ἐκείνας ὁπότε αἱ τιμαὶ αὐξάνωνται, ἡ αὔξησις αὕτη τῶν τιμῶν δὲν εἶναί τι τὸ τυχαῖον, ἀλλ' ἀποτελεῖ τὴν χαρακτηριστικὴν ἐκδήλωσιν μιᾶς οἰκονομικῆς καταστάσεως διατελούσης ἐν ὀργασμῷ. Ἀληθῶς μετὰ τῆς ὑψώσεως ταύτης παρατηροῦνται καὶ ἄλλα οἰκονομικὰ φαινόμενα ἐνδεικτικὰ μιᾶς ζωηρᾶς οἰκονομικῆς δραστηριότητος. Οὕτω λ.χ. ἡ μετὰ τῆς αὐξήσεως τῶν τιμῶν παρατηρουμένη ὕψωσις τῶν ἀξιῶν τοῦ Χρηματιστηρίου, ἡ αὔξησις τοῦ ἐμπορίου, τῶν μεταφορῶν, ἡ ἐλάττωσις τῆς ἀνεργίας, ἡ αὔξησις τῆς ἀποδόσεως τῶν φόρων, ἡ ἀφθονία τοῦ χρήματος, ἀποτελοῦσι τὰ αἰσιόδοξα συμπτώματα μιᾶς περιόδου οἰκονομικῆς εὐημερίας.

Ὅμως ἡ πτῶσις τῶν τιμῶν μετὰ τῶν συμπαρομαρτούντων ἀντιθέτων συμπτωμάτων οἷα ἐξετέθησαν ἀνωτέρω, ἀποδεικνύει ὅτι ἡ οἰκονομικὴ ζωὴ εἰσῆλθεν εἰς περίοδον διάφορον τῆς εὐημερίας, δηλαδή, εἰς περίοδον οἰκονομικῆς δυσπραγίας.

Ἀκριβῶς δὲ διὰ νὰ ἀποφευχθῶσιν αἱ ὀλέθριαι συνέπειαι τῆς ἀποτόμου μεταβολῆς τῶν τιμῶν, ἀπὸ τῶν ὑψηλῶν ἐπιπέδων τῆς περιόδου τῆς εὐημερίας εἰς τὰ χαμηλὰ τοιαῦτα τῆς δυσπραγίας καταβάλλονται προσπάθειαι ὅπως διὰ τοῦ δυνατοῦ χειρισμοῦ τῶν παραγόντων τῆς παραγωγῆς, διατηρηθῇ ὁποία τις σταθερότης τῶν τιμῶν, ἢ τοὐλάχιστον αἱ μεταπτώσεις ἀπὸ τῆς μιᾶς περιόδου εἰς τὴν ἄλλην νὰ καθίστανται ἧττον αἰσθηταί.

Β΄) Πλὴν τούτου ὑπάρχει καὶ ἄλλη αἰτία ἐπιβάλλουσα τὴν ἔρευναν τῶν ἐπιπέδων τῶν τιμῶν. Δοθέντος ὅτι αἱ τιμαὶ ἐκφράζουσι τὴν μεταξὺ τῆς ποσότητος τῶν ἐμπορευμάτων καὶ τοῦ νομίσματος σχέσιν, ἔπεται ὅτι παρακολουθοῦντες τὰ ἐπίπεδα τῶν τιμῶν, γνωρίζομεν καὶ τὴν ἑκάστοτε ἀγοραστικὴν δύναμιν τοῦ νομίσματος διότι αἱ ἐκφράσεις «γενικὸν ἐπίπεδον τῶν τιμῶν» καὶ «ἀγοραστικὴ δύναμις τοῦ νομίσματος», ἐκδηλοῦσι τὸ αὐτὸ φαινόμενον.

Διὰ τὴν παρακολούθησιν ταύτην καταρτίζονται οἱ τιμάριθμοι χονδρικῆς πωλήσεως, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνεται ἡ παρακολούθησις τῶν διακυμάνσεων τῆς ἀγοραστικῆς δυνάμεως τοῦ νομίσματος.

§ 2. *Ἱστορικὸν τῶν τιμαρίθμων.*

Μέχρι τοῦ 1928 κατηρτίζοντο εἰς ὁλόκληρον τὸν κόσμον 156 σειραὶ τιμαρίθμων. Ἤτοι:

1) 62 σειραὶ διὰ τὰς τιμὰς χονδρικῆς πωλήσεως.

2) 40 » » » » λιανικῆς »

3) 54 » » » » τοῦ κόστους ζωῆς.

Ἔκτοτε ὅμως ὑπερέβησαν τὸν ἀριθμὸν τοῦτον. Ἐκ τῶν διαφόρων τούτων τιμαρίθμων οἱ παλαιότεροι εἶναι ὁ τιμάριθμος τοῦ ἀγγλικοῦ οἰκονομολογικοῦ περιοδικοῦ «Economist» καὶ ὁ τιμάριθμος τοῦ Sauerbeck.

Ὁ τιμάριθμος τοῦ «Economist» ὀφείλεται εἰς τὰς ἐργασίας τοῦ Newmarch καὶ ἄρχεται ἀπὸ τοῦ ἔτους 1851. Μέχρι τοῦ 1911 εἶχεν ὡς βάσιν τὴν περίοδον 1845=1850 καὶ περιελάμβανε 22 εἴδη. Ἀπὸ τοῦ ἔτους ὅμως 1911 ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰδῶν ηὐξήθη εἰς 44 καὶ ὡς βάσις ἐλήφθη ἡ περίοδος 1901—1905.

Ὁ Τιμάριθμος τοῦ Sauerbeck δημοσιευθεὶς διὰ πρώτην φορὰν τὸ 1886 περιλαμβάνει 45 εἴδη καὶ ὡς βάσις ἐλήφθη ἡ περίοδος 1867—1877. Ἄρχεται δὲ ἀπὸ τοῦ 1846.

Οἱ δύο οὗτοι τιμάριθμοι ἔχουσι σπουδαιότητα διὰ τὴν ἱστορίαν τῶν τιμαρίθμων διότι ἐχρησιμοποιήθησαν ὡς ὑποδείγματα τῶν μεταγενεστέρων τοιούτων.

Ὡς νεώτερος τιμάριθμος μέχρι τοῦ τέλους τοῦ 1932 δύναται νὰ θεωρηθῇ ὁ ἑλληνικὸς τιμάριθμος χονδρικῆς πωλήσεως ὁ καταρτιζόμενος ὑπὸ τοῦ Ἀνωτάτου Οἰκον. Συμβουλίου δημοσιευθεὶς εἰς τὸ ὑπ' ἀρ. 9 Μηνιαῖον Δελτίον τῆς Κ.Τ.Ε. τοῦ ἔτους 1932.

Διὰ τὸν καταρτισμὸν τοῦ τιμαρίθμου τίθενται διάφορα ζητήματα. Ἰδίως πλὴν τῆς βάσεως καὶ τῶν μαθηματικῶν τύπων, προέχει τὸ ζήτημα τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐμπορευμάτων, τὰ ὁποῖα θὰ συμπεριληφθῶσιν. Ὁ ἀριθμὸς οὗτος ποικίλλει ἀπὸ 22 εἴδη τοῦ «Economist» μέχρι 1366 τοῦ ἀμερικανικοῦ τιμαρίθμου τοῦ War Industries Board. Οἱ περισσότεροι τῶν τιμαρίθμων περιλαμβάνουσι κατὰ μέσον ὅρον 50 εἴδη. (Ἴδε: Κ.Τ.Ε. Memorandum sur les Monnaies).

Ὁ ἀκριβὴς προσδιορισμὸς τοῦ ἀριθμοῦ τῶν εἰδῶν τὰ ὁποῖα δέον νὰ περιλαμβάνῃ ὁ τιμάριθμος ἀποτελεῖ ζήτημα ἐκτιμήσεως περὶ τὴν σπουδαιότητα τῶν ἐμπορευμάτων. Διὰ τοῦτο αἱ περισσότεραι χῶραι πλὴν τοῦ τιμαρίθμου χονδρικῆς πωλήσεως, ὁ ὁποῖος περιλαμβάνει τὸν μεγαλύτερον δυνατὸν ἀριθμὸν ἐμπορευμάτων ἤρχισαν ἀπό τινος νὰ καταρτίζωσι καὶ τοὺς εὐπαθεῖς» τιμαρίθμους χονδρικῆς πωλήσεως, οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦνται ἐξ ὀλίγων μόνον προϊόντων, 10—15, τὰ ὁποῖα ὅμως μεγάλως ἐνδιαφέρουν τὴν Ἐθνικὴν Οἰκονομίαν ἑκάστης Χώρας.

Οὕτως ἡ πρακτικὴ τῆς καταρτίσεως τοῦ τιμαρίθμου παρὰ ταῖς διαφόραις χώραις λαμβάνει ὑπ' ὄψιν της κατὰ μέσον ὅρον περὶ τὰ 50—60 εἴδη. Ἀνάλογον ἀριθμὸν ἐμπορευμάτων διαλαμβάνουν καὶ οἱ ἑλληνικοὶ τιμάριθμοι, 60 εἴδη ὁ τῆς χονδρικῆς πωλήσεως τοῦ Ἀνωτάτου Οἰκονομικοῦ Συμβουλίου, (51 ὁ σταθμικὸς) καὶ 61 ὁ τῆς λιανικῆς καὶ κόστους τῆς Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας τοῦ Ὑπουργείου Ἐθνικῆς Οἰκονομίας.

Παρὰ ταῦτα τὸ ζήτημα τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐμπορευμάτων ἀπησχόλησε τοὺς ἐπιστήμονας αἱ δὲ ἔρευναι αὐτῶν ἀποβλέπουσιν εἰς τὸν προσδιορισμὸν καὶ εἰς τὴν σύγκρισιν τῶν διακυμάνσεων διαφόρων τιμαρίθμων ἕκαστος τῶν ὁποίων περιλαμβάνει διάφορον ἀριθμὸν ἐμπορευμάτων.

Οὕτως ὁ καθηγητὴς W. Mitchell, Διευθυντὴς τοῦ Ἐθνικοῦ Γραφείου τῶν Οἰκονομικῶν Ἐρευνῶν τῆς Νέας Ὑόρκης, προέβη εἰς τὴν σύγκρισιν 6 διαφόρων σειρῶν τιμαρίθμων ἑκάστη τῶν ὁποίων συνέκειτο ἐκ διαφόρου ἀριθμοῦ ἐμπορευμάτων, ὡς ἑξῆς (1):

1) Τιμάριθμος ἐκ 242—261 ἐμπορευμάτων.
2) » » 145 »
3) » » 50 »
4) » » 40 »
5) » » 25 »
6) » » 25 »

Π α ρ α τ η ρ. Ἡ 5 σειρὰ ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰς προηγουμένας αὐτῆς 4 περιλαμβάνει ἐμπορεύματα ληφθέντα τυχαίως. Ἡ 6η σειρὰ περιλαμβάνει ἐπίσης 25 ἐμπορεύματα ληφθέντα μὲν τυχαίως ἀλλὰ διάφορα τῆς 5ης σειρᾶς.

Τ' ἀποτελέσματα τῆς ἐρεύνης ταύτης ὑπῆρξαν τὰ ἑξῆς:

1) Αἱ διάφοροι αὗται σειραὶ μὲ μηνιαῖα στοιχεῖα ἐπαρουσίασαν διακυμάνσεις ἐν συνόλῳ μὲν συγχρόνους καὶ παραλλήλους, εἰς τὰς λεπτομερείας δὲ ὑπῆρξαν διαφόρου κατευθύνσεως.

2) Αἱ 6 ἴδιαι σειραὶ συγκριθεῖσαι πρὸς ἀλλήλας μὲ ἐτήσια στοιχεῖα παρουσιάζουσι διακυμάνσεις συχνότατα ἀντιθέτου φορᾶς.

Εἰς ἀνάλογα δὲ συμπεράσματα καταλήγει καὶ ὁ Γάλλος Olivier, συνιστῶν ὅπως διὰ τὸν καταρτισμὸν τοῦ τιμαρίθμου δέον νὰ λαμβάνηται ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλύτερος ἀριθμὸς εἰδῶν. Ποῖος ὅμως δέον νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀρκούντως μέγας ἀριθμὸς ἐμπορευμάτων δὲν καθορίζει.

Μὴ ὑπαρχούσης ὅθεν ὁμοφωνίας τῶν συγγραφέων περὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐμπορευμάτων τὰ ὁποῖα δέον νὰ περιλαμβάνῃ ὁ τιμάριθμος ἀνάγκη ὅπως προσδίδεται ἡ δέουσα σημασία εἰς τὰ ἐμπορεύματα ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα ἐνδιαφέρουσι γενικῶς τὴν Ἐθνικὴν Οἰκονομίαν. Ἀλλὰ καὶ πάλιν τοῦτο ἀποτελεῖ ζήτημα προσωπικῆς ἐκτιμήσεως. Διὰ τοῦτο νομίζομεν ὅτι διὰ τὸν καταρτισμὸν τιμαρίθμου πρέπει ν' ἀποβλέπωμεν πρὸς τὸν σκοπὸν τὸν ὁποῖον ἐπιδιώκομεν διὰ τοῦ τιμαρίθμου.

Πράγματι, ἐὰν μὲν διὰ τοῦ τιμαρίθμου ἀποβλέπομεν νὰ ἐρευνήσωμεν τὰς διακυμάνσεις τῆς ἀγοραστικῆς δυνάμεως τῆς νομισματικῆς μονάδος, ἀνάγκη ὅπως ὁ τιμάριθμος περιλαμβάνει τὸν μεγαλύτερον ἀριθμὸν ἐμπο-

1) Εἰς M. Olivier: Les nombres—indices.

ρευμάτων. Τότε δὲ αἱ διακυμάνσεις αὐτοῦ παρουσιάζονται ἤρεμοι καὶ κανονικωτέρας φορᾶς. Ἐὰν ὅμως διὰ τοῦ τιμαρίθμου ἐπιδιώκομεν νὰ παρακολουθήσωμεν τὰς διακυμάνσεις τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς ἐν τῷ συνόλῳ αὐτῆς, τότε ἀπαραίτητος ἡ σχηματισμὸς «εὐπαθῶν» τιμαρίθμων ἐκ τῶν ἐμπορευμάτων ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα παρουσιάζουσιν οἰκονομικὴν εὐαισθησίαν ζωηράν, ὡς παρακολουθοῦντα τὰς διακυμάνσεις τῶν οἰκονομικῶν κύκλων.

§ 3. *Βάσις τῶν τιμαρίθμων.*

Τὸ πλεῖστον τῶν τιμαρίθμων δημοσιεύονται ὡς ποσοστὰ τῶν τιμῶν περιόδου τινος λαμβανομένης ὡς βάσεως.

Πρὸ τοῦ πολέμου ὡς βάσις τῶν τιμαρίθμων ἐλαμβάνοντο διάφορα ἔτη. Οὕτω λ.χ. ἡ Γενικὴ Στατιστικὴ Ὑπηρεσία τῆς Γαλλίας ἔλαβεν ὡς βάσιν τὴν περίοδον 1901—1910. Ἐπίσης οἱ παλαιότεροι τιμάριθμοι, ὅπως ἴδωμεν τοῦ Economist καὶ τοῦ Sauerbeck εἶχον ἀντιστοίχως ὡς βάσιν τὰ ἔτη 1845—1850 καὶ 1901—1905.

Κατὰ τὸν πόλεμον ὅμως ἐγενικεύθη ἡ τάσις ὅπως ὡς βάσις τῶν τιμαρίθμων λαμβάνωνται τὰ προπολεμικὰ ἔτη 1913 καὶ 1914. Καὶ τοῦτο πρὸς εὐκολίαν τῆς συγκρίσεως τῶν διακυμάνσεων τῶν διαφόρων τιμαρίθμων συμφώνως πρὸς τὰς ὑποδείξεις τοῦ Διεθνοῦς Ἰνστιτούτου τῆς Στατιστικῆς. Ὄχι δὲ μόνον οἱ μεταπολεμικοὶ τιμάριθμοι ἔχουσιν ὡς βάσιν τὰ ἔτη 1913—14 ἀλλὰ συγχρόνως αἱ ἁρμόδιαι ὑπηρεσίαι τῶν διαφόρων κρατῶν, ἀνήγαγον τοὺς τιμαρίθμους αὐτῶν εἰς τὴν αὐτὴν βάσιν 1913—14.

Παρὰ ταῦτα ἐσχάτως πολλαὶ χῶραι προέβησαν εἰς ἀναγωγὴν τῶν τιμαρίθμων αὐτῶν λαβοῦσαι ὡς βάσιν τὰ ἔτη 1926 ἢ 1927. Οὕτω τὸ 1927 τὸ «Bureau of Labor» ἀνεθεώρησε τὸν τιμάριθμον αὐτοῦ ὡς πρὸς βάσιν τὸ 1926. Ἐπίσης τὸ «Federal Reserve Board» ἀνεθεώρησε τὸν ἀριθμοδείκτην αὐτοῦ τῆς παραγωγῆς λαβὼν ὡς βάσιν τὰ ἔτη 1923—1925. Ὡσαύτως ἡ Στατιστικὴ ὑπηρεσία τῆς Γαλλίας ἀνήγαγε τὸν τιμάριθμον αὐτῆς ὡς πρὸς βάσιν τὸν Ἰούλιον τοῦ 1914.

Ἐκ τῶν ἑλληνικῶν τιμαρίθμων ὁ τιμάριθμος χονδρικῆς τοῦ Ἀνωτάτου Οἰκονομικοῦ Συμβουλίου ἔχει ὡς βάσιν τὴν περίοδον Ἰανουάριος 1913—Ἰούλιος 1914. Ὁ τῆς λιανικῆς τῆς Γενικῆς Στατιστικῆς τὸ 1914.

Ἡ ἀλλαγὴ αὕτη τῆς βάσεως ἀπὸ τῆς προπολεμικῆς περιόδου εἰς τὴν μετὰ τὸ 1926 ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι κατὰ τὴν περίοδον ταύτην ἤρχισαν νὰ σταθεροποιοῦνται αἱ διάφοροι νομισματικαὶ μονάδες τεθεισῶν οὕτω νέων βάσεων εἰς τὰ ἐπίπεδα τῶν τιμῶν.

§ 4. *Κατάταξις τῶν προϊόντων διὰ τὸν ὑπολογισμῶν τῶν τιμαρίθμων*

Οἱ δημοσιευόμενοι τιμάριθμοι διακρίνονται εἰς τοὺς γενικοὺς τιμαρίθμους καὶ εἰς τοὺς εἰδικοὺς τοιούτους. Οὕτως ἔχομεν τὸν εἰδικὸν τιμάριθμον τῶν γεωργικῶν προϊόντων ἢ τῶν ἀλλοδαπῶν προϊόντων καὶ τὸν γενικὸν τιμάριθμον, ὁ ὁποῖος περιλαμβάνει ὅλα τὰ προϊόντα ἢ ὅλους τοὺς εἰδικοὺς τιμαρίθμους.

Οἱ εἰδικοὶ τιμάριθμοι ἀναφέρονται εἰς τὰς κατ' εἶδος κατηγορίας τῶν διαφόρων προϊόντων. Διὰ τὴν κατὰ κατηγορίας διάκρισιν τῶν διαφόρων προϊόντων δὲν ἐφαρμόζονται συγκεκριμένα τεκμήρια. Αἱ δὲ ἀπαντῶσαι κατὰ κατηγορίας διακρίσεις τῶν διαφόρων προϊόντων γίνονται ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐκτιμήσεως τούτων ὡς πρὸς τὸν χαρακτῆρα καὶ τὴν σύνθεσιν τῆς Ἐθνικῆς Οἰκονομίας ἑκάστης χώρας.

Ἡ δυσκολία βεβαίως αὕτη αἴρεται προκειμένου τοῦ καταρτισμοῦ τιμαρίθμου τοῦ κόστους τῆς ζωῆς ὁπότε συμπεριλαμβάνονται εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ τιμαρίθμου τὰ εἴδη «συντηρήσεως» δηλαδή, διατροφῆς, θερμάνσεως, ἐνοίκιον. Προκειμένου ὅμως τοῦ καταρτισμοῦ τιμαρίθμου, οἰκονομικοῦ περιεχομένου, ὅπως ὁ τιμάριθμος χονδρικῆς πωλήσεως ἡ κατάταξις τῶν προϊόντων παρουσιάζει σχετικὰς δυσκολίας.

Κατωτέρω παρέχομεν τὰς κατατάξεις τῶν προϊόντων διαφόρων τιμαρίθμων.

Α) Κατάταξις τῶν προϊόντων τῶν τιμαρίθμων τοῦ «Federal Reserve Board». (Εἴδη (101).

1) Ὡς πρὸς τὸ στάδιον τῆς κατασκευῆς

Α) Πρῶται ὕλαι	34	
Β) Προϊόντα παραγωγῆς	29	
Γ) » καταναλώσεως	38	
	101	

2) Ὡς πρὸς τὴν προέλευσιν καὶ τὸν προορισμὸν τῶν προϊόντων:

I) Ἐγχώρια εἴδη		
α) Πρῶται ὕλαι	24	
β) Προϊόντα παραγωγῆς	14	
γ) » καταναλώσεως	25	63
II) Ἀλλοδαπά		
α) Πρῶται ὕλαι	10	
β) Προϊόντα παραγωγῆς	15	
γ) » καταναλώσεως	13	38
		101

3) Κατάταξις συμπληρωματική

III) Ἐξαγωγῆς προϊόντα		
α) Πρῶται ὕλαι	16	
β) Προϊόντα παραγωγῆς	6	
γ) » καταναλώσεως	12	
	34	

Β) Κατάταξις τῶν προϊόντων τοῦ τιμαρίθμου τοῦ «Board of Trade»

I) Π ρ ο ϊ ό ν τ α Δ ι α τ ρ ο φ ῆ ς

Α) Δημητριακά 17
Β) Κρέας. 17
Γ) Ἄλλα προϊόντα διατροφῆς 19 53

II) Λοιπὰ προϊόντα πλὴν τῶν διατροφῆς

Δ) Προϊόντα σιδήρου καὶ χάλυβος . . . 24
Ε) Προϊόντα ἄλλων μετάλλων 20
ΣΤ) » Βάμβαχος 16
Ζ) Ἄλλα ὑφαντουργίας προϊόντα 15
Η) Διάφορα 22 97

150

Γ) Κατάταξις τῶν προϊόντων τῶν τιμαρίθμων τοῦ Sauerbeck.

1) Προϊόντα φυτικῆς προελεύσεως 8
2) » ζωϊκῆς » 7
3) Ἀποικιακὰ 4
4) Ὀρυκτὰ 7
5) Ὑφαντουργίας προϊόντα 8
6) Διάφορα 11

45

Δ) Κατάταξις τῶν προϊόντων τοῦ τιμαρίθμου χονδρικῆς πωλήσεως τοῦ παρ' ἡμῖν Ἀνωτάτου Οἰκονομικοῦ Συμβουλίου.

I) Ὡς πρὸς τὸ ε ἶ δ ο ς τῶν προϊόντων

1) Γεωργικὰ Προϊόντα 20
2) Ζωϊκὰ » 8
3) Βιομηχανικὰ καὶ Χημικὰ 27
4) Καύσιμοι ὗλαι 5

60

II) Ὡς πρὸς τὴν προέλευσιν αὐτῶν.

1) Ἐγχώρια 25
2) Ἀλλοδαπὰ 35

60

Ε) Κατάταξις τῶν προϊόντων τοῦ τιμαρίθμου συντηρήσεως τῆς Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας.

1) Προϊόντα Διατροφῆς 28
2) » Φωτισμοῦ, θερμάνσεως . . . 7
3) » Ἱματισμοῦ 8
4) Ἐνοίκιον 1
5) Διάφορα 4

48

§ 5. Περὶ τιμαριθμικῶν μεθόδων

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν τιμαρίθμων γίνεται συνήθως χρῆσις τοῦ Μέσου ὅρου (ἀριθμητικοῦ ἢ γεωμετρικοῦ μετὰ ἢ ἄνευ σταθμίσεως). Ὁ ἁπλοῦς ἀριθμητικὸς μέσος προτιμᾶται διὰ τὴν εὐκολίαν τῶν ἀριθμητικῶν πράξεων ἐνῷ ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ γεωμετρικοῦ ἀπαιτεῖ τὴν χρῆσιν τῶν λογαρίθμων.

Πλὴν τοῦ μέσου εἰς πολλὰς χώρας χρησιμοποιεῖται καὶ ἡ μέθοδος τῆς συνολικῆς ἀξίας (des valeurs globales), ἥτις ἀποτελεῖ Μέσον ἀριθμητικὸν μετὰ συντελεστοῦ σταθμίσεως.

1) Ἁπλοῦς μέσος ἀριθμητικος. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ γενικοῦ τιμαρίθμου διὰ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ, ἀπαιτεῖται προηγουμένως νὰ ὑπολογισθῶσιν ὅλοι οἱ ἀτομικοὶ τιμάριθμοι τῶν διαφόρων προϊόντων,

Ἐὰν καλέσωμεν τὰς τιμὰς διαφόρων προϊόντων διὰ τῶν στοιχείων, $p_1, p_2, p_3 \ldots p_n$ (προκειμένου περὶ n ἀριθμοῦ προϊόντων) ἀντιστοίχως δὲ τὰς τιμὰς τῶν αὐτῶν προϊόντων διὰ τὸ ἔτος τῆς βάσεως,

p_1' p_2' p_3' p_n',

τότε οἱ ἀτομικοὶ τιμάριθμοι μᾶς δίδονται ὑπὸ τῶν κάτωθι ποσοστῶν:

$$\frac{p_1}{p_1'}\cdot 100, \quad \frac{p_2}{p_2'}\cdot 100, \quad \frac{p_3}{p_3'}\cdot 100 \ . \ . \ . \quad \frac{p_n}{p_n'}\cdot 100$$

Ἐὰν δὲ προσθέσωμεν ὅλους τοὺς ἀτομικοὺς τούτους τιμαρίθμους, τὸ δὲ ἄθροισμα αὐτῶν διαιρέσωμεν διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τούτων n, ἤτοι ἐαν λάβωμεν τὸν μέσον ὅρον τῶν ἀτομικῶν τιμαρίθμων, τότε θὰ ἔχωμεν τὸν γεγενικὸτ τιμάριθμον,

$$I = \frac{\left(\frac{p_1}{p_1'} + \frac{p_2}{p_2'} + \frac{p_3}{p_3'} + \ . \ . \ . + \frac{p_n}{p_n'}\right)\cdot 100}{n}$$

Καὶ παριστῶντες τὸ σύνολον διὰ τοῦ Σ λαμβάνομεν τὸν γενικὸν τύπον

$$I = \frac{\sum \frac{p_1}{p_1'}}{n}$$

Παράδειγμα. Ἔστω αἱ τιμαὶ 5.50, 6.20, 8, 15, 12, 7, 9 τοῦ ἔτους τῆς βάσεως 1913 ἑπτὰ διαφόρων προϊόντων καὶ αἱ ἀντίστοιχοι τιμαὶ 100, 120, 140, 250, 220, 130 καὶ 160 τοῦ μηνὸς Ἰανουαρίου τοῦ ἔτους 1933. Ζητεῖται ὁ τιμάριθμος;

Οἱ ἀτομικοὶ τιμάριθμοι τῶν προϊόνυων τούτων θὰ εἶναι:

$$\frac{100}{5{,}50}\times 100, \ \frac{120}{6{,}20}\times 100, \ \frac{140}{8}\times 100 \quad \frac{250}{15}\times 100$$

$$\frac{220}{12}\times 100, \ \frac{130}{7}\times 100 \text{ καὶ } \frac{160}{9}\times 100$$

ἤτοι 1818, 1935, 1750, 1667, 1833, 1857, 1778
καὶ τούτων ὁ μέσος ὅρος

$$M=\frac{1818+1935+1750+1667+1833+1857+1778}{7}=1805$$

ἤτοι ὁ ζητούμενος τιμάριθμος τοῦ μηνὸς Ἰανουαρίου ὡς πρὸς βάσιν τὸ 1913 εἶναι 1805.

2) Μέσος γεωμετρικός. Διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ τιμαρίθμου τῶν αὐτῶν τοῦ ἀνωτέρω παραδείγματος προϊόντων ἀρκεῖ νὰ λάβωμεν τὴν 7ην ρίζαν τοῦ γινομένου τῶν ἀτομικῶν τιμαρίθμων, ἤτοι:

$$G=\sqrt[7]{1818\times 1935\times 1750\times 1667\times 1833\times 1857\times 1778}$$

ἢ

$$\text{λογ.}\,G=\frac{1}{7}\cdot\Big[\text{λογ. }1818+\text{λογ. }1613+\text{λογ. }1750+\text{λογ.}1667+\text{λογ. }1833+ \text{λογ. }1857+\text{λογ. }1778\Big]=$$

$$\text{λογ.}\,G=\frac{1}{7}\Big[3{,}25959+3{,}28668+3{,}24304+3{,}22194+3{,}26316+ +3{,}26881+3{,}24993\Big]$$

$$\text{λογ.}\,G=\frac{1}{7}\cdot 22{,}79315=3{,}25616 \text{ καὶ}$$

Τούτου ὁ ἀντίστοιχος ἀριθμὸς καὶ ἄρα ὁ ζητούμενος τιμάριθμος,

$$\text{λογ. } G=3{,}25616$$

$$G=1803 \text{ κατὰ προσέγγισιν.}$$

Παρατήρησις. Ὁ τιμάριθμος διὰ τῆς μεθόδου τοῦ μέσου γεωμετρικοῦ εἶναι πάντοτε μικρότερος τοῦ τιμαρίθμου διὰ τῆς μεθόδου τοῦ ἁπλοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ διὰ τοὺς λόγους οὓς ἐξεθέσαμεν ἀνωτέρω προκειμένου περὶ Μέσων ὅρων.

3) Μέσος ἀριθμητικὸς καὶ γεωμετρικὸς σταθμικοί.

Τῆς Μεθόδου τῶν μέσων ἀριθμητικοῦ καὶ γεωμετρικοῦ σταθμικῶν γίνεται χρῆσις ὅταν οἱ διάφοροι ἀτομικοὶ τιμάριθμοι σταθμίζονται διά τινος συντελεστοῦ βάρους ἢ σπουδαιότητος.

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν τιμαρίθμων ἐν Ἑλλάδι μετὰ συντελεστῶν σταθμίσεως γίνεται χρῆσις α΄) Διὰ μὲν τὸν τιμάριθμον τοῦ κόστους τῆς ζωῆς τὰ ποσοστὰ τῆς δαπάνης δι' ἑκάστην κατηγορίαν προϊόντων. (Περὶ τούτου ἴδε περισσότερα εἰς Δημοσιεύματα τῆς Γενικῆς Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας καὶ τῆς Τραπέζης τῆς Ἑλλάδος). β΄) Διὰ δὲ τὸν τιμάριθμον χονδρικῆς πωλήσεως ὡς συντελεσταὶ σταθμίσεως θεωροῦνται ἡ κατανάλωσις ἑκάστου προϊόντος. (Ἴδε: ὁ Τιμάριθμος Χονδρικῆς Πωλήσεως ἐν Ἑλλάδι: ἔκδοσις Ἀνωτάτου Οἰκονομικοῦ Συμβουλίου).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ V

ΠΕΡΙ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΣ

§ 1. *Ἡ ἔννοια ταύτης.*

Ἐνῷ διὰ τῆς παρατηρήσεως καὶ τῆς στατιστικῆς ἀναλύσεως τὰ οἰκονομικὰ φαινόμενα ἀντιμετωπίζονται ἐν τόπῳ καὶ χρόνῳ, διὰ τῆς συσχετίσεως ἐρευνῶνται ταῦτα διὰ τὴν ἀνακάλυψιν τῶν μεταξὺ αὐτῶν σχέσεων.

Ὁ βαθμὸς δὲ τῆς μεταξὺ τῶν φαινομένων τούτων σχέσεως, μαθηματικῶς προσδιορίζεται διὰ τῶν διαφόρων μεθόδων τῆς συσχετίσεως.

Βεβαίως εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκτιμήσωμεν τὰς ὑφισταμένας σχέσεις μεταξὺ δύο ἢ περισσοτέρων στατιστικῶν σειρῶν καὶ ἄνευ τῶν μεθόδων τῆς Συσχετίσεως. Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ, ἀφοῦ κατασκευάσωμεν τὰ στατιστικὰ διαγράμματα, νὰ μεταφέρωμεν ταῦτα ἐπὶ χάρτου διαφανοῦς. Κατόπιν δὲ νὰ ἐπιθέσωμεν τὸ ἓν ἐπὶ τοῦ ἄλλου καὶ νὰ παρακολουθήσωμεν ταῦτα διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ, ἀνακαλύπτοντες τὰς μεταξὺ τούτων ὑπαρχούσας τυχὸν σχέσεις ἐξαρτήσεως.

Πλὴν ὅμως καίτοι τοῦτο δὲν ἐνέχει τίποτε τὸ αὐθαίρετον, ἐν τούτοις ἀποτελεῖ μέτρον προσωπικῆς ἐκτιμήσεως. Ἐξαρτᾶται δὲ ἐκ τῆς τεχνικῆς καταρτίσεως τοῦ οἰκονομολόγου καὶ στατιστικοῦ ἵνα τὰ προσωπικὰ ταῦτα συμπεράσματα ἐπιβεβαιωθῶσι καὶ ὑπὸ τῆς ἀντικειμενικῆς ἐρεύνης τοῦ μαθηματικοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ βαθμοῦ τῆς ἐξαρτήσεως τῶν ἐν λόγῳ φαινομένων.

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν δὲ τούτου γίνεται χρῆσις πολλῶν μεθόδων. Τούτων αἱ κυριώτεραι εἶναι:

1) ὁ Δείκτης ἐξαρτήσεως
2) ὁ Συντελεστὴς ἐξαρτήσεως καὶ
3) ὁ Συντελεστὴς συσχετίσεως.

§ 2. *Δείκτης ἐξαρτήσεως*

Ὁ ὑπολογισμὸς τούτου εἶναι ταχὺς καὶ ἁπλοῦς. Συνίσταται εἰς τὴν σύγκρισιν τῶν διακυμάνσεων τῶν σημείων + καὶ — τῶν ὅρων δύο στατιστικῶν σειρῶν. Ἐὰν ἕκαστος ὅρος εἶναι μεγαλύτερος τῶν προηγουμένου αὐτοῦ, τότε ἀντὶ τοῦ ὅρου τούτου λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὸ σημεῖον +. Ἐὰν δὲ εἶναι μικρότερος τὸ σημεῖον —.

Κατὰ ταῦτα, εἰς τὰς ἀρχικὰς δοθείσας δύο στατιστικὰς σειράς, ὑποκαθίστανται δύο ἕτεραι ἀποτελούμεναι ἐκ τῶν διακυμάνσεων τῶν σημείων (+ καὶ —).

Ἀκολούθως σχηματίζομεν τὰ γινόμενα τῶν θετικῶν καὶ ἀρνητικῶν σημείων ὅπως ἐμφαίνεται εἰς τὸ κάτωθι παράδειγμα. Διαιροῦντες δὲ τὴν διαφοράν, τῶν θετικῶν γινομένων ἀπὸ τὰ ἀρνητικά, διὰ τοῦ συνόλου τῶν σημείων, ἔχομεν τὸν δείκτην ἐξαρτήσεως.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Ἔστωσαν αἱ κάτωθι στατιστικαὶ σειραὶ τοῦ τιμαρίθμου χονδρικῆς πωλήσεως καὶ τῶν τιμῶν τοῦ σίτου εἰς τὸ Χρηματιστήριον Ἐμπορευμάτων Πειραιῶς διὰ τὰ ἔτη 1929-1931.

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ δείκτου ἐξαρτήσεως κατατάσσομεν τὰ δεδομένα ὡς κατωτέρω.

	Τιμάριθ. χονδρικῆς	Τιμαὶ σίτου	Διακυμάνσεις x	Διακυμάνσεις y	Γινόμενα +	Γινόμενα −
Ἰανουάριος	1970	5,63	.	.	.	.
Φεβρουάριος	2017	5,86	+	+	+	
Μάρτιος	2041	5,82	+	−		−
Ἀπρίλιος	2025	5,63	−	−	+	
Μάϊος	1986	5,23	−	−	+	
Ἰούνιος	1935	5,18	−	−	+	
Ἰούλιος	2026	6,60	+	+	+	
Αὔγουστος	2033	6,83	+	+	+	
Σεπτέμβριος	2019	6,68	−	−	+	
Ὀκτώβριος	1948	6,11	−	−	+	
Νοέμβριος	1925	5,84	−	−	+	
Δεκέμβριος	1933	6,09	+	+	+	
Ἰανουάριος	1931	5,95	−	−	+	
Φεβρουάριος	1841	5,16	−	−	+	
Μάρτιος	1787	4,97	−	−	+	
Ἀπρίλιος	1784	4,95	−	−	+	
Μάϊος	1722	4,71	−	−	+	
Ἰούνιος	1733	4,65	+	−		−
Ἰούλιος	1726	4,29	−	−	+	
Αὔγουστος	1747	4,36	+	−	+	
Σεπτέμβριος	1729	4,19	−	−	+	
Ὀκτώβριος	1682	3,79	−	−	+	
Νοέμβριος	1623	3,27	−	−	+	
Δεκέμβριος	1597	3,03	−	−	+	
Ἰανουάριος	1628	3,01	+	−		−
Φεβρουάριος	1620	3,14	−	−		−
Μάρτιος	1597	3,06	−	−	+	
Ἀπρίλιος	1623	3,11	+	+	+	
Μάϊος	1606	3,06	−	−	+	
Ἰούνιος	1584	2,94	−	−	+	
Ἰούλιος	1553	2,82	−	−	+	
Αὔγουστος	1536	2,61	−	−	+	
Σεπτέμβριος	1516	2,53	−	−	+	
Ὀκτώβριος	1564	3,00	+	+	+	
Νοέμβριος	1553	2,91	−	−	+	
Δεκέμβριος	1516	2,75	−	−	+	

Ἡ στήλη «Διακυμάνσεις» ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰς παραλλαγὰς τῶν σημείων. Διότι δοθέντος ὅτι ὁ τιμάριθμος τοῦ μηνὸς Φεβρουαρίου εἶναι μεγαλύτερος τοῦ Ἰανουαρίου, ἀντικαθιστῶμεν αὐτὸν διὰ τοῦ σημείου +. Τὸ αὐτὸ διὰ τὸν μῆνα Μάρτιον. Διὰ τὸν μῆνα Ἀπρίλιον σημειοῦμεν —, διότι ὁ τιμάριθμος τοῦ Ἀπριλίου εἶναι μικρότερος τοῦ προηγουμένου αὐτοῦ μηνὸς Μαρτίου.

Τὸ αὐτὸ ἐπαναλαμβάνομεν καὶ διὰ τὴν στατιστικὴν σειρὰν τῶν τιμῶν τοῦ σίτου.

Ἡ τελευταία στήλη περιλαμβάνει τὰ γινόμενα τῶν σημείων, Δηλαδὴ (+). (+)=+, (+). (—)=—, (—).(—)=+. Καὶ οὕτω καθεξῆς.

Ἐὰν ἤδη καλέσωμεν διὰ τοῦ x τὰς θετικὰς διακυμάνσεις καὶ διὰ τοῦ y τὰς ἀρνητικάς, ὁ δείκτης ἐξαρτήσεως δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου,

$$i = \frac{x-y}{x+y} \quad \text{ἢ} \quad i = \frac{\Sigma(x_n - y_n)}{\Sigma(x_n + y_n)}$$

Ἀντικαθιστῶντες δὲ τὸ Σx_n διὰ τοῦ 31 (σύνολον τῶν + τοῦ παραδείγματος) καὶ τὸ Σy_n διὰ τοῦ 4, λαμβάνομεν ἐν τέλει

$$i = \frac{31\,(+) - 4\,(-)}{35} = \frac{27}{35} = 0{,}77$$

§ 3. *Συντελεστὴς ἐξαρτήσεως.*

Ὁ ἀνωτέρω ὑπολογισθεὶς δείκτης ἐξαρτήσεως παρουσιάζει τὸ χαρακτηριστικὸν μειονέκτημα ὅτι δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν τὸ μέγεθος τῶν διακυμάνσεων ἀλλὰ μόνον τὰ θετικὰ ἢ ἀρνητικὰ αὐτῶν σημεῖα.

Διὰ νὰ ἀποφευχθῇ δὲ τοῦτο ὑπολογίζουσι τὸν συντελεστὴν ἐξαρτήσεως.

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τούτου λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν ὄχι πλέον αἱ διακυμάνσεις τῶν σημείων (+ ἢ —) ἀλλὰ αἱ πραγματικαὶ διαφοραὶ εἰς ἀπολύτους ἀρίθμους μετὰ τῶν σημείων αὐτῶν ὡς ἀκολούθως. Δεδομένα τὰ ἴδια ;

1) Ἡ στήλη «Διαφοραὶ» τοῦ κατωτέρω πίνακος περιλαμβάνει τὰς διαφορὰς ἑνὸς ἑκάστου ὅρου ἀπὸ τὸν ἀμέσως αὐτοῦ προηγούμενον. Οὕτω διὰ τὸν τιμάριθμον χονδρικῆς ὁ τοῦ μηνὸς Ἰανουαρίου 1929 εἶναι 1970 καὶ ὁ τοῦ Φεβρουαρίου 2017. Ἄρα διαφορὰ θετικὴ τοῦ Φεβρουαρίου 47. Τοῦ μηνὸς Μαρτίου θὰ εἶναι 2017—2041 = + 24, τοῦ Ἀπριλίου 2025—2041 = — 16. Καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

Ὡσαύτως καὶ διὰ τὰς τιμὰς τοῦ σίτου εἰς τὸ Χρηματιστήριον Ἐμπορευμάτων τοῦ Πειραιῶς. Θὰ ἔχωμεν,

5,86 — 5,63 = + 0,23, 5,82 — 5,86 = — 0,04

2) Ἡ τελευταία στήλη ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰ γινόμενα τῶν διαφορῶν τούτων, τὰ ὁποῖα κατατάσσομεν ἀναλόγως τῶν σημείων. Τούτων δὲ σχηματίζομεν καὶ τὰ σύνολα. Ὁπότε ἔχομεν,

$$\Sigma_x = 417{,}85$$
$$\Sigma_y = 3{,}20$$

	Τιμάριθμος	Τιμαὶ σίτου	Διαφοραὶ		x. y	
	x	y	x	y	+	−
1929						
Ἰανουάριος	1970	5,63				
Φεβρουάριος	2017	5,86	+47	+0,23	1081	
Μάρτιος	2041	5,82	+24	−0,04		88
Ἀπρίλιος	2025	5,63	−16	−0,19	304	
Μάϊος	1986	5,23	−39	−0,40	1560	
Ἰούνιος	1935	5,18	−51	−0,05	255	
Ἰούλιος	2026	6,60	+91	+1,42	12922	
Αὔγουστος	2033	6,83	+ 7	+0,23	161	
Σεπτέμβριος	2019	6,68	−14	−0,15	210	
Ὀκτώβριος	1948	6,11	−71	−0,57	4047	
Νοέμβριος	1925	5,84	−23	−0,27	621	
Δεκέμβριος	1933	6,09	+ 8	+0,25	200	
1930						
Ἰανουάριος	1931	5,95	− 2	−0,14	28	
Φεβρουάριος	1841	5,16	−90	−0,79	7110	
Μάρτιος	1787	4,97	−54	−0,19	1026	
Ἀπρίλιος	1784	4,95	− 3	−0,02	6	
Μάϊος	1722	4,71	−62	−0,24	1448	
Ἰούνιος	1733	4,65	+11	−0,06		66
Ἰούλιος	1726	4,29	− 7	−0,36	252	
Αὔγουστος	1747	4,36	+21	+0,05	105	
Σεπτέμβριος	1729	4,19	−18	−0,17	306	
Ὀκτώβριος	1682	3,79	−47	− 0,40	1880	
Νοέμβριος	1623	3,27	−59	−0,52	3068	
Δεκέμβριος	1597	3,03	−26	−0,24	624	
1931						
Ἰανουάριος	1628	3,01	+31	−0,02		62
Φεβρουάριος	1620	3,14	− 8	+0,13		104
Μάρτιος	1597	3,06	−23	−0,08	184	
Ἀπρίλιος	1623	3,11	+26	+0,05	130	
Μάϊος	1606	3,06	−17	−0,05	85	
Ἰούνιος	1584	2,94	−22	−0,12	264	
Ἰούλιος	1553	2,82	−31	−0,12	372	
Αὔγουστος	1536	2,61	−17	−0,21	357	
Σεπτέμβριος	1516	2,53	−20	− 0,08	160	
Ὀκτώβριος	1564	3,00	+48	+0,47	2256	
Νοέμβριος	1553	2,91	−11	−0,09	99	
Δεκέμβριος	1516	2,75	−39	−0,16	624	
					417,85	3,20

$$I=\frac{\Sigma\,(x-y)}{\Sigma\,(x+y)}=\frac{417{,}85-3{,}20}{417{,}85+3{,}20}=0{,}98$$

3) Ὁ τύπος τοῦ συντελεστοῦ ἐξαρτήσεως μᾶς δίδεται ὡς κατωτέρω.

$I = \frac{\Sigma (x-y)}{\Sigma (x+y)}$. Ἀντικαθιστῶντες δὲ τὰ μὲν x διὰ τοῦ 417,85 καὶ τὰ y διὰ 3,20 καὶ ἐκτελοῦντες τὰς πράξεις εὑρίσκομεν τὸν συντελεστὴν ἐξαρτήσεως ἴσον πρὸς 0,98.

§ 4. *Συντελεστὴς συσχετίσεως.*

Ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως βασίζεται ἐπὶ τῶν τετραγώνων τῶν ἀποκλίσεων τῶν στατιστικῆς τινος σειρᾶς ἀπὸ τοῦ Μέσου ἀριθμητικοῦ. Ὅπως, δηλαδή, διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς τυπικῆς ἀποκλίσεως ἐλάβομεν ὑπ' ὄψιν τὰς ἀποκλίσεις ἑνὸς ἑκάστου ὅρου ἀπὸ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ, οὕτω καὶ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως θὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὰ τετράγωνα τῶν ἀποκλίσεων δύο στατιστικῶν σειρῶν.

Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι δοθεισῶν τῶν τυπικῶν ἀποκλίσεων δύο στατιστικῶν σειρῶν, δυνάμεθα συναρτήσει τούτων νὰ ὑπολογίσωμεν τὸν συντελεστὴν συσχετίσεως.

Ὁ συντελεστὴς συσχετίσεως ὁ ὁποῖος παρίσταται διὰ τοῦ λατινικοῦ στοιχείου r, εὑρίσκεται ὡς ἀκολούθως. Εἶναι τὸ πηλῖκον τῆς διαιρέσεως τοῦ συνόλου τῶν γινομένων τῶν ἀποκλίσεων ἀπὸ τοῦ Μέσου ἀριθμητικοῦ δύο στατιστικῶν σειρῶν, διαιρεθέντος διὰ τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τοῦ γινομένου τοῦ συνόλου τῶν τετραγώνων τῶν ἀποκλίσεων τούτων.

Παράδειγμα. Ἔστωσαν x καὶ y αἱ ἀποκλίσεις τῶν ὅρων δύο στατιστικῶν σειρῶν ἀπὸ τοῦ Μέσου ἀριθμητικοῦ ἑκατέρας. Τότε κατὰ τὸν ὁρισμὸν τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως,

$$r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \, \Sigma y^2}} \qquad (\mathrm{I})$$

Τὸν ἀνωτέρω τύπον δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν καὶ ἐκ τῶν τυπικῶν ἀποκλίσεων τῶν ἀνωτέρων στατιστικῶν σειρῶν. Πράγματι ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις τῆς στατιστικῆς σειρᾶς τῶν ἀποκλίσεων x εἶναι

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}} \quad \text{καὶ τῶν y,} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{n}} \qquad (\mathrm{II})$$

ὁ δέ συντελεστὴς συσχετίσεως ὑπολογιζόμενος ἐκ τυπικῶν ἀποκλίσεων θὰ εἶναι $r = \frac{\Sigma\, x\, y}{n.\ \sigma x.\ \sigma y}$ (III)

Διότι ἐὰν εἰς τὸν τύπον (III) ἀντικαταστήσωμεν τὰς σ διὰ τῶν τιμῶν αὐτῶν (II), λαμβάνομεν,

$$r = \frac{\Sigma\, x\, y}{\sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}}\ \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{n}}} \qquad (\mathrm{IV})$$

Καὶ ἐκτελοῦντες τὰς πράξεις, ἔχομεν,

$$r = \frac{\sum x\,y}{\sqrt{\dfrac{\sum x^2\ \sum y^2}{n^2}}} = \frac{\sum x\,y}{\sqrt{\sum x^2\ \sum y^2}} \qquad (V)$$

Ἐ φ α ρ μ ο γ ή. Στοιχεῖα τὰ ἴδια, ἤτοι ὁ τιμάριθμος χονδρικῆς πωλήσεως καὶ αἱ τιμαὶ τοῦ σίτου εἰς τὸ Χρηματιστήριον Πειραιῶς.

	x	y	Ἀποκλίσεις ἀπὸ τοῦ Μέσου Τιμαρ.	Ἀποκλίσεις ἀπὸ τοῦ Μέσου Τιμ. σίτου	x. y +	x. y —	x^2	y^2
Ἰανουάριος	1970	5,63	+202	+1,19	240,38		40804	1,4161
Φεβρουάριος	2017	5,86	+249	+1,42	353,58		62001	2,0164
Μάρτιος	2041	5,82	+273	+1,38	376,74		74529	1,9044
Ἀπρίλιος	2025	5,63	+257	+1,19	305,83		66049	1,4161
Μάϊος	1986	5,23	+218	+1,79	390,32		47524	3,2041
Ἰούνιος	1935	5,18	+167	+0,74	123,58		27889	0,5476
Ἰούνιος	2026	6,60	+258	+2 16	557,28		66564	4,6656
Αὔγουστος	2035	6,83	+265	+2,39	633,35		70225	5,7121
Σεπτέμβριος	2019	6,68	+251	+2,24	562,24		63001	5,0176
Ὀκτώβριος	1948	6,11	+180	+2,67	480,60		32400	7,1289
Νοέμβριος	1925	5,84	+157	+1,40	219,80		24649	1,9600
Δεκέμβριος	1933	6,09	+165	+1,65	272,25		27225	2,7225
Ἰανουάριος	1931	5,95	+163	+1,51	246,13		26569	2,2801
Φεβρουάριος	1841	5,16	+ 73	+0,72	52,56		5329	0,5184
Μάρτιος	1787	4,97	+ 19	+0,53	10,07		361	0,2809
Ἀπρίλιος	1784	4,95	+ 16	+0,51	8,16		256	0,2601
Μάϊος	1722	4,71	— 46	+0,27		—12,42	2116	0,0729
Ἰούνιος	1733	4,65	— 35	+0,21		— 7,35	1225	0,0441
Ἰούλιος	1726	4,29	— 42	—0,15	6,30		1764	0,0225
Αὔγουστος	1747	4,36	— 21	—0,08	1,68		441	0,0064
Σεπτέμβριος	1729	4,19	— 39	—0,25	9,75		1521	0,0625
Ὀκτώβριος	1682	3.79	— 86	—0,65	55,90		7396	0,4225
Νοέμβριος	1623	3,27	—145	—1,17	169,65		21025	1,3689
Δεκέμβριος	1597	3,03	—171	—1,41	241,11		29241	1,9881
Ἰανουάριος	1628	3,01	—140	—1,43	200,20		19600	2,0449
Φεβρουάριος	1620	3,14	—148	—1,30	192,40		21904	1,6900
Μάρτιος	1597	3,06	—171	—1,38	235,98		29241	1,9044
Ἀπρίλιος	1623	3,11	—145	—1,33	192,85		21025	1,7689
Μάϊος	1606	3,06	—162	—1,38	223,56		26244	1,9044
Ἰούνιος	1584	2,94	—184	—1,50	276.—		33856	2,2500
Ἰούλιος	1553	2,82	—215	—1,62	348,30		46225	2,6244
Αὔγουστος	1536	2,61	—232	—1,83	424,56		53824	3,3489
Σεπτέμβριος	1516	2,53	—252	—1,91	481,32		63504	3,6481
Ὀκτώβριος	1564	3,00	—204	—1,44	293,76		41616	2,0736
Νοέμβριος	1553	2,91	—215	—1,53	328,95		46225	2.3409
Δεκέμβριος	1516	2,75	—252	—1,69	425,88		63504	2.8561
							1166 872	73,4934

Μέσος ὅρος τῶν τιμαρίθμων 1798
Μέσος ὅρος τῶν τιμῶν σίτου 4,44
$\Sigma\, x\, y = 8640{,}92 - 19{,}77 = 8921{,}15$
$\Sigma\, x^2 = 1{,}166.872$
$\Sigma\, y^2 = 73{,}4934$

Ἐπειδὴ δὲ $r = \dfrac{\Sigma\, x\, y}{\sqrt{\Sigma x^2\, \Sigma y^2}}$

ἀντικαθιστῶντες τὰ σύμβολα διὰ τῶν ὑπολογισθέντων στοιχείων λαμβάνομεν.

$$r = \frac{8921{,}15}{\sqrt{1.166{,}872 \times 73{,}4934}} = \frac{8921{,}15}{\sqrt{85.757.390{,}64}} = \frac{8921{,}15}{\sqrt{9260}} = 96{,}34.$$

Ἡ εὑρεθεῖσα συσχέτισις εἶναι πολὺ ὑψηλὴ χαρακτηρίζουσα τὴν ζωηροτάτην ἐπίδρασιν, ἥτις ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ γενικοῦ σταθμικοῦ τιμαρίθμου χονδρικῆς πωλήσεως, ἐκ τῶν τιμῶν τοῦ σίτου.

Τὸν αὐτὸν συντελεστὴν εὑρίσκομεν ἐὰν ὑπολογίσωμεν τοῦτον χρώμενοι τῶν τυπικῶν ἀποκλίσεων, τῶν δύο στατιστικῶν σειρῶν, τοῦ τιμαρίθμου χονδρικῆς καὶ τῶν τιμῶν τοῦ σίτου.

Πράγματι ἡ τυπικὴ ἀπόκλισις τοῦ τιμαρίθμου εἶναι,

$$\sigma x = \sqrt{\frac{\Sigma\, x^2}{n}} = \sqrt{\frac{1166872}{36}} = 180$$

καὶ τῶν τιμῶν τοῦ σίτου,

$$\sigma y = \sqrt{\frac{\Sigma\, y^2}{n}} = \sqrt{\frac{73{,}49}{36}} = 1{,}43$$

$$\text{Συνεπῶς, } r = \frac{\Sigma\, x\, y}{n.\ \sigma x.\ \sigma y} = \frac{8921{,}15}{36.180.\ 1{,}43} = 96{,}27$$

ἡ παρατηρουμένη μικρὴ διαφορὰ (96,34—96,27) 0,07 ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι δὲν ἐλήφθησαν ὑπ' ὄψιν διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ r = 96,27 αἱ προσεγγίσεις εἰς τὴν ἐξαγωγὴν τετραγωνικῶν ῥιζῶν.

§ 5. *Ἐπιφυλάξεις ὡς πρὸς τὴν ἐφαρμογὴν τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως.*

Ἡ χρῆσις τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως διὰ τὴν ἀνακάλυψιν τῶν ὑπαρχουσῶν σχέσεων μεταξὺ δύο ἢ περισσοτέρων οἰκονομικῶν φαινομένων ἐπιβάλλει ἐπιφυλάξεις τινας, διότι οἱ συντελεσταὶ συσχετίσεως ὁσονδήποτε ὑψηλοὶ καὶ ἂν τυγχάνωσι, δὲν δημιουργοῦσι σχέσιν αἰτιατοῦ μεταξὺ τῶν ὑπὸ ἔρευναν φαινομένων. Ἐκ τοῦ ἁπλοῦ, δηλαδή, γεγονότος τῆς εὑρέσεως ὑψηλοῦ τινος συντελεστοῦ μεταξὺ δύο οἰκονομικῶν φαινομένων, δὲν ἕπεται ὅτι μεταξὺ τούτων ὑπάρχει σχέσις αἰτίας καὶ ἀποτελέσματος.

Τὰ παραδείγματα ἀφθονοῦσι κατὰ τὰ ὁποῖα καίτοι εὑρέθη ὑψηλὸς συντελεστὴς συσχετίσεως ἐν τούτοις οὐδεμία ἄμεσος σχέσις ὑφίστατο μεταξὺ τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων. Καὶ τοῦτο διότι εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην πολὺ πιθανὸν ἡ παρατηρηθεῖσαι σ υ μ μ ε τ α β λ η τ ι κ ό τ η ς τούτων νὰ ἐξηρτᾶτο ἀπὸ τρίτον φαινόμενον.

Ὁ συντελεστὴς συσχετίσεως ἐνέχει ἁπλῶς τὴν ἔννοιαν τῆς συμμεταβολῆς ἢ τῆς συμμεταβλητικότητος. Προσμετρᾷ μὲν ταύτην χωρὶς ὅμως τοῦτο νὰ σημαίνῃ ὅτι δι' αὐτοῦ δημιουργοῦνται ἐπιστημονικαὶ ἀλήθειαι. Διότι τὴν πιθανὴν ὕπαρξιν αἰτιολογικοῦ δεσμοῦ μεταξὺ τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων θὰ ἀνεύρωμεν εἰς τὰς θεωρητικὰς βάσεις τῆς οἰκονομικῆς ἐπιστήμης, τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως ἀποτελοῦντος ἁπλῶς χρησιμωτάτου καὶ πολυτίμου ὀργάνου διὰ τὸν ποσοτικὸν προσδιορισμὸν τῆς σχέσεως ταύτης.

Κατὰ τὸν καθηγητὴν Α. Aftalion, ὁ συντελεστὴς συσχετίσεως ἔχει χαρακτῆρα περιγραφικόν. Διὰ τούτου προσδιορίζεται μαθηματικῶς ὅ,τι ὑ π ῆ ρ ξ ε χωρὶς νὰ παρέχηται καὶ ὁ νόμος τῆς μελλοντικῆς διαμορφώσεως τοῦ φαινομένου.

Ἐκτὸς ἐὰν ἡ στατιστικὴ παρατήρησις βασίζεται ἐπὶ τῆς θεωρίας τῆς οἰκονομικῆς ἐπιστήμης, δημιουργοῦσα οὕτω τὸν Νόμον τοῦ φαινομένου.

Εἶναι βεβαίως ἀληθὲς ὅτι πολλὰ οἰκονομικὰ καὶ κοινωνικὰ φαινόμενα παρουσιάζουσιν ὑψηλὸν συντελεστήν. Πλὴν ὅμως ἡ αἰτία ὀφείλεται ὄχι εἰς τὴν ἐπίδρασιν τοῦ ἑνὸς ἐπὶ τοῦ ἑτέρου, ἀλλὰ εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι ἀμφότερα ὑπείκουσιν εἰς κ ο ι ν ή ν τ ι ν α αἰτίαν καὶ ἐπὶ τοῦ προκειμένου εἰς τὴν περιοδικότητα τῶν οἰκονομικῶν κύκλων. Οὕτω λ. χ. κατὰ τὰς περιόδους τῆς οἰκονομικῆς εὐημερίας παρατηρεῖται αὔξησις τῶν γάμων καὶ ἐπίσης αὔξησις τῶν ἐργατικῶν ἀτυχημάτων. Ἐὰν ὑπολογίσωμεν τὸν συντελεστὴν συσχετίσεως τῶν δύο τούτων στατιστικῶν σειρῶν, εἶναι βέβαιον ὅτι οὗτος θὰ εὑρεθῇ ἀρκούντως ὑψηλός. Πλὴν ὅμως ἐκ τούτου δὲν ἕπεται ὅτι μεταξὺ τῶν γάμων καὶ τῶν ἐργατικῶν ἀτυχημάτων ὑφίσταται σύνδεσμος ἢ σχέσις αἰτίας καὶ ἀποτελέσματος! Διότι ἡ ἐξήγησις ἡ παρεχομένη ὑπὸ τῆς θεωρίας διδάσκει ὅτι κατὰ τὰς περιόδους τῆς εὐημερίας λόγῳ τοῦ συμπαρομαρτοῦντος γενικοῦ οἰκονομικοῦ ὀργασμοῦ, ὄχι μόνον οἱ γάμοι αὐξάνονται ἀλλὰ καὶ τ' ἀτυχήματα ἐπίσης. Καὶ οἱ μὲν γάμοι αὐξάνονται, διότι λόγῳ τῆς παρατηρουμένης οἰκονομικῆς εὐεξίας οἱ ἄνθρωποι εὐκολώτερον προσέρχονται εἰς γάμου κοινωνίαν, τὰ δὲ ἀτυχήματα αὐξάνονται διότι ἡ ἀπασχόλησις τῶν ἐργατικῶν χειρῶν εἶναι μεγαλυτέρα καὶ ἡ παραγωγὴ ἐντονωτάτη.

§ 6. *Ἐφαρμογαὶ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς συσχετίσεως.*

Ἡ ἐφαρμογὴ τοῦ ὑπολογισμοῦ τοῦ συντελεστοῦ τῆς συσχετίσεως ἀντιμετωπίζεται κατὰ δύο τρόπους. Πρῶτον ἀπὸ ἀπόψεως τοῦ δυνατοῦ τῆς προβλέψεως ἑνὸς οἰκονομικοῦ φαινομένου καὶ δεύτερον ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τῆς δημιουργίας τῆς Στατικῆς Οἰκονομίας.

Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν περιλαμβάνονται αἱ ἐμπειρικοστατιστικαὶ ἔρευναι τῶν Οἰκονομικῶν Βαρομέτρων καὶ ἰδίως αἱ ὡς ὑπόδειγμα τῶν μετέπειτα χρησιμεύσασαι ἐργασίαι τῆς Committee τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Harvard, εἰς δὲ τὴν δευτέραν αἱ ἔρευναι τοῦ καθηγητοῦ Moore.

1ον) Εἶναι ἀληθὲς ὅτι εἰς πολλὰς στατιστικὰς καμπύλας δύναται νὰ παρατηρηθῇ παραλληλισμὸς τῆς κατευθύνσεως τῶν διακυμάνσεων αὐτῶν. Ὁ παραλληλισμὸς οὗτος τῶν καμπυλῶν καθιστᾷ ἐμφανῆ τὴν ὑπόθεσιν ὅτι αἱ διακυμάνσεις τοῦ ἑνὸς φαινομένου προηγοῦνται τοῦ ἑτέρου, μάλιστα δ' ὅταν ἡ προτεραιότης αὕτη βασίζεται ἐπὶ τῶν ἀρχῶν τῆς οἰκονομικῆς θεωρίας. Οὕτω λ.χ. προκειμένου τῶν τιμαρίθμων χονδρικῆς καὶ λιανικῆς πωλήσεως, ὁ τῆς χονδρικῆς προηγεῖται τῆς λιανικῆς. Εἰς τρόπον ὥστε ἐκ τῶν διακυμάνσεων τοῦ τιμαρίθμου χονδρικῆς δυνάμεθα νὰ προβλέψωμεν τὸν τιμάριθμον λιανικῶς.

Πρὸς τοῦτο ὑπολογίζομεν τὸν συντελεστὴν συσχετίσεως τῶν δύο σειρῶν. Κατόπιν προωθοῦμεν τὸν τιμάριθμον χονδρικῆς κατὰ 1, 2 ἢ 3 μῆνας καὶ ὑπολογίζομεν ἐκ νέου τοὺς συντελεστὰς συσχετίσεως κατὰ τὰς γινομένας προωθήσεις. Ἐκ τῆς παραβολῆς δὲ τῶν διαφόρων εὑρεθέντων συντελεστῶν πρὸς ἀλλήλους ἐξάγομεν τὸ ἐμπειρικὸν συμπέρασμα περὶ τοῦ χρονικοῦ διαστήματος καθ' ὃ ὁ τιμάριθμος χονδρικῆς προηγεῖται τοῦ τῆς λιανικῆς. Τὸ χρονικὸν δὲ τοῦτο διάστημα θ' ἀντιστοιχῇ πρὸς τὸν ὑψηλότερον συντελεστήν.

Ἀλλὰ ἅπαξ ἔτι ἀνάγκη νὰ τονίσωμεν ὅτι ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ συντελεστοῦ ἀποτελεῖ τὸν ποσοτικὸν προσδιορισμὸν τῆς ἀλληλουχίας τῶν δύο καμπυλῶν, τῆς ἀλληλουχίας ταύτης καθισταμένης ἐμφανοῦς καὶ διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ (ποιοτικὸς προσδιορισμός). Δηλαδή, καὶ ἐνταῦθα ὅπως καὶ εἰς ὅλας τὰς ἐφαρμογὰς ὁ συντελεστὴς συσχετίσεως δὲν ἀνακαλύπτει σχέσεις ἀλλὰ μετὰ μαθηματικῆς ἀκριβείας καθορίζει τὰς ὑπαρχούσας μεταξὺ τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων.

Εὐρυτάτη ἐφαρμογὴ ὑπολογισμοῦ συντελεστῶν συσχετίσεως ἐγένετο παρὰ τῆς Committee τῆς Harvard διὰ τὴν πρόβλεψιν τῶν 3 καμπυλῶν A, B, C. Ἀλλὰ καὶ ἐνταῦθα προηγήθη ἡ ἔρευνα τῆς χρονικῆς προτεραιότητος διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ καὶ ἐπηκολούθησεν ἡ μαθηματικὴ ἐξακρίβωσις διὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν συντελεστῶν.

Τ' ἀποτελέσματα τῆς τοιαύτης προωθήσεως ὑπῆρξαν τὰ κάτωθι:

1) Μεταξὺ τῶν Βιομηχανικῶν ἀξιῶν καὶ τοῦ τιμαρίθμου τοῦ Bradstreet

α')	Προηγουμένης	τῆς	καμπύλης	τῶν ἀξιῶν	14	μῆνας	r=0,37
β')	»	»	»	»	12	»	r=0,52
γ')	»	»	»	»	10	»	r=0,63

Ἑπομένως τυπικὴ προτεραιότης τῶν 10 μηνῶν.

2) Μεταξὺ τῶν σιδηροδρομικῶν ἀξιῶν καὶ τοῦ ἰδίου τιμαρίθμου

α')	Προηγουμένων	τῶν ἀξιῶν	κατὰ	12	μῆνας	r=0,68
β')	»	»	»	10	»	r=0,76
γ')	»	»	»	8	»	r=0,75
δ')	»	»	»	6	»	r=0,70

Τυπικὴ προτεραιότης τῶν 8 μηνῶν. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ r τῶν 10 μηνῶν εἶναι περίπου ὁ αὐτός, θεωροῦσι ὡς τυπικὴν προτεραιότητα τοὺς 8—10 μῆνας.

3) Μεταξὺ τοῦ τιμαρίθμου καὶ τοῦ προεξοφλητικοῦ τόκου.

α′) Προηγουμένων τῶν τιμῶν κατὰ 2 μῆνας r=0,74

β′) » » » » 4 » r 0,80

γ′) » » » » 6 r 0,76

Τυπικὴ προτεραιότης τῶν 4 μηνῶν.

Αἱ προτεραιότητες αὗται ἀποτελοῦσι τὸν τύπον, δι' ὅλην τὴν ἐξεταζομένην περίοδον (1903—1915). Εἶναι ὅμως πολὺ πιθανὸν ἡ προτεραιότης αὕτη νὰ μὴ εἶναι ἡ ἰδία δι' ὅλην τὴν περίοδον, ὁπότε καὶ πάλιν τῇ βοηθείᾳ τοῦ ὀφθαλμοῦ θὰ χωρίσωμεν ταύτην εἰς μικροτέρας περιόδους καὶ θὰ ὑπολογίσωμεν τοὺς συντελεστὰς τῶν περιόδων τούτων, ὁπότε θὰ ἀνεύρωμεν διαφόρους ἐπιβραδύνσεις ἀναλόγως τῶν ἐτῶν τὰ ὁποῖα ἐλάβομεν ὑπ' ὄψιν.

2ον. Σπουδαία ἐπίσης ἐφαρμογὴ τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως ἐγένετο παρὰ τοῦ καθηγητοῦ Moore. Ὁ Moore ἀνήκει εἰς τὴν μαθηματικο-ἐμπειρικὴν οἰκονομικὴν Σχολήν. Ἠθέλησε δὲ διὰ τῆς στατιστικῆς ἀναλύσεως νὰ ἐλέγξῃ τὰς γενικὰς οἰκονομικὰς θεωρίας.

Τὰ δύο ἔργα αὐτοῦ τὸ «Laws of wages» καὶ τὸ «Economic Cycles» περιέχουσιν εὐρυτάτας ἐφαρμογὰς τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως.

Οὕτω μεταξὺ τῶν ἐργατικῶν μισθῶν τῶν ἀνδρῶν καὶ τῶν γυναικῶν διὰ τὰς Ἡνωμένας Πολιτείας εὗρε συντελεστὴν 0,866 ὅπερ σημαίνει ὅτι οἱ μισθοὶ τῶν γυναικῶν παρακολουθοῦσιν ἐκ τοῦ σύνεγγυς τοὺς μισθοὺς τῶν ἀνδρῶν. Ὑψουμένων δηλαδὴ τῶν μισθῶν τῶν ἀνδρῶν ὑψοῦνται καὶ οἱ τῶν γυναικῶν καὶ ἀντιστρόφως.

Ἐν Γαλλίᾳ μεταξὺ τῶν μισθῶν τῶν εἰδικευμένων ἐργατῶν καὶ τῶν μὴ εἰδικευμένων εὑρέθη συντελεστὴς 0,775. Τοῦτο σημαίνει ὅτι οἱ εἰδικευμένοι ἐργάται πληρώνονται κατὰ 22 ο|ο ὑψηλότερα τῶν μὴ εἰδικευμένων.

Ὡσαύτως ἄξιαι ἐνδιαφέροντος εἶναι αἱ ὑπὸ τοῦ καθηγητοῦ Moore εὑρεθεῖσαι συσχετίσεις μεταξὺ τῶν βροχῶν εἰς τὴν Πολιτείαν Illinois καὶ τῆς ἀποδόσεως τοῦ ἀραβοσίτου.

1) Οὕτω μεταξὺ τῶν βροχῶν τοῦ μην. Ἰουνίου καὶ τῆς ἀποδόσεως r=0,069

2) » » » » » » Ἰουλίου » » r=0,497

3) » » » » » » Αὐγούστου » » r=0,293

4) » » » » » » Σεπτεμβρίου » » r=0,087

Ἄρα ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς ἀποδόσεως τοῦ ἀραβοσίτου ἐξασκοῦσιν αἱ βροχαὶ τῶν μηνῶν Ἰουλίου καὶ Αὐγούστου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ VI
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑΙ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ

§ 1. *Κίνησις μακρᾶς διαρκείας.*

Ἡ ἐξέλιξις τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς δὲν συντελεῖται κανονικῶς καὶ μετὰ καθορισμένου ρυθμοῦ συγκεκριμένης μορφῆς, ἀλλὰ συνεχῶς τὰ οἰκονομικὰ φαινόμενα ὑφίστανται διαρκεῖς διακυμάνσεις.

Αἱ διακυμάνσεις τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα ὁτὲ μὲν τῶν ἑκάστοτε μεταβολῶν τῆς παραγωγῆς, ὁτὲ δὲ αἰτίαν ἔχουσι τὰς κλιματολογικὰς συνθήκας.

Εἰς τὴν μελέτην τῶν διακυμάνσεων τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων, μεγάλως συνέβαλεν ἡ ἔρευνα τῶν οἰκονομικῶν κρίσεων, σπουδαίως βοηθηθεῖσα ὑπὸ τῆς οἰκονομικῆς Ἱστορίας.

Διὰ δὲ τῆς στατιστικῆς ἀναλύσεως τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων τὰ ὁποῖα ἐκφράζονται ἀριθμητικῶς, καθίσταται εὐχερεστέρα ἡ διάγνωσις τῶν διακυμάνσεων τούτων καὶ ἐπιτυγχάνεται ἡ καταμέτρησις τῶν μεταξὺ αὐτῶν διαφόρων σχέσεων.

Τὸ ἀπαραίτητον δὲ προαπαιτούμενον ἑκάστης στατιστικῆς ἀναλύσεως εἶναι ἡ γραφικὴ ἀναπαράστασις τῶν στατιστικῶν σειρῶν. Ἡ ἀναπαράστασις αὕτη καθιστᾷ εὐχερῆ τὴν διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ παρακολούθησιν τῆς διαδρομῆς τῶν ὑπὸ ἔρευναν οἰκονομικῶν φαινομένων.

Ἄλλως τε ἔχει παρατηρηθῆ ὅτι ὁ ὀφθαλμὸς συλλαμβάνει σαφέστερον τὰς κυριωτέρας διακυμάνσεις παραλειπομένων τῶν λεπτομερειῶν. Τοιουτοτρόπως δὲ δημιουργεῖται ἡ ἐντύπωσις τῆς γενικῆς κατευθύνσεως τοῦ φαινομένου, ἡ βασικὴ αὐτοῦ φορά

Πράγματι, διὰ μέσου τῆς πληθύος τῶν διαφόρων ἐναλλαγῶν τῆς ποικιλίας τῶν ὑψώσεων καὶ πτώσεων, τῆς καμπύλης τοῦ διαγράμματος, διακρίνεται μία κανονικὴ καὶ συνεχὴς ἐξέλιξις τοῦ φαινομένου, ὅπερ ἀναπαρίσταται διὰ τῆς στατιστικῆς σειρᾶς.

Ἡ συγκεκριμένη αὕτη ἐξέλιξις, ἡ φορὰ τοῦ διαγράμματος πρὸς ὡρισμένην κατεύθυνσιν ἀνυψωτικὴν ἢ πτωτικήν, ἀποτελεῖ τὴν λεγομένην «διακύμανσιν» ἢ «φορὰν» ἢ «κίνησιν μακρᾶς διαρκείας».

Ἡ «κίνησις μακρᾶς διαρκείας» ἀποτελεῖ τὴν κατεύθυνσιν τὴν ὁποίαν θὰ ἐλάμβανε τὸ οἰκονομικὸν φαινόμενον, ἐὰν δὲν ἐπήρχοντο αἱ διὰ τῆς ἐπενεργείας τοῦ χρόνου ἀλλοιώσεις εἰς τὴν σύνθεσιν τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς.

Διὰ διαφόρων δὲ μεθόδων ἐπιτυγχάνεται ὁ ὑπολογισμὸς καμπύλης τινος, ἀνταποκρινομένης εἰς τὴν «φορὰν» τοῦ οἰκονομικοῦ φαινομένου.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΕΩΣ ΜΑΚΡΑΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ

§ 1. *Μέθοδος τῶν κινητῶν Μέσων.*

Ἡ μέθοδος τῶν «κινητῶν Μέσων» εἶναι ἁπλουστάτη. Αὕτη συνίσταται εἰς τὴν ἀντικατάστασιν τῆς δοθείσης στατιστικῆς σειρᾶς διά τινος ἄλλης, τῆς ὁποίας ἕκαστος ὅρος ἀποτελεῖ τὸν μέσον ἀριθμητικόν, ὅρων τινων τῆς πρώτης σειρᾶς.

Διὰ τοῦ ἑπομένου παραδείγματος παριστῶντος τοὺς ἀριθμοδείκτας τῆς ἀξίας τῶν εἰσαγωγῶν τοῦ ἐμπορίου τῆς Ἑλλάδος (100—1913), καθίσταται ἐμφανὴς ὁ τρόπος τῆς ἀντικαταστάσεως τῆς ἀρχικῆς χρονολογικῆς σειρᾶς διὰ τῆς νέας :

Ἀξία τῶν Εἰσαγωγῶν τοῦ Ἐμπορίου τῆς Ἑλλάδος (100—1913)

ΕΤΗ	Πραγματικοὶ ἀριθμοὶ	Κίνησις μακρᾶς διαρκείας	Κυκλικαὶ διακυμάνσεις
1881	65	—	—
1882	80	—	—
1883	68	68	0
1884	65	68	— 3
1885	64	67	— 3
1886	65	66	— 1
1887	74	68	6
1888	61	68	— 7
1889	74	71	3
1890	68	70	— 2
1891	78	68	10
1892	67	65	2
1893	51	64	—13
1894	62	61	1
1895	60	61	— 1
1896	65	64	1
1897	65	68	— 3
1898	78	71	7
1899	74	78	— 4
1900	74	76	— 2
1901	79	76	3
1902	77	77	0
1903	77	78	— 1
1904	77	78	— 1
1905	79	88	1
1906	81	80	— 1
1907	84	84	0
1908	87	86	1
1909	87	89	— 2
1910	90	90	0
1911	97	92	5
1912	88	—	—
1913	100	—	—

Ὁ ἀριθμοδείκτης 68 τῆς «κινήσεως μακρᾶς διαρκείας» εἶναι ὁ μέσος ὅρος τῶν 5 πρώτων ἀριθμοδεικτῶν τῆς δοθείσης στατιστικῆς σειρᾶς. Διότι (65+80+68+65+64) : 5=68. Δηλαδή, τὸν μέσον ὅρον τῶν 5 πρώτων ἐτῶν τῆς ἀξίας τῶν εἰσαγωγῶν, θεωροῦμεν ὡς π ρ ῶ τ ο ν ὅρον τῆς «κινήσεως μακρᾶς διαρκείας. Τοποθετοῦμεν δὲ τοῦτον εἰς τὸ κ έ ν τ ρ ο ν τῶν

5 ἐτῶν δηλαδὴ εἰς τὸ ἔτος 1883. Ἐπὶ τοῦ προκειμένου μάλιστα ἐκ συμπτώσεως ὁ μέσος ὅρος καὶ ὁ ἀρχικὸς ἀριθμοδείκτης εἶναι ὁ αὐτός.

Ὥστε ὁ μέσος ἀριθμητικὸς τοῦ 1ου, 2ου, 3ου, 4ου καὶ 5ου ὅρων τῆς ἀρχικῆς στατιστικῆς σειρᾶς θὰ μᾶς δώσῃ τὸν 1ον ὅρον τῆς νέας σειρᾶς, ὁ ὁποῖος θὰ τεθῇ εἰς τὸ ἔτος τοῦ 3ου ὅρου τῆς ἀρχικῆς σειρᾶς.

Διὰ τὸν ὑπαλογισμὸν τοῦ ἑπομένου 2ου ὅρου τῆς «κινήσεως μακρᾶς διαρκείας» τοῦ ἑπομένου ἔτους 1884 θὰ προβῶμεν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον. Θὰ εὕρωμεν τὸν μέσον ἀριθμητικὸν 5 ὅρων τῆς ἀρχικῆς σειρᾶς ἀφήνοντες κατὰ μέρος τὸν πρῶτον ὅρον. Δηλαδή, ὁ 2ος ὅρος τῆς νέας σειρᾶς θὰ μᾶς δοθῇ ὑπὸ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ τοῦ 2ου, 3ου, 4ου, 5ου καὶ 6ου ὅρων τῆς ἀρχικῆς σειρᾶς, ἤτοι (80+68+65+64+65) : 5=68. Ὁ τρίτος ὅρος τῆς νέας σειρᾶς διὰ τὸ ἔτος 1885 εἶναι ὁ μέσος ὅρος τοῦ 3ου, 4ου, 5ου, 6ου καὶ 7ου ὅρων τῆς ἀρχικῆς σειρᾶς, ἤτοι (68+65+64+65+74) : 5=67. Καὶ οὕτω καθεξῆς.

Ὁ ἀριθμὸς τῶν ὅρων τῶν ὁποίων γίνεται χρῆσις διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ μέσου ὅρου δὲν εἶναι ὡρισμένος. Ἐὰν ἀντὶ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ τῶν 5 ὅρων τοῦ παραδείγματος, ἐλαμβάνομεν 7 ὅρους τότε ὁ 1ος ὅρος τῆς νέας σειρᾶς θ' ἀντιστοίχει εἰς τὸ τέταρτον ἔτος 1884. Ἐὰν 9 εἰς τὸ πέμπτον ἔτος 1885.

Ἡ εὑρεθεῖσα νέα στατιστικὴ σειρὰ τῶν ἀριθμοδεικτῶν παριστᾷ τὴν «κίνησιν μακρᾶς διαρκείας». Ἐπειδὴ δὲ τὸ ἐν λόγῳ οἰκονομικὸν φαινόμενον ἡ ἀξία τῶν εἰσαγωγῶν περιέχει καὶ «κυκλικὰς διακυμάνσεις» συμφώνως μὲ τὰς παρατηρήσεις τῆς οἰκονομικῆς στατιστικῆς, διὰ νὰ ἔχωμεν τὰς κυκλικὰς ταύτας διακυμάνσεις, ἀρκεῖ ν' ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τοὺς ἀριθμοδείκτας τῆς δοθείσης στατιστικῆς σειρᾶς, τοὺς διὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ εὑρεθέντας ἀριθμοδείκτας τῆς «κινήσεως μακρᾶς διαρκείας». Ἤτοι δέον νὰ θεωρήσωμεν τὰς κυκλικὰς διακυμάνσεις ὡς «ἀποκλίσεις» (écart) τῆς «κινήσεως μακρᾶς διαρκείας» ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν στατιστικὴν σειράν.

Δυνάμεθα ὅμως νὰ θεωρήσωμεν τὰς ἀποκλίσεις ταύτας καὶ ὡς ποσοστὰ τῆς κινήσεως μακρᾶς διαρκείας ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν σειράν.

Ἡ μέθοδος αὕτη εἶναι μὲν ἁπλουστάτη, παρουσιάζει ὅμως δύο μειονεκτήματα.

Πρῶτον, ἡ ἐπιτυγχανομένη γραμμὴ τῆς μακρᾶς διαρκείας δὲν ἀνταποκρίνεται πλήρως πρὸς τὴν πραγματικότητα, πρὸ πάντων ὅταν ἡ περίοδος τὴν ὁποίαν ἔχομεν ὑπ' ὄψιν περιλαμβάνει πολλοὺς οἰκονομικοὺς κύκλους. Διότι ἡ θεωρουμένη γραμμὴ τῆς κινήσεως μακρᾶς διαρκείας περιλαμβάνει καὶ κυκλικὰς διακυμάνσεις.

Δεύτερον μειονέκτημα ἀποτελεῖ τὸ γεγονὸς ὅτι διὰ τῆς μεθόδου τῶν Κινητῶν Μέσων ἐγκαταλείπονται ὅροι τινὲς εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς στατιστικῆς σειρᾶς καὶ ἰσάριθμοι πρὸς τὸ τέλος. Ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω παραδείγματος ἐγκατελείφθησαν 4 ὅροι. Ἐνῷ ἀντιθέτως εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῆς κινήσεως μακρᾶς διαρκείας, διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων, περιλαμβάνονται ὅλοι οἱ ὅροι στατιστικῆς τινος σειρᾶς.

Διὰ τοῦτο αἱ νεώτεραι οἰκονομικοστατιστικαὶ ἔρευναι χρησιμοποιοῦσι τὴν μέθοδον τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.

§ 2. *Μέθοδος τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.*

Ἡ κίνησις μακρᾶς διαρκείας εἶναι καταφανὴς εὐθὺς ἅμα τῇ γραφικῇ παραστάσει. Μάλιστα δὲ ἐξησκημένος στατιστικὸς δύναται προχείρως νὰ χαράξῃ ταύτην ἄνευ ὑπολογισμοῦ. Ἡ κίνησις μακρᾶς διαρκείας δύναται νὰ εἶναι καὶ παραβολή. Εἰς τὰς ἐργασίας της ἡ Committee τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Harvard εὗρεν εἰς τὰς περισσοτέρας περιπτώσεις εὐθεῖαν γραμμήν.

§§ 1. *TREND 1ου βαθμοῦ* (εὐθεῖα γραμμή).

Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς κινήσεως μακρᾶς διαρκείας τοῦ 1ου βαθμοῦ, διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων, ὁδηγεῖ εἰς τὴν ἐξεύρεσιν γραμμῆς τινος εὐθείας, τοιαύτης ὥστε τὸ σύνολον τῶν τετραγώνων τῶν ἀποστάσεων ἐξ ἑκάστου ὅρου τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς νὰ καθίσταται ἐλάχιστον. Διὰ τῆς μεθόδου ταύτης θέλομεν νὰ μάθωμεν τὴν κλίσιν τῆς γραμμῆς, τὸν γωνιώδη αὐτῆς συντελεστήν, ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τῶν τεταγμένων τοῦ χρόνου.

Ὁ μαθηματικὸς προσδιορισμὸς τοῦ «growth element» κατὰ W. Persons γίνεται διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τῆς εὐθυγραμμικῆς ἐξισώσεως $y=mx+b$ ἔνθα m καὶ b αἱ ποσότητες αἱ καθιστῶσαι ἐλάχιστον τὸ σύνολον τῶν τετραγώνων τῶν σφαλμάτων, δηλαδή,

$$[y_1-(mx_1+b)]^2+[y_2-(mx_2+b)]^2+\ldots+[y_n-(mx_n+)]^2. \qquad (I)$$

Ἐὰν καλέσωμεν e τὸ ἐλάχιστον τοῦτο, ἔχομεν

$$\Sigma\,[y-mx-b]^2=e \qquad (II)$$

Ἐπειδὴ ὅμως $z=y-M$, καὶ $y=z+M$, (III)

ἀντικαθιστῶντες, λαμβάνομεν

$$\Sigma\,[z+M-mx-b]^2=e \qquad (IV)$$

$$\text{ἢ}\quad \Sigma\,[(z-mx)+(M-b)^2]=e \qquad (V)$$

Ἐκτελοῦντες τὸν τετραγωνισμόν, ἔχομεν

$$\Sigma\,[(z-mx)^2+2(z-mx).(M-b)+(M-b)^2]=e \qquad (VI)$$

$$\text{ἢ}\quad \Sigma\,(z-mx)^2+2(M-b).(\Sigma z-m\Sigma x)+N(M-b)^2=e \qquad (VII)$$

Ἐπειδὴ ὅμως $\Sigma z=0$ καὶ $\Sigma x=0$, ἡ παράστασις (VII) γίνεται

$$\Sigma\,(z-mx)^2+N(M-b)^2=e \qquad (VIII)$$

Ὁπότε

$$e=\Sigma\,(z-mx)^2+N(M-b)^2. \qquad (IX)$$

Δηλαδή, ἡ μικροτέρα τιμὴ τὴν ὁποίαν δύναται νὰ λάβῃ τὸ e διὰ νὰ καταστῇ ἐλάχιστον θὰ εἶναι ἡ

$$e=\Sigma\,(z-mx)^2. \qquad (X)$$

Ἀντικαθιστῶντες δὲ ταύτην εἰς τὴν ἐξίσωσιν (VIII) λαμβάνομεν

$$N\,(M-b)^2=0 \quad \text{ἢ} \quad b=M.$$

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ m, ἐκτελοῦμεν τὸν τετραγωνισμὸν τῆς (X) ἐξισώσεως,

$$\Sigma\,(z^2-2mxz+m^2x^2)=e \qquad \text{(XI)}$$

$$\text{ἢ} \quad m^2\Sigma x^2-2m\Sigma xz+\Sigma z^2-e=0. \qquad \text{(XII)}$$

Ἐπιλύοντες δὲ ὡς πρὸς m, λαμβάνομεν

$$m=\frac{\Sigma xz+\sqrt{(\Sigma xz)^2-\Sigma x^2(\Sigma z^2-e)}}{\Sigma z^2}$$

ἔνθα ἡ μικροτέρα τιμὴ τὴν ὁποίαν δύναται νὰ λάβῃ τὸ e, εἶναι ἐκείνη ἥτις μηδενίζει τὸ ῥιζικόν. Ἐν τοιαύτῃ δὲ περιπτώσει θὰ ἔχωμεν

$$m=\frac{\Sigma xz}{\Sigma x^2}$$

Ἡ ἐξίσωσις ὅθεν τῆς «κινήσεως μακρᾶς διαρκείας» εἶναι

$$y=\frac{\Sigma xz}{\Sigma x^2}\,x+\frac{\Sigma y}{N}$$

Ὑπολογισμὸς τῆς TREND 1ου βαθμοῦ. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς κινήσεως μακρᾶς διαρκείας ἀντὶ νὰ λογίζωνται τὰ ἔτη ἀπὸ τοῦ 1 καὶ ἐφεξῆς, ἤτοι 0, 1, 2, 3, 4.....n, λογίζονται ταῦτα ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς στατιστικῆς σειρᾶς ἔνθα θέτομεν τὸ 0. Οὕτω δοθέντος ὅτι ἡ στατιστικὴ σειρὰ τοῦ κατωτέρω παραδείγματος, περιλαμβάνει 33 ὅρους, θέτομεν 0 εἰς τὸν κεντρικὸν ὅρον $\left(\frac{33+1}{2}\right)$, τὸν 17ον ὅρον, δηλαδή, εἰς τὸ ἔτος 1897. Ὑπερθεν τούτου τάσσονται αἱ μονάδες τοῦ χρόνου μὲ τὰ ἀρνητικὰ σημεῖα καὶ κάτωθεν μὲ τὰ θετικά. Εἶναι ἀληθὲς ὅτι τὸ ἀλγεβρικὸν σύνολον αὐτῶν ἰσοῦται μὲ τὸ 0, πλὴν ὅμως λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν μόνον τὰ τετράγωνα τῶν ἀριθμῶν τούτων.

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν τετραγώνων τοῦ χρόνου χρώμεθα τοῦ τύπου,

$$\Sigma x^2=\frac{(n-1)\,n\,(n+1)}{12} \qquad (1$$

Ἔνθα n ὁ ἀριθμὸς τῶν ὅρων τῆς στατιστικῆς σειρᾶς.

Παράδειγμα 1ον. Ἔστω ἡ κάτωθι στατιστικὴ σειρὰ τῶν εἰσαγωγῶν τοῦ ἐμπορίου τῆς Ἑλλάδος ὡς πρὸς βάσιν 100 τὸ 1913.

1) Μέσος ὅρος τῆς σειρᾶς $\frac{\Sigma y}{n}=74$

2) $\Sigma x^2=2992$ ἢ καὶ ἀπ' εὐθείας ἐκ τοῦ τύπου (1) λαμβάνομεν,

$$\Sigma x^2=\frac{(33-1)\,33.(33+1)}{12}=2992$$

x Ἔτη	y z	x	x²	xz +	xz —	y TREND	Κυκλικαὶ διακυμάνσεις
1881	65	—16	256		1040	58	7
1882	80	—15	225		1200	59	21
1883	68	—14	196		952	60	8
1884	65	—13	169		845	61	4
1885	64	—12	144		768	62	2
1886	65	—11	121		715	63	2
1887	74	—10	100		740	64	10
1888	61	— 9	81		549	65	— 4
1889	74	— 8	64		592	66	8
1890	68	— 7	49		476	67	1
1891	78	— 6	36		468	68	10
1892	67	— 5	25		335	69	— 2
1893	51	— 4	16		204	70	—19
1894	62	— 3	9		186	71	— 9
1895	60	— 2	4		120	72	—12
1896	65	— 1	1		65	73	— 8
1897	65	0	0			74	— 9
1898	78	1	1	78		75	3
1899	74	2	4	148		76	— 2
1900	74	3	9	222		77	— 3
1901	79	4	16	316		78	1
1902	77	5	25	385		79	— 2
1903	77	6	36	462		80	— 3
1904	77	7	49	539		81	— 4
1905	79	8	64	632		82	— 3
1906	81	9	81	729		83	— 2
1907	84	10	100	840		84	0
1908	87	11	121	957		85	2
1909	87	12	144	1044		86	1
1910	90	13	169	1170		87	3
1911	97	14	196	1358		88	9
1912	88	15	225	1320		89	— 1
1913	100	16	256	1600		90	10
			2992	+ 11800	— 9255		

3) $\Sigma xz = 11800 - 9255 = 2545$

Καὶ ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν τῆς κινήσεως μακρᾶς διαρκείας, ἤτοι εἰς τήν,

$$y = \frac{\Sigma xz}{\Sigma x^2} \cdot x + \frac{\Sigma y}{N} \quad \text{λαμβάνομεν}$$

$$y = \frac{2545}{2992} \cdot x + 74 \quad \text{ἤτοι} \quad y = 0,85\, x + 74$$

Ἑπομένως διὰ $x = 0$, $y = 74$. Δηλαδὴ ὁ κεντρικὸς ὅρος τῆς κινήσεως μακρᾶς διαρκείας εἶναι ὁ μέσος ἀριθμητικὸς τῆς δοθείσης στατιστικῆς σειρᾶς.

Διὰ $x=1$, $y=0,85+74$ ἢ κατὰ προσέγγισιν $1+74 = 75$

Διὰ $x = -1$, $y = (-1) + 75 = 73$

. . . .

Διὰ $x = 16$, $y = 1 . 16 + 74 = 90$

Διὰ $x = -16$, $y = 1 . (-16) + 74 = 58$

Οὕτως ὑπολογίζομεν καὶ τὰς λοιπὰς τιμὰς τῆς TREND. Ἐπὶ τοῦ προκειμένου δὲ ἡ ἐτησία αὔξησις εἶναι 0,85 ἢ προσεγγιζόντως 1.

Παράδειγμα 2ον. Ἐξαγωγαὶ 1881—1913.

X Ἔτη	y=z	x	x²	x z +	x z —	y TREND
1881	58	—16	256		928	59,2
1882	64	—15	225		960	60,5
1883	69	—14	196		966	61,8
1884	62	—13	169		806	63,1
1885	64	—12	144		768	64,4
1886	66	—11	121		726	65,7
1887	86	—10	100		860	67,0
1888	80	— 9	81		720	68,3
1889	90	— 8	64		720	69,6
1890	80	— 7	49		560	70,9
1891	90	— 6	36		540	72,2
1892	69	— 5	25		345	73,5
1893	74	— 4	16		296	74,8
1894	62	— 3	9		186	76,1
1895	61	— 2	4		122	77,4
1896	61	— 1	1		61	78,7
1897	68	0	0			80,—
1898	74	1	1	74		81,3
1899	79	2	4	158		82,6
1900	86	3	9	258		83,9
1901	79	4	16	316		85,2
1902	67	5	25	335		86,5
1903	72	6	36	432		87,8
1904	76	7	49	532		89,1
1905	70	8	64	560		90,4
1906	104	9	81	936		91,7
1907	99	10	100	990		93,0
1908	93	11	121	1023		94,3
1909	85	12	144	1020		95,6
1910	121	13	169	1574		96,9
1911	118	14	196	1652		98,2
1912	123	15	225	1845		99,5
1913	100	16	256	1600		100,8
			2992	+13365	— 9564	

1) $\frac{\Sigma y}{N}=80$

2) $\Sigma x^2=2992$

3) $\Sigma xz=3881$

$$\text{Ἑπομένως } y=\frac{3881}{2992}\cdot x+80$$

ἤτοι $y=1,27\,x+80$ ἢ $y=1,3\,x+80$

§§. 2. Ὑπολογισμὸς τῆς «TREND» 2ου βαθμοῦ (παραβολή)

Διὰ τῆς ἰδίας μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων ὑπολογίζεται καὶ ἡ κίνησις μακρᾶς διαρκείας, παραβολή.

Ἡ ἐξίσωσις ταύτης εἶναι $y'=mx_1^2+bx_1+c$ (I)

Ἔνθα m, b καὶ c αἱ ποσότητες αἱ καθιστῶσαι ἐλάχιστον τὸ σύνολον τῶν τετραγώνων τῶν ἀποκλίσεων.

$$\text{Ἤτοι } \Sigma\left[\,y'-mx_1^2-kx_1-c\,\right]^2=e \quad \text{(II)}$$

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν συντελεστῶν m, b καὶ c τῆς (I) ἐξισώσεως, σχηματίζομεν ἐκ τῆς (II) ἐξισώσεως τὸ κάτωθι σύστημα:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma y'&=n.\,c+b.\,\Sigma x_1+m.\,\Sigma x_1^2\\ \Sigma x_1y'&=c.\,\Sigma x_1+b.\,\Sigma x_1^2+m.\,\Sigma x_1^3\\ \Sigma x_1^2y'&=c.\,\Sigma x_1^2+b.\,\Sigma x_1^3+m.\,\Sigma x_1^4\end{aligned}\right\}\quad \text{(III)}$$

καὶ ἐπιλύομεν ὡς πρὸς τοὺς συντελεστὰς m, b, c. Ἄρα,

$$m=\frac{n.\,\Sigma x_1^2y'-\Sigma y'.\,\Sigma x_1^2}{n.\,\Sigma x_1^4-(\Sigma x_1^2)^2} \quad \text{(IV)}$$

$$b=\frac{\Sigma x_1y'}{\Sigma x_1^2} \quad \text{καὶ} \quad \text{(V)}$$

$$c=\frac{\Sigma y'.\,\Sigma x_1^4-\Sigma y'.\,x_1^2.\,\Sigma x_1^2}{n.\,\Sigma x_1^4-(\Sigma x_1^2)^2} \quad \text{(VI)}$$

Ἀλλά,

$$1\text{ον})\ \Sigma x_1^2=\frac{(n-1).n.(n+1)}{12} \quad \text{(VII)}$$

$$2\text{ον})\ \Sigma x_1^4=\frac{(n-1).\,n.\,(n+1).\,(n^2-\tfrac{7}{3})}{80} \quad \text{(VIII)}$$

$$\text{καὶ } 3\text{ον})\ n.\,\Sigma x_1^4-(\Sigma x_1^2)^2=\frac{(n-2)\,(n-1).\,n.n.(n+1)\,(n+2)}{180} \quad \text{(IX)}$$

ἔνθα n παριστᾷ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὅρων τῆς στατιστικῆς σειρᾶς (1).

Ἀντικαθιστῶντες δὲ τὰ Σx_1^2, Σx_1^4 καὶ n. $\Sigma x_1^4 - (\Sigma x_1^2)^2$ διὰ τῶν ἴσων αὐτῶν λαμβάνομεν τὰς τιμὰς τῶν τριῶν συντελεστῶν m, b καὶ c. Ἤτοι,

$$1\text{ον}\ m = \frac{\Sigma x_1^2 y' - {}^1/_{12}\,(n-1)\,n.\,(n+1).\Sigma y}{{}^1/_{180}.(n-2).(n-1).\,n.n.\,(n+1)\,(n+2)} \qquad (X)$$

$$2\text{ον})\ b = \frac{\Sigma x^1 y'}{{}^1/_{12}.\,(n-1).\,n.\,(n+1)} \quad \text{καὶ } 3\text{ον}) \qquad (XI)$$

$$c = \frac{\Sigma y'.{}^1/_{80}.n.(n-1).(n+1).(n^2-{}^7/_4) - \Sigma y'.x_1^2.{}^1/_{12}.(n-1).n.(n+1)}{{}^1/_{180}.(n-2).\,(n-1).\,n.n.\,(n+1).\,(n+2)} \qquad (XII)$$

Ἡ ἐπίλυσις τῶν τύπων (X), (XI) καὶ (XII) εἶναι εὐχερεστάτη. Πρὸς τοῦτο ἀπαιτεῖται νὰ ὑπολογισθῶσι τὰ κάτωθι:

Α'.) Τὰ $\Sigma y'$, ἤτοι τὸ σύνολον τῶν δοθεισῶν τιμῶν

Β'.) Τὰ $\Sigma y'.\ x$,

Γ'.) Τὰ $\Sigma y'.\ x^2$

Ὑπολογισμὸς τῆς TREND 2ου βαθμοῦ ἐπὶ τοῦ Ἐμπορίου τῆς Ἑλλάδος.— (Εἰσαγωγαὶ 1881—1913).

1) Ἡ πρώτη στήλη (y') περιλαμβάνει τὴν δοθεῖσαν στατιστικὴν σειρὰν τῶν ἀριθμοδεικτῶν τῆς ἀξίας τῶν εἰσαγωγῶν τοῦ ἐμπορίου τῆς Ἑλλάδος ὡς πρὸς βάσιν 100 τὸ 1913.

2) Ἡ δευτέρα στήλη ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν αὐθαίρετον ροπὴν τοῦ χρόνου· Θέτοντες 0 εἰς τὸν κεντρικὸν ὅρον τῆς δοθείσης σειρᾶς σημειοῦμεν διὰ τοῦ — τοὺς ὕπερθεν τοῦ 0 ὅρους (—1, —2, —3 καὶ συνέχεια), διὰ τοῦ + δὲ τοὺς κάτωθεν τοῦ 0 (+1, +2, +3...).

3) Ἡ τρίτη στήλη εἶναι τὰ τετράγωνα τῆς δευτέρας στήλης.

4) Ἡ τετάρτη στήλη σχηματίζεται ἐκ τῶν γινομένων τῆς πρώτης στήλης ἐπὶ τῆς δευτέρας.

5) Ἡ πέμπτη στήλη ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰ γινόμενα τῆς πρώτης στήλης ἐπὶ τὴν τρίτην. Δηλαδή, ἀπὸ τα γινόμενα ἑκάστου ὅρου τῆς ἀρχικῆς στατιστικῆς σειρᾶς ἐφ' ἕνα ἕκαστον τετράγωνον τῆς ἀντιστοίχου ροπῆς τοῦ χρόνου

Μετὰ ταῦτα σχηματίζομεν τὰ κάτωθι ἀθροίσματα.

1) Τὸ ἄθροισμα (Σ=σύνολον τῶν ὅρων τῆς δοθείσης σειρᾶς τῶν ἀριθμοδεικτῶν· ἤτοι τὸ ἄθροισμα τῆς πρώτης στήλης· ἄρα $\Sigma y' = 2451$.

2) Εἶτα σχηματίζομεν τὸ ἄθροισμα τῆς τετάρτης στήλης προσέχοντες τὰ σημεῖα + καὶ —. Ἔχομεν δὲ $\Sigma y'.\ x = 2425$.

3) Καὶ τελευταῖον το ἄθροισμα τῆς πέμπτης στήλης· ἤτοι $\Sigma y'.\ x^2 = 234433$.

1) Ἴδε μαθηματικὴν ἀνάπτυξιν τῶν ἀνωτέρω τύπων εἰς τὰς ἐργασίας τοῦ Γερμανικοῦ Ἰνστιτούτου.—Vierteljahrshefte zur K. 1 Jahr. 1926).

Εἰσαγωγαὶ 1881—1913

Y Ἔτη	y′ (1)	x (2)	x² (3)	y′. x (4)	y′. x² (5)	Τιμαὶ Trend (6)	(6)-(1) (7)	 (8)	Κυκλικαὶ διακυμάνσεις (9)
1881	65	—16	256	—1040	16640	70,1	— 5,1	26,01	—0,87
1882	60	—15	225	—1200	18000	69,5	+10,6	110,25	+1,81
1883	68	—14	196	— 952	13328	68,6	— 0,6	0,36	—0,10
1884	65	—13	169	— 845	10975	67,9	— 2,9	8,41	—0,50
1885	64	—12	144	— 768	9216	67,3	— 3,3	10,89	—0,57
1886	65	—11	121	— 715	7865	66,9	— 1,9	3,61	—0,33
1887	74	—10	100	— 740	7400	66,5	+ 7,5	56,25	+1,29
1888	61	—9	81	— 549	4941	66,2	— 5,2	27,04	—0,89
1889	74	—8	64	— 592	4736	66,1	+ 7,9	62,41	+1,36
1890	68	—7	49	— 476	3332	66,0	+ 2,0	4,00	+0,34
1891	78	—6	36	— 468	2808	66,1	+11,9	141,61	+2,05
1892	67	—5	25	— 335	1675	66,3	+ 0,7	0,49	—0,12
1893	51	—4	16	— 204	816	66,7	—15,7	246,49	—2,70
1894	62	—3	9	— 186	558	67,1	— 5,1	26,01	—0,87
1895	60	—2	4	— 130	240	67,6	— 7,6	57,76	—1,31
1896	65	—1	1	— 65	65	68,1	— 3,1	9,61	—0,53
1897	65	0	0	0	0	69,-	— 4,0	16,00	—0,69
1898	78	1	1	78	78	69,8	+ 8,2	67,24	—1,41
1899	74	2	4	148	296	70,8	— 3,2	10,24	—0,55
1900	74	3	9	222	666	71,9	+ 2,1	4,41	+0,36
1901	79	4	16	316	1264	73,1	+ 5,9	34,81	+1,01
1902	77	5	25	385	1925	74,4	+ 2,6	6,76	+0,45
1903	77	6	36	462	2772	75,9	— 1,1	1,21	+0,19
1904	77	7	49	539	3773	77,4	— 0,4	0,16	—0,07
1905	79	8	64	632	5056	79,0	0	0	0
1906	81	9	81	729	6361	80,7	— 0,3	0,9	+0,05
1907	84	10	100	840	8400	82,7	+ 1,3	1,69	+0,22
1908	87	11	121	957	10527	84,7	+ 2,3	5,29	+0,40
1909	77	12	144	924	11088	86,8	— 9,8	96,04	—1,69
1910	90	13	169	1170	15210	89,0	+ 1,0	1,00	+0,17
1911	97	14	196	1358	19012	91,3	+ 5,7	32,49	+0,98
1912	88	15	225	1320	19800	93,6	— 5,6	31,36	—0,96
1913	100	16	256	1600	25600	95,2	— 4,8	23,04	—0,83

$\Sigma y'$ 2451

$\Sigma y'. x$ 11680—9255=2425

$\Sigma y'.x^2$ = 234433

n (ὁ ἀριθμὸς τῶν ὅρων τῆς σειρᾶς) 33

Ἔχοντες δὲ ὑπ' ὄψιν ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν ὅρων τῆς στατιστικῆς σειρᾶς τοῦ παραδείγματος εἶναι 33, προβαίνομεν εἰς ἀντικατάστασιν τοῦ n διὰ τοῦ ἀριθμοῦ 33 εἰς τοὺς τύπους (X), (XI) καὶ (XII) ἐκτελοῦντες καὶ τὰς ἐνδεικνυομένας ἁπλοποιήσεις. Οὕτω

$$1ον.\ m = \frac{\Sigma x_1^2 y' - {}^1/_{12}\,(n-1).n.(n+1).\Sigma y}{{}^1/_{180}\,(n-2).(n-1).n.n.(n+1).(n+2)} = \frac{\Sigma x_1^2\, y' - {}^1/_{12}\, n(n^2-1).\ \Sigma y}{{}^1/_{180}\, n\ (n^2-1)\ (n^2-4)}$$

$$= \frac{234433 - {}^1/_{12}.\ 33\ (33^2-1).\ 2451}{{}^1/_{180}.\ 33.\ (33^2-1)\ (33^2-4)} = \frac{234433-222224}{216421,3}$$

$$= \frac{12209}{216421,3} = 0,056$$

Ἄρα m = 0,056.

$$2ον.\ b = \frac{\Sigma x_1\ y'}{{}^1/_{12}.\ (n-1).n.(n+1)} = \frac{\Sigma x_1\ y'}{{}^1/_{12}.\ n.\ (n^2-1)} = \frac{2425}{{}^1/_{12}.\ 33.\ (33^2-1)} =$$

$$= \frac{2424}{2992} = 0,81.$$

$$3ον\ \ c = \frac{\Sigma y'.\ {}^1/_{180}.n(n-1).(n+1).(n^2-{}^7/_3) - \Sigma y'.\ x_1^2.{}^1/_{12}(n-1)n(n+1)}{{}^1/_{180}\ (n-2)\ (n-1)\ n.n.(n+1)\ (n+2)}$$

$$= \frac{\Sigma y'.\ {}^1/_{180}\ n(n^2-1).(n^2-{}^7/_3) - \Sigma y'\ x_1^2.\ {}^1/_{12}.\ n(n^2-1)}{{}^1/_{180}\ n\ (n^2-1).\ \ (n^2-4)} =$$

$$= \frac{{}^1/_{180}\,(n^2-{}^7/_3).\Sigma y' - {}^1/_{12}.\Sigma y'.x_1^2}{{}^1/_{180}\ \ n.\ (n^2-4)} = \frac{{}^1/_{20}\,(n^2-{}^7/_3)\ \ \Sigma y' - {}^1/_4.\ \Sigma y'.\ x_1^2}{{}^1/_{45}.\ n.\ (n^2-4)} =$$

$$\frac{{}^1/_{20}\ (33^2-{}^7/_3).\ \Sigma y' - {}^1/_4.\ \Sigma y'\ \ x_1^2}{{}^1/_{45}\ 33.\ (33^2-4)} = 69.$$

Ἄρα ἡ ἐξίσωσις τῆς TREND 2ου βαθμοῦ τῆς ἀξίας τῶν εἰσαγωγῶν τῆς περιόδου 1881—1913 εἶναι ἡ κάτωθι,

$$y' = 0,056.x^2 + 0,81.\ x + 69$$

ἔνθα 69 ὁ κεντρικὸς ὅρος τῆς καμπύλης τῆς παραβολῆς.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης εὐκόλως ὑπολογίζονται αἱ τιμαὶ τῆς παραβολῆς δι' ἀντικαταστάσεως τῶν x^2 καὶ x διὰ τῶν τιμῶν αὐτῶν (στήλη 3 καὶ 2).

Οὕτω λ.χ. διὰ $x_2 = 256$ καὶ $x = -16$ θὰ ἔχωμεν

$$y' = 0,056 \times 256 + 0,81 \times (-16) + 69 =$$
$$= 14,336 - 12,96 + 69\ \text{ἢ κατὰ προσέγγισιν}\ 14 - 12,90 + 69 = 70,1$$

Συνεπῶς ἡ τιμὴ τῆς παραβολῆς τοῦ ἔτους 1881 εἶναι 70,1.

Ὡσαύτως διὰ τὸ ἑπόμενον ἔτος 1882 θὰ ἔχωμεν,

$$y' = 0,056 \times 225 - 0,81 \times 15 + 69 = 69,45\ \text{ἢ}\ 69,5.$$

Πάντα τα ἀνωτέρω δικαιολογοῦσι τὴν σπουδαιότητα τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων ὡς στενῶς συνδεδεμένων μὲ τὴν οἰκονομικὴν σύστασιν ἑκάστης χώρας. Διὰ τοῦτο ποικίλλουσιν ἀπὸ χώρας εἰς χώραν διὰ τὰ αὐτὰ φαινόμενα.

Ἐν ἀντιθέσει δὲ πρὸς τὰς λοιπὰς οἰκονομικὰς διακυμάνσεις τὰς «κυκλικάς» ἢ τὰς «τῆς μακρᾶς διαρκείας», αἱ ὁποῖαι ἔχουσι χαρακτῆρα διεθνῆ, αἱ ἐποχιακαὶ διακυμάνσεις εἶναι ἐθνικοῦ χαρακτῆρος. Διὰ τοῦτο διάφορα Κράτη ὡς αἱ Ἡνωμέναι Πολιτεῖαι καὶ ἡ Γερμανία συνέστησαν ἐπιτροπὰς εἰδικὰς μὲ ἀποκλειστικὸν σκοπὸν τὴν ἔρευναν τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων διαφόρων φαινομένων. Καὶ αὐτὸ δὲ τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Ἐργασίας ἐπελήφθη ἀναλόγων ἐρευνῶν ἰδίως περὶ ἐποχιακῆς ἀνεργίας εἰς τὰς διαφόρους βιομηχανίας.

Ὁπωσδήποτε ὅμως αἱ χαρακτηριστικώτεραι ἐποχιακαὶ διακυμάνσεις διὰ τὰς γεωργικὰς χώρας, εἶναι αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τὴν συγκομιδὴν τῶν γεωργικῶν προϊόντων.

Ἕνεκα τοῦ ζωηροῦ ἐνδιαφέροντος τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων ἐπενοήθησαν στατιστικαὶ μέθοδοι διὰ τὸν μαθηματικὸν προσδιορισμὸν τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων.

Αἱ ἁπλούστεραι στατιστικαὶ μέθοδοι εἶναι ἡ μέθοδος τῶν μηνιαίων μέσων καὶ ἡ μέθοδος τοῦ W. Persons.

§ 1. *Ὑπολογισμὸς τῶν Ἐποχιακῶν διακυμάνσεων. Μέθοδος τῶν «Μηνιαίων Μέσων»*.

Ἡ μέθοδος τῶν «Μ η ν ι α ί ω ν Μ έ σ ω ν» συνίσταται εἰς τὴν σύγκρισιν τοῦ μέσου ὅρου τῶν διαφόρων μηνῶν μετὰ τοῦ μέσου ὅρου ὁλοκλήρου τῆς σειρᾶς.

Διὰ τὴν σύγκρισιν ταύτην λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὰς ἀποκλίσεις (διαφορὰς ἢ ποσοστά) τοῦ μέσου ὅρου τῶν ἐτῶν ἑ κ ά σ τ ο υ μηνὸς ἀπὸ τοῦ μέσου ὅρου ὁλοκλήρου τῆς σειρᾶς.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Νὰ εὑρεθῶσιν αἱ ἐποχιακαὶ διακυμάνσεις τοῦ κάτωθι δείκτου τοῦ χρηματιστηρίου Ἀθηνῶν τῆς περιόδου 1924—1931 :

Ἔτη	Ἰαν.	Φεβρ.	Μάρ.	Ἀπρ.	Μαϊ.	Ἰούν.	Ἰούλ.	Αὔγ.	Σεπ.	Ὀκτ.	Νοέ.	Δεκ.
1924	100	92	95	104	107	90	97	107	112	126	139	137
1925	146	148	161	143	143	129	133	140	138	126	121	119
1926	114	128	115	102	104	101	97	86	85	91	99	98
1927	97	101	94	97	102	111	112	112	118	130	124	144
1928	155	163	150	156	154	151	137	143	146	147	149	148
1929	149	147	150	142	138	137	136	156	149	142	135	129
1930	127	127	121	126	123	113	112	111	109	107	113	212
1931	113	115	115	108	100	95	94	93	91			
Μέσος ὅρος	125	127	125	122	121	116	115	118	118	124	126	127

ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΤΗΣ ΣΕΙΡΑΣ=122

Ἀποκλίσεις τοῦ μέσου ὅρου ἑκάστου μηνὸς ἀπὸ τὸν μέσον ὅρον τῆς σειρᾶς ἢ

Ἐποχιακαὶ διακυμάνσεις

1924
1931 +3 +5 +3 0 —1 —6 —7 —4 —4 +2 +4 +5

Τὰς ἀποκλίσεις ταύτας ἠδυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν καὶ ὡς ποσοστὰ τοῦ μέσου ὅρου ἑκάστου μηνὸς ἀπὸ τοῦ μέσου ὅρου ὁλοκλήρου τῆς σειρᾶς. Ἤτοι:

1924
1931 102,4 104— 102,4 100— 99— 95— 94,2 96,6 96,6 101,6 103,2 104—

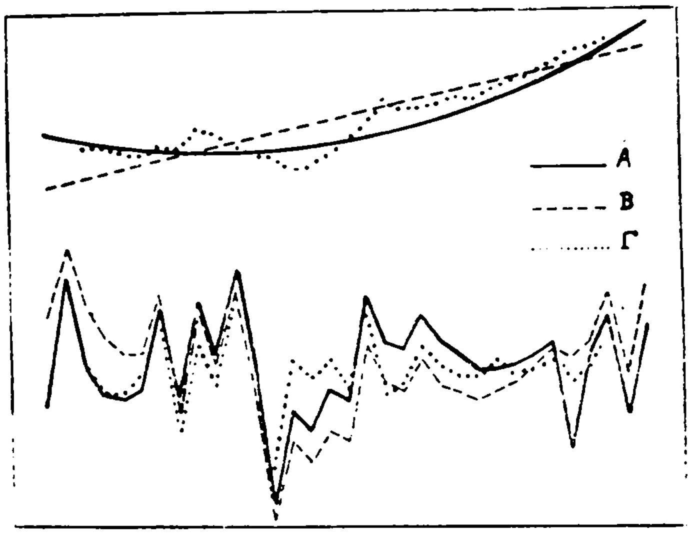
Εὑρεθεισῶν οὕτω τῶν τιμῶν τῆς παραβολῆς, προβαίνομεν εἰς τὸν ὑπολογισμῶν τῶν κυκλικῶν διακυμάνσεων.

Πρὸς τοῦτο κατὰ πρῶτον εὑρίσκομεν τὰς διαφορὰς τῶν τιμῶν τῆς παραβολῆς ἀπὸ τοὺς ὅρους τῆς δοθείσης στατιστικῆς σειρᾶς. Αἱ διαφοραὶ αὗται παρέχονται ὑπὸ τῆς ὑπ' ἀρ. (7) στήλης τοῦ ἀνωτέρω πίνακος. Αἱ διαφοραὶ αὗται θὰ εἶναι θετικαὶ μὲν ἐφ' ὅσον αἱ τιμαὶ τῆς παραβολῆς αἶναι μικρότεραι τῶν δοθεισῶν ποσοτήτων, ἀρνητικαὶ δὲ ἐὰν εἶναι μεγαλύτεραι.

Ἀκολούθως λαμβάνομεν τούτων τὸ μέσον σφάλμα τετραγώνου καὶ θεωροῦμεν ταύτας ὡς ποσοστὰ τῆς τυπικῆς ἀποκλίσεως.

Τὸ κάτωθι διάγραμμα παρέχει τὴν κίνησιν μακρᾶς διαρκείας καὶ τὰς κυκλικὰς διακυμάνσεις καὶ διὰ τῶν τριῶν μεθόδων.

Α. TREND καὶ κυκλικαὶ διακυμάνσεις διὰ τῆς «παραβολῆς»
Β. TREND καὶ κυκλικαὶ διακυμάνσεις διὰ τῆς «εὐθείας γραμμῆς»
Γ. TREND καὶ κυκλικαὶ διακυμάνσεις διὰ τῶν «κινητῶν Μέσων»



ΣΗΜ. Ἀντὶ τοῦ Μέσου ἀριθμητικοῦ δυνάμεθα νὰ λάβωμεν καὶ τὸν Μέσον γεωμετρικόν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ VII·

ΕΠΟΧΙΑΚΑΙ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ

Αἱ ἐποχιακαὶ διακυμάνσεις ὀφείλονται εἰς τὴν κατὰ τὰς διαφόρους ἐποχὰς τοῦ ἔτους ἐναλλαγὴν τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς, παρατηροῦνται δὲ εἰς ὅλας τὰς ἐκφάνσεις ταύτης.

Αὗται αἰτίαν ἔχουσι εἴτε τὴν κοινωνικὴν ὀργάνωσιν, εἴτε τὰς μετεωρολογικὰς συνθήκας. Κατὰ τὸν καθηγητὴν Mitchell, εἰς τὴν διαμόρφωσιν τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων δύο παράγοντες συντελοῦσι. Πρῶτον ὁ φ υ σ ι κ ὸ ς παράγων καὶ δεύτερον ὁ ἀ ν θ ρ ώ π ι ν ο ς.

1) Διὰ τοῦ φυσικοῦ παράγοντος ἐννοεῖται ἡ ἐπίδρασις, ἐπὶ τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς διὰ τὴν διαμόρφωσιν τῶν ἐποχιακῶν διακμμάνσεων, τῆς συγκομιδῆς τῶν διαφόρων γεωργικῶν προϊόντων ἢ ἐκείνων τὰ ὁποῖα ὑφίστανται ἐποχιακὴν κατανάλωσιν ὅπως λ.χ. βούτυρον, γάλα, ὠὰ κ.λ.π.

Καὶ πράγματι ὅπως θὰ ἴδωμεν κατωτέρω διὰ τὴν Οἰκονομίαν τῆς Ἑλλάδος, ἡ διαμόρφωσις τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων εἶνα ζωηρὰ λόγῳ τοῦ γεωργικοῦ χαρακτῆρος τῆς χώρας ἡμῶν. Διότι ἕνεκα τῆς συγκομιδῆς τῶν γεωργικῶν προϊόντων ὅλοι οἱ παράγοντες τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς εὑρίσκονται ἐν οἰκονομικῷ ὀργασμῷ κατὰ τὴν ἐποχὴν τῆς συγκομιδῆς.

Τὸ ἐξαγωγικὸν ἐμπόριον, αἱ μεταφοραί, αἱ τιμαί, ἡ κυκλοφορία χαρτονομίσματος, τὸ ἐμπορικὸν χαρτοφυλάκιον τῶν τραπεζῶν κλπ. ἀπὸ τοῦ μηνὸς Ἰουλίου (ἢ Αὐγούστου) διαγράφουσιν ἀνυψωτικὴν φορὰν καμπτόμενα πρὸς τὸ τέλος τοῦ ἔτους.

2) Διὰ τοῦ ἀ ν θ ρ ω π ί ν ο υ παράγοντος ἐννοεῖται ἡ ἐπὶ τῆς οἰκονομικῆς ζωῆς, πρὸς διαμόρφωσιν τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων ἐξασκουμένη ἐπίδρασις ἕνεκα συνηθειῶν κοινωνικῶν ἢ γεγονότων κοινωνικοῦ περιεχομένου. Οὕτω λ.χ. τὰς ἑορτὰς αἱ εἰσπράξεις τῶν καταστημάτων εἶναι μεγαλύτεραι ἢ τὰς ἄλλας ἡμέρας.

Ὡσαύτως τὸ ἐμπορικὸν ἔθιμον τοῦ ὑπολογίζειν τὸν μῆνα μὲ 30 ἡμέρας, ἐν ᾧ πραγματικῶς ἄλλοτε μὲν περιλαμβάνει 30 ἄλλοτε 31 καὶ ὁ Φεβρουάριος 28 ἢ 29.

§ 2. *Μέθοδος τοῦ W. Persons.*

Ἡ μέθοδος τοῦ W. Persons εἶναι ἡ καλουμένη μέθοδος τῶν «ἁ λ υ σ σ ω τ ῶ ν Μ έ σ ω ν». Πρὸς ὑπολογισμὸν τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων διὰ τῆς μεθόδου ταύτης προβαίνομεν εἰς τὰς κάτωθι στατιστικὰς ἐπεξεργασίας.

1) Κατὰ πρῶτον ἐκ τῆς ἀρχικῆς στατιστικῆς σειρᾶς σχηματίζομεν δευτέραν τοιαύτην λαμβάνοντες τὰ ποσοστὰ ἑκάστου μηνὸς πρὸς τὸν ἀμέσως προηγούμενον. Οὕτω λ.χ. διὰ τὸν μῆνα Φεβρουάριον θὰ ἔχωμεν

$$\frac{\text{Ἀριθμοδείκτην Φεβρουαρίου}}{\text{Ἀριθμοδείκτου Ἰανουαρίου}} \, 100.$$

Διὰ τὸν μῆνα Μάρτιον ἐπίσης

$$\frac{\text{Ἀριθμοδείκτην Μαρτίου}}{\text{Ἀριθμοδείκτου Φεβρουαρίου}} \cdot 100, \text{ ἤτοι}$$

$$\text{Α΄) Φεβρουάριος} = \frac{92}{100} \cdot 100 = 92$$

$$\text{Β΄) Μάρτιος} = \frac{95}{92} \cdot 100 = 103{,}2 \text{ ἢ } 103 \text{ κατὰ προσέγγισιν.}$$

Καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς μέχρι τέλους.

2) Ἀφοῦ σχηματίσωμεν τὴν νέαν ταύτην σειρὰν τῶν «ἁλυσσωτῶν μέσων», λαμβάνομεν τὴν Διάμεσον ἑκάστου μηνός. Πρὸς τοῦτο, συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῆς Διαμέσου (ἴδε ἀνωτέρω), ταύτην ἀποτελεῖ ὁ κεντρικὸς ὅρος στατιστικῆς τινος σειρᾶς, τῆς ὁποίας οἱ ὅροι ἔχουσι ταχθῆ κατὰ τάξιν μεγέθους.

Ὑπολογισμὸς τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων διὰ τῆς μεθόδου τοῦ W. Persons

Ἀρχικὴ σειρὰ I

Ἔτη	Ἰαν.	Φεβ.	Μάρ.	Ἀπρ.	Μάϊος	Ἰούν	Ἰούλ	Αὔγ.	Σεπ.	Ὀκτ.	Νοέμ.	Δεκ.
1924	100	92	95	104	107	90	97	107	112	126	139	137
1925	146	148	161	143	143	129	133	140	138	126	121	119
1926	114	128	115	102	104	101	97	86	85	91	99	98
1927	97	101	94	97	102	111	112	112	118	130	124	144
1928	155	163	150	156	154	151	137	143	146	147	149	148
1929	149	147	150	142	138	137	136	156	149	142	135	129
1930	127	127	121	126	123	113	112	111	109	107	113	112
1931	113	115	115	108	100	95	94	93	91	—	—	—

Σειρὰ ἁλυσσωτῶν Μέσων II

1924	—	92	103	109	103	84	108	110	105	112	113	98
1925	107	101	109	88	100	90	103	106	98	91	96	99
1926	96	112	89	88	102	97	96	88	99	95	109	99
1927	99	104	93	103	105	109	101	100	105	110	95	116
1928	107	105	92	104	99	98	91	104	102	101	101	99
1929	101	99	102	95	97	99	99	101	95	95	95	95
1930	99	100	95	105	98	92	99	99	98	98	105	99
1931	101	102	100	94	92	95	99	89	98	—	—	—

Κατάταξις κατὰ μεγέθη III

1924	—	92	89	88	92	84	91	88	93	91	95	95
1925	96	99	92	88	97	90	96	99	98	95	95	98
1926	99	100	93	94	98	92	99	99	98	95	96	99
1927	99	101	95	95	99	95	99	100	98	98	101	99
1928	101	102	100	103	100	97	99	101	99	101	105	99
1929	101	104	102	104	102	98	101	104	102	110	109	99
1930	107	105	103	105	103	99	103	106	105	112	113	116
1931	107	112	109	109	105	109	108	110	105	—	—	—

3) Τάσσομεν ὅθεν τοὺς ἀλυσσωτοὺς μέσους κατὰ τάξιν μεγέθους καὶ εὑρίσκομεν τὴν Διάμεσον ἑκάστου μηνός. Πλὴν ὅμως εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα ὁ ἀριθμὸς τῶν ὅρων τῶν στατιστικῶν σειρῶν ἑκάστου μηνός, ἐκτὸς τῶν 3 τελευταίων σειρῶν ([1]), εἶναι ἄρτιος. Συνεπῶς ὡς Διάμεσος θὰ θεωρηθῇ τὸ ἡμιάθροισμα τῶν δύο κεντρικῶν ὅρων ἑκάστης μηνιαίας σειρᾶς. Ἤτοι:

	Ἰανουάρ.	Φεβρουάρ.	Μάρτ.	Ἀπρίλ.	Μάϊος	Ἰούνιος	Ἰούλιος	Αὔγουστ.	Σεπτέμ.	Ὀκτώβ.	Νοέμβ.	Δεκέμβ.
Διάμεσος	100	101	97	99	99	97	99	101	99	99	103	99

Μετὰ τὴν εὕρεσιν τῶν Διαμέσων προβαίνομεν εἰς τὴν συνόρθωσιν αὐτῶν, διὰ τῆς μεθόδου ὡσαύτως τοῦ Persons. Διὰ τῆς μεθόδου ταύτης ἐξαλοίφεται ἡ κίνησις μακρᾶς διαρκείας διότι κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἐποχιακῶν διακυμάνσεων ἠργάσθημεν ἐπ' αὐτῶν τούτων τῶν δεδομένων στοιχείων.

Πρὸς τοῦτο τάσσομεν τὰς εὑρεθείσας διαμέσους ὅπως ἐμφαίνεται εἰς τὴν στήλην 1 τοῦ κατωτέρω πίνακος. Τούτων εὑρίσκομεν τοὺς λογαρίθμους στήλη 2. Ἐὰν δὲν ὑπῆρχε ἡ κίνησις μακρᾶς διαρκείας, θὰ ἔπρεπε τὸ ἄθροισμα τῶν λογαρίθμων νὰ ἰσοῦται μὲ τὸ 0. Πλὴν ὅμως τοῦτο ἰσοῦται μὲ 1,96886. Ἄρα ὑφίσταται ἡ διαφορὰ αὕτη τὴν ὁποίαν δέον νὰ κατανείμωμεν ἵνα τὸ ἄθροισμα τῶν λογαρίθμων γίνῃ ἴσον τῷ μηδενί.

$$\text{Ἄρα } \bar{1},96886 : 12 = \bar{1},99740$$

Ἀφαιροῦμεν ἀκολούθως τὴν διαφορὰν ταύτην ἀπὸ ἕνα ἕκαστον λογάριθμον τῆς 2ας στήλης ὁπότε τὸ ἄθροισμα τῆς 3ης στήλης εἶναι ἴσον τῷ 0.

Εἶτα σχηματίζομεν τὴν 4ην στήλην τῶν ἀλυσσωτῶν λογαρίθμων. Πρὸς τοῦτο θεωροῦντες ὡς πρῶτον ὅρον τῆς 4ης στήλης, τὸν πρῶτον ὅρον τῆς 3ης προσθέτομεν εἰς τοῦτον τὸν 2ον ὅρον τῆς 3ης καὶ σχηματίζομεν τὸν 2ον τῆς 4ης. Οὕτως ἐναλλὰξ προσθέτοντες εἰς τὸν 2ον τῆς 4ης τὸν 3ον τῆς τῆς 3ης ἔχομεν τὸν 3ον τῆς 4ης. Καὶ οὕτω καθεξῆς μέχρι τέλους.

Τῶν λογαρίθμων τούτων εὑρίσκομεν τοὺς ἀντιστοίχους ἀριθμούς, στήλη 5. Ἐκ ταύτης σχηματίζομεν τὴν 6ην διαιροῦντες ἕνα ἕκαστον ὅρον τῆς 5ης διὰ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ αὐτῶν.

Ἡ 7 στήλη παρέχει τὰς τιμὰς τῆς 6ης κατὰ προσέγγισιν ἀκεραίου. Ἐπειδὴ δὲ ἀπηλείφθη ἡ κίνησις μακρᾶς διαρκείας τῶν Διαμέσων ἕπεται ὅτι τὸ σύνολον αὐτῶν θὰ ἰσοῦται μὲ $100 \times 12 = 1200$, ἐν ᾧ ἡ ἀρχικὴ σειρὰ τῶν διαμέσων (στήλη 1) ἰσοῦται μὲ 1193.

---

1) Διότι τὸ Χρηματιστήριον ἦτο κλειστόν.

Διάμεσοι	Λογάριθμοι				Ἐποχιακαὶ Διακυμάνσεις	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
100	0,00000	0,00259	0,00259	100,6	101,6	102
101	0,00432	0,00692	0,00951	102,2	103,2	103
97	$\bar{1}$,98677	$\bar{1}$,98936	$\bar{1}$,99897	99,76	100,8	101
99	$\bar{1}$,99564	$\bar{1}$,99824	$\bar{1}$,99721	99,36	100,5	101
99	$\bar{1}$,99564	$\bar{1}$,99824	1,99545	98,96	100.—	100
97	$\bar{1}$,98677	$\bar{1}$,98936	1,98481	96,56	97,5	98
99	$\bar{1}$,99564	$\bar{1}$,99823	$\bar{1}$,98304	96,17	97,1	97
101	0,00432	0,00692	$\bar{1}$,98996	97,72	98,7	99
99	$\bar{1}$,99564	$\bar{1}$,99823	$\bar{1}$,98819	97,32	98,3	98
99	$\bar{1}$,99564	$\bar{1}$,99824	$\bar{1}$,98643	96,92	97,9	90
103	0,01284	0,01543	0,00186	100,45	101,5	102
99	$\bar{1}$,99564	$\bar{1}$,99824	0,00010	100,10	101.—	101
	1,96886	0,00000		1186,12		1200

Διάγραμμα ἐποχιακῶν διακυμάνσεων: