Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΟΣ ΣΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Διδακτορική διατριβή
Κωνσταντίνου Γόγολου

Πάντειο Πανεπιστήμιο
Τμήμα Δημόσιας Διοίκησης

Αθήνα 2000

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΟΣ ΣΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Διδακτορική διατριβή
Κωνσταντίνου Γόγολου

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή

Καθηγητής Γιώργος Σταμάτης (Επιβλέπων)
Καθηγητής Θεοφάνης Πάκος (Μέλος)
Αναπλ. Καθηγήτρια Βασιλική Μαλινδρέτου (Μέλος)

Πάντειο Πανεπιστήμιο
Τμήμα Δημόσιας Διοίκησης

Αθήνα 2000

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα εργασία διερευνά τα όρια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής ως μοντέλων αναπαράστασης της οικονομικής πραγματικότητας. Πραγματεύεται το κατά πόσο τα υποδείγματα αυτά είναι σε θέση να μας οδηγήσουν στην κατανόηση του οικονομικού γίγνεσθαι μιας πραγματικής οικονομίας. Πιο συγκεκριμένα, αποτελεί μια διερεύνηση των ορίων των γραμμικών συστημάτων παραγωγής ως πλαισίου ανάλυσης για τον προσδιορισμό και την ερμηνεία των ονομαστικών μεγεθών των πραγματικών οικονομιών. Λέγοντας γραμμικά συστήματα παραγωγής εννοούμε κυρίως το πλαίσιο ανάλυσης της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας -της θεωρίας εκείνης δηλαδή, που συγκροτήθηκε στα πλαίσια των δεκαετιών `60-`70 στη βάση της θεωρίας και του πλαισίου ανάλυσης του βιβλίου του Sraffa «Παραγωγή εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων». Η εργασία αυτή αποτελεί μια λεπτομερή διερεύνηση των ονομαστικών μεγεθών που προκύπτουν στα μοντέλα αυτά. Θα δείξουμε, ότι τα γραμμικά συστήματα παραγωγής όχι μόνο δεν είναι σε θέση να μας οδηγήσουν σε χρηματικές τιμές, αλλά κυρίως ότι δεν μπορούν να οδηγήσουν ούτε και σε λογιστικές τιμές. Αφενός δηλαδή δεν μπορούν να μας οδηγήσουν σε τιμές εκφρασμένες σε πραγματικό χρήμα, αφετέρου δεν μπορούν να μας οδηγήσουν ούτε και σε τιμές εκφρασμένες σε ένα αυθαίρετο μέτρο των τιμών το οποίο αποσκοπεί απλώς στο να εισάγει το χρήμα -το σημαντικό αυτό για τις πραγματικές οικονομίες μέγεθος- ως προς την κύρια λειτουργία του, ως προς τη λειτουργία του ως μέτρου των τιμών. Θα δείξουμε ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής εκείνο το μέγεθος, το οποίο εισάγεται για να παίξει το ρόλο του χρήματος, τελικά αδυνατεί να παίξει το ρόλο αυτό.

Στη σραφαϊκή θεωρία και γενικά στην σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία όχι μόνο δεν υπάρχει χρήμα, αλλά είναι αδύνατον και να εισαχθεί. Η παρούσα εργασία διερευνά το κατά πόσο στα γραμμικά συστήματα παραγωγής προκύπτουν τιμιακά-χρηματικά μεγέθη της μορφής των τιμιακών-χρηματικών μεγεθών των πραγματικών οικονομιών. Κατά την ανάλυση διαπιστώνεται ότι στα εν λόγω μοντέλα όχι μόνο δεν υπάρχει χρήμα, αλλά ότι και αυτό, που εισάγεται στα μοντέλα αυτά προκειμένου να καλυφθεί το κενό της έλλειψης του πραγματικού χρήματος, δεν είναι σε θέση να παίξει κατάλληλα το ρόλο του. Η ανάλυση, βάσει της οποίας προκύπτει το συμπέρασμα αυτό, δεν διεξάγεται για πρώτη φορά στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Το ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής αφενός δεν υπάρχει χρήμα και αφετέρου δεν δύναται να εισαχθεί ένα λογιστικό χρήμα, το οποίο να μπορεί να παίξει κατάλληλα το ρόλο του πραγματικού χρήματος ως μέτρο των τιμών, έχει διαπιστωθεί και ερμηνευθεί με μια σειρά άρθρων και βιβλίων από τον Γ. Σταμάτη ήδη από το 1983. Η παρούσα εργασία αποτελεί ανάπτυξη αυτής της θέσης και εκτίθεται σε αντιπαράθεση με την κρατούσα θεώρηση.

***

Η ανάπτυξη που θα ακολουθήσει χωρίζεται σε τρία μέρη.

- Στο πρώτο μέρος, Μέρος Ι, θα εκθέσουμε και θα αναπτύξουμε τα γραμμικά συστήματα παραγωγής ως πλαίσιο οικονομικής ανάλυσης. Θα εξεταστεί δηλαδή πώς δια των μοντέλων αυτών επιχειρείται η αναπαράσταση της οικονομικής πραγματικότητας και ποιες είναι οι ιδιότητες των ως συστημάτων εξισώσεων.

Αρχικά, στο Κεφάλαιο Ι.1, θα δώσουμε την ακριβή έννοια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής. Η έννοια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής είναι ένα σύνολο από επιμέρους έννοιες, κύριο χαρακτηριστικό των οποίων είναι η κατανόηση της παραγωγικής διαδικασίας της οικονομίας ως παραγωγικής διαδικασίας που υπόκειται σε σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Στα πλαίσια της παρουσίασης της έννοιας των γραμμικών συστημάτων παραγωγής θα εκθέσουμε τις εν λόγω επιμέρους έννοιες. Συγκεκριμένα θα εκθέσουμε τις έννοιες της διαδικασίας παραγωγής, του συστήματος παραγωγής, της τεχνικής παραγωγής, της απλής και της σύνθετης παραγωγής, της τεχνολογίας, του συστήματος των τιμών και της επιλογής τεχνικής.

Στο Κεφάλαιο Ι.2 θα παρουσιάσουμε τα συστήματα απλής παραγωγής και θα αναπτύξουμε τις έννοιες:
α)της παραγωγικής τεχνικής.
β)της διασπώμενης και της μη διασπώμενης τεχνικής και
γ)των βασικών και μη βασικών εμπορευμάτων καθώς και τις έννοιες των αναπαραγωγικών και μη αναπαραγωγικών εμπορευμάτων.
Στη συνέχεια στα πλαίσια αυτών των εννοιών θα αναπτύξουμε πως προσδιορίζονται οι τιμές. Σύμφωνα με την σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία, τα τεχνικά δεδομένα τα οποία εκφράζονται από μια δεδομένη τεχνική απλής παραγωγής, αν υποθέσουμε ενιαίες τιμές, ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο και ενιαίο ποσοστό κέρδους, ορίζουν ένα σύστημα n εξισώσεων με n+2 αγνώστους, το οποίο προσδιορίζει τα ονομαστικά μεγέθη της χρησιμοποιούσας την τεχνική αυτή οικονομίας. Θα δείξουμε ότι αυτά τα συστήματα εξισώσεων είναι αδύνατον να αποτελέσουν ικανοποιητικά μοντέλα ερμηνείας των ονομαστικών μεγεθών, αφενός γιατί για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο δεν είναι σε θέση να προσδιορίσουν ούτε χρηματικά μεγέθη ούτε σχετικά τιμιακά μεγέθη, αφετέρου γιατί για δεδομένο εξωγενώς ποσοστό κέρδους μόνο σχετικά μεγέθη μπορούν να προσδιορίσουν -και αυτά όχι πάντα. Στις διασπώμενες τεχνικές, στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τομέα που παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα είναι μεγαλύτερο από αυτό του τομέα που παράγει εισερχόμενα στην παραγωγή τους μη βασικά εμπορεύματα, όταν το ποσοστό κέρδους λάβει την μέγιστη τιμή του, οι σχετικές τιμές ενδέχεται να είναι είτε μηδενικές είτε απροσδιόριστες. Κατά την ανάλυση αυτή, θα εξετάσουμε το πρόσημο των τιμών για διάφορα ποσοστά κέρδους με σκοπό να διαπιστωθεί εκείνο το διάστημα του ποσοστού κέρδους, το οποίο –δεδομένου ότι αρνητικές τιμές δεν εμφανίζονται στις πραγματικές οικονομίες και ως εκ τούτου δεν έχουν οικονομικό περιεχόμενο- μας οδηγεί σε μη αρνητικές τιμές εμπορευμάτων.

Στο Κεφάλαιο Ι.3 θα εξετάσουμε για την σύνθετη παραγωγή τα ζητήματα που εξετάσαμε στο Κεφάλαιο Ι.2 για την απλή παραγωγή. Πιο συγκεκριμένα, αφού εξετάσουμε πώς διαφοροποιείται η έννοια των διασπώμενων τεχνικών σύνθετης παραγωγής από των διασπώμενων τεχνικών της απλής παραγωγής,
α) θα εκθέσουμε τις έννοιες των διασπώμενων τεχνικών, των παραγωγικών τεχνικών, των εν μέρει παραγωγικών τεχνικών, των διαχωρίσιμων και μη διαχωρίσιμων τεχνικών καθώς και των $\mathbf{r_o}$-παραγωγικών τεχνικών, και

β) θα δείξουμε ότι στην σύνθετη παραγωγή για τις τιμές ισχύει ό,τι ίσχυσε και για τις τιμές στα πλαίσια της απλής παραγωγής.

Και στην σύνθετη παραγωγή, για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο δεν προσδιορίζονται ούτε σχετικές ούτε απόλυτες τιμές, ενώ για δεδομένο ποσοστό κέρδους προσδιορίζονται μόνο σχετικές τιμές και αυτές όχι πάντα. Μάλιστα, σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει στα πλαίσια της απλής παραγωγής, υπάρχουν και τεχνικές -και συγκεκριμένα οι $\mathbf{r_0}$ - παραγωγικές τεχνικές- οι οποίες οδηγούν σε ένα οικονομικά σημαντικό διάστημα για το ποσοστό κέρδους με ελάχιστο ποσοστό κέρδους μεγαλύτερο του μηδενός.

Στο Κεφάλαιο Ι.4 θα δείξουμε ότι οι μηδενικές τιμές εμπορευμάτων, που προσδιορίζονται για ορισμένες τιμές του ποσοστού κέρδους, δεν είναι παρά εκείνες οι μαθηματικές συνθήκες, οι οποίες καθιστούν ικανά τα γραμμικά συστήματα παραγωγής να διατηρήσουν ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους -καίτοι ένα τέτοιο ποσοστό κέρδους είναι χωρίς οικονομικό περιεχόμενο. Εξετάζουμε επίσης την έννοια των «ελεύθερων αγαθών» στα πλαίσια της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας. Θα δείξουμε ότι, επειδή στα πλαίσια των γραμμικών συστημάτων παραγωγή μια τέτοια υπόθεση μεταβάλλει σημαντικά την έννοια των εν λόγω μοντέλων από μοντέλα που προσδιορίζουν τιμές παραγωγής σε μοντέλα που προσδιορίζουν νεοκλασικές μαρζιναλιστικές τιμές, η υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» δεν μπορεί να γίνει αποδεκτή.

Στο Κεφάλαιο Ι.5 εκθέτουμε ορισμένα γενικά στοιχεία της έννοιας του χρήματος. Εξηγούμε ότι το χρήμα αποτελεί ένα μη συμμετρικό μέτρο των τιμών, το οποίο είναι προϊόν της ανταλλαγής που λαβαίνει χώρα στα πλαίσια μιας ανεπτυγμένης οικονομίας.

Στο κεφάλαιο Ι.6 αναπτύσσουμε την έννοια της τυποποίησης. Εξηγούμε ότι η εξίσωση τυποποίησης είναι μια εξίσωση δια της οποίας εισάγεται ένα αυθαίρετο λογιστικό χρήμα με το οποίο επιχειρείται να καλυφθεί η απουσία του χρήματος. Θα δείξουμε επίσης ότι το αυτό λογιστικό χρήμα δεν έχει την σημαντική ιδιότητα της μη συμμετρικότητας του πραγματικού χρήματος.

➢ Στο Μέρος ΙΙ αναπτύσσουμε την έννοια του τυπικού υποσυστήματος. Στα πλαίσια αυτού του μέρους δείχνουμε

- ότι τα δια της εξίσωσης τυποποίησης προκύπτοντα τιμιακά μεγέθη ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής δεν είναι, όπως ισχυρίζεται η κρατούσα θεωρία, χαρακτηριστικά μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος, εκείνου του υποσυστήματος δηλαδή, το οποίο παράγει ως καθαρό προϊόν του το τυπικό εμπόρευμα,
- ότι, δεδομένης μιας διασπώμενης τεχνικής, με μεταβαλλόμενο τυπικό εμπόρευμα μεταβάλλονται όχι μόνον τα απόλυτα ονομαστικά μεγέθη που προκύπτουν για την δεδομένη διασπώμενη τεχνική, αλλά κυρίως μεταβάλλονται τόσο το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους όσο και οι σχετικές τιμές,
- ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν υπάρχει ένα γενικό ποσοστό κέρδους ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά ένα γενικό ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος.

Κατά την ανάπτυξη του τυπικού υποσυστήματος, πρώτα θα εξετάσουμε την w-r-σχέση που προκύπτει σε εκείνο το σύστημα παραγωγής, το καθαρό προϊόν του οποίου είναι το τυπικό εμπόρευμα. Στα πλαίσια του υποσυστήματος αυτού διερευνούμε τα μεγέθη εκείνα, στην βάση των οποίων προκύπτει η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης. Αφού διαπιστώσουμε ότι τα μεγέθη εκείνα, τα οποία καθορίζουν την θέση και την κλίση της w-r-σχέσης του τυπικού υποσυστήματος, είναι, όσον αφορά μεν την θέση, η σταθερή μέση τιμιακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος και η μέση τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος και όσον αφορά δε την κλίση, ο λόγος της οριακής μεταβολής του της τιμιακής έντασης κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος, συνεπεία μιας οριακής μεταβολής του κέρδους, προς αυτή την οριακή μεταβολή του ποσοστού κέρδους, στη συνέχεια διερευνούμε ποια μεγέθη ορίζουν την w-r-σχέση ενός δεδομένου γραμμικού συστήματος παραγωγής. Κατά την διερεύνηση αυτή διαπιστώνουμε ότι τα μεγέθη εκείνα, που προσδιορίζουν την w-r-σχέση και του δεδομένου συστήματος, είναι εκείνα τα μεγέθη, που προσδιορίζουν και την w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος. Θα δείξουμε ότι πρώτα προσδιορίζονται οι τιμές των εμπορευμάτων, το (ενιαίο) ποσοστό κέρδους και το (ενιαίο) ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος και στη συνέχεια, δια της αξίωσης της ύπαρξης ενιαίων τιμών εμπορευμάτων, ενιαίου ποσοστού κέρδους και ονομαστικού ωρομισθίου, τα μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος ανάγονται και σε μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Η ανάπτυξη αυτή θα γίνει με βάση τις διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής, ωστόσο θα δείξουμε ότι τα συμπεράσματα γενικεύονται και στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής και γενικά στα πλαίσια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής. Στο Μέρος ΙΙ θα εξετάσουμε επίσης και τις συνθήκες εκείνες, οι οποίες πρέπει να ικανοποιούνται προκειμένου να προκύψουν γραμμικές w-r-σχέσεις. Το ζήτημα της γραμμικότητας της w-r-σχέσης αποτελεί ένα από τα βασικά ζητήματα της θεωρίας τόσο στα πλαίσια της κριτικής της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας επί της νεοκλασικής όσο και για την ίδια την σραφαϊκή θεωρία. Η σραφαϊκή θεωρία ισχυρίζεται ότι το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa αποτελεί το αληθές αμετάβλητο μέτρο των τιμών και των αξιών που αναζητούσε ο Ricardo. Θα δείξουμε ότι, πέρα από το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa, υπάρχουν και άλλα καλάθια εμπορευμάτων, διαφορετικής σύνθεσης από το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa, τα οποία και αυτά οδηγούν σε γραμμικές w-r-σχέσεις.

Στα κεφάλαια ΙΙ.2-ΙΙ.6 θα αναφερθούμε στο τυπικό υποσύστημα στα πλαίσια της απλής παραγωγής. Στη συνέχεια, στο Κεφάλαιο ΙΙ.7 θα αναφερθούμε στο ζήτημα της γραμμικότητας της w-r-σχέσης στα πλαίσια της απλής παραγωγής. Τέλος, στο Κεφάλαιο ΙΙ.8 όσα ελέγχθηκαν για το τυπικό υποσύστημα στην απλή παραγωγή θα τα επεκτείνουμε και στη σύνθετη παραγωγή.

- Στο Μέρος ΙΙΙ θα δείξουμε ότι το ζήτημα της «επιλογής τεχνικής», στη βάση του οποίου διεξάχθηκε η λεγόμενη «διένεξη» των δύο Cambridge, στερείται ουσιαστικού περιεχομένου. Κατά την ανάλυση αυτή θα διερευνηθεί η κατάταξη και η επιλογή τεχνικής καθώς μεταβάλλουμε το τυπικό εμπόρευμα. Θα δείξουμε πρώτον, ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος ενδέχεται να μεταβάλλεται και η κατάταξη και η επιλογή τεχνικής, και δεύτερον, ότι αυτό που θεωρείται κατάταξη και επιλογή τεχνικής δεν είναι κατάταξη και επιλογή τεχνικής, αλλά κατάταξη και επιλογή τυπικού υποσυστήματος. Στη διερεύνηση αυτή θα αναλύσουμε τα συνήθη κριτήρια επιλογής τεχνικής. Συγκεκριμένα θα διερευνήσουμε το κριτήριο της w-r-σχέσης και το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους.

Στο κεφάλαιο ΙΙΙ.1 θα εκθέσουμε την έννοια του κριτηρίου της w-r-σχέσης. Στο κεφάλαιο αυτό θα δείξουμε περαιτέρω πρώτον, ότι το κριτήριο της w-r-σχέσης εκτίθεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να συσκοτίζεται το γεγονός πως δεν υπάρχει μονοσήμαντη κατάταξη και επιλογή τεχνικής ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος και δεύτερον, ότι, σε αντίθεση με ό,τι ισχύει στα πλαίσια της οικονομικής πραγματικότητας, όπου η επιλεγείσα τεχνική γίνεται από τους επιμέρους ατομικούς καπιταλιστές, η κατάταξη με το κριτήριο της w-r-σχέσης και η επιλογή τεχνικής προϋποθέτει έναν συνολικό καπιταλιστή.

Στο Κεφάλαιο III.2 θα δείξουμε με παραδείγματα ότι μεταβαλλόμενης της τυποποίησης μεταβάλλονται τόσο οι w-r-σχέσεις όσο και η κατάταξη και η επιλογή τεχνικής. Παράλληλα, θα δείξουμε ότι η αιτία αυτής της μεταβολής έγκειται στο ότι η w-r-σχέση είναι η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος και όχι του δεδομένου συστήματος.

Αρχικά, κατά την ανάπτυξη του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους, όπως και κατά την ανάπτυξή του κριτηρίου της w-r-σχέσης, θα εκθέσουμε την έννοια του. Στη συνέχεια θα δείξουμε ότι και το κριτήριο αυτό, σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει στην πραγματικότητα, αν και τίθεται στη βάση ότι οι ίδιοι οι επιμέρους ατομικοί παραγωγοί επιλέγουν τις διαδικασίες που θα χρησιμοποιήσουν, εν τέλει και αυτό το κριτήριο προϋποθέτει έναν συνολικό καπιταλιστή. Η ανάπτυξη αυτή θα γίνει στο Κεφάλαιο III.3.

Στο Κεφάλαιο III.4 θα δείξουμε ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους δεν είναι ένα κριτήριο επιλογής τεχνικής, αλλά ένα κριτήριο επιλογής μεταξύ ενός συνόλου υποσυστημάτων που διαφέρουν ως προς μια και την αυτή διαδικασία παραγωγής. Συγκεκριμένα θα δείξουμε ότι η οικονομικά συνεπής χρησιμοποίηση του κριτηρίου αφορά την επιλογή εκείνου του τυπικού υποσυστήματος, που ελαχιστοποιεί το κόστος της διαφέρουσας διαδικασίας. Επιπλέον θα δείξουμε ότι, σε αντίθεση με τους ισχυρισμούς της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, το κριτήριο της w-r-σχέσης είναι πιο γενικό από αυτό της ελαχιστοποίησης του κόστους, αφού το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να κατατάξει μόνο γειτονικές τεχνικές απλής παραγωγής ενώ το κριτήριο της w-r-σχέσης και μη γειτονικές τεχνικές.

Μετά την ανάπτυξη του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους, στο Κεφάλαιο III.5 θα εξετάσουμε και το κριτήριο της «επιλογής τεχνικής» του Bidard. Ο Bidard θεωρείται ότι διατυπώνει εκείνες τις συνθήκες, στη βάση των οποίων προκύπτει μια μονοσήμαντη κατάταξη και επιλογή τεχνικής. Το κριτήριο δε που χρησιμοποιεί φαίνεται να είναι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους. Κατά την ανάλυση, που θα διεξαχθεί σε σχέση με τον Bidard, θα δείξουμε ότι εν τέλει ο Bidard δεν χρησιμοποιεί απλά το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους, αλλά το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους σε τέτοια μορφή ώστε να είναι ισοδύναμο με το κριτήριο της w-r-σχέσης. Θα δείξουμε επίσης ότι μεταβαλλόμενης της σύνθεσης του πραγματικού ωρομισθίου μεταβάλλεται και η κατάταξη και η επιλεγείσα τεχνική· μάλιστα δε με τρόπο τελείως ανεξάρτητο από τις τιμές. Τέλος, θα δείξουμε ότι η κατάταξη και η επιλογή τεχνικής του Bidard εν τέλει δεν εκφράζει κατάταξη και η επιλογή τεχνικής, αλλά κατάταξη και επιλογή ορισμένων συστημάτων παραγωγής.

Στο Κεφάλαιο III.6 θα εξετάσουμε το πρόβλημα το οποίο τέθηκε και επιλύθηκε από τον von. Neumann στο άρθρο του «Ένα μοντέλο γενικής ισορροπίας». Θα εξετάσουμε επίσης τόσο τις συνήθεις λύσεις που δίνονται για το πρόβλημα αυτό, όσο και την λύση την οποία ανέπτυξε για το πρόβλημα αυτό ο Σταμάτης. Το πρόβλημα που έθεσε ο von Neumann εκ πρώτης άποψης είναι ένα πρόβλημα επιλογής τεχνικής. Ο τρόπος δε που το πρόβλημα αυτό επιλύεται αποτελεί και την βάση του τρόπου με τον οποίο τίθεται και επιλύεται το ζήτημα της επιλογής τεχνικής και από τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς. Κατά την ανάλυση του εν λόγω άρθρου, θα δείξουμε ότι το πρόβλημα που θέτει ο von Neumann και η λύση την οποία ενέχει δεν αφορά εν τέλει ένα ζήτημα επιλογής τεχνικής, αλλά ένα ζήτημα επιλογής ορισμένων συστημάτων παραγωγής· αφορά την σύγκριση και την επιλογή πρότυπων χαραζοφιανών συστημάτων. Θα δείξουμε επίσης ότι ούτε στον von Neumann η επιλογή τεχνικής επηρεάζεται από τις τιμές καθώς και ότι στην τεχνική της λύσης οι τιμές μπορούν να είναι τυχαίες. Τέλος, θα γίνει σαφές, ότι το εν λόγω πρόβλημα καθώς και η λύση του έχει περιορισμένη και μόνο σημασία, αφού αφορά την ικανοποίηση μιας ζήτησης η οποία καθορίζεται τυχαία. Εξάλλου, το ότι η «επιλογή τεχνικής» καθορίζεται στο μοντέλο μονοσήμαντα είναι συνέπεια απλώς και μόνο του ότι στο μοντέλο δεν εισάγεται κάποια εξίσωση τυποποίησης. Αντιθέτως, αν στο μοντέλο εισαγόταν μια εξίσωση τυποποίησης, η «επιλεγείσα τεχνική» θα μεταβαλλόταν συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος.

Στο τελευταίο κεφάλαιο, στο Κεφάλαιο ΙΙΙ.7 θα πραγματευτούμε το θεώρημα της «μη υποκατάστασης». Στη βάση αυτού του θεωρήματος, που σημειωτέον αρχικά διαπιστώθηκε από νεοκλασικούς οικονομολόγους, οι οποίοι και απέδωσαν στο θεώρημα αυτό το εν λόγω όνομα, οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί επιχειρούν να θεμελιώσουν την άποψη ότι η ζήτηση δεν επηρεάζει καθόλου τις τιμές. Στα πλαίσια του θεωρήματος αυτού εκφράζεται η άποψη ότι υπάρχουν τεχνικές -και κυρίως οι μη διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής-, στις οποίες οι τιμές είναι ανεξάρτητες από την ζήτηση. Κατά την ανάπτυξη όμως της εργασίας, στο εν λόγω κεφάλαιο, θα δείξουμε ότι το θεώρημα της «μη υποκατάστασης» δεν έχει γενική ισχύ ούτε και στις περιπτώσεις των μη διασπώμενων τεχνικών. Στις τεχνικές αυτές θα δείξουμε ότι υπάρχουν καλάθια ζήτησης, τα οποία επηρεάζουν και τις τιμές.

***

Πριν αρχίσουμε την έκθεση των εν λόγω ζητημάτων, πρέπει να τονίσουμε ότι εδώ δεν επιχειρείται η κριτική της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας και η επιβεβαίωση της νεοκλασικής. Τα συμπεράσματα, τα οποία εξέθεσε η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία κατά της νεοκλασικής για το εξαιρετικά περιορισμένο χαρακτήρα της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής, παραμένουν. Το συμπέρασμα των σύγχρονων νεορικαδιανών οικονομολόγων, ότι το φαινόμενο της «επαναχρησιμοποίησης των τεχνικών» εκφράζει μια πιο ικανοποιητική προσέγγιση της οικονομικής πραγματικότητας και ότι η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής αφορά οικονομίες, που έχουν το χαρακτήρα μιας «παραβολής» τέτοιας, που δεν μπορεί να αποτελέσει βάση για την κατανόηση των πραγματικών οικονομιών, δεν ανατρέπεται. Στην παρούσα εργασία διαπιστώνεται ότι τόσο η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής όσο και οι έννοιες «επιλογή τεχνικής» και «επαναχρησιμοποίηση τεχνικής» δεν εκφράζουν πράγματι ζητήματα επιλογής τεχνικής, αλλά επιλογής ορισμένων συστημάτων παραγωγής· στην οποία επιλογή, μάλιστα, επιδρά καθοριστικά η μη ύπαρξη και η αδυναμία εισαγωγής του πραγματικού χρήματος. Με άλλα λόγια, η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής δεν μπορεί να εκφράσει τα όσα συμβαίνουν στην πραγματική οικονομία κατάλληλα, κι αυτό αφενός γιατί ενέχει την άποψη ότι σε δύο διαφορετικές τιμές του ποσοστού κέρδους χρησιμοποιούνται πάντα δύο διαφορετικές τεχνικές, αφετέρου δε, γιατί στα πλαίσια της οικονομίας που εκφράζει όχι μόνο δεν προκύπτουν τιμές εκφρασμένες σε πραγματικό χρήμα και ως εκ τούτου και πραγματικό χρήμα, αλλά είναι αδύνατον και να εισαχθούν.

Πρέπει επίσης να τονίσουμε ότι, όταν νεοκλασικοί οικονομολόγοι μιλάνε για θεώρημα της «μη υποκατάστασης», υπονοούν την κατανόηση ότι ενώ κατά κανόνα υπάρχει υποκατάσταση των συντελεστών παραγωγής, υπάρχουν ορισμένες εξαιρετικές περιπτώσεις τεχνικών, στις οποίες η ζήτηση δεν επιδρά στις τιμές. Έτσι λοιπόν και στα πλαίσια της νεοκλασικής θεωρίας είναι αποδεκτό ότι η θεωρία αυτή δεν είναι γενική, υπάρχουν δηλαδή και περιπτώσεις στις οποίες δεν ισχύει το συμπέρασμα ότι η ζήτηση επηρεάζει τις τιμές. Με άλλα λόγια, είναι αποδεκτό ότι υπάρχουν όρια, εντός των οποίων πρέπει να κινηθεί η θεωρία αυτή και ότι δεν μπορεί να εκφράζεται για την οικονομική πραγματικότητα γενικά. Ωστόσο, αν και θα δείξουμε ότι ούτε το θεώρημα της μη υποκατάστασης ισχύει, αυτό δεν σημαίνει ότι επιχειρείται να θεμελιωθούν οι απόψεις της νεοκλασικής θεωρίας περί της έννοιας και της μορφής της ζήτησης. Στην παρούσα εργασία το πώς διαμορφώνεται η ζήτηση δεν τίθεται και δεν αναλύεται. Το ότι η όλη ανάλυση τίθεται στα πλαίσια των τιμών παραγωγής, ανεξαρτήτως του πώς διαμορφώνονται και επηρεάζονται τα καταναλωτικά πρότυπα, δεν σημαίνει και ότι γίνονται αποδεκτές οι νεοκλασικές απόψεις.

Η θεμελίωση της νεοκλασικής θεωρίας ενέχει αφενός τη θεμελίωση της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής, και αφετέρου, την θεμελίωση των απόψεων της για τα καταναλωτικά πρότυπα. Ωστόσο, κατά πρώτον επειδή η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής δεν θεμελιώνεται και κατά δεύτερον επειδή στα πλαίσια της παρούσας εργασίας δεν τίθεται καμία διερεύνηση της έννοιας της ζήτησης, τα όσα αναλύονται στην παρούσα εργασία και η κριτική που διαμέσου αυτής ασκείται στην σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία δεν σημαίνουν και θεμελίωση της νεοκλασικής θεωρίας.

ΜΕΡΟΣ Ι

ΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

I.1 Η έννοια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής

Η παρούσα εργασία αποτελεί κριτική της σύγχρονης νεορικαρδιανής[1] θεωρίας καταδεικνύοντας ότι τα γραμμικά συστήματα παραγωγής υπόκεινται σε σαφώς προσδιορισμένα όρια, τα οποία δεν τίθενται και δεν αναλύονται από την θεωρία αυτή. Κυρίως, θα αποδείξουμε ότι τα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν είναι σε θέση να αναπαραστήσουν την έννοια του πραγματικού χρήματος.

Στην παρούσα εργασία, όταν χρησιμοποιούμε την έννοια γραμμικά συστήματα παραγωγής, θα εννοούμε εκείνα τα μοντέλα, τα οποία αναπτύχθηκαν και εισήχθηκαν στην οικονομική θεωρία από τους: Leontief με το σύγγραμμά του «The structure of American economy 1919-1939»[2], von Neumann με το «Ένα μοντέλο γενικής ισορροπίας»[3] και Sraffa με το «Παραγωγή εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων. Πρελούδιο στην κριτική της οικονομικής θεωρίας»[4]. Το κύριο χαρακτηριστικό γνώρισμα των υποδειγμάτων αυτών είναι ότι προβαίνουν στην αναπαράσταση της οικονομικής πραγματικότητας μέσα από ένα σύνολο γραμμικών εξισώσεων. Το σύνολο δε αυτών των γραμμικών εξισώσεων αποτελεί έκφραση μιας θεωρούμενης ή μιας πραγματικής οικονομίας μέσα από τις τεχνικές συνθήκες παραγωγής της. Τεχνικές συνθήκες οι οποίες κατανοούνται ως γραμμικές συναρτήσεις.

Πιο συγκεκριμένα, η έννοια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής στα πλαίσια της παρούσας εργασίας αποτελεί μια ενότητα, ένα σύνολο από επιμέρους έννοιες. Οι επιμέρους αυτές έννοιες είναι οι ακόλουθες:

i) η έννοια της διαδικασίας ή αλλιώς μεθόδου παραγωγής
ii) η έννοια του συστήματος παραγωγής

[1] Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, ως σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία ορίζουμε τη θεωρία εκείνη η οποία συγκροτήθηκε με βάση το σύγγραμμα του Sraffa «Παραγωγή εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων…» και η οποία περικλείει πέραν του ίδιου του Sraffa οικονομολόγους όπως ο Pasinetti, ο Garegnani, ο Steedman κ.λπ. Τον όρο σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία τον εισαγάγει ο Σταμάτης στο Σταμάτης (1992α) σελ.456-465 για να δηλώσει τη διαφορά των τελευταίων οικονομολόγων από οικονομολόγους όπως ο von Bortkiewicz, τους οποίους τους ορίζει «πρώτους» νεορικαρδιανούς οικονομολόγους. Συγκεκριμένα γράφει, «Χαρακτηριστικό για την εγκατάλειψη της ρικαρδιανής θεωρίας της αξίας και της υπεραξίας από τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς οικονομολόγους είναι το είδος της κριτικής που άσκησαν κατά τη δεκαετία στη νεοκλασική σχολή. Ενώ κατέδειξαν (με πειστικότατο και για τους νεοκλασικούς οικονομολόγους τρόπο), ότι δεν είναι δυνατόν να υπάρξει η νεοκλασική μακροοικονομική συνάρτηση παραγωγής, η οποία αποτελεί το θεμέλιο των νεοκλασικών απόψεων, σύμφωνα με τις οποίες το κοινωνικό προϊόν παράγεται τόσο από την εργασία όσο και από το κεφάλαιο και συγκεκριμένα από την εργασία το μέρος του που παίρνουν ως μισθό οι εργάτες και από το κεφάλαιο το μέρος του που παίρνουν ως κέρδος οι καπιταλιστές, δεν προχώρησαν στα συμπεράσματα που προκύπτουν αβίαστα απ΄ αυτή την κριτική τους, στα συμπεράσματα δηλ. ότι οι παραπάνω νεοκλασικές απόψεις για τη δημιουργία και την κατανομή του κοινωνικού προϊόντος είναι εσφαλμένες και οι αντίστοιχες απόψεις του Ricardo (που είναι οι απόψεις της κλασικής αλλά και της μαρξικής θεωρίας) είναι ορθές. Πραγματικά νεορικαρδιανοί είναι μόνον οι πρώτοι νεορικαρδιανοί, όπως π.χ. ο von Bortkiewicz, κύριο μέλημα των οποίων υπήρξε η βασιζόμενη στον Ricardo κριτική της θεωρίας της "παραγωγικότητας του κεφαλαίου", όπως ονομαζόταν τότε η νεοκλασική άποψη, ότι ένα μέρος του κοινωνικού προϊόντος, και συγκεκριμένα τα κέρδη, δεν παράγονται από την εργασία, αλλά από το κεφάλαιο. Οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί οικονομολόγοι δεν έχουν καμία σχέση ούτε με τους νεορικαρδιανούς του τέλους του περασμένου και των αρχών αυτού του αιώνα ούτε, ούτε κατά μείζονα λόγο με τον ίδιο τον Ricardo»[Δες Σταμάτης, 1992α σελ.464-465].

[2] Leontief (1951)

[3] v.Neumann (1991)

[4] Sraffa (1985)

iii) η έννοια της τεχνικής παραγωγής
iv) η έννοια της τεχνολογίας
v) η έννοια του συστήματος των τιμών
vi) η έννοια της απλής παραγωγής και η έννοια της σύνθετης παραγωγής.
vii) η έννοια της επιλογής τεχνικής

Τα θεμελιώδη χαρακτηριστικά της προσέγγισης της οικονομίας, όπως αυτή λαμβάνει χώρα από τη σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία με τη χρήση ως πλαισίου ανάλυσης των επιμέρους αυτών εννοιών, με την χρήση δηλ. των γραμμικών συστημάτων παραγωγής, είναι τα ακόλουθα:

α) «η αντίληψη [του Quesnay] της οικονομικής δραστηριότητας ως κυκλικής διαδικασίας»[1]. Η οικονομία κατανοείται ως ένα σύνολο από επιμέρους αλληλοεξαρτώμενους κλάδους-τομείς, μεταξύ των οποίων παρατηρείται μια κυκλική-αμφίδρομη ροή εμπορευμάτων. Κάθε κλάδος-τομέας της οικονομίας παράγει εμπορεύματα τα οποία τα πωλεί στους άλλους κλάδους της, ενώ ταυτόχρονα βρίσκεται σε άμεση εξάρτηση από αυτούς, γιατί από αυτούς αγοράζει τα εμπορεύματα εκείνα, τα οποία αποτελούν τους όρους και τις προϋποθέσεις της ίδιας της δικής του παραγωγής· χωρίς αυτούς τους άλλους κλάδους δεν μπορεί να παράγει, δεν μπορεί να αποκτήσει εκείνες τις εισροές, οι οποίες συνιστούν τα δικά του μέσα παραγωγής.

β) Οι όροι ανταλλαγής, με βάση τους οποίους διεξάγεται η ροή εμπορευμάτων μεταξύ των διαφόρων κλάδων μιας υπό θεώρηση οικονομίας, καθορίζονται στα πλαίσια των λεγόμενων *τιμών παραγωγής*. Οι τιμές παραγωγής προσδιορίζονται αποκλειστικά από τις τεχνικές συνθήκες παραγωγής, τις οποίες έχει στη διάθεσή της μια οικονομία, υπό την προϋπόθεση της ύπαρξης μεταξύ των διαφόρων κλάδων-τομέων παραγωγής ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους αφενός και ενός ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου αφετέρου.

γ) Οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής μιας δεδομένης οικονομίας κατανοούνται ως υποκείμενες σε σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Μια ορισμένη ποσοστιαία αύξηση σε φυσικούς όρους των εκροών ενός κλάδου-τομέα παραγωγής θεωρείται ότι προϋποθέτει την ίδια ποσοστιαία αύξηση σε φυσικούς όρους των εισροών του[2].

* * *

Τώρα, με βάση τα γενικά αυτά στοιχεία, μπορούμε να προχωρήσουμε στην ειδικότερη διατύπωση των παραπάνω –επιμέρους- εννοιών (i)-(vii), να προχωρήσουμε δηλαδή στην περαιτέρω ανάπτυξη του αναλυτικού πλαισίου της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας.

i) *<u>Για την έννοια της διαδικασίας ή αλλιώς μεθόδου παραγωγής</u>*

Η στοιχειώδης έννοια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής είναι η έννοια της

[1] Pasinetti (1991) σελ.21.
[2] Τα τρία αυτά χαρακτηριστικά των γραμμικών συστημάτων παραγωγής –και συνεπώς τα ίδια τα γραμμικά συστήματα παραγωγής – ανάγονται στους Quesnay, Smith, Ricardo, Marx[Δες π.χ. Sraffa (1985) σελ.17, Eatwell (1977), Pasinetti (1991) σελ. 18-39]. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, τους τελευταίους αυτούς οικονομολόγους θα τους καλούμε, εκτός αν δηλώνουμε ρητά κάτι διαφορετικό, κλασικούς οικονομολόγους.

διαδικασίας παραγωγής, ή αλλιώς της μεθόδου παραγωγής[1]. Διαδικασία παραγωγής είναι μια παράσταση της ακόλουθης μορφής

$$(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj}),(\mathbf{l}_j),(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj}) \qquad (1\alpha)$$

-με $\mathbf{a}_{ij},\mathbf{b}_{ij} \geq 0$ –

ή $(\mathbf{a}_j,\mathbf{l}_j,\mathbf{b}_j)$ (1β)

-με $\mathbf{a}_j = (\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj}),\mathbf{l} = (\mathbf{l}_j),\mathbf{b} = (\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$ -

-με $\mathbf{a}_{ij},\mathbf{b}_{ij} \geq 0$ –

ή $(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj}) \oplus (\mathbf{l}_j) \rightarrow (\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$ (1γ)

-με $\mathbf{a}_{ij},\mathbf{b}_{ij} \geq 0$ –

Λεκτικά τη διαδικασία παραγωγής θα μπορούσαμε να την ορίσουμε ως εξής: *διαδικασία παραγωγής* είναι μια «ενέργεια», η οποία προσδιορίζεται από τις τεχνικές συνθήκες παραγωγής και την εργασιακή δύναμη που κατέχει μια δεδομένη οικονομία και η οποία δίνει τη δυνατότητα στην οικονομία αυτή να μετατρέψει μια δέσμη εμπορευμάτων σε μια άλλη δέσμη εμπορευμάτων. Την περαιτέρω ανάλυση της έννοιας της διαδικασίας παραγωγής θα τη διεξάγουμε με βάση την παράσταση (1γ). Η παράσταση αυτή αποδίδει μια πιο παραστατική και συνεπώς μια πιο εύληπτη μορφή της έννοιας της διαδικασίας παραγωγής από ό,τι οι (1α) και (1β). Η παράσταση (1γ) και συνεπώς μια διαδικασία παραγωγής εκφράζει μια συγκεκριμένη διάταξη εισροών και μια συγκεκριμένη διάταξη εκροών. Επειδή μια οικονομία κατά κανόνα έχει στη διάθεσή της περισσότερες της μιας διαδικασίες παραγωγής, χρησιμοποιούμε το γράμμα **j** για να χαρακτηρίσουμε μια συγκεκριμένη διαδικασία παραγωγής. Αριστερά του βέλους - «→» -, το οποίο συμβολίζει την «ενέργεια» μετατροπής μιας δέσμης εμπορευμάτων σε μία άλλη, έχει τοποθετηθεί η διάταξη των εισροών, ενώ δεξιά του βέλους έχει τοποθετηθεί η διάταξη των εκροών. Η παράσταση (1γ) εκφράζει τρία διαφορετικά διανύσματα, τα οποία και ορίζουν τη συγκεκριμένη διαδικασία παραγωγής *j*. Το πρώτο από αριστερά διάνυσμα αναπαριστά τις παραγόμενες εισροές της εν λόγω *j*-οστής διαδικασίας, αυτές χρησιμοποιούνται προκειμένου να παραχθούν οι εκροές της στο μέγεθος που ορίζεται από το διάνυσμα το οποίο βρίσκεται αριστερά του βέλους. Το δεύτερο κατά σειρά διάνυσμα αναπαριστά την ποσότητα της άμεσης εργασίας, η οποία εισέρχεται στην εν λόγω διαδικασία, για να παραχθεί το προηγουμένως αναφερόμενο διάνυσμα των εκροών -που βρίσκεται δεξιά του βέλους. Με άλλα λόγια, το διάνυσμα $(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$ αναπαριστά το καλάθι των εκροών της *j*-οστής διαδικασίας παραγωγής, όταν αυτή ως εισροές χρησιμοποιεί το καλάθι εμπορευμάτων $(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj})$ και την ποσότητα άμεσης εργασίας $(\mathbf{l}_j)$ - το σύμβολο $\oplus$ εκφράζει την «πρόσθεση» των τελευταίων δύο διανυσμάτων. Κάθε συγκεκριμένο στοιχείο του διανύσματος $(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$ εκφράζει ένα συγκεκριμένο εμπόρευμα ως εκροή σε ένα συγκεκριμένο μέγεθος. Η τελευταία αυτή εκροή είναι ακαθάριστη. Για να μπορεί η διαδικασία παραγωγής j να παράγει συνεχώς στη διάσταση του χρόνου το καλάθι $(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$, πρέπει να έχει πάντα στη διάθεσή της ως μέσα παραγωγής

[1] Δεν υπάρχει στην έννοια αυτή ενιαία ορολογία. Άλλοτε χρησιμοποιείται ο όρος «process», άλλοτε ο όρος «method», άλλοτε ο όρος «activity», άλλοτε ο όρος «sector» κ.λπ.[Δες π.χ Salvadori (1985) σελ.159,174 Bruno/Burmeister/sheshinki (1966) σελ.529-537]. Στα πλαίσια της εργασίας αυτής κατά κανόνα θα χρησιμοποιούμε τον όρο *διαδικασία παραγωγής*.

το καλάθι εμπορευμάτων $(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj})$. Συνεπώς, το καλάθι των εμπορευμάτων εκείνων, που μπορεί να παράγει η εν λόγω διαδικασία με σκοπό να καταναλωθεί σε σκοπούς άλλους πέρα από αυτούς που αφορούν την ίδια τη λειτουργία της, προκύπτει όταν από τις εκροές της διαδικασίας –όπως αυτές εκφράζονται στο διάνυσμα $(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$- αφαιρέσουμε τις εισροές της -όπως εκφράζονται στο διάνυσμα $(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj})$. Η διαφορά $(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$-$(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj})$ορίζει την καθαρή εκροή της. Σ'αυτήν διαδικασία παραγωγής έχουμε θεωρήσει την ύπαρξη και την παραγωγή έως και **n** διαφορετικών εμπορευμάτων. Το στοιχείο $\mathbf{b}_{ij}$ εκφράζει το μέγεθος στο οποίο η *j*-οστή διαδικασία παράγει το εμπόρευμα i ως ακαθάριστη εκροή. Η διαδικασία παραγωγής *j* μπορεί να παράγει τόσο το διάνυσμα $(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$, όσο και κάθε πολλαπλάσιο $\mathbf{x}_j$ αυτού υπό τον όρο ότι ικανοποιείται η ακόλουθη συνθήκη:

$$\mathbf{x}_j(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj})\oplus\mathbf{x}_j(\mathbf{l}_j)\rightarrow\mathbf{x}_j(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj}) \qquad (1\delta)$$

Η παράσταση (1δ) εκφράζει ότι το επίπεδο της εισροής και της εκροής της *j*-οστής διαδικασίας αποτελεί απλώς ένα πολλαπλάσιο των διανυσμάτων των παραστάσεων (1α-1γ). Αυτό σημαίνει, όμως, ότι τα σχετικά μεγέθη, τόσο των εκροών όσο και των εισροών της υπό θεώρηση διαδικασίας παραγωγής και εν γένει κάθε διαδικασίας παραγωγής, είναι ανεξάρτητα από το απόλυτο μέγεθος της εκροής και συνεπώς ανεξάρτητα και του επιπέδου λειτουργίας $\mathbf{x}_j$. Αυτό το τελευταίο χαρακτηριστικό συνεπάγεται ότι οι διαδικασίες παραγωγής υπόκεινται σε σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Να τονίσουμε ότι μια διαδικασία παραγωγής δεν εκφράζει μια απολύτως προσδιορισμένη παραγωγή, παρά μόνο τη δυνατότητα παραγωγής ορισμένων εμπορευμάτων σε μια ορισμένη σύνθεση. Μια διαδικασία παραγωγής παράγει ένα συγκεκριμένο καλάθι εμπορευμάτων, προσδιορισμένο τόσο ως προς τη σύνθεση όσο και ως προς το μέγεθος, όταν έχει τεθεί σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο δραστηριότητας $\mathbf{x}_j$. Επειδή τα επίπεδα δραστηριότητας, στα οποία μπορεί να τεθεί σε λειτουργία μια διαδικασία παραγωγής είναι άπειρα, άπειρα είναι ως προς το απόλυτο μέγεθός τους και τα καλάθια εμπορευμάτων τα οποία μια διαδικασία παραγωγής μπορεί να παράγει.

Συνοψίζοντας, ως διαδικασία παραγωγής θα ορίζουμε μια παράσταση της μορφής 1. Η παράσταση αυτή εκφράζει την ικανότητα μιας οικονομίας να μετατρέψει ένα μόνο ως προς τη σύνθεση προσδιορισμένο καλάθι εμπορευμάτων σε ένα άλλο καλάθι εμπορευμάτων προσδιορισμένο επίσης μόνο ως προς τη σύνθεση.

Οι διαδικασίες παραγωγής διακρίνονται περαιτέρω σε διαδικασίες απλής παραγωγής και σε διαδικασίες σύνθετης παραγωγής. Μια διαδικασία παραγωγής είναι διαδικασία απλής παραγωγής, μόνο όταν είναι της μορφής $(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj})\oplus(\mathbf{l}_j)\rightarrow(0_{1j},0_{2j},.1_{ij}..,0_{nj})$. Μια διαδικασία απλής παραγωγής παράγει πάντα ένα -και μόνο- απλό εμπόρευμα. Μάλιστα, το παραγόμενο εμπόρευμα αποτελεί και στοιχείο προσδιορισμού της διαδικασίας που το παράγει· έτσι για παράδειγμα, η διαδικασία $(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj})\oplus(\mathbf{l}_j)\rightarrow(0_{1j},0_{2j},.1_{ij}..,0_{nj})$ είναι μια διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος **j**. Μια διαδικασία σύνθετης παραγωγής είναι μια παράσταση της μορφής $(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj})\oplus(\mathbf{l}_j)\rightarrow(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$ με τον επιπλέον προσδιορισμό ότι στις εκροές εμπεριέχει σε θετικές ποσότητες δύο τουλάχιστον εμπορεύματα, υπό τον περιορισμό δηλαδή ότι η παράσταση αυτή δεν ταυτίζεται με μια διαδικασία απλής παραγωγής. Στη συνέχεια της εργασίας, για λόγους απλοποίησης, τη διαδικασία σύνθετης παραγωγής θα την ορίζουμε έτσι ώστε το $(\mathbf{l}_j)$ να ισούται με τη μονάδα, ήτοι $(\mathbf{l}_j)$=1. Η επιπλέον αυτή προϋπόθεση μας δίνει τη δυνατότητα να διακρίνουμε δύο διαδικασίες σύνθετης παραγωγής ως διαφορετικές, απλώς και μόνο αν διαφέρουν στα διανύσματα $(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj}),(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$. Να τονίσουμε, βέβαια, ότι μια παράσταση της μορφής $(\mathbf{a}_{1j},\mathbf{a}_{2j},...,\mathbf{a}_{nj})\oplus(\mathbf{l}_j)\rightarrow(\mathbf{b}_{1j},\mathbf{b}_{2j},...,\mathbf{b}_{nj})$ χωρίς περαιτέρω προσδιορισμούς μπορεί να είναι τόσο μια διαδικασία απλής παραγωγής, όσο και μια διαδικασία σύνθετης παραγωγής.

ii) *Για την έννοια του συστήματος παραγωγής*

Έχοντας αναπτύξει ως στο σημείο αυτό την έννοια της διαδικασίας παραγωγής, θα περάσουμε στην ανάπτυξη της έννοιας του συστήματος παραγωγής. Στην παρούσα εργασία, ως σύστημα παραγωγής θα ορίζουμε ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής οι οποίες τίθενται σε ένα ορισμένο επίπεδο λειτουργίας. Στη γενική του μορφή, ένα σύστημα παραγωγής αποτελεί μια παράσταση όπως η ακόλουθη,

$$[\mathbf{A},\mathbf{L},\mathbf{B},\mathbf{X}] \quad (2\alpha)$$

με $$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \ldots\ldots & \mathbf{a}_{1m}\\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & \ldots\ldots & \mathbf{a}_{2m}\\ \ldots\ldots & & & \\ \mathbf{a}_{n1} & \mathbf{a}_{n2} & \ldots\ldots & \mathbf{a}_{nm}\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}=[\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2,...,\mathbf{l}_n],\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12} \ldots\ldots & \mathbf{b}_{1m}\\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22} \ldots\ldots & \mathbf{b}_{2m}\\ \ldots\ldots & & \\ \mathbf{b}_{n1} & \mathbf{b}_{n3} \ldots\ldots & \mathbf{b}_{nm}\end{bmatrix},\quad \mathbf{X}=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ \vdots\\ \mathbf{x}_n\end{bmatrix}$$

Ένα σύστημα παραγωγής εκφράζει μια συγκεκριμένη παραγωγή. Το συγκεκριμένο δε, της παραγωγής ενός συστήματος παραγωγής, μπορούμε να το εκφράσουμε και στις παραστάσεις (2β) (2γ) που ακολουθούν

$$\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \ldots\ldots & \mathbf{a}_{1m}\\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & \ldots\ldots & \mathbf{a}_{2m}\\ \ldots\ldots & & & \\ \mathbf{a}_{n1} & \mathbf{a}_{n2} & \ldots\ldots & \mathbf{a}_{nm}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ \vdots\\ \mathbf{x}_n\end{bmatrix}\oplus[\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2,...,\mathbf{l}_n]\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ \vdots\\ \mathbf{x}_3\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12} \ldots\ldots & \mathbf{b}_{1m}\\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22} \ldots\ldots & \mathbf{b}_{2m}\\ \ldots\ldots & & \\ \mathbf{b}_{n1} & \mathbf{b}_{n3} \ldots\ldots & \mathbf{b}_{nm}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ \vdots\\ \mathbf{x}_n\end{bmatrix} \quad (2\beta)$$

$$\mathbf{AX}\oplus\ \mathbf{LX}\rightarrow\mathbf{BX} \quad (2\gamma)$$

Στις παραστάσεις (2α-2γ) οι μήτρες **A,B** και το διάνυσμα **L** -όπου **A, B** δύο **nxm** μήτρες για τις οποίες ισχύει **A,B**≥0 και **L** ένα **1xm** διάνυσμα για το οποίο υποθέτουμε ότι ισχύει **L**>0, - αναπαριστούν ένα σύνολο **m** γραμμικά ανεξάρτητων διαδικασιών παραγωγής, διαμέσου των οποίων παράγονται **n** διαφορετικά εμπορεύματα. Οι γραμμικά ανεξάρτητες διαδικασίες παραγωγής αυτές αναπαρίστανται στις στήλες των μητρών **A,B** και σε κάθε στοιχείο του διανύσματος **L**. Πιο συγκεκριμένα, η *j*-οστή στήλη της μήτρας **A**, με j=1,2,...,m, το j-οστό στοιχείο του **L** και η *j*-οστή στήλη της μήτρας **B** αναπαριστούν την *j*-οστή διαδικασία παραγωγής, για την οποία ισχύουν όσα αναπτύξαμε για τη διαδικασία παραγωγής. Τη μήτρα **A** θα την καλούμε μήτρα των τεχνολογικών συντελεστών των εισροών ή απλούστερα *μήτρα των εισροών*, τη μήτρα **B** θα την καλούμε *μήτρα* των *εκροών* και το διάνυσμα **L** θα το καλούμε *διάνυσμα των τεχνολογικών συντελεστών* των *εισροών σε άμεση εργασία* ή για συντομία απλά διάνυσμα των εισροών σε εργασία. Τέλος, το διάνυσμα **X**, με βάση το οποίο ορίζεται ή έννοια του συστήματος παραγωγής, θα το καλούμε *διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας*. Κάθε στοιχείο $\mathbf{x}_j$ του διανύσματος **X** εκφράζει το επίπεδο λειτουργίας στο οποίο τίθεται η j-οστή διαδικασία παραγωγής. Περαιτέρω, τα μεγέθη **AX, LX** εκφράζουν το σύνολο των παραγόμενων μέσων παραγωγής και την ποσότητας εργασίας αντιστοίχως, που απαιτούνται με βάση τις υπάρχουσες μεθόδους παραγωγής για την παραγωγή μιας ακαθάριστης εκροής μεγέθους **ΒΧ**.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, ως σύστημα παραγωγής μπορούμε να ορίσουμε μια σύνθετη και συναρτώμενη από τις υπάρχουσες τεχνικές συνθήκες παραγωγής «ενέργεια», η οποία μετατρέπει μια δέσμη ορισμένων εμπορευμάτων ποσοτικά και ποιοτικά προσδιορισμένων σε μία άλλη δέσμη εμπορευμάτων επίσης ποσοτικά και ποιοτικά προσδιορισμένων. Η «ενέργεια» δε της μετατροπής αυτής αναπαρίσταται σε μια παράσταση της μορφής [**A,B,L,X**]. Στην τελευταία παράσταση, το τμήμα [**A,B,L**] αναπαριστά το σύνολο των διαδικασιών παραγωγής που το δεδομένο σύστημα παραγωγής χρησιμοποιεί -στο επίπεδο λειτουργίας που ορίζεται από το διανυσμα Χ. Το εν λόγω συγκεκριμένο σύνολο, των διαδιακασιών παραγωγής, δηλώνει τις χρησιμοποιηθείσες τεχνικές συνθήκες παραγωγής. Η παράσταση [**A,B,L**] καλείται τεχνική παραγωγής.

Να τονίσουμε στο σημείο αυτό, ότι η έννοια του συστήματος παραγωγής αποτελεί τον πυρήνα της έννοιας των γραμμικών συστημάτων παραγωγής. Μάλιστα με μια στενή έννοια ταυτίζεται και με την έννοια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής. Μια οικονομία στα πλαίσια μιας συγκεκριμένης χρονικής στιγμής κατανοείται ως ένα συγκεκριμένο σύστημα παραγωγής. Να σημειώσουμε επίσης εδώ, ότι ο Sraffa, στον οποίο στηρίζεται η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία, στο βιβλίο του «Παραγωγή εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων…» ανέπτυξε τη θεωρία του βασιζόμενος απλώς στην έννοια του συστήματος παραγωγής. Ωστόσο, εδώ, όταν αναφερόμαστε στην έννοια *γραμμικά συστήματα παραγωγής*, θα αναφερόμαστε συνολικά σε όλες τις επιμέρους έννοιες (i)-(vi).

Τα συστήματα παραγωγής διακρίνονται περαιτέρω σε βιώσιμα συστήματα παραγωγής, όταν μπορούν να αναπαράγονται συνεχώς στη διάσταση του χρόνου, και σε μη βιώσιμα, όταν δεν μπορούν. Το αν μπορούν ή όχι να αναπαραχθούν, εξαρτάται από το αν οι ακαθάριστες εκροές είναι σε θέση ή όχι να καλύψουν τις εισροές, αν δηλαδή $\mathbf{Y=BX-AX} \geq 0$, ή $\mathbf{Y} \leq 0$ [1].

iii) *<u>Για την έννοια της τεχνικής παραγωγής</u>*

Σε σχέση τώρα με την έννοια της τεχνικής παραγωγής, πρέπει να σημειώσουμε τα ακόλουθα: Μια τεχνική παραγωγής είναι ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής, το οποίο εκφράζεται σε μια παράσταση της μορφής **[A,L,B]**. Τώρα, επειδή, όπως έχουμε εξηγήσει, μια διαδικασία παραγωγής εκφράζει τον τρόπο παραγωγής ενός προσδιορισμένου μόνο ως προς τη σύνθεση καλαθιού εμπορευμάτων -ως ακαθάριστου ή καθαρού προϊόντος- και συνεπώς άπειρα ως προς το απόλυτο μέγεθος καλάθια εμπορευμάτων –άπειρα καλάθια ακαθάριστων ή καθαρών προϊόντων τα οποία έχουν την ίδια σύνθεση-, έπεται ότι μια τεχνική ως ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής εκφράζει τον τρόπο παραγωγής ενός άπειρου τόσο ως προς τη σύνθεση όσο και προς το απόλυτο μέγεθος καλαθιών εμπορευμάτων· ο μόνος περιορισμός

---

[1] Στην παρούσα εργασία,

- για δύο διανύσματα **x,y** θα ισχύει **x>y**, όταν κάθε στοιχείο του διανύσματος **x** είναι αυστηρά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο του διανύσματος **y**.
- για δύο διανύσματα **x,y** θα ισχυεί **x=y**, όταν κάθε στοιχείο του διανύσματος **x** είναι ίσο με το αντίστοιχο του διανύσματος **y**.
- για δύο διανύσματα **x,y** θα ισχύει $\mathbf{x} \geq \mathbf{y}$, όταν α) ορισμένα στοιχεία του **x** είναι αυστηρώς μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα του **y** και β) υπάρχουν στοιχεία του **x** τα οποία είναι ίσα με τα αντίστοιχα στοιχεία του **y**. Οι δύο αυτές συνθήκες πρέπει να πληρούνται ταυτόχρονα.
- για δύο διανύσματα **x,y** θα ισχύει $\mathbf{x} \geqq \mathbf{y}$, όταν είτε **x>y** είτε **x=y**.

που τίθεται σε σχέση με τα άπειρα αυτά καλάθια εμπορευμάτων είναι ότι παράγονται με τις ίδιες διαδικασίες παραγωγής. Με άλλα λόγια, αν σε ένα άπειρο πλήθος συστημάτων παραγωγής μπορεί να διαπιστωθεί μια σχέση συσχετίζουσα τις εισροές και τις εκροές αυτών των άπειρων συστημάτων παραγωγής και η οποία να έχει τη μορφή **AX⊕LX→BX**, όπου τα **A,B,L** είναι ενιαία για κάθε σύστημα παραγωγής μεγέθη, τότε η παράσταση [**A, B, L**], την οποία καλούμε τεχνική παραγωγής, αποτελεί έκφραση όλων αυτών των συστημάτων παραγωγής υπό την αφαίρεση του συγκεκριμένου επιπέδου των εισροών **AX,LX** και του συγκεκριμένου επιπέδου των εκροών **BX** αυτών των συστημάτων παραγωγής[1]. Οι τεχνικές παραγωγής περαιτέρω διακρίνονται σε παραγωγικές και εν μέρει παραγωγικές τεχνικές όταν περιλαμβάνουν και βιώσιμα συστήματα παραγωγής, και σε μη παραγωγικές όταν αυτές περιλαμβάνουν μόνο μη βιώσιμα συστήματα παραγωγής.

iv) *Για την έννοια της τεχνολογίας παραγωγής*

Η επόμενη έννοια την οποία θα εξετάσουμε είναι αυτή της τεχνολογίας. Η τεχνολογία είναι και αυτή μια παράσταση της μορφής [**A,L,B**], όπως και η παράσταση της τεχνικής. Η διαφορά της από την έννοια της τεχνικής είναι ότι η τεχνολογία, καίτοι μπορεί να εκφράζει μια και μόνο τεχνική, κατά κανόνα αφορά περισσότερες της μιας τεχνικές. Με άλλα λόγια, ως τεχνολογία ορίζουμε ένα σύνολο συστημάτων παραγωγής που κατά κανόνα υπόκεινται σε διαφορετικές τεχνικές παραγωγής, ήτοι σε διαφορετικά σύνολα διαδικασιών παραγωγής. Τυπικά μια τεχνολογία [**A,B,L**] είναι ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής, το οποίο εκφράζει όλες εκείνες τις πιθανές τεχνικές παραγωγής που μπορούν με βάση τις διαδικασίες αυτές να προκύψουν και οι οποίες κατά κανόνα είναι περισσότερες της μιας.

v) *Για την έννοια του συστήματος των τιμών*

Οι επιμέρους έννοιες τις οποίες έχουμε αναπτύξει ως το σημείο αυτό χρησιμοποιούνται από τη σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία προκειμένου να προσδιορίσουν εκείνα τα χρηματικά μεγέθη, τα οποία επικρατούν στα πλαίσια των πραγματικών οικονομιών. Ο προσδιορισμός αυτός, αν υποθέσουμε ότι η παραγωγική διαδικασία μιας πραγματικής οικονομίας αναπαρίσταται σε ένα συγκεκριμένο σύστημα παραγωγής [**A,L,B,X**] και ότι οι (ονομαστικοί) μισθοί αποτελούν ένα τμήμα του καθαρού προϊόντος **Y=BX-AX,** το οποίο δίνεται δίνεται ως αμοιβή της εργασίας στο τέλος της παραγωγικής περιόδου -αφού δηλαδή ολοκληρωθεί η παραγωγική διαδικασία-, γίνεται στη βάση του ακόλουθου συστήματος εξισώσεων:

$$[\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,...,\mathbf{p}_\mathbf{n}](1+\mathbf{r})\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & ..... & \mathbf{a}_{1m}\\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & ..... & \mathbf{a}_{2m}\\ \multicolumn{4}{c}{.............................}\\ \mathbf{a}_{n1} & \mathbf{a}_{n2} & .... & \mathbf{a}_{nm}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ \vdots\\ \mathbf{x}_\mathbf{n}\end{bmatrix}+\mathbf{w}\,[\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2,...\mathbf{l}_\mathbf{n}]\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ \vdots\\ \mathbf{x}_\mathbf{n}\end{bmatrix}=$$

$$=[\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,...\mathbf{p}_\mathbf{n}]\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12} ..... & \mathbf{b}_{1m}\\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22} ..... & \mathbf{b}_{2m}\\ \multicolumn{3}{c}{..........................}\\ \mathbf{b}_{n1} & \mathbf{b}_{n3} ..... & \mathbf{b}_{nm}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ \vdots\\ \mathbf{x}_\mathbf{n}\end{bmatrix} \qquad (3\alpha)$$

[1] Η έννοια της τεχνικής ως ενός συνόλου συστημάτων παραγωγής εισάγεται από τον Σταμάτη [δες Σταμάτης (1995α) σελ. 42-43 και Σταμάτης (1996α) σελ.158-159]. Στην έννοια της τεχνικής θα επανέλθουμε και σε άλλα σημεία.

ή **p(1+r)AX +w LX=p BX** (3β)
επίσης ισχύει **p(1+r)A +w L=p B** (3γ)

Για τις παραστάσεις (3α-3γ) ισχύουν τα ακόλουθα:

- κάθε στοιχείο $\mathbf{p}_i$ του διανύσματος **p** εκφράζει την τιμή του εμπορεύματος **i** του υπό θεώρηση συστήματος παραγωγής και αντιστοίχως της υπό θεώρηση τεχνικής παραγωγής.
- με **w** έχουμε συμβολίσει τον ονομαστικό μισθό μιας μονάδας εργασίας. Στα συστήματα τιμών, όπως το παραπάνω, γίνεται η υπόθεση ότι η εργασία είναι ομοιογενής. Στα ακόλουθα ως μονάδα μέτρησης της ομοιογενούς εργασίας θα θεωρούμε την ώρα. Συνεπεία δε αυτού, το **w** αποτελεί προφανώς το ονομαστικό ωρομίσθιο.
- υποθέτουμε ότι σε κάθε διαδικασία παραγωγής επικρατεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, το οποίο το συμβολίζουμε με **r**.

Το ότι η παράσταση (3γ) είναι ισοδύναμη με τις (3α) και (3β) μπορεί να γίνει κατανοητό, αν δούμε τα χρηματικά μεγέθη μιας παραγωγικής διαδικασίας παραγωγής χωριστά. Συγκεκριμένα ισχύει

$$\mathbf{x_j}\{(1+\mathbf{r})[\mathbf{p}_1\mathbf{a}_{1\mathbf{j}}+\mathbf{p}_2\mathbf{a}_{2\mathbf{j}}+....+\mathbf{p_n}\mathbf{a_{nj}}]+\mathbf{wl}_\mathbf{j}\}=\mathbf{x_j}[\mathbf{p}_1\mathbf{b}_{1\mathbf{j}}+\mathbf{p}_2\mathbf{b}_{2\mathbf{j}}+....+\mathbf{p_n}\mathbf{b_{nj}}] \quad (3\delta)$$

Αν στην παράσταση (3δ) υποθέσουμε ότι το διάνυσμα των τιμών, το ονομαστικό ωρομίσθιο και το ποσοστό κέρδους είναι πλήρως προσδιορισμένα και ικανοποιούν την (3δ) για ένα συγκεκριμένο επίπεδο λειτουργίας, είναι σαφές ότι η (3δ) θα ικανοποιείται για το δεδομένο διάνυσμα των τιμών, το ονομαστικό ωρομίσθιο και το ποσοστό κέρδους και για οποιοδήποτε άλλο επίπεδο δραστηριότητας. Συνεπώς, οι χρηματικές μεταβλητές, οι οποίες προσδιορίζονται στη βάση ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, ισχύουν ταυτόχρονα και για οποιοδήποτε άλλο σύστημα παραγωγής που χρησιμοποιεί την ίδια με το αρχικό σύστημα παραγωγής τεχνική. Στη συνέχεια της εργασίας ως σύστημα των τιμών θα καλούμε την παράσταση (3γ).

Η επίλυση του συστήματος (3γ) είναι συνάρτηση του αριθμού των παραγομένων εμπορευμάτων και του αριθμού των διαδικασιών παραγωγής. Η συνήθης διερεύνηση αφορά συστήματα παραγωγής, τεχνικές παραγωγής και συστήματα τιμών τα οποία είναι τετράγωνα. Τετράγωνα καλούνται εκείνα τα συστήματα παραγωγής και εκείνα τα συστήματα τιμών, τα οποία περικλείουν τόσες διαδικασίες παραγωγής όσες και τα εμπορεύματα που παράγουν (αντίστοιχα, τετράγωνες καλούνται εκείνες οι τεχνικές, στις οποίες ο αριθμός των διαδικασιών παραγωγής είναι ίσος με τον αριθμό των παραγόμενων εμπορευμάτων). Ένα τετράγωνο σύστημα τιμών έχει n εξισώσεις και n+2 αγνώστους. Οι εξισώσεις εκφράζουν τις διαδικασίες παραγωγής των εμπορευμάτων από την πλευρά των τιμών, ενώ οι n+2 άγνωστοι είναι οι n τιμές των εμπορευμάτων, το (ενιαίο) ονομαστικό ωρομίσθιο και το (ενιαίο) ποσοστό κέρδους. Την ανάλυση της λύσης των συστημάτων των τιμών θα τη διεξάγουμε στα κεφάλαια που ακολουθούν, ωστόσο στο σημείο αυτό θα σημειώσουμε ότι το σύστημα των τιμών συμπληρώνεται και από μια επιπλέον εξίσωση, η οποία καλείται *εξίσωση τυποποίησης*.

Δεδομένου ενός συγκεκριμένου συστήματος τιμών, μιας συγκεκριμένης εξίσωσης τυποποίησης και δεδομένου είτε του ποσοστού κέρδους είτε του ονομαστικού ωρομισθίου, το δεδομένο σύστημα των τιμών είναι σε θέση να μας προσδιορίσει ένα πλήρως προσδιορισμένο διάνυσμα τιμών, ένα διάνυσμα τιμών δηλαδή χωρίς κανένα βαθμό ελευθερίας. Το τελευταίο αυτό διάνυσμα των τιμών εκφράζει τιμές παραγωγής σε θεωρητικούς χρηματικούς όρους. Τις τιμές αυτές θα τις καλούμε και *απόλυτες* τιμές.

vi) *Για τις έννοιες της απλής και της σύνθετης παραγωγής*

Όσον αφορά τώρα τη διάκριση της απλής και της σύνθετης παραγωγής, η διάκριση αυτή εκφράζει το αν ένα σύστημα παραγωγής ή μια τεχνική ή μια τεχνολογία ή ένα σύστημα τιμών περικλείει μόνο διαδικασίες απλής παραγωγής ή όχι. Αν ένα σύστημα παραγωγής χρησιμοποιεί μόνο μεθόδους απλής παραγωγής, τότε το σύστημα αυτό καλείται σύστημα απλής παραγωγής· αν αντιθέτως ένα σύστημα παραγωγής περικλείει έστω και μία διαδικασία σύνθετης παραγωγής, τότε το σύστημα αυτό καλείται σύστημα σύνθετης παραγωγής. Αν μια τεχνική χρησιμοποιεί μόνο διαδικασίες απλής παραγωγής, τότε είναι μια τεχνική απλής παραγωγής, αντιθέτως, αν χρησιμοποιεί και διαδικασίες σύνθετης παραγωγής, τότε είναι μια τεχνική σύνθετης παραγωγής. Αντίστοιχα τα ίδια ισχύουν και για την τεχνολογία σύνθετης ή απλής παραγωγής καθώς και για το σύστημα των τιμών σύνθετης ή απλής παραγωγής.

Ωστόσο, η έννοια της τεχνικής απλής παραγωγής, του συστήματος απλής παραγωγής και του συστήματος των τιμών απλής παραγωγής διαφέρει από τις αντίστοιχες έννοιες της σύνθετης παραγωγής στο ότι οι πρώτες, αυτές δηλαδή που αφορούν την απλή παραγωγή, ορίζονται στη βάση του ότι ο αριθμός των παραγόμενων εμπορευμάτων είναι ίσος με τον αριθμό των χρησιμοποιούμενων διαδικασιών παραγωγής. Με άλλα λόγια, οι τεχνικές και τα συστήματα απλής παραγωγής καθώς και τα συστήματα των τιμών της απλής παραγωγής είναι πάντα τετράγωνα. Δεν ισχύει όμως το ίδιο και στα πλαίσια των αντίστοιχων εννοιών της σύνθετης παραγωγής, για παράδειγμα, ένα σύστημα σύνθετης παραγωγής μπορεί να αποτελείται από μία και μόνο διαδικασία παραγωγής, η οποία να παράγει περισσότερα των δύο εμπορεύματα. Το πρόβλημα που τίθεται στα πλαίσια των μη τετράγωνων συστημάτων παραγωγής είναι ότι δεν είναι σε θέση να μας προσδιορίσουν απόλυτες τιμές παραγωγής. Για το λόγο αυτό, θα εστιάσουμε την ανάλυσή μας κυρίως σε τετράγωνα συστήματα και σε τετράγωνες τεχνικές.

Στο σημείο αυτό είναι κατάλληλο, για να κάνουμε πιο πλήρη την αναφορά μας στην έννοια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής, να παρατηρήσουμε ότι ένα σύστημα απλής παραγωγής είναι μια παράσταση της μορφής [**A,L,B,X**] με **B=I,** ενώ μια τεχνική απλής παραγωγής είναι μια παράσταση της μορφής [**A, L, B**] με **B=I.** Πιο απλά, ένα σύστημα απλής παραγωγής αποτελεί μια παράσταση της μορφής [**A, L, X**], ενώ μια τεχνική απλής παραγωγής είναι μια παράσταση της μορφής [**A, L**], όπου **A** μια **nxn** μήτρα και **L,X** δύο n-διάστατα διανύσματα γραμμής και στήλης αντίστοιχα[1].

vii) *Για την επιλογή τεχνικής*

Ένα κεντρικό ζήτημα της οικονομικής θεωρίας είναι και αυτό της επιλογής τεχνικής. Ο Sraffa και η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία χρησιμοποίησαν το αναλυτικό πλαίσιο των γραμμικών συστημάτων παραγωγής για να δείξουν ότι η νεοκλασική θεωρία, όπως αυτή εκφράζεται στις λεγόμενες «αθροιστικές συναρτήσεις παραγωγής», είναι τόσο υπεραπλουστευτική, ώστε δεν είναι σε θέση να ερμηνεύσει τα φαινόμενα της πραγματικής οικονομίας. Το ζήτημα της επιλογής τεχνικής αποτελεί τη διερεύνηση εκείνης της τεχνικής, την οποία μια υπο θεώρηση οικονομία θα χρησιμοποιήσει προκειμένου να ικανοποιήσει τις ανάγκες της. Η έννοια αυτή προϋποθέτει ότι μια οικονομία διαθέτει, πρώτον, μια τεχνολογία με περισσότερες της μιας τεχνικές παραγωγής, και δεύτερον ορισμένα κριτήρια, τα οποία θα τα χρησιμοποιήσει προκειμένου να προβεί στην επιλογή κάποιας από τις εν λόγω διαθέσιμες

[1] Για το σημείο αυτό δες και Gale (1998), σελ. 82, 88, 89.

τεχνικές. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας θα εξεταστούν δύο από αυτά τα κριτήρια, το κριτήριο της w-r-σχέσης και το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους –τα κριτήρια αυτά αποτελούν τα συνήθη καπιταλιστικά κριτήρια επιλογής τεχνικής της οικονομικής θεωρίας. Η ανάλυση του ζητήματος της επιλογής τεχνικής θα τεθεί στο τρίτο και τελευταίο μέρος της παρούσας εργασίας.

Στη συνέχεια θα προβούμε σε μια ειδικότερη ανάλυση των εννοιών της τεχνικής, του συστήματος των τιμών και της έννοιας της τυποποίησης. Αυτή η ειδικότερη ανάλυση θα συντελέσει στην πληρέστερη κατανόηση της έννοιας και των ιδιοτήτων των γραμμικών συστημάτων παραγωγής και θα θέσει τη βάση για να αποδείξουμε ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής τα προσδιοριζόμενα απόλυτα-χρηματικά μεγέθη αδυνατούν να εκφράσουν την έννοια του πραγματικού χρήματος

I.2 Σχετικά με τα γραμμικά συστήματα απλής παραγωγής

Στο τμήμα αυτό θα αναλύσουμε περαιτέρω την έννοια και τις ιδιότητες των γραμμικών συστημάτων απλής παραγωγής. Αρχικά θα εξετάσουμε τα γραμμικά συστήματα παραγωγής από την άποψη των φυσικών ποσοτήτων και στη συνέχεια θα εστιάσουμε την προσοχή μας στα υποδείγματα αυτά και από την πλευρά των τιμών. Με άλλα λόγια, θα διερευνήσουμε τα γραμμικά συστήματα παραγωγής, πρώτον, ως υποδείγματα που εκφράζουν το τι και το πώς παράγει μια υπο θεώρηση οικονομία, και δεύτερον, ως υποδείγματα προσέγγισης των τιμιακών μεγεθών των πραγματικών οικονομιών.

Στο προηγούμενο τμήμα και σε ένα πρώτο γενικό επίπεδο, έχουμε προβεί στον ορισμό της έννοιας του συστήματος παραγωγής και στην έννοια της τεχνικής ως παραστάσεων της μορφής [**A, L, B, X**] και [**A, L, B**] αντίστοιχα. Στις παραστάσεις αυτές εξηγήσαμε ότι τα **A, B** είναι δύο **nxm** μήτρες, το **L** ένα διάνυσμα διάστασης **1xm** και το **X** ένα διάνυσμα διάστασης **mx1**. Εξειδικεύσαμε επίσης την έννοια του συστήματος απλής παραγωγής ως μια παράσταση της μορφής [**A, L, X**] εκφράζουσα μια παραγωγική διαδικασία ποιοτικά και ποσοτικά προσδιορισμένη, στην οποία το **A** είναι μια **nxn** μήτρα και τα **L, X** δύο διανύσματα **1xn** και **nx1** αντίστοιχα. Εξηγήσαμε ακόμα ότι μια τεχνική απλής παραγωγής ορίζεται από μια παράσταση της μορφής [**A,L**]. Η παράσταση αυτή εκφράζει, πρώτον, ένα σύνολο γραμμικά ανεξάρτητων διαδικασιών παραγωγής, και δεύτερον, ως άμεση συνέπεια του πρώτου, ένα άπειρο σύνολο συστημάτων παραγωγής. Να σημειώσουμε επιπλέον ότι, αν και η έννοια της τεχνικής ως μια παράσταση της μορφής [**A, L**] είναι συχνά χρησιμοποιούμενη στην οικονομική θεωρία[1], δεν συμβαίνει το ίδιο και με την κατανόησή της ως ένα σύνολο συστημάτων παραγωγής. Η κατανόηση αυτή εισάγεται ρητά μόνο από τον Σταμάτη. Συγκεκριμένα, ο Σταμάτης (στο Σταμάτης (1995α), τόμος 1ος, σελ.42-43) σχετικά με την έννοια της τεχνικής απλής παραγωγής εκθέτει την παρακάτω άποψη:

> «Μια τεχνική παραγωγής είναι το σύνολο όλων εκείνων των συστημάτων παραγωγής, τα οποία, δεδομένων των προς παραγωγήν εμπορευμάτων, (α) παράγουν όλα τα δυνατά θετικά ακαθάριστα προϊόντα τα οποία περιέχουν σε οποιεσδήποτε αναλογίες και ποσότητες τα παραπάνω εμπορεύματα και (β) έχουν τους ίδιους λόγους εισροών προς ακαθάριστη εκροή σε κάθε παραγόμενο εμπόρευμα ή, με άλλα λόγια, είναι το σύνολο όλων εκείνων των συστημάτων παραγωγής, κάθενα από τα οποία έχει, αδιάφορο ποιο θετικό ακαθάριστο προϊόν παράγει, τους ίδιους λόγους εισροών προς ακαθάριστη εκροή σε κάθε παραγόμενο εμπόρευμα. Οι λόγοι αυτοί , επειδή είναι ανεξάρτητα από το ακαθάριστο προϊόν καθενός από αυτά τα συστήματα ίσοι για όλα τα συστήματα, είναι σταθεροί. Συνεπώς όλα είναι γραμμικά και για αυτόν το λόγο είναι και η τεχνική, την οποία ορίζουν, επίσης γραμμική.»

Πριν περάσουμε στην πιο λεπτομερή ανάλυση των εννοιών αυτών και για μια καλύτερη κατανόησή τους, θα εκθέσουμε και θα σχολιάσουμε τον τρόπο με τον οποίο εισάγονται οι έννοιες αυτές από άλλους οικονομολόγους.

---

[1] Δες π.χ. Σταμάτης (1995α), τόμος 1ος σελ. 17, Mainwaring (1976), σελ.109 και Abraham-Frois/Berrebi (1979), σελ.8-9.

1) Ο Kregel (στο Kregel (1976), σελ.81-82), με «αφετηρία» του την εργασία του Sraffa, εκθέτει τις έννοιες της διαδικασίας παραγωγής, του συστήματος παραγωγής και της τεχνικής παραγωγής ως εξής:

α) Διαδικασία παραγωγής είναι «η εξειδίκευση των μορφών και των ποσοτήτων των εισροών που απαιτούνται για την παραγωγή κάθε δεδομένης εκροής». Ένα παράδειγμα μιας διαδικασίας παραγωγής, το οποίο δίνεται από τον Kregel, εκφράζεται στην ακόλουθη παράσταση,

280 τόνοι σίτου + 12 τόνοι σιδήρου $\rightarrow$ 400 τόνοι σίτου

Η διαδικασία παραγωγής του παραδείγματος αυτού εκφράζει και αναπαριστά ότι, για να παραχθούν σε μια δεδομένη περίοδο χρόνου, λ.χ. σε μια περίοδο ενός έτους, 400 τόνοι σιταριού, πρέπει να χρησιμοποιηθούν ως μέσα παραγωγής 280 τόνοι σιταριού και 12 τόνοι σιδήρου.

β) Σύστημα παραγωγής είναι ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής στη βάση του οποίου, πρώτον, παράγεται μια καθορισμένη ποσότητα παραγόμενων αγαθών, και δεύτερον, προσδιορίζονται οι, για την παραγωγή της εν λόγω καθορισμένης ποσότητας παραγόμενων αγαθών, απαιτούμενες ποσότητες μέσων παραγωγής. Τα μέσα παραγωγής αυτά, αν είναι παραγόμενα -και όχι, όπως τονίζει, ελεύθερα αγαθά-, πρέπει να αποτελούν και αυτά μέρος των εκροών των διαδικασιών παραγωγής του εν λόγω συστήματος. Στα πλαίσια τώρα του παραδείγματος της διαδικασίας παραγωγής

280 τόνοι σίτου + 12 τόνοι σιδήρου $\rightarrow$ 400 τόνοι σίτου,

εξηγεί ότι, αν ο σίδηρος δεν είναι ελεύθερο αγαθό, τότε ένα σύστημα παραγωγής είναι και το ακόλουθο,

280 τόνοι σίτου + 12 τόνοι σιδήρου $\rightarrow$ 400 τόνοι σίτου

120 τόνοι σίτου + 8 τόνοι σιδήρου $\rightarrow$ 20 τόνοι σιδήρου

γ) Τεχνική παραγωγής, παρατηρεί, είναι οι διαδικασίες παραγωγής του συστήματος παραγωγής συνδυασμένες με τις ποσότητες εργασίας που εισέρχονται κατά τη διαδικασία της παραγωγής. Ως παράδειγμα μιας τεχνικής παραθέτει την ακόλουθη έκφραση

280 τόνοι σίτου + 12 τόνοι σιδήρου + 2 έτη εργασίας $\rightarrow$ 400 τόνοι σίτου

120 τόνοι σίτου + 8 τόνοι σιδήρου + 1 έτος εργασίας $\rightarrow$ 20 τόνοι σιδήρου

2) Ο Pasinetti (στο Pasinetti (1991), σελ 87-88) αφού έχει αναπτύξει το ανοιχτό σύστημα του Leontief, το οποίο ως γνωστόν[1] τυπικά δεν διαφέρει σε τίποτε από την έννοια του

[1] Ο Leontief, στο Leontief (1951), κατανοεί την οικονομική δραστηριότητα μιας οικονομίας ως ένα σύνολο λογιστικών λογαριασμών. Κάθενας από τους λογαριασμούς αυτούς αναπαριστά τις οικονομικές μονάδες της εν λόγω οικονομίας. Στη χρέωση των λογαριασμών καταγράφονται οι σε χρηματικούς όρους αγορές μιας οικονομικής μονάδας για τα προϊόντα των άλλων οικονομικών μονάδων, ενώ στην πίστωση καταγράφονται οι πωλήσεις που πραγματοποίησε αυτή η οικονομική μονάδα σε άλλες. Επειδή όμως η αγορά που πραγματοποίησε μια οικονομική μονάδα αποτελεί πώληση μιας άλλης, η οικονομία μπορεί να κατανοηθεί ως ένας πίνακας, κάθε γραμμή του οποίου αναπαριστά τις πωλήσεις στις οποίες προβαίνουν οι οικονομικές μονάδες σε άλλες, ενώ κάθε στήλη αναπαριστά τις αγορές στις οποίες προβαίνουν. Ένας τέτοιος πίνακας καλείται πίνακας Εισροών – Εκροών. Ο Leontief στη βάση της κατανόησης αυτής και αφού υποθέτει, πρώτον, ότι κάθε οικονομική μονάδα παράγει ένα απλό εμπόρευμα και δεύτερον, ότι το εμπόρευμα αυτό το παράγει με σταθερές αποδόσεις κλίμακας, κατασκευάζει δύο θεωρητικά σχήματα. Το ένα καλείται «κλειστό σύστημα» ενώ το άλλο «ανοιχτό σύστημα». Το «κλειστό σύστημα» έχει τη μορφή ενός συστήματος εξισώσεων στο οποίο α) τα νοικοκυριά θεωρούνται ως μια οικονομική μονάδα, β) οι αγορές της οικονομικής μονάδας «νοικοκυριά» θεωρούνται ως εισροές στη βάση των οποίων η οικονομική αυτή μονάδα παράγει το προϊόν εργασία-υπηρεσίες και γ) οι συντελεστές παραγωγής της οικονομικής μονάδας αυτής θεωρούνται δεδομένες – σημειωτέον, ότι στα πλαίσια του εν λόγω βιβλίου, οι αγορές τις οποίες διενέργησαν τα νοικοκυριά στις ΗΠΑ σε δεδομένη χρονική περίοδο χρησιμοποιήθηκαν για να προσδιοριστούν οι συντελεστές παραγωγής της οικονομικής μονάδας «νοικοκυριά». Το σύστημα αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αναλύσει πώς οι μεταβολές στους συντελεστές παραγωγής των οικονομικών μονάδων θα επηρεάσουν τόσο τις σχετικές ποσότητες των παραγόμενων εμπορευμάτων στο σύνολο της οικονομίας, όσο

συστήματος απλής παραγωγής, όπως την έχουμε αναπτύξει στα προηγούμενα –αποτελεί δηλαδή μια παράσταση της μορφής [**A, L, X**]-, εκθέτει την έννοια της τεχνικής ως εξής:
Θέτει υπό θεώρηση «ένα οικονομικό σύστημα το οποίο βρίσκεται σε κατάσταση τέλειας ισορροπίας. Κάθε "χρόνο" [δηλαδή] το σύστημα παράγει τις ίδιες ακριβώς φυσικές ποσότητες εμπορευμάτων». Στη συνέχεια θέτει ως προϋπόθεση ότι αυτή η συγκεκριμένη οικονομία χρησιμοποιεί διαδικασίες απλής παραγωγής, δηλαδή κάθε διαδικασία παραγωγής «παράγει ένα μοναδικό εμπόρευμα χρησιμοποιώντας μία συγκεκριμένη φυσική ποσότητα εργασίας και συγκεκριμένες φυσικές ποσότητες εμπορευμάτων». Περαιτέρω, δηλώνει ότι τα εμπορεύματα που χρησιμοποιούνται στο εν λόγω οικονομικό σύστημα ως μέσα παραγωγής αναλώνονται σε κάθε περίοδο παραγωγής πλήρως. Παράλληλα, η συνολική εκροή του συστήματος αυτού χωρίζεται σε δύο μέρη, στο μέρος που θα αντικαταστήσει τα μέσα παραγωγής και στο μέρος που θα παραχωρηθεί στην κατανάλωση. Στη βάση αυτής της προσέγγισης, δηλώνει ότι οι τεχνικές μέθοδοι παραγωγής και η τεχνική του εν λόγω συστήματος αναπαρίστανται σε μια μήτρα «διακλαδικών συντελεστών»[1] **A** και σε ένα «διάνυσμα-γραμμή συντελεστών άμεσης εργασίας» $\mathbf{a_n}$, ήτοι στην παράσταση [**A**, $\mathbf{a_n}$], για τα οποία ισχύει

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \mathbf{a}_{1,\mathbf{n}-1} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & \mathbf{a}_{2,\mathbf{n}-2} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \mathbf{a}_{\text{n-1,1}} & \mathbf{a}_{\text{n-1,2}} & \mathbf{a}_{\mathbf{n}-1,\mathbf{n}-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a_n} = [\mathbf{a}_{\mathbf{n}1} \quad \mathbf{a}_{\mathbf{n}2} \quad \ldots\ldots \mathbf{a}_{\mathbf{n},\mathbf{n}-1}]$$

$$\textbf{'οπου } \mathbf{a_{ij}} \geq 0, \quad \mathbf{j} = 1,2,\ldots.,\mathbf{n}-1 \qquad \mathbf{i} = 1,2,\ldots.,\mathbf{n}$$

3) Οι Kurz/Salvadori εισάγουν την έννοια της τεχνικής και του συστήματος παραγωγής ως εξής:
Αρχικά δίνουν έναν πρώτο ορισμό της τεχνικής απλής παραγωγής, λέγοντας ότι τεχνική απλής παραγωγής είναι μια n-άδα διαδικασιών παραγωγής, καθεμία από τις οποίες αφορά την παραγωγή ενός διαφορετικού εμπορεύματος. Ταυτόχρονα, δηλώνουν ότι ενδιαφερόμαστε για

και τις σχετικές τιμές. Σκοπός του θεωρητικού αυτού σχήματος είναι να δειχτεί η αλληλεξάρτηση των κλάδων παραγωγής της οικονομίας. Όσον αφορά τώρα το «ανοιχτό σύστημα», αυτό είναι όπως και το κλειστό με τη διαφορά ότι δεν είναι γνωστό πώς γίνεται η κατανάλωση του τομέα παραγωγής νοικοκυριά, δηλαδή ως δεδομένα δίνονται μόνο οι συντελεστές παραγωγής κάθε οικονομικής μονάδας. Στη βάση όμως των δεδομένων αυτών ο Leontief δείχνει ότι μπορεί να δοθεί εξωγενώς ένα καλάθι ζήτησης, έστω Y, και στη συνέχεια να προσδιοριστούν τόσο τα μεγέθη του ακαθάριστου προϊόντος, έστω X, που θα χρειαστεί προκειμένου να ικανοποιηθεί το καλάθι της ζήτησης αυτής καθώς και η ποσότητα εργασίας που θα χρειαστεί. Σκοπός του μοντέλου αυτού είναι να αποτελέσει ένα μοντέλο οικονομικής πολιτικής, λ.χ. ένα μοντέλο το οποίο θα συνέβαλε στην αντιμετώπιση της ανεργίας. Το «ανοιχτό σύστημα» είναι ένα μοντέλο της μορφής [A, L, X], είναι ένα μοντέλο στο οποίο οι συντελεστές παραγωγής αναπαρίστανται στη μήτρα A και στο διάνυσμα L, και στο οποίο το X είναι το διαμέσου της δεδομένης ζήτησης Y παραγόμενο ακαθάριστο προϊόν. Στον τρόπο προσδιορισμού του ακαθάριστου προϊόντος θα αναφερθούμε παρακάτω.

[1] Ως «διακλαδικούς συντελεστές» έχει ορίσει τις φυσικές ποσότητες εμπορευμάτων που απαιτούνται κατά μέσο όρο ως μέσα παραγωγής στα πλαίσια μιας διαδικασίας απλής παραγωγής για την παραγωγή μιας φυσικής μονάδας του εμπορεύματος που χαρακτηρίζει την εν λόγω διαδικασία.

«βιώσιμες τεχνικές»[1]. Στη συνέχεια, όμως, εκθέτουν και την άποψη ότι δεδομένων **n** διαδικασιών παραγωγής και **s** εμπορευμάτων, τεχνική ή σύστημα παραγωγής είναι μια παράσταση της μορφής “$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{a}_2^{\mathbf{T}} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{\mathbf{t}}^{\mathbf{T}} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{b}_2^{\mathbf{T}} \\ \vdots \\ \mathbf{b}_{\mathbf{t}}^{\mathbf{T}} \end{bmatrix}$, $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{l}_{\mathbf{t}} \end{bmatrix}$”, στην οποία υπάρχει ένα μοναδικό θετικό διάνυσμα **x** και ένα διάνυσμα **c** τέτοια ώστε να ικανοποιείται η σχέση “$\mathbf{x}^{\mathbf{T}}[\mathbf{B} - \mathbf{A}] = \mathbf{c}^{\mathbf{T}}$”. Παρατηρούν επίσης ότι σε μια τεχνική απλής παραγωγής αφενός ο αριθμός των παραγόμενων εμπορευμάτων είναι ίσος με τον αριθμό των χρησιμοποιούμενων από αυτή διαδικασιών παραγωγής, αφετέρου οι διαδικασίες παραγωγής είναι ανεξάρτητες[2].

4) Όμοια με τους Kurz/Salvadori, ο Bidard (στο Bidard 1996, σελ. 121) δηλώνει ότι «μια τυχούσα συλλογή n μεθόδων παραγωγής είναι ή δεν είναι τεχνική, ανάλογα με το αν είναι σε θέση να ικανοποιήσει τη ζήτηση».

Σε σχέση με τους ορισμούς αυτούς είναι κατάλληλο να σημειωθούν ορισμένα ζητήματα. Σε έναν πρώτο βαθμό προσέγγισης, βλέπουμε ότι μια τεχνική είναι ένα σύνολο διαδικασιών· περαιτέρω, από την ανάλυση των σημείων (2) και (3), βλέπουμε ότι στα πλαίσια μιας τεχνικής απλής παραγωγής ο αριθμός των παραγόμενων εμπορευμάτων είναι ίσος με τον αριθμό των χρησιμοποιούμενων διαδικασιών. Επιπρόσθετα όμως πρέπει να τονιστούν και τα εξής:

α) Σε σχέση με την αναφορά που κάναμε στον Kregel διαπιστώνεται ότι αυτό που ο Kregel ορίζει ως τεχνική, εμείς, στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας, το έχουμε ορίσει ως σύστημα παραγωγής. Διαπιστώνεται επίσης ότι αυτό που ο Kregel ορίζει ως σύστημα παραγωγής εμείς θα το κατανοούσαμε ως ένα σύστημα παραγωγής στο οποίο μας είναι άγνωστες οι ποσότητες εργασίας που χρησιμοποιούνται. Η έννοια της τεχνικής, λοιπόν, σύμφωνα με τους ορισμούς στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, ουσιαστικά δεν διαφέρει σε τίποτε από την έννοια του συστήματος παραγωγής παρά μόνο στο ότι στην τεχνική είναι γνωστό και το διάνυσμα των εισροών σε εργασία. Πρέπει όμως να παρατηρήσουμε ότι ο Kregel δηλώνει παράλληλα πως η ανάπτυξή του αυτή ως «αφετηρία» του έχει τον Sraffa[3], ο Sraffa όμως αναπτύσσει την θεωρία του στη βάση της έννοιας του συστήματος παραγωγής, συνεπώς οι έννοιες της τεχνικής και του συστήματος παραγωγής που αναλύει ο Kregel μπορούν να ερμηνευθούν ότι αναφέρονται και οι δύο στην έννοια του συστήματος παραγωγής. Ένα δεύτερο σημείο, το οποίο πρέπει να τονίσουμε σε σχέση με την ανάπτυξη του Kregel, αφορά την εισαγωγή της έννοιας των «ελεύθερων αγαθών». Ο Kregel δεν ορίζει ρητά την έννοια των «ελεύθερων αγαθών» και το ρόλο τους, ωστόσο όμως κάνει σαφές ότι τα «ελεύθερα αγαθά» στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής ενώ ενδέχεται να αποτελούν μέρος των εισροών των διαδικασιών παραγωγής ως μέσα παραγωγής, σε αντίθεση με το τι συμβαίνει στα υπόλοιπα μέσα παραγωγής, αυτά δεν χρειάζεται να αποτελέσουν στοιχείο της ανάλυσης του συστήματος παραγωγής, δεν χρειάζεται δηλαδή να αναλυθούν ως εκροή κάποιας από τις διαδικασίες παραγωγής του δεδομένου συστήματος. Το τελευταίο όμως σημαίνει ότι, αν και στις διαδικασίες παραγωγής ενός δεδομένου συστήματος ενδέχεται να χρησιμοποιούνται και ορισμένα «ελεύθερα αγαθά», στα πλαίσια του συστήματος παραγωγής είναι αδιάφορο πώς

[1] Δες Kurz/Salvadori (1995), σελ. 128.
[2] Δες Kurz/Salvadori (1995) σελ. 140.
[3] Δες Kregel (1976) σελ.115.

παράγονται. Το σύστημα παραγωγής αποσκοπεί να εκφράσει την παραγωγή ορισμένων παραγόμενων «αγαθών» και μόνο, και όχι και των «ελεύθερων αγαθών». Στα πλαίσια της ανάλυσης αυτής, αν ως «ελεύθερα αγαθά» νοηθούν είτε «αγαθά» που βρίσκονται στη φύση ελεύθερα είτε «παραγόμενα αγαθά» δεν αποτελούν ούτε στοιχεία επηρεασμού των υπό διερεύνηση οικονομικών μεγεθών ούτε ουσιαστικά στοιχεία του συστήματος παραγωγής.

β) Όσον αφορά τις έννοιες της τεχνικής και του συστήματος παραγωγής του ορισμού που δίνει ο Pasinetti, πρέπει να σημειωθούν τα εξής:
Ο Pasinetti εστιάζει την προσοχή του σε ένα «συγκεκριμένο οικονομικό σύστημα, το οποίο βρίσκεται σε κατάσταση τέλειας στασιμότητας [, κάθε χρόνο δηλ.] το σύστημα παράγει τις ίδιες ποσότητες εμπορευμάτων». Παράλληλα, ως τεχνική ορίζει το σύνολο των μεθόδων παραγωγής που το εν λόγω «συγκεκριμένο οικονομικό σύστημα» χρησιμοποιεί. Στα πλαίσια λοιπόν του ορισμού του, μια τεχνική είναι ένα σύνολο μεθόδων παραγωγής, ενώ ένα σύστημα παραγωγής είναι μια συγκεκριμένη τεχνική που εφαρμόζεται σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο λειτουργίας. Περαιτέρω, στη θεώρηση του Pasinetti, το «συγκεκριμένο οικονομικό σύστημα» φαίνεται να είναι ένα βιώσιμο σύστημα παραγωγής ενώ η τεχνική -το σύνολο μεθόδων παραγωγής, τις οποίες το σύστημα αυτό χρησιμοποιεί και το οποίο μπορεί να απεικονίσει άπειρα βιώσιμα συστήματα παραγωγής, ή σύμφωνα με την ορολογία του Pasinetti άπειρα «συγκεκριμένα οικονομικά συστήματα που βρίσκονται σε κατάσταση τέλειας στασιμότητας»- φαίνεται ότι είναι μια παραγωγική τεχνική. Το τελευταίο, ότι δηλ. το «συγκεκριμένο οικονομικό σύστημα» του Pasinetti είναι ένα βιώσιμο σύστημα παραγωγής, είναι συνέπεια: α) του ότι ο Pasinetti εκθέτει την ανάλυσή του με βάση τους όρους που έχει αναπτύξει για το ανοιχτό σύστημα του Leontief, ήτοι με τους όρους ενός μοντέλου το οποίο εκφράζει μια ποιοτικά και ποσοτικά συγκεκριμένη παραγωγική διαδικασία και το οποίο αφενός ενέχει πάντα μια θετική καθαρή εκροή, αφετέρου μπορεί να πάρει τη μορφή [**A**,**L**,**X**], β) του ότι θεωρεί, επίσης, πως το εν λόγω σύστημα παράγει κάθε χρόνο τις ίδιες ποσότητες εμπορευμάτων, άρα το σύστημα αυτό παράγει συγκεκριμένες ποσότητες εμπορευμάτων, αφού πρέπει να παραμένουν οι ίδιες, τις ποσότητες δε αυτές τις παράγει συνεχώς, αφού τις παράγει κάθε χρόνο, γ) του ότι το σύστημα παράγει μια τελική εκροή η οποία διακρίνεται σε δύο μέρη, στο μέρος που θα αντικαταστήσει τα εμπορεύματα τα οποία αναλώθηκαν στην παραγωγική διαδικασία και στο μέρος που αφορά τα εμπορεύματα που θα παραχωρηθούν στην κατανάλωση. Το ότι εδώ ο Pasinetti ορίζει την έννοια της τεχνικής με βάση το εν λόγω σύστημα, με βάση δηλ. το ότι μια τεχνική φαίνεται να περιλαμβάνει είτε μόνο βιώσιμα συστήματα είτε και βιώσιμα συστήματα, δεν είναι συνέπεια του ότι η τεχνική απλής παραγωγής ορίζεται ως τεχνική αναλόγως του αν περιλαμβάνει βιώσιμα ή μη συστήματα παραγωγής. Αντιθέτως, είναι συνέπεια του ότι ο Pasinetti έχει στρέψει την προσοχή του σε ένα συγκεκριμένο οικονομικό σύστημα ευρισκόμενο σε κατάσταση τέλειας στασιμότητας. Συνεπώς, έχει στρέψει την προσοχή του σε οικονομικά σημαντικά συστήματα παραγωγής και σε οικονομικά σημαντικές τεχνικές. Κάλλιστα, όμως, μια οικονομία, π.χ., σε βραχυχρόνιες καταστάσεις μη ισορροπίας, θα μπορούσε να νοηθεί και ως θέτουσα σε λειτουργία και μη οικονομικά σημαντικές μεθόδους παραγωγής και συνεπώς και μη βιώσιμα συστήματα παραγωγής και μη παραγωγικές τεχνικές. Άρα, το ότι ο Pasinetti στρέφει την προσοχή του σε καταστάσεις τέλειας στασιμότητας σημαίνει ότι υπάρχουν και καταστάσεις μη τέλειας στασιμότητας, ότι οι καταστάσεις τέλειας στασιμότητας ενέχουν βιώσιμα συστήματα και παραγωγικές τεχνικές ενώ οι καταστάσεις μη τέλειας στασιμότητας ενέχουν μη βιώσιμα συστήματα παραγωγής και ενδεχομένως και μη παραγωγικές τεχνικές.

γ) Σε σχέση τώρα με τους παραπάνω ορισμούς των Kurz/Salvadori, πρέπει να παρατηρήσουμε ότι ο δεύτερος ορισμός, ο οποίος τίθεται στα πλαίσια μιας δεδομένης τεχνολογίας οι διαδικασίες της οποίας δύνανται να παράγουν έως και **n** διαφορετικά εμπορεύματα, δεν είναι σε θέση να μας δώσει τη σαφή διαφορά της τεχνικής και του συστήματος παραγωγής. Σύμφωνα με τον ορισμό αυτό, η έννοια της τεχνικής και του συστήματος παραγωγής φαίνονται να ταυτίζονται. Μια τέτοια ταύτιση όμως είναι εσφαλμένη. Όπως ήδη έχουμε διαπιστώσει, μια τεχνική είναι ένα σύνολο συστημάτων παραγωγής. Περαιτέρω, ένας τέτοιος ορισμός προκαλεί και επιπρόσθετες δυσχέρειες σε σχέση με τις έννοιες του «βιώσιμου» ή μη συστήματος παραγωγής και της παραγωγικής ή μη τεχνικής. Οι Kurz/ Salvadori την έννοια της παραγωγικής τεχνικής την εισάγουν μόνο στα πλαίσια της[1] σύνθετης παραγωγής -και εκεί έμμεσα. Στα πλαίσια της απλής παραγωγής αρκούνται μόνο στη διάκριση των βιώσιμων ή μη «οικονομιών» και των «βιώσιμων τεχνικών». Συγκεκριμένα, στα πλαίσια της απλής παραγωγής, ορίζουν ως «μόλις βιώσιμη οικονομία» την «οικονομία» εκείνη, για την οποία υπάρχει μια παράσταση $[\mathbf{A},\mathbf{L}]$ και ένα διάνυσμα $\mathbf{X}$ τέτοια ώστε ισχύει $\mathbf{X}\text{-}\mathbf{AX}=\mathbf{0}$, με $\mathbf{X}\geq\mathbf{0}$, ενώ ως «βιώσιμη» οικονομία ορίζουν την «οικονομία» εκείνη, για την οποία ισχύει $\mathbf{X}\text{-}\mathbf{AX} \geq \mathbf{0}$[2] -λεκτικά βιώσιμη οικονομία ορίζεται «η οικονομία που μπορεί να αναπαράγει τον εαυτό της». Όσον αφορά τώρα τη «βιώσιμη τεχνική» με βάση τον πρώτο ορισμό της έννοιας της τεχνικής που δίνουν, αυτή φαίνεται να σημαίνει μια παράσταση $[\mathbf{A}, \mathbf{L}]$ η οποία αφορά και «βιώσιμες οικονομίες». Σύμφωνα με όσα έχουμε αναπτύξει, η ύπαρξη μιας τεχνικής και η λειτουργία της σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο λειτουργίας ορίζει ένα συγκεκριμένο σύστημα παραγωγής. Συνεπώς, μια βιώσιμη οικονομία είναι ένα βιώσιμο σύστημα παραγωγής. Ανάλογα ισχύουν αντιστοίχως και για τις μόλις «βιώσιμες οικονομίες». Να σημειώσουμε εδώ ότι με βάση ορισμένα θεωρήματα των Perron/Frobenius, τα οποία θα τα εισάγουμε παρακάτω, έπεται ότι: i) η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **A** ενός «μόλις βιώσιμου» συστήματος παραγωγής είναι ίση με την μονάδα, ii) η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **A** ενός «μη βιώσιμου» συστήματος είναι μικρότερη της μονάδας και iii) για τα «βιώσιμα» συστήματα η εν λόγω ιδιοτιμή είναι μικρότερη της μονάδας. Τώρα, αν λάβουμε υπόψη μας το δεύτερο ορισμό τον οποίο δίνουν, ότι δηλ. μια τεχνική είναι ένα σύνολο **t** διαδικασιών παραγωγής το οποίο είναι σε θέση να ικανοποιήσει μια θετική ζήτηση, έπεται ότι για τους οικονομολόγους αυτούς τεχνική είναι ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής το οποίο μπορεί να ορίσει τουλάχιστον ένα «βιώσιμο» σύστημα παραγωγής. Αν τώρα εξαιρέσουμε ότι ο ορισμός δεν μας εξηγεί καθαρά σε τι διαφέρει το σύστημα παραγωγής από την τεχνική παραγωγής και υποθέσουμε ότι ως σύστημα παραγωγής εννοείται ένα συγκεκριμένο επίπεδο λειτουργίας μιας τεχνικής, τότε έπεται ότι ως τεχνική δεν ορίζεται απλά ένα σύνολο **n** γραμμικά ανεξάρτητων διαδικασιών παραγωγής, αλλά ένα σύνολο **n** γραμμικά ανεξάρτητων διαδικασιών παραγωγής που ορίζει μόνο «βιώσιμα» συστήματα παραγωγής. Αυτό όμως για τους Kurz/Salvadori σημαίνει ότι ένα σύνολο μεθόδων παραγωγής που ορίζει «μη βιώσιμα» ή «μόλις βιώσιμα» συστήματα παραγωγής δεν εμπίπτει στην έννοια των τεχνικών του δεύτερου ορισμού που δίνουν. Στον πρώτο ορισμό, λόγω του ότι δηλώνουν πως μας ενδιαφέρουν μόνο «βιώσιμες τεχνικές», έπεται βέβαια ότι υπάρχουν και μη «βιώσιμές τεχνικές». Ωστόσο, επειδή το «βιώσιμο» ή μη ενός συστήματος παραγωγής και το παραγωγικό ή μη μιας δεδομένης τεχνικής εκφράζει αντίστοιχα το οικονομικά σημαντικό ή μη ενός συστήματος και μιας τεχνικής παραγωγής και επειδή στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής είναι και οι ίδιοι αναγκασμένοι να εισάγουν την διάκριση της παραγωγικής τεχνικής και συνεπώς έμμεσα και της μη παραγωγικής τεχνικής, έπεται ότι μια τεχνική απλής παραγωγής είναι ένα σύνολο μεθόδων παραγωγής, το οποίο είτε είναι οικονομικά σημαντικό είτε δεν είναι· όταν είναι, ορίζει και «βιώσιμα»

[1] Στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής στο Kurz/Salvadori (1995) σελ.239 εισάγουν την έννοια της all-productive τεχνικής, ωστόσο η έννοια αυτή, την οποία θα εξετάσουμε σε άλλο σημείο, εκφράζει στην σύνθετη παραγωγή ότι και η έννοια της παραγωγικής τεχνικής στα πλαίσια της απλής παραγωγής, εκφράζει την δυνατότητα μιας τεχνικής σύνθετης παραγωγής να περιλαμβάνει και βιώσιμα συστήματα και να ικανοποιεί κάθε είδους ζήτηση. Τα ζητήματα αυτά θα γίνουν κατανοητά στη συνέχεια.
[2] Δες Kurz/Salvadori (1995) σελ.96-97.

συστήματα παραγωγής, όταν δεν είναι, περιλαμβάνει είτε μόνο «μόλις βιώσιμα» είτε μόνο «μη βιώσιμα». Αν και στα «μόλις βιώσιμα» συστήματα αποδίδεται κάποιο οικονομικό νόημα, εν τέλει απορρίπτονται από την ανάλυση, γιατί αποκλείουν τη δυνατότητα ύπαρξης ενός (θετικού) καθαρού προϊόντος, το οποίο θα αποτελούσε τους μισθούς και τα κέρδη τα οποία υφίστανται σε μια πραγματική οικονομία –πραγματική οικονομία η οποία αποτελεί και τον στόχο της ανάπτυξης των γραμμικών συστημάτων παραγωγής. Στα πλαίσια της ίδιας κατανόησης ούτε και ο παραπάνω ορισμός του Bidard είναι ακριβής. Αν ένα σύνολο τυχαίων διαδικασιών απλής παραγωγής δεν ικανοποιεί μια δοσμένη (θετική) ζήτηση, αφενός θα μπορούσε να είναι μια μη οικονομικά σημαντική τεχνική -για παράδειγμα μια τεχνική εκφράζουσα μια οικονομία που χρησιμοποιεί συνεχώς ήδη υπάρχοντα αποθέματα-, αφετέρου θα μπορούσε να ικανοποιεί μια άλλη θετική ζήτηση. Για τους λόγους αυτούς, θεωρούμε τους εν λόγω ορισμούς μη ικανοποιητικά επαρκείς.

Ανεξαρτήτως πάντως του αν πολλές φορές οι ορισμοί της τεχνικής και του συστήματος παραγωγής που δίνονται είναι επαρκείς ή όχι, το σύνηθες πλαίσιο της σύγχρονης νεορικαρδιανής ανάλυσης στα πλαίσια της απλής παραγωγής είναι μια παράσταση [**A,L**] για την οποία ισχύει ότι η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **A** είναι μικρότερη της μονάδας. Στο πλαίσιο αυτό θα κινηθούμε και στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

***

Ειδικότερα, για την κατανόηση των ιδιοτήτων ενός συστήματος απλής παραγωγής και μιας τεχνικής απλής παραγωγής προβαίνουμε στην παρακάτω ανάλυση:

α) μια τεχνική ορίζεται από μια παράσταση της μορφής [**A,L**], όπου **A** είναι η **nxn** μήτρα των εισροών και **L** το **1xn** διάνυσμα των εισροών σε άμεση εργασία, περαιτέρω ισχύει ότι είτε $\mathbf{A}>\mathbf{0}$ είτε $\mathbf{A}\geq\mathbf{0}$, καθώς και ότι $\mathbf{L}>\mathbf{0}$. Η παράσταση αυτή εκφράζει ένα σύνολο από **n** γραμμικά ανεξάρτητες διαδικασίες απλής παραγωγής. Καθεμία από αυτές **n** τις διαδικασίες – εξ ορισμού της απλής παραγωγής- αφορά τον τρόπο παραγωγής ενός και μόνο απλού εμπορεύματος. Επιπρόσθετα, το εμπόρευμα που παράγει μια συγκεκριμένη διαδικασία μιας δεδομένης τεχνικής απλής παραγωγής είναι διαφορετικό από αυτό που παράγει κάθε άλλη διαδικασία της ιδίας αυτής τεχνικής. Συνεπώς, κάθε διαδικασία παραγωγής μιας τεχνικής απλής παραγωγής σχετίζεται αμφιμονοσήμαντα με το εμπόρευμα που παράγει, αφενός το j-οστό εμπόρευμα μιας τεχνικής απλής παραγωγής παράγεται από την j-οστή διαδικασία παραγωγής της τεχνικής αυτής, αφετέρου η j-οστή διαδικασία παραγωγής της εν λόγω τεχνικής και εν γένει κάθε δεδομένης τεχνικής απλής παραγωγής εκφράζει αποκλειστικά την παραγωγή του j-οστού εμπορεύματος της τεχνικής. Προφανώς, μια τεχνική απλής παραγωγής είναι τετράγωνη, εκφράζει δηλ. την παραγωγή **n** εμπορευμάτων και τη χρησιμοποίηση **n** γραμμικά ανεξάρτητων διαδικασιών παραγωγής. Περαιτέρω, μια τεχνική εκφράζει ένα σύνολο συστημάτων παραγωγής.

β) Ένα σύστημα απλής παραγωγής ορίζεται πλήρως από μια παράσταση της μορφής [**A, L, X**]. Ένα σύστημα παραγωγής εκφράζει την χρησιμοποίηση μιας δεδομένης τεχνικής [**A,L**] σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο λειτουργίας. Την έννοια της τεχνικής την εξηγήσαμε στο προηγούμενο σημείο (α). Το νέο στοιχείο, το οποίο και διακρίνει την έννοια του συστήματος παραγωγής από αυτή της τεχνικής, είναι το διάνυσμα **X.** Το **X** είναι ένα **nx1** διάνυσμα στήλη, το οποίο εκφράζει τα επίπεδα δραστηριότητας των διαδικασιών της χρησιμοποιούμενης από το δεδομένο σύστημα παραγωγής τεχνικής [**A,L**]. Επειδή τα συστήματα απλής παραγωγής, όπως και οι τεχνικές που χρησιμοποιούν, παράγουν τόσα εμπορεύματα όσα και οι διαδικασίες παραγωγής που θέτουν σε λειτουργία, τα συστήματα αυτά είναι τετράγωνα. Περαιτέρω, στα πλαίσια ενός συστήματος απλής παραγωγής το διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας **X** ταυτίζεται με το ακαθάριστο προϊόν του. Επειδή, όπως ήδη έχουμε πει στα πλαίσια των τεχνικών και των συστημάτων απλής παραγωγής, η μήτρα των τεχνολογικών συντελεστών των εκροών **B** έχει τη μορφή μίας **nxn** ταυτοτικής μήτρας **B=I**, ισχύει προφανώς **BX=X**.

γ) Ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής θα το καλούμε βιώσιμο, αν παράγοντας ένα θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν **Y** παράγει ένα θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν, ήτοι όταν ισχύει η ακόλουθη σχέση

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} - \mathbf{AX} \geq \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{X} \geq \mathbf{0} \quad (5)$$

δ) Αντίστοιχα τώρα, μια δεδομένη τεχνική [**A,L**] θα την καλούμε παραγωγική όταν περιλαμβάνει και βιώσιμα συστήματα παραγωγής, και πιο συγκεκριμένα, όταν για κάθε δεδομένο θετικό ή μη αρνητικό καθαρό προϊόν παράγει ένα αντίστοιχο θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν **X**. Μια τεχνική απλής παραγωγής είναι παραγωγική, όταν η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **A** είναι μικρότερη της μονάδας. Τις ιδιοτιμές μιας μήτρας **A** θα τις συμβολίζουμε με το σύμβολο $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}}$, όπου *v* μια συγκεκριμένη ιδιοτιμή της μήτρα **A** εκτός της μέγιστης [1]. Την μέγιστη ιδιοτιμή της **A** θα την συμβολίζουμε με $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}$. Τα τελευταία, αν η τεχνική [**A,L**] είναι παραγωγική, θα μπορούσαμε να τα εκφράσουμε και παρακάτω παράσταση:

$$\left.\begin{array}{l} 0 < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}} < 1 \\ \forall \mathbf{Y} > 0 \text{ ή } \mathbf{Y} \geq 0 \end{array}\right\} \rightarrow \mathbf{X} > 0 \text{ ή } \mathbf{X} \geq 0 \quad (6)$$

ε) Αν η μήτρα **A** είναι μη διασπώμενη[2] και περαιτέρω ισχύει ότι $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}} < 1$, τότε έπεται ότι $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{1} > 0$. Ειδικότερα ισχύουν τα εξής: Έστω **A,** με **A**≥0, η μήτρα των τεχνολογικών συντελεστών των εισροών μιας δεδομένης τεχνικής είτε μη διασπώμενης είτε διασπώμενης, όπου μη διασπώμενη θα καλούμε μια τεχνική της οποίας η μήτρα **A** είναι μη διασπώμενη ενώ διασπώμενη θα καλούμε την τεχνική η μήτρα **A** της οποίας είναι διασπώμενη. Έστω επίσης ένας πραγματικός αριθμός **μ**, για τον οποίο ισχύει **μ** =1/**v**>0, **μ**>$\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}$ και συνεπώς **v**<1/$\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}$, τότε,

1) αν A μη διασπώμενη, έπεται ότι $(\boldsymbol{\mu}\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} > 0, (\mathbf{I} - \mathbf{vA})^{-1} > 0$

2) αν A διασπώμενη, έπεται ότι $(\boldsymbol{\mu}\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \geq 0, (\mathbf{I} - \mathbf{vA})^{-1} \geq 0$ [3]

3) ανεξαρτήτως του αν είναι διασπώμενη ή όχι, έπεται $(\mathbf{I} - \mathbf{vA})^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{v}^2\mathbf{A}^2 + \mathbf{v}^3\mathbf{A}^3 + ...)$

---

[1] Ως γνωστόν οι ιδιοτιμές μιας μήτρας, έστω A, «μπορεί να είναι πραγματικοί ή μιγαδικοί αριθμοί.Μπορεί να είναι όλες διακριτές μεταξύ τους, ή μερικές από αυτές μπορεί να επαναλαμβάνονται. Σε κάθε περίπτωση, δεν μπορούν να είναι περισσότερες από n, αν n είναι η διάσταση της μήτρας A.»[Δες Pasinetti (1991) σελ.275]

[2] Διασπώμενη θα καλούμε την μήτρα A όταν με κατάλληλη μετάθεση των γραμμών και των στηλών της μπορεί να πάρει τέτοια μορφή, ωστε κάτω από την κύρια διαγώνιο της όλα τα στοιχεία της να είναι μηδενικά. Στην έννοια της κύριας διαγωνίου περιλαμβάνουμε και την περίπτωση εκείνη στην οποία τη μήτρα A την έχουμε μετασχηματίσει σε μια μήτρα υπομητρών.

[3] Δες Pasinetti (1991) σελ.291

Τη μήτρα $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ θα την καλούμε αντίστροφη του Leontief ·ως γνωστόν η οικονομική ερμηνεία της μήτρας αυτής ανάγεται στον Leontief [Δες Σταμάτης (1995α) σελ.67-76.]

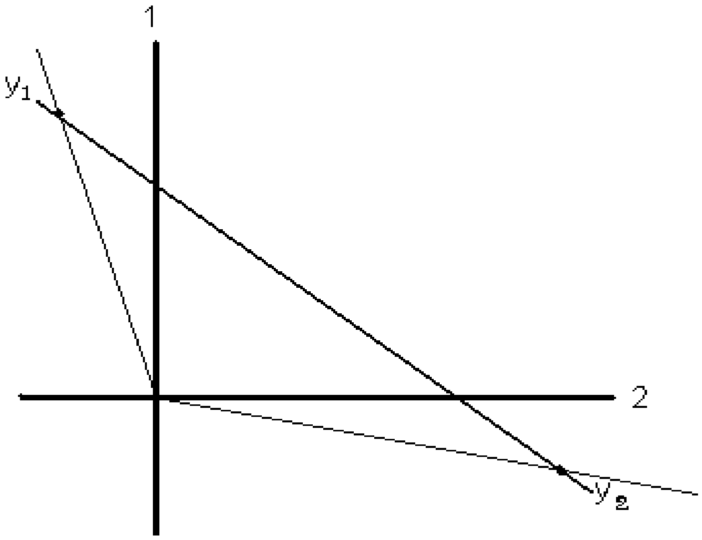
στ) Η μέγιστη ιδιοτιμή μιας μη διασπώμενης μήτρας **Α**, με **Α≥0,** είναι συνεχής αύξουσα συνάρτηση των στοιχείων της[1], ενώ η μέγιστη ιδιοτιμή μιας διασπώμενης μήτρας **Α** είναι συνεχής μη φθίνουσα συνάρτηση των στοιχείων της[2].

ζ) Τόσο το δεξί, έστω **X**, όσο και το αριστερό, έστω **P**, ιδιοδιάνυσμα μιας μη διασπώμενης μήτρας **Α**, με **Α**≥0, το οποίο συνδέεται με τη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας αυτής, είναι ένα εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο αυστηρά θετικό διάνυσμα. Κάθε άλλη ιδιοτιμή της εν λόγω μήτρας αντιστοιχεί σε ένα αριστερό, ή δεξί ιδιοδιάνυσμα, το οποίο περιέχει και αρνητικές συνιστώσες[3]. Στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών τα ιδιοδιανύσματα **X**, **P,** τα οποία αντιστοιχούν στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **Α,** είναι θετικά ή ημιθετικά.[4] Να τονίσουμε επίσης ότι τα θεωρήματα (ε),(ζ) ανάγονται στους μαθηματικούς Perron/Frobenius και στη συνέχεια θα τα καλούμε θεωρήματα των Perron/Forbenius.

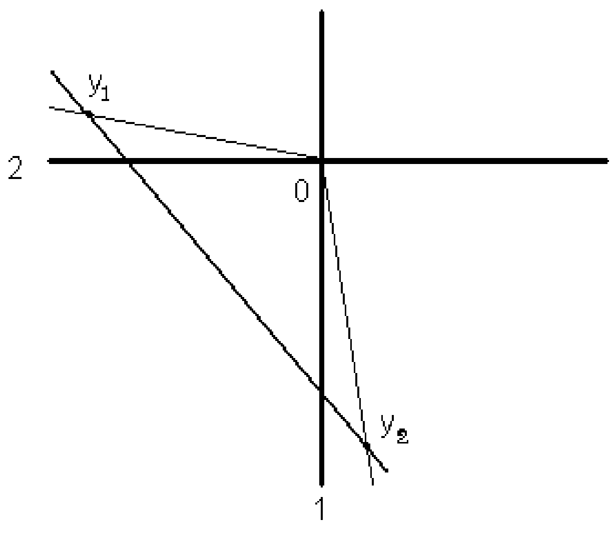
η) Όταν οι ελάσσονες υποορίζουσες της κύριας διαγωνίου της μήτρας (**I-A**) είναι όλες θετικές, τότε έπεται είτε $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\geq 0$ είτε $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}>0$. Για την ερμηνεία του θεωρήματος αυτού, το οποίο εισήχθηκε από τους Hakwins-Simon[5], οι Dorfman /Samuelson/Solow (στο Dorfman /Samuelson/Solow (1987) σελ.219-225) εξηγούν ότι σε μία **2x2** τεχνική απλής παραγωγής η ικανοποίηση των εν λόγω συνθηκών σημαίνει ότι η κλίση των διανυσμάτων $\mathbf{y}_1=\begin{bmatrix}1-\mathbf{a}_{11}\\-\mathbf{a}_{21}\end{bmatrix},\mathbf{y}_2=\begin{bmatrix}-\mathbf{a}_{12}\\1-\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix}$ της μήτρας (**I-A**) είναι τέτοια, ώστε η ευθεία, που ορίζεται από το γραμμικό συνδυασμό τους πάνω σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, διέρχεται από το θετικό τεταρτημόριο (δες Σχήμα 1). Σε κάθε άλλη περίπτωση η κλίση των διανυσμάτων είναι τέτοια, ώστε ο αντίστοιχος γραμμικός συνδυασμός διέρχεται είτε από τα ημιαρνητικά είτε από το αρνητικό τεταρτημόριο (δες αντίστοιχα σχήμα 2 και σχήμα 3). Να σημειώσουμε εδώ, ότι η *j*-οστή στήλη μιας **nxn** μήτρας (**I-A**) -μιας δεδομένης τεχνικής- αναπαριστά το καθαρό προϊόν της *j*-οστής διαδικασίας παραγωγής όταν η *j*-οστή διαδικασία ως ακαθάριστο προϊόν της παράγει μια μονάδα του *j*-οστού εμπορεύματος. Οι αρνητικές συνιστώσες του διανύσματος αυτού εκφράζουν αρνητικές ποσότητες καθαρών προϊόντων και δηλώνουν εκείνες τις ποσότητες των εισροών, τις οποίες η *j*-οστή διαδικασία τις χρησιμοποιεί ως μέσα παραγωγής και τις οποίες δεν τις παράγει η ίδια, αλλά είτε τις λαμβάνει από άλλες διαδικασίες παραγωγής είτε από ήδη υπάρχοντα αποθέματα. Την τελευταία αυτή περίπτωση, της ύπαρξης αποθεμάτων, την αποκλείουμε ως ασυμβίβαστη με την έννοια των μοντέλων των γραμμικών συστημάτων παραγωγής. Τα γραμμικά συστήματα παραγωγής είναι υποδείγματα παραγωγής εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων και εκφράζουν μόνο παραγόμενα στην ίδια την περίοδο παραγωγής εμπορεύματα, είτε αυτά αποτελούν καθαρές εκροές είτε μέσα παραγωγής[6]. Τη μήτρα (**I-A**) θα την καλούμε μήτρα του Leontief.

---

[1] Δες Pasinetti (1991) σελ.290.
[2] Δες Pasinetti (1991) σελ.294 και Σταμάτης (1995 α) σελ. 47-58.
[3] Δες Pasinetti (1991) σελ.287,291.
[4] Δες Pasinetti (1991) σελ.293
[5] Δες Hawkins, Simon (1949) και Hukukane Nikaido (1987)
[6] Η ανάλυση αυτή μας δίνει την ικανότητα να κατανοήσουμε σαφέστερα ότι οι ορισμοί της τεχνικής παραγωγής των Kurz / Salvadori και του Bidard τους οποίους δώσαμε προηγουμένως δεν αποτελούν πλήρεις ορισμούς της έννοιας της τεχνικής. Για τους συγγραφείς αυτούς, τεχνικές είναι μόνο σύνολα μεθόδων παραγωγής για τα οποία ισχύουν οι ιδιότητες του σχήματος 1. Ο ορισμός αυτός δεν είναι επαρκής, γιατί μια οικονομία ενδέχεται να χρησιμοποιεί και σύνολα μεθόδων παραγωγής όπως αυτά των σχημάτων 2,3. Τα τελευταία σύνολα όμως είναι

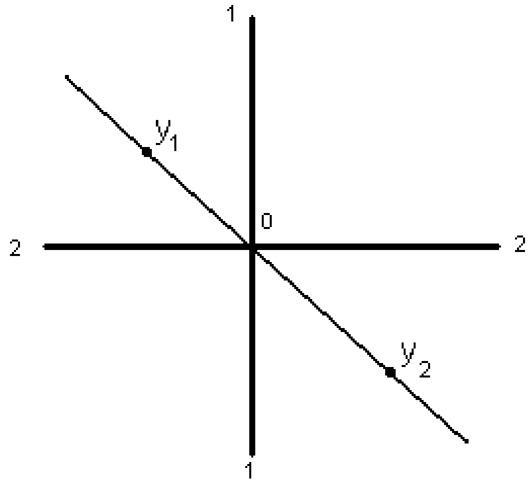


Σχήμα 1. Το διάγραμμα αυτό αναπαριστάνει το γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 1-\mathbf{a}_{11} \\ -\mathbf{a}_{21} \end{bmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} -\mathbf{a}_{12} \\ 1-\mathbf{a}_{22} \end{bmatrix}$ μιας παραγωγικής τεχνικής. Τα τμήματα αυτού του γραμμικού συνδυασμού, που βρίσκονται στα ημιαρνητικά τεταρτημόρια, εκφράζουν μη βιώσιμα συστήματα παραγωγής που αντιστοιχούν σε θετικά και ημιθετικά ακαθάριστα προϊόντα. Με άλλα λόγια, η εν λόγω παραγωγική τεχνική περιλαμβάνει και μη βιώσιμα συστήματα, μάλιστα δε και τέτοια μη βιώσιμα συστήματα, τα οποία αντιστοιχούν και σε (ημι)θετικά επίπεδα λειτουργίας και σε (ημι)θετικά ακαθάριστα προϊόντα.



Σχήμα 2. Εδώ αναπαρίσταται μια τεχνική η οποία εκφράζει μόνο μη βιώσιμα συστήματα παραγωγής.

και αυτά τεχνικές παραγωγής, αφού χαρακτηρίζουν τον τρόπο παραγωγής της υπό θεώρηση οικονομίας. Παράλληλα, μια παραγωγική τεχνική περιλαμβάνει και μη βιώσιμα συτήματα παραγωγής.



Σχήμα 3. Εδώ αναπαρίσταται μια τεχνική η οποία καταλαμβάνει μόνο «μόλις βιώσιμα» συστήματα παραγωγής[1].

θ) Μια τεχνική απλής παραγωγής μπορεί να παράγει δύο διαφορετικές ομάδες εμπορευμάτων: βασικά εμπορεύματα και μη βασικά εμπορεύματα. *Βασικά* ορίζουμε εκείνα τα εμπορεύματα, τα οποία χρησιμοποιούνται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων μιας δεδομένης τεχνικής. Μη βασικά εννοούμε εκείνα τα εμπορεύματα, τα οποία δεν εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων μιας δεδομένης τεχνικής. Όταν λέμε ότι ένα εμπόρευμα εισέρχεται άμεσα στην παραγωγή άλλων εμπορευμάτων, εννοούμε ότι αυτό το εμπόρευμα αποτελεί άμεση εισροή σε όλες τις διαδικασίες παραγωγής των εν λόγω άλλων εμπορευμάτων. Αντιθέτως, όταν ένα εμπόρευμα, έστω i, εισέρχεται έμμεσα στην παραγωγή ενός αλλού εμπορεύματος, έστω j, εννοούμε ότι αυτό, το i-οστό, δεν αποτελεί άμεση εισροή του δεύτερου, j-οστού, εμπορεύματος, αλλά αποτελεί άμεση εισροή της διαδικασίας παραγωγής ενός άλλου εμπορεύματος, έστω τ, το οποίο όμως εισέρχεται άμεσα στις εισροές του δεύτερου, j-οστού, εμπορεύματος. Τώρα, όταν μια τεχνική απλής παραγωγής παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα, τότε η μήτρα **A** των εισροών της είναι μη διασπώμενη. Ισχύει επίσης και το αντίστροφο, όταν η μήτρα **A** μιας τεχνική είναι μη διασπώμενη, τότε η εν λόγω τεχνική παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Όταν μία τεχνική απλής παραγωγής παράγει και μη βασικά εμπορεύματα, τότε η μήτρα **A** της τεχνικής αυτής είναι διασπώμενη. Το τελευταίο ισχύει και αυτό αντιστρόφως, όταν δηλαδή η μήτρα **A** μιας τεχνικής απλής παραγωγής είναι διασπώμενη, τότε η τεχνική αυτή παράγει και μη βασικά εμπορεύματα. Περαιτέρω, στα μη βασικά εμπορεύματα θα διακρίνουμε δύο νέες υποομάδες εμπορευμάτων, οι οποίες θα μας απασχολήσουν καθ΄ όλη την πρόοδο της εργασίας: διακρίνουμε τα μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή και άλλων μη βασικών εμπορευμάτων, περιλαμβανομένης και της ίδιας της δικής τους παραγωγής, και τα μη βασικά εμπορεύματα τα οποία δεν εισέρχονται στην παραγωγή κανενός άλλου μη βασικού εμπορεύματος· δεν εισέρχονται ούτε ακόμα και στην ίδια τη δική τους την παραγωγή. Ένα εμπόρευμα είναι μη βασικό το οποίο εισέρχεται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή όλων των μη βασικών εμπορευμάτων μιας δεδομένης τεχνικής, όταν για να παραχθεί απαιτεί άμεσα ή έμμεσα τόσο τα βασικά όσο και τα μη βασικά εμπορεύματα της τεχνικής, συμπεριλαμβανομένου και του ίδιου του εαυτού του. Ένα εμπορεύμα, έστω το j, είναι μη βασικό εμπόρευμα το οποίο εισέρχεται και στην

[1] Για τα τρία τελευταία Σχήματα δες επίσης και Dorfman/Samuelson/Solow (1987) σελ.219-227 και Koopmans (1957) σελ. 103.

παραγωγή και αλλων μη βασικών εμπορευμάτων, όταν υπάρχουν μη βασικά εμπορεύματα τα οποία χρησιμοποιούν στα μέσα παραγωγής τους και το εν λόγω μη βασικό εμπόρευμα j. Ένα εμπόρευμα είναι μη βασικό το οποίο δεν εισέρχεται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή άλλων μη βασικών εμπορευμάτων, αφενός όταν για να παραχθεί, ως εισροές χρησιμοποιεί είτε μόνο βασικά εμπορεύματα είτε μόνο βασικά και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων και αφετέρου, όταν το ίδιο δεν εισέρχεται στην παραγωγή κανενός εμπορεύματος.

ι) Στα πλαίσια της απλής παραγωγής, οι διαδικασίες παραγωγής ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής που παράγουν μόνο βασικά εμπορεύματα, δηλαδή που παράγουν τα εμπορεύματα που εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος, ορίζουν ένα υποσύστημα το οποίο θα το καλούμε είτε βασικό υποσύστημα είτε βασικό τομέα[1]. Αντιστοίχως, το σύνολο των μεθόδων παραγωγής του υποθεώρηση συστήματος που παράγουν μόνο τα μη βασικά εμπορεύματα θα το καλούμε είτε μη βασικό υποσύστημα είτε μη βασικό τομέα. Τα εν λόγω μη βασικά υποσυστήματα διακρίνονται περαιτέρω από την φύση των μη βασικών εμπορευμάτων τα οποία παράγουν. Συγκεκριμένα διακρίνονται σε μη βασικά υποσυστήματα, τα οποία παράγουν μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή όλων των μη βασικών εμπορευμάτων, και σε μη βασικά υποσυστήματα, τα οποία παράγουν μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή όλων των μη βασικών εμπορευμάτων.

ια) Το αν ένα εμπόρευμα, στα πλαίσια των τεχνικών και των συστημάτων απλής παραγωγής, είναι βασικό ή μη βασικό καθώς και το ποιο είναι το βασικό ή -αν υπάρχει- το μη βασικό υποσύστημα μπορεί να διαπιστωθεί από το διασπώμενο ή μη της μήτρας **A** των υπό θεώρηση τεχνικών. Για γίνει το ζήτημα αυτό πιο κατανοητό, θα αναλύσουμε μια τεχνική απλής παραγωγής, η οποία παράγει και τα τρία είδη εμπορευμάτων που αναπτύξαμε. Μια τεχνική απλής παραγωγής, η οποία παράγει και τις τρεις εν λόγω ομάδες εμπορευμάτων, στη γενική της μορφή είναι μια παράσταση [**A,L**] για την οποία ισχύουν τα ακόλουθα:

- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{L}_3]$

- **A** η **nxn** μήτρα των εισροών και **L** το **1xn** διάνυσμα των εισροών σε άμεση εργασία.
- $\mathbf{A}_{11}$ μία **κxκ** μήτρα, της οποίας η στήλη f, f =1,2,...,κ, περιέχει ως συνιστώσες της τις εισροές σε βασικά εμπορεύματα ανά παραγόμενη μονάδα του βασικού εμπορεύματος f.
- $\mathbf{A}_{12}$ μια **κx(m-κ)** μήτρα, της οποίας η στήλη g, g=κ+1, κ+2,...,m, περιέχει ως συνιστώσες της τις εισροές σε βασικά εμπορεύματα ανά παραγόμενη μονάδα του μη βασικού εμπορεύματος g από τα **m-κ** μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων.
- $\mathbf{A}_{22}$ μια **(m-κ)x(m-κ)** μήτρα της οποίας η στήλη g περιέχει ως συνιστώσες της τις εισροές σε μη βασικά εμπορεύματα, που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, ανά παραγόμενη μονάδα του μη βασικού προϊόντος g από τα **(m-κ)** μη βασικά

[1]Μολονότι ουσιαστικά θα κάνουμε ταυτόχρονη χρήση δύο όρων για το ίδιο αντικείμενο, όταν χρησιμοποιούμε το όρο υποσύστημα θα τονίζουμε σε μεγαλύτερο βαθμο τον χαρακτηρα του ως μέρους του αρχικού συστήματος, ενώ όταν χρησιμοποιούμε τον όρο τομέα θα τονίζουμε περισσότερο το είδος των παραγόμενων εμπορευμάτων. Κατά κανόνα πάντως θα χρησιμοποιούμε τον όρο υποσύστημα.

εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων. Η μήτρα αυτή μπορεί να είναι είτε διασπώμενη είτε μη διασπώμενη. Αν είναι διασπώμενη, τότε ορισμένα από τα g εμπορεύματα είναι μη βασικά τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή ορισμένων μόνο από αυτά τα ίδια g μη βασικά εμπορεύματα. Στην περίπτωση που η μήτρα αυτή είναι μη διασπώμενη, τότε καθένα εκ των g αυτών εμπορευμάτων εισέρχεται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή όλων των ιδίων αυτών g μη βασικών εμπορευμάτων. Για να μη κάνουμε την ανάλυσή μας σύνθετη χωρίς λόγο, την περίπτωση που η υπομήτρα αυτή είναι διασπώμενη θα την αποκλείσουμε τελείως. Ο αποκλεισμός αυτός δεν θα επηρεάσει σε απολύτως τίποτε τα συμπεράσματα μας. Υποθέτουμε λοιπόν ότι η υπομήτρα $\mathbf{A}_{22}$ είναι μη διασπώμενη.

- $\mathbf{A}_{13}$ μια **κx(n-m)** μήτρα, της οποίας η στήλη h, h=m+1, m+2, ...,n, περιέχει ως συνιστώσες της τις εισροές σε βασικά εμπορεύματα ανά παραγόμενη μονάδα του μη βασικού εμπορεύματος h από τα **n-m** μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή κανενός μη βασικού εμπορεύματος.
- Τα μηδενικά στοιχεία της μήτρας εκφράζουν μηδενικές υπομήτρες, η διάσταση των οποίων είναι προφανής.
- **Li**, i=1,2,3, όπου **Li>0**, τα διανύσματα των εισροών σε άμεση εργασία των τμημάτων εκείνων της δεδομένης τεχνικής, τα οποία αφορούν καθεμία από τις τρεις αναπτυχθείσες ομάδες διαδικασιών, π.χ. το $\mathbf{L}_1$ εκφράζει ένα διάνυσμα κάθε στοιχείο του οποίου έχει τη μορφή $\mathbf{L}_{1_f}$, με f=1,2,...,κ, και δηλώνει την άμεση εργασία την οποία απαιτεί κάθεμία από τις διαδικασίες παραγωγής, οι οποίες παράγουν τα βασικά εμπορεύματα της δεδομένης τεχνικής.

Στη συνέχεια, όταν αναφερόμαστε σε ένα σύστημα [**A,L,X**] το οποίο χρησιμοποιεί μια τεχνική **[A,L]** της μορφής $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13}\\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2,\mathbf{L}_3]$, θα υποθέτουμε ότι για την ανάλυση των υπομητρών και των υποδιανυσμάτων ισχύει ό,τι ειπώθηκε στα τελευταία αναφερόμενα στοιχεία -εκτός βέβαια αν ορίσουμε ρητά κατι το διαφορετικό. Στην τεχνική αυτή, η πρώτη της **A** στήλη και το πρώτο στοιχείο του **L** ορίζουν το βασικό υποσύστημα, το οποίο θα το καλούμε είτε υποσύστημα 1 είτε τομέα 1·, η δεύτερη στήλη της **A** και το δεύτερο στοιχείο του **L** ορίζουν το μη βασικό υποσύστημα εκείνο, που παράγει μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή και άλλων μη βασικών εμπορευμάτων, το υποσύστημα αυτό θα το καλούμε είτε υποσύστημα 2 είτε τομέα 2· η τρίτη στήλη της **A** και το τρίτο στοιχείο του **L** ορίζουν το μη βασικό υποσύστημα εκείνο, το οποίο παράγει τα μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή κανενός μη βασικού εμπορεύματος. Το υποσύστημα αυτό θα το καλούμε είτε υποσύστημα 3 είτε τομέα 3.

Να σημειώσουμε εδώ, ότι στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών οι ιδιοτιμές είναι ίσες είτε με το μέγεθος των στοιχείων της κυρίας διαγωνίου της μήτρας **A** είτε με τις ιδιοτιμές των υπομητρών της κύριας διαγωνίου της εν λόγω μήτρας [Δες Pasinetti (1991) σελ. 275].

Τώρα, στο σημείο αυτό θα επικεντρώσουμε την προσοχή μας στο ζήτημα των παραγωγικών τεχνικών απλής παραγωγής, τόσο των μη διασπώμενων, όσο και των διασπώμενων.

1) Όταν μια τεχνική απλής παραγωγής [**A,L**] είναι παραγωγική και μη διασπώμενη, αυτό σημαίνει ότι η τεχνική περιλαμβάνει και βιώσιμα συστήματα καθώς και ότι $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}>0$

, $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}} < 1$. Το ότι μια τεχνική είναι παραγωγική, περιλαμβάνει δηλαδή και βιώσιμα συστήματα, σημαίνει ότι η κλίση των διανυσμάτων της μήτρας (**I**-**A**) είναι τέτοια, ώστε ισχύει η περίπτωση του Σχήματος 1 του σημείου (η) [1]. Το σημείο (η), όπως είπαμε, ενέχει είτε ότι $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1} \geq 0$ είτε ότι $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}>0$. Περαιτέρω, δεδομένου ότι ισχύει το τελευταίο, ήτοι είτε ότι $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1} \geq 0$ είτε ότι $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}>0$, και λαμβανομένου υπόψη του σημείου (ε), έπεται ότι $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}>0$, $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}} < 1$. Με άλλα λόγια, το ότι μια μη διασπώμενη τεχνική απλής παραγωγής είναι παραγωγική σημαίνει ότι μπορεί παράγοντας ένα οποιοδήποτε θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν να παράγει ένα αντίστοιχο αυστηρά θετικό ακαθάριστο προϊόν -αυτό είναι προφανές, αφού ισχύει η ισότητα $\mathbf{X}= (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y}$. Στην ισότητα αυτή η παράσταση $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y}$ εκφράζει το γινόμενο μιας αυστηρά θετικής μήτρας είτε επί ένα αυστηρά θετικό διάνυσμα είτε επί ένα ημιθετικό διάνυσμα. Την έννοια της μη διασπώμενης παραγωγικής τεχνικής απλής παραγωγής θα μπορούσαμε συνοπτικά να την εκθέσουμε και ως εξής:

αν η τεχνική [**A**,**L**] είναι μια μη διασπώμενη παραγωγική τεχνική, τότε

$$\left.\begin{array}{l} 0 < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}} < 1 \\ \forall \mathbf{Y} > 0 \text{ ή } \mathbf{Y} \geq 0 \end{array}\right\} \rightarrow \mathbf{X} > 0 \quad (7)$$

2) Αν μια παραγωγική τεχνική απλής παραγωγής είναι διασπώμενη, τότε, με ανάλογο σκεπτικό όπως και στη περίπτωση 1, ισχύει ότι $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1} \geq 0$, $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}} < 1$.[2] Επιπρόσθετα, αν υποθέσουμε ότι εξετάζουμε μια τεχνική [**A**,**L**] για την οποία ισχύει:

[1] Προφανώς κανένα στοιχείο της κύριας διαγωνίου της μήτρας (**I**-**A**) δεν μπορεί να περιέχει κάποιο αρνητικό στοιχείο, γιατί, αν υπήρχε, αυτό θα σήμαινε ότι η υπό θεώρηση τεχνική σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να παράγει ένα αυστηρά θετικό ακαθάριστο προϊόν, σε καμία περίπτωση δηλαδή δεν μπορεί να παράγει το εμπόρευμα το οποίο αντιστοιχεί στο αρνητικό στοιχείο της κύριας διαγωνίου της μήτρας (**I**-**A**). Περαιτέρω, επειδή η τεχνική είναι μη διασπώμενη και συνεπώς παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα, έπεται ότι η υπό θεώρηση μη διασπώμενη τεχνική, της οποίας ένα στοιχείο της μήτρας (**I**-**A**) είναι αρνητικό, δεν μπορεί να παράγει κανένα ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν. Το ότι δεν μπορεί να παράγει κανένα ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν είναι συνέπεια του ότι οποιοδήποτε καθαρό προϊόν και να παράγει, πρέπει να παράγει όλα τα εμπορεύματα της υπό θεώρηση τεχνικής, αφού όλα τα εμπορεύματα αυτής είναι βασικά και συνεπώς εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων. Περαιτέρω, κάθε άλλο στοιχείο της μήτρας (**I**-**A**) πέραν αυτών της κύριας διαγωνίου δεν μπορεί να είναι θετικό, αφού πρόκειται για τη διαφορά της ταυτοτικής μήτρας και της ημιθετικής μήτρας **A**. Αυτά όμως σημαίνουν ότι τα διανύσματα στήλης της μήτρας **(I-A)** δεν μπορούν να διέρχονται από το θετικό μόριο του n-διάστατου καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων.

[2] Να τονίσουμε εδώ ότι η μήτρα (**I**-**A**) είναι της ίδιας μορφής με αυτή των μη διασπώμενων τεχνικών που εξετάσαμε στην αμέσως προηγούμενη περίπτωση καίτοι εδώ έχουμε και την παραγωγή και μη βασικών εμπορευμάτων , καίτοι δηλαδή υπάρχουν καλάθια καθαρών προϊόντων τα οποία μπορούν να παραχθούν χωρίς να παραχθούν όλα τα μη βασικά εμπορεύματα και άρα το αντίστοιχο ακαθάριστο προϊόν να είναι ημιθετικό.Την παρατήρηση αυτή την κάνουμε για την πληρότητα της ανάλυσης ώστε να αποκλειστεί η περίπτωση που κάποιο στοιχείο της κύριας διαγωνίου της (**I**-**A**) που αντιστοιχεί σε κάποιο μη βασικό εμπόρευμα να είναι αρνητικό. Αν ένα τέτοιο στοιχείο ήταν αρνητικό η δεδομένη τεχνική θα μπορούσε να παράγει καθαρά προϊόντα τα οποία αντιστοιχούν σε μη αρνητικά καλάθια ακαθάριστων προϊόντων, ωστόσο η τεχνική αυτή δεν θα μπορούσε σε καμία περίπτωση να παράγει και το μη βασικό προϊόν το οποίο αντιστοιχεί στο αρνητικό στοιχείο (**I**-**A**). Όμως το τελευταίο σημαίνει ότι η δεδομένη τεχνική δεν είναι παραγωγική, δεν μπορεί δηλαδή να παράγει κάθε δεδομένο καθαρό παράγοντας αντίστοιχα ένα ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν.

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13}\\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2,\mathbf{L}_3]$$

τότε το ότι $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}<1$ σημαίνει ότι $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}=\max(\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}},\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}})<1$. Επίσης ισχύουν και τα ακόλουθα:

(a) ένα καθαρό προϊόν αποτελούμενο μόνο από βασικά εμπορεύματα αντιστοιχεί σε ένα ακαθάριστο προϊόν αποτελούμενο μόνο από βασικά εμπορεύματα. Αυτό είναι άμεση συνέπεια του ότι για να παραχθεί ένα βασικό εμπόρευμα απαιτούνται μόνο βασικά εμπορεύματα. Η περίπτωση αυτή μπορεί να εκφραστεί και ως εξής.

αν [**A,L**] μια παραγωγική τεχνική απλής παραγωγής, για την οποία ισχύει

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13}\\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2,\mathbf{L}_3],\ \mathbf{A}_{11},\mathbf{A}_{22}\ \text{μη διασπώμενες,}$$

$$\text{τότε, αν}\ \mathbf{y}=\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}\ \text{με}\ \mathbf{y}_1\geq 0,\ \text{έπεται}\ (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}=\mathbf{x}=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ 0\\ 0\end{bmatrix},\ \text{με}\ \mathbf{x}_1>0.$$

(b) ένα καθαρό προϊόν αποτελούμενο μόνο από μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή και άλλων μη βασικών εμπορευμάτων αντιστοιχεί σε ένα ακαθάριστο προϊόν που περιέχει τόσο βασικά όσο και μη βασικά εμπορεύματα του εν λόγω είδους. Έτσι

αν [**A,L**] μια παραγωγική τεχνική απλής παραγωγής, για την οποία ισχύει

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13}\\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2,\mathbf{L}_3],\ \mathbf{A}_{11},\mathbf{A}_{22}\ \text{μη διασπώμενες,}$$

$$\text{τότε, αν}\ \mathbf{y}=\begin{bmatrix}0\\ \mathbf{y}_2\\ 0\end{bmatrix},\ \text{με}\ \mathbf{y}_2\geq 0,\ \text{έπεται}\ (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}=\mathbf{x}=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ 0\end{bmatrix}\ \text{με}\ \ \mathbf{x}_1>0,\mathbf{x}_2>0$$

(c) ένα καθαρό προϊόν αποτελούμενο μόνο από μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή κανενός μη βασικού εμπορεύματος αντιστοιχεί σε ένα ακαθάριστο προϊόν που περιέχει μόνο βασικά εμπορεύματα –εδώ έχουμε αποκλείσει εκείνη την περίπτωση, που στην παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων που δεν εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων εισέρχονται άλλα μη βασικά εμπορεύματα, εκείνου του είδους, που εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή και μη βασικών εμπορευμάτων. Έτσι, ισχύουν τα ακόλουθα

αν [**A,L**] μια παραγωγική τεχνική απλής παραγωγής, για την οποία ισχύει

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{L}_3],\ \mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{22} \text{ μη διασπώμενες,}$$

τότε, αν $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{y}_3 \end{bmatrix}$, με $\mathbf{y}_3 \geq 0$, έπεται ότι $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ 0 \\ \mathbf{x}_3 \end{bmatrix}$, με $\mathbf{x}_1 > 0$ και $\mathbf{x}_3 = \mathbf{y}_3$.

(d) αν το καθαρό προϊόν αποτελείται από ένα καλάθι $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ 0 \end{bmatrix}$, τότε ισχύει η περίπτωση (β).

Αν το καθαρό προϊόν αποτελείται από ένα καλάθι $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ 0 \\ \mathbf{y}_3 \end{bmatrix}$, ισχύει η περίπτωση (γ).

Τέλος, αν το καθαρό προϊόν αποτελείται από ένα καλάθι $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y}_2 \\ \mathbf{y}_3 \end{bmatrix}$, το ακαθάριστο προϊόν περιέχει όλων των ειδών τα εμπορεύματα.

***

Ένα ζήτημα, στο οποίο πρέπει να σταθούμε, είναι και η ερμηνεία της μέγιστης ιδιοτιμής της μήτρας **A**. Με βάση την έννοια της μέγιστης ιδιοτιμής και της ιδιότητας (ζ)[1], για μια δεδομένη τεχνική **[A,L]** έπονται τα ακόλουθα

***A**$\underline{X}$=$\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\underline{X}$, με $\underline{X}$ το αριστερό ιδιοδιάνυσμα της μήτρας **A** μιας δεδομένης τεχνικής ανεξαρτήτως του αν αυτή είναι διασπώμενη ή μη διασπώμενη.

*επειδή το διάνυσμα $\underline{X}$ είναι ένα εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο διάνυσμα και είτε θετικό είτε ημιθετικό, έπεται ότι στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **A** αντιστοιχεί ένα ως προς τη σύνθεση μονοσήμαντα προσδιορισμένο ακαθάριστο προϊόν. Αυτό δε το ακαθάριστο προϊόν για να παραχθεί απαιτεί μια ποσότητα μέσων παραγωγής, η οποία και αυτή είναι ως προς την σύνθεσή της πλήρως προσδιορισμένη, συγκεκριμένα έχει την ίδια σύνθεση με την μονοσήμαντα προσδιορισμένη σύνθεση του ακαθάριστου προϊόντος.

*επίσης, επειδή **Y=X-AX** και A$\underline{X}$=$\underline{X}$, έπεται ότι $\underline{Y}$=$\underline{X}$-$\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\underline{X}$ ⇔ $\underline{Y}$ = $\underline{X}$ (1-$\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}$). Λεκτικά ειπωμένο, στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **A** μιας δεδομένης τεχνικής απλής παραγωγής αντιστοιχούν μέσα παραγωγής, ακαθάριστο προϊόν και καθαρό προϊόν τα οποία ως προς τη σύνθεσή τους είναι πλήρως προσδιορισμένα.

[1] Δες στη σελίδα 20 της παρούσας εργασίας.

*από τα τελευταία έπεται ότι, όταν μια δεδομένη τεχνική απλής παραγωγής χρησιμοποιείται σε ένα επίπεδο λειτουργίας τέτοιο, ώστε παράγει ένα καθαρό προϊόν το οποίο έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του και με αυτή του ακαθάριστου προϊόντος του, ο βαθμός στον οποίο τα μέσα παραγωγής μετασχηματίζονται σε καθαρό και ακαθάριστο προϊόν είναι συνάρτηση της μέγιστης ιδιοτιμής της μήτρας **A**. Συγκεκριμένα, ισχύουν οι εξής σχέσεις :

$\underline{Y}= \{(1-\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}})/\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\}\underline{X}$, $\underline{X}=\{1/\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\}A\underline{X}$

Ένα σύστημα παραγωγής του οποίου τα μέσα παραγωγής έχουν την ίδια σύνθεση με το καθαρό και το ακαθάριστο προϊόν θα το καλούμε *πρότυπο σύστημα*, το δε βαθμωτό $\underline{R}$, με $\underline{R}=(1-\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}})/\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}$, το οποίο εκφράζει το βαθμό μετατροπής του ακαθάριστου προϊόντος σε καθαρό προϊόν, θα το καλούμε *πρότυπο λόγο*. Αν στα πλαίσια μιας τεχνικής υπάρχει πρότυπο σύστημα, το οποίο αφορά την παραγωγή μόνο βασικών εμπορευμάτων, τότε αυτό το πρότυπο σύστημα θα το καλούμε -λόγω της ανάπτυξης και της ανάλυσης του συστήματος αυτού από τον Sraffa- και *πρότυπο σραφαϊκό σύστημα*, τον πρότυπο λόγο δε του σραφαϊκού πρότυπου συστήματος θα τον καλούμε και *πρότυπο σραφαϊκό λόγο*.

Ειδικότερα, σε σχέση με το μέγεθος του διανύσματος $\underline{\mathbf{X}}$ του πρότυπου συστήματος καθώς και σε σχέση με το μέγεθος του προτύπου λόγου $\underline{\mathbf{R}}$ στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών, σύμφωνα με το άρθρο του Βασιλάκη «Μη βασικά εμπορεύματα, πρότυπο εμπόρευμα και γενικό ποσοστό κέρδους»[1], όταν μια τεχνική απλής παράγωγής είναι της μορφής

$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\\ 0 & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2]$, όπου $\mathbf{A}_{11},\mathbf{A}_{22}$ μη διασπώμενες,

έπονται τα ακόλουθα[2]:

* για $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{11}}_{\mathbf{m}} > \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{22}}_{\mathbf{m}}$, το $\underline{\mathbf{X}}$ αποτελείται από θετικές ποσότητες βασικών εμπορευμάτων και από μηδενικές ποσότητες μη βασικών εμπορευμάτων, ισχύει επίσης $\underline{R}=(1-\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{11}}_{\mathbf{m}})/\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{11}}_{\mathbf{m}}$

* για $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{11}}_{\mathbf{m}} < \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{22}}_{\mathbf{m}}$, το $\underline{\mathbf{X}}$ αποτελείται από θετικές ποσότητες τόσο βασικών όσο και μη βασικών εμπόρευματων, ισχύει επίσης $\underline{R}=(1-\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{22}}_{\mathbf{m}})/\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{22}}_{\mathbf{m}}$

* για $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{11}}_{\mathbf{m}} = \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{22}}_{\mathbf{m}}$, το $\underline{\mathbf{X}}$ αποτελείται πάλι από θετικές ποσότητες βασικών εμπορευμάτων και από μηδενικές ποσότητες μη βασικών εμπορευμάτων, ισχύει επίσης $\underline{R}=(1-\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{11}}_{\mathbf{m}})/\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{11}}_{\mathbf{m}} = (1-\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{22}}_{\mathbf{m}})/\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}_{22}}_{\mathbf{m}}$

Ένα πρότυπο σύστημα το οποίο αποτελείται τόσο από βασικά όσο και από μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται και στην ίδια τη δική τους παραγωγή -λόγω του ότι αυτό το πρότυπο συστήμα εισήχθηκε από τον Βασιλάκη- θα το καλούμε και *προτυπο σύστημα του Βασιλάκη*.

* * *

Ως το σημείο αυτό έχουμε υποθέσει ότι ο συντελεστής εργασία αποτελεί μια πρωτογενή εισροή, μια εισροή η οποία δεν παράγεται από τα δεδομένα συστήματα παραγωγής, αλλά υπάρχει εξωγενώς και χρησιμοποιείται από αυτά σε οποιεσδήποτε ποσότητες. Στην συνέχεια θα εξετάσουμε την περίπτωση που η εργασία αποτελεί ένα από το δεδομένο σύστημα

[1] Δες Vassilakis (1983)

[2] Ο τρόπος εξαγωγής των συμπερασμάτων αυτών είναι ταυτός με τον τρόπο εξαγωγής των ανάλογων συμπερασμάτων που θα αναλύσουμε παρακάτω στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής. Η ανάλυση δε που θα ακολουθήσει στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής, αποτελεί την εφαρμογή της μεθόδου που χρησιμοποίησε ο Βασιλάκης στο παραπάνω άρθρο.

παραγωγής παραγόμενο προϊόν. Η περίπτωση αυτή, η περίπτωση δηλ. που η εργασία αποτελεί ένα από το δεδομένο σύστημα παραγωγής προϊόν, είναι αποτέλεσμα της υπόθεσης της ύπαρξης ενός δεδομένου πραγματικού ωρομισθίου, ενός δεδομένου καλαθιού εμπορευμάτων με βάση το οποίο αμείβεται μια μονάδα -και πιο συγκεκριμένα μια ώρα - εργασίας.

Έστω ότι μας δίνεται το σύστημα παραγωγής [**A**,**L**,**X**], το οποίο χρησιμοποιεί την τεχνική [**A**,**L**] - για την οποία προς το παρόν μας είναι αδιάφορο αν αυτή είναι διασπώμενη ή μη- καθώς και το καλάθι των εμπορευμάτων το οποίο αποτελεί το πραγματικό ωρομίσθιο. Το καλάθι των εμπορευμάτων που συνιστούν το πραγματικό ωρομίσθιο θα συμβολίζουμε στη συνέχεια με το γράμμα **d**. Το πραγματικό ωρομίσθιο **d** είναι ένα n-διάστατο διάνυσμα, κάθε στοιχείο $\mathbf{d}_i$ του οποίου, με i=1,2,...,n, συμβολίζει την ποσότητα του εμπορεύματος i με την οποία αμείβεται μια μονάδα -και πιο συγκεκριμένα μια ώρα- εργασίας. Το γινόμενο **dL,** του πραγματικού ωρομισθίου με το διάνυσμα των συντελεστών σε άμεση εργασία, μας δίνει μια μήτρα διάστασης **nxn,** κάθε στοιχείο της οποίας θα το συμβολίζουμε με $(\mathbf{dL})_{ij}$. Κάθε τέτοιο στοιχείο $(\mathbf{dL})_{ij}$ εκφράζει το ποσό του εμπορεύματος *i* που απαιτείται από την j-οστή διαδικασία ως πραγματικός μισθός, προκειμένου να παραχθεί μια μονάδα του j-οστου εμπορεύματος. Το γινόμενο **dLX** δηλώνει ένα διάνυσμα στήλη, κάθε στοιχείο $(\mathbf{dLX})_i$ του οποίου δηλώνει την χρησιμοποιηθείσα από το σύστημα **[A,L,X]** ποσότητα του εμπορεύματος i σε πραγματικούς μισθούς. Δεδομένου ενός συστήματος παραγωγής και του πραγματικού ωρομισθίου, προσδιορίζεται και το υπερπροϊόν του συστήματος αυτού. Ο προσδιορισμός του υπερπροϊόντος ενός συστήματος γίνεται ως εξής:

$$\mathbf{Y}\text{-}\mathbf{dLX}=\mathbf{Y}\text{-}\mathbf{AX}\text{-}\mathbf{dlX}=\mathbf{X}(\mathbf{I}\text{-}\mathbf{A}\text{-}\mathbf{dL})=\mathbf{U}$$

-όπου με **U** θα συμβολίζουμε το υπερπροϊόν -

Αν υποθέσουμε ότι $\underline{\mathbf{A}}=\mathbf{A}+\mathbf{dL}$, τότε έπεται ότι $\mathbf{U}=\mathbf{X}(\mathbf{I}-\underline{\mathbf{A}})$.

Σύμφωνα με τα όσα ήδη έχουμε πει, για να ισχύει **U**=0 και $\mathbf{X} \geq 0$, πρέπει να ισχύει επίσης και ότι $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\underline{\mathbf{A}}}=1$. Περαιτέρω, για να ισχύει $\mathbf{U}\geq 0$,$\mathbf{X}\geq 0$, πρέπει να ισχύει $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\underline{\mathbf{A}}}<1$ · σε αυτή την περίπτωση υπάρχει η αντίστροφη της ($\mathbf{I}$-$\underline{\mathbf{A}}$), για την οποία ισχύει είτε $(\mathbf{I}-\underline{\mathbf{A}})^{-1}>0$ είτε $(\mathbf{I}-\underline{\mathbf{A}})^{-1}\geq 0$. Προφανώς, το αν ισχύει η ανισότητα ή ανισοϊσότητα εξαρτάται από το αν η μήτρα $\underline{\mathbf{A}}$ είναι ή δεν είναι μη διασπώμενη. Για το πότε μία μήτρα $\underline{\mathbf{A}}$ είναι ή δεν είναι διασπώμενη, προβαίνουμε στην παρακάτω διερεύνηση :

- η μήτρα $\underline{\mathbf{A}}$,προφανώς, είναι πάντα μη διασπώμενη όταν η μήτρα **A** είναι μη διασπώμε-μενη.
- αν υποθέσουμε ότι η τεχνική [**A**, **L**], ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής [**A**,**L**,**X**], είναι της μορφής $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13}\\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2,\mathbf{L}_3]$, όπου $\mathbf{A}_{11},\mathbf{A}_{22}$ μη διασπώμενες, και το πραγματικό ωρομίσθιο αποτελείται από ένα καλάθι που περιέχει μόνο βασικά προϊόντα , δηλ. $\mathbf{d}=\begin{bmatrix}d_1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$, τότε έπονται τα ακόλουθα

$$\mathbf{dL}=\begin{bmatrix} d_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2,\mathbf{L}_3]=\begin{bmatrix} (dL)_{11} & (dL_{12} & (dL)_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} (dL)_{11} & (dL)_{12} & (dL)_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}+(dL)_{11} & \mathbf{A}_{12}+(dL)_{12} & \mathbf{A}_{13}+(dL)_{13} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Προφανώς, μια τέτοια μήτρα $\underline{\mathbf{A}}$ είναι διασπώμενη, αφού όλα τα στοιχεία κάτω της κυρίας διαγωνίου της είναι μηδενικά.
Στην περίπτωση αυτή, για τη σχέση ακαθάριστου προϊόντος και υπερπροϊόντος ισχύει αναλογικά ό,τι ειπώθηκε για την περίπτωση του ακαθάριστου προϊόντος και την σχέση του με το καθαρό προϊόν στις διασπώμενες τεχνικές. Ισχύει δηλαδή,

i) αν $U=\begin{bmatrix} U_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, **με** $U_1 \geq 0 \Rightarrow \mathbf{X}=\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, **με** $\mathbf{x}_1 > 0$

ii) αν $U=\begin{bmatrix} 0 \\ U_2 \\ 0 \end{bmatrix}$, **με** $U_2 \geq 0 \Rightarrow \mathbf{X}=\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ 0 \end{bmatrix}$, **με** $\mathbf{x}_1 > 0, \mathbf{x}_2 > 0$

iii) αν $U=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_3 \end{bmatrix}$, **με** $U_3 \geq 0 \Rightarrow \mathbf{X}=\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ 0 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}$, **με** $\mathbf{x}_1 > 0, \mathbf{x}_3 \geq 0$

Να σημειώσουμε στο σημείο αυτό ότι πλέον δεν χρησιμοποιούμε τις έννοιες βασικά και μη βασικά εμπορεύματα, αλλά τις έννοιες αναπαραγωγικά και μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα.[1] Ως αναπαραγωγικά εμπορεύματα θα καλούμε εκείνα τα προϊόντα, τα

[1]Δεδομένης μιας τεχνικής, αναπαραγωγικά είναι εκείνα τα εμπορεύματα, τα οποία για δεδομένο καλάθι πραγματικού ωρομισθίου εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων της εν λόγω δεδομένης τεχνικής. Αντιστοίχως, μη αναπαραγωγικά είναι εκείνα τα εμπορεύματα, που για δεδομένο καλάθι εμπορευμάτων δεν εισέρχονται ούτε άμεσα, ούτε έμμεσα στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων της εν λόγω τεχνικής. Σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει για τα βασικά και τα μη βασικά εμπορεύματα, για να προσδιορίσουμε τα αναπαραγωγικά και τα μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα, πρέπει να γνωρίζουμε και το καλάθι του πραγματικού ωρομισθίου. Το καλάθι του πραγματικού ωρομισθίου περιγράφει τα εμπορεύματα εκείνα, τα οποία απαιτούνται για να αναπαραχθεί μια ώρα εργασίας, συνεπώς μπορεί να θεωρηθεί ως μια διαδικασία παραγωγής, και συγκεκριμένα ως η διαδικασία παραγωγής που περιγράφει την παραγωγή του εμπορεύματος εργασία. Ωστόσο, όμως, δεδομένου ότι η εργασία εισέρχεται σε κάθε διαδικασία παραγωγής έπονται και τα εξής:

1. η εργασία, επειδή εισέρχεται στην παραγωγή κάθε εμπορεύματος, είναι το κατ' εξοχήν αναπαραγωγικό εμπόρευμα.Να σημειώσουμε εδώ ότι η εργασία αποτελεί εμπόρευμα υπό την έννοια ότι γίνεται αντικείμενο αγοραπωλησίας.

οποία εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή των εμπορευμάτων που αποτελούν το καλάθι του πραγματικού ωρομισθίου, και συνεπώς, διαμέσου της εργασίας, στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων. Ως μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα θα καλούμε εκείνα τα εμπορεύματα, που δεν εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή του καλαθιού του πραγματικού ωρομισθίου. Για παράδειγμα, αν και η πρώτη στήλη της **A** εξακολουθεί να εκφράζει την παραγωγή των βασικών εμπορευμάτων, τα εμπορεύματα αυτά θα τα καλούμε αναπαραγωγικά εμπορεύματα, γιατί ξέρουμε ότι το καλάθι του πραγματικού ωρομισθίου περιέχει μόνο βασικά εμπορεύματα. Αντιθέτως, τα εμπορεύματα η παραγωγή των οποίων εκφράζεται στις στήλες 2 και 3 θα τα καλούμε μη αναπαραγωγικά. Αυτά δεν εισέρχονται ούτε άμεσα ούτε έμμεσα στην παραγωγή του πραγματικού ωρομισθίου. Το τμήμα εκείνο ενός συστήματος παραγωγής ή μιας τεχνικής παραγωγής, το οποίο αναπαριστά την παραγωγή των αναπαραγωγικών εμπορευμάτων, μπορεί να υπάρξει και αναπαράγεται ανεξάρτητα από το τμήμα που εκφράζει την παραγωγή των μη αναπαραγωγικών εμπορευμάτων. Για παράδειγμα, επειδή εδώ τα αναπαραγωγικά εμπορεύματα ταυτίζονται με τα βασικά -στις εισροές των οποίων η άμεση εργασία έχει μετασχηματιστεί σε ένα καλάθι βασικών εμπορευμάτων-, έπεται, ότι το τμήμα του συστήματος ή της τεχνικής που εκφράζει την παραγωγή των αναπαραγωγικών εμπορευμάτων μπορεί να υπάρξει ανεξάρτητα από το μη αναπαραγωγικό τμήμα. Το μη αναπαραγωγικό τμήμα ταυτίζεται με την παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων του συστήματος καθώς και της τεχνικής –και στις εισροές των εμπορευμάτων αυτών, η άμεση εργασία έχει μετασχηματιστεί σε ένα καλάθι βασικών εμπορευμάτων. Προφανώς, λόγω του ότι αυτά τα μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα για να παραχθούν χρειάζονται και βασικά εμπορεύματα, δεν μπορούν να υπάρξουν ανεξαρτήτως του αναπαραγωγικού υποσυστήματος.

- αν υποθέσουμε ότι η τεχνική [**A, L**], ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής [**A,L,X**], είναι της μορφής $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13}\\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2,\mathbf{L}_3]$, όπου οι $\mathbf{A}_{11},\mathbf{A}_{22}$ μη διασπώμενες και το πραγματικό ωρομίσθιο αποτελείται από ένα καλάθι εμπορευμάτων που περιέχει μόνο μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή όλων των

2. επειδή τα εμπορεύματα που αποτελούν το πραγματικό ωρομίσθιο εισέρχονται στην αναπαραγωγή της εργασίας και διαμέσου αυτής στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων, έπεται ότι και αυτά είναι αναπαραγωγικά εμπορεύματα.
3. επειδή τα εμπορεύματα, τα οποία εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή των εμπορευμάτων που συνιστούν το πραγματικό ωρομίσθιο, εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα και στην αναπαραγωγή της εργασίας και διαμέσου αυτής στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων, έπεται ότι και αυτά είναι αναπαραγωγικά εμπορεύματα

Για τα αναπαραγωγικά εμπορεύματα ισχύουν επίσης και τα ακόλουθα

- Τα βασικά εμπορεύματα είναι πάντα αναπαραγωγικά εμπορεύματα, αφού τα βασικά εμπορεύματα εισέρχονται στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων
- Τα αναπαραγωγικά εμπορεύματα μπορεί να είναι βασικά ή μη βασικά. Όταν ένα εμπόρευμα είναι μη βασικό μπορεί να είναι αναπαραγωγικό, γιατί μπορεί να αποτελεί μέρος του πραγματικού ωρομισθίου και συνεπώς διά της εργασίας να εισέρχεται στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων.
- Τα μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα είναι πάντα μη βασικά εμπορεύματα, αφού δεν εισέρχονται ούτε άμεσα ούτε έμμεσα στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων.

Οι έννοιες των αναπαραγωγικών και των μη αναπαραγωγικών εμπορευμάτων δεν είναι παρά οι έννοιες των «αναγκαίων» και των «πολυτελών» αγαθών του Ricardo και του Marx. [Η εδώ ανάλυση αποτελεί έκθεση της ανάλυσης των εν λόγω εννοιών όπως αυτή διεξάγεται στα: Σταμάτης (1991) σελ.66-69 και Σταμάτης (1995α) 58-62. Περεταίρω για την σχέση των αναπαραγωγικών και μη αναπαραγωγικών εμπορευμάτων τόσο με τα βασικά και μη βασικά εμπορεύματα όσο και με τα αναγκαία και τα πολυτελή αγαθά των κλασικών οικονομολόγων δες επίσης και Roncaglia (1978) σελ.51-57] μη βασικών εμπορευμάτων, τότε έπεται: :

$$\mathbf{d}=\begin{bmatrix}0\\ d_2\\ 0\end{bmatrix},\quad \underline{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13}\\ (dL)_{21} & \mathbf{A}_{22}+(dL)_{22} & (dL)_{23}\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

. Στην περίπτωση αυτή, οποιοδήποτε προϊόν και να παραχθεί, πρέπει να παραχθούν τόσο τα βασικά εμπορεύματα όσο και τα μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή όλων των μη βασικών εμπορευμάτων. Τα εμπορεύματα αυτά συνιστούν και τα αναπαραγωγικά εμπορεύματα του δεδομένου συστήματος και της τεχνικής που αυτό χρησιμοποιεί. Για να παραχθεί ένα βασικό εμπόρευμα, απαιτεί στις εισροές του μια ποσότητα μη βασικών εμπορευμάτων που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων. Η ποσότητα αυτή αποτελεί την αμοιβή της άμεσης εργασίας που εισέρχεται στην παραγωγή των βασικών εμπορευμάτων, η παραγωγή δε των μη βασικών εμπορευμάτων του εν λόγω είδους απαιτεί τόσο βασικά εμπορεύματα όσο και μη βασικά του αυτού είδους. Τα τελευταία είτε εισέρχονται άμεσα στην παραγωγή είτε έμμεσα, με τη μορφή πραγματικών μισθών. Τέλος, τα μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή κανενός μη βασικού εμπορεύματος αποτελούν και τα μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα του εν λόγω δεδομένου συστήματος και της τεχνικής που χρησιμοποιεί. Τα εμπορεύματα αυτά, για να παραχθούν, απαιτούν άμεσα βασικά εμπορεύματα, και έμμεσα, με την μορφή πραγματικών μισθών, μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων. Τα εμπορεύματα αυτά είναι μη αναπαραγωγικά, δεν εισέρχονται ούτε άμεσα ούτε έμμεσα στην παραγωγή του καλαθιού του πραγματικού ωρομισθίου. Για το υπερπροϊόν του δεδομένου συστήματος ισχύουν τα ακόλουθα:

ι) αν $U=\begin{bmatrix}U_1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$, **με** $U_1 \geq 0 \Rightarrow \mathbf{X}=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ 0\end{bmatrix}$, **με** $\mathbf{x}_1>0, \mathbf{x}_2>0$

ιι) αν $U=\begin{bmatrix}0\\ U_2\\ 0\end{bmatrix}$, **με** $U_2 \geq 0 \Rightarrow \mathbf{X}=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ 0\end{bmatrix}$, **με** $\mathbf{x}_1>0, \mathbf{x}_2>0$

ιιι)αν $U=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ U_3\end{bmatrix}$, **με** $U_3 \geq 0 \Rightarrow \mathbf{X}=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\\ \mathbf{x}_2\end{bmatrix}$, **με** $\mathbf{x}_1>0, \mathbf{x}_2>0, \mathbf{x}_3 \geq 0$

Στην περίπτωση αυτή η μήτρα **A** είναι διασπώμενη, μπορεί δηλαδή να μετασχηματιστεί σε μια μήτρα της οποίας τα στοιχεία κάτω της κύριας διαγωνίου της είναι μηδενικά.

- τέλος, αν στην τεχνική [**A, L**], ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής [**A,L,X**], της μορφής $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13}\\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2,\mathbf{L}_3]$, με $\mathbf{A}_{11},\mathbf{A}_{22}$ μη διασπώμενες, το πραγματικό ωρομίσθιο αποτελείται από μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή κανενός μη βασικού εμπορεύματος, τότε όλα τα εμπορεύματα καθίστανται αναπαραγωγικά -εκτός ενδεχομένως εκείνων των μη βασικών εμπορευμάτων του εν λόγω είδους, τα οποία δεν αποτελούν τμήμα του πραγματικού ωρομισθίου. Το ότι όλα τα εμπορεύματα καθίστανται αναπαραγωγικά είναι συνέπεια του ότι τα μη βασικά εμπορεύματα του εν λόγω είδους εισέρχονται έμμεσα, διαμέσου της αμοιβής της εργασίας, στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος και της τεχνικής που χρησιμοποιεί. Επιπλέον, στην περίπτωση αυτή και στα πλαίσια της δεδομένης τεχνικής, οποιοδήποτε υπερπροϊόν και να παραχθεί θα απαιτήσει και την παραγωγή ως ακαθάριστου προϊόντος ενός καλαθιού που περιέχει όλα τα εμπορεύματα της τεχνικής. Στην τελευταία αυτή περίπτωση η μήτρα $\underline{\mathbf{A}}$ είναι μη διασπώμενη .

Ένα περαιτέρω ζήτημα, στο οποίο θα σταθούμε, είναι η σχέση του πραγματικού ωρομισθίου και της μέγιστης ιδιοτιμής της μήτρας $\underline{\mathbf{A}}$. Εν πρώτοις να πούμε, ότι, εξ ορισμού της έννοιας της μέγιστης ιδιοτιμής και του θεωρήματος (σ) των Perron/Forbenius, στην μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας $\underline{\mathbf{A}}$ αντιστοιχεί ένα εξαιρέσει ενός βαθμωτού αυστηρά θετικό ή ημιθετικό διάνυσμα ακαθάριστου προϊόντος. Το τελευταίο σημαίνει ότι η μέγιστη ιδιοτιμή, διαμέσου της σχέσης $\underline{\mathbf{A}}\ \underline{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\underline{\mathbf{X}}$, εκφράζει το βαθμό, στον οποίο εκείνο το σύστημα παραγωγής, που τα μέσα παραγωγής του περιλαμβανομένου των πραγματικών μισθών έχουν την ίδια σύνθεση με το ακαθάριστο προϊόν, μετατρέπει τα μέσα παραγωγής και τους πραγματικούς μισθούς σε ακαθάριστο προϊόν. Ένα σύστημα παραγωγής, του οποίου το ακαθάριστο προϊόν **X** έχει την ίδια σύνθεση με το άθροισμα των πραγματικών μισθών **dLX** και των μέσων παραγωγής **AX,** θα το καλούμε -λόγω του ότι αυτά τα συστήματα εισήχθηκαν στην οικονομική ανάλυση από τον Charassof[1]- *πρότυπο χαραζοφιανό σύστημα.* Για το πραγματικό ωρομίσθιο ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$0 \leqq \mathbf{dLX} \leqq \mathbf{Y} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})\mathbf{X} \Rightarrow 0 \leqq \mathbf{d} \leqq \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{LX}}$$

Στη σχέση αυτή, ο λόγος **Y/LX** εκφράζει το μέσο καθαρό προϊόν μιας μονάδας εργασίας που παράγεται στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής. Συνεπώς, η σχέση αυτή εκφράζει ότι το καλάθι του πραγματικού ωρομισθίου ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής αφενός δεν πρέπει να περιέχει αρνητικές συνιστώσες, αφετέρου δεν πρέπει να περιέχει συνιστώσες μεγαλύτερες από ό,τι οι αντίστοιχες του μέσου καθαρού προϊόντος μιας μονάδας εργασίας. Από τη σχέση αυτή φαίνεται επίσης ότι, αν **d**=0, τότε η $\underline{\mathbf{A}}\ \underline{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\underline{\mathbf{X}}$ είναι ισοδύναμη της (A+0)$\underline{\mathbf{X}}$= $\boldsymbol{\lambda}^{(A+0)}_{\mathbf{m}}\underline{\mathbf{X}}$. Έπεται συνεπώς, ότι A$\underline{\mathbf{X}}$= $\boldsymbol{\lambda}^{A}_{\mathbf{m}}\underline{\mathbf{X}}$. Αυτό όμως σημαίνει ότι με **d**=0, ισχύει $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}} = \boldsymbol{\lambda}^{A}_{\mathbf{m}}$. Αν $\mathbf{d} = \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{LX}} = \frac{(\mathbf{I}-A)\mathbf{X}}{\mathbf{LX}}$, τότε η $\underline{\mathbf{A}}\ \underline{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\underline{\mathbf{X}}$ είναι ισοδύναμη της (A+**dL**)$\underline{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\underline{\mathbf{X}}$ και συνεπώς και της A$\underline{\mathbf{X}}$ +**dL**$\underline{\mathbf{X}}$= $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\underline{\mathbf{X}}$ ⇔A$\underline{\mathbf{X}}$+(I-A)$\underline{\mathbf{X}}$ = $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\underline{\mathbf{X}}$⇔$\underline{\mathbf{X}}$= $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}\underline{\mathbf{X}}$. Αυτό όμως σημαίνει ότι $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}}$ =1. Δεδομένου τώρα, ότι η μέγιστη ιδιοτιμή μιας μήτρας $\mathbf{A} \geq \mathbf{0}$ είναι είτε αύξουσα είτε μη φθίνουσα συνάρτηση των στοιχείων της, έπεται ότι, για $0 \leqq \mathbf{dLX} \leqq \mathbf{Y} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})\mathbf{X} \Rightarrow 0 \leqq \mathbf{d} \leqq \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{LX}}$, η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας $\underline{\mathbf{A}}$ υπόκειται στην σχέση $\boldsymbol{\lambda}^{A}_{\mathbf{m}} \leq \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{A}}_{\mathbf{m}} \leq 1$ [2].

***

---

[1] Δες Σταμάτης (1995α) τόμος 1, σελ.521-565.

[2] Δες Σταμάτης (1995 α) σελ.24-25 και 136-137

Ύστερα από την ανάλυση αυτή, θα περάσουμε στο ζήτημα του προσδιορισμού των ονομαστικών μεγεθών μιας οικονομίας. Οι έννοιες του συστήματος και της τεχνικής, είτε αυτές τίθενται στο πλαίσιο της απλής παραγωγής είτε στο πλαίσιο της σύνθετης παραγωγής, αποτελούν το θεωρητικό εργαλείο με βάση το οποίο η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία επιχειρεί να προσεγγίσει να αναλύσει και να ερμηνεύσει την οικονομική πραγματικότητα. Με βάση τα μοντέλα αυτά, η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία επιχειρεί να εξηγήσει πώς προσδιορίζονται οι τιμές των εμπορευμάτων, το ποσοστό κέρδους και το ονομαστικό ωρομίσθιο των πραγματικών οικονομιών. Ένα από τα σημαντικά ζητήματα που έθεσε η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία, με βάση τα γραμμικά συστήματα παραγωγής, είναι και η απόδειξη της αδυναμίας της νεοκλασικής θεωρίας να ερμηνεύσει κατάλληλα την οικονομική πραγματικότητα. Κατέδειξε ότι το κύριο εργαλείο της νεοκλασικής θεωρίας, η νεοκλασική αθροιστική συνάρτηση παραγωγής και η συνδεόμενη με αυτή έννοια του κεφαλαίου ως ομοιογενούς συντελεστή παραγωγής, η τιμή του οποίου μπορεί να προσδιοριστεί ανεξάρτητα από τις τιμές των εμπορευμάτων που το αποτελούν, αποτελεί έκφραση μιας οικονομίας η οποία έχει το χαρακτήρα «παραβολής», μιας «παραβολής» μη δυνάμενης να εκφράσει κατάλληλα τις συνθήκες παραγωγής των πραγματικών οικονομιών[1].

Ειδικότερα, για το πώς εισάγεται η προσέγγιση της οικονομικής πραγματικότητας από τη σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία, θα αναφερθούμε στο πώς εισαγάγουν στην ανάλυσή τους οι Sraffa, Pasinetti, Roncaglia, Steedman, Kurz/Salvadori.

Ο Sraffa, στο βιβλίο του «Παραγωγή εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων», δηλώνει ότι θέτει υπό ανάλυση εκείνες τις ιδιότητες ενός οικονομικού συστήματος, οι οποίες δεν εξαρτώνται από τις μεταβολές στην κλίμακα παραγωγής. Παρατηρεί επίσης, ότι ο τρόπος προσέγγισης αυτός ανάγεται στους «παλαιούς» κλασικούς οικονομολόγους Quasnay, Smith, Ricardo. Αυτοί παρατηρεί, σε αντίθεση με τη «μοντέρνα» «οριακή» θεωρία, όπου η οικονομία κατανοείται ως ένας μονόδρομος που οδηγεί από τους συντελεστές παραγωγής στα καταναλωτικά αγαθά, κατανόησαν την οικονομία ως μια διαδικασία «κυκλική»[2]. Σε αντίθεση με τη «μοντέρνα» «οριακή» θεωρία, η οποία συγκεντρώνει το ενδιαφέρον της στη μεταβολή, ο Sraffa, όπως δηλώνει ο ίδιος, διερευνά ένα οικονομικό σύστημα στο οποίο η παραγωγή μέρα με τη μέρα μένει απαράλλακτη - ούτε αυξάνεται ούτε μειώνεται-, επικεντρώνει το ενδιαφέρον του σε ένα οικονομικό σύστημα, στο οποίο ένα «οριακό» προϊόν όχι μόνο δεν μπορεί να υπολογιστεί, αλλά πολύ περισσότερο δεν υπάρχει καν. Τέλος, μια άλλη βασική συνιστώσα της ανάλυσης του Sraffa είναι η δήλωση που κάνει, ότι σχεδιάζει την ανάλυση

[1] «Ο καθηγητής Χάρκορτ έκανε το παρακάτω σχόλιο: "Η νεοκλασική παράδοση, όπως η χριστιανική, πιστεύει ότι μπορούν να ειπωθούν βαθυστόχαστες αλήθειες με τη μορφή παραβολών. Οι νεοκλασικές παραβολές επιδιώκουν να διαφωτίσουν πιστούς και άπιστους όσον αφορά τις δυνάμεις που καθορίζουν τη διανομή του εισοδήματος ανάμεσα στους καπιταλιστές και τους μισθωτούς…και την επιλογή των τεχνικών παραγωγής που συνδέονται με αυτές τις εξελίξεις". Αναφερόμενος μετά στον τύπο της παραβολής του Samuelson συμπεραίνει, στο φως της συζήτησης. "Ακόμη και σαν παραβολές πρέπει να διαγραφούν από την κάθεαυτή βίβλο…μολονότι θα εξακολουθήσουν, χωρίς αμφιβολία, ν' αναφέρονται στα ερμηνευτικά σχόλια και τα μαθήματα των κατηχητικών Σχολείων για πολύ καιρό." » [Δες Ντοπ σελ. 305]
«Η διαμάχη για το κεφάλαιο έχει λάβει πολλές διαφορετικές αν και σχετιζόμενες μορφές…Τώρα φαίνεται να έχει τελειώσει ως αποτέλεσμα της πεποίθησης των συγγραφέων του Cambridge ότι η άποψή τους θριάμβευσε και της βεβαιότητας των νεοκλασικών ότι δεν έγινε ποτέ συζήτηση για πραγματικά προβλήματα…
Παρ'όλο που είναι ίσως λίγο νωρίς για ορισμένες εκτιμήσεις των αποτελεσμάτων και της πλήρους διάστασης του επιτεύγματος του Cambridge, θα ήταν λίγοι εκείνοι που θα μπορούσαν να αμφισβητήσουν το γεγονός ότι η επίμονη κριτική του Cambridge στη νεοκλασική ορθοδοξία φώτισε πολλά από τα κεντρικά προβλήματα της θεωρίας του κεφαλαίου και της μεγέθυνσης.» [Δες Jones (1993) σελ. 176,188]
[2] Δες Sraffa (1985) σελ.17,139.

του με τρόπο ώστε να χρησιμεύσει ως βάση για μια κριτική της «οριακής» θεωρίας της αξίας και της διανομής[1]. Στα πλαίσια αυτής της διάστασης, δηλώνει ότι δεν χρησιμοποιεί όρους όπως κόστος παραγωγής και κεφαλαίο, γιατί οι όροι αυτοί στα πλαίσια της «οριακής» θεωρίας υποδηλώνουν το κεφάλαιο ως μια ποσότητα ανεξάρτητη από τις τιμές –«μάρτυρες περί αυτού είναι το "πραγματικό κόστος" του Marshall, και η "ποσότητα κεφαλαίου" που υπονοείται στη θεωρία της οριακής παραγωγικότητας»-, θεώρηση την οποία θέτει υπό αμφισβήτηση[2].

Ο Pasinetti, στο Pasinetti (1991), εισάγει τη νεορικαδιανή θεωρία ως εξής: αφού εκφράζει την άποψη ότι η βασιζόμενη στην κατανόηση του πλούτου ως προικοδότηση συγκεκριμένων πόρων «μαρζιναλιστική» θεωρία παρουσίασε «πλείστα» μειονεκτήματα στην ερμηνεία των βιομηχανικών κοινωνιών, στρέφει την προσοχή στις θεωρίες της παραγωγής των κλασικών οικονομολόγων. Εκθέτει την άποψη, ότι στη βάση της ανάλυσης των κλασικών οικονομολόγων και των αδυναμιών της οριακής θεωρίας αναπτύχθηκε «αυτό που ονομάζεται διακλαδική ανάλυση»[3]. Η «διακλαδική ανάλυση», συμπληρώνει, σχετίζεται με το φυσιοκρατικό Tableau Economique του Quesnay και τις αναζητήσεις των κλασικών[4]. Κατά την ανάλυση του Quesnay και κατ΄ επέκταση και στα πλαίσια της νέας προσέγγισης, η οικονομία κατανοείται ως ένα «σχήμα εισροών-εκροών»[5]. Τα βασικά στοιχεία της ανάλυσης αυτής είναι δύο, η έννοια του «πλεονάσματος» ή «καθαρού προϊόντος» και η κατανόηση της οικονομίας ως «κυκλικής διαδικασίας»[6]. Το «πλεόνασμα» ή «καθαρό προϊόν» είναι το μέρος της παραγωγής, το οποίο προκύπτει ως διαφορά μεταξύ της συνολικής παραγωγής της οικονομίας και εκείνου του μέρους της συνολικής παραγωγής, το οποίο θα αντικαταστήσει τα χρησιμοποποιηθέντα μέσα παραγωγής. Η κατανόηση, τώρα, της οικονομίας ως «κυκλικής διαδικασίας» αφορά την προσέγγιση της οικονομίας από την πλευρά του ότι, πέρα του πλεονάσματος που παράγει, αναπαράγει και τα αναλωνόμενα κατά τη διαδικασία παραγωγής μέσα παραγωγής έτσι ώστε η ίδια παραγωγή να μπορεί να επαναληφθεί. Ο Pasinetti στη συνέχεια, αφού αναλύει ότι οι εν λόγω έννοιες χρησιμοποιήθηκαν και από τους κλασικούς οικονομολόγους Ricardo και Marx[7] και ότι ο οικονομικός πίνακας του Quesnay παρουσιάζει ομοιότητες με τους πίνακες εισροών-εκροών του Leontief[8], εκθέτει την άποψη ότι τόσο το «κλειστό» όσο και το «ανοιχτό» σύστημα του Leontief δεν είναι ικανοποιητικά εργαλεία για την ανάλυση της οικονομικής πραγματικότητας. Αφενός το «κλειστό» σύστημα του Leontief παίρνει ως δεδομένα τα καταναλωτικά πρότυπα χωρίς να τα αναλύει, αφετέρου το «ανοιχτό» σύστημα δεν είναι ικανοποιητικό μοντέλο για τη διερεύνηση των ονομαστικών τιμών των εμπορευμάτων, γιατί αυτό είναι ένα σύστημα της μορφής $\mathbf{p(I-A)=V}$, όπου $\mathbf{V}$ ένα διάνυσμα κάθε στοιχείο του οποίου είναι ίσο με την προστιθέμενη αξία της κάθε οικονομικής μονάδας της οικονομίας[9]-. Στα πλαίσια αυτά, αφού δηλαδή έχει θεωρήσει την «οριακή» θεωρία ανεπαρκή και τη θεώρηση του Leontief επαρκή μόνο ως προς την κατανόηση της «κυκλικότητας» της οικονομίας, θέτει υπό διερεύνηση το σραφαϊκό μοντέλο προσδιορισμού των τιμών. Συγκεκριμένα, δεδομένης μιας τεχνικής και στη βάση της σραφαϊκής θεώρησης

[1] Δες Sraffa (1985) σελ..19
[2] Δες Sraffa (1985) σελ.33,71,72.
[3] Δες Pasinetti (1991) σελ.20.
[4] Δες Pasinetti (1991) σελ.20
[5] Δες Pasinetti (1991) σελ.20,21.
[6] Δες Pasinetti (1991) σελ.21.
[7] Δες Pasinetti (1991) σελ.24,25,35.
[8] Δες Pasinetti (1991) σελ.23.
[9] Δες Pasinetti (1991) σελ.75,77. Ο Pasinetti εκφράζει περαιτέρω και την άποψη ότι το εν λόγω μοντέλο δεν είναι ικανοποιητικό, γιατί δεν μπορεί να συμπεριλάβει κατάλληλα και τις μεταβολές των συντελεστών ως συνέπεια μεταβολών στην κλίμακα παραγωγής και ως συνέπεια των της τεχνολογικής προόδου. [Δες Pasinetti (1991) σελ.85,86.

των τιμών θέτει υπό ανάλυση το παρακάτω σύστημα εξισώσεων.

$$
\begin{aligned}
&«(\boldsymbol{\alpha}_{11}\mathbf{p}_1 + \boldsymbol{\alpha}_{21}\mathbf{p}_2 + ... + \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{n}-1}\mathbf{p}_{\mathbf{n}-1})(1+\boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{n}1}\mathbf{w} = \mathbf{p}_1 \\
&(\boldsymbol{\alpha}_{12}\mathbf{p}_1 + \boldsymbol{\alpha}_{22}\mathbf{p}_2 + ... + \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{n}-1,2}\mathbf{p}_{\mathbf{n}-1})(1+\boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{n}2}\mathbf{w} = \mathbf{p}_2 \\
&. \\
&. \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (V.3.1)^1 \\
&. \\
&(\boldsymbol{\alpha}_{1,\mathbf{n}-1}\mathbf{p}_1 + \boldsymbol{\alpha}_{2,\mathbf{n}-1}\mathbf{p}_2 + ... + \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{n}-1,\mathbf{n}-1}\mathbf{p}_{\mathbf{n}-1})(1+\boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{n},\mathbf{n}-1}\mathbf{w} = \mathbf{p}_{\mathbf{n}-1} »
\end{aligned}
$$

Το σύστημα των τιμών (V.3.1) προσδιορίζει τις τιμές των εμπορευμάτων ενός οικονομικού συστήματος που ως βάση για την παραγωγή του έχει την τεχνική $[\mathbf{A},\mathbf{a}_\mathbf{n}]$ και στο οποίο η αξία των εμπορευμάτων που συνθέτουν το καθαρό προϊόν διανέμεται στο τέλος κάθε περιόδου σε δύο μορφές, σε μισθούς και κέρδη. Στα πλαίσια αυτού του συστήματος α) οι τιμές των εμπορευμάτων συμβολίζονται με $\mathbf{p}_\mathbf{i}$, με i=1,2,…,n-1, β) οι μισθοί διανέμονται κατ' αναλογία προς την προσφερθείσα ποσότητα φυσικής εργασίας, γ) τα κέρδη διανέμονται κατ' αναλογία προς την αξία των μέσων παραγωγής, δ) η εργασία υποτίθεται ότι είναι της ίδιας ποιότητας ε) υπάρχει ένα ονομαστικό ωρομίσθιο συμβολιζόμενο με το w, και στ) επικρατεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, συμβολιζόμενο ως r. Το σύστημα αυτό υπό τη μορφή διανυσμάτων και μητρών είναι της μορφής

«$\mathbf{p}(1+\boldsymbol{\pi})\mathbf{A} + \mathbf{w}\mathbf{a}_\mathbf{n} = \mathbf{p}$ (V.3.1a)»

Ο Roncaglia [στο Roncaglia (1978) σελ.21-22] εκφράζει την άποψη ότι η σραφαϊκή προσέγγιση είναι από ορισμένες πλευρές όμοια με την κλασική. Την άποψή του αυτή την θεμελιώνει στο ότι το πλαίσιο ανάλυσης των κλασικών αφορούσε τον σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή προσδιορισμό των τιμών μιας δεδομένης οικονομίας, ο προσδιορισμός δε αυτός γινόταν στη βάση της τεχνολογίας που η δεδομένη αυτή οικονομία έχει στη διάθεσή της την εν λόγω χρονική στιγμή. Χαρακτηριστικά αναφέρει «the classical economists' analysis of prices examined the situation of a given economic system at a given moment in time, much like a photograph of a given economic system at a given moment in time». Θεωρώντας όμως, στη βάση της προσέγγισης αυτής, δεδομένη την τεχνολογία, μας δίνεται η δυνατότητα να διερευνήσουμε τις σχέσεις ορισμένων άλλων οικονομικά σημαντικών μεταβλητών, οι οποίες θεωρούνται ότι δεν επιδρούν στην τεχνολογία. Ο Sraffa, δηλώνει ο Roncaglia, στο πλαίσιο της λογικής αυτής διερευνά τις σχέσεις μεταξύ των τιμών παραγωγής του ποσοστού κέρδους και του ονομαστικού ωρομισθίου. Είναι επίσης σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι ο Roncaglia δηλώνει ρητά πως η ανάλυση και το σύστημα που αναπτύσσει ο Sraffa α) δεν περιέχει καμιά αναφορά στις τιμές αγοράς και β) δεν συσχετίζονται με τις έννοιες της «οικονομικής ισορροπίας» και των «τιμών ισορροπίας»[2]. Σε σχέση με την σραφαϊκή ανάλυση καταλήγει, τέλος, στο ότι αφενος δεν υπάρχει κανένας λόγος να υποτεθεί ότι οι τιμές παραγωγής πρέπει να είναι τέτοιες ώστε η προσφορά να είναι ίση με την ζήτηση, αφετέρου δε η σχέση των των τιμών παραγωγής, από την μια μεριά, και των τιμών αγοράς και την κατανόησης της οικονομικής πραγματικότητας, από την άλλη, ούτε τίθεται ούτε προσδιορίζεται[3].

Ο Steedman (στο Steedman 1993) προβαίνει στην ανάλυση του διεθνούς εμπορίου

[1] Δες Pasinetti (1991) σελ.89.
[2] Roncaglia (1997) σελ.16.
[3] Roncaglia (1997) σελ.17.

χρησιμοποιώντας ως αναλυτικό εργαλείο τα γραμμικά συστήματα παραγωγής. Θεμελιώνοντας την επιλογή του αυτή αναφέρει τα εξής: «Το απλούστερο και ισχυρότερο εργαλείο ανάλυσης μιας καπιταλιστικής οικονομίας που παράγονται και μέσα παραγωγής είναι η μέθοδος της μακροχρόνιας ισορροπίας». Συμπληρώνει επίσης ότι, εξ ορισμού, στη μακροχρόνια ισορροπία ως δεδομένα θεωρούνται οι διαδικασίες παραγωγής, οι εισροές και οι εκροές, και οι σχετικές τιμές που προκύπτουν στη βάση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους[1]. Περαιτέρω, δηλώνει ότι καθώς «οι κεφαλαιούχοι ανακατανέμουν ασταμάτητα τα χρηματικά τους διαθέσιμα με κριτήριο την υψηλότερη απόδοση», οι (καπιταλιστικές) οικονομίες «τείνουν» να ισορροπούν σε κάποιο ενιαίο ποσοστό κέρδους [2]. Εξηγεί επίσης ότι η υπόθεση σύμφωνα με την οποία ο μοναδικός πρωτογενής συντελεστής της παραγωγής, που εισάγει στην ανάλυση του, είναι η ομοιογενής εργασία, δεν επηρεάζει γενικά τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει. Η υπόθεση αυτή θα μπορούσε να αντικατασταθεί, χωρίς να μεταβληθεί τίποτε σε σχέση με τα συμπεράσματα, πρώτον, από την υπόθεση ότι αν και πλέον η εργασία θεωρείται όπως πράγματι είναι, δηλαδή ανομοιογενής, ωστόσο όμως κάθε είδος από αυτές τις ανομοιογενείς εργασίες εισέρχεται σε κάθε διαδικασία παραγωγής στα ίδια ποσοστά, το ονομαστικό ωρομίσθιο δε κάθε μιας από αυτές παραμένει αμετάβλητο, και δεύτερον, από την υπόθεση ότι, αν και υπάρχουν και άλλοι συντελεστές παραγωγής, η πρόσοδος είναι μηδενική, ενώ κάθε διαφορά που προκύπτει στην παραγωγή από την χρήση αυτών των επιπλέον συντελεστών εκφράζεται ως διαφορά στην τεχνολογία[3]. Τέλος, δηλώνει ότι τα καταναλωτικά πρότυπα δεν επηρεάζουν καθόλου τις σχετικές τιμές, αναφέροντας χαρακτηριστικά τα εξής:

> «στην εργασία αυτή δίνεται περισσότερο έμφαση στην παραγωγή παρά στην κατανάλωση …πρέπει να τονιστεί ότι δεν υπάρχουν πολλά που θα μπορούσαν να λεχθούν για τους προσδιοριστικούς παράγοντες της κατανάλωσης σε κάθε δεδομένο επίπεδο κατά κεφαλήν εισοδήματος. Οι προτιμήσεις του καταναλωτή δεν είναι απτές και θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν ως από μηχανής θεός για να εξηγήσουν τα πάντα –κι επομένως τίποτα. Ακόμα , δεν υπάρχουν και πολλά που θα μπορούσαν να λεχθούν για την επίδραση των διαφορών των σχετικών τιμών στα πρότυπα της συνολικής κατανάλωσης, επειδή η διερεύνηση της σχέσης διαφορών των σχετικών τιμών με τις διαφοροποιήσεις της κατανομής του εισοδήματος δεν οδηγεί πουθενά. Έτσι ,είναι λογικό να θεωρείται ότι οι αναλογίες προσδιορίζονται εξωγενώς, με την πρόσθετη παραδοχή ότι η προέλευση αυτών των αναλογιών δεν μπορεί να εξηγηθεί.»[4]

Οι Kurz/Salvadori δηλώνουν ότι η ανάλυση στην οποία προβαίνουν στο Kurz/Salvadori (1995) στηρίζεται στην υπόθεσης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους. Εκθέτουν επίσης την άποψη ότι η υπόθεση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους και των τιμών που προκύπτουν στη βάση αυτού «αντανακλούν» τις χαρακτηριστικές λειτουργίες μιας καπιταλιστικής οικονομίας με έναν ιδανικό τρόπο, εκφράζουν «τη λογική των σχέσεων μεταξύ της αξίας και της διανομής»[5]. Οι τιμές που διερευνούνται –δηλώνουν- είναι οι τιμές που είναι σε θέση να αναπληρώσουν το κόστος παραγωγής των εμπορευμάτων και του κέρδους που κερδίζουν οι παραγωγοί των εμπορευμάτων στα πλαίσια ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους. Παρατηρούν επίσης ότι τελευταίες αυτές τιμές, οι οποίες καλούνται τιμές παραγωγής, ανάγονται στους κλασικούς οικονομολόγους Smith,Ricardo,Marx, κατανοήθηκαν δε από αυτούς -δηλ. τους κλασικούς- ως «κέντρα σύγκλισης» των τιμών αγοράς, «κέντρα σύγκλισης» των τιμών που

[1] Δες Steedman (1993) σελ. 25.
[2] Δες Steedman (1993) σελ. 25.
[3] Δες Steedman (1993) σελ. 33-34
[4] Δες Steedman (1993) σελ. 35.
[5] Δες Kurz/Salvadori (1993) σελ.1.

παίρνουν τα εμπορεύματα στην πραγματική οικονομία[1]. Οι εν λόγω τιμές, εξηγούν οι Kurz/Salvadori, οι τιμές παραγωγής, εκφράζουν την τάση προς ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, η δε τάση αυτή προκύπτει στα πλαίσια των καπιταλιστικών οικονομιών ως αποτέλεσμα του ελεύθερου ανταγωνισμού, της αναζήτησης κέρδους από μέρους των παραγωγών και της προσπάθειας των να ελαχιστοποιήσουν το κόστος παραγωγής τους[2]. Περαιτέρω, δηλώνουν ότι οι τιμές παραγωγής εκφράζουν τις σταθερές και μη τυχαίες δυνάμεις που επικρατούν στα πλαίσια των καπιταλιστικών και χαρακτηρίζουν μια οικονομία σε «long-period position»[3]. Αναφερόμενοι στους κλασικούς, αναφέρουν επίσης, ότι οι κλασικοί κατά τον προσδιορισμό των σχέσεων των τιμών με τις μεταβλητές της διανομής -ήτοι του ποσοστού κέρδους και του ωρομισθίου- ως δεδομένα θεώρησαν την τεχνολογία, τις παραγόμενες ποσότητες και τους μισθούς[4]. Στα πλαίσια μιας τέτοιας προσέγγισης και στη βάση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους ήταν σε θέση να προσδιορίσουν και τις τιμές των εμπορευμάτων[5]. Όσον αφορά τις παραγόμενες ποσότητες, οι κλασικοί -εξηγούν οι Kurz/Salvadori- τις διερεύνησαν στα πλαίσια της θεωρίας της συσσώρευσης. Τέλος, στα πλαίσια της ανάπτυξης τους σε σχέση με το ενιαίο ποσοστό κέρδους δηλώνουν ότι, αν και το ζήτημα της σύγκλισης προς ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους έχει αποτελέσει ένα από τα κορυφαία ζητήματα της οικονομικής θεωρίας, διερευνούν την οικονομία σε κατάσταση «long-period position» αντικαθιστώντας την υπόθεση της *σύγκλισης* προς ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, που χαρακτηρίζει την κατάσταση αυτή, με την υπόθεση ενός *ενιαίου* πλέον ποσοστού κέρδους[6].

Ύστερα από τις αναφορές αυτές, μπορούμε να εκθέσουμε τα θεμελιώδη στοιχεία στα οποία βασίζεται η νεορικαρδιανή προσέγγιση της πραγματικής οικονομίας.

1) Η καπιταλιστική οικονομία κατανοείται ως μια γραμμική τεχνολογία η οποία τίθεται σε ένα ορισμένο επίπεδο δραστηριότητας. Με άλλα λόγια, η ανάλυση της οικονομικής πραγματικότητας, που επιχειρείται, ως βάση της έχει την παρατήρηση της τεχνολογίας που διαθέτει μια καπιταλιστική οικονομία μια δεδομένη χρονική στιγμή και του συστήματος παραγωγής που χρησιμοποιεί τη δεδομένη αυτή στιγμή. Το πώς γίνεται η επιλογή του συστήματος θα μας απασχολήσει σε άλλο σημείο, πάντως οι βασικές έννοιες με βάση τις οποίες αναπαρίσταται μια συγκεκριμένη καπιταλιστική οικονομία είναι αυτές του συστήματος παραγωγής και της τεχνικής.
2) Οι έννοιες του συστήματος παραγωγής και της τεχνικής παραγωγής, σε αντίθεση με τη νεοκλασική θεωρία, παριστούν, πρώτον, την οικονομία από την πλευρά της παραγωγής, και δεύτερον, την παραγωγή μιας οικονομίας ως μια διαδικασία η οποία έχει την εικόνα της «κυκλικότητας»· από την παραγωγική διαδικασία εξέρχονται εκροές, οι οποίες ταυτόχρονα αποτελούν και προϋποθέσεις της λειτουργίας της παραγωγικής αυτής διαδικασίας ως εισροές.
3) Η σύγχρονη νεορικαρδιανή αλλά και γενικά η νεορικαρδιανή θεώρηση πραγματεύεται ένα υπόδειγμα, το οποίο αναπαριστά μια οικονομία με ενιαίες τιμές εμπορευμάτων, ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο και ενιαίο ποσοστό κέρδους. Τα μεγέθη αυτά είναι ενιαία σε κάθε διαδικασία παραγωγής. Πρόκειται για ένα σύστημα παραγωγής μετασχηματισμένο σε τιμιακούς όρους, υπό την προϋπόθεση ότι στην οικονομία επικρατεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους και ένα ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο.

[1] Δες Kurz/Salvadori (1993) σελ.1.
[2] Δες Kurz/Salvadori (1993) σελ.1,15.
[3] Δες Kurz/Salvadori (1993) σελ.2.
[4] Δες Kurz/Salvadori (1993) σελ.14.
[5] Δες Kurz/Salvadori (1993) σελ.14.
[6] Δες Kurz/Salvadori (1993) σελ.19-20.

4) Η νεορικαρδιανή θεωρία εισάγει την υπόθεση του ενιαίου ποσοστού κέρδους προκειμένου να αποπλοποιήσει την οικονομική πραγματικότητα στο βαθμό που να είναι ερμηνεύσιμη. Η απλοποίηση αυτή εκ πρώτης άποψης δεν είναι αυθαίρετη, αποτελεί έκφραση της τάσης που θα επικρατούσε σε μια οικονομία, αναφορικά με τα ποσοστά κέρδους των επιμέρους καπιταλιστών, αν αυτή ήταν υποκείμενη σε καθεστώς ελεύθερου ανταγωνισμού. Η υπόθεση των ενιαίων τιμών των εμπορευμάτων, του ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου και η υπόθεση του ενιαίου ποσοστού κέρδους σημαίνει ότι η νεορικαρδιανή παράσταση της οικονομίας δεν είναι αναπαράσταση της πραγματικής οικονομίας, αλλά μια προσέγγιση αυτής με την αφαίρεση παραγόντων όπως η μη σύμπτωση προσφοράς και ζήτησης, η επίδραση των μονοπωλιακών τάσεων της μοντέρνας δημιουργίας χρήματος και πίστωσης, των οικονομικών και δημοσιονομικών δραστηριοτήτων του κράτους κλπ., και μια επικέντρωση της βαρύτητας στις τεχνικές συνθήκες παραγωγής. Οι τιμές των εμπορευμάτων, που προκύπτουν από την προσέγγιση αυτή, οι οποίες καλούνται τιμές παραγωγής, θεωρούνται ότι εκφράζουν κατά προσέγγιση τις τιμές αγοράς, τις τιμές δηλαδή που επικρατούν στην πραγματική οικονομία. Οι τιμές δηλαδή μιας πραγματικής οικονομίας, η οποία υπόκειται σε καθεστώς ελεύθερου ανταγωνισμού, αν σε αυτή υποτεθεί ότι τείνει να επικρατήσει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, θα κυμαίνονται-συγκλίνουν γύρω από τις τιμές παραγωγής.
5) Η προσέγγιση της οικονομίας από την πλευρά των τιμών παραγωγής θεωρείται από την σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία ως μια προσέγγιση μακροχρόνιας ισορροπίας[1]. Είδαμε όμως –με βάση την αναφορά που κάναμε στον Roncaglia- ότι η προσσέγγιση αυτή δεν είναι η ίδια με την προσσέγγιση που ακολουθήκε από τον ίδιο τον Sraffa, ο οποίος απλώς διερεύνησε τις τιμές παραγωγής, ανεξαρτήτως της ζήτησης και της έννοιας της «οικονομικής ισορροπίας».
6) Η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία, σε σχέση με την προσεγγίση της οικονομίας από την πλευρά των τιμών παραγωγής, η οποία αποτελούσε και τον τρόπο προσέγγισης της οικονομίας και των κλασικών οικονομολόγων Ricardo και Marx, θεμελιώνεται και στο γεγονός ότι τα άλλα φαινόμενα τα οποία καθορίζουν τις τιμές αγοράς, όπως π.χ. οι προτιμήσεις του καταναλωτή, δεν μπορούν να συνεισφέρουν σημαντικά στη θεωρία προσδιορισμού των τιμών. Η πτυχή αυτή της προσέγγισης της οικονομίας από τη σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία αποτελεί και το δεύτερο θεμελιακό σημείο ρήξης της θεωρίας αυτής σε σχέση με την προσέγγιση της οικονομίας από τη νεοκλασική θεωρία. Ωστόσο, αυτό το δεύτερο σημείο ρήξης στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής ανατρέπεται αναγκαστικά –όπως θα εξετάσουμε σε άλλο σημείο- και από τους ίδιους τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς.
7) Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας θα θέσουμε υπό διερεύνηση το υπόδειγμα εκείνο, το οποίο αποτελεί τον πυρήνα της ανάλυσης της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας. Συγκεκριμένα πρώτον, θα υποθέσουμε ότι η εισροή εργασίας σε κάθε διαδικασία παραγωγής είναι ομοιογενής, διαφέρει δηλαδή από την εργασία που χρησιμοποιεί μια άλλη διαδικασία μόνο στην ποσότητα και όχι στην ποιότητά της, δεύτερον θα υποθέσουμε ότι όλα τα μέσα παραγωγής φθείρονται καθ΄ ολοκληρίαν κατά τη διάρκεια ακριβώς μιας περιόδου παραγωγής, η οποία είναι ίδια για όλα τα εμπορεύματα, και ότι τρίτον, δεν υπάρχει άλλος πρωτογενής συντελεστής. Η εισαγωγή της ανομοιογενούς εργασίας στη γενική περίπτωση, δηλαδή χωρίς να κάνουμε την παραπάνω υπόθεση του Steedman για κατάλληλα σταθμισμένες ποσότητες εργασίας, θα μας οδηγούσε σε ένα σύστημα εξισώσεων το οποίο έχει περισσότερους αγνώστους από ό,τι εξισώσεις. Στην

[1] Στα σημεία 2,3,4, θα επανέλθουμε σε άλλο σημείο για να δείξουμε ότι στη γενική περίπτωση η έννοια του ενιαίου ποσοστού κέρδους δεν μπορεί να αποτελέσει βάση για την ερμηνεία των τιμών αγοράς. Θα δείξουμε επίσης ότι στη γενική περίπτωση στα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν μπορεί να υπάρξει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους.

περίπτωση αυτή, όπως θα εξετάσουμε στην συνέχεια, το υπό θεώρηση σύστημα εξισώσεων ως έκφραση των τεχνικών συνθηκών παραγωγής μιας δεδομένης οικονομίας δεν θα ήταν δυνατόν να μας οδηγήσει στον προσδιορισμό τιμιακών μεγεθών[1]. Κατά την ανάπτυξη, επίσης, που θα ακολουθήσουμε, θα υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει άλλος πρωτογενής συντελεστής πέρα απο την ομοιογενή εργασία. Η περίπτωση της εισαγωγής περισσότερων πρωτογενών συντελεστών παραγωγής, τόσο μη ομοιογενών, όσο και ομοιογενών, θα αποτελούσε στοιχείο που θα επηρέαζε την ανάλυσή μας ως το πιο σύνθετο, ωστόσο όμως, αφενός θα αφορούσε περαιτέρω ζητήματα, τα οποία δεν τίθενται προς ειδικότερη διερεύνηση, αφετέρου με κανέναν τρόπο δεν θα επηρέαζε τα συμπεράσματα που θα προκύψουν. Στην περίπτωση αυτή οι τιμές είναι συνάρτηση της ζήτησης, π.χ. ο Steedman (στο Steedman (1993) σελ.33-34) δηλώνει ότι “το έδαφος (με την παραδοσιακή ευρεία έννοια) δεν είναι ομοιογενές και οι διαθέσιμες ποσότητες εδάφους-εργασίας επηρεάζουν τα πρότυπα της παραγωγής και των ανταλλαγών” [δες επίσης και Dmitriev (1974) σελ193-196, Metcalfe/Steedman (1972),(1974),(1977)]. Όσον αφορά τώρα την περίπτωση του παγίου κεφαλαίου όπως αυτό εισάγεται από τον Sraffa στο VII κεφάλαιο του βιβλίου του ούτε αυτή την περίπτωση θα την πραγματευτούμε. Να σημειώσουμε μόνο, ότι η προσέγγιση αυτή δεν αποτελεί μια ικανοποιητικά θεμελιωμένη προσέγγιση[2].

8) Κατά το μεγαλύτερο μέρος της εργασίας, ως ποσοστό κέρδους θα ορίζουμε το λόγο του κέρδους ανά περίοδο παραγωγής προς την ονομαστική αξία του σταθερού κεφαλαίου της περιόδου παραγωγής αυτής. Η εν λόγω ονομαστική αξία του σταθερού κεφαλαίου προκύπτει ως το άθροισμα των με τις αντίστοιχες τιμές πολλαπλασιασμένων ποσοτήτων των μέσων παραγωγής της περιόδου.
9) Το σύστημα των τιμών εκείνο, που οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί οικονομολόγοι χρησιμοποιούν ως αναλυτικό πλαίσιο εργασίας, είναι ένα σύστημα το οποίο, δεδομένου πρώτον, των τεχνικών δεδομένων της παραγωγής, δεύτερον είτε του ονομαστικού ωρομισθίου είτε του ενιαίου ποσοστού και τρίτον -κάτι που θα αναπτύξουμε σε άλλο σημείο- του μέτρου των τιμών, μας δίνει την δυνατότητα να προσδιορίσουμε τιμές. Αυτές δε οι τιμές κατά κανόνα[3] θεωρούνται ότι αποτελούν δείκτες των τιμών αγοράς. Η προσέγγιση αυτή θεωρείται ότι είναι όμοια με αυτή των κλασικών οικονομολόγων.

Με βάση όσα ελέχθησαν, η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία επιχειρεί να προσεγγίσει τα τιμιακά μεγέθη που προκύπτουν στα πλαίσια μιας υπό θεώρηση καπιταλιστικής οικονομίας, νοούμενης ως υποκείμενης σε συνθήκες απλής παραγωγής, μέσα από ένα σύστημα τιμών όπως το σύστημα (V.3.1a) του Pasinetti που παραθέσαμε. Υπό τους συμβολισμούς που χρησιμοποιούμε στην παρούσα εργασία, τα τιμιακά μεγέθη ενός (οικονομικού) συστήματος [**A,L,X**] απλής παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί την τετράγωνη τεχνική [**A,L**] - όπου **A** μια μήτρα **nxn** και **L,X** ένα **1xn** και ένα **nx1** διάνυσμα αντίστοιχα-, προσδιορίζονται από το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$\mathbf{p}(1+\mathbf{r})\mathbf{A}+\mathbf{wL}=\mathbf{p} \quad (7)$$

Στο σύστημα εξισώσεων (7) -το οποίο εκφράζει τα γραμμικά συστήματα απλής παραγωγής από την πλευρά των τιμών- έχουμε **n** εξισώσεις και **n**+2 αγνώστους, τις **n** ενιαίες τιμές των εμπορευμάτων, το ενιαίο ποσοστό κέρδους και το ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο.

[1] Για μια πραγμάτευση της περίπτωσης της ύπαρξης ανομοιογενούς εργασίας δες Σταμάτης 1998 σελ.29-38
[2] Δες Σταμάτης (1991) σελ.126-128, και Σταμάτης (1992β) σελ. 56-66.
[3] Εξαιρουμένης βέβαια της ερμηνείας που δινεται από τον Roncaglia.

Πρέπει να τονίσουμε ότι στα συστήματα των τιμών στα πλαίσια της απλής παραγωγής έχουμε πάντα δύο βαθμούς ελευθερίας, το τονίζουμε αυτό, γιατί κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει και στα συστήματα των τιμών στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής. Το ότι τα συστήματα των τιμών της απλής παραγωγής έχουν πάντα δύο βαθμούς ελευθερίας, έγκειται στο ότι τα συστήματα παραγωγής και οι τεχνικές απλής παραγωγής είναι τετράγωνες -ο αριθμός δηλ. των διαδικασιών παραγωγής των συστημάτων και των τεχνικών απλής παραγωγής είναι πάντα ίσος με τον αριθμό των παραγόμενων εμπορευμάτων -κάτι τέτοιο, όπως θα δούμε, δεν ισχύει και για το πλαίσιο της σύνθετης παραγωγής.

Στη συνέχεια θα προβούμε στη διερεύνηση και την ανάλυση του συστήματος (7) από την πλευρά των λύσεών του. Σκοπός της ανάλυσης είναι η διερεύνηση των οικονομικά σημαντικών λύσεων, που αντιστοιχούν στο σύστημα αυτό. Εν πρώτοις, να πούμε ότι το εν λόγω σύστημα είναι γραμμικό ως προς το ποσοστό κέρδους και μη γραμμικό ως προς το ονομαστικό ωρομίσθιο. Αν δηλαδή μας δοθεί εξωγενώς μια τιμή του ποσοστού κέρδους, τότε το σύστημα αποτελείται από ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων. Αντιθέτως, αν μας δοθεί εξωγενώς μια τιμή για το ονομαστικό ωρομίσθιο, τότε το σύστημα είναι μη γραμμικό. Περαιτέρω, επειδή στην περίπτωση που το εν λόγω σύστημα είναι γραμμικό μπορεί να μας οδηγήσει στον προσδιορισμό των σχετικών τιμών και επειδή στην περίπτωση που είναι μη γραμμικό δεν μπορεί να μας παράσχει καμία οικονομική πληροφορία, θα αρχίσουμε τη διερεύνησή μας από την περίπτωση της γραμμικότητας, από την περίπτωση που ως δεδομένο λαμβάνουμε το ποσοστό κέρδους.

Οι οικονομικά σημαντικές λύσεις του συστήματος (7), ως υποδείγματος απεικόνισης μιας πραγματικής καπιταλιστικής οικονομίας που βρίσκεται σε μακροχρόνια ισορροπία, προϋποθέτουν, πρώτα από όλα, ότι $r \geq 0$, $w \geq 0$, $\mathbf{p} > 0$. Ωστόσο, η συνήθης διερεύνηση των γραμμικών συστημάτων παραγωγής θεωρεί ως οικονομικά σημαντική εκείνη τη λύση, για την οποία ισχύει $r \geq 0$, $w \geq 0$, $\mathbf{p} \geq 0$. Τώρα, αν και τη δεύτερη αυτή προσέγγιση, για λόγους που θα αναπτύξουμε σε άλλο σημείο, θα την κάνουμε και εμείς αποδεκτή, προς το παρόν η διερεύνηση του συστήματος (7) θα επεκταθεί και σε λύσεις για τις οποίες ισχύει $\mathbf{p} \leq 0$.

a) Έστω ότι $\mathbf{r}=0$. Στην περίπτωση αυτή ισχύει η παράσταση $\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+0)\mathbf{A}]=w\mathbf{L} \Leftrightarrow \mathbf{p}(1+0)\mathbf{A}+w\mathbf{L} \Leftrightarrow \mathbf{p}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]=w\mathbf{L}$. Αν περαιτέρω υποθέσουμε ότι η τεχνική $[\mathbf{A},\mathbf{L}]$, στην οποία αντιστοιχεί η μήτρα $\mathbf{A}$, είναι παραγωγική, τότε έπεται $\mathbf{p}=w\mathbf{L}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}$. Αν ακόμα υποθέσουμε ότι η μήτρα $\mathbf{A}$ είναι μη διασπώμενη και ότι $w>0$, τότε, βάσει του θεωρήματος (ε), έπεται ότι $\mathbf{p}>0$ καθώς και ότι το διάνυσμα αυτό είναι ένα εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο αυστηρά θετικό διάνυσμα τιμών, το διάνυσμα αυτό δηλαδή είναι ένα αυστηρά θετικό διάνυσμα σχετικών τιμών. Για να προσδιοριστεί ένα απόλυτο διάνυσμα τιμών, πρέπει είτε να εισαχθεί μια εξίσωση τυποποίησης, δηλαδή να προσδιοριστεί η απόλυτη τιμή ενός εμπορεύματος, είτε να προσδιοριστεί η απόλυτη τιμή του κατά άλλα θετικού ονομαστικού ωρομισθίου. Το ζήτημα αυτό θα το εξετάσουμε ειδικά σε άλλο σημείο, ωστόσο, αν προσδιορίσουμε εξωγενώς την απόλυτη τιμή ενός εμπορεύματος και την διατηρούμε σταθερή για κάθε επίπεδο του $\mathbf{r}$, το εν λόγω σύστημα προσδιορίζει απόλυτες τιμές για τα εμπορεύματα και απόλυτη τιμή για το ονομαστικό ωρομίσθιο. Η τιμή μάλιστα του ονομαστικού ωρομισθίου για $\mathbf{r}=0$ αποτελεί τη μέγιστη οικονομικά σημαντική τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου και θα τη συμβολίζουμε με $\mathbf{w}_{\max}$. Στην περίπτωση που η μήτρα $\mathbf{A}$ είναι διασπώμενη, τότε, βάσει του θεωρήματος (ε1) των Perron/Forbenius, για $\mathbf{r}=0$ έπεται είτε ότι $\mathbf{p}>\mathbf{0}$ είτε ότι $\mathbf{p} \geq 0$. Ωστόσο όμως μια προσεκτική εξέταση της περίπτωσης αυτής μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι $\mathbf{p}>0$. Αν υποθέταμε ότι η εισροή σε εργασία κάθε διαδικασίας είναι ίση με τη μονάδα και ότι το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι και αυτό ίσο με τη μονάδα, τότε, επειδή το διάνυσμα των τιμών θα ήταν κάθετο στο αφινικό σύνολο που ορίζεται από τα διανύσματα στήλες της μήτρας [**I**-**A**] και επειδή αυτό το διάνυσμα θα είχε θετική κλίση, είναι προφανές ότι στην περίπτωση αυτή προκύπτουν θετικές σχετικές τιμές. Η περίπτωση αυτή μπορεί να γίνει πιο κατανοητή αν φανταστούμε ένα κάθετο διάνυσμα στο αφινικό σύνολο του σχήματος σχήμα 1. Ένα τέτοιο κάθετο διάνυσμα, το οποίο υπό τις εν λόγω προϋποθέσεις είναι το διάνυσμα των σχετικών τιμών, έχει προφανώς θετική κλίση[1].

b) Υποθέτουμε ότι **r**>0 . Στην περίπτωση αυτή διακρίνουμε δύο επιμέρους περιπτώσεις :
   i) την περίπτωση που η μήτρα [**I**-(1+**r**)**A**] της παράστασης **p**[**I**-(1+**r**)**A**]=**wL**⇔ ⇔**p**(1+**r**)**A**+**wL**=**p** είναι αντιστρέψιμη και
   ii) την περίπτωση που η εν λόγω μήτρα [**I**-(1+**r**)**A**] δεν αντιστρέφεται. Προφανώς, η μήτρα [**I**-(1+**r**)**A**] αντιστρέφεται όταν η ορίζουσα της είναι διάφορη του μηδενός, ήτοι όταν det[**I**-(1+**r**)**A**]≠0.

Έστω ότι η μήτρα [**I**-(1+**r**)**A**] αντιστρέφεται. Αυτό όμως σημαίνει ότι $\mathbf{r} \in (0, \mathbf{r}_{\max})$, [2] με $\mathbf{r}_{\max} = \frac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$. Το τελευταίο συμβαίνει, γιατί εδώ το (1+**r**) αποτελεί το **ν** του θεωρήματος (ε1). Στην περίπτωση που ισχύει πράγματι $\mathbf{r} \in (0, \mathbf{r}_{\max})$, έπεται ότι **p**=**wL**$[\mathbf{I}\text{-}(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}$. Αν τώρα υποθέσουμε ότι η μήτρα **A** είναι μη διασπώμενη και ότι **w**>0, τότε έπεται ότι **p**>0. Το διάνυσμα **p**, βάσει των θεωρημάτων (ε), είναι ένα εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο αυστηρά θετικό διάνυσμα, είναι ένα αυστηρά θετικό διάνυσμα σχετικών τιμών. Το διάνυσμα αυτό θα ήταν απολύτως προσδιορισμένο, αν δεδομένου του **r** μας δινόταν επίσης είτε η απόλυτη τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου είτε η απόλυτη τιμή ενός εμπορεύματος. Στην περίπτωση που $\mathbf{r} > \mathbf{r}_{\max}$ και **w**>0, τότε το διάνυσμα των τιμών περιέχει και αρνητικές συνιστώσες, περαιτέρω, στην περίπτωση αυτή, αν **X̲** το δεξί εκείνο ιδιοδιάνυσμα της **A,** το οποίο αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας αυτής, έπεται ότι **p[I-(1+r)A]X̲ = wLX̲** ⇔ $\mathbf{p}\underline{\mathbf{X}}[1-(1+\mathbf{r})\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}] = \mathbf{wL}\,\underline{\mathbf{X}}$, με $[1-(1+\mathbf{r})\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}] < 0$, $\mathbf{wL}\,\underline{\mathbf{X}} > 0$, **pX̲**<0, και άρα **p**≤0. Προφανώς, τα ίδια θα ίσχυαν και στην περίπτωση που για μια δεδομένη τυποποίηση εξετάζαμε τα διαστήματα 0<**w**<$\mathbf{w}_{\max}$, $\mathbf{r} > \mathbf{r}_{\max}$. Αν υποθέσουμε ότι η μήτρα **A** είναι διασπώμενη, τότε, σε αναλογία με ό,τι ελέχθηκε στην αμέσως προηγούμενη περίπτωση, για $\mathbf{r} \in (0, \mathbf{r}_{\max})$, **w**>0, ισχύει **p**>0. Επίσης, για $\mathbf{r} > \mathbf{r}_{\max}$, $\mathbf{r} \neq \frac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathrm{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathrm{A}}}$, όπου εδώ το *ν* συμβολίζει την ν-οστή ιδιοτίμη της μήτρας **A**, και **w**>0, ισχύει $\mathbf{p} \lesseqgtr 0$ –το διάνυσμα των τιμών δηλαδή έχει και αρνητικές συνιστώσες. Προφανώς, το $\mathbf{p} \lesseqgtr 0$ θα ίσχυε και στην περίπτωση που για δεδομένη τυποποίηση, δηλ. για έναν εξωγενή και αυστηρά θετικό καθορισμό της τιμής ενός εμπορεύματος, ισχύει $\mathbf{r} > \mathbf{r}_{\max}$, $\mathbf{r} \neq \frac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathrm{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathrm{A}}}$, 0<**w**<$\mathbf{w}_{\max}$.

Έστω τώρα ότι η μήτρα [**I**-(1+**r**)**A**] δεν αντιστρέφεται. Το ότι η μήτρα [**I**-(1+**r**)**A**] δεν αντιστρέφεται σημαίνει ότι για ορισμένες τιμές του **r** η ορίζουσα της είναι μηδενική, ήτοι det [**I**-(1+**r**)**A**]=0. Περαιτέρω, το ότι det [**I**-(1+**r**)**A**]=0 σημαίνει ότι, για ορισμένες τιμές του ποσοστού κέρδους, υπάρχουν ορισμένες γραμμές και στήλες της μήτρας [**I**-(1+**r**)**A**] οι οποίες είναι γραμμικά εξαρτημένες. Αποδεικνύεται ότι για τις τιμές αυτές του ποσοστού κέρδους, **r,** η τάξη της μήτρας [**I**-(1+**r**)**A**] είναι rank[**I**-(1+**r**)**A**]=n-1, ήτοι ότι

[1] Για τη γραφική αυτή κατανόηση των σχετικών τιμών δες Bidard/Erreygers (1998)

[2] Αντιστρέφεται επίσης και στο διάστημα $\mathbf{r} \in [-1, \mathbf{r}_{\max})$, ωστόσο εδώ μας ενδιαφέρουν μη αρνητικές τιμές του ποσοστού κέρδους.

υπάρχουν n-1 γραμμικά ανεξάρτητες γραμμές και στήλες[1]. Αποδεικνύεται [2] επίσης ότι, όταν το ποσοστό κέρδους λαμβάνει τις εν λόγω τιμές, το ονομαστικό ωρομίσθιο μηδενίζεται, έπεται δηλαδή ότι **w**=0. Σε σχέση με την περίπτωση αυτή θα αναφέρουμε ορισμένα χαρακτηριστικά του συστήματος Όταν το **r** λαμβάνει τιμές που μηδενίζουν την εν λόγω ορίζουσα, τότε πρόκειται για τιμές, που, διαμέσου της σχέσης $\mathbf{R} = \frac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\nu}^{A}}{\boldsymbol{\lambda}_{\nu}^{A}}$, αντιστοιχούν στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **A,** αφού στην περίπτωση αυτή έχουμε **p**[**I**-(1+**R**)**A**]=0. Αν τώρα **P̲,** **X̲** ένα αριστερό και ένα δεξί αντίστοιχα ιδιοδιάνυσμα, τα οποία αντιστοιχούν στη μέγιστη και κοινή και για τα δύο διανύσματα ιδιοτιμή λ_m^A, έπεται ότι **p**[**I**-(1+**R**)**A**]**X̲** = **wLX** ⇔ P**X̲**-(1+**R**) λ_m^A **pX̲**=**wLX̲**⇔**pX̲**·0=**wLX̲**. Επειδή όμως το **LX** είναι αυστηρά θετικό, για να ικανοποιείται η **pX**· 0=**wLX** για κάθε πεπερασμένο διάνυσμα **p**, πρέπει **w**=0. Αν το **w** είναι μη μηδενικό, τότε το διάυνυσμα των τιμών καθίσταται απροσδιόριστο, αφού θα έχουμε μια παράσταση στην οποία το γινόμενο ενός αριθμού με έναν μηδενικό αριθμό τίθεται ίσο με έναν μη μηδενικό αριθμό. Επειδή δε για **w**=0 μπορεί να προκύψει και ένα θετικό ή ημιθετικό διάνυσμα τιμών **P̲,** έπεται ότι για r=**R** υπάρχει θετικό ή ημιθετικό διάνυσμα τιμών τέτοιο που ικανοποιεί **p**[**I**-(1+**R**)A]**X**=**wLX** και το οποίο ορίζει μονοσήμαντα ότι **w**=0. Περαιτέρω, προβαίνουμε και στην ακόλουθη ανάλυση: Ως γνωστόν, σύμφωνα με τον κανόνα του Cramer, η τιμή ενός εμπορεύματος μπορεί να προσδιοριστεί ως ο λόγος δύο οριζουσών· στον αριθμητή του λόγου βρίσκεται η πολλαπλασιασμένη με **w** ορίζουσα εκείνης της μήτρας [**I**-(1+**r**)**A**], από την οποία έχουμε διαγράψει την γραμμή των συντελεστών που αφορούν τα μέσα παραγωγής του εμπορεύματος την τιμή του οποίου διερευνούμε και στη θέση της έχουμε εισάγει τη γραμμή **L**, στο δε παρονομαστή βρίσκεται η ορίζουσα της μήτρας [**I**-(1+**r**)**A**] ως έχει. Αν αυτή την πρώτη ορίζουσα σε σχέση με το n-οστό εμπόρευμα τη συμβολίσουμε με $\det \mathbf{p}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{L}}$, τότε για την τιμή του n-οστού εμπορεύματος έπεται ότι $\mathbf{p}_{\mathbf{n}} = \mathbf{w}\frac{\det \mathbf{p}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{L}}}{\det[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]}$.

Τώρα, όταν το **r** λαμβάνει τιμές που μηδενίζουν την ορίζουσα [**I**-(1+**r**)**A**], πρέπει να διακρίνουμε δύο περιπτώσεις, εκείνη κατά την οποία όλες οι γραμμές, ή οι στήλες, της μήτρας $\mathbf{p}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{L}}$ είναι γραμμικά εξαρτημένες με n-1 γραμμικά ανεξάρτητες και εκείνη που όλες οι γραμμές, ή οι στήλες, είναι γραμμικά ανεξάρτητες. Στην πρώτη περίπτωση η ορίζουσα $\det \mathbf{p}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{L}}$ είναι μηδενική και η λύση του συστήματος είναι αόριστη, ενώ στη δεύτερη η εν λόγω ορίζουσα διάφορη του μηδενός και η λύση εξαρτάται από το μέγεθος του ονομαστικού ωρομιθίου· αν το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι διαφορο του μηδενός, τότε το σύστημα είναι αδύνατο, ενώ αν το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι μηδενικό το σύστημα καθίσταται αόριστο. Η περίπτωση που το σύστημα είναι αόριστο και το ονομαστικό ωρομίσθιο μη μηδενικό σημαίνει ότι η τιμή του n-οστού εμπορεύματος καθίσταται ελεύθερα προσδιορίσιμη, συνεπώς μπορούν να προσδιοριστούν άπειρα διανύσματα τιμών που ικανοποιούν για μη μηδενικό ωρομίσθιο την σχέση **p**[**I**-(1+**R**)A]**X̲**=**wLX̲** [3]**.** Στην περίπτωση αυτή όμως, για μια συγκεκριμένη τιμή του ελευθερου άγνωστου προκύπτει αναγκαστικά ένα διάνυσμα τιμών που περιέχει απροσδιόριστες συνιστώσες. Για να προκύψουν στην περίπτωση αυτή μη απροσδιόριστες

[1] Δες Σταμάτης (1989) σελ.24-29

[2] Η πρώτη ρητή απόδειξη του ζητήματος αυτού δίνεται από τους Βουγιουκλάκη και Μαριόλη στο Βουγιουκλά-κης/Μαριόλης (1992) σελ.118-124.

[3] Στην περίπτωση αυτή έχουμε ένα σύστημα εξισώσεων με έναν ελεύθερο αγνωστο. Ετσι, αν ο ελευθερος άγνωστος είναι η τιμή του n-οστού εμπορεύματος και αν η τιμή αυτή προσδιοριστεί αυθαίρετα, τότε οι τιμές των υπολοίπων εμπορευμάτων για μη μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο θα προσδιοριστούν από τις εξισωσεις που προσδιορίζουν τις υπόλοιπες τιμές και οποίες είναι γραμμικά ανεξάρτητες.

συνιστώσες, το ονομαστικό ωρομίσθιο πρέπει να λάβει μηδενική τιμή· ασφαλώς σε μια τέτοια περίπτωση οι τιμές είναι αριστερά ιδιοδιανύσματα της **A**. Να τονίσουμε ότι η περίπτωση που η ορίζουσα $\mathrm{Det}\mathbf{p}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{L}}$ είναι διάφορη του μηδενός και το ονομαστικό ωρομίσθιο μη μηδενικό πρέπει να αποκλειστεί. Προφανώς, η περίπτωση αυτή εκφράζει ένα σύστημα το οποίο δεν έχει λύση. Η περίπτωση που μένει τώρα είναι αυτή που $\det\mathbf{p}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{L}} \neq 0$ και **w**=0. Να σημειώσουμε ότι η περίπτωση που $\det\mathbf{p}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{L}} \neq 0$ και **w**=0 εκφράζει ότι το διάνυσμα των εισροών σε εργασία είναι γραμμικώς ανεξάρτητο από τις άλλες γραμμές της $\det\mathbf{p}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{L}}$. Αυτό το σημειώνουμε, γιατί η αναγκαιότητα να προκύψει μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο προκύπτει αν σκεφτούμε ότι η **p**[**I**-(1+**R**)A]=**wL** θέτει έναν γραμμικό συνδυσμό γραμμικώς εξαρτημένων διανυσμάτων που περιέχουν θετικά και αρνητικά στοιχεία ίσο με το γινόμενο ενός βαθμωτού επί ενός αυστηρώς θετικού διανύσματος. Στα πλαίσια της κατανόησης αυτής, αν το διάνυσμα της εργασίας δεν βρίσκεται στο χώρο που ορίζουν οι γραμμικώς εξαρτημένες γραμμες τις παράστασης [**I**-(1+**R**)A], τότε η παράσταση **p**[**I**-(1+**R**)A]=**wL** για κάθε μη απροσδιόριστο διάνυσμα τιμών ικανοποιείται μόνο όταν **w**=0. Πρέπει επίσης να αποκλείσουμε την περίπτωση εκείνη, που το διάνυσμα **L** είναι γραμμικώς εξαρτημένο και το σύστημα να έχει άπειρες μη απροσδιόριστες λύσεις που να αφορούν μη μηδενικά ονομαστικά ωρομίσθια· αυτή η περίπτωση όμως πρέπει να αποκλείστει ως άτοπη, αφού ξέρουμε ότι για κάθε προσδιορισμένο διάυνυσμα τιμών μόνο μηδενική τιμη του ονομαστικού ωρομισθίου μπορεί να προκύψει. Από την ανάλυση αυτή για μια τεχνική απλής παραγωγής [**A**,**L**] όταν $\mathbf{r}_{\max} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$ μπορούμε να εξάγουμε τρία κύρια συμπεράσματα: i) όταν για κάθε μήτρα $\mathbf{p}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{L}}$, με i=1,2,…,n, ισχύει $\det\mathbf{p}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{L}} \neq 0$, τότε αναγκαστικά έπεται ότι **w**=0, ii) αν υπάρχει έστω και μία μήτρα $\mathbf{p}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{L}}$ τέτοια ώστε ισχύει $\det\mathbf{p}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{L}}$=0, τότε ενδέχεται να προκύψουν και απoροσδιόριστες τιμές και θετικό ονομαστικό ωρομίσθιο και iii) σε καμία περίπτωση δεν είναι δυνατόν να προκύψει ένα πεπερασμένο διάνυσμα τιμών το οποίο να αντιστοιχεί σε ένα μη μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο. Αν τώρα σε μια δεδομένη μη διασπώμενη τεχνική [**A**, **L**] υποθέσουμε ότι $\det\mathbf{p}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{L}} \neq 0$ για κάθε i, i=1,2,…,n, τότε σύμφωνα με όσα αναπτύξαμε στα παραπάνω, -δεδομένου δηλαδή ότι **p**[**I**-(1+**R**)A]**X̲**=**wLX̲**⇔**pX̲**·0=**wLX̲**, **LX̲**>0,- έπεται **w**=0. *Στη συνέχεια, για διευκόλυνση της ανάλυσης, για τις μη διασπώμενες τεχνικές καθως και για τα μη διασπώμενα υποσυστήματα δεδομένων διασπώμενων τεχνικών θα υποθέτουμε ότι για τα εμπορεύματα που αφορούν ισχύει* $\det\mathbf{p}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{L}} \neq 0$. Σε αντίθεση ωστόσο με ότι συμβαίνει στις μη διασπώμενες τεχνικές, δεν μπορούμε να εξάγουμε τα ίδια συμπεράσματα και για τις διασπώμενες τεχνικές, που το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι μικρότερο ή ίσο από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού. Στις τελευταίες αυτές τεχνικές θα δούμε ότι ενδέχεται να προκύψουν διανύσματα τιμών που εμπεριέχουν και άπειρες συνιστώσες και τα οποία ενέχουν και μη μηδενικά ονομαστικά ωρομίσθια. Πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι σε κάθε άλλη τιμή του **R**, $\mathbf{R} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{A}}}$, επειδή το συνδεδεμένο με την τιμή αυτή δεξί ιδιοδιάνυσμα **X** έχει και αρνητικές συνιστώσες, ενδέχεται να ισχύει **LX**=0. Στην τελευταία αυτή περίπτωση δεν μπορεί να εξασφαλιστεί η ύπαρξη ενός μηδενικού ονομαστικού ωρομισθίου. Με βάση την ανάλυση αυτή θα διακρίνουμε τις τεχνικές σε δύο είδη, στις «κανονικές» τεχνικές και στις «μη κανονικές» τεχνικές. «Κανονικές» θα ονομάζουμε εκείνες τις τεχνικές, στις οποίες δεν υπάρχει δεξί ιδιοδιάνυσμα της **A** για το οποίο να ισχύει **LX**=0 και «μη κανονικές» εκείνες τις τεχνικές, για τις οποίες υπάρχει δεξί

ιδιοδιάνυσμα της **A** για το οποίο ισχύει **LX**=0[1]. *Στη συνέχεια θα αναφερόμαστε πάντα, εκτός αν δηλώνουμε ρητά κάτι διαφορετικό, μόνο σε «κανονικές» τεχνικές.*
Συνοψίζοντας τα τελευταία, διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν τεχνικές απλής παραγωγής **[A,L]** στις οποίες για στην τιμή του ποσοστού κέρδους που αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **A** προκύπτουν μόνο με μηδενικές τιμές του ονομαστικού ωρομισθίου. Είδαμε επίσης ότι αν και για δεδομένη μηδενική τιμή του ονομαστικού ωρομιθίου προκύπτουν n τιμές για το ποσοστό κέρδους, από τις τιμές όμως του ποσοστού κέρδους μόνο μία είναι οικονομικά σημαντική. Οικονομικά σημαντική είναι εκείνη η τιμή του ποσοστού κέρδους, η οποία, με βάση τη σχέση $\mathbf{R} = \frac{1-\lambda_\nu^A}{\lambda_\nu^A}$, αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή τιμή της μήτρας **A**. Σύμφωνα με τα θεωρήματα (ε),(σ), των Perron/ Forbenius, μόνο στο ιδιοδιάνυσμα εκείνο, που αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδοτιμή της **A,** αντιστοιχεί ένα θετικό ή ημιθετικό εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο διάνυσμα τιμών. Ήδη, το μέγιστο αυτό ποσοστό κέρδους το συμβολίσαμε ως $\mathbf{r}_{\max}$, με $\mathbf{r}_{\max} = \frac{1-\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}{\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}$ (= $\overline{\mathbf{R}}$).

c) Αν το r πάρει τιμές μεγαλύτερες του $\mathbf{r}_{\max}$, τότε το διάνυσμα των σχετικών τιμών περιέχει ή και αρνητικές συνιστώσες ή θετικές και μηδενικές συνιστώσες ή και απροσδιόριστες συνιστώσες. Στη βάση, πρώτον, όσων έχουμε αναπτύξει στα σημεία (a), (b), και δεύτερον, αν υποθέσουμε ότι παράγονται και μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή όλων των μη βασικών εμπορευμάτων, έπονται και τα ακόλουθα:

i) αν r>$\mathbf{r} = \frac{1-\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}{\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}$, $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A} = \max(\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{11}}, \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{22}}) = \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{22}}$ και αν περαιτέρω r$\neq \frac{1-\lambda_\nu^A}{\lambda_\nu^A}$, τότε το διάνυσμα των τιμών για w>0 περιέχει πάντα και αρνητικές συνιστώσες.

ii) αν r>$\mathbf{r} = \frac{1-\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}{\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}$, $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A} = \max(\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{11}}, \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{22}}) = \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{22}}$ και r $= \frac{1-\lambda_\nu^A}{\lambda_\nu^A}$, τότε για w=0 έπεται ότι το διάνυσμα των τιμών έχει και αρνητικές συνιστώσες, ενώ για w>0 το διάνυσμα των τιμών έχει και απροδιόριστες συνιστώσες.

iii) αν r>$\mathbf{r} = \frac{1-\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}{\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}$, $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A} = \max(\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{11}}, \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{22}}) = \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{11}}$, r$\neq \frac{1-\lambda_\nu^A}{\lambda_\nu^A}$, το διάνυσμα των τιμών για w>0 έχει και αρνητικές συνιστώσες.

iv) αν r>$\mathbf{r} = \frac{1-\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}{\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}$, $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A} = \max(\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{11}}, \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{22}}) = \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{11}}$, r=$\frac{1-\lambda_\nu^A}{\lambda_\nu^A}$, το διάνυσμα των τιμών έχει για w=0 θετικές και μηδενικές συνιστώσες, ενώ w>0 έχει και απροσδιόριστες συνιστώσες.

Στη συνέχεια -και έχοντας ήδη διαπιστώσει ότι το οικονομικά σημαντικό διάστημα των λύσεων ενός συστήματος τιμών απλής παραγωγής, όπως το (7), ενέχει ένα διάστημα

[1] Η έννοια των «κανονικών» τεχνικών – και πιο συγκεριμένα των «regular economies» - εισήχθηκε στην οικονομική θεωρία από τον Schefold, [δες π.χ. Schefold (1976) σελ.26, Salvadori/Steedman (1988) σελ.171-173]

$\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{\max}], \mathbf{w} \in [0,\ \mathbf{w}_{\max}],$ με $\mathbf{r}_{\max} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$, και $\mathbf{w}_{\max}$ η τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου όταν για δεδομένη τυποποίηση το ποσοστό κέρδους λάβει μηδενική τιμή-, για μια πληρέστερη κατανόηση των σημείων (a),(b),(c) στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών, θα επικεντρώσουμε την προσοχή μας στο σύνολο των λύσεων ενός συστήματος τιμών απλής παραγωγής το οποίο χαρακτηρίζεται από την διασπώμενη τεχνική $[\mathbf{A},\mathbf{L}]$ της μορφής,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{L}_3], \text{ όπου οι } \mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{22} \text{ μη διασπώμενες}$$

Το σύστημα των τιμών που αντιστοιχεί σε μια τέτοια τεχνική αναλύεται ως εξής:

$$\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}] = \mathbf{wL} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{p}_1[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}] = \mathbf{wL}_1 & \text{(a)} \\ \mathbf{p}_2[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}] = \mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12} + \mathbf{wL}_2 & \text{(b)} \\ \mathbf{p}_3 = \mathbf{wL}_3 + \mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{13} & \text{(c)} \end{cases} \qquad (8)$$

Περαιτέρω, για $\mathbf{r}=\mathbf{R} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}}}$ το σύστημα (8) μετασχηματίζεται στο ακόλουθο σύστημα

$$\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R})\mathbf{A}] = 0 \rightarrow \begin{cases} \mathbf{p}_1[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R})\mathbf{A}_{11}] = 0 & \text{(a)} \\ \mathbf{p}_2[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R})\mathbf{A}_{22}] = \mathbf{p}_1(1+\mathbf{R})\mathbf{A}_{12} & \text{(b)} \\ \mathbf{p}_3 = \mathbf{p}_1(1+\mathbf{R})\mathbf{A}_{13} & \text{(c)} \end{cases} \qquad (9)$$

Ισχύουν επίσης ότι

i) **για** $\mathbf{w} > 0$ $\quad \mathbf{rank}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}] = \boldsymbol{\kappa} \quad , \mathbf{r} \neq \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathrm{A}_{11}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}_{11}}}$

για $\mathbf{w}=0$, $\mathbf{r} = \mathbf{R}_1 = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathrm{A}_{11}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}_{11}}}$, $\mathbf{rank}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}] = \boldsymbol{\kappa} - 1$

ii) για $\mathbf{w}>0$ $\quad \mathbf{r} \neq \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathrm{A}_{22}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}_{22}}}$ $\quad \mathbf{rank}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}] = \mathbf{m} - \boldsymbol{\kappa}$,

για $\mathbf{w}=0$, $\mathbf{r} = \mathbf{R}_2 = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathrm{A}_{22}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}_{22}}}$, $\mathbf{rank}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}] = \mathbf{m} - \boldsymbol{\kappa} - 1$[1]

Εδώ, με $\mathbf{R}_1$ έχουμε συμβολίσει τις τιμές εκείνες του ποσοστού κέρδους, οι οποίες αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές $\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{A}_{11}}$ της μήτρας $\mathbf{A}_{11}$. Αναλόγως, με $\mathbf{R}_2$ συμβολίζουμε τις

[1] Δες Σταμάτης (1995α) τόμος 1, σελ.241-242

τιμές εκείνες του ποσοστού κέρδους, που αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές $\lambda_{\nu}^{A_{22}}$ της μήτρας $\mathbf{A}_{22}$.

Σύμφωνα με όσα είπαμε, σε ένα σύστημα απλής παραγωγής το οικονομικά σημαντικό σύνολο λύσεων του συστήματος εξισώσεων που προσδιορίζει τις σχετικές τιμές των εμπορευμάτων ενέχει ένα διάστημα $\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{max}], \mathbf{w} \in [0,\ \mathbf{w}_{max}]$, με $\mathbf{r}_{max} = \dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$, και $\mathbf{w}_{max}$ η τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου όταν για δεδομένη τυποποίηση το ποσοστό κέρδους λάβει μηδενική τιμή. Ξέρουμε επίσης ότι στις διασπώμενες τεχνικές ισχύει $\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}} = \max(\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}, \lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}})$. Αν τώρα συμβολίσουμε με $\overline{\mathbf{R}}_1$ την τιμή εκείνη του ποσοστού κέρδους, που αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή τιμή της μήτρας $\mathbf{A}_{11}$ και με $\overline{\mathbf{R}}_2$ την τιμή εκείνη του ποσοστού κέρδους, που αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας $\mathbf{A}_{22}$, ήτοι $\overline{\mathbf{R}}_1 = \dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{A_{11}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}}, \overline{\mathbf{R}}_2 = \dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{A_{22}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{122}}}$, τότε η ισότητα $\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}} = \max(\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}, \lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}})$ συνεπάγεται ότι το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους, το οποίο θα το συμβολίζουμε και ως $\overline{\mathbf{R}}$, υπόκειται στην συνθήκη $\mathbf{r}_{max} = \overline{\mathbf{R}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2)$. Κατά την ειδικότερη διερεύνηση του συνόλου των λύσεων του δεδομένου συστήματος εξισώσεων (8), για το πρόσημο των σχετικών τιμών και υπό την πρϋπόθεση ότι w≥0, διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:

Α. Την περίπτωση που ισχύει $\overline{\mathbf{R}}_1 < \overline{\mathbf{R}}_2$. Περαιτέρω, στην περίπτωση αυτή διακρίνουμε και τις ακόλουθες υποπεριπτώσεις,

i) $\mathbf{r} \in [0, \overline{\mathbf{R}}_1)$. Για $\mathbf{r} \in [0, \overline{\mathbf{R}}_1)$, για w>0 έπεται ότι $\mathbf{p}>0$, ήτοι ότι το διάνυσμα των τιμών είναι αυστηρά θετικό. Το ότι το διάνυσμα των τιμών είναι αυστηρά θετικό προκύπτει από το ότι πρώτον το σύστημα (8a) οδηγεί σε αυστηρά θετικές (σχετικές) τιμές για τα βασικά εμπορεύματα, και δεύτερον για θετικές (σχετικές) τιμές βασικών εμπορευμάτων, τα συστήματα (8b), (8c) αποτελούν ένα μη διασπώμενο σύστημα m-κ εξισώσεων με m-κ αγνώστους και ένα σύστημα n-m εξισώσεων με n-m αγνώστους αντίστοιχα. Στα υποσυστήματα (8b), (8c) οι άγνωστοι προσδιορίζονται ως αθροίσματα θετικών αριθμών, συνεπώς, οι (σχετικές) τιμές του συστήματος στο σύνολό του προσδιορίζονται μονοσήμαντα και είναι αυστηρά θετικές.

ii) $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}}_1$. Όταν $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}}_1$, το υποσύστημα (8a) ενέχει ένα μονοσήμαντα προσδιορισμένο μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο[1] και ένα αυστηρά θετικό διάνυσμα για τα βασικά εμπορεύματα. Περαιτέρω, με όμοιο συλογισμό όπως και στην περίπτωση (i) έπεται $\mathbf{p}>0$.

iii) $\mathbf{r} \in (\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2)$. Αν $\mathbf{r} \in (\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2)$[2], έπεται ότι τιμές των βασικών εμπορευμάτων εμπεριέχουν και αρνητικές συνιστώσες. Για $\mathbf{r} > \overline{\mathbf{R}}_1$, το σύστημα (8a) οδηγεί σε ένα διάνυσμα (σχετικών) τιμών $\mathbf{p}_1$ το οποίο περιλαμβάνει και αρνητικές συνιστώσες. Αυτό, προφανώς, συνεπάγεται ότι το σύστημα (8c) οδηγεί σε ένα διάνυσμα $\mathbf{p}_3$ το οποίο και αυτό περικλείει και αρνητικές συνιστώσες. Έπεται επίσης ότι και το σύστημα (8b) οδηγεί σε ένα διάνυσμα τιμών με αρνητικές

[1] Να τονίσουμε ότι το συμπέρασμα αυτό ισχύει στα πλασία των υποθέσεων της σελίδας 44.

[2] Στην περίπτωση υποθέτουμε ότι $r \neq \dfrac{1-\lambda_{\nu}^{A}}{\lambda_{\nu}^{A}}$.

συνιστώσες, στην περίπτωση αυτή το σύστημα (8b) παίρνει την μορφή $\mathbf{p}_2 = \{\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12} + \mathbf{w}\mathbf{L}_2\}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]^{-1}$, όπου $\{\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12} + \mathbf{w}\mathbf{L}_2\} \lesseqgtr 0$ και $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]^{-1} > 0$.

iv) $\mathbf{r} = \mathbf{R}_2$. Αν $\mathbf{r} = \mathbf{R}_2$ και **w**=0, έπεται ότι το σύστημα (8a) οδηγεί σε ένα διάνυσμα $\mathbf{p}_1$ το οποίο εμπεριέχει είτε και αρνητικές συνιστώσες είτε μόνο μηδενικές συνιστώσες. Παράλληλα, το σύστημα (8b) για πεπερασμένες τιμές εμπορευμάτων ενέχει $\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12} + \mathbf{w}\mathbf{L}_2 = 0$, συνεπώς, για την περίπτωση $\mathbf{r} = \mathbf{R}_2$ η λύση του συστήματος (8) ενέχει αφενός μηδενικές τιμές για τα βασικά ρεύματα και μηδενενική τιμή για το ονομαστικό ωρομίσθιο και αφετέρου ένα αυστηρά θετικό ή μηδενικό $\mathbf{p}_2$. Αν υποθέσουμε ότι w>0 και ότι $\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12} + \mathbf{w}\mathbf{L}_2 \neq 0$, είναι σαφές ότι το διάνυσμα των τιμών θα έχει και απροσδιόριστες συνιστώσες.

v) $\mathbf{r} > \mathbf{R}_2$. Για $\mathbf{r} > \mathbf{R}_2$, το διάνυσμα των τιμών εμπεριέχει και αρνητικές συνιστώσες.

B. Την περίπτωση που ισχύει $\overline{\mathbf{R}}_1 > \overline{\mathbf{R}}_2$. Στην περίπτωση αυτή διακρίνουμε τις ακόλουθες υποπεριπτώσεις

i) $\mathbf{r} \in [0, \overline{\mathbf{R}}_2)$. Για $\mathbf{r} \in [0, \overline{\mathbf{R}}_2)$ και w>0 το διάνυσμα των τιμών όλων των εμπορευμάτων είναι αυστηρά θετικό, ήτοι **p**>0.

ii) $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}}_2$. Για $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}}_2$, το σύστημα (8a) οδηγεί είτε σε μηδενικές τιμές για τα βασικά εμπορεύματα και μηδενική τιμή για το ονομαστικό ωρομίσθιο είτε σε θετικές τιμές για τα βασικά εμπορεύματα και θετική τιμή για το ονομαστικό ωρομίσθιο. Στην περίπτωση που τα βασικά όμως εμπορεύματα λαμβάνουν θετική τιμή, τότε το σύστημα (8b) οδηγεί σε απροσδιόριστες τιμές για τα μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων. Αντιθέτως, στην περίπτωση που υποθέσουμε ότι τα βασικά εμπορεύματα λάβουν μηδενική τιμή, τότε τα μη βασικά εμπορεύματα του εν λόγω είδους λαμβάνουν θετικές τιμές. Προφανώς, εδώ, είναι σαφές ότι στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής για $\overline{\mathbf{R}}_1 > \overline{\mathbf{R}}_2$ και $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}}_2$, οι σχετικές τιμές δεν είναι μονοσήμαντα προσδιορισμένες, αλλά εξαρτώνται από το ποιο ή ποια εμπορεύματα θα θεωρηθούν ότι λαμβάνουν θετικές τιμές. Επιπρόσθετα, στην εν λόγω περίπτωση, οικονομικώς σημαντικά αποτελέσματα λαμβάνουμε, μόνο όταν υποθέσουμε ότι τα εμπορεύματα που παίρνουν θετικές τιμές είναι τα μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων.

iii) $\overline{\mathbf{R}}_2 < \mathbf{r} < \overline{\mathbf{R}}_1$ με $\mathbf{r} \neq \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}_{22}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}_{22}}}$. Για $\overline{\mathbf{R}}_2 < \mathbf{r} < \overline{\mathbf{R}}_1$ και $\mathbf{r} \neq \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}_{22}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{A}_{22}}}$, το σύστημα (8) ενέχει α) ενα διάνυσμα τιμών $\mathbf{p}_2$ το οποίο ενέχει και αρνητικές συνιστώσες, αφού $\mathbf{p}_2 = \{\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12} + \mathbf{w}\mathbf{L}_2\}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]^{-1}$, με $\{\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12} + \mathbf{w}\mathbf{L}_2\}>0$ και $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]^{-1} \gtreqless 0$, και β) θετικές τιμές για τα βασικά και για τα μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στη παραγωγή κανενός μη βασικού εμπορεύματος αυστηρά.

iv) $\overline{\mathbf{R}}_2 < \mathbf{r} < \overline{\mathbf{R}}_1$ με $\mathbf{r} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{A_{22}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{A_{22}}}$. Για $\overline{\mathbf{R}}_2 < \mathbf{r} < \overline{\mathbf{R}}_1$ με $\mathbf{r} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{A_{22}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}}^{A_{22}}}$, τότε ή τα $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_3$ είναι αυστηρώς θετικά και το ονομαστικό ωρομίσθιο μηδενικό οδηγώντας σε ένα απροσδιόριστο διάνυσμα $\mathbf{p}_2$, ή ισχύει $[\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_3, \mathbf{w}]=0$, το οποίο οδηγεί σε ένα διάνυσμα $\mathbf{p}_2$ που περιέχει και αρνητικές συνιστώσες, ή το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι διάφορο του μηδενός, οι τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων απροσδιόριστες και τα $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_3$ αυστηρώς θετικά.

v) $\mathbf{r} > \mathbf{R}_1$. Για $\mathbf{r} > \mathbf{R}_1$, έπεται ένα διάνυσμα τιμών το οποίο εμπεριέχει και αρνητικές συνιστώσες.

C. Την περίπτωση που ισχύει $\overline{\mathbf{R}}_1 = \overline{\mathbf{R}}_2$. Στην περίπτωση αυτή

i) για $\mathbf{r} \in [0, \overline{\mathbf{R}}_1)$ και w>0, το διάνυσμα των τιμών των εμπορευμάτων είναι αυστηρά θετικό.

ii) για $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}}_1 = \overline{\mathbf{R}}_2$, οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων, αν και μπορούν να είναι θετικές, για να υπάρξει λύση στο σύστημα, πρέπει να γίνουν μηδενικές. Στην περίπτωση αυτή, προφανώς, μηδενική είναι και η τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου καθώς και οι τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων που δεν εισέρχονται στην παραγωγή κανενός μη βασικού εμπορεύματος. Όσον αφορά τώρα το $\mathbf{p}_2$, αυτό μπορεί να είναι είτε αυστηρά θετικό, όταν οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων είναι μηδενικές είτε απροσδιόριστο όταν οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων είναι θετικές. Προφανώς, στην περίπτωση αυτή, τιμές με οικονομικό περιεχόμενο είναι αυτές που προκύπτουν όταν τα βασικά εμπορεύματα λάβουν μηδενική τιμή.[Δες Βουγιουκλάκης/Μαριόλης (1993)]

iii) για $\mathbf{r} > \overline{\mathbf{R}}_1$, το διάνυσμα των τιμών των εμπορευμάτων έχει και αρνητικές συνιστώσες.

Ένα σημείο στο οποίο θα σταθούμε είναι και η ερμηνεία των $\overline{\mathbf{R}}, \overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2$. Τα $\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2$ είναι εκείνες οι τιμές του ποσοστού κέρδους, με βάση τις οποίες ορίζονται διαστήματα του ποσοστού κέρδους της μορφής $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{r}_{max}]$ ώστε οι τιμές των βασικών και των μη βασικών εμπορευμάτων είναι είτε θετικές είτε ημιθετικές. Ειδικότερα, το $\overline{\mathbf{R}}_1$ είναι η μέγιστη τιμή την οποία μπορεί να λάβει το ποσοστό κέρδους στα πλαίσια ενός διαστήματος $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{r}_{max}]$, ώστε στο υποσύστημα (8a) οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων να παραμένουν θετικές. Το $\overline{\mathbf{R}}_2$ είναι η μέγιστη τιμή την οποία μπορεί να λάβει το ποσοστό κέρδους στα πλαίσια ενός διαστήματος $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{r}_{max}]$, ώστε το υποσύστημα (8b) να διατηρεί τις τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων αυστηρά θετικές. Περαιτέρω, όπως είδαμε στα προηγούμενα, όταν $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}}_2$, τότε προκύπτει πάντα μια μηδενική τιμή για το ονομαστικό ωρομίσθιο, μηδενική τιμή για το μη παραγόμενο από το σύστημα εμπόρευμα, ήτοι μηδενική τιμή για το εμπόρευμα εργασία. Είδαμε ότι, όταν $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}}_2$, τότε το υποσύστημα (8b) ενέχει μηδενικές τιμές τόσο για το μη παραγόμενο εμπόρευμα εργασία όσο και για τα βασικά εμπορεύματα, για τα εμπορεύματα εκείνα δηλαδή, τα οποία αποτελούν τις μη παραγόμενες εισροές του τομέα παραγωγής μη βασικών εμπορευμάτων που δεν εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων. Τέλος, επειδή το μέγιστο ποσοστό κέρδους $\overline{\mathbf{R}}$ μιας διασπώμενης τεχνικής, στα πλαίσια ενός διαστήματος $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{r}_{max}]$ για θετικές ή ημιθετικές τιμές, συμπίπτει με κάποιο από τα μέγιστα ποσοστά κέρδους των υποσυστημάτων της, έπεται ότι το ποσοστό κέρδους αυτό ενέχει πάντα μηδενική τιμή για το ονομαστικό ωρομίσθιο και συνεπώς μηδενική τιμή για το μη παραγόμενο από αυτή εμπόρευμα[1].

Η ανάλυση στην οποία προβήκαμε μας δίνει τη δυνατότητα να τονίσουμε μερικά στοιχεία για το οικονομικά σημαντικό πεδίο λύσεων του υποπραγμάτευση συστήματος εξισώσεων. Αρχικά, πρέπει να τονίσουμε ότι στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής, για οποιαδήποτε τιμή του ποσοστού κέρδους τέτοια ώστε $\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{\max}]$, με $\mathbf{r}_{\max} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$ και $\mathbf{w}>0$, οι σχετικές τιμές είναι αυστηρώς θετικές. Περαιτέρω, αν υποθέσουμε ως δεδομένη μια εξίσωση τυποποίησης, οι τιμές εμπορευμάτων, τόσο οι απόλυτες όσο και οι σχετικές, οριζόμενες ως λόγοι ήδη προσδιορισμένων απόλυτων τιμών, είναι πάντα αυστηρά θετικές. Συνεπώς, στα γραμμικά συστήματα παραγωγής που αφορούν μη διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής, το οικονομικά σημαντικό πεδίο λύσεων, οι λύσεις δηλαδή που έχουν οικονομικά σημαντικό περιεχόμενο, ενέχει ότι το ποσοστό κέρδους βρίσκεται πάντα στο διάστημα $\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{\max}]$, με $\mathbf{r}_{\max} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$. Κάθε άλλη λύση του συστήματος των τιμών μιας τέτοιας τεχνικής είναι μη οικονομικά σημαντική. Στα πλαίσια τώρα των διασπώμενων τεχνικών, αυστηρώς θετικές (σχετικές) τιμές για το διάστημα $\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{\max}]$ έχουμε μόνο στις περιπτώσεις εκείνες, που το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τους τομέα είναι μικρότερο από αυτό του μη βασικού. Συνεπώς, τόσο στην περίπτωση των μη διασπωμένων τεχνικών απλής παραγωγής όσο και στην περίπτωση των διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής, στις οποίες το μέγιστο ποσοστό του μη βασικού τομέα είναι μεγαλύτερο από αυτό του βασικού, υπάρχει διάστημα $\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{\max}]$, το οποίο για $\mathbf{w}>0$, οδηγεί σε $\mathbf{p}>0$ –συνεπώς, υπάρχει τυποποίηση για την οποία ισχύει $\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{\max}], \mathbf{w} \in [0,\ \mathbf{w}_{\max}],\ \mathbf{p}>0$.

Όσον αφορά τώρα την περίπτωση των διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής, στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού υποσυστήματος είναι μικρότερο από αυτό του βασικού, αφενός υπάρχει διάστημα του ποσοστού κέρδους για το οποίο οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων είναι αυστηρώς θετικές, αφετέρου υπάρχει διάστημα του ποσοστού κέρδους για το οποίο οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων είναι ημιθετικές. Πιο συγκεκριμένα, είδαμε ότι για $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{r}_{\max})$ και $\mathbf{w}>0$ ισχύει ότι $\mathbf{p}>0$, ενώ στην περίπτωση που $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\max} = \overline{\mathbf{R}}_2$ και $\mathbf{w}=0$ είδαμε ότι $\mathbf{p}\geq 0$, συνεπώς και στην περίπτωση αυτή, υπό την προϋπόθεση ότι και οι μηδενικές τιμές παρουσιάζουν οικονομικό νόημα, το οικονομικά σημαντικό πεδίο των λύσεων του συστήματος των τιμών ενέχει ότι το ποσοστό κέρδους εμπεριέχεται στο διάστημα $\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{\max}]$,-στην περίπτωση αυτή μπορούμε να εισάγουμε μια κατάλληλη εξίσωση τυποποίησης, η οποία για τις του συστήματος των τιμών να συνεπάγεται ότι $\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{\max}], \mathbf{w} \in [0,\ \mathbf{w}_{\max}],\ \mathbf{p}\geq 0$[2].

Στην ερμηνεία των μηδενικών τιμών και του μέγιστου ποσοστού κέρδους θα επανέλθουμε σε άλλα σημεία της παρούσας εργασίας. Προς το παρόν διερευνήσαμε τα γραμμικά συστήματα απλής παραγωγής κυρίως ως συστήματα εξισώσεων με τα οποία επιχειρείται η

[1] Δες Σταμάτης (1995 α) σελ.245-249.
[2] Δες την περίπτωση Β στη σελίδα 48.

ερμηνεία της οικονομικής πραγματικότητας, χωρίς να επιχειρείται κάποια κριτική σε αυτά. Μια πρώτη κριτική θα επιχειρηθεί αφού αναλύσουμε και τη σύνθετη παραγωγή.

* * *

Για την ολοκλήρωση της διερεύνησης των εν λόγω υποδειγμάτων, πρέπει να αναφερθούμε και στην περίπτωση που δεδομένο είναι και το πραγματικό ωρομίσθιο. Ωστόσο, επειδή η περίπτωση που δεδομένο είναι και το πραγματικό ωρομίσθιο δεν ανατρέπει σε τίποτε αυτά που θα προκύψουν κατά την ανάλυση που θα ακολουθήσει, όπου δεδομένο θα είναι μόνο το ονομαστικό ωρομίσθιο, θα περιοριστούμε μόνο στα ακόλουθα: Έστω η δεδομένη τεχνική [**A**, **L**] και το πραγματικό ωρομίσθιο **d**, στην περίπτωση αυτή το σύστημα των τιμών παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{p} = \mathbf{pA} + \mathbf{rpA} + \mathbf{pdL} \xrightarrow{\omega=\mathbf{L}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}} \mathbf{p} = \mathbf{pA} + \mathbf{rpA} + \mathbf{pd}\boldsymbol{\omega}(\mathbf{I}-\mathbf{A}) \Rightarrow \mathbf{p}(\mathbf{I}-\mathbf{A}) = \mathbf{rpA} + \mathbf{pd}\boldsymbol{\omega}(\mathbf{I}-\mathbf{A})$$
$$\Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{rpA}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1} + \mathbf{pd}\boldsymbol{\omega} \Rightarrow \mathbf{p}[\mathbf{I} - \mathbf{d}\boldsymbol{\omega} - \mathbf{rA}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}] = 0 \Rightarrow \mathbf{p}[\mathbf{I} - \mathbf{rA}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}(\mathbf{I}-\mathbf{d}\boldsymbol{\omega})^{-1}] = 0$$
$$\Rightarrow \mathbf{p}[\mathbf{I} - \mathbf{rA}(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{A}})^{-1}] = 0$$

με
$$(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{A}}) = \mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{dL} = \mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{d}\boldsymbol{\omega}(\mathbf{I}-\mathbf{A}) = (\mathbf{I}-\mathbf{d}\boldsymbol{\omega})(\mathbf{I}-\mathbf{A}) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (\mathbf{I}-\overline{\mathbf{A}})^{-1} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}(\mathbf{I}-\mathbf{d}\boldsymbol{\omega})^{-1}$$

Στην περίπτωση αυτή ισχύουν τα ακόλουθα

- προσδιορίζονται ταυτόχρονα τόσο το ποσοστό κέρδους όσο και οι σχετικές τιμές.
- το ποσοστό κέρδους και οι σχετικές τιμές εξαρτώνται προφανώς από τις **v,** με **v**=1,2,…,n, ιδιοτιμές $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{c}}_{\mathbf{v}}$ της μήτρας **C**= $\mathbf{A}(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{A}})^{-1}$.
- όταν τώρα η μήτρα αυτή είναι μη διασπώμενη, τότε αυστηρά θετικές σχετικές τιμές έχουμε μόνο στην περίπτωση που $\mathbf{r} = \frac{1}{\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{c}}_{\mathbf{m}}}$, όπου $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{c}}_{\mathbf{m}}$ η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **C.**
- όταν η μήτρα **C** είναι διασπώμενη, η μόνη οικονομικά σημαντική τιμή του ποσοστού κέρδους είναι η $\mathbf{r} = \frac{1}{\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{c}}_{\mathbf{m}}}$, αφού σε κάθε άλλη τιμή του ποσοστού κέρδους, το διάνυσμα των σχετικών τιμών θα περιέχει και αρνητικές συνιστώσες, στην περίπτωση αυτή όμως, αναλόγως των μεγεθών των στοιχείων της **A** και των στοιχείων της μήτρας **dL,** ενδέχεται είτε **p**>0 είτε **p**≥0.

Τα ίδια θα ίσχυαν, αν υποθέταμε ότι το πραγματικό ωρομίσθιο προκαταβάλλεται. Η μόνη διαφοροποίηση που θα υφίστατο είναι ότι το σύστημα των τιμών θα είχε τη μορφή $\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\overline{\mathbf{A}}] = 0$ ·αν προκαταβαλλόταν το ονομαστικό ωρομίσθιο, τότε, προφανώς, θα ίσχυε $\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}] = (1+\mathbf{r})\mathbf{wL}$ [1].

Να παρατηρήσουμε επίσης, ότι τα συστήματα των τιμών τα οποία αναπτύξαμε εδώ, στα πλαίσια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής, μπορούν, υπό την υπόθεση ότι κανένα εμπόρευμα δεν εισέρχεται άμεσα ή έμμεσα στην ίδια του την παραγωγή, να μετασχηματιστούν και να αναπαραστήσουν και συστήματα τιμών όπως τα λεγόμενα

[1] Δες Σταμάτης (1998) σελ.15-18,101.

«αυστριακά» μοντέλα[1]. Ως γνωστό, ένα «αυστριακό» μοντέλο παριστά την παραγωγή ενός εμπορεύματος ως ένα μονόδρομο, στον οποίο εισέρχεται ένας αρχικός πρωτογενής συντελεστής παραγωγής και από τον οποίο εξέρχεται ένα καταναλωτικό εμπόρευμα που καλείται εμπόρευμα «πρώτης τάξης»· στο μονόδρομό αυτό, ο αρχικός πρωτογενής συντελεστής παράγει ένα «ανώτερο αγαθό», το οποίο, στην συνέχεια, μαζί με περαιτέρω ποσότητες του πρωτογενούς συντελεστή παράγει ένα άλλο χαμηλότερης «τάξης» «ανώτερο αγαθό». Με τη σειρά του, αυτό το «ανώτερο» αγαθό χαμηλότερης τάξης, μαζί με επιπλέον ποσότητες του πρωτογενούς συντελεστή, παράγει πάλι ένα ακόμη χαμηλότερης «τάξης» αγαθό. Εν τέλει, κάποιο τελικό χαμηλότατης «τάξης» «ανώτερο αγαθό», μαζί πάλι με τη χρήση του πρωτογενή συντελεστή παραγωγής, παράγει ένα «πρώτης τάξης» εμπόρευμα· αυτό το «πρώτης τάξης» εμπόρευμα προορίζεται μόνο για τελική κατανάλωση, όχι δηλαδή για την παραγωγή ενός επιπλέον νέου εμπορεύματος.

Αν σε ένα «αυστριακό» μοντέλο όπου το ονομαστικό ωρομίσθιο προκαταβάλλεται υποθέταμε α) ότι έχουμε 2 τάξεις, καθεμία από τις οποίες αφορά ένα διαφορετικό «ανώτερο» εμπόρευμα και β) ότι αυτή η πρώτη τάξη παράγει ένα αγαθό ανώτερης τάξης και η δεύτερη τάξη ένα χαμηλότερης «τάξης» «ανώτερο αγαθό», το οποίο μαζί με τον πρωτογενή συντελεστή εργασία εισέρχεται στην παραγωγή ενός εμπορεύματος «πρώτης τάξης», τότε ο προσδιορισμός των τιμών των εμπορευμάτων γίνεται ως εξής,

$$\mathbf{p_f} = \mathbf{wl_f}(1+\mathbf{r})$$

$$\mathbf{p_g} = \mathbf{p_f}(1+\mathbf{r})\mathbf{a_{fg}} + \mathbf{wl}(1+\mathbf{r}) = \{\mathbf{wl_f}\mathbf{a_{fg}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wl_g}(1+\mathbf{r})\}$$

$$\mathbf{p_h} = (1+\mathbf{r})\mathbf{p_g}\mathbf{a_{gh}} + \mathbf{wl_h}(1+\mathbf{r}) = (1+\mathbf{r})\{\mathbf{wl_f}\mathbf{a_{fg}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wl_g}(1+\mathbf{r})\}\mathbf{a_{gh}} + \mathbf{wl_h}(1+\mathbf{r})$$

Στις εξισώσεις αυτές, το $\mathbf{p_f}$ εκφράζει η τιμή του «ανώτερου αγαθού» **f**. Στα πλαίσια αυτού του μοντέλου, η τιμή του πρώτου «ανώτερου αγαθού», του εμπορεύματος δηλαδή που παράγεται αποκλειστικά με βάση τον πρωτογενή συντελεστή εργασία, είναι ίση με τον προκαταβαλλόμενο μισθό που πληρώθηκε για την παραγωγή του –όπου ο προκαταβαλλόμενος αυτός μισθός εκφράζεται στο γινόμενο $\mathbf{wl_f}$ και όπου $\mathbf{l_f}$ η άμεση εργασία που εισέρχεται στην παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος **f**- συν το κέρδος, το οποίο αποκομίζουν οι καπιταλιστές του τομέα παραγωγής του εν λόγω εμπορεύματος με το πέρας της περιόδου παραγωγής του. Το τελευταίο νοείται ως τόκος επι των προκαταβαλλόμενων μισθών. Υποθέτουμε επίσης ότι η παραγωγική περίοδος είναι μοναδιαία, πχ. ένας χρόνος, και ότι τα κέρδη υπολογίζονται στη βάση του ποσοστού κέρδους (νοούμενου ως επιτοκίου) **r** –τα κέρδη αυτά δηλώνονται προφανώς από το γινόμενο $\mathbf{wl_f r}$. Επίσης, η τιμή του χαμηλότερης «τάξης» «ανώτερου αγαθού» **g** προσδιορίζεται από την παράσταση,

$$\mathbf{p_g} = \mathbf{p_f}(1+\mathbf{r})\mathbf{a_{fg}} + \mathbf{wl}(1+\mathbf{r}) = \{\mathbf{wl_f}\mathbf{a_{fg}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wl_g}(1+\mathbf{r})\}.$$

Η τιμή του εμπορεύματος **g** προκύπτει από τα ακόλουθα δύο αθροίσματα: πρώτον, από την τιμή της ποσότητας του εμπορεύματος **f** που εισέρχεται στη παραγωγή του εμπορεύματος g

---

[1] Η ισοδυναμία αυτή προκύπτει στη βάση του ότι για $\mathbf{r} < \frac{1-\lambda_\mathbf{m}^\mathbf{A}}{\lambda_\mathbf{m}^\mathbf{A}}$ ισχύει

$$\mathbf{p} = \mathbf{wL}[\mathbf{I} + (1+\mathbf{r})\mathbf{A} + \ldots + (1+\mathbf{r})^\infty \mathbf{A}^\infty],$$

καθώς και στο ότι για μια αυστηρώς πχη άνω τριγωνική μήτρα **A** ισχύει $\mathbf{A^n} = 0$

κατά την μοναδιαίας διάρκειας περίοδο παραγωγής του, ήτοι από το γινόμενο $\mathbf{p_f a_{fg}}$, συν τα κέρδη που προκύπτουν στο τέλος της περιόδου αυτής από τη νοούμενη ως προκαταβληθέν κεφαλαίο τιμή των μέσων παραγωγής $\mathbf{a_{fg}}$ στη βάση του ποσοστού κέρδους **r**, -ήτοι συν το γινόμενο $\mathbf{rp_f a_{fg}}$,- και δεύτερον, από το μέγεθος των προκαταβαλλόμενων μισθών, με την οποία αμείβεται η ποσότητα του πρωτογενή συντελεστή εργασία που εισέρχεται κατά την έναρξη της παραγωγής του εμπορεύματος **g,** προσαυξημένων με τα κέρδη τα οποία προκύπτουν στο τέλος της παραγωγικής περιόδου του εμπορεύματος αυτού· τα εν λόγω κέρδη υπολογίζονται από το νοούμενο ως προκαταβαλλόμενο σε μισθούς κεφάλαιο $\mathbf{wl_g}$, στη βάση του ποσοστού κέρδους **r**. Η τιμή του εμπορεύματος **g** όμως, όπως φαίνεται από την παραπάνω ισότητα $\mathbf{p_g} = \{\mathbf{wl_f a_{fg}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wl_g}(1+\mathbf{r})\}$, είναι ίση με την τιμή της ποσότητας εργασίας που απαιτείται για την παραγωγή των μέσων παραγωγής $\mathbf{a_{gf}}$ ανατοκισμένης για δύο, μοναδιαίας διάρκειας, περιόδους με επιτόκιο το ποσοστό κέρδους **r** και προσαυξημένης με την τιμή της άμεσης εργασίας που εισήλθε στην παραγωγή του **g** ανατοκισμένης με το ποσοστό κέρδους **r** για μια και μόνο περίοδο. Τέλος, η τιμή του πρώτης τάξης εμπορεύματος **h** προκύπτει με ανάλογο τρόπο όπως η τιμή του εμπορεύματος **g**. Η πλευρά αυτή του συστήματος εξισώσεων αποτελεί και το αναλυτικό πλαίσιο εργασίας στα πλαίσια της «αυστριακής» προσέγγισης. Αν τώρα υποθέταμε ότι δεν έχουμε μόνο δύο τάξεων «ανώτερα αγαθά», αλλά **ρ-1** τάξεις[1], το παραπάνω σύστημα εξισώσεων θα λάβαινε τη μορφή

$$\mathbf{p_f} = \mathbf{wl_f}(1+\mathbf{r})$$

$$\mathbf{P_g}[\mathbf{I_{gg}} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A_{gg}}] = \mathbf{p_f}(1+\mathbf{r})\mathbf{A_{fg}} + \mathbf{wL_g}(1+\mathbf{r}) = \{\mathbf{wl_f A_{fg}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wL_g}(1+\mathbf{r})\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \mathbf{P_g} = \{\mathbf{wl_f A_{gf}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wL_g}(1+\mathbf{r})\}[1-(1+\mathbf{r})\mathbf{A_{gg}}]^{-1}$$
$$\mathbf{P_h} = (1+\mathbf{r})\mathbf{p}_2\mathbf{a_{2h}} + \mathbf{wl_h}(1+\mathbf{r})$$

Για τις παραστάσεις αυτές ισχύουν τα ακόλουθα: Το **f** είναι τάξης **ρ-1**. Το διάνυσμα $\mathbf{P_g}$ είναι ένα διάνυσμα της μορφής $\mathbf{P_g} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{\rho-2} \\ \mathbf{p}_{\rho-3} \\ \mathrm{M} \\ \mathbf{p}_2 \end{bmatrix}$. Κάθε στοιχείο του διανύσματος αυτού δηλώνει την τιμή του ανώτερου εμπορεύματος τάξης **ρ-ι**, με **ι**>1. Η μήτρα $\mathbf{A_{gg}}$ είναι μια αυστηρώς άνω τριγωνική **ρ-3**x**ρ-3** μήτρα, με όλα τα στοιχεία της μηδενικά εκτός από τα στοιχεία αυτά που βρίσκονται άνω της πρωτεύουσας διαγωνίου. Αν υποθέσουμε μια συνάρτηση **f**(ρ-κ) που ικανοποιεί τις συνθήκες, **f**(ρ-2)=1, **f**(ρ-3)=2,..,**f**(2)=ρ-3, τότε κάθε στοιχείο της μήτρας $\mathbf{A_{gg}}$ μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει την μορφή $\mathbf{a}_{\mathbf{f}(\rho-\kappa),\mathbf{f}(\rho-\tau)}$, με **κ=**2,3,..ρ-2 και **τ**=2, 3,…,ρ-2. Είναι σαφές, ότι κάθε τέτοιο $\mathbf{a}_{\mathbf{f}(\rho-\kappa),\mathbf{f}(\rho-\tau)}$ στοιχείο δηλώνει πόσο από το εμπόρευμα ρ-κ εισέρχεται στην παραγωγή του εμπορεύματος ρ-τ. Στη βάση αυτής της κατανόησης, για **κ≥τ** έπεται $\mathbf{a}_{\mathbf{f}(\rho-\kappa),\mathbf{f}(\rho-\tau)}=0$, ενώ για **κ<τ**, έπεται $\mathbf{a}_{\mathbf{f}(\rho-\kappa),\mathbf{f}(\rho-\tau)}\geq 0$. Το $\mathbf{A_{fg}}$ αναπαριστά ένα διάνυσμα γραμμή διάστασης **1**x**ρ-3** με όλα τα στοιχεία του μηδενικά εκτός από το πρώτο, για το οποίο ισχύει ό,τι ίσχυε για το $\mathbf{a_{gf}}$ του αμέσως προηγούμενου

[1] Θα μπορούσαμε περαιτέρω να υποθέσουμε ότι κάθε τάξη αφορά όχι ένα αλλά **n** εμπορεύματα.

συστήματος εξισώσεων. Το διάνυσμα $\mathbf{L_g}$ είναι ένα διάνυσμα της μορφής $\mathbf{L_g} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_{\rho-2} \\ \mathbf{l}_{\rho-3} \\ \vdots \\ \mathbf{l}_2 \end{bmatrix}$. Κάθε $\mathbf{l}_{\rho-\kappa}$ στοιχείο του διανύσματος αυτού εκφράζει τις εισροές σε άμεση εργασία, οι οποίες είναι απαραίτητες για την παραγωγή μιας μονάδας του ανώτερου εμπορεύματος **ρ-κ**, με **κ**>1. Στα πλαίσια της «αυστριακής» προσέγγισης το τελευταίο σύστημα εξισώσεων θα έπαιρνε την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{p_f} = \mathbf{wl_f}(1+\mathbf{r})$$

$$\mathbf{P_g}[\mathbf{I_{gg}} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A_{gg}}] = \mathbf{p_f}(1+\mathbf{r})\mathbf{A_{fg}} + \mathbf{wL_g}(1+\mathbf{r}) = \{\mathbf{wl_f}\mathbf{A_{fg}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wL_g}(1+\mathbf{r})\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \mathbf{P_g} = \{\mathbf{wl_f}\mathbf{A_{fg}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wL_g}(1+\mathbf{r})\}[1-(1+\mathbf{r})\mathbf{A_{gg}}]^{-1} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \mathbf{P_g} = \{\mathbf{wl_f}\mathbf{A_{fg}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wL_g}(1+\mathbf{r})\}[\mathbf{I_{gg}} + (1+\mathbf{r})\mathbf{A_{gg}} + ... + (1+\mathbf{r})^{\rho-2}\mathbf{A}^{\rho-2}]$$

$$\mathbf{p_h} = (1+\mathbf{r})\mathbf{p}_2\mathbf{a_{2h}} + \mathbf{wl_h}(1+\mathbf{r}) \Rightarrow \mathbf{p_h} = (1+\mathbf{r})\mathbf{P_g}\mathbf{A_{gh}}\mathbf{s}_{\rho-2} + \mathbf{wl_h}(1+\mathbf{r})$$
$$\Rightarrow \mathbf{p_h} = (1+\mathbf{r})\ \{\mathbf{wl_f}\mathbf{A_{gf}}(1+\mathbf{r})^2 + \mathbf{wL_g}(1+\mathbf{r})\}[\mathbf{I_{gg}} + (1+\mathbf{r})\mathbf{A_{gg}} + ... + (1+\mathbf{r})^{\rho-2}\mathbf{A}^{\rho-2}]\ \mathbf{A_{gh}}\mathbf{s}_{\rho-2}$$
$$+ \mathbf{wl_h}(1+\mathbf{r})$$

Από τα τελευταία, γίνεται σαφές ότι στα «αυστριακά» υποδείγματα τιμών ισχύει ό,τι ισχύει για τα συστήματα των τιμών στα πλαίσια των γραμμικών συστημάτων απλής παραγωγής, όταν η μήτρα **A** μιας δεδομένης τεχνικής [**A,L**] είναι μια αυστηρώς άνω τριγωνική μήτρα[1].

* * *

Έχοντας ως το σημείο αυτό αναλύσει την έννοια και τις ιδιότητες των γραμμικών συστημάτων απλής παραγωγής -και έχοντας αφήσει εκτός ανάλυσης την έννοια της εξίσωσης τυποποίησης, για την οποία η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία ισχυρίζεται πως απλά και μόνο προσδιορίζει το ύψος των απόλυτων τιμών, χωρίς να επιδρά στις σχετικές τιμές –θα αναφέρουμε τα ακόλουθα λόγια του Pasinetti, τα οποία μας εισάγουν σε ένα ουσιαστικό στοιχείο διαφοροποίησης της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας σε σχέση με τη νεοκλασική:

> «Σε ένα θεωρητικό σχήμα παραγωγής αγαθών μέσω αγαθών, όλα τα αγαθά είναι παραγόμενα, δηλαδή σε επάρκεια. Συνεπώς οι τιμές τους δεν είναι δυνατό να αντιπροσωπεύουν την σχετική τους ανεπάρκεια....Στο παραδοσιακό πλαίσιο κάθε αγαθό σε επάρκεια είναι ελεύθερο αγαθό και έχει μηδενική τιμή. Στο παραγωγικό πλαίσιο όμως, όλα τα αγαθά βρίσκονται σε επάρκεια και , παρόλα αυτά , έχουν θετικές τιμές (όχι μηδενικές). Τα αγαθά σε επάρκεια δεν είναι το ίδιο με τα ελευθέρα αγαθά....Όλες οι τιμές αποδεικνύεται ότι περιορίζονται τελικά σε χρονολογημένες ποσότητες εργασίας.Τουλάχιστον για κλάδους με ένα προϊόν, δεν μπορεί να υπάρχει οποιαδήποτε αμφιβολία επ' αυτού. Οι τιμές παραγωγής είναι φυσικές ποσότητες εργασίας, σταθμισμένες με το ανατοκισμένο ποσοστό κέρδους ανάλογα με το χρόνο απασχόλησής τους.»[Δες Pasinetti (1991), σελ.206]

[1] Για την ανάλυση της ισοδυναμίας των γραμμικών συστημάτων απλής παραγωγής με τα «αυστριακά» μοντέλα, δες στα άρθρα Μαριόλης (1996α) (1996β), στη βάση των οποίων στηρίχθηκαν και τα παραπάνω σχόλια .

Σύμφωνα με τα λόγια αυτά του Pasinetti, επειδή στα πλαίσια της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας τα εμπορεύματα βρίσκονται σε επάρκεια, σε αντίθεση με ό,τι ισχύει στη νεοκλασική θεωρία, οι τιμές τους δεν είναι έκφραση της σχετικής τους ανεπάρκειας. Αυτό, επισημαίνει ο Pasinetti, υποδηλώνει ότι στα πλαίσια της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας δεν μπορούν να υπάρξουν «ελεύθερα αγαθά», τουλάχιστον όπως αυτά εισάγονται στα πλαίσια της νεοκλασικής θεωρίας. Στην νεοκλασική θεωρία «ελεύθερα αγαθά» είναι τα αγαθά εκείνα τα οποία βρίσκονται σε επάρκεια. Ακριβώς όμως λόγω του ότι βρίσκονται σε επάρκεια, η τιμή τους, η οποια εκφράζει την σχετική τους ανεπάρκεια, είναι μηδενική. Περαιτέρω, εξηγεί ότι οι τιμές που προσδιορίζονται από τη σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία στα πλαίσια της απλής παραγωγής είναι ίσες με τις «φυσικές ποσότητες εργασίας [που εισήλθαν στην παραγωγή των εμπορευμάτων] σταθμισμένες με το ανατοκισμένο ποσοστό κέρδους ανάλογα με τον χρόνο απασχόλησής τους.»

Ύστερα από την ανάλυση αυτή και αφού έχουμε ολοκληρώσει την πραγμάτευση για τον πυρήνα του αναλυτικού πλαισίου της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, θα προχωρήσουμε στην ανάλυση των γραμμικών συστημάτων παραγωγής στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής. Να πούμε μόνο ότι η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία είναι σαφής μόνο στα πλαίσια της απλής παραγωγής. Στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής η θεωρία αυτή εισάγει περαιτέρω υποθέσεις, κι αυτό, για να διατηρήσει τα συμπεράσματα τα οποία έχει εξάγει στα πλαίσια της απλής παραγωγής. Η ανάλυση της απλής παραγωγής, την οποία διεξάγαμε ως το σημείο αυτό, τίθεται στα πλαίσια της λογικής αυτής, επειδή δηλ. η «σύγχρονη νεορικαδιανή» θεωρία κατανοείται με σαφήνεια μόνο στα πλαίσια της απλής παραγωγής και επειδή στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής επιχειρείται απλώς η διατήρηση των συμπερασμάτων της απλής παραγωγής. Δείχνοντας τα τρωτά σημεία της στην απλή παραγωγή, μπορούμε, στην συνέχεια, αυτά τα τρωτά σημεία να τα γενικεύσουμε και στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής.

Ι.3 Σχετικά με τα γραμμικά συστήματα σύνθετης παραγωγής

Τώρα, μετά από την ανάλυση της απλής παραγωγής, θα προχωρήσουμε στην ανάλυση της σύνθετης παραγωγής. Ο τρόπος προσέγγισης που θα ακολουθήσει θα έχει την ίδια μορφή με την προσέγγιση που ακολουθήθηκε κατά την ανάπτυξη της απλής παραγωγής. Αρχικά θα αναλύσουμε τα γραμμικά συστήματα σύνθετης παραγωγής από την πλευρά των φυσικών ποσοτήτων και στη συνέχεια θα εστιάσουμε την προσοχή μας στα γραμμικά συστήματα παραγωγής από την πλευρά των τιμιακών μεγεθών.

Όπως ήδη έχουμε αναλύσει, η έννοια του συστήματος παραγωγής στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής είναι μια παράσταση της μορφής [**A,L,B,X**], όπου **A, B** η **nxm** μήτρα των εισροών και η **nxm** μήτρα των εκροών αντίστοιχα, και όπου **L,X** το **1xm** διάνυσμα των εισροών σε άμεση εργασία και το **mx1** διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας των χρησιμοποιούμενων, από το εν λόγω σύστημα παραγωγής, διαδικασιών παραγωγής αντίστοιχα. Περαιτέρω, ως τεχνική ορίζουμε το σύνολο των συστημάτων παραγωγής τα οποία αντιστοιχούν σε μια παράσταση τη μορφής [**A,L,B**], όπου για τα **A,B,L** ισχύει ό,τι ειπώθηκε στην έννοια του συστήματος παραγωγής.

Η έννοια της τεχνικής ως μια παράσταση της μορφής [**A, B, L**] αποτελεί το συνήθη ορισμό της. Για παράδειγμα, ο Schelfod ορίζει ως αναλυτικό πλαίσιο εργασίας ένα τετράγωνο σύνολο διαδικασιών παραγωγής της μορφής [**A, B, L**], για το οποίο ισχύει det[**B-A**]$\neq 0$ και το οποίο έχει τη δυνατότητα να αναπαραστήσει μια οικονομία με πλεόνασμα[1]. Είναι σαφές ότι ένα τέτοιο σύνολο διαδικασιών αποτελεί, τόσο σύμφωνα με τους όρους της παρούσας εργασίας όσο και με τους συνήθεις όρους, μια παραγωγική τεχνική. Περαιτέρω, ο Schelfod εισάγει το πλαίσιο εργασίας του αυτό αναφερόμενος στο μοντέλο του Sraffa και αφού προηγουμένως έχει παρατηρήσει πως το πλαίσιο ανάλυσης του Sraffa αφορά ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής, το οποίο για δεδομένο ποσοστό κέρδους είναι σε θέση να προσδιορίσει θετικές τιμές παραγωγής[2]. Ωστόσο, το πλαίσιο ανάλυσης του Sraffa αφορά ένα συγκεκριμένο σύστημα παραγωγής, όχι απλώς ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής. Άρα και από αυτή την πλευρά το σύστημα διαδικασιών του Schelfod είναι μια τεχνική και αφορά ένα σραφαϊκό σύστημα παραγωγής ειδωμένο από την πλευρά των διαδικασιών παραγωγής. Ένας άλλος τώρα ορισμός είναι αυτός των Kurz/Salvadori. Αυτοί ορίζουν την έννοια της τεχνικής και του συστήματος παραγωγής στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής ως εξής: «Let the nonnegative vector $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^{\mathbf{n}}$ define requirements for use, and let $(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i, \mathbf{l}_i)$, i =1,2,...,s, be s processes, $1 \leq$ s $\leq$ n. Then the triplet (**A,B,l**), where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{a}_2^{\mathbf{T}} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_s^{\mathbf{T}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{b}_2^{\mathbf{T}} \\ \vdots \\ \mathbf{b}_s^{\mathbf{T}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_s \end{bmatrix}$$

will be called a technique (or a system of production) if each semipositive vector **x** such that

---

1 Schefold 1989 σελ.49-52.

2 Schefold 1989 σελ.49.

$$\mathbf{x}^{\mathrm{T}}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]=\mathbf{d}^{\mathrm{T}}$$

is actually positive and there is at least one such vector.» [Δες Kurz/Salvadori (1995) σελ.226]. Και στην περίπτωση αυτή η τεχνική ορίζεται ως μια παράσταση της μορφής [**A,B,L**].

Όσο αφορά τώρα την έννοια της τεχνικής ως συνόλου συστημάτων παραγωγής, η έννοια αυτή εισάγεται ρητά και στη σύνθετη παραγωγή μόνο από τον Σταμάτη. Στο Σταμάτης (1998) σελ.189-192 η έννοια της τεχνικής ορίζεται ως εξής: Εν πρώτοις, δηλώνεται ότι μια τεχνική είναι μια παράσταση της μορφής [**A,B,L**] και ότι την τεχνική αυτή την χρησιμοποιούν άπειρα συστήματα παραγωγής. Στη συνέχεια, παρατηρείται ότι μια πρώτη διαφοροποίηση των συστημάτων παραγωγής, που χρησιμοποιούν την τεχνική αυτή, είναι η διαφοροποίησή τους ως προς το ακαθάριστο προϊόν, έστω **X**, το οποίο παράγουν. Έτσι μια τεχνική [**A,B,L**] είναι ένα άπειρο σύνολο συστημάτων παραγωγής [**A,B,L,X**]. Αν τώρα, εξηγεί ο Σταμάτης, ορίσουμε ένα σύνολο συστημάτων παραγωγής το οποίο χαρακτηρίζεται από το ότι α) τα συστήματα αυτά χρησιμοποιούν την ίδια τεχνική, β)παράγουν ακαθάριστα προϊόντα της ίδιας σύνθεσης, γ)έχουν την μορφή [**A, B, L, <u>X</u>**], όπου **<u>X</u>** ένα εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο διάνυσμα ακαθάριστου προϊόντος, έπεται ότι μια τεχνική [**A,B,L**] είναι ένα σύνολο άπειρων συστημάτων παραγωγής [**A,B,L,<u>X</u>**]. Από αυτά όμως έπεται ότι μια τεχνική [**A,B,L**] είναι μια πιο «αφηρημένη» έννοια, τόσο από ένα σύνολο συστημάτων [**B,A,L,<u>X</u>**], όσο και από ένα σύστημα παραγωγής [**B,A,L,X**]. Σε ένα σύνολο συστημάτων [**A,B,L,<u>X</u>**] εμπεριέχεται ο επιπλέον προσδιορισμός *σύνθεση του ακαθάριστου προϊόντος*, ενώ στο σύστημα [**A,B,L,X**] ο επιπλέον προσδιορισμός *ύψος του ακαθάριστου προϊόντος*[1]. Τα συστήματα παραγωγής περαιτέρω διακρίνονται ακόμα περισσότερο αν δοθούν και άλλοι επιπρόσθετοι προσδιορισμοί. Στη βάση της ανάλυσης αυτής ο Σταμάτης προχωρά στους προσδιορισμούς που χαρακτηρίζουν τα οιονεί πρότυπα συστήματα του Bidard, τα πρότυπα συστήματα του Sraffa, τις corn economies και τα πρότυπα συστήματα του Charassof -τα συστήματα χρησιμοποιούνται και στην παρούσα εργασία. Αν σε κάθε σύνολο συστημάτων παραγωγής [**A,B,L,<u>X</u>**] , οριστεί ο περαιτέρω προσδιορισμός ότι τα μέσα παραγωγής αυτών των συστημάτων παραγωγής έχουν την ίδια σύνθεση με το υπερπροϊόν τους, τότε ορίζονται σύνολα *οιονεί πρότυπων συστημάτων του Bidard* τα οποία χρησιμοποιούν την ίδια τεχνική και παράγουν ακαθάριστα προϊόντα της ίδιας σύνθεσης[2]. Αν επιπροσθέτως δοθεί ο περαιτέρω προσδιορισμός ότι στα συστήματα αυτά το διάνυσμα του πραγματικού ωρομισθίου είναι θετικό και της αυτής σύνθεσης, τότε ορίζονται σύνολα οιονεί πρότυπων συστημάτων του Bidard τα οποία χρησιμοποιούν την ίδια τεχνική, παράγουν προϊόντα της ίδιας σύνθεσης και πληρώνουν πραγματικά ωρομίσθια της αυτής σύνθεσης[3]. Επίσης, αν σε ένα ή περισσότερα σύνολα συστημάτων παραγωγής [**A,B,L,<u>X</u>**] υποτεθεί ότι το καθαρό προϊόν και τα μέσα παραγωγής είναι της ίδιας σύνθεσης, τότε ορίζεται ένα ή περισσότερα σύνολα *πρότυπων σραφαϊκών συστημάτων* τα οποία χρησιμοποιούν την ίδια τεχνική και παράγουν καθαρά και ακαθάριστα προϊόντα της ίδιας σύνθεσης[4]. Αν τώρα σε αυτά τα πρότυπα σραφαϊκά συστήματα υποτεθεί ότι το πραγματικό ωρομίσθιο είναι της ίδιας σύνθεσης με το καθαρό προϊόν, τότε ορίζονται σύνολα *corn economies* που χρησιμοποιούν την ίδια τεχνική και παράγουν καθαρά προϊόντα της αυτής σύνθεσης[5]. Αν τέλος σε ένα σύνολο συστημάτων παραγωγής [***A,B,L,<u>X</u>***], τεθεί ο περαιτέρω προσδιορισμός ότι η σύνθεση του υπερπροϊόντος

[1] Σταμάτης (1998) σελ.190.
[2] Σταμάτης (1998) σελ.191
[3] Σταμάτης (1998) σελ.191
[4] Σταμάτης (1998) σελ.192
[5] Σταμάτης (1998) σελ.192

των μέσων παραγωγής και των πραγματικών μισθών είναι η ίδια, τότε ορίζονται σύνολα *πρότυπων συστημάτων του Charasoff* τα οποία χρησιμοποιούν την ίδια τεχνική[1].

Τα γραμμικά συστήματα σύνθετης παραγωγής, αναφορικά με τις έννοιες του συστήματος παραγωγής και της τεχνικής παραγωγής, διαφέρουν από αυτά της απλης παραγωγής κυρίως σε δύο σημεία. Πρώτον, οι διαδικασίες παραγωγής των συστημάτων και των τεχνικών σύνθετης παραγωγής παράγουν και περισσότερα του ενός εμπορεύματα και δεύτερον, τα συστήματα (και οι τεχνικές σύνθετης) παραγωγής δεν είναι αναγκαστικά τετράγωνα(ες). Το μη τετράγωνο των γραμμικών συστημάτων σύνθετης παραγωγής διατυπώνεται ρητά στον ορισμό τον οποίο δίνουν οι Kurz/Salvadori· στον παραπάνω ορισμό διατυπώνουν την υπόθεση ότι ο αριθμός των διαδικασιών παραγωγής μπορεί να είναι μικρότερος ή ίσος από ό,τι ο αριθμός των παραγομένων εμπορευμάτων. Ωστόσο, επειδή η περίπτωση των μη τετράγωνων τεχνικών παρουσιάζει προβλήματα στον προσδιορισμό των τιμών, τα οποία η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία συνήθως τα παρακάμπτει με την ανακήρυξη ορισμένων εμπορευμάτων σε «ελεύθερα αγαθά», θα περιοριστούμε κυρίως στην διερεύνηση των τετράγωνων γραμμικών συστημάτων σύνθετης παραγωγής· για την υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» θα επανέλθουμε σε άλλο σημείο και αφού αναλύσουμε τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες των τετράγωνων γραμμικών συστημάτων σύνθετης παραγωγής.

Να τονίσουμε ότι ο περιορισμός στις τετράγωνες τεχνικές και στα συστήματα σύνθετης παραγωγής ξεκινάει από τον Sraffa και ακολουθείται και από σύγχρονους οικονομολόγους όπως ο Schefold[2] · η προσέγγιση της έννοιας των γραμμικών συστημάτων του Schefold, που δόθηκε παραπάνω, εκφράζει ακριβώς το τετράγωνο του πλαισίου ανάλυσης του συγγραφέα αυτού. Τα τετράγωνα γραμμικά συστήματα σύνθετης παραγωγής αναλύονται επίσης και από τον Σταμάτη, η ανάλυση δε της σύνθετης παραγωγής η οποία θα ακολουθήσει στηρίζεται στο Σταμάτης (1996 β) σελ.151-203. Πριν αρχίσουμε την ανάλυση του πλαισίου της σύνθετης παραγωγής και για να μην επαναλάβουμε όσα αναπτύξαμε στα πλαίσια της απλής παραγωγής, πρέπει να τονίσουμε ότι οι παραπάνω ορισμοί των Kurz/Salvadori και Schefold ταυτίζουν την έννοια της τεχνικής παραγωγής με την έννοια της παραγωγικής (ή εν μέρει παραγωγικής) τεχνικής, κάτι το οποίο είναι εσφαλμένο. Επίσης ο ορισμός των Kurz/Salvadori ταυτίζει την έννοια του συστήματος παραγωγής με την έννοια του συστήματος παραγωγής, κάτι το οποίο και αυτό είναι εσφαλμένο.

* * *

Ένα σύστημα παραγωγής [**A,B,L,X**] είναι βιώσιμο όταν παράγει ένα θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν παράγοντας αντίστοιχα ένα θετικό ή ημιθετικό ακάθαριστο προϊόν, ήτοι όταν $\exists \mathbf{X} \geq 0,\ \mathbf{BX} \geq 0 \ \rightarrow [\mathbf{B}-\mathbf{A}]\mathbf{X} \geq 0$

Μια τεχνική σύνθετης παραγωγής οριζόμενη ως ένα σύνολο συστημάτων παραγωγής το οποίο περικλείει και βιώσιμα συστήματα παραγωγής διαφέρει από την αντίστοιχη έννοια της παραγωγικής τεχνικής απλής παραγωγής. Μια τεχνική σύνθετης παραγωγής, καίτοι μπορεί να είναι σε θέση να αναπαραστήσει κάποιο βιώσιμο σύστημα παραγωγής, ενδέχεται να μην είναι σε θέση να παράγει όλα τα πιθανά δεδομένα θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα παράγοντας αντίστοιχα θετικά ή ημιθετικά ακαθάριστα προϊόντα. Η έννοια συνεπώς των οικονομικά σημαντικών τεχνικών παραγωγής στα πλαίσια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής

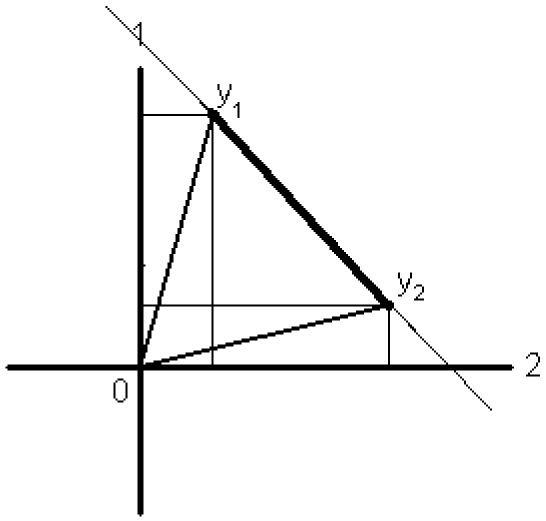
[1] Σταμάτης (1998) σελ.192.
[2] Δες Schefold (1989) σελ.43, Bidard (1997) σελ.685-686, Salvadori/Steedman (1988) σελ.167-168,171.

διαφέρει από την αντίστοιχη των τεχνικών απλής παραγωγής. Για να γίνει το ζήτημα αυτό πιο κατανοητό, υποθέτουμε την τετράγωνη τεχνική [**A**,**L**,**B**] για την οποία ισχύει:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}=[1,1]$$

$$[\mathbf{B}-\mathbf{A}]=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-\mathbf{a}_{11} & \mathbf{b}_{12}-\mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{b}_{21}-\mathbf{a}_{21} & \mathbf{b}_{22}-\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{y}_1=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-\mathbf{a}_{11}\\ \mathbf{b}_{21}-\mathbf{a}_{21}\end{bmatrix},\quad \mathbf{y}_2=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{12}-\mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{b}_{22}-\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix}$$

Μια τεχνική σύνθετης παραγωγής, όπως η εν λόγω, μπορεί να χαρακτηρίζεται από τέτοια διανύσματα $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$, ώστε ο γραμμικός συνδυασμός τους πάνω σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων να έχει τη μορφή του Σχήματος 4.



Σχήμα 4. Γραφική αναπαράσταση του γραμμικού συνδυασμού των στηλών της μήτρας [**B-A**] μιας **2x2** τεχνικής σύνθετης παραγωγής που δεν παράγει όλα τα πιθανά δεδομένα θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα.

Ο γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ αναπαριστά τις συνθέσεις όλων των καλαθιών των καθαρών προϊόντων, τα οποία η εν λόγω τεχνική μπορεί να παράγει με την χρήση μια μονάδας εργασίας για μη αρνητικά επίπεδα λειτουργίας των διαδικασιών παραγωγής της. Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα, υπάρχουν άπειρα ως προς τη σύνθεση, θετικά ή ημιθετικά, καλάθια καθαρών προϊόντων, τα οποία η δεδομένη τεχνική δεν μπορεί, με το να χρησιμοποιεί σε θετικά επίπεδα λειτουργίας τις διαδικασίες παραγωγής της, να τα παράγει. Ασφαλώς βέβαια, θα μπορούσαν να υπάρξουν και τεχνικές σύνθετης παραγωγής οι οποίες θα μπορούσαν να παράγουν όλα τα ενδεχόμενα θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα. Ωστόσο η περίπτωση αυτή θα αποτελούσε τμήμα μόνο των τεχνικών σύνθετης παραγωγής και όχι το σύνολο αυτών. Συνεπώς, στη γενική περίπτωση, το ότι μια τεχνική σύνθετης παραγωγής μπορεί να περικλείει και βιώσιμα συστήματα παραγωγής δεν σημαίνει, όπως συνέβαινε στην απλή παραγωγή, ότι μπορεί να παράγει κάθε θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν θέτοντας σε θετικό ή ημιθετικό επίπεδο λειτουργίας καθεμιά από τις διαδικασίες παραγωγής της.

Σύμφωνα με τα όσα έχουμε ήδη πει, μια τεχνική που περιλαμβάνει και βιώσιμα συστήματα παραγωγής είναι οικονομικά σημαντική, μπορεί δηλαδή να αναπαραστήσει μια οικονομία η οποία να αναπαράγεται στη διάρκεια του χρόνου επ' άπειρο και συνεπώς να περιγράψει μια οικονομία η οποία βρίσκεται σε μακροχρόνια κατάσταση ισορροπίας. Έτσι, το ότι μια τεχνική δεν παράγει όλα τα εξωγενώς θετικά ή ημιθετικά καλάθια καθαρών προϊόντων, αλλά ορισμένα μόνο από αυτά, σημαίνει ότι η τεχνική αυτή παρουσιάζει ενδιαφέρον από οικονομική σκοπιά και συνεπώς την κατατάσσει στις οικονομικά σημαντικές τεχνικές σύνθετης παραγωγής.

Στη συνέχεια, ως τεχνική σύνθετης παραγωγής θα ορίζουμε, εκτός αν δηλώσουμε διαφορετικά κάτι άλλο, μια παράσταση της μορφής [**A**,**L**,**B**]. Η παράσταση αυτή αναπαριστά ένα σύνολο γραμμικά ανεξάρτητων διαδικασιών παραγωγής, το οποίο όσον αφορά των αριθμό των διαδικασιών παραγωγής είναι ίσο με τον αριθμό των εμπορευμάτων τα οποία περιλαμβάνονται στις διαδικασίες αυτές. Περαιτέρω, σε καθεμιά από τις εν λόγω διαδικασίες η εισροή σε άμεση εργασία είναι ίση με τη μονάδα. Το σύνολο δε αυτό ή είναι παραγωγικό, είναι δηλαδή σε θέση να παράγει κάθε θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν παράγοντας αντίστοιχα ένα θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν, ή είναι εν μέρει παραγωγικό, είναι δηλαδή σε θέση να παράγει ορισμένα μόνο θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα, ή τέλος είναι μη παραγωγικό, ήτοι δεν είναι σε θέση να παράγει κανένα θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν.

Ένα επιπρόσθετο χαρακτηριστικό των τεχνικών σύνθετης παραγωγής είναι ότι παύει να ισχύει η έννοια των βασικών και των μη βασικών εμπορευμάτων όπως αυτή εκφραζόταν στα πλαίσια των τεχνικών απλής παραγωγής. Στην απλή παραγωγή είδαμε ότι το αν ένα εμπόρευμα είναι ή δεν είναι βασικό, το αν εισέρχεται ή όχι στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων μιας δεδομένης τεχνικής, διαπιστώνεται από την μορφή της μήτρας των εισροών **A** της υπο θεώρηση δεδομένης τεχνικής απλής παραγωγής. Έτσι, είδαμε, ότι μια τεχνική απλής παραγωγής που χαρακτηρίζεται από μια μη διασπώμενη μήτρα εκροών **A** αφορά την παραγωγή μόνο βασικών εμπορευμάτων, ενώ όταν είναι διασπώμενη αφορά και την παραγωγή και μη βασικών εμπορευμάτων. Το χαρακτηριστικό αυτό της απλής παραγωγής στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής παύει να υφίσταται. Αν, για παράδειγμα, μια τεχνική σύνθετης παραγωγής [**A**,**L**,**B**] είναι της μορφής

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12}\\ 0 & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ 0 & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\ \mathbf{L}_2]$$

τότε η τεχνική αυτή παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα, ανεξαρτήτως του ότι η μήτρα **A** είναι διασπώμενη. Παράγει δε μόνο βασικά εμπορεύματα, γιατί ενώ στη διαδικασία **1** το εμπόρευμα 1 παράγεται μόνο με μια ποσότητα $\mathbf{a}_{11}$ του ιδίου αυτού εμπορεύματος και με μια ποσότητα εργασίας μεγέθους $\mathbf{L}_1$, στη διαδικασία **2** το εμπόρευμα 1 παράγεται με τη χρησιμοποίηση αφενός της ποσότητας εργασίας $\mathbf{L}_2$ και αφετέρου με τη χρήση τόσο του εμπορεύματος 1, στην ποσότητα $\mathbf{a}_{12}$, όσο και με τη χρήση, στην ποσότητα $\mathbf{a}_{22}$, του εμπορεύματος 2.

Η ανάλυση αυτή σημαίνει ότι αφενός η παραγωγή κάθε εμπορεύματος απαιτεί αυτό το ίδιο το εμπόρευμα ως μέσο παραγωγής, αφετέρου ότι δεν υπάρχει διαδικασία παραγωγής, η οποία να χρησιμοποιεί ως μέσα παραγωγής εμπορεύματα πέρα απο αυτά που παράγει η ίδια. Τα χαρακτηριστικά όμως αυτά είναι τα χαρακτηριστικά με βάση τα οποία ορίζεται ή έννοια του βασικού εμπορεύματος και το αν μια διαδικασία, ή ενα σύνολο διαδικασιών παραγωγής, αφορά την παραγωγή μόνο βασικών εμπορευμάτων. Όπως ήδη έχουμε πει, ένα εμπόρευμα είναι βασικό αν αυτό απαιτείται άμεσα ή έμμεσα ως εισροή στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων μιας δεδομένης τεχνικής, ενώ ένα εμπόρευμα είναι μη βασικό όταν αυτό δεν χρησιμοποιείται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων μιας τεχνικής. Παράλληλα, είδαμε ότι, όταν μια διαδικασία ή ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής μιας δεδομένης τεχνικής αφορά την παραγωγή μόνο βασικών εμπορευμάτων, τότε η διαδικασία αυτή ή αυτό το σύνολο των διαδικασιών ορίζουν το βασικό τομέα ή υποσύστημα της εν λόγω τεχνικής, οι διαδικασίες που παράγουν και χρησιμοποιούν και μη βασικά εμπορεύματα ορίζουν το μη βασικό τομέα ή αλλιώς το μη βασικό υποσύστημα.

Στην εν λόγω τεχνική, παράγονται μόνο δύο εμπορεύματα, το εμπόρευμα 1 και το εμπόρευμα 2, αυτά απαιτούν ως μέσα παραγωγής τόσο το εμπόρευμα 1 όσο και το εμπόρευμα 2, συνεπώς είναι βασικά. Περαιτέρω, επειδή η εν λόγω τεχνική αποτελείται μόνο από τις διαδικασίες **1** και **2,** οι εισροές και οι εκροές των οποίων αποτελούνται μόνο από τα εν λόγω βασικά εμπορεύματα, έπεται ότι οι διαδικασίες αυτές και άρα και η εν λόγω τεχνική αφορά την παραγωγή μόνο βασικών εμπορευμάτων[1]. Έτσι, το ότι η μήτρα **A** είναι διασπώμενη δεν σημαίνει ότι η εν λόγω τεχνική παράγει και μη βασικά εμπορεύματα, αντιθέτως, καίτοι η μήτρα **A** είναι διασπώμενη, η τεχνική [**A,L, B**] παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα.

* * *

Στην συνέχεια και αφού έχουμε θέσει το ζήτημα της διαφοροποίησης των τεχνικών σύνθετης και των τεχνικών απλής παραγωγής αναφορικά με την έννοια των βασικών και μη βασικών εμπορευμάτων, θα προχωρήσουμε στην περαιτέρω ανάπτυξη της έννοιας των βασικών και μη βασικών εμπορευμάτων στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής. Η ανάπτυξη αυτή, όπως και η αντίστοιχη ανάπτυξη στα πλαίσια των τεχνικών απλής παραγωγής, θα αποτελέσει την βάση για την κατάδειξη του ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν μπορεί να υπάρξει η έννοια του ενιαίου-γενικού ποσοστού κέρδους ενός δεδομένου

[1] Στη εν λόγω τεχνική βέβαια είναι σαφές ότι το εμπόρευμα 2 δεν εισέρχεται στα μέσα παραγωγής της διαδικασίας 1 και συνεπώς στην παραγωγή του εμπορεύματος 1 όταν αυτό παράγεται από την διαδικασία 1. Ωστόσο, το εμπόρευμα 1 το θεωρούμε βασικό, γιατί το εμπόρευμα 1 παράγεται τόσο στην διαδικασία 1 όσο και στην διαδικασία 2. Στη διαδικασία 2 όμως χρησιμοποιεί ως εισροές και το εμπόρευμα 2. Δεδομένου τώρα ότι, όταν αναφερόμαστε στο εμπορεύμα 1 της εν λόγω τεχνικής δεν κάνουμε καμία διακριση αναφορικά με την διαδικασία στην οποία παρήχθηκε, αλλά θεωρούμε τόσο το εμπόρευμα 1 της διαδιακασίας 1 όσο και το εμπόρευμα 1 της διαδικασίας 2 ως ομοιογενή εμπορεύματα, έπεται ότι για να παραχθεί το εμπόρευμα 1 χρήσιμοποιούνται ως μέσα παραγωγής και ποσότητες του εμπορεύματος 2. Περαιτέρω, στα πλαίσια της εν λόγω τεχνικής, το εμπόρευμα 2 πρέπει να θεωρηθεί ως βασικό, γιατι ως τεχνική ορίζουμε το σύνολο των συστημάτων παραγωγής που μπορούν να παραχθούν διαμέσου της εν λόγω τεχνικής και όχι μόνο ορισμένα συστήματα, τα οποία εκφράζει η τεχνική αυτή. Αυτό σημαίνει περαιτέρω ότι για το σύνολο των συστηματων παραγωγής της εν λόγω τεχνικής που παράγουν και το εμπόρευμα 2 η θεώρηση του εμπορεύματος 2 ως μη βασικού θα ήταν ρευστή -το εμπόρευμα 2 εισέρχεται και στην παραγωγή του βασικού εμπορεύματος 1, ως εκ τούτου αποτελεί βασικό εμπόρευμα.

συστήματος παραγωγής. Το συμπέρασμα αυτό θα το αναπτύξουμε σε άλλο σημείο και αποτελεί θεμελιώδες ζήτημα της παρούσας εργασίας.

Εν πρώτοις, πρέπει να παρατηρήσουμε ότι μια παραγωγική ή εν μέρει παραγωγική τεχνική σύνθετης παραγωγής, της μορφής [**A,L,B**], είναι διασπώμενη όχι όταν απλώς η μήτρα **A** είναι διασπώμενη, αλλά όταν διασπώμενη είναι και η μήτρα (**A+B**) [1],[2]. Έτσι, η τεχνική [**A,L,B**] της μορφής

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12}\\ 0 & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ 0 & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{L}=[1,1]$$

-την οποία δώσαμε παραπάνω- είναι μια διασπώμενη τεχνική σύνθετης παραγωγής, η οποία παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Το ότι παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα είναι συνέπεια του ότι κάθε εμπορευμα εισέρχεται στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων και το εξηγήσαμε προηγουμένως. Το ότι η τεχνική αυτή είναι διασπώμενη εκφράζεται στο ότι η μήτρα (**A+B**), που προκύπτει από την δεδομένη αυτή τεχνική, είναι διασπώμενη. Επιπλέον, το ότι η τεχνική αυτή είναι διασπώμενη είναι συνέπεια του ότι η τεχνική αυτή μπορεί να διασπαστεί σε δύο υποσυστήματα, εκ των οποίων το ένα παράγει και χρησιμοποιεί ως μέσο παραγωγής μόνο το εμπόρευμα 1 ενώ το δεύτερο παράγει ως εκροές και χρησιμοποιεί ως εισροές τόσο το εμπόρευμα 1 όσο και το εμπόρευμα 2. Το ένα υποσύστημα αποτελείται μόνο από τη διαδικασία **1,** ενώ το δεύτερο αποτελείται μόνο από τη διαδικασία **2**. Στην τεχνική αυτή ενδέχεται είτε ότι κάθε διαδικασία παραγωγής μπορεί να λειτουργεί ανεξάρτητα από την άλλη είτε ότι η διαδικασία **1** να μπορεί να λειτουργεί ανεξάρτητα από τη διαδικασία **2.** Εδώ αποκλείουμε την περίπτωση η διαδικασία **2** να μπορεί να λειτουργήσει ανεξάρτητα από τη διαδικασία **1** και ταυτόχρονα η διαδικασία **1** να μην μπορεί να λειτουργήσει ανεξάρτητα από τη διαδικασία **2.** Αν δεν προβαίναμε στο αποκλεισμό αυτό, τότε η διαδικασία **1** δεν θα ήταν μια διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 1, αλλά μια διαδικασία καταστροφής του εμπορεύματος αυτού.

Η περίπτωση αυτή μας εισάγει σε μια περαιτέρω έννοια, η οποία αφορά τη σύνθετη παραγωγή και η οποία εισήχθηκε από τον Schefold[3], την έννοια της all-engaging technique. Στην απλή παραγωγή είδαμε ότι, όταν μια τεχνική είναι μη διασπώμενη, τότε παράγει μόνον βασικά εμπορεύματα. Είδαμε επίσης ότι οποιοδήποτε καθαρό προϊόν και να απαιτηθεί για να παραχθεί από μια μη διασπώμενη τεχνική απλής παραγωγής, το αντίστοιχο ακαθάριστο προϊόν θα αποτελείται από όλα τα (βασικά) εμπορεύματα αυτής. Επιπλέον, είδαμε ότι, όταν μια τεχνική απλής παραγωγής είναι διασπώμενη, τότε παράγει και μη βασικά εμπορεύματα. Περαιτέρω, εξηγήσαμε ότι στις περιπτώσεις των διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής τα βασικά εμπορεύματα μπορούν να παραχθούν ανεξαρτήτως του αν παράγονται και τα μη βασικά εμπορεύματα Στην σύνθετη παραγωγή αντιθέτως, το ότι μια τεχνική είναι διασπώμενη δεν σημαίνει απαραιτήτως ότι η τεχνική αυτή δεν είναι σε θέση να παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Η προηγουμένως αναφερόμενη τεχνική σύνθετης παραγωγής, καίτοι είναι διασπώμενη, παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Το διασπώμενο της τεχνικής αυτής έγκειται απλώς στο ότι η παραγωγή του εμπορεύματος 1 δεν απαιτεί απαραιτήτως και την

[1] Δες Σταμάτης (1996ββ) σελ.155, 171.

[2] . Ως διασπώμενη θα ορίζουμε την τεχνική η οποία διασπάται σε δύο τουλάχιστον υποσυστήματα, το ένα εκ των οποίων α)παράγει εμπορεύματα τα οποία χρησιμοποιεί και ως μέσα παραγωγής και β)δεν παράγει εμπορεύματα τα οποία δεν τα χρησιμοποιεί, άμεσα ή έμμεσα, και ως μέσα παραγωγής. Ως εκ τούτου, η μήτρα (A+B) μιας διασπώμενης τεχνικής με κατάλλη αναδιάταξη των γραμμών και των στηλών της μπορεί να γίνει μια άνω τριγωνική μήτρα. Για μια διαφορετική θεώρηση της έννοιας των διασπώμενων τεχνικών στα πλαίσια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής δες Steenge/konijn (1992) σελ.125-128.

[3] Δες Salvadori/Steedman σελ.(1988) σελ.171

παραγωγή του βασικού εμπορεύματος 2, αντιθέτως, υπάρχουν καλαθια του εμπορεύματος 1 τα οποία μπορούν να παραχθούν χωρίς να χρειασθεί να μπει σε λειτουργία και η διαδικασία 2 και συνεπώς να χρειασθεί να παραχθεί και το εμπόρευμα 2[1]. Η εν λόγω τεχνική δεν είναι μια all-engaging τεχνική. Μια τεχνική είναι all-engaging όταν για να παραχθεί ένα οποιοδήποτε καθαρό προϊόν, θετικό ή κυρίως ημιθετικό, απαιτεί τη χρησιμοποίηση όλων των διαδικασιών της δεδομένης τεχνικής. Το τελευταίο δε αυτό έχει ως συνέπεια την παραγωγή ενός ακαθάριστου προϊόντος, το οποίο αποτελείται από όλα τα εμπορεύματα της δεδομένης τεχνικής. Έτσι για παράδειγμα η τεχνική [**A**,**L**,**B**] για την οποία ισχύει[2]

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \mathbf{a}_{23}\\ 0 & \mathbf{a}_{32} & 0\end{bmatrix},\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}0 & 1 & \mathbf{b}_{13}\\ 1 & \mathbf{b}_{22} & 0\\ \mathbf{b}_{31} & 0 & 1\end{bmatrix}\qquad \mathbf{L}=[1,\ 1,\ 1]$$

είναι μια all-engaging τεχνική. Η τεχνική αυτή είναι μια all-engaging τεχνική, γιατί οποιοδήποτε εμπόρευμα και να απαιτηθεί να παραχθεί ως καθαρό προϊόν από αυτή, θα πρέπει να τεθούν σε λειτουργία και οι τρείς διαδικασίες παραγωγής τις οποίες διαθέτει και συνεπώς το αντίστοιχο ακαθάριστο προϊόν, το οποίο θα παραχθεί, θα περιέχει και τα τρία διαφορετικά εμπορεύματα που παράγονται από αυτή.

Στη διεθνή βιβλιογραφία, σε αντίθεση με τις «all-engaging» τεχνικές έχουμε τις «all-productive» τεχνικές. Μια παραγωγική τεχνική καλείται «all productive», όταν, ενώ είναι σε θέση να παράγει κάθε δεδομένο θετικό η ημιθετικό καθαρό προϊόν παράγοντας ένα αντίστοιχο θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο ακαθάριστο προϊόν, ορισμένα καλάθια καθαρών προϊόντων μπορεί να τα παράγει όχι με το να θέτει σε λειτουργία όλες τις διαδικασίες παραγωγής τις οποίες έχει στην διάθεση της, αλλά ορισμένες μόνο από αυτές.

Το επόμενο ζήτημα, το οποίο θα εξετάσουμε, είναι το πότε μια τεχνική περιλαμβάνει και βιώσιμα συστήματα, το πότε δηλαδή μια τεχνική είναι οικονομικά σημαντική. Ειδικότερα, έστω η τετράγωνη τεχνική [**A**,**L**,**B**], η οποία περιλαμβάνει και βιώσιμα συστήματα παραγωγής, υπάρχουν δηλαδή θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα τα οποία η δεδομένη τεχνική τα παράγει παράγοντας αντίστοιχα θετικά ή ημιθετικά ακαθάριστα προϊόντα. Περαιτέρω, για να είναι η τεχνική [**A**,**L**,**B**] παραγωγική, πρέπει να είναι σε θέση να μπορεί να παράγει κάθε δεδομένο θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν παράγοντας ένα αντίστοιχο θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν. Έστω ότι για την δεδομένη αυτή τεχνική [**A**,**L**,**B**] ισχύει περαιτέρω είτε $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}>0$ είτε $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\geq 0$. Στην περίπτωση αυτή έπεται ότι για κάθε θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν **Y**, η δεδομένη τεχνική [**A**,**L**,**B**] παράγει ένα αντίστοιχο θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν, είναι δηλαδή παραγωγική. Στη σύνθετη παραγωγή ισχύει $\mathbf{X}=[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\,\mathbf{Y}$. Για κάθε θετικό ή ημιθετικό **Y**, το γινόμενο $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{Y}$, αν $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}>0$, είναι πάντα θετικό. Αν όμως έχουμε $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\geq 0$, τότε υπάρχουν ημιθετικά

---

[1] Καιτοι βέβαια εδώ φαίνεται ότι το εμπόρευμα 2 καθίσταται μη βασικό εμπόρευμα, πρέπει να τονίσουμε ότι στην εν λόγω τεχνική κατά κανόνα η παραγωγή του εμπορεύματος 1 προϋποθέτει και την παραγωγή του εμπορεύματος 2. Το σύνολο δηλαδή των συστημάτων παραγωγής τα οποία εκφράζει η εν λόγω τεχνική ενέχει και το εμπόρευμα 1 και το εμπόρευμα 2 ως βασικά εμπορεύματα. Με άλλα λόγια, δεν μπορούμε να απομονώσουμε εκείνο το σύστημα παραγωγής που θέτει σε λειτουργία μόνο την διαδικασία 1 και να ανάγουμε το γεγονός, ότι στο σύστημα αυτό το εμπόρευμα 1 δεν χρειάζεται την παραγωγή του εμπορεύματος 2, ως γενική ιδιότητα του συνόλου των συστημάτων της εν λόγω τεχνικής.

[2] Η τεχνική αυτή παρατίθεται στο Schefold (1978α) σελ. 34. Ασφαλώς επίσης οι μη διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής είναι πάντα “all engaging” τεχνικές.

καθαρά προϊόντα **Y** που οδηγούν σε ημιθετικά επίπεδα δραστηριότητας $\mathbf{X}=[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\,\mathbf{Y}$ καθώς και σε ημιθετικά μέγεθη $\mathbf{BX}=\mathbf{B}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{Y}$, όπου **BX** το ακαθάριστο προϊόν που η δεδομένη τεχνική παράγει προκειμένου να παράγει το καθαρό προϊόν μεγέθους **Y.** Με άλλα λόγια, επειδή η σχέση $\mathbf{X}=[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\,\mathbf{Y}$ δηλώνει το επίπεδο δραστηριότητας, στο οποίο πρέπει να τεθεί κάθε διαδικασία παραγωγής της δεδομένης τεχνικής προκειμένου να παραχθεί το καθαρό προϊόν **Y,** έπεται ότι αν ισχύει $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}>0$, τότε η υπό θεώρηση τεχνική είναι «all-engaging», ενώ αν $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\geq 0$, τότε η υπό θεώρηση τεχνική είναι «all-productive»[1].

Σε σχέση τώρα με την έννοια των βασικών και μη βασικών εμπορευμάτων, οι θεωρητικοί της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας δεν χρησιμοποιούν τον ορισμό των βασικών εμπορευμάτων που εκθέσαμε, αλλά έναν άλλο ορισμό, τον οποίο τον εισαγάγει κατά την ανάπτυξη της σύνθετης παραγωγής ως δεύτερο ορισμό της έννοιας των βασικών και μη βασικών εμπορευμάτων ο Sraffa[2]. Σύμφωνα με τον ορισμό αυτό, ένα εμπόρευμα δεν ορίζεται ως βασικό ή μη βασικό ανάλογα με το αν εισέρχεται ή όχι στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων μιας δεδομένης τεχνικής, αλλά ορίζεται ως βασικό ή μη βασικό σε αναφορά με ορισμένα υποσυστήματα της δεδομένης τεχνικής. Ειδικότερα, θα αναφέρουμε τα εξής:
Έστω για απλοποίηση η τεχνική [**A, L, B**] για την οποία ισχύει

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{L}=[1,1]$$

στην περίπτωση, τώρα, που στην τεχνική αυτή διαπιστωθεί περαιτέρω ότι ισχύει

$$[\mathbf{a}_{21},\mathbf{b}_{21}]=\mathbf{b}[\mathbf{a}_{22},\mathbf{b}_{22}],$$

τότε η τεχνική αυτή μπορεί να μετασχηματιστεί σε μια νέα τεχνική της μορφής [**AM, LM, BM**], όπου **M** μια **2x2** μήτρα για την οποία ισχύει

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}1 & \mathbf{0}\\ -\mathbf{b} & 1\end{bmatrix},$$

επιπλέον, στην περίπτωση αυτή οι μήτρες **AM, BM** είναι διασπώμενες μήτρες της μορφής

$$\mathbf{AM}=\underline{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix}\underline{\mathbf{a}}_{11} & \underline{\mathbf{a}}_{12}\\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{a}}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{BM}=\underline{\mathbf{B}}=\begin{bmatrix}\underline{\mathbf{b}}_{11} & \underline{\mathbf{b}}_{12}\\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{b}}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{L}=[\underline{\mathbf{L}}_1,\underline{\mathbf{L}}_1]$$

Στις παραστάσεις αυτές, η πρώτη στήλη ορίζει ένα σύστημα παραγωγής το οποίο οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί το καλούν βασικό υποσύστημα, ενώ η δεύτερη στήλη ορίζει ένα υποσύστημα που οι οικονομολόγοι αυτοί το καλούν μη βασικό υποσύστημα. Το πρώτο υποσύστημα παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα ενώ το δεύτερο τόσο βασικά όσο και μη βασικά. Η κατανόηση του ορισμού αυτού θα γίνει σε άλλο σημείο της εργασίας, στο οποίο θα εκθέσουμε την προσπάθεια των οικονομολόγων αυτών να «αποδείξουν» ότι οι συνθήκες παραγωγής των μη βασικών εμπορευμάτων δεν επιδρούν σε τίποτε παρά μόνο στον προσδιορισμό των δικών τους τιμών παραγωγής, να «αποδείξουν» ότι το ενιαίο ποσοστό κέρδους και οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων προσδιορίζονται αποκλειστικά από τις

[1] Δες και Schefold (1989) σελ.86.
[2] Δες Sraffa (1985) σελ.83-87

συνθήκες παραγωγής ενός συστήματος το οποίο καλείται βασικό υποσύστημα και το οποίο είναι ανεξάρτητο από τις τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων. Στην εν λόγω περίπτωση το σύστημα των τιμών παίρνει την ακόλουθη μορφή

$$\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})(\mathbf{a}_{11}-\mathbf{b}\mathbf{a}_{12})+\mathbf{w}(\mathbf{L}_1-\mathbf{b}\mathbf{L}_2)=\mathbf{p}_1(\mathbf{b}_{11}-\mathbf{b}\mathbf{b}_{12})$$

$$(1+\mathbf{r})(\mathbf{p}_1\mathbf{a}_{12}+\mathbf{p}_2\mathbf{a}_{22})+\mathbf{w}\mathbf{L}_2=\mathbf{p}_1\mathbf{b}_{12}+\mathbf{p}_2\mathbf{b}_{22}$$

Όπως φαίνεται από το σύστημα εξισώσεων αυτό, ο προσδιορισμός της τιμής του εμπορεύματος 1, όπως αυτός γίνεται στην πρώτη εξίσωση, είναι ανεξάρτητος από αυτή του εμπορεύματος 2. Το εμπόρευμα 1, στα πλαίσια της εν λόγω ανάλυσης, αποτελεί το βασικό εμπόρευμα ενώ το εμπόρευμα 2 το μη βασικό. Για να έχει όμως νόημα ο συλλογισμός της ανάλυσης αυτής, πρέπει να εισαχθεί μια εξίσωση τυποποίησης η οποία να αποτελείται μόνο από το εμπόρευμα 1. Επειδή όμως η ανάλυση της περίπτωσης αυτής προϋποθέτει την ανάλυση της έννοιας της τυποποίησης[1], δεν θα προβούμε στο σημείο αυτό σε περαιτέρω ανάλυση. Θα τονίσουμε μόνο ότι ο ορισμός της έννοιας αυτής του βασικού και του μη βασικού υποσυστήματος προϋποθέτει την ανάπτυξη του ρόλου της τυποποίησης και ότι η ανάπτυξη που θα ακολουθήσει θα στηριχθεί στην αρχική διάκριση του βασικών και των μη βασικών εμπορευμάτων. Η αρχική διάκριση είναι ανεξάρτητη από το ρόλο της τυποποίησης, τα συμπεράσματα δε, τα οποία θα εξάγουμε στη βάση αυτής, δεν επηρεάζονται σε τίποτε από την εν λόγω αναπτυχθείσα προσπάθεια των σύγχρονων νεορικαρδιανών[2].

Ειδικότερα, τώρα, σε σχέση με τα βασικά και τα μη βασικά εμπορεύματα ισχύουν τα εξής:

a) έστω η ακολουθη τεχνική σύνθετης παραγωγής [**A, L, B**] για την οποία ισχύει

$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\\ 0 & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12}\\ 0 & \mathbf{B}_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2]$, με **A, B** δύο **mxm** μήτρες και **L** ένα διάνυσμα **1xm,** περαιτέρω, η $\mathbf{A}_{11}$ είναι μια μη διασπώμενη **κxκ** μήτρα για την οποια ισχύει $\mathbf{A}_{11}\geq 0$, η $\mathbf{A}_{22}$ είναι μια μη διασπώμενη **(m-κ)x(m-κ)** μήτρα για την οποία ισχύει $\mathbf{A}_{22}\geq 0$, το $\mathbf{L}_1$ ένα διάνυσμα γραμμή **1xκ** για το οποίο ισχύει $\mathbf{L}_1>0$ και το $\mathbf{L}_2$ είναι ένα διάνυσμα γραμμή **1x(m-κ)** για το οποίο ισχύει $\mathbf{L}_2>0$. Για την τεχνική αυτή ισχύει ό,τι ειπώθηκε για την τεχνική [**A,L,B**] της μορφής

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12}\\ 0 & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ 0 & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\ \mathbf{L}_2]$$

Η διαφορά της νέας τεχνικής έγκειται στο ότι κάθε στήλη της $\mathbf{A}_{11}$ αφορά όχι μια διαδικασία παραγωγής, αλλά ένα σύνολο διαδικασιών παραγωγής. Το σύνολο των διαδικασιών το οποίο αντιστοιχεί στις υπομήτρες $\mathbf{A}_{11},\mathbf{B}_{11}$ και στο διάνυσμα $\mathbf{L}_1$ θα το ονομάζουμε υποσύστημα 1, ενώ το σύνολο των διαδικασιών το οποίο αντιστοιχεί στις υπομήτρες $\mathbf{A}_{12},\mathbf{A}_{22},\mathbf{B}_{12},\mathbf{B}_{22}$ και στο διάνυσμα $\mathbf{L}_2$ θα το καλέσουμε αρχικά υποσύστημα 2. Περαιτέρω, υποθέτουμε ότι οι

[1] Μόνο όταν εισαχθουν τεχνικές παραγωγής που χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένες ιδιότητες και εισαχθούν ορισμένου είδους τυποποιήσεις, μπορεί να λεχθεί ότι αυτού του είδους τα βασικά υποσυστήματα είναι ανεξάρτητα από τα μη βασικά υποσυστήματα. Σε άλλα σημεία θα δειχθεί ότι στην γενική περίπτωση οι τιμές των εμπορευμάτων και το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους επηρεάζονται και από το «μη βασικό υποσύστημα»

[2] Εξ άλλου η παρούσα ανάλυση θα μπορούσε να διεξαχθεί και υπό την προϋπόθεση ότι $[\mathbf{a}_{21},\mathbf{b}_{21}]\neq\mathbf{b}[\mathbf{a}_{22},\mathbf{b}_{22}]$.

νοητές τεχνικές $[\mathbf{A}_{11}, \mathbf{L}_1, \mathbf{B}_{11}]$ και $[\mathbf{A}_{22}, \mathbf{L}_2, \mathbf{B}_{22}]$ αποτελούν all engaging τεχνικές. Υπό αυτές τις προϋποθέσεις, η τεχνική [**A,L,B**] αποτελεί μια διασπώμενη τεχνική σύνθετης παραγωγής, η οποία εκφράζει την παραγωγή μόνο βασικών εμπορευμάτων.

b) Έστω η τεχνική [**A,L,B**] για την οποία ισχύει ότι

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}$, $\mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2]$, με **A,B** δύο **mxm** μήτρες και **L** ένα διάνυσμα **1xm,** περαιτέρω η $\mathbf{A}_{11}$ είναι μια μη διασπώμενη **κxκ** μήτρα για την οποια ισχύει $\mathbf{A}_{11} \geq 0$, η $\mathbf{A}_{21}$ είναι μια **(m-κ)xκ** μήτρα για την οποία ισχύει $\mathbf{A}_{21} \geq 0$, η $\mathbf{A}_{22}$ μια μη διασπώμενη **(m-κ)x(m-κ)** μήτρα για την οποία ισχύει $\mathbf{A}_{22} \geq 0$, η $\mathbf{A}_{12}$ μια **κx(m-κ)** μήτρα για την οποία ισχύει $\mathbf{A}_{12} \geq 0$, το $\mathbf{L}_1$ ένα διάνυσμα γραμμή **1xκ** για το οποίο ισχύει $\mathbf{L}_1 > 0$ και $\mathbf{L}_2$ ένα διάνυσμα γραμμή **1x(m-κ)** για το οποίο ισχύει $\mathbf{L}_2 > 0$. Η τεχνική αυτή είναι μια μη διασπώμενη τεχνική η οποία παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Επίσης, η τεχνική αυτή θα μπορούσε να είναι είτε all engaging είτε μη all engaging. Στην περίπτωση που είναι μη all engaging, τότε υπάρχουν καλάθια εμπορευμάτων τα οποία για να παραχθούν δεν απαιτούν την χρησιμοποίηση όλων των διαδικασιών της δεδομένης τεχνικής. All engaging θα ήταν αν συνέβαινε το αντίθετο, αν δηλαδή για να παραχθεί ένα οποιοδήποτε καλάθι εμπορευμάτων, θα έπρεπε να τεθούν σε λειτουργία όλες οι διαδικασίες παραγωγής της δεδομένης αυτής τεχνικής.

c) Έστω η τεχνική [**A,L,B**] για την οποία ισχύει ότι

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2].$$

Υποθέτουμε επίσης ότι για την ανάλυση των υπομητρών και των υποδιανυσμάτων ισχύει αναλογικά ό,τι ειπώθηκε στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις. Στην περίπτωση αυτή η τεχνική είναι διασπώμενη, το πρώτο υποσύστημα της τεχνικής αυτής παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα, ενώ το δεύτερο υποσύστημα μόνο μη βασικά εμπορεύματα τα οποία δεν εισέρχονται στην παραγωγή τους. Περαιτέρω, η τεχνική αυτή είναι μια μη all engaging τεχνική. Το πρώτο υποσύστημα αυτής μπορεί να λειτουργήσει ανεξαρτήτως της λειτουργίας του δεύτερου.

d) Έστω η τεχνική [**A,B,L**] για την οποία ισχύει ότι

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ 0 & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2].$$

Υποθέτουμε επίσης ότι για την ανάλυση των υπομητρών και των υποδιανυσμάτων ισχύει ό,τι ίσχυσε στις αρχικές περιπτώσεις τεχνικών. Η τεχνική αυτή είναι μια διασπώμενη τεχνική, της οποίας το πρώτο υποσύστημα παράγει μόνο μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή τους, ενώ το υποσύστημα 2 αυτής παράγει βασικά εμπορεύματα καθώς και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται μόνο στην παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων του υποσυστήματος 1. Η τεχνική αυτή είναι μη all engaging. Το υποσύστημα 2 αυτής μπορεί να τεθεί σε λειτουργία ανεξαρτήτως του υποσυστήματος 1.

e) Έστω η τεχνική [**A,B,L**] για την οποία ισχύει ότι

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ 0 & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2]$$

Υποθέτουμε επίσης ότι για την ανάλυση των υπομητρών και των υποδιανυσμάτων ισχύει αναλογικά ό,τι ίσχυσε και στις προηγούμενες περιπτώσεις τεχνικών. Η τεχνική αυτή είναι μια διασπώμενη μη all engaging τεχνική. Περαιτέρω, το υποσύστημα 1 της τεχνικής αυτής παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα, ενώ το υποσύστημα 2 αυτής παράγει τόσο βασικά όσο και μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή τους.

f) Έστω η τεχνική [**A,L,B**] για την οποία ισχύει ότι

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2].$$

Υποθέτουμε επίσης ότι για την ανάλυση των υπομητρών και των υποδιανυσμάτων ισχύει ό,τι ίσχυσε και στις προηγούμενες περιπτώσεις τεχνικών. Η τεχνική αυτή είναι μη all engaging και διασπώμενη. Η τεχνική αυτή στο υποσύστημα 1 παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα, ενώ στο υποσύστημα 2 μόνο βασικά εμπορεύματα τα οποία δεν εισέρχονται στην παραγωγή τους.

Στα παραπάνω θέσαμε ότι η μήτρες $\mathbf{A}_{11}, \mathbf{B}_{11}$ είναι μη διασπώμενες υπομήτρες. Αυτό μας έδωσε τη δυνατότητα ώστε οι παραπάνω τεχνικές να μπορούν να διασπαστούν το πολύ σε δύο υποσυστήματα, το ένα εκ των οποίων οριζόταν από τη νοητή τεχνική $[\mathbf{A}_{11}, \mathbf{L}_1, \mathbf{B}_{11}]$. Ωστόσο, μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι υπομήτρες $\mathbf{A}_{11}, \mathbf{B}_{11}$ αποτελούν και αυτές διασπώμενες υπομήτρες. Αν υποθέσουμε ότι η τελευταία αυτή νοητή $[\mathbf{A}_{11}, \mathbf{L}_1, \mathbf{B}_{11}]$ τεχνική μπορεί να διασπαστεί σε δύο περαιτέρω υποσυστήματα, τότε την αρχική τεχνική, της οποίας η νοητή τεχνική $[\mathbf{A}_{11}, \mathbf{L}_1, \mathbf{B}_{11}]$ αποτελεί τμήμα, θα την καλούμε διπλά διασπώμενη τεχνική. Με άλλα λόγια, μια τεχνική είναι διπλά διασπώμενη, όταν μπορεί να διασπαστεί αρχικά σε δύο υποσυστήματα και στη συνέχεια ένα από τα υποσύστηματα αυτά να μπορεί να διασπαστεί σε δύο νέα επιπλέον υποσυστήματα · εν τέλει μια διπλά διασπώμενη τεχνική μπορεί να διασπαστεί σε τρία διαφορετικά υποσυστήματα. Έστω για παράδειγμα η τεχνική [**A,L,B**] για την οποία ισχύει $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ 0 & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}$, $\mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2]$, για την τεχνική αυτή ισχύει περαιτέρω ότι $\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^*_{11} & \mathbf{A}^*_{12} \\ 0 & \mathbf{A}^*_{22} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^*_{11} & \mathbf{B}^*_{12} \\ 0 & \mathbf{B}^*_{22} \end{bmatrix}$. Στην εν λόγω περίπτωση διαπιστώνουμε ότι η αρχική τεχνική [**A,L,B**] είναι διπλά διασπώμενη, γιατί αφενός μπορεί να διασπαστεί στα υποσυστήματα τα οποία ορίζονται από τις παραστάσεις $[\mathbf{A}_{11}, \mathbf{L}_1, \mathbf{B}_{11}], \left[\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{L}_2, \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}\right]$, αφετέρου το υποσύστημα που ορίζεται από την παράσταση $[\mathbf{A}_{11}, \mathbf{L}_1, \mathbf{B}_{11}]$ μπορεί περαιτέρω να διασπαστεί σε δύο επιπλέον υποσυστήματα, τα οποία ορίζονται από τις ακόλουθες παραστάσεις :

$$[\mathbf{A}^*_{11}, \mathbf{L}^*_1, \mathbf{B}^*_{11}], \quad \left[\begin{bmatrix} \mathbf{A}^*_{12} \\ \mathbf{A}^*_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{L}^*_2, \begin{bmatrix} \mathbf{B}^*_{12} \\ \mathbf{B}^*_{22} \end{bmatrix}\right].$$

Θα μπορούσαμε επίσης να υποθέσουμε ότι οι $\mathbf{A}_{11}, \mathbf{B}_{11}$ παίρνουν μια οποιαδήποτε άλλη μορφή από τις διασπώμενες τεχνικές τις οποίες αναπτύξαμε στα τελευταία σημεία · οι διπλά διασπώμενες τεχνικές παίρνουν, αν λάβουμε υπόψη τις παραπάνω διαφορετικές μορφές διασπώμενων τεχνικών, 30 διαφορετικές μορφές[1]. Τέλος, αν τα τελευταία επιπλέον υποσυστήματα, στα οποία διασπάται η εν λόγω τεχνική και εν γένει μια διπλά διασπώμενη

[1] Δες Σταμάτης (1996β) σελ.191-192.

τεχνική, διασπώνται περαιτέρω σε νέα επιπλέον υποσυστήματα, τότε την αρχική τεχνική δεν θα την καλούμε διπλά διασπώμενη τεχνική, αλλά πολλαπλά διασπώμενη τεχνική.

Τώρα, στο σημείο αυτό θα εστιάσουμε την προσοχή μας στις τεχνικές εκείνες που ενώ δεν είναι παραγωγικές, είναι εν μέρει παραγωγικές, περιλαμβάνουν δηλαδή και βιώσιμα συστήματα. Εν πρώτοις, οι εν μέρει παραγωγικές τεχνικές είναι διαχωρίσιμες, μπορούν δηλαδή να παράγουν ως καθαρό προϊόν όλα τα **n** εμπορεύματα, που αφορούν, θέτοντας σε λειτουργία όχι όλες τις διαδικασίες παραγωγής τους, αλλά ορισμένες μόνο από αυτές, Αν μια τεχνική είναι παραγωγική, τότε, για να παράγει ως καθαρό προϊόν ένα καλάθι εμπορευμάτων το οποίο περιέχει σε θετικές ποσότητες όλα τα εμπορεύματα της, πρέπει να θέσει σε λειτουργία όλες τις διαδικασίες της. Αυτό συμβαίνει ανεξαρτήτως του αν πρόκειται για μια «all-productive» τεχνική ή για μια all engaging τεχνική· αν και μια «all-productive» τεχνική, βέβαια, σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει σε μια «all-engaging», μπορεί να παράγει ορισμένα καθαρά προϊόντα χρησιμοποιώντας ορισμένες μόνο διαδικασίες παραγωγής, σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να χρησιμοποιήσει ορισμένες μόνο διαδικασίες παραγωγής παράγοντας όλα της τα εμπορεύματα. Σε αντίθεση με τις διαχωρίσιμες τεχνικές, θα ορίσουμε τις μη διαχωρίσιμες τεχνικές. Μη διαχωρίσιμη είναι εκείνη η τεχνική, η οποία για να παράγει όλα τα δεδομένα θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα -από εμπορεύματα την παραγωγή των οποίων εκφράζει-, πρέπει να θέσει σε λειτουργία όλες τις διαδικασίες παραγωγής της. Μια μη διαχωρίσιμη τεχνική είναι πάντα παραγωγική, είτε «all-engaging», είτε «all-productive»[1].

Η περίπτωση των οικονομικά σημαντικών τεχνικών σύνθετης παραγωγής διαφέρει από τις οικονομικά σημαντικές τεχνικές απλής παραγωγής στο ότι η αντίστροφη της μήτρας (**B**-**A**) μπορεί να περικλείει όχι μόνο θετικά και μηδενικά στοιχεία, αλλά και αρνητικά, ήτοι για την αντίστροφη της μήτρας (**B**-**A**) ενδέχεται να ισχύει ή $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}>0$ ή $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\geq 0$ ή $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1} \gtrless 0$. Το τελευταίο όμως σημαίνει ότι δεν μπορούμε να εξαρτήσουμε το οικονομικά σημαντικό ή μη μιας δεδομένης τεχνικής σύνθετης παραγωγής από τη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **A**. Επιπρόσθετα, δεν μπορούμε να εξαρτήσουμε το οικονομικά ή μη σημαντικό μιας τεχνικής από τις ρίζες της ορίζουσας της παράστασης [**λB**-**A**]. Οι ρίζες της παράστασης αυτής σε μια οικονομικά σημαντική τεχνικής [**A**,**L**,**B**] ενδέχεται να είναι όλες αρνητικές και μιγαδικές, ενδέχεται επίσης ότι, ενώ η μέγιστη ρίζα της παράστασης αυτής αντιστοιχεί σε ένα ιδιοδιάνυσμα **X** το οποίο να περιέχει και αρνητικές συνιστώσες, μια ριζα μικρότερη της μέγιστης να αντιστοιχεί σε ένα θετικό ιδιοδιάνυσμα **X,** τέλος για μια ακόμα επιπλέον περίπτωση ο Bidard γράφει «Let us imagine we are in a situation where (A,B) allows a minimal positive root. Now, for a given A and an increasing B, production undoubtly becomes easier, and capitalists’ rate of profit a zero wage should increase (for any price vector , profits are higher for B_1 than for $B_0 < B_1$).But all roots of det(B-(1+r)A) move with B, and it may happen that some previously negative root becomes null, and then positive: at this moment , although B is still increasing , there is an incomprehensible fall in R as given by Sraffa’s rule.»[2] Να πούμε εδώ, ότι, αν και στο τελευταίο απόσπασμα ο Bidard αναφέρεται στις τεχνικές σύνθετης παραγωγής από την πλευρά των τιμών, ειναι προφανές ότι η ίδια μη οικονομικώς ερμηνεύσιμη συμπεριφορά εφαρμόζεται και στα γραμμικά συστήματα παραγωγής από την πλευρά των φυσικών ποσοτήτων. Συγκεκριμένα, θα σήμαινε την περίπτωση της αύξησης της παραγωγικότητας των διαδικασιών παραγωγής μιας δεδομένης τεχνικής και ταυτόχρονα και την πτώση του μέγιστου ενιαίου βαθμού μετατροπής των μέσων παραγωγής σε ακαθάριστο προϊόν της νέας προκύπτουσας τεχνικής, με τις πιο παραγωγικές διαδικασίες.

[1] Δες Σταμάτης (1996β) 159-161,168-169,171,185,187,188.
[2] Bidard (1986α) σελ. 57.

Στη συνέχεια, προκειμένου να αποφύγουμε τις τελευταίες αυτές μη οικονομικά ερμηνεύσιμες ιδιότητες των τεχνικών σύνθετης παραγωγής, θα περιορίσουμε την διερεύνησή μας στις τεχνικές σύνθετης παραγωγής [**A,L,B]** για τις οποίες επιπροσθέτως ισχύει ή $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}$>0 ή $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\geq 0$ ή $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$>0 ή $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\geq 0$. Στις τελευταίες δύο περιπτώσεις αναφερόμαστε σε τεχνικές [**A,L,B]** για τις οποίες ενώ ισχύει $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1} \gtrless 0$, υπάρχει $\mathbf{r}_0$ τέτοιο ώστε ισχύει είτε $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$>0 είτε $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\geq 0$. Με άλλα λόγια, το $\mathbf{r}_0$ είναι το μικρότερο εκείνο βαθμωτό, που οδηγεί μια μήτρα για την οποία ισχύει $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1} \gtrless 0$ σε μια μήτρα για την οποία ισχύει είτε $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\geq 0$ είτε $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$>0. Η ανισότητα ισχύει στην περίπτωση που η προκύπτουσα τεχνική [**A,L,(**$1+\mathbf{r}_0$)**B]** είναι «all-engaging» -αφού το ότι μια τεχνική είναι «all-engaging» σημαίνει ότι, οποιοδήποτε εμπόρευμα και να παράγει η τεχνική αυτή ως καθαρό προϊόν, θα πρέπει να θέσει σε λειτουργία όλες τις διαδικασίες παραγωγής -, ενώ η ανισοϊσότητα ισχύει στην περίπτωση που η εν λόγω προκύπτουσα τεχνική είναι «all-productive»- και συνεπώς υπάρχουν καλάθια καθαρών προϊόντων τα οποία για να παραχθούν θα τεθούν σε λειτουργία ορισμένες μόνο διαδικασίες παραγωγής της τεχνικής. Τις τελευταίες αυτές τεχνικές θα τις καλούμε $\mathbf{r}_0$-παραγωγικές τεχνικές. Συνοψίζοντας, μια τεχνική [**A,L,B]** θα την καλούμε $\mathbf{r}_0$-παραγωγική τεχνική και θα την συμβολίζουμε με [**(**$1+\mathbf{r}_0$)**A,L,B]**, αν αυτή είναι μια εν μερει παραγωγική τεχνικη για την οποία ισχύει $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1} \gtrless 0$ και για την οποία υπάρχει $\mathbf{r}_0$ τέτοιο, ώστε ισχύει είτε $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$>0 είτε $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\geq 0$.

Όσον αφορά τώρα το **(**$1+\mathbf{r}_0$), πρέπει να αναφέρουμε και τα εξής:

*το $\mathbf{r}_0$ ορίζεται στο διάστημα στο $-1<\mathbf{r}_0<$**R,** όπου **R** μια από τις χαρακτηριστικές ρίζες του της παράστασης det[**λB-A]**=0, με **λ=1/(**1+**R**)

*όταν $\mathbf{r}_0$>0, τότε το **(**$1+\mathbf{r}_0$)**A** σημαίνει ότι η τεχνική [**(**$1+\mathbf{r}_0$)**A,L, B]** χρησιμοποιεί περισσότερα μέσα παραγωγής από ότι η τεχνική [**A,L,B]·** το γινόμενο **(**$1+\mathbf{r}_0$)**A** σημαίνει ένα αυξημένο μέγεθος εισροών σε παραγόμενα μέσα παραγωγής ανά μονάδα εργασίας, για κάθε διαδικασία παραγωγής, σε σχέση με τα μέσα παραγωγής της [**A,L,B**].

* όταν $-1<\mathbf{r}_0<0$, τότε η τεχνική [**(**$1+\mathbf{r}_0$)**A,L, B]** χρησιμοποιεί λιγότερα μέσα παραγωγής από ότι η τεχνική [**A,L,B]**. Στη περίπτωση αυτή το γινόμενο **(**$1+\mathbf{r}_0$)**A** σημαίνει μια χαμηλότερη ποσότητα παραγόμενων μέσων παραγωγής ανά μονάδα εργασίας σε κάθε διαδικασία παραγωγής .

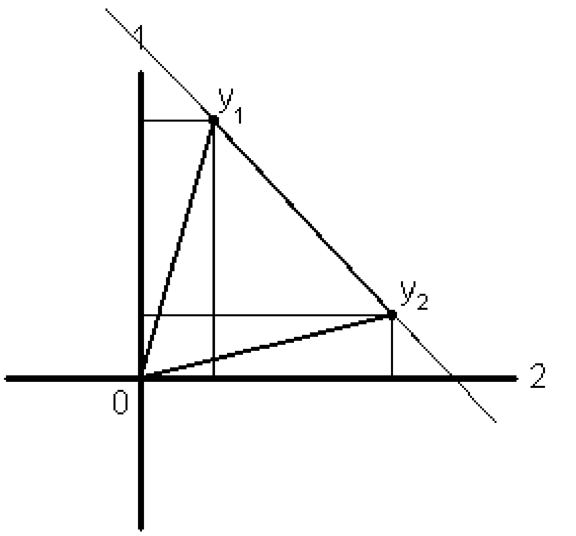
Για να γίνει η έννοια της $\mathbf{r}_0$-παραγωγικής τεχνικής πιο κατανοητή, θα απεικονίσουμε γραφικά στο δισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων τις συνέπειες που έχει στην κλίση των διανυσμάτων της μήτρας **[B-A]** μιας $\mathbf{r}_0$-παραγωγικής **2x2** τεχνικής [**A,L, B**], η προσαύξηση της μήτρας **A** κατά $\mathbf{r}_0$. Να σημειώσουμε, ωστόσο, ότι η προσαύξηση της μητρας **A** κατά $\mathbf{r}_0$ δεν σημαίνει ότι η τεχνική [($1+\mathbf{r}_0$)**A, L, B**] αποτελεί πράγματι μια νέα τεχνική, διαφορετική από αυτή της [**A ,L, B**], αντιθέτως η τεχνική είναι μία, είναι η [**A, L, B**]. Η κατά $\mathbf{r}_0$ προσαύξηση των μέσων παραγωγής έχει νόημα μόνο στα πλαίσια του συστήματος των τιμών. Εδώ, από την άποψη των φυσικών ποσοτήτων, η κατά $\mathbf{r}_0$ προσαύξηση των μέσων παραγωγής έχει ως σκοπό να μας βοηθήσει να καταλάβουμε πως ενώ η μήτρα $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}$ της

$\mathbf{r}_0$-παραγωγικής **2x2** τεχνικής [**A,L,B**] έχει και αρνητικά στοιχεία, η μήτρα $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$ είναι ή θετική ή ημιθετική. Στα πλαίσια του συστήματος των τιμών, η τιμή του $\mathbf{r}_0$ θα μας δώσει τη δυνατότητα να αποκλείσουμε τις αρνητικές τιμές εμπορευμάτων που προκύπτουν για ορισμένες θετικές τιμές του ποσοστού κέρδους. Προς το παρόν θα δείξουμε πως το $\mathbf{r}_0$ «μετατρέπει»[1] μια εν μέρει παραγωγική τεχνική σε μια άλλη τεχνική η οποία είναι (πλήρως)παραγωγική. Έστω η τεχνική [**A,L,B**] του σχήματος 4 για την οποία ισχύει ότι

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\ \mathbf{L}_2]$$

$$[\mathbf{B}-\mathbf{A}]=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-\mathbf{a}_{11} & \mathbf{b}_{12}-\mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{b}_{21}-\mathbf{a}_{21} & \mathbf{b}_{22}-\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{y}_1=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-\mathbf{a}_{11}\\ \mathbf{b}_{21}-\mathbf{a}_{21}\end{bmatrix},\quad \mathbf{y}_2=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{12}-\mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{b}_{22}-\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix}$$

Εδώ για καλύτερη κατανόηση θα σχεδιάσουμε και πάλι το σχήμα 4



Σχήμα 4

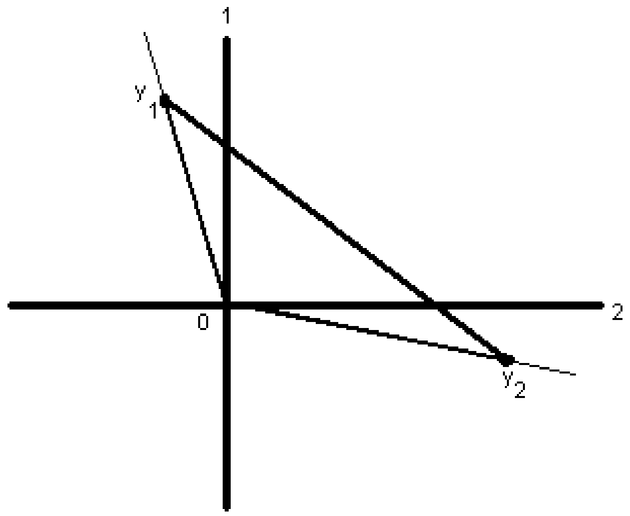
Το γεγονός ότι η υπό θεώρηση τεχνική είναι $\mathbf{r}_0$-παραγωγική εκφράζεται στο ότι τα σημεία $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ εμπεριέχονται στο θετικό τεταρτημόριο με τρόπο ώστε, καίτοι κάθε μη αρνητικός γραμμικός συνδυασμός τους εμπεριέχεται και αυτός στο θετικό τεταρτημόριο, υπάρχουν καλάθια καθαρών προϊόντων, τα οποία δεν μπορούν να εκφραστούν ως μη αρνητικός γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων αυτών, παρά μόνο ως γραμμικός συνδυασμός που περιέχει και αρνητικές συνιστώσες. Στην περίπτωση αυτή, είναι σαφές ότι η παράσταση $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}$ έχει και αρνητικά στοιχεία, αφού δεν είναι δυνατόν το γινόμενο μιας μη αρνητικής μήτρας με ένα θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν **Y** να οδηγεί σε ένα διάνυσμα επιπέδων δραστηριότας **X**, το οποίο να έχει και αρνητικές συνιστώσες. Αν τώρα προσαυξήσουμε τη

[1] Εδώ βάζουμε τη λέξη *μετατρέπει* σε εισαγωγικά για να δηλώσουμε ότι αν και στην πραγματικότητα το $\mathbf{r_0}$ δεν οδηγεί πράγματι σε μια νέα τεχνική, ωστόσο το θεωρούμε σαν να οδηγεί πράγματι σε μια τεχνική. Αυτή η θεώρηση θα μας βοηθήσει στην πληρέστερη κατανόηση των εν λόγω τεχνικών.

μήτρα **A** κατά ένα θετικό ποσό $\mathbf{r}_0$*, τότε τα μέσα παραγωγής που χρησιμοποιεί κάθε διαδικασία της εν λόγω τεχνικής αυξάνονται ενώ οι ίδιες αυτές διαδικασίες παράγουν πάντα τα ίδια εμπορεύματα, αν το $\mathbf{r}_0$* αυξάνεται συνεχώς, τότε θα φτάσουμε σε κάποιο σημείο, στο οποίο ενώ οι αρχικά δεδομένες διαδικασίες παραγωγής παρήγαγαν θετικά καθαρά προϊόντα $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$, τώρα θα παράγουν καθαρά προϊόντα που περιέχουν και αρνητικά στοιχεία. Με άλλα λόγια, τώρα τα σημεία $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ θα βρίσκονται έξω από το θετικό τεταρτημόριο. Το ότι μια τεχνική [**A,L,B**] είναι $\mathbf{r}_0$-παραγωγική σημαίνει, ότι υπάρχει $\mathbf{r}_0$ τέτοιο, ώστε τα μέσα παραγωγής αυξάνονται σε τέτοιο μέγεθος που οι διαδικασίες της εν λόγω τεχνικής γίνονται λιγότερο παραγωγικές και παράγουν τέτοιου μεγέθους καθαρά προϊόντα $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$, ώστε κάθε θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν μπορεί πλέον να εκφραστεί ως μη αρνητικός γραμμικός συνδυασμός αυτών. Για την τεχνική [(1+$\mathbf{r}_0$)**A, L, B**] ισχύουν τα ακόλουθα:

$$[\mathbf{B}-\mathbf{A}]=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{a}_{11} & \mathbf{b}_{12}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{b}_{21}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{a}_{21} & \mathbf{b}_{22}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{y}_1=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{a}_{11}\\ \mathbf{b}_{21}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{a}_{21}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}_2=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{12}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{b}_{22}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix}$$



Σχήμα 5

Το Σχήμα 5 αναπαριστά όσα είπαμε προηγουμένως λεκτικά, δηλώνει ότι η τεχνική [(1+$\mathbf{r}_0$)**A, L, B**] μπορεί να παράγει όλα τα εξωγενώς δεδομένα θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα παράγοντας αντίστοιχα θετικά ακαθάριστα προϊόντα. Αυτό είναι συνέπεια του ότι, στην εν λόγω περίπτωση, κάθε μη αρνητικός συνδυασμός των διανυσμάτων $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ εκφράζει τα επίπεδα λειτουργίας, στα οποία τίθενται οι διαδικασίες παραγωγής της δεδομένης τεχνικής για να παραχθούν αντίστοιχα θετικά ή ημιθετικά δεδομένα καθαρά προϊόντα. Είναι σαφές, ότι στην περίπτωση του σχήματος 5 κάθε γραμμικός συνδυασμός που εκφράζει θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα είναι αυστηρώς θετικός. Τα τελευταία όμως σημαίνουν ότι η μήτρα $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$ είναι αυστηρώς θετική, και είναι αυστηρώς θετική γιατί το γινόμενο κάθε θετικού ή ημιθετικού καθαρού προϊόντος **Y** με τη μήτρα $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$, της μορφής $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{Y}$, είναι αυστηρώς θετικό. Για άλλη μια φορά όμως πρέπει να τονίσουμε ότι όλο αυτό το συλλογισμό τον διεξάγουμε, προκειμένου να δείξουμε ότι πράγματι μπορεί να υπάρξει $\mathbf{r}_0$ τέτοιο ώστε εκείνες τις τεχνικές, για τις οποίες ισχύει $[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1} \gtrless 0$, να ισχύει είτε ότι $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \geq 0$ είτε ότι $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} > 0$. Να επαναλάβουμε ότι οι $\mathbf{r}_0$-παραγωγικές τεχνικές δεν είναι νέες τεχνικές, αλλά μας δίνουν τη δυνατότητα να μπορούμε να βρούμε τιμές του ποσοστού κέρδους για τις οποίες αποκλείονται οι αρνητικές τιμές. Το τελευταίο ισχύει, γιατί όσα αναπτύξαμε για το $\mathbf{r}_0$ στο σημείο αυτό δεν ισχύουν μόνο στην περίπτωση που το αφινικό σύνολο των διανυσμάτων $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ έχει αρνητική κλίση, αλλά και στην περίπτωση που έχει και θετική. Ενδέχεται δηλαδή η υπό εξέταση εν μέρει παραγωγική τεχνική να οδηγεί σε ένα αφινικό σύνολο $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$, το οποίο δεν έχει αρνητική κλίση, αλλά θετική. Είναι σαφές ότι στην περίπτωση αυτή η ύπαρξη ενός $\mathbf{r}_0$ τέτοιου, που «καθιστά» την εν λόγω τεχνική από εν μέρει παραγωγική τεχνική σε παραγωγική τεχνική, οδηγεί σε ένα αφινικό σύνολο το οποίο έχει θετική κλίση. Αυτό συμβαίνει, γιατί η ύπαρξη αυτού του $\mathbf{r}_0$ μας οδηγεί σε μια τεχνική, η οποία είναι σε θέση να μας παράγει κάθε εξωγενώς θετικό ή ημιθετικό προϊόν θέτοντας τις διαδικασίες παραγωγής της σε θετικά ή ημιθετικά επίπεδα λειτουργίας. Επειδή δε –όπως ήδη έχουμε εξηγήσει και θα εξηγήσουμε και παρακάτω- οι σχετικές τιμές ορίζονται από ένα κάθετο διάνυσμα σε ένα τέτοιο αφινικό σύνολο, έπεται ότι το $\mathbf{r}_0$ έχει σημαντικές συνέπειες πάνω στο πρόσημο των τιμών .

Όσον αφορά τώρα το ζήτημα της ύπαρξης, στα πλαίσια μιας τεχνικής σύνθετης παραγωγής, ενός πρότυπου συστήματος, ήτοι ενός συστήματος παραγωγής τα μέσα παραγωγής του οποίου είναι της ίδιας σύνθεσης με τα εμπορεύματα του καθαρού και του ακαθάριστου προϊόντος του ιδίου αυτού συστήματος, θα προβούμε στην ακόλουθη ανάλυση. Έστω η $\mathbf{r}_0$-παραγωγική και μη διασπώμενη τεχνική **[A,L,B]** η οποία παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα**.** Για την τεχνική αυτή η ύπαρξη ενός πρότυπου συστήματος παραγωγής σημαίνει ότι υπάρχουν $\underline{\boldsymbol{\lambda}}$, $\underline{\mathbf{X}}$ τέτοια, ώστε ισχύει η ακόλουθη ισότητα $\underline{\boldsymbol{\lambda}}\mathbf{B}\underline{\mathbf{X}}=\mathbf{A}\underline{\mathbf{X}}$, με $\underline{\boldsymbol{\lambda}}>0$, $\underline{\mathbf{X}} \geq 0$. Έστω τώρα ότι υπάρχουν **λ,** X για τα οποία ισχύει η σχέση **λB**X=**A**X και συνεπώς και οι ακόλουθες σχέσεις[1]:

i) $$(\boldsymbol{\lambda}\mathbf{B}-\mathbf{A})\mathrm{X}=0 \Leftrightarrow (\boldsymbol{\lambda}\mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A})\mathrm{X}=0 \qquad \boldsymbol{\mu\varepsilon} \qquad \det\mathbf{B}\neq 0$$

$$\mathbf{B}\mathrm{X}=\frac{1}{\boldsymbol{\lambda}}\mathbf{A}\mathrm{X} \xrightarrow{\frac{1}{\lambda}=(1+\mathbf{R})} \mathbf{B}\mathrm{X}=(1+\mathbf{R})\mathbf{A}\mathrm{X} \Rightarrow \mathbf{B}\mathrm{X}=(1+\mathbf{R})+\mathbf{r}_0\mathbf{A}\mathrm{X}-\mathbf{r}_0\mathbf{A}\mathrm{X} \Rightarrow$$

ii) $$\Rightarrow \mathrm{X}=(\mathbf{R}-\mathbf{r}_0)[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}\mathrm{X} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{X}=(\mathbf{R}-\mathbf{r}_0)\mathbf{Z}\mathrm{X} \qquad \boldsymbol{\mu\varepsilon} \qquad \mathbf{Z}=[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}, \qquad \mathbf{Z}>0$$

Αν τις ιδιοτιμές της παραπάνω μήτρας **Z** τις συμβολίσουμε με $\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{Z}}$, τότε έπεται ότι $\frac{1}{\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{Z}}}=(\mathbf{R}-\mathbf{r}_0)$. Επειδή όμως η **Z** είναι αυστηρά θετική, έπεται ότι και η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας αυτής, σύμφωνα με τα όσα έχουμε πει, είναι θετική, καθώς και ότι στη μέγιστη και θετική αυτή ιδιοτιμή της μητρας **Z** αντιστοιχεί ένα εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο και αυστηρώς θετικό διάνυσμα X. Άμεση συνέπεια των τελευταίων είναι ότι

[1] Δες Σταμάτης (1996β) σελ.162-167

στην παράσταση Χ=(**R**- $\mathbf{r}_0$)**Z**Χ , εκείνο το Χ, έστω **X̲**, το οποίο αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **Z** διαμέσου της σχέσης $\frac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}}} = (\underline{\mathbf{R}} - \mathbf{r}_0)$, ορίζει ένα σύστημα παραγωγής το οποίο ικανοποιεί τη συνθήκη **λBX̲=AX̲**, με **X̲** ≥0. Προς το παρόν δεν ξέρουμε όμως αν το λ είναι θετικό ή αρνητικό, και δεν το ξέρουμε, γιατί το **X̲** προέκυψε από τη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **Z** και όχι από τις ιδιοτιμές της $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$. Προφανώς, οι ιδιοτιμές τις μήτρας **Z** και αντιστοίχως τα **R, R̲**, επειδή ισχύει $\boldsymbol{\lambda}^{Z} = \frac{1}{\mathbf{R} - \mathbf{r}_0}$, $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}} = \frac{1}{\underline{\mathbf{R}} - \mathbf{r}_0}$, είναι συνάρτηση τόσο των **A, B** όσο και του $\mathbf{r}_0$. Αντιθέτως, επειδή για τις ιδιοτιμές της μήτρας $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$ ισχύει $\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A} = \frac{1}{1+\mathbf{R}}$, είναι προφανές ότι τα $\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A}, \mathbf{R}$ είναι συνάρτηση μόνο των στοιχείων των μητρών **A,B** και ειδικότερα της μήτρας $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$**,** η οποία έχει και αρνητικά στοιχεία. Προκύπτουν όμως τα ακόλουθα:

- δεδομένου του ότι η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **Z** είναι θετική, αφού η **Z** είναι αυστηρά θετική, έπεται ότι $(1/\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}}) > 0$ και συνεπώς ότι $(\underline{\mathbf{R}} - \mathbf{r}_0) > 0 \Leftrightarrow \underline{\mathbf{R}} > \mathbf{r}_0$.
- αν δεδομένης της ύπαρξης ενός θετικού διανύσματος σχετικών μεγεθών **X̲**, για το οποίο ισχύει **λBX̲=AX̲** και ειδικότερα $\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A}$ **BX̲=AX̲**, με $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A} = \frac{1}{1+\underline{\mathbf{R}}}$, διερευνήσουμε την παράσταση $(\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A})\underline{\mathbf{X}} = 0$, διαπιστώνουμε ότι υπάρχει ιδιοτιμή της μήτρας $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$ η οποία αντιστοιχεί στο αυστηρά θετικό ιδιοδιάνυσμα σχετικών μεγεθών **X̲**. Ωστόσο, όμως, δεν μπορούμε να πούμε τίποτε για το ποια είναι η ιδιοτιμή αυτή, αν δηλαδή είναι η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$**,** ή όχι. Αυτό συμβαίνει γιατί, όπως είπαμε, η μήτρα $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$ έχει και αρνητικά στοιχεία.
- η ιδιοτιμή $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$ κινείται στο ανοιχτό διάστημα μεταξύ του μηδενός και της μονάδας, ήτοι 0<$\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$<1. Συγκεκριμένα: α) Αν $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$=0, τότε έπεται ότι $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$**BX̲**=0=**AX̲**=0. Αυτό όμως αντιβαίνει στις υποθέσεις τις οποίες έχουμε κάνει και σύμφωνα με τις οποίες **A**≥0 , **X̲** ≥0. β) Αν $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$=1, τότε έπεται ότι (**B-A**)**X̲**=0. Ωστόσο, επειδή η τεχνική [**A,L,B**] είναι $\mathbf{r}_0$-παραγωγική, ισχύει ότι $(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1} \gtreqless 0$, $\underline{\mathbf{X}} = 0(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1} = 0\cdot$ το τελευταίο όμως είναι άτοπο, αφού **X̲** ≥ 0. γ) Στην περίπτωση που $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$<0, έπεται 0<**AX̲**=$\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$**BX̲**<0, το οποίο προφανώς ούτε και αυτό δύναται να ισχύει. δ) Στην περίπτωση που $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$>1, έπεται **Y=BX̲**(1-$\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$), με (1- $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$)<0, **Y**<0. Την περίπτωση αυτή όμως την αποκλείουμε, γιατί μας ενδιαφέρουν προτυπα συστήματα που ενέχουνε θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα.
- δεδομένου ότι 0<$\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A}$<1 και ότι $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{B^{-1}A} = \frac{1}{1+\underline{\mathbf{R}}}$, έπεται ότι **R̲** >0 , όπου **R̲** ο πρότυπος λόγος τον οποίο αναζητούσαμε.
- από τα προηγούμενα προκύπτει ότι ο πρότυπος λόγος **R̲** του πρότυπου εκείνου σραφαϊκού συστήματος παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί μια μη διασπώμενη $\mathbf{r}_0$-παραγωγική τεχνική [**A,L,B]** παράγουσα μόνο βασικά εμπορεύματα, υπάρχει και προσδιορίζεται από εκείνη την ιδιοτιμή της μήτρας $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$**,** για την οποία υπάρχει ένα αυστηρά θετικό διάνυσμα επιπέδων δραστηριότητας **X̲** .

Στην συνέχεια θα προχωρήσουμε στην διερεύνηση του πρότυπου λόγου **R** μιας διασπώμενης $\mathbf{r}_0$-παραγωγικής τεχνικής [**A,L,B]** η οποία παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Έστω η διασπώμενη $\mathbf{r}_0$-παραγωγική τεχνική [**A,L,B],** η οποία παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα και για την οποία ισχύει

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\\ 0 & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12}\\ 0 & \mathbf{B}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2]$$

όπου οι υπομήτρες $\mathrm{A}_{11},\mathbf{B}_{11},\mathbf{A}_{22},\mathbf{B}_{22}$ είναι μη διασπώμενες και θετικές ή ημιθετικές, ισχύει δηλαδή ότι $\mathbf{A_{11}}\geq 0,\mathbf{B}_{11}\geq 0,\mathbf{A}_{22}\geq 0,\mathbf{B}_{22}\geq 0$. Η τεχνική αυτή διασπάται στο υποσύστημα $[\mathbf{A}_{11},\mathbf{B}_{11},\mathbf{L}_1]$ και στο υποσύστημα

$$\left[\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{12}\\ \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix},[\mathbf{L}_2],\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{12}\\ \mathbf{B}_{22}\end{bmatrix}\right].$$

Στο σημείο αυτό να παρατηρήσουμε, ότι ενώ το πρώτο από τα εν λόγω δύο υποσυστήματα είναι τετράγωνο, δεν συμβαίνει το ίδιο και με το δεύτερο. Στη συνέχεια το πρώτο υποσύστημα θα το καλούμε υποσύστημα 1, ενώ ως υποσύστημα 2 θα καλούμε το νοητό τμήμα του δεύτερου υποσυστήματος αν σε αυτό υποθέσουμε ότι οι εισροές και οι εκροές σε βασικά εμπορεύματα είναι μηδενικες, ήτοι την παράσταση $[\mathbf{A}_{22},\mathbf{L}_2,\mathbf{B}_{22}]$. Επειδή η εν λογω τεχνική είναι διασπώμενη και $\mathbf{r}_0$-παραγωγική, ισχύουν τα ακόλουθα:

$$[\mathbf{B}\text{-}(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}=\begin{bmatrix}[\mathbf{B}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1} & -\mathbf{C}\\ \mathbf{0} & [\mathbf{B}_{22}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}\end{bmatrix}\geq 0$$

με $\mathbf{C}=[\mathbf{B}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}[\mathbf{B}_{12}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{12}][\mathbf{B}_{22}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}$

$$[\mathbf{B}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}>0$$
$$[\mathbf{B}_{22}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}>0$$
$$[\mathbf{B}_{12}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{12}]\leq 0$$

Περαιτέρω, ορίζουμε τις ακόλουθες μήτρες :

$$\mathbf{Z}=[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{Z}_1 & \mathbf{Z}_\mathbf{c}\\ 0 & \mathbf{Z}_2\end{bmatrix}\geq 0$$

με $\mathbf{Z}_1=[\mathbf{B}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}\mathbf{A}_{11}$

$$\mathbf{Z}_2=[\mathbf{B}_{22}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}\mathbf{A}_{22}$$
$$\mathbf{Z}_\mathbf{c}=[\mathbf{B}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}\mathbf{A}_{12}-\mathbf{C}\mathbf{A}_{22}\geq 0$$

Επειδή οι υπομήτρες $\mathbf{Z}_1,\mathbf{Z}_2$, είναι αυστηρά θετικές, έπεται ότι οι μέγιστες ιδιοτιμές τους, τις οποίες θα συμβολίζουμε με $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{Z}_1},\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{Z}_2}$, είναι θετικές, ισχύει δηλαδή $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{Z}_1},\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{Z}_2}>0$. Επίσης, έπεται ότι υπάρχουν εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένα διανύσματα $\mathbf{X}_1,\mathbf{X}_2$, τα οποία αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1},\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$ και τα οποία είναι αυστηρώς θετικά, ισχύει δηλαδή $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}\mathbf{X}_1 = \mathbf{Z}_1\mathbf{X}_1$, $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}\mathbf{X}_2 = \mathbf{Z}_2\mathbf{X}_2$.

Επιπρόσθετα, κατ' αναλογία με ό,τι ειπώθηκε για τις μη διασπώμενες $\mathbf{r}_0$-παραγωγικές τεχνικές που παράγουν μόνο βασικά εμπορεύματα, ισχύει ότι $\underline{\mathbf{X}}=(\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0)\mathbf{Z}\underline{\mathbf{X}}$. Υποθέτουμε επίσης ότι rank[**I-(**$\underline{\mathbf{R}}$**-**$\mathbf{r}_0$**)Z**$\underline{\mathbf{X}}$**]=n-1.** Ωστόσο, σε αντίθεση με την προηγουμένως αναπτυχθείσα περίπτωση των μη διασπώμενων $\mathbf{r}_0$-παραγωγικών τεχνικών που παράγουν μόνο βασικά εμπορεύματα, στην παρούσα περίπτωση του διασπώμενου της τεχνικής, έπεται είτε ότι $\underline{\mathbf{X}} \geq 0$ είτε ότι $\underline{\mathbf{X}}>0$. Ειδικότερα, η σχέση $\underline{\mathbf{X}}=(\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0)\mathbf{Z}\underline{\mathbf{X}}$ αναλύεται ως εξής:

$$\underline{\mathbf{X}}_1 = (\overline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0)\mathbf{Z}_1\underline{\mathbf{X}}_1 + (\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0)\mathbf{Z}_{\mathbf{c}}\underline{\mathbf{X}}_2 \qquad (10α)$$

$$\underline{\mathbf{X}}_2 = (\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0)\mathbf{Z}_2\underline{\mathbf{X}}_2 \qquad (10β)$$

Επειδή το $\dfrac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0}$ αποτελεί την μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας $\mathbf{Z}$ και αφού $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}} = \max(\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1},\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}) > 0$, η εύρεση της $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}}$ και συνεπώς η εύρεση του $\underline{\mathbf{R}}$ εξαρτάται από τις σχέσεις διάταξης που υπάρχουν μεταξύ των ιδιοτιμών $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1},\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$, δηλαδή από το αν ισχύει $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$ ή $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$ ή $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$. Στη συνέχεια θα συμβολίσουμε με $\underline{\mathbf{R}}_1$ εκείνη την τιμή του $\underline{\mathbf{R}}$, για την οποία ισχύει $\dfrac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$ και συνεπώς $\dfrac{1}{\underline{\mathbf{R}}_1-\mathbf{r}_0} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} \Leftrightarrow \underline{\mathbf{R}}_1 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}} + \mathbf{r}_0$. Ομοίως, συμβολίζουμε με $\underline{\mathbf{R}}_2$ εκείνη την τιμή του $\underline{\mathbf{R}}$, για την οποία ισχύει $\dfrac{1}{\underline{\mathbf{R}}_2-\mathbf{r}_0} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2} \Leftrightarrow \underline{\mathbf{R}}_2 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}} + \mathbf{r}_0$. Με όμοιο σκεπτικό, όπως κατά την ανάλυση της μη διασπώμενης τεχνικής, για τα $\underline{\mathbf{R}}_1$, $\underline{\mathbf{R}}_2$, ισχύει ότι $\underline{\mathbf{R}}_1 > \mathbf{r}_0$, $\underline{\mathbf{R}}_2 > \mathbf{r}_0$. Περαιτέρω, τα τελευταία αυτά μεγέθη παριστάνουν τους πρότυπους λόγους των προτύπων υποσυστηματων των (νοητών) υποσυστημάτων $[\mathbf{A}_{11},\mathbf{L}_1,\mathbf{B}_{11}]$, $[\mathbf{A}_{22},\mathbf{L}_2,\mathbf{B}_{22}]$, αντιστοίχως. Από την ανάλυση αυτή έπεται ακόμα, ότι η συνθήκη $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}} = \max(\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1},\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}) > 0$ συνεπάγεται με τη σειρά της τη συνθήκη $\underline{\mathbf{R}} = \min(\underline{\mathbf{R}}_1,\underline{\mathbf{R}}_2) > \mathbf{r}_0$.

Τώρα, σε σχέση με το μέγεθος του διανύσματος $\underline{\mathbf{X}}$, προβαίνουμε στην ακόλουθη ανάλυση. Όταν $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}} = \max(\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1},\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}) = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$ και συνεπώς $\underline{\mathbf{R}} = \min(\underline{\mathbf{R}}_1,\underline{\mathbf{R}}_2) = \; = \underline{\mathbf{R}}_1 > \mathbf{r}_0$, το σύστημα (10) οδηγεί σε ένα αυστηρά θετικό διάνυσμα σχετικών επιπέδων δραστηριότητας $\underline{\mathbf{X}}_1$ και σε ένα μηδενικό διάνυσμα $\underline{\mathbf{X}}_2$. Ειδικότερα, προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις

$$\frac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} \qquad (11a)$$

$$[\frac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0}\mathbf{I} - \mathbf{Z}_1]\underline{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{Z}_{\mathbf{c}}\underline{\mathbf{X}}_2 \qquad (11b)$$

$$\frac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0}\underline{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{Z}_2\underline{\mathbf{X}}_2 \qquad (11c)$$

Το ότι στην εν λόγω περίπτωση ισχύει $\underline{\mathbf{X}}_1$>0, $\underline{\mathbf{X}}_2$=0, όπου $\underline{\mathbf{X}}=\begin{bmatrix}\underline{\mathbf{X}}_1\\ \underline{\mathbf{X}}_2\end{bmatrix}$ το δεξί εκείνο ιδιοδιάνυσμα της **Z**, το οποίο αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας αυτής, είναι συνέπεια του ότι μόνο στην περίπτωση αυτή ικανοποιούνται οι σχέσεις (11a-c). Αντιθέτως, αν $\underline{\mathbf{X}}_2$≥0, τότε η (11c) θα σήμαινε ότι το $\underline{\mathbf{X}}_2$ είναι και ένα δεξί ιδιοδιάνυσμα της μήτρας $\mathbf{Z}_2$, το οποίο αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή της, ωστόσο όμως αυτό δεν δύναται να ισχύει, αφού τουλάχιστον εξ υποθέσεως έχουμε υποθέσει ότι $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$.

Αν υποθέσουμε ότι $\frac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$, τότε το σύστημα (11b) είναι είτε αδύνατο είτε $\underline{\mathbf{X}}_1$>0, $\underline{\mathbf{X}}_2$=0. Στην περίπτωση που για το $\underline{\mathbf{X}}_2$ ισχύει $\underline{\mathbf{X}}_2$≥0, το διάνυσμα αυτό πρέπει να είναι και δεξί ιδιοδιάνυσμα της μήτρα $\mathbf{Z}_2$, ωστόσο επειδή η μήτρα $\mathbf{Z}_2$ είναι μη διασπώμενη, δεν δύναται να ισχύει $\underline{\mathbf{X}}_2$≥0, αλλά $\underline{\mathbf{X}}_2$>0. Όμως, αν $\underline{\mathbf{X}}_2$>0, το σύστημα (11β) θα σήμαινε ότι ένας μη αρνητικός γραμμικός συνδυασμός των γραμμικά εξαρτημένων διανυσμάτων-στηλών της μήτρας $[\frac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0}\mathbf{I}-\mathbf{Z}_1]$, η οποία περιέχει και αρνητικά στοιχεία, είναι ίσος με τον αυστηρά θετικό γραμμικό συνδυασμό των στηλών τής περιέχουσας μόνο θετικά στοιχεία μήτρας $\mathbf{Z}_\mathbf{c}$. Αυτό όμως είναι άτοπο.

Αν $\frac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$, τότε υπάρχει η αντίστροφη της μήτρας $[\frac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0}\mathbf{I}-\mathbf{Z}_1]$ και είναι ημιθετική, ισχύει δηλαδή $[\frac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0}\mathbf{I}-\mathbf{Z}_1]^{-1}$≥0. Συνεπώς, δεδομένου ότι

$\underline{\mathbf{X}}_1=[\frac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0}\mathbf{I}-\mathbf{Z}_1]^{-1}\,\mathbf{Z}_\mathbf{c}\,\underline{\mathbf{X}}_2$,

έπεται ότι το $\underline{\mathbf{X}}$ είναι <u>αυστηρά</u> θετικό.

Μένει τώρα να προσδιορίσουμε το $\underline{\mathbf{R}}$ ανεξαρτήτως του $\mathbf{r}_0$. Κατ΄ αρχήν, ξέρουμε ότι $(\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A}\mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A})\underline{\mathbf{X}}=0$, με $\underline{\mathbf{X}}$ ≥0, 0<$\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A}<1$ - όπου $\underline{\mathbf{X}}$ εκείνο το θετικό ή ημιθετικό επίπεδο δραστηριότητας της δεδομένης τεχνικής, το οποίο αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **Z**. Το ότι 0<$\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A}<1$ προκύπτει με το ίδιο σκεπτικό όπως στην περίπτωση της μη διασπωμενης τεχνικής, η οποια παρήγε μόνο βασικά εμπορεύματα. Συνεπώς, ο πρότυπος λόγος $\underline{\mathbf{R}}$ αντιστοιχεί, διαμέσου της σχέσης $\underline{\mathbf{R}}=\frac{1}{\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A}}+1$, σε εκείνη την ιδιοτιμή $\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A}$ της μήτρας $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$**,** για την οποία υπάρχει ημιθετικό δεξιό ιδιοδιάνυσμα. Προφανώς, ισχύει επίσης και $\underline{\mathbf{R}}$ ≥0. Στην συνέχεια θα αναλύσουμε περαιτέρω το σύστημα $(\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A}\mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A})\underline{\mathbf{X}}=0$.

Ορίζουμε τις ακόλουθες μήτρες[1]

[1] Δες Σταμάτης (1996β) σελ.176-179

$$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M_C} \\ 0 & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11}^{-1} & \mathbf{B}_{11}^{-1}\mathbf{A}_{12} - \mathbf{B}_{11}^{-1}\mathbf{B}_{12}\mathbf{B}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{22} \\ 0 & \mathbf{B}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

Με βάση τις μήτρες και υπομήτρες αυτές έπονται τα ακόλουθα

$$\boldsymbol{\lambda}^{B^{-1}A}\mathbf{X} = \mathbf{MX} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{1+\mathbf{R}}\mathbf{X} = \mathbf{MX} \qquad (12a)$$

(12a)

Οι σχέσεις αυτές αναλύονται περαιτέρω ως εξής

$$\frac{1}{1+\mathbf{R}}\mathbf{X}_1 = \mathbf{M}_1\mathbf{X}_1 + \mathbf{M_c}\mathbf{X}_2 \qquad (12b)$$

$$\frac{1}{1+\mathbf{R}}\mathbf{X}_2 = \mathbf{M}_2\mathbf{X}_2 \qquad (12c)$$

Αν υποθέσουμε ότι $\frac{1}{\underline{\mathbf{R}} - \mathbf{r}_0} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$ και άρα $\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{R}}_2 = \frac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}}} + \mathbf{r}_0$, τότε από τις σχέσεις (12a-12c) έπεται ότι το $\underline{\mathbf{R}}$=$\underline{\mathbf{R}}_2$ προσδιορίζεται από την ιδιοτιμή εκείνη της υπομήτρας $\mathbf{M}_2$, στην οποία αντιστοιχεί ένα απολύτως θετικό δεξί ιδιοδιάνυσμα $\underline{\mathbf{X}}_2$. Το ίδιο σκεπτικό ισχύει και για τις υπόλοιπες περιπτώσεις των σχέσεων διάταξης των ιδιοτιμών $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}, \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$.

Από την ανάλυση αυτή διαπιστώνεται ότι η ύπαρξη ενός αυστηρά θετικού πρότυπου συστήματος, δηλαδή ενός πρότυπου συστήματος για το οποίο ισχύει $\underline{\mathbf{X}}$ >0, εξαρτάται από το αν η μέγιστη ιδιοτιμή της υπομήτρας $\mathbf{Z}_1 = [\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}\mathbf{A}_{11}$ είναι μικρότερη ή ίση από αυτή της υπομήτρας $\mathbf{Z}_2 = [\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}\mathbf{A}_{22}$. Ειδικότερα, $\underline{\mathbf{X}}$>0 έχουμε μόνο στην περίπτωση που ισχύει $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις, δηλαδή στις περιπτώσεις που ισχύει $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$, ή $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$, προκύπτει $\underline{\mathbf{X}}$ $\underline{>}$0.

Σε σχέση με την έννοια του πρότυπου συστήματος στη σύνθετη παραγωγή και σε αντίθεση με την έννοια του πρότυπου συστήματος στα πλαίσια της απλής παραγωγής, πρέπει να παρατηρήσουμε τα εξής: ενώ στην απλή παραγωγή σε κάθε τεχνική που μπορεί να διαπιστωθεί η ύπαρξη ενός βιώσιμου συστήματος παραγωγής μπορεί πάντα να υπάρξει και να προσδιοριστεί ένα πρότυπο σύστημα, δεν συμβαίνει το ίδιο και στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής. Στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής ενδέχεται να υπάρχουν βιώσιμα συστήματα τα οποία να χρησιμοποιούν μια μη τετράγωνη τεχνική. Στις μη τετράγωνες τεχνικές, όμως, μόνο τυχαία μπορεί να υπάρξει κάποιο πρότυπο σύστημα· μια μη τετράγωνη τεχνική έχει πρότυπο σύστημα όταν για παράδειγμα ισχύει **A=αB**, με 0<**α**<1. Επίσης, στα πλαίσια των τετράγωνων τεχνικών σύνθετης παραγωγής, ενδέχεται να μην υπάρχει καν κάποιο πρότυπο σύστημα. Το τελευταίο συμβαίνει είτε όταν η ορίζουσα **det[B-λA]=0** έχει μόνο μιγαδικές ρίζες είτε όταν η υπό θεώρηση τεχνική παράγει σε κοινές διαδικασίες παραγωγής τόσο βασικά όσο και μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή τους. Στην δεύτερη περίπτωση δεν μπορεί να υπάρξει πρότυπο σύστημα, γιατί τα εμπορεύματα που αποτελούν τα μέσα παραγωγής θα διαφέρουν παντα σε σχέση με τα εμπορεύματα που αποτελούν το ακαθάριστο προϊόν – τα μέσα παραγωγής θα αποτελούνται μόνο από βασικά εμπορεύματα, ενώ το ακαθάριστο προϊόν τόσο από βασικά όσο και από μη βασικά. Η ύπαρξη, ή όχι, στα πλαίσια μιας δεδομένης τεχνικής ενός πρότυπου συστήματος εχει καθοριστικό χαρακτήρα. Αν δεν υπάρχει πρότυπο σύστημα, αφενός δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί ένας οικονομικά σημαντικός μέγιστος και ενιαίος υλικός ρυθμός μεγέθυνσης, αφετέρου, κάτι το οποίο θα δείξουμε σε άλλο σημείο, δεν μπορεί να προσδιοριστεί ένα οικονομικά σημαντικό και ενιαίο μέγιστο ποσοστό κέρδους –δηλαδή ένα μέγιστο ποσοστό κέρδους το οποίο να είναι θετικό και ενιαίο σε κάθε διαδικασία παραγωγής και το οποίο να οδηγεί σε θετικές ή ημιθετικές τιμές εμπορευμάτων. Επειδή στα πλαίσια της παρούσας εργασίας μας ενδιαφέρουν μόνο οι οικονομικά σημαντικές τεχνικές, οι τεχνικές που δεν έχουν πρότυπο σύστημα με $\underline{\mathbf{X}} \geq 0$, $\underline{\mathbf{R}}>0$ δεν θα αποτελέσουν αντικείμενο διερεύνησης στην παρούσα εργασία.

Στη συνέχεια και για να ολοκληρώσουμε την ανάλυση των γραμμικών συστημάτων σύνθετης παραγωγής από την πλευρά των φυσικών ποσοτήτων, θα αναφερθούμε στη σύνθετη παραγωγή όταν η εργασία εκφράζεται ως παραγόμενο εμπόρευμα, όταν δηλαδή είναι δεδομένο και το πραγματικό ωρομίσθιο. Όταν μια τεχνική σύνθετης παραγωγής **[A,L,B]** τίθεται στο επίπεδο λειτουργίας **X** και παράλληλα είναι γνωστό και το πραγματικό ωρομίσθιο **d,** τότε, αναλογικά με ό,τι ειπωθηκε στα πλαίσια της απλής παραγωγής, ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\mathbf{BX=AX+dLX+U} \Leftrightarrow \mathbf{U=BX-AX-dLX} \Leftrightarrow \mathbf{U=(B-A-dLX)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{U=(B-\overline{A})X} \quad \text{όπου } \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{dL}$$

Επίσης, αν $\det\mathbf{(B-\overline{A})}\neq 0$, έπεται ότι $\underline{\mathbf{X}}\mathbf{=(B-\overline{A})}^{-1}\mathbf{U}$. Προφανώς για τις οικονομικά σημαντικές τεχνικές πρέπει να ισχύει ή $\mathbf{(B-\overline{A})}^{-1}>0$ ή $\mathbf{(B-\overline{A})}^{-1}\geq 0$ ή καίτοι η $\mathbf{(B-\overline{A})}^{-1}$ έχει και αρνητικά στοιχεία, ωστόσο είναι σε θέση να παράγει ορισμένα θετικά ή ημιθετικά υπερπροϊόντα **U** παράγοντας αντίστοιχα θετικά ή ημιθετικά ακαθάριστα προϊόντα. Και στην περίπτωση των τεχνικών σύνθετης παραγωγής, ένα εμπόρευμα είναι ή δεν είναι αναπαραγωγικό, ανάλογα με το αν ή όχι εισέρχεται στην παραγωγή των εμπορευμάτων που αποτελούν το πραγματικό ωρομίσθιο **d.** Επειδή η σύνθετη παραγωγή συνδέεται με δυσχέρειες στην άμεση διαπίστωση για το ποιο εμπόρευμα είναι βασικό και ποιο μη βασικό, η άμεση διαπίστωση του πότε ένα εμπόρευμα είναι αναπαραγωγικό ή μη αναπαραγωγικό παρουσιάζει και αυτή δυσχέρειες. Το αν ένα εμπόρευμα δηλ. είναι αναπαραγωγικό, δεν μπορεί να διαπιστωθεί πλέον μόνο από την μήτρα $\overline{\mathbf{A}}$**,** αλλά χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση**.** Επίσης, επειδή στα πλαίσια της παρούσας εργασίας τα αναπαραγωγικά και τα μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής δεν θα μας απασχολήσουν, η ανάλυση εκείνης της περίπτωσης, που στα πλαίσια ενός συστήματος παραγωγής σύνθετης παραγωγής δεδομένο είναι και το πραγματικό ωρομίσθιο, θα περιοριστεί στις ακόλουθες περιπτώσεις: πρώτον, στην περίπτωση μιας μη διαχωρίσιμης μη διασπώμενης τεχνικής σύνθετης παραγωγής που παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα, δεύτερον, στην περίπτωση μιας μη διαχωρίσιμης διασπώμενης τεχνικής που παράγει μόνο βασικα εμπορεύματα και τρίτον, στην περίπτωση μιας μη διαχωρίσιμης διασπωμενης τεχνικής που παράγει βασικά και μη βασικά εμπορεύματα, της μορφής [A,L,B] με $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\\ 0 & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{11} & 0\\ 0 & \mathbf{B}_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2]$.

Α) Στις μη διαχωρίσιμες μη διασπώμενες τεχνικές σύνθετης παραγωγής, οι οποίες παράγουν μόνο βασικά εμπορεύματα, οποιοδήποτε καλάθι εμπορευμάτων και να αποτελέσει πραγματικό ωρομισθιο, τα εμπορευμάτα θα είναι ταυτόχρονα και βασικά και αναπαραγωγικά. Το ότι όλα τα εμπορεύματα θα αποτελούν και αναπαραγωγικά εμπορεύματα είναι προφανές, αφού όλα τα εμπορεύματα της υπό θεώρηση τεχνικής θα εισέρχονται στην παραγωγή του πραγματικού ωρομισθίου.

Β) Όσον αφορά την περίπτωση της μη διαχωρίσιμης διασπώμενης τεχνικής που παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα ισχύουν τα ακόλουθα:

* κατ΄αρχήν ξέρουμε ότι μια τέτοια τεχνική είναι της μορφής $[\mathbf{A},\mathbf{L},\mathbf{B}]$ με $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\\ 0 & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12}\\ 0 & \mathbf{B}_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2]$.

*αν το πραγματικό ωρομίσθιο έχει τη μορφή $\mathbf{d}=\begin{bmatrix}\mathbf{d}_1\\ 0\end{bmatrix}$, αποτελείται δηλαδή μόνο από εμπορεύματα του υποσυστήματος **1**, η μήτρα $\overline{\mathbf{A}}$ παίρνει την μορφή $\underline{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11}+(\mathbf{dL})_{11} & \mathbf{A}_{12}+(\mathbf{dL})_{12}\\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix}$. Ξέρουμε επίσης ότι όλα τα εμπορεύματα είναι αναπαραγωγικά, αφού ως βασικά εισέρχονται όλα στην παραγωγή του πραγματικού ωρομισθίου. Ωστόσο, σε αντίθεση με ό,τι συνέβαινε στην απλή παραγωγή, εδώ η μήτρα $\overline{\mathbf{A}}$ είναι διασπώμενη, καίτοι δηλαδή η δεδομένη τεχνική στην εν λόγω περίπτωση παράγει μόνο αναπαραγωγικά εμπορεύματα, παρ'όλα αυτά μπορεί να διασπαστεί σε δύο ανεξάρτητα υποσυστήματα, στο υποσύστημα $[\,\mathbf{A}_{11}+(\mathbf{dL})_{11}\quad \mathbf{B}_{11}]$ και το υποσύστημα $\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{12}+(\mathbf{dL})_{12} & \mathbf{B}_{12}\\ \mathbf{A}_{22} & \mathbf{B}_{22}\end{bmatrix}$

* αν το πραγματικό ωρομίσθιο έχει τη μορφή $\mathbf{d}=\begin{bmatrix}\mathbf{d}_1\\ \mathbf{d}_2\end{bmatrix}$, αποτελείται δηλαδή τόσο από τα εμπορεύματα του υποσυστήματος **1**, όσο και από τα εμπορεύματα του υποσυστήματος **2,** η μήτρα $\overline{\mathbf{A}}$ παίρνει τη μορφή $\underline{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11}+(\mathbf{dL})_{11} & \mathbf{A}_{12}+(\mathbf{dL})_{12}\\ (\mathbf{dL})_{21} & \mathbf{A}_{22}+(\mathbf{dL})_{22}\end{bmatrix}$. Στην περίπτωση αυτή, σε αντίθεση με ό,τι συνέβη στην προηγούμενη, η εν λόγω τεχνική αφενός παράγει μόνο αναπαραγωγικά εμπορεύματα, αφετέρου είναι και μη διασπώμενη, δεν μπορεί να διασπαστεί σε υποσυστήματα τα οποία να μπορούν να λειτουργούν ανεξάρτητα το ένα από το άλλο.

Γ) Όσον αφορά τώρα την περίπτωση της μη διαχωρίσιμης διασπώμενης τεχνικής που παράγει βασικά και μη βασικά εμπορεύματα, ισχύουν τα ακόλουθα:

*κατ' αρχήν η τεχνική αυτή είναι της μορφής $[\mathbf{A},\mathbf{L},\mathbf{B}]$ με $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\\ 0 & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{11} & 0\\ 0 & \mathbf{B}_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2]$.

*αν το καλάθι των εμπορευμάτων που αποτελούν το πραγματικό ωρομίσθιο είναι της μορφής $\mathbf{d}=\begin{bmatrix}\mathbf{d}_1\\0\end{bmatrix}$, αποτελείται δηλαδή μόνο από τα εμπορεύματα του υποσυστήματος **1**, η μήτρα $\overline{\mathbf{A}}$ παίρνει τη μορφή $\underline{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11}+(\mathbf{dL})_{11} & \mathbf{A}_{12}+(\mathbf{dL})_{12}\\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix}$. Στην περίπτωση αυτή η εν λόγω τεχνική παράγει τόσο αναπαραγωγικά όσο και μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα. Η πρώτη στήλη της μήτρας $\overline{\mathbf{A}}$ και η πρώτη στήλη της μήτρας **B** ορίζουν εκείνο το υποσύστημα της δεδομένης τεχνικής, που παράγει εκείνα τα βασικά εμπορεύματα, τα οποία, δεδομένου του εν λόγω πραγματικού ωρομισθίου, αποτελούν και αναπαραγωγικά πλέον εμπορεύματα. Το υποσύστημα που ορίζεται από τη δεύτερη στήλη της $\overline{\mathbf{A}}$ και τη δεύτερη στήλη της **B** ορίζουν το υποσύστημα το οποίο παράγει τα μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα της δεδομένης τεχνικής.

*αν το πραγματικό ωρομίσθιο είναι της μορφής μορφή $\mathbf{d}=\begin{bmatrix}\mathbf{d}_1\\ \mathbf{d}_2\end{bmatrix}$, αποτελείται δηλαδή τόσο από τα εμπορεύματα του υποσυστήματος **1** όσο και από τα εμπορεύματα του υποσυστήματος **2,** η μήτρα μήτρα $\overline{\mathbf{A}}$ παίρνει την μορφή $\underline{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11}+(\mathbf{dL})_{11} & \mathbf{A}_{12}+(\mathbf{dL})_{12}\\ (\mathbf{dL})_{\mathbf{21}} & \mathbf{A}_{22}+(\mathbf{dL})_{22}\end{bmatrix}$. Είναι προφανές ότι στην περίπτωση αυτή όλα τα εμπορεύματα καθίστανται αναπαραγωγικά και ότι η εν λόγω τεχνική για δεδομένη σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου καθίσταται μη διασπώμενη.

Το ίδιο σκεπτικό ισχύει και για τις άλλες πιθανές τεχνικές και συνθέσεις πραγματικού ωρομισθίου. Να παρατηρήσουμε επίσης, ότι στην περίπτωση που εκτός της τεχνικής μας δίνεται και το πραγματικό ωρομίσθιο, ενδέχεται να υπάρχει θετικό ή ημιθετικό διάνυσμα επιπέδων δραστηριότητας $\underline{\mathbf{X}}$ τέτοιο, ώστε $(1+\underline{\mathbf{R}})\overline{\mathbf{A}}\,\underline{\mathbf{X}}=\mathbf{B}\,\underline{\mathbf{X}}$ και $[\mathbf{I}-\underline{\mathbf{R}}\mathbf{Z}]\underline{\mathbf{X}}=0$, όπου $\mathbf{Z}=(\mathbf{B}-\overline{\mathbf{A}})^{-1}$**.** Στην περίπτωση αυτή ισχύει αναλογικά ό,τι ειπώθηκε για τα πρότυπα συστήματα των τεχνικών σύνθετης παραγωγής όταν το πραγματικό ωρομίσθιο είναι άγνωστο, το μόνο που αλλάζει είναι η ερμηνεία της μήτρας **A** και η έννοια του πρότυπου λόγου $\underline{\mathbf{R}}$. Η μήτρα $\overline{\mathbf{A}}$ διαφέρει από την μήτρα **A** στο ότι περιλαμβάνει και τους πραγματικούς μισθούς, ο δε πρότυπος λόγος $\underline{\mathbf{R}}$, στην περίπτωση που δεδομένο είναι και το πραγματικό ωρομίσθιο, εκφράζει το βαθμό μετατροπής των πραγματικών μισθών και των μέσων παραγωγής σε ακαθάριστο προϊόν.

* * *

Στην συνέχεια θα εξετάσουμε τα γραμμικά συστήματα σύνθετης παραγωγής από την πλευρά των σχετικών τιμιακών μεγεθών. Έστω ότι μας δίνεται μια τετράγωνη τεχνική σύνθετης παραγωγής **[A,L,B]**, ο προσδιορισμός των τιμών των εμπορευμάτων της δεδομένης αυτής τεχνικής προκύπτει από το παρακάτω σύστημα εξισώσεων, το οποίο στηρίζεται στις αυτές υποθέσεις όπως και στην απλή παραγωγή.

$$\mathbf{p[B-(}1+\mathbf{r)A]=wL}$$

Υποθέτουμε περαιτέρω ότι η εν λόγω τεχνική είναι μια $\mathbf{r}_0$ – παραγωγική μη διασπώμενη μη διαχωρίσιμη τεχνική η οποία παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Υπό την υπόθεση αυτή έπονται τα ακόλουθα συστήματα εξισώσεων[1]:

$$\mathbf{p} = \mathbf{wL}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1} \quad \text{με} \quad \mathbf{r} \neq \mathbf{R} \quad , \quad \det[\mathbf{B}\text{-}(1+\mathbf{R})\mathbf{A}]=0 \qquad (13a)$$

$$\mathbf{pB} = \mathbf{pA} + \mathbf{rpA} + \mathbf{wL} \Rightarrow \mathbf{p} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{pA}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} + \mathbf{wL}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{p} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{pH} + \mathbf{wL}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \qquad \mathbf{(13b)}$$

με $\mathbf{H} = \mathbf{A}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \quad \mathbf{H} > \mathbf{0}$

$$\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{AB}^{-1}] = \mathbf{wLB}^{-1} \quad \textbf{με} \ \det \mathbf{B} \neq 0 \qquad (13c)$$

Από τα παραπάνω συστήματα, για **w**=0, έπεται **p=(R-r**$_0$**)pH,** όπου **R** εκείνες οι τιμές του ποσοστού κέρδους, για τις οποίες το σύστημα **p=(r- r**$_0$**)pH** έχει λύση. Επειδή όμως ισχύει **H**>0, έπεται ότι υπάρχει τιμή του **R**, η οποία με βαση τις σχέσεις $\lambda^{H} = \dfrac{1}{\mathbf{R} - \mathbf{r}_0}$,$\lambda^{\mathbf{H}}_{\mathbf{m}} = \dfrac{1}{\overline{\mathbf{R}} - \mathbf{r}_0}$, -όπου λ^{H} οι ιδιοτιμές τις μήτρας **H** και $\lambda^{\mathbf{H}}_{\mathbf{m}}$ η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **H-** αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **H.** Στην μέγιστη αυτή ιδιοτιμή της μήτρας **H** αντιστοιχεί, ως γνωστόν, υπο την προϋπόθεση ότι **rank[B-(1+R)A]=n-1**, ένα εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο και αυστηρά θετικό διάνυσμα $\overline{\mathbf{p}}$. Έτσι, στο σύστημα (13), στην περίπτωση που **w**=0, έπεται ότι για την τιμή του ποσοστού κέρδους **r**, $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}} = \dfrac{1}{\lambda^{\mathbf{H}}_{\mathbf{m}}} + \mathbf{r}_0 > 0$, προσδιορίζονται αυστηρά θετικές σχετικές τιμές εμπορευμάτων, ήτοι **p**>0. Περαιτέρω, εφαρμόζοντας τον ίδιο συλλογισμό όπως στην απλή παραγωγή, μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι, όταν για τις **n** γραμμικά ανεξάρτητες διαδικασίες παραγωγής της μη διασπώμενης $\mathbf{r}_0$-παραγωγικής τεχνικής [**A,L,B**], ισχύει **rank[B-(1+R)A]=n-1**, όπου **R** πραγματικοί αριθμοί, τότε, αν υπάρχει πρότυπο σύστημα με πρότυπο λόγο ίσο με την τιμή του ποσοστού κέρδους $\mathbf{R} = \overline{\mathbf{R}} = \dfrac{1}{\lambda^{\mathbf{H}}_{\mathbf{m}}} + \mathbf{r}_0 > 0$, έπεται ότι στην τιμή αυτή του ποσοστού κέρδους αντιστοιχεί ένα μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο. Στην περίπτωση αυτή, αν $\underline{\mathbf{X}}$, $\underline{\mathbf{R}}$ και P το διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας του πρότυπου συστήματος, ο πρότυπος λόγος και το διάνυσμα των τιμών που προκύπτει βάση το ποσοστό κέρδους **r** αντίστοιχα, τότε $\mathrm{P}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\underline{\mathbf{X}} = \mathbf{wL}\,\underline{\mathbf{X}} \Rightarrow \mathrm{P}\mathbf{B}\underline{\mathbf{X}}\dfrac{\underline{\mathbf{R}} - \mathbf{r}}{1+\underline{\mathbf{R}}} = \mathbf{wL}\,\underline{\mathbf{X}} \xrightarrow{\mathbf{r}=\overline{\mathbf{R}}=\underline{\mathbf{R}}} \mathrm{P}\mathbf{B}\underline{\mathbf{X}}0 = \mathbf{wL}\,\underline{\mathbf{X}}$. Είναι σαφές ότι για πεπερασμένο διάνυσμα τιμών έπεται $\mathbf{w} = 0$. Είναι σαφές επίσης ότι αυτό το πεπεπερασμένο και θετικό διάνυσμα σχετικών τιμών είναι αυτό που προσδιορίζει για ένα δεδομένο μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο το σύστημα (13), ήτοι το διάνυσμα $\overline{\mathbf{p}}$. Είναι σαφές επίσης ότι αν δεν υπάρχει πρότυπο σύστημα δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε

[1] Δες Σταμάτης (1996β) σελ. 171-178

αμφιμονοσήμαντα ένα μέγιστο ποσοστό κέρδους με ένα μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο, το μόνο που θα μπορούσαμε να κάνουμε θα ήταν να συσχετίσουμε ένα μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο με ένα για θετικές (σχετικες)τιμές ποσοστό κέρδους. Στα πλαίσια αυτά είναι σαφές ακόμα ότι διερευνούμε “κανονικές” τεχνικές σύνθετης παραγωγής. Επιπρόσθετα, πρέπει να παρατηρήσουμε ότι το $\overline{\mathbf{R}}$ μπορεί να βρεθεί ανεξαρτήτως του $\mathbf{r}_0$. Συγκεκριμένα, το $\mathbf{p}$>0 το οποίο αντιστοιχεί στην τιμή $\mathbf{r}=\overline{\mathbf{R}}$ ικανοποιεί και τη σχεση $\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\boldsymbol{\rho})\mathbf{A}\mathbf{B}^{-1}]=0$, υπάρχει δηλαδή διάνυσμα αυστηρά θετικών σχετικών τιμών, το οποίο, με βαση την σχέση $\boldsymbol{\rho}=\frac{1}{\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{AB}^{-1}}}+1$, αντιστοιχεί σε κάποια ιδιοτιμή $\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{\mathbf{AB}^{-1}}$ της μήτρας $\mathbf{AB}^{-1}$ και το οποίο ικανοποιεί τη ισότητα $\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\boldsymbol{\rho})\mathbf{AB}^{-1}]=0$ -συνεπώς, το $\boldsymbol{\rho}$ αυτό προσδιορίζεται από εκείνη την ιδιοτιμή της μήτρας $\mathbf{AB}^{-1}$, στην οποία αντιστοιχεί ένα αυστηρά θετικό διάνυσμα σχετικών τιμών **p.** Προφανώς, για την τιμή αυτή του ποσοστού κέρδους έπεται $\boldsymbol{\rho}=\overline{\mathbf{R}}$, αφού τα συστήματα (13a-13c) ως ισοδύναμα έχουν τις ίδιες λύσεις. Να παρατηρήσουμε επίσης ότι επειδή οι μήτρες $\mathbf{AB}^{-1}$ **και** $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$ είναι όμοιες, έπεται ότι 0<$\underline{\mathbf{R}}=\frac{1}{\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{\mathrm{B}^{-1}\mathrm{A}}}+1=\frac{1}{\underline{\boldsymbol{\lambda}}^{\mathrm{AB}^{-1}}}+1=\overline{\mathbf{R}}<1$. Αποδεικνύεται επίσης ότι για κάθε $\mathbf{r}\in(\mathbf{r}_0,\overline{\mathbf{R}})$, το διάνυσμα των σχετικών τιμών είναι αυστηρά θετικό. Για παραδειγμα, ο Bidard (στο Bidard (1986) σελ.411-412) αποδεικνύει το παρακάτω λήμμα:

> «Λήμμα: Αν ένα τετράγωνο σύστημα $(\overline{\mathbf{A}},\overline{\mathbf{B}})$, **με** $\overline{\mathbf{B}}\geq\mathbf{0}$ **και** $\mathbf{det}[\overline{\mathbf{B}}\text{-}(1+\mathbf{r})\overline{\mathbf{A}}]\not\equiv 0$, έχει ένα και μοναδικό θετικό διάνυσμα στήλη *p* και ένα θετικό διάνυσμα γραμμή *q* τα οποία συνδέονται με [την χαρακτηριστική ρίζα] Λ=$\frac{1}{1+\mathbf{R}}>0$, τότε η $[\overline{\mathbf{B}}-(1+\mathbf{r})\overline{\mathbf{A}}]^{-1}$ είναι θετική πάνω σε ένα μη κενό διάστημα $]\mathbf{r}_0,\mathbf{R}[$. »

Την απόδειξη του λήμματος την οποία παραθέτει ο Bidard δεν θα την αναφέρουμε, γιατί την αναπτύσσει με βάση την έννοια της τυποποίησης, χωρίς να μας εξηγεί αν η εξίσωση τυποποίησης επιδρά στο προσδορισμό του $\mathbf{r}_0$. Αν μάλιστα σκεφτούμε ότι στο λήμμα αυτό δεν εισάγεται καθόλου η έννοια της τυποποίησης, πρέπει να συμπεράνουμε ότι η εξίσωση τυποποίησης δεν διαδραματίζει κάποιον σημαντικό ρόλο στον εν λόγω προσδιοριμό. Ωστόσο, αφενός επειδή δεν έχουμε αναλύσει την έννοια της τυποποίησης, και αφετέρου επειδή θα δείξουμε ότι η εξίσωση τυποποίησης στη γενική περίπτωση δεν έχει ουδέτερο χαρακτήρα ούτε στον προσδιορισμό του $\mathbf{r}_0$, για την κατανόηση της θετικότητας των ατυποποίητων σχετικών τιμών των εμπορευμάτων στο διάστημα $\mathbf{r}\in(\mathbf{r}_0,\overline{\mathbf{R}})$, υπό την προϋπόθεση ότι η τεχνικη είναι $\mathbf{r}_0$-παραγωγική μη διασπώμενη η οποία παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα, θα αναφέρουμε τα παρακάτω:

Από το σύστημα των τιμών (13) προκύπτει ότι

$$\mathbf{p}[\mathbf{I}-(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{H}]=\mathbf{wL}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \tag{14}$$

Το σύστημα εξισώσεων (14) οδηγεί σε ένα αυστηρά θετικό διάνυσμα σχετικών τιμων **p/w** μόνο όταν $\mathbf{r}_0$<**r**<$\overline{\mathbf{R}}$, κι αυτό γιατί στην περίπτωση αυτή ισχύει $\frac{1}{\mathbf{r}-\mathbf{r}_0}<\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}}$ και συνεπώς,

$$[\mathbf{I}-(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{H}]^{-1}>0$$

Επειδή όμως έχουμε δείξει ότι ισχύει και $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}>0$, έπεται ότι

$$\mathbf{p}/\mathbf{w}=\mathbf{L}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}[\mathbf{I}-(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{H}]^{-1}>0$$

Το τελευταίο σύστημα, όμως, σημαίνει, επιπλέον, ότι για κάθε θετικό ονομαστικό ωρομίσθιο οι τιμές των εμπορευμάτων για $\mathbf{r}\in(\mathbf{r}_0,\overline{\mathbf{R}})$ είναι ως προς το πρόσημο τους θετικές. Δεδομένου του τελευταίου καθώς και του ότι ήδη δείξαμε ότι για **r=** $\overline{\mathbf{R}}$ οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων είναι αυστηρώς θετικές, έπεται ότι οι σχετικές τιμες των εμπορευμάτων για κάθε $\mathbf{r}\in(\mathbf{r}_0,\overline{\mathbf{R}}]$ είναι αυστηρώς θετικές.

Στην συνέχεια θα εξετάσουμε την περίπτωση που η δεδομένη τεχνική είναι μια $\mathbf{r}_0$-παραγωγική διασπώμενη τεχνική που παράγει μόνο βασικά εμπορευμάτα. Εστω λοιπόν μια τέτοια τεχνική [**A,L,B]** για την οποία ισχύει

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\\ 0 & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12}\\ 0 & \mathbf{B}_{22}\end{bmatrix},\ \ \mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2].$$

Για μια τέτοια τεχνική ήδη έχουμε ορίσει τα υποσυστήματα $[\mathbf{A}_{11},\mathbf{L}_1,\mathbf{B}_{11}]$, $[\mathbf{A}_{22},\mathbf{L}_2,\mathbf{B}_{22}]$ και έχουμε εξηγήσει ότι έχει ένα αυστηρά θετικό πρότυπο σύστημα, δηλαδή ένα πρότυπο σύστημα που για το διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας ισχύει $\underline{\mathbf{X}}$ >0, μόνο όταν $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}<\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$.Στις υπόλοιπες περιπτώσεις, δηλαδή στις περιπτώσεις που ισχύει $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}>\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$, ή $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}=\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$, προκύπτει $\underline{\mathbf{X}}$ ≥0. Όσον αφορά τώρα το σύστημα των τιμών ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\mathbf{p}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]=\mathbf{wL}$$

$$\mathbf{p}=\mathbf{wL}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1} \qquad \text{με} \quad \mathbf{r}\neq\mathbf{R} \quad , \quad \det[\mathbf{B}\text{-}(1+\mathbf{R})\mathbf{A}]=0 \qquad (15a)$$

$$\mathbf{pB}=\mathbf{pA}+\mathbf{rpA}+\mathbf{wL}\Rightarrow\mathbf{p}=(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}+\mathbf{wL}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\mathbf{p}=(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{pH}+\mathbf{wL}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \qquad (15\mathbf{b})$$

με $\mathbf{H}=\mathbf{A}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$ $\quad\mathbf{H}>\mathbf{0}$

$$\mathbf{p}_1=(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H}_1+\mathbf{wL}_1[\mathbf{B}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1} \qquad (15c)$$

$$\mathbf{p}_2=(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H}_\mathbf{c}+(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{p}_2\mathbf{H}_2-\mathbf{wL}_1\mathbf{C}+\mathbf{wL}_2[\mathbf{B}_{22}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1} \qquad (15d)$$

με $\mathbf{H}=\begin{bmatrix}\mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_\mathbf{c}\\ 0 & \mathbf{H}_\mathbf{2}\end{bmatrix}\geq 0$

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{A}_{11}[\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1} > 0$$
$$\mathbf{H}_2 = \mathbf{A}_{22}[\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1} > 0$$
$$\mathbf{C} = [\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}[\mathbf{B}_{12} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{12}][\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}$$
$$\mathbf{H_c} = \mathbf{A}_{12}[\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1} - \mathbf{A}_{11}\mathbf{C} > 0$$

$$\mathbf{p} = (\mathbf{R} - \mathbf{r}_0)\mathbf{pH} \tag{15e}$$
$$\mathbf{p}_1 = (\mathbf{R} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H}_1 \tag{15f}$$
$$\mathbf{p}_2 = (\mathbf{R} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H_c} + (\mathbf{R} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_2\mathbf{H}_2 \tag{15g}$$

$$\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{AB}^{-1}] = \mathbf{wLB}^{-1} \quad \textbf{με} \ \det\mathbf{B} \neq 0 \tag{15h}$$
$$\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{R})\mathbf{AB}^{-1}] = 0 \quad \textbf{με} \ \det\mathbf{B} \neq 0 \tag{15i}$$

Στην βάση αυτού του τελευταίου συστήματος εξισώσεων καθώς και στη βάση των όσων ήδη έχουμε αναπτύξει, έπονται τα ακόλουθα:

- οι μήτρες $\mathbf{H}, \mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$ είναι όμοιες με τις μήτρες $\mathbf{Z}, \mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2$, συνεπώς έχουν τις ίδιες χαρακτηριστικές ρίζες.
- για κάθε $\mathbf{r}, -1 < \mathbf{r}_0 < \mathbf{r} < \overline{\mathbf{R}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2)$ και **w**>0, έπεται ένα αυστηρώς θετικό διάνυσμα σχετικών τιμών[1].
- για $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}}$, το διάνυσμα των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων εξαρτάται, εξαιρουμένης της περίπτωσης των απροσδιόριστων τιμών, ως προς την θετικότητα του ή την ημιθετικότητα του από την σχέση διάταξης των $\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2$. Από το συστήματα (15e-15g) έπονται αυστηρά θετικές σχετικές τιμές μόνο όταν $\overline{\mathbf{R}}_1 < \overline{\mathbf{R}}_2$. Όταν $\overline{\mathbf{R}}_1 > \overline{\mathbf{R}}_2$, έχουμε αυστηρά θετικές σχετικές τιμές μόνο για τα βασικά εμπορεύματα που παράγονται από το υποσύστημα 2, ενώ για τα εμπορεύματα που παράγονται στο υποσύστημα 1 έχουμε μηδενικές τιμές. Όταν $\overline{\mathbf{R}}_1 = \overline{\mathbf{R}}_2$, τότε λύση έχουμε πάλι μόνο όταν οι τιμές των εμπορευμάτων του υποσυστήματος 1 είναι μηδενικές και οι τιμές των εμπορευμάτων του υποσυστήματος 2 θετικές. Ειδικότερα. Αν **w**=0 και $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$, έπεται ότι : $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_1}$, $\overline{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{R}}_2 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}} + \mathbf{r}_0$, $\underline{\mathbf{b}}^{I} > 0$, $\underline{\mathbf{b}}^{S} > 0$, με $\overline{\mathbf{p}}_1 > 0, \overline{\mathbf{p}}_2 > 0$ τα αριστερά εκείνα ιδιοδιανύσματα, τα οποία αντιστοιχούν στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **H,** δεδομένου ότι στην προκειμένη περίπτωση ισχύει $\overline{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{R}}_2 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}} + \mathbf{r}_0 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}}} + \mathbf{r}_0$. Αν **w**=0 και $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$ έπεται ότι : $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_1}$, $\overline{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{R}}_1 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H1}}} + \mathbf{r}_0$, $\overline{\mathbf{p}}_1 = 0, \overline{\mathbf{p}}_2 > 0$. Αν **w**=0 και $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$ έπεται ότι : $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_1}$, $\overline{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{R}}_1 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H1}}} + \mathbf{r}_0$ $\overline{\mathbf{R}}_2 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}} + \mathbf{r}_0$, $\overline{\mathbf{p}}_1 = 0, \overline{\mathbf{p}}_2 > 0$.

[1] Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν ιδιοτιμές τέτοιες ώστε για ορισμένες από τις τιμές του ποσοστού κέρδους του εν λόγω διαστήματος να ισχύει $\mathbf{r} = \dfrac{1 - \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}}}$.

- για $\mathbf{r}=\overline{\mathbf{R}}_2$, $\overline{\mathbf{R}}_2<\overline{\mathbf{R}}_1$, τότε α) αν υποθέσουμε ότι οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων του υποσυστήματος 1 και το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι θετικό, οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων που παράγει μόνο το υποσύστημα 2 καθίστανται απροσδιόριστες, και β) αν υποθέσουμε ότι οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων του υποσυστήματος 1 και το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι μηδενικό, οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων του τομέα 2 καθίστανται αυστηρά θετικές.
- για $\mathbf{r},\mathbf{r}>\overline{\mathbf{R}}$ προκύπτουν διανύσματα τιμών που περιέχουν αρνητικές συνιστώσες. Εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση που $\overline{\mathbf{R}}_1<\overline{\mathbf{R}}_2$ και r=$\overline{\mathbf{R}}_2$, στην περίπτωση αυτή και σε αναλογία με όσα είπαμε στην απλή παραγωγή ισχύει $\overline{\mathbf{p}}_1=0,\overline{\mathbf{p}}_2>0$
- διερευνώντας το σύστημα (15i) μπορούμε να προσδιορίσουμε το $\overline{\mathbf{R}}$ ανεξαρτήτως του $\mathbf{r}_0$.

Με την ανάλυση αυτή του συστήματος των σχετικών τιμών της σύνθετης παραγωγής, κλείνουμε και την ανάλυσή μας στις ιδιότητες των μη τυποποιημένων γραμμικών συστημάτων από την πλευρά και της σύνθετης παραγωγής. Στην όλη αυτή ανάλυση όμως δεν διερευνήσαμε καθόλου την έννοια του χρήματος -κι αυτό, γιατί δεν διερευνήσαμε την έννοια της εξίσωσης τυποποίησης, η οποία αποτελεί και τον τρόπο εισαγωγής στα γραμμικά συστήματα παραγωγής της έννοιας του χρήματος. Την έννοια της εξίσωσης αυτής θα την αναλύσουμε στη συνέχεια. Πριν όμως περάσουμε στη ανάλυση αυτή, είμαστε σε θέση, σε έναν πρώτο βαθμό προσέγγισης, να δείξουμε ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής στη γενική περίπτωση δεν μπορεί να υπάρξει η έννοια του ενιαίου-γενικού ποσοστού κέρδους. Περαιτέρω, θα δείξουμε ότι η έννοια των «ελεύθερων αγαθών» είναι ασυμβίβαστη με την έννοια των τιμών παραγωγής.

Ι.4 Για την υπόθεση του ενιαίου ποσοστού κέρδους και την υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών»

Ένα από τα θεμελιώδη χαρακτηριστικά των γραμμικών συστημάτων παραγωγής, στα πλαίσια της σύγχρονης νεορικαρδιανής και γενικά της νεορικαρδιανής θεωρίας, είναι η υπόθεση της ύπαρξης ενός ενιαίου σε κάθε διαδικασία παραγωγής ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής ποσοστού κέρδους -και ως εκ τούτου η υπόθεση ενός γενικού ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής ποσοστού κέρδους. Η υπόθεση αυτή θεωρείται ότι εκφράζει τον ανταγωνισμό που επικρατεί στα πλαίσια των καπιταλιστικών οικονομιών. Ανταγωνισμός ο οποίος οδηγεί τους καπιταλιστές σε τέτοιες επενδύσεις, ώστε να παρουσιάζεται μια «τάση» εξίσωσης των επιμέρους ατομικών τους ποσοστών κέρδους. Αν και στα πλαίσια των πραγματικών οικονομιών θα μπορούσαμε να υποθέσουμε[1] ότι μια τέτοια «τάση» εξίσωσης πράγματι παρουσιάζεται, ωστόσο όμως παραμένει πάντα «τάση». Αν και στην οικονομική πραγματικότητα, δηλαδή, τα επιμέρους ποσοστά κέρδους των καπιταλιστών μπορούμε να υποθέσουμε ότι πράγματι παρουσιάζουν μια *τάση* εξίσωσης, *ποτέ* δεν εξισώνονται. Η υπόθεση των νεορικαρδιανών οικονομολόγων, η οποία περαιτέρω ανάγεται στους κλασικούς οικονομολόγους Ricardo και Marx, αποτελεί απλώς και μόνο μια απλοποίηση της οικονομικής πραγματικότητας. Το αν η απλοποιημένη αυτή εκδοχή της πραγματικότητας μπορεί να αποτελέσει βάση για την ερμηνεία, έστω κατά προσέγγιση, *κάθε* φαινομένου της οικονομικής πραγματικότητας, αποτελεί μετέωρο εγχείρημα. Θα δείξουμε ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής στη γενική περίπτωση η έννοια του ενιαίου-γενικού ποσοστού κέρδους, ως έκφραση της «τάσης» εξίσωσης των επιμέρους ατομικών ποσοστών κέρδους των καπιταλιστών των πραγματικών οικονομιών, δεν είναι σε θέση να αποτελέσει βάση για την ερμηνεία των τιμών των πραγματικών οικονομιών. Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στην υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» και θα δείξουμε ότι η έννοια αυτή είναι ασυμβίβαστη με την έννοια των τιμών παραγωγής.

Στα τετράγωνα συστήματα παραγωγής το σύστημα των τιμών αποτελείται από n εξισώσεις με n+2 αγνώστους, -από n εξισώσεις που ορίζονται από τις n διαδικασίες παραγωγής του δεδομένου τετράγωνου συστήματος και από τις n+2 άγνωστες τιμές των τιμών των n εμπορευμάτων, το ονομαστικό ωρομίσθιο **w** και το ενιαίο ποσοστό κέρδους **r**. Σε ένα τέτοιο σύστημα εξισώσεων, αν προσδιορίσουμε, εξωγενώς, τόσο το ονομαστικό ωρομίσθιο όσο και το ενιαίο ποσοστό κέρδους, προσδιορίζονται μονοσήμαντα και οι τιμές των εμπορευμάτων. Αντιθέτως, αν υποθέταμε ότι το ποσοστό κέρδους, μολονότι παρουσιάζει μια «τάση» εξίσωσης, δεν είναι ενιαίο, τότε το σύστημα των τιμών θα αποτελούνταν πάλι από n εξισώσεις. Θα είχε όμως περισσότερους από **n+2** αγνώστους, στην πιο ακραία περίπτωση θα αποτελούνταν από **n** εξισώσεις με **n+n+1** αγνώστους· θα είχαμε **n** άγνωστες τιμές για τις τιμές των **n** εμπορευμάτων, **n** άγνωστες τιμές για τα **n** μη ενιαία -ένα για κάθε διαδικασία παραγωγής -ποσοστά κέρδους και το άγνωστο ονομαστικό ωρομίσθιο. Είναι

[1] Μια χαρακτηριστική διαφωνία για το αν στα πλαίσια των πραγματικών οικονομιών στις οποίες επικρατεί ελεύθερος ανταγωνισμός είναι λογικό να αναμένει κανείς εξίσωση των ατομικών ποσοστών κέρδους των καπιταλιστών, εκφράζεται από τον Dmitriev [δες Dmitriev (1974) σελ.220-223].

προφανές, ότι στην περίπτωση που διερευνούμε τις τιμές των εμπορευμάτων, υποθέτοντας, σε αρμονία με την οικονομική πραγματικότητα, ότι δεν υπάρχει ενιαίο ποσοστό κέρδους, τότε το σύστημα των τιμών, ως ένα σύστημα εξισώσεων με περισσότερους από δύο βαθμούς ελευθερίας, δεν είναι σε θέση για δεδομένο μέσο ποσοστό κέρδους ή για δεδομένο πραγματικό ωρομίσθιο να μας προσδιορίσει ούτε απόλυτες ούτε σχετικές τιμές. Είναι λοιπόν φανερό, ότι η υπόθεση του ενιαίου και όχι απλώς η «τάση» εξίσωσης του ποσοστού κέρδους απλοποιεί την οικονομική πραγματικότητα. Και την απλοποιεί υπό την έννοια, ότι ένα σύστημα εξισώσεων, το οποίο υπό τους όρους που πράγματι επικρατούν στα πλαίσια των πραγματικών οικονομιών είναι μη επιλύσιμο, καθίσταται πλέον επιλύσιμο. Η γνώση και μόνο του επιπέδου του ενιαίου ποσοστού κέρδους αρκεί για να προσδιοριστούν οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων.

Αν και η υπόθεση του ενιαίου ποσοστού κέρδους κάνει την ανάλυση της οικονομικής πραγματικότητας πράγματι πιο απλή, οι προκύπτουσες τιμές, οι οποίες καλούνται τιμές παραγωγής, δεν εκφράζουν τις τιμές στις οποίες πωλούνται τα εμπορεύματα, αλλά τις τιμές στις οποίες θα πωλούνταν αυτά αν ο ανταγωνισμός είχε καταφέρει και εξισώσει τα επιμέρους ατομικά ποσοστά κέρδους των καπιταλιστών. Οι τιμές αυτές, λοιπόν, είναι δείκτες που δείχνουν πού περίπου κυμαίνονται οι τιμές όταν υπάρχει μια τάση το ποσοστό κέρδους να γίνει ενιαίο και να λάβει μια συγκεκριμένη τιμή. Το ερώτημα όμως που τίθεται είναι: τι θα συνέβαινε αν οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής, οι οποίες χρησιμοποιούνται από μια πραγματική οικονομία, είναι τέτοιες ώστε επιτρέπουν να είναι η οικονομία αυτή βιώσιμη, αλλά δεν επιτρέπουν να επικρατήσει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους; Ασφαλώς, λόγω του ότι στα πλαίσια των πραγματικών οικονομιών υποτίθεται ότι παρουσιάζεται *μόνο* μια *τάση* εξίσωσης του ποσοστού κέρδους και *ποτέ ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους*, η διερεύνηση του τι θα συνέβαινε στην περίπτωση που, καίτοι οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής μιας πραγματικής οικονομίας δεν επιτρέπουν την ύπαρξη ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, εμείς υποθέτουμε ότι ένα τέτοιο ποσοστό κέρδους πράγματι υπάρχει έχει καθαρά θεωρητικό ενδιαφέρον, δεν αποτελεί δηλαδή φαινόμενο της πραγματικής οικονομίας. Αντιθέτως, αποτελεί απλώς και μόνο μια νοητική εργασία στο νου του θεωρητικού. Συνεπώς και οι τιμές παραγωγής δεν αποτελούν φαινόμενα της πραγματικής οικονομίας, αποτελούν απλώς και μόνο θεωρητικές τιμές, τιμές οι οποίες βρίσκονται μόνο στο νου του θεωρητικού. Στα πλαίσια της κατανόησης αυτής, το επόμενο ερώτημα που τίθεται είναι αν αυτές οι θεωρητικές τιμές, οι τιμές παραγωγής, οι οποίες βρίσκονται μόνο στο νου του θεωρητικού, παρουσιάζουν τα χαρακτηριστικά των πραγματικών τιμών των εμπορευμάτων, των τιμών αγόρας, των τιμών με βάση τις οποίες πωλούνται τα εμπορεύματα στα πλαίσια των πραγματικών οικονομιών. Το κύριο χαρακτηριστικό γνώρισμα των τιμών αυτών, των τιμών αγοράς, είναι ότι πάντα είναι θετικές· στην πραγματική οικονομία δεν μπορεί να νοηθεί μηδενική και αρνητική τιμή κάποιου παραγόμενου εμπορεύματος. Έτσι, το τελευταίο ερώτημα παίρνει τη μορφή: μπορούν οι τιμές παραγωγής στην γενική περίπτωση να εκφράσουν την θετικότητα, που αποτελεί το κύριο χαρακτηριστικό γνώρισμα των τιμών αγοράς; Είμαστε σε θέση -και το έχουμε δείξει ήδη, έμμεσα, - να δείξουμε ότι στην γενική περίπτωση στα γραμμικά συστήματα παραγωγής παρουσιάζονται τόσο μηδενικές όσο και αρνητικές τιμές. Θα δείξουμε επίσης - κάτι, το οποίο δεν έχουμε δείξει - ότι αυτές οι αρνητικές και μηδενικές τιμές είναι συνέπεια της αδυναμίας της ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους.

Έστω η διασπώμενη τεχνική απλής παραγωγής **[A,L]** της μορφής

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2] \text{ με } \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}$$

Όπως έχουμε πει, το σύστημα των σχετικών τιμών που αντιστοιχεί στην τεχνική αυτή είναι το ακόλουθο

$$\mathbf{p}_1[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}]=\mathbf{wL}_1 \tag{8a'}$$

$$\mathbf{p}_2[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]=\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12}+\mathbf{wL}_2 \tag{8b'}$$

Αν τώρα διερευνήσουμε εκείνο το διάστημα του ποσοστού κέρδους, στο οποίο για κάθε **r** $\mathbf{r}\in[0,\mathbf{r}_{\max}]$, οι τιμές των εμπορευμάτων είναι θετικές ή ημιθετικές και $w\geq 0$, ισχύουν τα ακόλουθα: Το σύστημα αυτό για $\mathbf{r}\in[0,\mathbf{r}_{\max})$ με $\mathbf{r}_{\max}=\overline{\mathbf{R}}_2=\frac{1}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}}+1$ είναι σε θέση να οδηγήσει σε αυστηρώς θετικές τιμές για όλα τα εμπορεύματα, αρκεί να ισχύει **w**>0. Στο σύστημα αυτό, όταν το ποσοστό κέρδους πάρει την τιμή $\mathbf{r}=\overline{\mathbf{R}}_2=\frac{1}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}}+1=\mathbf{r}_{\max}$, το (υπο)σύστημα (8a') είναι σε θέση να οδηγήσει τα βασικά εμπορεύματα σε θετικές τιμές. Το ότι είναι σε θέση να οδηγήσει σε θετικές τιμές είναι συνέπεια του ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του συστήματος αυτού είναι το $\overline{\mathbf{R}}_1$, το οποίο είναι μεγαλύτερο του $\overline{\mathbf{R}}_2$, άρα το σύστημα (8a') δεν οδηγεί σε ένα μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο, το οποίο εν συνεχεία θα μπορούσε να δώσει μηδενικές τιμές για τα βασικά εμπορεύματα. Από την άλλη μεριά, το σύστημα (8b') για την τιμή **r**=$\overline{\mathbf{R}}_2$ και για μη απροσδιόριστες τιμές εμπορευμάτων συνεπάγεται $\mathbf{p}_2[\mathbf{I}-(1+\overline{\mathbf{R}})\mathbf{A}_{22}]=0$, διαφορετικά θα είχαμε έναν αυστηρά θετικό γραμμικό συνδυασμό γραμμικώς εξαρτημένων διανυσμάτων που περιέχουν και αρνητικά στοιχεία ίσο με ένα διάνυσμα που περιέχει μόνο θετικά και μηδενικα στοιχεία, κάτι το οποίο είναι αδύνατο. Το ότι όμως $\mathbf{p}_2[\mathbf{I}-(1+\overline{\mathbf{R}})\mathbf{A}_{22}]=0$ σημαίνει ότι $\mathbf{p}_1(1+\overline{\mathbf{R}}_2)\mathbf{A}_{12}+\mathbf{wL}_2=0$, το τελευταίο αυτό σύστημα όμως και το σύστημα (8a') έχουν λύση τότε και μόνο τότε όταν $\mathbf{p}_1=0$, **w**=0. Ασφαλώς βέβαια, αν για **r**=$\overline{\mathbf{R}}_2$ επιτρέπαμε ώστε οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων να είναι θετικές, τότε οι τιμές των μη βασικών θα γίνονταν απροσδιόριστες. Περαιτέρω, για τιμές του ποσοστού κέρδους μεγαλυτερες του $\overline{\mathbf{R}}_2$ προκύπτουν και αρνητικές τιμές εμπορευμάτων.

Τα τελευταία σημαίνουν ότι οι προκύπτουσες μηδενικές τιμές των βασικών εμπορευμάτων είναι συνέπεια της απαίτησης το υποσύστημα (8b'), του οποίου το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι διαφορετικό από αυτό του (8a'), να έχει λύση η οποία να συμβιβάζεται με το (8a') και ως εκ τούτου να έχει λύση και εν γένει το σύστημα (8'). Για να μπορέσει δηλ. ο μη βασικός τομέας να λάβει την εν λόγω τιμή, **r**=$\overline{\mathbf{R}}_2$, πρέπει η τιμές των βασικών εμπορευμάτων και του ονομαστικού ωρομισθίου να είναι μηδενικές. Αν, αντιθέτως, οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων και του ονομαστικού ωρομισθίου είναι θετικές, τότε οι τιμες των μη βασικών εμπορευμάτων καθίστανται απροσδιόριστες. Η λύση αυτή εκφράζει εκείνη την συνθήκη, η οποία πρέπει να ικανοποιείται προκειμένου ο μη βασικός τομέας α) να λάβει για το ποσοστό κέρδους τη μέγιστη τιμή του και β) να οδηγεί σε μη απροσδιοριστές τιμές. Να σημειωθεί, ότι επειδή οι προσδιοριζόμενες τιμές είναι τιμές παραγωγής, τιμές δηλαδή που προκύπτουν αποκλειστικά από το κόστος παραγωγής στην βάση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, και επειδή τα βασικά εμπορεύματα παράγονται αποκλειστικά και μόνο με βασικά εμπορεύματα, χωρίς δηλαδή να χρησιμοποιούν και μη βασικά εμπορεύματα, οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων για κάθε ποσοστό κέρδους θα έπρεπε να προσδιορίζονται ανεξαρτήτως του μη βασικού τομέα. Ετσι, όταν στην εν λόγω περίπτωση το ποσοστό κέρδους υποθέσουμε ότι λάβει την τιμή $\overline{\mathbf{R}}_2$, ο βασικός τομέας, νοούμενος ως ανεξάρτητος από τον μη βασικό, θα έπρεπε να ορίζει θετικές τιμές και θετικό ονομαστικό ωρομίσθιο. Ωστόσο, οι παραπάνω προκύπτουσες μηδενικές τιμές είναι τιμές που επιβάλλονται από τον μη βασικό τομέα. Οι μηδενικές τιμές αυτές δηλώνουν ότι υπάρχουν τιμές του ενιαίου ποσοστού κέρδους του δεδομένου συστήματος, στις οποίες οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων προσδιορίζονται αποκλειστικά από τον μη βασικό τομέα, ανεξαρτήτως των συνθηκών παραγωγής του βασικού. Ως εκτούτου, για ορισμένες τιμές του ενιαίου ποσοστού κέρδους δεν μπορούμε να μιλάμε πλέον απλώς για τιμές παραγωγής των βασικών εμπορευμάτων, αλλά για τιμές των βασικών εμπορευμάτων που προσδιορίζονται αποκλειστικά από τις συνθήκες παραγωγής του μη βασικού του τομέα.

Σε σχέση τώρα με μια πραγματική οικονομία πρέπει να σημειώσουμε και τα ακόλουθα: Ένα πραγματικό οικονομικό σύστημα που υπόκειται στις συνθήκες παραγωγής της υπό θεώρηση τεχνικής μπορεί να αποκομίσει και μεγαλύτερα κέρδη από αυτά που ορίζει το μη βασικό υποσύστημα και ταυτόχρονα να διατηρεί θετικές τιμές. Επειδή στην πραγματική οικονομία δεν επικρατεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους και επειδή δεν νοούνται μηδενικές τιμές παραγομένων εμπορευμάτων, είναι απολύτως αναμενόμενο ο βασικός τομέας να λαμβάνει και μεγαλύτερο ποσοστό κέρδους από αυτό του μη βασικού και ταυτόχρονα ο μη βασικός τομέας να μη λαμβάνει την μέγιστη τιμή του. Το ότι εδώ προκύπτουν μηδενικές τιμές σημαίνει απλώς ότι επιχειρείται να επιτευχθεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, καιτοι στις πραγματικές οικονομίες δεν υπάρχει ένα τέτοιο ποσοστό κέρδους ούτε μηδενικές τιμές. Περαιτέρω, και σύμφωνα με τα τελευταία, η απαίτηση, σύμφωνα με την οποία το σύστημα (8) πρέπει για $r=\overline{\mathbf{R}}_2$ να έχει λύση, σημαίνει και την απαίτηση το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα να αναχθεί σε μέγιστο ενιαίο ποσοστό κέρδους -και ως εκ τούτου σε μέγιστο γενικό ποσοστό κέρδους- του δεδομένου συστήματος παραγωγής, καίτοι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος είναι μεγαλύτερο από αυτό του μη βασικού και ως εκ τούτου διαφορετικό, καίτοι δηλαδή στα πλαίσια της δεδομένης τεχνικής δεν είναι δυνατό να υπάρξει ένα ενιαίο και ως εκ τούτου γενικό μέγιστο ποσοστό κέρδους, το οποίο να έχει οικονομικό περιεχόμενο. Εδώ ως μέγιστο ποσοστό κέρδους εννοούμε την τιμή εκείνη του ποσοστού κέρδους, που αντιστοιχεί σε μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο και ως εκ τούτου σε τιμή που δηλώνει ότι οι καπιταλιστές καρπώνονται ολόκληρο το καθαρό προϊόν.

Επιπρόσθετα, θα παρατηρήσουμε και τα ακόλουθα:

1) επειδή οι συνθήκες παραγωγής των μη βασικών εμπορευμάτων είναι τέτοιες, που, όταν το ποσοστό κέρδους παίρνει την τιμή $\mathbf{r}=\overline{\mathbf{R}}_2=\dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}}+1$, το σύνολο των κερδών των καπιταλιστών του μη βασικού τομέα είναι ίσο με την τιμή του καθαρού προϊόντος του τομέα αυτού,
2) επειδή αυτό, το σημείο 1, σημαίνει ότι κανένα ονομαστικό μέρος του μη βασικού τομέα δεν πηγαίνει ούτε στους καπιταλιστές του βασικού τομέα ούτε στους εργάτες, καίτοι ο μη βασικός τομέας χρησιμοποιεί και άμεση εργασία και μέρος από το καθαρό προϊόν του βασικού τομέα,
3) επειδή ο βασικός τομέας, δεδομένου του ότι το πραγματικό ωρομίσθιο είναι άγνωστο, είναι ανεξάρτητος από τον μη βασικό τομέα και άρα, στην περίπτωση που το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι θετικό, προσδιορίζει πάντα αυστηρά θετικές τιμές εμπορευμάτων και, όταν το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι μηδενικό, τόσο θετικές όσο μηδενικές τιμές εμπορευμάτων,

4) επειδή θετικές τιμές βασικών εμπορευμάτων σημαίνουν ότι τα κέρδη των καπιταλιστών του μη βασικού τομέα δεν δύναται να είναι ίσα με την τιμή του καθαρού προϊόντος σε μη βασικά εμπορεύματα,

έπειται, ότι μόνο μηδενικές τιμές βασικών εμπορευμάτων και μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο μπορούν να ικανοποιήσουν την περίπτωση που οι καπιταλιστές του μη βασικού τομέα καρπώνονται το σύνολο του καθαρού προϊόντος του τομέα αυτού.

Όμως, μηδενικές τιμές βασικών εμπορευμάτων και μηδενικό ωρομίσθιο σημαίνουν ότι το ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα καθίσταται απροσδιόριστο, συνεπώς μπορεί να προσδιοριστεί κατά βούληση. Το ότι μπορεί να προσδιοριστεί κατά βούληση σημαίνει ότι μπορεί κατά βούληση να θεωρηθεί και ίσο με το ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα. Συγκεκριμένα, το σύστημα (8a’) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{p}_1 = (1+\mathbf{R})\mathbf{A}_{11} + \mathbf{w}\mathbf{L}_1 \qquad \text{ή}$$

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{p}_1(\mathbf{I}-\mathbf{A}_{11})\mathbf{X}_1 + \mathbf{w}\mathbf{L}_1\mathbf{X}_1}{\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}\mathbf{X}_1} \qquad \text{με } \mathrm{w}=0, \mathrm{p}_1 = 0$$

Στην περίπτωση αυτή όμως, η βούληση ώστε το ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα να διατηρηθεί ίσο με αυτό του μη βασικού σημαίνει τη βούληση να αξιωθεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους τόσο στο βασικό τομέα όσο και στο μη βασικό τομέα. Συνεπώς, οι μηδενικές τιμές στην περίπτωση αυτή δεν εκφράζουν τίποτε άλλο παρά την απαίτηση της ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους. Όμως, στην πραγματική οικονομία δεν μπορεί να νοηθεί μια κατάσταση στην οποία οι καπιταλιστές-παραγωγοί των βασικών εμπορευμάτων, καίτοι μπορούν να πωλήσουν σε μια ορισμένη τιμή του ποσοστού κέρδους τα εμπορεύματα αυτά σε θετικές τιμές, εν τέλει, και προκειμένου και οι καπιταλιστές του μη βασικού τομέα να αποκομίσουν και αυτοί το ίδιο ποσοστό κέρδους, πωλούν τα εμπορεύματα τους σε μηδενικές τιμές. Μια τέτοια κατάσταση δεν μπορεί να νοηθεί ότι μπορεί να επικρατήσει στα πλαίσια των πραγματικών καπιταλιστικών οικονομιών. Στην πραγματική οικονομία αφενός δεν μπορούν να νοηθούν μηδενικές τιμές εμπορευμάτων, αφετέρου μια έννοια του ανταγωνισμού που έχει το χαρακτήρα της αλληλεγγύης μεταξύ των καπιταλιστών είναι ασυμβίβαστη με την έννοια του καπιταλισμού ως συστήματος του οποίου τα μέλη υποκινούνται από την επιδίωξη της μεγιστοποίησης του δικού τους ατομικού κέρδους, ανεξαρτήτως του κέρδους των άλλων μελών του συστήματος αυτού. Επίσης, ασυμβίβαστο με τις πραγματικές καπιταλιστικές οικονομίες είναι το γεγονός, ότι κάποιος καπιταλιστής πωλεί τα προϊόντα που παράγει σε μηδενικές τιμές και ωστόσο αποκομίζει από την πώληση αυτή κέρδος. Ούτε, επίσης, θα είχε οικονομικό περιεχόμενο να υποθέσουμε ότι ο καπιτατιλιστής πωλεί τα προϊόντα του σε μηδενικές τιμές και αποκομίζει θετικό ποσοστό κέρδους. Ο καπιταλιστής ενδιφέρεται να αποκομίσει κέρδος και όχι ένα θετικό ποσοστό κέρδους χωρίς κέρδος. Οι μηδενικές τιμές λοιπόν εκφράζουν το ασυμβίβαστο εκείνης της βούλησης, που θέλει στα γραμμικά συστήματα παραγωγής να υπάρχει ένα ενιαίο-γενικό ποσοστό κέρδους και ταυτόχρονα οι τιμές που προσδιορίζονται στη βαση του ενιαίου ποσοστού κέρδους να ερμηνεύουν κατά προσέγγιση τις τιμές αγοράς της πραγματικής οικονομίας.

Τα ίδια ισχύουν αν περάσουμε στις διασπώμενες τεχνικές σύνθετης παραγωγής και υποθέσουμε ότι $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$. Επειδή όμως για την περίπτωση αυτή, αναφορικά με το μέγιστο ποσοστό κέρδους, ισχύουν αναλογικά όσα ειπώθηκαν στην απλή παραγωγή, δεν θα προχωρήσουμε στην περαιτέρω ανάλυση του ζητήματος αυτού. Ωστόσο, ήδη έχουμε εκθέσει το γεγονός, ότι στις $\mathbf{r}_0$-παραγωγικές τεχνικές σύνθετης παραγωγής, αν $\mathbf{r}_0>0$, τότε για $\mathbf{r}\in[0,\mathbf{r}_0)$ προκύπτουν αρνητικές τιμές εμπορευμάτων. Οι εν λόγω προκύπτουσες αρνητικές τιμές εμπορευμάτων είναι και αυτές έκφραση του ότι στη γενική περίπτωση η έννοια ενός οικονομικά σημαντικά ενιαίου ποσοστού κέρδους είναι ασυμβίβαστη με τα γραμμικά συστήματα παραγωγής. Για να το δείξουμε αυτό, θα χρησιμοποιήσουμε την $\mathbf{r}_0$-παραγωγική τεχνική την οποία χρησιμοποίησε ο Steedman [στο Steedman (1975)]. Να σημειώσουμε εδώ ότι, στο εν λόγω άρθρο, ο Steedman θεώρησε πως κατέδειξε ότι η άποψη του Marx, σύμφωνα με την οποία η πηγή του κέρδους είναι η υπεραξία, είναι στη γενική περίπτωση εσφαλμένη. Την άποψη αυτή τη θεμελίωσε στο ότι στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής ενδέχεται να παρουσιάζονται και αρνητικές αξίες, καίτοι το κέρδος είναι θετικό. Ως γνωστόν, στα πλαίσια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής, οι μαρξικές αξίες –νοούμενες ως οι ποσότητες ομοιογενούς εργασίας που εισήλθαν στην παραγωγή των εμπορευμάτων- είναι ανάλογες ή ίσες με τις τιμές παραγωγής όταν το ποσοστό κέρδους λαμβάνει μηδενική τιμή. Στην περίπτωση αυτή δε, ολόκληρο το καθαρό προϊόν τόσο σε φυσικούς όρους όσο και σε ονομαστικούς όρους εκφράζει τους συνολικούς πραγματικούς και τους συνολικούς ονομαστικούς μισθούς, αντιστοίχως. Οι αρνητικές αξίες, λοιπόν, του Steedman, είναι ταυτόχρονα και αρνητικές (σχετικές) τιμές παραγωγής. Ειδικότερα, ο Steedman διερευνά την ακόλουθη τεχνική παραγωγής,

$$[\mathbf{A},\mathbf{L},\mathbf{B}], \qquad \text{με } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}5 & 0\\ 0 & 10\end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}=[1,\ 1], \qquad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}6 & 3\\ 1 & 12\end{bmatrix},$$

και επιχειρεί να προσδιορίσει τις μαρξικές αξίες, που αντιστοιχούν σε αυτή - τη συνολική, δηλαδή, ομοιογενή ποσότητα εργασίας που έχει χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή καθενός εμπορεύματος -, από το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$\begin{array}{l} 5\mathbf{l}_1+1=6\mathbf{l}_1+1\mathbf{l}_2 \Rightarrow 1=\mathbf{l}_1+\mathbf{l}_2 \\ 10\mathbf{l}_2+1=3\mathbf{l}_1+12\mathbf{l}_2 \Rightarrow 1=3\mathbf{l}_1+2\mathbf{l}_2 \end{array} \Rightarrow \mathbf{l}_1+\mathbf{l}_2=3\mathbf{l}_1+2\mathbf{l}_2 \Rightarrow \mathbf{l}_2=-2\mathbf{l}_1 \text{ ή } \frac{\mathbf{l}_2}{\mathbf{l}_1}=-2$$

Σχετικά με το συστημα αυτό, του Steedman, ο Σταμάτης έχει δείξει[1] ότι εκφράζει ένα σύστημα εξισώσεων το οποίο είναι ασυμβίβαστο με την έννοια της σύνθετης παραγωγής. Το εν λόγω σύστημα προσδιορίζει πώς ακριβώς παράγεται όχι ένα σύνθετο καλάθι εμπορευμάτων, αλλά κάθε απλό, της δεδομένης τεχνικής, εμπόρευμα. Μια τέτοια γνώση όμως είναι ασυμβίβαστη με την έννοια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής -το κριτήριο διάκρισης των τεχνικών σύνθετης παραγωγής από τις τεχνικές απλής παραγωγής είναι ότι στην απλή παραγωγή ξέρουμε μόνο πώς παράγεται το κάθε μεμονωμένο εμπόρευμα, ενώ στη σύνθετη παραγωγή ξέρουμε μόνο πώς παράγεται ένα σύνθετο εμπόρευμα. Το κρίσιμο όμως ζήτημα στην προσέγγιση του Steedman, -όπως περαιτέρω δείχνει ο Σταμάτης στο Σταμάτης (1992β) σελ.26-54- δεν είναι μόνο ότι μεταβάλλει την τεχνική σύνθετης παραγωγής σε τεχνική που έχει το χαρακτήρα της απλής παραγωγής, αλλά επιπρόσθετα προβαίνει στη μεταβολή αυτή εισάγοντας μια ασυμβίβαστη με την εν λόγω τεχνική υπόθεση. Εισάγει την υπόθεση ότι η αξία κάθε μεμονωμένου εμπορεύματος, ήτοι η συνολική ομοιογενής εργασία που ένα μεμονωμένο εμπόρευμα χρειάστηκε για να παραχθεί, είναι η ίδια ανεξαρτήτως της διαδικασίας στην οποία παράγεται. Με άλλα λόγια, θεωρεί ότι η αξία του εμπορεύματος 1 στη διαδικασία παραγωγής **1** είναι ίση με την αξία του εμπορεύματος 1 στην διαδικασία παραγωγής **2**. Αντιστοίχως το ίδιο υποθέτει και για το εμπόρευμα 2. Οι προκύπτουσες αρνητικές σχετικές αξίες είναι συνέπεια αυτής της αυθαίρετης υπόθεσης. Η υπόθεση είναι αυθαίρετη για τον εξής λόγο: σημαίνει την εξής χωρίς οικονομικό περιεχόμενο ισότητα, $\mathbf{l}_1+\mathbf{l}_2=3\mathbf{l}_1+2\mathbf{l}_2$. Η ισότητα αυτή απαιτεί η αξία μιας μονάδας του εμπορεύματος 1 συν την αξία μιας μονάδας του εμπορεύματος 2 να είναι ίση με την αξία τριών μονάδων του εμπορεύματος 1 συν την αξία δύο μονάδων του εμπορεύματος 2. Ωστόσο, λόγω της υπόθεσης των ενιαίων αξιών των εμπορευμάτων, σε κάθε διαδικασία παραγωγής, η ισότητα αυτή

[1] Δες Σταμάτης (1992β) σελ.116

ικανοποιείται μόνο όταν κάνουμε αποδεκτές και αρνητικές αξίες, ήτοι αρνητικές ποσότητες εργασίας. Συνεπώς, οι αρνητικές ποσότητες εργασίας είναι συνέπεια της αξίωσης του Steedman να εξισωθούν δύο διαφορετικά μεγέθη εργασίας. Ασφαλώς, η αξίωση αυτή δεν έχει κανένα οικονομικό νόημα. Σε αντίθεση με την εν λόγω υπόθεση του Steedman, στα συστήματα σύνθετης παραγωγής και κυρίως στις εν μέρει παραγωγικές τεχνικές, το σύστημα προσδιορισμού των τιμών είναι της ακόλουθης μορφής:

$$\mathbf{l}_{11}\mathbf{a}_{11} + \mathbf{l}_{21}\mathbf{a}_{21} + 1 = \mathbf{l}_{11}\mathbf{b}_{11} + \mathbf{l}_{21}\mathbf{b}_{21}$$
$$\mathbf{l}_{12}\mathbf{a}_{12} + \mathbf{l}_{22}\mathbf{a}_{22} + 1 = \mathbf{l}_{12}\mathbf{b}_{12} + \mathbf{l}_{22}\mathbf{b}_{22}$$

Στην περίπτωση αυτή το σύστημα δεν είναι επιλύσιμο, αφού περιέχει περισσότερους άγνωστους από ό,τι εξισώσεις, οι αξίες δηλαδή δεν προσδιορίζονται χωρίς να εισαχθούν περαιτέρω υποθέσεις -όπου βέβαια αυτό είναι δυνατό και δεν αντιβαίνουν στις συνθήκες παραγωγής των διαδικασιών παραγωγής-, που να περιορίζουν τους βαθμούς ελευθερίας του συστήματος, όπως, π.χ., αυτός του Steedman. Τα ίδια ισχύουν αναλογικά και στα πλαίσια του συστήματος των τιμών. Η διαφορά έγκειται στο ότι, υπό την υπόθεση των ενιαίων τιμών, δεν μπορεί να υπάρξει και στις δύο διαδικασίες παραγωγής ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Εδικότερα, το σύστημα των σχετικών ως προς την εργασία τιμών της τεχνικής του Steedman, στην περίπτωση που το ποσοστό κέρδους είναι μηδενικό, παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\left.\begin{aligned} 5\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + 1 = 6\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + 1\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{w}} \Rightarrow 1 = \frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + \frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{w}} \\ 10\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + 1 = 3\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + 12\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{w}} \Rightarrow 1 = 3\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + 2\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{w}} \end{aligned}\right. \Rightarrow \frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + \frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{w}} = 3\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + 2\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{w}} \Rightarrow \frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{w}} = -2\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}}$$

Το σύστημα των τιμών μας οδηγεί στα ίδια αποτελέσματα όπως και αυτό των αξιών. Οι σχετικές τιμές είναι και εδώ αρνητικές. Το αρνητικό των τιμών είναι συνέπεια της απαίτησης της ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους. Η απαίτηση αυτή έχει ως συνέπεια την αξίωση να ικανοποιείται η εξίσωση $\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + \frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{w}} = 3\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{w}} + 2\frac{\mathbf{p}_2}{\mathbf{w}}$. Η τελευταία αυτή εξίσωση σημαίνει ότι η τιμή μιας μονάδας του εμπορεύματος 1 συν την τιμή μιας μονάδας του εμπορεύματος 2, είναι ίση με την τιμή τριών μονάδων του εμπορεύματος 1 συν την τιμή δύο μονάδων του εμπορεύματος 2. Μια τέτοια αξίωση, όμως, ικανοποιείται μόνο στην περίπτωση που ορισμένες τιμές είναι αρνητικές. Συνεπώς, στην περίπτωση αυτή αρνητικές τιμές παρουσιάζονται μόνο και μόνο επειδή απαιτούμε να υπάρχει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους σε δύο διαδικασίες παραγωγής, στις οποίες δεν δύναται να υπάρχει ένα τέτοιο ενιαίο ποσοστό κέρδους.

Η παραπάνω ανάλυση, μας δίνει την δυνατότητα να κατανοήσουμε ότι στην γενική περίπτωση τα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν είναι σε θέση να διατηρήσουν ταυτόχρονα τόσο την έννοια του ενιαίου ποσοστού κέρδους όσο και την θετικότητα των τιμών παραγωγής. Τα γραμμικά συστήματα παραγωγής, αναφορικά με το τι μπορούν να ερμηνεύσουν σε σχέση με την οικονομική πραγματικότητα συστήματα παραγωγής, υπόκεινται σε σαφώς προσδιορισμένα. Τα μοντέλα αυτά δεν μπορούν να ερμηνεύσουν στην γενική περίπτωση, έστω και κατά προσέγγιση, τις τιμές αγοράς· και δεν μπορούν να τις ερμηνεύσουν γιατί στην γενική περίπτωση οι τιμές παραγωγής, σε αντίθεση με τις τιμές αγοράς, ενδέχεται να είναι τόσο μηδενικές όσο και αρνητικές.

Το ζήτημα όμως της αδυναμίας -στη γενική περίπτωση- της ύπαρξης ενός διαστήματος του ενιαίου ποσοστού κέρδους με οικονομικό περιεχόμενο δεν είναι άγνωστο στους σύγχρονους νεορικαρδιανούς. Ο Sraffa και οι συνεχιστές του είναι γνώστες ότι, στην περίπτωση που στα πλαίσια μιας δεδομένης διασπώμενης τεχνικής το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι μικρότερο του βασικού, για ορισμένες τιμές του ενιαίου ποσοστού κέρδους παρουσιάζονται αρνητικές και μηδενικές τιμές. Κυρίως δε, είναι γνώστες ότι οι αρνητικές και οι μηδενικές αυτές τιμές παρουσιάζονται ως συνέπεια της αδυναμίας της ύπαρξης ενός τόσο για το βασικό όσο και για το μη βασικό υποσύστημα ενιαίου ποσοστού κέρδους. Τον ακριβή συλλογισμό και σχολιασμό της εν λόγω περίπτωσης θα τον εξετάσουμε σε άλλο σημείο, γιατί προϋποθέτει την κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης τυποποίησης και της προσπάθειας των σύγχρονων νεορικαρδιανών να δείξουν ότι οι τιμές των εμπορευμάτων και του ενιαίου ποσοστού κέρδους εξαρτώνται αποκλειστικά από τις συνθήκες παραγωγής του βασικού υποσυστήματος. Ωστόσο, στο σημείο αυτό, μπορούμε να σχολιάσουμε το τελικό τους συμπέρασμα. Το τελικό τους συμπέρασμα μπορούμε να το εκθέσουμε ως εξής: λόγω του ότι στην περίπτωση, που το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι μικρότερο από αυτό του βασικού τομέα, είναι αδύνατο να υπάρξει ένα διάστημα του ενιαίου ποσοστού κέρδους ώστε το ενιαίο ποσοστό κέρδους να έχει οικονομικό περιεχόμενο, να εκφράζει ένα πραγματικά ενιαίο ποσοστό κέρδους, αποκλείουμε από την διερεύνηση μας τις τεχνικές αυτές. Το ότι όμως οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί προβαίνουν σε αυτό αποκλεισμό, το ότι αποκλείουν δηλ. από την διερεύνηση τους τις τεχνικές στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι μικρότερο του μέγιστου ποσοστού κέρδους του βασικού τομέα με σκοπό να μπορέσουν να διατηρήσουν το ενιαίο ποσοστό κέρδους, δεν το συσχετίζουν με τα όρια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής. Τα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν αποτελούν για αυτούς υποδείγματα τα οποία μπορούν να μας δώσουν ορισμένες και μόνο πληροφορίες για την οικονομική πραγματικότητα, πληροφορίες που στηρίζονται στην υπόθεση ότι στην οικονομική πραγματικότητα μπορεί πράγματι να υπάρξει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Αντιθέτως, χρησιμοποιούν τα γραμμικά συστήματα παραγωγής, για τα οποία ισχύει ότι το ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι μεγαλύτερο από αυτό του βασικού υποσυστήματος, για να ερμηνεύσουν γενικά την οικονομική πραγματικότητα.

Για τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς η ερμηνεία της οικονομικής πραγματικότητας είναι μια ερμηνεία, η οποία θέλει στην οικονομική πραγματικότητα να μπορεί να υπάρξει πάντα ένα για θετικές τιμές ενιαίο ποσοστό κέρδους, καίτοι στην οικονομική πραγματικότητα το ενιαίο ποσοστό κέρδους δεν είναι ποτέ ενιαίο και οι τιμές στις οποίες πωλούνται τα εμπορεύματα δεν είναι τιμές παραγωγής, αλλά τιμές αγοράς. Είναι προφανές, ότι το εγχείρημα αυτό των σύγχρονων νεορικαρδιανών οικονομολόγων είναι μετέωρο, αφού δεν στηρίζεται στα δεδομένα της οικονομικής πραγματικότητας, αλλά στην επιθυμία τους να θεμελιώσουν τις εκ των προτέρων σχηματισμένες απόψεις τους για την οικονομία. Μια τέτοια θεμελιώδης για αυτούς άποψη είναι ότι μόνο οι συνθήκες παραγωγής των βασικών εμπορευμάτων επιδρούν στο μέγεθος του ενιαίου ποσοστού κέρδους. Επίσης, προηγουμένως αναφέραμε και την προσπάθεια του Steedman να καταρρίψει εκείνο το συμπέρασμα του Marx, σύμφωνα με τον οποίο πηγή του κέρδους είναι η εργασία -και ειδικότερα η υπερεργασία, η εργασία δηλαδή που έχει δαπανηθεί από τους εργάτες για την παραγωγή εκείνων των εμπορευμάτων, τα οποία θα τα καρπωθούν οι καπιταλιστές με την μορφή κερδών- και να θεμελιώσει την άποψη ότι πηγή του κέρδους είναι το υπερπροϊόν. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας και σε αντίθεση με τις τεχνικές που θέτει υπό διερεύνηση η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία θα διερευνήσουμε και εκείνες τις τεχνικές, στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος είναι μεγαλύτερο ή ίσο από αυτό του μη βασικού. Η διερεύνηση αυτή:

α)είναι σαφώς θεμελιωμένη στα δεδομένα της οικονομικής πραγματικότητας. Είναι θεμελιωμένη αφενός στο γεγονός ότι και αυτές οι τεχνικές μπορούν να εκφράσουν βιώσιμα συστήματα παραγωγής, άρα και βιώσιμές οικονομίες, και αφετέρου, στο γεγονός ότι στις πραγματικές οικονομίες δεν επικρατεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Συνεπώς, η από μια οικονομία χρηση μιας τέτοιας τεχνικής δεν σημαίνει αναγκαστικά αρνητικές τιμές,

β) μας δίνει την ικανότητα να κατανοήσουμε ότι τα μεγέθη που προσδιορίζουν τα γραμμικά συστήματα παραγωγής εν τέλει δεν είναι μεγέθη ενός υποθεώρηση δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά ενός άλλου (υπο)συστήματος, το οποίο χρησιμοποιεί την ίδια με το δεδομένο σύστημα τεχνική, και

γ) ως άμεση συνέπεια του δεύτερου, μας δίνει την ικανότητα να τονίσουμε, αφενός ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν υπάρχει θεωρία χρήματος και αφετέρου, ότι δεν μπορεί να υπάρξει θεωρία χρήματος. Στα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν μπορεί να υπάρξει η έννοια του πραγματικού χρήματος.

Το τελευταίο στοιχείο, -το τρίτο, το οποίο αποτελεί και το θέμα της παρούσας εργασίας- αποτελεί ένα από τα καθοριστικά εκείνα ζητήματα, τα οποία η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία επιχειρεί να συσκοτίσει με τον αποκλεισμό των εν λόγω τεχνικών, με τον αποκλεισμό των τεχνικών στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος είναι μεγαλύτερο ή ίσο από αυτό του μη βασικού.

Στο σημείο αυτό, αναφορικά με την αναγωγή των τιμών παραγωγής στον Marx, θα πρέπει να παρατηρήσουμε ότι τις τιμές παραγωγής ο Marx τις χρησιμοποιεί με διαφορετικό τρόπο και στα πλαίσια μιας διαφορετικής λογικής από ό,τι συμβαίνει στα πλαίσια της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας. Οι μαρξικές τιμές παραγωγής δεν είναι αυστηρές τιμές παραγωγής, αλλά τιμές παραγωγής μόνο ως προς την τάση τους. Ο Marx δεν αξίωσε ότι στην οικονομική πραγματικότητα υπάρχει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους και συνεπώς τιμές παραγωγής. Αυτό που έκανε ήταν να υποθέσει ότι τα ποσοστά κέρδους των επιμέρους καπιταλιστών υπόκεινται σε μια τάση εξίσωσης -και ως εκ τούτου- να υποθέσει ότι παρουσιάζουν μια τάση εξίσωσης προς ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Συνεπώς και οι τιμές παραγωγής του Marx δεν είναι αυστηρές τιμές παραγωγής, αλλά τιμές που απλώς παρουσιάζουν μια τάση εξίσωσης με τις τιμές παραγωγής. Σύμφωνα με τη θεωρία του Marx, καίτοι στον καπιταλισμό τα εμπορεύματα είναι προϊόντα εργασίας, εμφανίζονται ωστόσο στρεβλά ως προϊόντα του κεφαλαίου. Η χρησιμοποίηση από τον Marx των τιμών παραγωγής αποσκοπεί στο να δείξει ότι η ύπαρξη ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους συνεπάγεται την διαστρέβλωση της εμφάνισης των εμπορευμάτων, από προϊόντα εργασίας, που σύμφωνα με τον Marx πράγματι είναι, σε προϊόντα του κεφαλαίου, που σύμφωνα με τον ίδιο δεν είναι. Ως γνωστόν, στη μαρξική ανάλυση τίθενται τα ζητήματα της «αξίας» και της «μορφής της αξίας». Ως γνωστόν επίσης, στα πλαίσια μιας καπιταλιστικής οικονομίας ο Marx ως «αξία» ενός εμπορεύματος ορίζει το «πήγμα» της «αφηρημένης» εργασίας που εμπεριέχεται σε αυτό και ως γενικευμένη μορφή της αξίας ενός εμπορεύματος τη χρηματική τιμή του. Στην ανάλυσή του -ο Marx - πριν θέσει προς διερεύνηση τους προσδιοριστικούς παράγοντες του ύψους των τιμών, θέτει πρώτα και αναλύει τι είναι οι τιμές των ύψος των οποίων θέλει να προσδιορίσει. Σε αυτό το πρώτο στάδιο της ανάλυσης του, διαπιστώνει ότι τα εμπορεύματα είναι εκφράσεις της («αφηρημένης») εργασίας που χρειάστηκε για να παραχθούν. Οι τιμές παραγωγής είναι ένα επόμενο στάδιο της ανάλυσης του. Σε αυτό το επόμενο στάδιο θέλει να δείξει πως το γεγονός, ότι στον καπιταλισμό τα εμπορεύματα είναι προϊόντα εργασίας, συσκοτίζεται και διαστρεβλώνεται, στο καπιταλισμό η τάση της επικράτησης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους οδηγεί σε τιμές οι οποίες εμφανίζουν τα εμπορεύματα ως προϊόντα του κεφαλαίου[1]. Ωστόσο, σε σχέση με την έννοια αυτή των τιμών παραγωγής, πρέπει να γίνει κατανοητό ότι η εν λόγω ανάλυση του Marx δεν μπορεί να αποτελέσει και βάση για μια προσπάθεια να εκληφθούν οι τιμές παραγωγής ως εκείνες οι τιμές, στις οποίες συγκλίνουν οι τιμές που επικρατούν στην πραγματική οικονομία. Για να μπορούσε να προσδοθεί ένα τέτοιο περιεχόμενο στις τιμές παραγωγής, δεδομένου ότι στην πραγματική οικονομία τόσο οι τιμές των εμπορευμάτων όσο και οι μεταβολές τους δεν προϋποθέτουν την ύπαρξη ενός ενιαίου ποσοστό κέρδους, αφενός πρέπει να διερευνηθεί αν και κατά πόσο στην πραγματική οικονομία υπάρχει πράγματι μια τάση εξίσωσης των ποσοστών κέρδους των ατομικών καπιταλιστών και αφετέρου, αν πράγματι διαπιστωθεί μια τέτοια τάση, πρέπει να ελεγχθεί αν είναι δυνατό να υπάρξει ένα για θετικές τιμές παραγωγής ενιαίο ποσοστό κέρδους.

Σε αντίθεση με τη χρήση των τιμών παραγωγής από τον Marx, οι νεορικαρδιανοί χρησιμοποιούν τις τιμές παραγωγής επιχειρώντας να συσχετίσουν τα τεχνικά δεδομένα μιας πραγματικής οικονομίας, στα πλαίσια της οποίων λαβαίνει χώρα η παραγωγική διαδικασία της, με τα ονομαστικά μεγέθη των εμπορευμάτων της. Η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία ισχυρίζεται ότι, όταν στα πλαίσια μιας δεδομένης οικονομίας διαπιστωθεί, ή υποτεθεί, ότι χρησιμοποιείται μια συγκεκριμένη γραμμική τεχνική παραγωγής, τότε, δεδομένου ενός ενιαίου πραγματικού, ή ονομαστικού ωρομισθίου, είναι δυνατόν να διαπιστωθεί το ύψος γύρω από το οποίο θα κυμαίνονται οι τιμές. Ο προσδιορισμός όμως αυτός προϋποθέτει πέραν του ενιαίου ονομαστικού, ή του πραγματικού ωρομισθίου, και την ύπαρξή ενός ενιαίου σε κάθε διαδικασία παραγωγής ποσοστού κέρδους. Αν για το ποσοστό κέρδους ληφθεί υπόψη ότι αυτό στην πραγματική οικονομία δεν είναι ενιαίο και ότι δεν είναι σαφές αν σε μια οικονομία τείνει να επικρατήσει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, τότε είναι σαφές ότι οι νεορικαρδιανές τιμές παραγωγής δεν θα είναι σε θέση να μας ερμηνεύσουν για την οικονομία αυτή τίποτε περισσότερο, παρά μόνο τι θα συνέβαινε στην οικονομία αυτή αν τελικά επικρατούσε ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, αυτό όμως δεν θα αποτελούσε ούτε ερμηνεία της δεδομένης οικονομικής πραγματικότητας ούτε και εν γένει ερμηνεία της οικονομικής πραγματικότητας. Αν τώρα, δεδομένης μιας τεχνικής παραγωγής και ενός ενιαίου πραγματικού ή ονομαστικού ωρομισθίου, υποτεθεί ότι ενώ τιμές προσδιορίζονται από τις τεχνικές συνθήκες παραγωγής, το ποσοστό κέρδους δεν είναι όμως ενιαίο, τότε – με βάση όσα είπαμε και στην αρχή του κεφαλαίου- είναι σαφές ότι δεν είναι δυνατόν να προσδιοριστούν οι τιμές των εμπορευμάτων. Από τα τελευταία έπεται ότι η υπόθεση των σύγχρονων νεορικαρδιανών οικονομολόγων να προσεγγίσουν τις τιμές που επικρατούν στην πραγματική οικονομία στη βάση των «τιμών παραγωγής» είναι συνέπεια απλώς και μόνο της θέλησης των οικονομολόγων αυτών, ανεξαρτήτως του αν η θέληση αυτή ανταποκρίνεται ή όχι στην οικονομική πραγματικότητα, να προσδιορίσουν τις τιμές των εμπορευμάτων χρησιμοποιώντας τα τεχνικά και μόνο δεδομένα της παραγωγής[2].

Συνοψίζοντας, αν και οι τιμές παραγωγής τόσο του Marx όσο και των σύγχρονων νεορικαρδιανών εντάσσονται στα πλαίσια των ίδιων συστημάτων εξισώσεων, πρώτον, οι τιμές παραγωγής του Marx ενέχουν ένα μόνο ως προς την τάση του ενιαίο ποσοστό κέρδους. Αντιθέτως, οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί με τις τιμές παραγωγής αξιώνουν ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Δεύτερον, ο Marx με τις τιμές παραγωγής επιχειρεί να δείξει πως καίτοι τα εμπορεύματα είναι προϊόντα εργασίας, στον καπιταλισμό η τάση για ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους οδηγεί σε τιμές που τα κάνει να εμφανίζονται ως προϊόντα του κεφαλαίου. Αντιθέτως, οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί χρησιμοποιούν τις τιμές παραγωγής ως προσέγγιση των πραγματικών τιμών. Τρίτον, η μαρξική θεώρηση των τιμών, πριν θέσει το ζήτημα

---

[1] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.41 και Σταμάτης (1998) σελ. 27.

[2] Δες Σταμάτης (1992β) σελ.185-187.

του προσδιορισμού του ύψους των τιμών, θέτει και αναλύει το ζήτημα του τι είναι οι τιμές των ύψος των οποίων επιχειρείται να προσδιοριστεί, από την άλλη μεριά, η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία πραγματεύεται μόνο το ζήτημα του ύψους των τιμών αφήνοντας στο χρήμα μόνο το ρόλο του μέσου των συναλλαγών και του λογιστικού μέτρου των τιμών.

***

Μέχρι το σημείο αυτό, είδαμε ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής στη γενική περίπτωση δεν μπορεί να υπάρξει ένα με οικονομικό περιεχόμενο ενιαίο ποσοστό κέρδους καθώς και ότι η αδυναμία αυτή εκφράζεται στην εμφάνιση αρνητικών και μηδενικών τιμών. Είδαμε ότι οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί οικονομολόγοι προσπαθούν να συσκοτίσουν το γεγονός αυτό με το να αποκλείουν από τη διερεύνησή τους τις τεχνικές, στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού ποσοστού κέρδους είναι μικρότερο από αυτό του βασικού. Περαιτέρω, είδαμε ότι στην σύνθετη παραγωγή για να αποκλειστεί η εμφάνιση αρνητικών τιμών, πρέπει να προσδιορίσουμε όχι μόνο ένα μέγιστο θετικό ποσοστό κέρδους, αλλά και ένα ελάχιστο ποσοστό κέρδους, το οποίο ενδέχεται μάλιστα να είναι θετικό. Στα πλαίσια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής πρέπει να τονίσουμε ότι οι αρνητικές τιμές επιχειρείται να αποκλειστούν κυρίως με την εισαγωγή υποθέσεων περί «free disposal», «free disposal activity» και «free goods». Στη βάση όμως αυτών των υποθέσεων, από το πεδίο των τεχνικών σύνθετης παραγωγής δεν αποκλείονται οι μηδενικές τιμές. Το ότι, όμως, τις μηδενικές τιμές οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί τις εισάγουν διαμέσου των εν λόγω εννοιών, κι αυτό προκείμενου να αποκλείσουν τις αρνητικές τιμές που προκύπτουν στις τεχνικές σύνθετης παραγωγής, σημαίνει ότι η εισαγωγή των εννοιών αυτών αποτελεί μια περαιτέρω προσπάθεια των σύγχρονων νεορικαρδιανών να συσκοτίσουν το γεγονός, ότι στα πλαίσια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής δεν μπορεί -στη γενική περίπτωση- να υπάρξει ένα με οικονομικό περιεχόμενο ενιαίο ποσοστό κέρδους. Για την κατανόηση των εννοιών αυτών και τις συνέπειές τους, θα αναφέρθούμε στο πώς οι έννοιες αυτές εκτίθενται από τους Steedman, Salvadori, Kurz, και Bidard .

Σχετικά με την έννοια των ελεύθερων αγαθών ο Steedman, στο Steedman 1987, αναφέρει ότι ελεύθερα αγαθά ορίζονται τα αγαθά εκείνα, των οποίων η προσφορά, καίτοι η τιμή τους είναι μηδενική, είναι μεγαλύτερη της ζήτησης. Στη συνέχεια, εκθέτει την εξής άποψη: δεδομένου του ότι η τιμή ενός εμπορεύματος εξαρτάται από τις τιμές των άλλων εμπορευμάτων, τα ελεύθερα αγαθά μπορούν να κατανοηθούν μόνο στα πλαίσια των μοντέλων γενικής ισορροπίας. Για να γίνει σαφής η έννοια αυτή των ελεύθερων αγαθών, εξηγεί ότι στην ανάλυση της γενικής ισορροπίας του Walras, επειδή ισχύει η ταυτότητα $\mathbf{PS}=0$, με $\mathbf{P}$ το διάνυσμα των τιμών και $\mathbf{S}$ ένα διάνυσμα κάθε στοιχείο του εκφράζει την υπερβάλλουσα προσφορά στα «προϊόντα» του μοντέλου, έπεται ότι στην περίπτωση που ισχύει $\mathbf{S}\geq 0$, $\mathbf{P}\geq 0$ και $\mathbf{S}_j>0$, θα ισχύει επίσης και $\mathbf{P}_j=0$. Το τελευταίο αυτό j-οστό εμπόρευμα αποτελεί για τον Steedman έκφραση του «νόμου του ελεύθερων αγαθών»· το εμπόρευμα αυτό αποτελεί ελεύθερο αγαθό. Στη συνέχεια ο Steedman εξηγεί ότι για να μπορεί να εισαχθεί σε ένα μοντέλο γενική ισορροπίας ο «νόμος των ελεύθερων αγαθών», πρέπει προηγουμένως να εξασφαλιστεί ότι το μοντέλο οδηγεί σε μη αρνητικές τιμές, ήτοι να εξασφαλιστεί ότι ή $\mathbf{P}\geq 0$ ή $\mathbf{P}>0$. Περαιτέρω, εξηγεί ότι για να εξασφαλιστεί η εν λόγω (ημι)θετικότητα των τιμών, για να εξασφαλιστεί δηλαδή ότι δεν θα προκύψουν αρνητικές τιμές -οι οποίες, όπως παρατηρεί, θα σήμαιναν απεριόριστη ζήτηση για αγαθά τα οποία όχι μόνο δεν τα πληρώνει κάποιος για τα αποκτήσει, αλλά, αντιθέτως, τα πληρώνεται-, είναι σύνηθες να εισάγεται το αξίωμα των «Free disposal». Το αξίωμα εκφράζει ότι αν $\mathbf{x}\in\mathbf{X}$, - όπου $\mathbf{X}$ ο διανυσματικός χώρος των παραγωγικών δυνατοτήτων μιας επιχείρησης- και $\mathbf{x}'\leq\mathbf{x}$, τότε ισχύει επίσης και ότι $\mathbf{x}'\in\mathbf{X}$. Αν μια επιχείρηση, ή μια οικονομία, έχει στη διάθεσή της ορισμένες δεδομένες διαδικασίες παραγωγής, τότε το αξίωμα αυτό, σύμφωνα με τον Steedman, σημαίνει ότι η δεδομένη αυτή οικονομία, ή επιχείρηση, αξιώνεται ότι παράλληλα, πέρα από τις εν λόγω δεδομένες διαδικασίες, έχει στη διάθεσή της και τη δυνατότητα να χρησιμοποιεί τις δεδομένες αυτές διαδικασίες παραγωγής παράγοντας, ωστόσο, λιγότερες εκροές από ό,τι αυτές παράγουν κανονικά. Αυτή η δυνατότητα της επιχείρησης, ή της οικονομίας, αναπαρίσταται, δηλώνει ο Steedman, στις λεγόμενες «free disposal activities», ή αλλιώς «free disposal proccesses» . «Free disposall process» είναι εκείνη η διαδικασία, η οποία ως εισροή έχει μια ποσότητα από ένα μόνο εμπόρευμα, ή «οικονομικό αγαθό», και ως εκροή είτε δεν έχει τίποτε είτε δεν έχει κανένα εμπόρευμα, ή «οικονομικό αγαθό». Η διαδικασία αυτή είναι της μορφής [(0,0,...,1,...0),(0,0,....0)]. Πρέπει να σημειωθεί επίσης, ότι ο Steedman, αφού εκφράζει αμφιβολίες σχετικά με την υπόθεση για τις «free disposal activities» -δηλώνοντας ότι μια τέτοια υπόθεση είτε βρίσκεται σε αντίθεση με τη θεμελιώδη αρχή της διατήρησης της ενέργειας της θερμοδυναμικής είτε προϋποθέτει θέμα προηγούμενης εξήγησης αφενός του γιατί αυτού του είδους τα οικονομικά μοντέλα ορίζονται και στο χώρο των «οικονομικών αγαθών» και στο χώρο των μη «οικονομικών αγαθών», και αφετέρου και του γιατί οι εκροές αυτών των διαδικασιών βρίσκονται έξω από το χώρο των οικονομικών αγαθών-, καταλήγει στο συμπέρασμα ότι «αντιρρήσεις στην υπόθεση της «free disposal activity» σημαίνουν αντιρρήσεις πάνω στο ίδιο το συμπέρασμα του αξιώματος των “free disposal”».

Από τη θεώρηση αυτή του Steedman, η οποία τίθεται στα πλαίσια της νεοκλασικής θεωρίας, γίνεται σαφές, ότι τα «ελεύθερα αγαθά» είναι συνέπεια της προσπάθειας των νεοκλασικών οικονομολόγων να κάνουν συνεκτική την οικονομική τους θεωρία. Το ζήτημα που τίθεται είναι ότι σε μοντέλα γενικής ισορροπίας όπως του Walras παρουσιάζονται και αρνητικές τιμές. Οι αρνητικές αυτές τιμές δηλώνουν την αδυναμία των μοντέλων αυτών να αποτελέσουν μοντέλα με οικονομικό περιεχόμενο. Συνεπώς, οι τιμές αυτές πρέπει να απαλειφτούν. Για να απαλειφτούν, εισάγεται η υπόθεση των «free disposal activities». Το οικονομικό περιεχόμενο της υπόθεσης αυτής όμως είναι ασαφές, το μόνο περιεχόμενο το οποίο είναι σαφές στις διαδικασίες αυτές, στις «free disposal activities», είναι ότι χρησιμοποιώντας τες παίρνουμε μηδενικές τιμές για «προϊόντα» των οποίων, χωρίς την υπόθεση αυτή, η υπερβάλλουσα προσφορά θα ήταν θετική και η τιμή αρνητική. Το αποτέλεσμα της υπόθεσης, συνεπώς, είναι ότι στα μοντέλα αυτά οι τιμές των «προϊόντων» που προσφέρονται σε μεγαλύτερες ποσότητες από ότι ζητούνται είναι μηδενικές. Το γεγονός, ότι στο πραγματικό κόσμο υπάρχουν αγαθά τα οποία τα αποκτά κανείς ελεύθερα -όπως π.χ. τον αέρα- και τα οποία συνεπώς είναι ελεύθερα αγαθά, χρησιμοποιείται από τους νεοκλασικούς για να περιβάλλει το αποτέλεσμα της υπόθεσης των «free disposal activities». Η προσέγγιση αυτή της νεοκλασικής θεωρίας, στη βάση του της ανάλυσης του Steedman, διεξήχθη, γιατί και στα πλαίσια της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας χρησιμοποιούνται οι ίδιες υποθέσεις και διαμέσου αυτών επιδιώκονται οι ίδιοι στόχοι.

Στα πλαίσια των τετράγωνων συστημάτων σύνθετης παραγωγής, και ειδικότερα στις $\mathbf{r_0}$-παραγωγικές τεχνικές σύνθετης παραγωγής με $\mathbf{r_0}>0$, ήδη έχουμε δείξει ότι υπάρχουν τιμές του ποσοστού κέρδους μεγαλύτερες του μηδενός και μικρότερες του μέγιστου ποσοστού κέρδους, στις οποίες αντιστοιχούν αρνητικές σχετικές εμπορευμάτων. Ο Sraffa θεωρεί ότι στις περιπτώσεις που μια τετράγωνη τεχνική σύνθετης παραγωγής οδηγεί σε αρνητικές τιμές, «εφαρμόσιμες είναι μόνο εκείνες οι μέθοδοι παραγωγής που οδηγούν σε θετικές τιμές παραγωγής». Το σημείο αυτό στον Sraffa αποτελεί σημείο διαφοροποίησης της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας από το ίδιο τον θεμελιωτή της. Το ζήτημα το οποίο τίθεται εδώ από τον Sraffa είναι ένα ζήτημα επιλογής τεχνικής, μας δηλώνει ότι οικονομία θα επιλέξει από την τεχνική αυτή μόνο εκείνες τις διαδικασίες, που οδηγούν σε θετικές τιμές. Επειδή το ζήτημα της επιλογής τεχνικής θα αποτελέσει ειδικό σημείο διερεύνησης σε άλλο της παρούσας εργασίας, δεν θα εξετάσουμε εδώ την έννοια του ζητήματος αυτού, μας αρκεί προς το παρόν η κατανόηση, ότι η επιλογή τεχνικής αφορά την από μια δεδομένη οικονομία επιλογή μιας συγκεκριμένης τεχνικής ως βάση για την παραγωγή της. Θέτουμε στο σημείο την αναφορά αυτή στον Sraffa, γιατί στα πλαίσια αυτής της άποψης του Sraffa, οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί εισάγουν την έννοια των «free disposal activities» και την έννοια των «free goods». Θεωρούν ότι στα πλαίσια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής, προκειμένου να επιτευχθούν θετικές τιμές, πρέπει να εισαχθούν οι υποθέσεις των «ελεύθερων αγαθών» και των «free disposal activities».

Ο Salvadori -στο Salvadori (1985) σελ.173-174- εκθέτει την άποψη ότι στην περίπτωση που ένα τετράγωνο σύστημα σύνθετης παραγωγής οδηγεί σε αρνητικές τιμές, για να μπορέσουμε να τις απαλείψουμε, πρέπει να προβούμε στην επιλογή εκείνων των διαδικασιών του δεδομένου συστήματος, που α) ορίζουν ένα μη τετράγωνο σύστημα παραγωγής και β) είναι σε θέση αν όχι να παράγουν ένα ίσο με τη ζήτηση μέγεθος προϊόντος, οπωσδήποτε όμως είναι σε θέση να την ικανοποιήσουν. Με άλλα λόγια, εισάγει την θέση ότι η οικονομία μπορεί να επιλέξει για την παραγωγή της ένα σύστημα παραγωγής, το οποίο θα παράγει ορισμένες ποσότητες εμπορευμάτων σε μεγέθη πέρα από αυτά που της ζητούνται. Στην περίπτωση αυτή οι τιμές ορισμένων εμπορευμάτων θα μπορούσαν να είναι ή αρνητικές ή θετικές ή μηδενικές. Παρατηρεί ωστόσο, ότι στην περίπτωση που οι τιμές των εμπορευμάτων εκείνων, που βρίσκονται σε υπερβάλλουσα προσφορά, είναι είτε θετικές είτε αρνητικές, δεν μπορεί να διατηρηθεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Σε μια τέτοια περίπτωση, οι διαδικασίες που θα παρήγαγαν τα εμπορεύματα αυτά θα είχαν έσοδα διαφορετικά από εκείνα στα οποία αντιστοιχεί η παραγωγή τους. Αναγκαστικά λοιπόν, προκειμένου να διατηρηθεί το ενιαίο ποσοστό κέρδους, οι τιμές των εν λόγω εμπορευμάτων πρέπει να είναι μηδενικές. Στα πλαίσια της ανάλυσης του αυτής εισάγει έμμεσα την υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών». Όταν δεν υπάρχει τετράγωνο σύστημα παραγωγής το οποίο να οδηγεί σε θετικές τιμές, αλλά ωστόσο υπάρχει ένα ορθογώνιο σύστημα παραγωγής, το οποίο είναι σε θέσει να υπερκαλύψει τη ζήτηση αυτή, τότε η οικονομία θεωρείται ότι θα χρησιμοποιήσει αυτό το ορθογώνιο σύστημα παραγωγής και οι τιμές που θα προκύψουν στην οικονομία και θα αφορούν τα «εμπορεύματα» που υπερκαλύπτουν τη ζήτηση θα είναι μηδενικές.

Η ίδια λογική αναπτύσσεται από τους Salvadori /Steedman στο Salvadori /Steedman (1988) σελ.179-180. Στο άρθρο αυτό εξηγείται ότι στην περίπτωση που σε ένα σύστημα παραγωγής προκύπτουν αρνητικές τιμές, τότε υπάρχει ένας μη αρνητικός γραμμικός συνδυασμός μερικών από τις διαδικασίες παραγωγής του συστήματος, ο οποίος οδηγεί σε ένα μεγαλύτερο «net net output». Το τελευταίο ορίζεται ως διαφορά των ακαθάριστων εκροών του γραμμικού συνδυασμού αυτών των διαδικασιών από τις με (1+r) πολλαπλασιασμένες υλικές εισροές του. Σε μια τέτοια περίπτωση, αναφέρουν, θα μπορούσαμε να θέσουμε σε λειτουργία εκείνες μόνο τις διαδικασίες παραγωγής, που οδηγούν στο μεγαλύτερο «net net output», εισάγοντας παράλληλα για τα εμπορεύματα που υπερκαλύπτουν τη ζήτηση και το αξίωμα του «free disposal». Ωστόσο όμως την ίδια στιγμή παρατηρούν ότι κάτι τέτοιο «δεν θα ήταν μια ρεαλιστική υπόθεση». Μια καλύτερη λύση θα ήταν να εισαχθεί η υπόθεση αυτή για ορισμένα μόνο «προϊόντα» -π.χ. για τον καπνό, τα χημικά και ραδιενεργά λήμματα κλπ - και να γίνουν αποδεκτές αρνητικές τιμές για άλλα, των οποίων η ανάλωση απαιτεί κόστος. Στο άρθρο αυτό η υπόθεση των «free disposal» μπορεί να εισαχθεί είτε με την υπόθεση των «free disposal activities» είτε με την υπόθεση ότι υπάρχει διαδικασία τέτοια, η οποία, ενώ ως εισροές έχει τόσο το εμπόρευμα που υπερπαράγεται όσο και άλλα εμπορεύματα, ως εκροές της έχει μόνο εμπορεύματα εκτός του εν λόγω. Τέλος και στο άρθρο αυτό, διαπιστώνεται ότι η έννοια των «free disposal activities» αντιβαίνει στην αρχή της διατήρησης της ενέργειας. Επίσης σημειώνεται ότι κανένα πλαίσιο ανάλυσης δεν μπορεί να εισάγει καταλλήλως την υπόθεση «free disposal».

Πιο άμεσος στο ζήτημα απάλειψης των αρνητικών τιμών είναι ο Bidard. Αυτός δηλώνει ρητά ότι μόνος τρόπος, τον οποίο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να λύσουμε το εν λόγω πρόβλημα, είναι χρησιμοποίηση της υπόθεσης των «free disposal activities». Ο Bidard μάλιστα, σε αντίθεση με τους Steedman , Salvdori, φαίνεται να ταυτίζει την έννοια του «free disposal» με την έννοια της «free disposal activity». Γράφει «Free disposal of good i (i=1,…,n) is the activity whose only input is an amount of good I and whose output is zero: (0,…,1,…0)→(0,…,0). It may be argued that the assumption is unrealistic but, from an empirical point of view, refuse and waste which cannot be disposed free of cost do have negative prices; theoretically, it is a way, and the only way we know, ensuring non-negativity in the prevailing conditions»[Δες Bidard (1985) σελ.59-60].

Από τα τελευταία, βλέπουμε ότι, αν και η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία δεν προσεγγίζει τις τιμές των εμπορευμάτων όπως η νεοκλασική, ήτοι ως μεγέθη τα οποία εκφράζουν την "σχετική τους ανεπάρκεια", η υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» συνεπάγεται ότι στην περίπτωση που ένα δεδομένο σύστημα σύνθετης παραγωγής παράγει ορισμένα προϊόντα σε μεγαλύτερες ποσότητες από αυτές που ζητούνται –και ως εκ τούτου βρίσκονται σε «επάρκεια»- λαβαίνουν μηδενική τιμή. Σύμφωνα με την υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών», αν κάποια από τα παραγόμενα εμπορεύματα ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής βρίσκονται σε πλεονάζουσες ποσότητες, υπερκαλύπτουν δηλαδή μια δεδομένη, εξωγενώς, ζήτηση, τότε τα εμπορεύματα αυτά λαμβάνουν μηδενική τιμή και εκπίπτουν από το χώρο των οικονομικά σημαντικών «προϊόντων» στο χώρο των μη οικονομικά σημαντικών «προϊόντων». Ωστόσο, το πρόβλημα στην εν λόγω περίπτωση είναι ότι οι μηδενικές αυτές τιμές δεν προκύπτουν από το σύστημα των τιμών έτσι όπως το έχουμε εξετάσει, δεν προκύπτουν αποκλειστικά από τις τεχνικές συνθήκες παραγωγής ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, στην βάση είτε ενός εξωγενώς δεδομένου ενιαίου ποσοστού κέρδους είτε ενός εξωγενώς δεδομένου ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου. Τώρα ο υπολογισμός των ονομαστικών τιμών -ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής- συμπληρώνεται πλέον και από ορισμένες πρόσθετες υποθέσεις. Συνοψίζοντας, για την έννοια των «ελεύθερων αγαθών» ισχύουν τα ακόλουθα:

1) Όταν ένα εμπόρευμα παράγεται σε περισσότερες από αυτές που ζητείται, τότε λαμβάνει μηδενική τιμή. Αυτή η πρόταση δεν προκύπτει από το σύστημα τιμών που αντιστοιχεί σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής, αλλά εισάγεται ως αξίωση. Τα συστήματα τιμών που εξετάσαμε ήταν, ως προς τα τιμιακά μεγέθη τα οποία προσδιόριζαν, ανεξάρτητα από τη ζήτηση.

2) Για να προσδιοριστούν μηδενικές τιμές «προϊόντων» σε πλεόνασμα εισάγεται ή η υπόθεση των «free disposal activity» ή η υπόθεση ότι -όταν υπάρχουν «προϊόντα» σε πλεόνασμα, τότε- υπάρχουν διαδικασίες παραγωγής οι οποίες ενώ στα μέσα παραγωγής χρησιμοποιούν και τα εν λόγω προϊόντα, στις εκροές τους έχουν μόνο διαφορετικά από τα εν λόγω «προϊόντα» εμπορεύματα ή απλώς η υπόθεση ότι τα εμπορεύματα σε πλεόνασμα λαμβάνουν μηδενική τιμή.

3) Ο λόγος, για τον οποίο στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής εισάγεται η αξίωση του μηδενισμού των τιμών των εμπορευμάτων που βρίσκονται σε πλεόνασμα, είναι αφενός για είναι δυνατόν να προκύψουν τιμές, αφετέρου οι τιμές

αυτές να είναι οικονομικά σημαντικές. Αν και οικονομικά σημαντικές είναι ασφαλώς μόνο οι θετικές τιμές των εμπορευμάτων, ορισμένοι οικονομολόγοι -όπως οι Steedman, Salvadori, Kurz,[1]- θεωρούν ότι ορισμένες τιμές εμπορευμάτων μπορούν να είναι και αρνητικές, ωστόσο όμως και αυτοί θεωρούν ότι η υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» μπορεί να αποτελέσει μια υπόθεση η οποία δεν επηρεάζει την ανάλυση τους.

4) Παρατηρείται μια τάση συσχέτισης των μηδενικών τιμών με τις άχρηστες εκροές της παραγωγής, όπως, π.χ., τα ραδιενεργά απόβλητα.

Σε σχέση με την έννοια των ελεύθερων αγαθών θα σταθούμε στα τρία σημεία που ακολουθούν:

Α) Οι μηδενικές τιμές αφορούν μόνο μη τετράγωνες τεχνικές ή τετράγωνες διαχωρίσιμες τεχνικές. Όταν οι υπό εξέταση τεχνικές είναι μη τετράγωνες, είναι προφανές ότι δεν είναι σε θέση να προσδιορίσουν ούτε απόλυτες ούτε σχετικές τιμές. Εισάγοντας την υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών», έπεται ότι κάθε προϊόν σε πλεόνασμα λαμβάνει μηδενική τιμή, συνεπώς κατά κανόνα αίρεται και η εν λόγω αδυναμία και το σύστημα καθίσταται επιλύσιμο. Στην περίπτωση των διαχωρίσιμων τεχνικών το σύστημα των τιμών είναι σε θέση να μας προσδιορίσει σχετικές τιμές, ωστόσο ενδέχεται είτε να μας οδηγεί σε αρνητικές τιμές είτε σε αρνητικά επίπεδα δραστηριότητας. Για να γίνει κατανοητή η περίπτωση των διαχωρίσιμων τεχνικών θα αναπαραστήσουμε γραφικά, όπως έχουμε κάνει πολλές φορές σε άλλα σημεία, στο δισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, δύο **2x2** διαχωρίσιμες τεχνικές ως προς το σύνολο των καθαρών προϊόντων που παράγουν όταν κάθεμία από αυτές χρησιμοποιεί συνολικά μια ώρα εργασίας. Έστω οι διαχωρίσιμές τεχνικές [**A, L, B**] , [**A΄** , **L΄**, **B΄**] για τις οποίες ισχύει

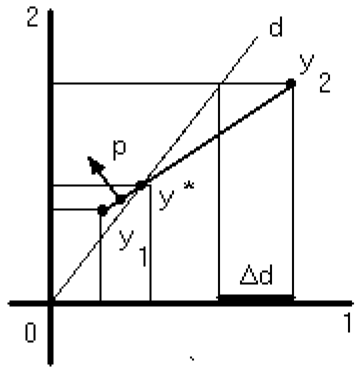
$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}=[1,\ 1],\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix}$$

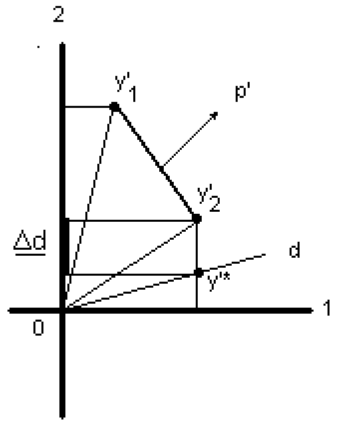
$$[\mathbf{B}-\mathbf{A}]=[\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2]=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-\mathbf{a}_{11} & \mathbf{b}_{12}-\mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{b}_{21}-\mathbf{a}_{21} & \mathbf{b}_{22}-\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}'=\begin{bmatrix}\mathbf{a}'_{11} & \mathbf{a}'_{12}\\ \mathbf{a}'_{21} & \mathbf{a}'_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}'=[1,\ 1],\quad \mathbf{B}'=\begin{bmatrix}\mathbf{b}'_{11} & \mathbf{b}'_{12}\\ \mathbf{b}'_{21} & \mathbf{b}'_{22}\end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{B}'-\mathbf{A}']=[\mathbf{y}'_1,\mathbf{y}'_2]=\begin{bmatrix}\mathbf{b}'_{11}-\mathbf{a}'_{11} & \mathbf{b}'_{12}-\mathbf{a}'_{12}\\ \mathbf{b}'_{21}-\mathbf{a}'_{21} & \mathbf{b}'_{22}-\mathbf{a}'_{22}\end{bmatrix}$$

[1] Για τους Kurz,Salvadori δες Kurz/Salvadori (1995) σελ. 202.





Σχήμα 6 Σχήμα 7

Στο σχήμα 6 έχουμε αναπαραστήσει το σύνολο των συστημάτων παραγωγής που αντιστοιχούν στην τεχνική [**A, L, B**] για θετικά ή ημιθετικά επίπεδα δραστηριότητας και μοναδιαία συνολική ποσότητα ζωντανής εργασίας. Επίσης, στο σχήμα 6 έχουμε αναπαραστήσει ως ευθεία **d** ένα σύνολο από καλάθια εμπορευμάτων, η σύνθεση των οποίων προσδιορίζεται από την κλίση τής εν λόγω ευθείας**.** Με άλλα λόγια, η ευθεία **d** αναπαριστά ένα δεδομένο καλάθι ζήτησης προσδιορισμένο μόνο ως προς τη θεση. Περαιτέρω, η εν λόγω τεχνική χρησιμοποιώντας μια μονάδα εργασίας μπορεί να παράγει τη δεδομένη ζήτηση, που εκφράζεται στην **d**, στο απόλυτο μέγεθος **y*,** το καλάθι δε αυτό των εμπορευμάτων μπορεί να το παράγει θέτοντας σε θετικά επίπεδα λειτουργίας και τις δύο διαδικασίες παραγωγής. Για λόγους απλοποίησης, στη συνέχεια ως δεδομένη ζήτηση θα εννοούμε την κλίση της **d**. Επιπρόσθετα, ως **p** θα συμβολίζουμε το διάνυσμα εκείνο, το οποίο αναπαριστά τις σχετικές τιμές της δεδομένης τεχνικής όταν το ποσοστό κέρδους είναι μηδενικό. Προφανώς, επειδή η κλίση του εν λόγω διανύσματος **p** είναι αρνητική, το διάνυσμα των σχετικών τιμών είναι αρνητικό, συνεπώς το διάνυσμα των απόλυτων τιμών θα εμπεριέχει πάντα και αρνητικές συνιστώσες. Στην περίπτωση αυτή η υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» θα μας οδηγούσε στο μηδενισμό του επιπέδου δραστηριότητας της διαδικασίας 1 και της τιμής του εμπορεύματος 1. Ο συλλογισμός, στη βάση του οποίου γίνεται αποκλεισμός της διαδικασίας 1 και ο μηδενισμός της τιμής του εμπορεύματος 1, είναι το γεγονός ότι η διαδικασία 2 της εν λόγω διαχωρίσιμης τεχνικής είναι σε θέση να παράγει μόνη της τόσο το εμπόρευμα 1 όσο και το εμπόρευμα 2· το εμπόρευμα 2 στις ποσότητες εκείνες στις οποίες ζητείται, ενώ το εμπόρευμα 1 σε ποσότητες μεγαλύτερες. Στη βάση του ότι εμπορεύματα τα οποία βρίσκονται σε υπερβάλλουσα προσφορά -όπου την υπερβάλλουσα προσφορά στο σχήμα 6 την έχουμε συμβολίσει με **Δd**, ενώ στο σχήμα 7 με **<u>Δd</u>**,- λαμβάνουν μηδενική τιμή, έπεται ότι είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται μόνο η διαδικασία 2, η οποία θα παράγει και εμπορεύματα σε πλεονάζουσα προσφορά, παρά η δεδομένη διαχωρίσιμη τεχνική, η οποία καίτοι μπορεί να παράγει ακριβώς τις ζητούμενες ποσότητες ωστόσο οδηγεί σε αρνητικές τιμές -αρνητικές τιμές των οποίων ο συμβιβασμός τους με την οικονομική πραγματικότητα είναι αν όχι αδύνατος, τουλάχιστον ρευστός και μη γενικά αποδεκτός. Να σημειώσουμε στο σημείο αυτό, ότι ο Schefold[1] συσχετίζει την ποσότητα εργασίας που απαιτείται από τη διαδικασία 1 όταν αυτή τίθεται σε λειτουργία για την ικανοποίηση της δεδομένης ζήτησης, ως την αιτία που

---

[1] Δες Schefold (1989) σελ. 101-103

εμφανίζονται οι αρνητικές αξίες. Για τον Schefold, όταν η ζήτηση καλύπτεται από την εν λόγω διαχωρίσιμη τεχνική, υπάρχει μια ποσότητα εργασίας που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί πιο παραγωγικά, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί με τρόπο ώστε να παραχθούν μεγαλύτερες ποσότητες εμπορευμάτων. Θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην παραγωγή περισσότερων εμπορευμάτων του είδους 1. Η εν λόγω αυτή ποσότητα εργασίας αποτελεί την προκύπτουσα αρνητική αξία και συνεπώς, εδώ που το ποσοστό κέρδους είναι μηδενικό, την τιμή του εμπορεύματος το οποίο οφείλει να λάβει μηδενική τιμή. Ωστόσο και η ερμηνεία αυτή των αξιών είναι εσφαλμένη, γιατί προϋποθέτει ενιαίες αξίες εμπορευμάτων. Επίσης, η προσέγγιση αυτή των τιμών θεωρείται ταυτόχρονα και μια διαδικασία επιλογής τεχνικής, ωστόσο εδώ αρκούμαστε στο να παρατηρήσουμε ότι στην εν λόγω περίπτωση δεν έχουμε ζήτημα επιλογής τεχνικής, αλλά μια προσπάθεια αφενός να προσδιοριστούν τιμές, αφετέρου οι τιμές αυτές να μην είναι αρνητικές. Ειδικότερα, η έννοια των «ελεύθερων αγαθών» και η στην βάση των «ελεύθερων αγαθών» έννοια της «επιλογής τεχνικής» είναι ασυμβίβαστη με τις τιμές παραγωγής. Οι με βάση την υπόθεση αυτή προκύπτουσες τιμές δεν είναι τιμές παραγωγής, γιατί μπορούν να προσδιοριστούν μόνο δεδομένης της ζήτησης, κατά συνέπεια να μεταβάλλονται συνεπεία αυτής. Για παράδειγμα, στην ακραία εκείνη περίπτωση, που μια οικονομία διαθέτει μια μόνο διαδικασία σύνθετης παραγωγής, είναι σαφές ότι το ποια εμπορεύματα θα αποτελέσουν «ελεύθερα αγαθά», καίτοι η χρησιμοποιηθείσα από τη δεδομένη οικονομία τεχνική παραμένει η ίδια, μεταβάλλεται συναρτήσει της ζήτησης. Μάλιστα, αν η ζήτηση συμπέσει με καθαρό προϊόν της δεδομένης διαδικασίας, τότε δεν προκύπτουν «ελεύθερα αγαθά» και οι τιμές είναι και πάλι μη προσδιορίσιμες, στην περίπτωση αυτή ο συνήθης τρόπος προσδιορισμού των τιμών γίνεται με την εισαγωγή περαιτέρω πληροφοριών για τη ζήτηση των εργατών και τη ζήτηση των καπιταλιστών[1]. Τα ίδια ισχύουν και στην περίπτωση των διαχωρίσιμων τετράγωνων τεχνικών, όταν ζητούνται εμπορεύματα που η τεχνικές αυτές είναι αδύνατο να τα παράγουν με τη χρησιμοποίηση των διαδικασιών τους σε θετικά επίπεδα δραστηριότητας. Και στην περίπτωση αυτή, το να υποθέσει κανείς την ύπαρξη «ελεύθερων αγαθών» καθιστά τις τιμές όχι τιμές παραγωγής, δηλαδή όχι τιμές που προσδιορίζονται αποκλειστικά από τις συνθήκες παραγωγής και την ύπαρξη ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, αλλά τιμές που εξαρτώνται τόσο από τις τεχνικές συνθήκες παραγωγής όσο και από την ζήτηση. Μια διαδικασία παραγωγής από μόνη της δεν είναι σε θέση να μας οδηγήσει σε προσδιορισμό τιμών. Το να εισάγει κανείς την υπόθεση, ότι, όταν ένα εμπόρευμα βρίσκεται σε πλεονάζουσες ποσότητες, παίρνει μηδενική τιμή, είναι ένας προσδιορισμός της τιμής με βάση τη ζήτηση.

Στα πλαίσια όμως των διαχωρίσιμων τεχνικών και σε αντίθεση με την υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών», οι σχετικές τιμές είναι προσδιορίσιμες, παρά το γεγονός ότι ενδέχεται η δεδομένη τεχνική να μην είναι σε θέση ικανοποιήσει απόλυτα την εξωγενώς δεδομένη ζήτηση, αλλά να παράγει και εμπορεύματα σε πλεόνασμα. Το σχήμα 7 αφορά μια τέτοια περίπτωση, στην οποία μάλιστα προκύπτουν και θετικές τιμές εμπορευμάτων. Στην περίπτωση αυτή, καίτοι η ζήτηση είναι τέτοια που η δεδομένη διαχωρίσιμη τεχνική θέτει σε λειτουργία μόνο την διαδικασία 2, οι τιμές είναι σε θέση να προσδιοριστούν, αφού η διαδικασία 2 είναι μια από τις διαδικασίες της δεδομένης τεχνικής και συνεπώς, μπορεί να οριστεί ένα τετράγωνο σύστημα εξισώσεων τιμιακών μεγεθών, άρα να προσδιοριστούν για δεδομένο ποσοστό κέρδους και οι σχετικές τιμές εμπορευμάτων. Το ίδιο θα ίσχυε και στην περίπτωση του Σχήματος 6 αν η ζήτηση βρισκόταν έξω από την έντονα σκιασμένη ευθεία. Στην περίπτωση αυτή, το γεγονός το αρνητικών τιμών είναι συμβιβάσιμο με το γεγονός ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής οι τιμές παραγωγής ενδέχεται να είναι και αρνητικές, αφού είναι δυνατόν οι συνθήκες παραγωγής να μην είναι σε θέση να διατηρήσουν ένα ενιαίο

[1] Δες Kurz/Salvadori (1995) σελ.220-225, Bidard (1997) σελ.695-698 και Μαριόλης (1998) σελ. 206-208.

ποσοστό κέρδους το οποίο να προκύπτει στην βάση θετικών και μόνο τιμών. Ετσι λοιπόν και οι διαχωρίσιμες τεχνικές, ανεξαρτήτως του αν αυτές είναι σε θέση να ικανοποιήσουν τη ζήτηση χωρίς να παράγουν και πλεονάζουσες ποσότητες εμπορευμάτων, ή όχι, είναι σε θέση να προσδιορίσουν τιμές παραγωγής.

Συνεπώς, με το να εισάγει κανείς στην περίπτωση αυτή την υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών», μεταβάλει πλήρως την έννοια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής και ανατρέπει και τη βάση στην οποία στηρίζεται τόσο η σύγχρονη όσο και η αρχική νεορικαρδιανή θεωρία. Αντί να αποτελεί θεωρία η οποία στρέφεται κατά του πλαισίου ανάλυσης και των συμπερασμάτων της νεοκλασικής θεωρίας -η οποία στηρίζεται στη ζήτηση για να προσδιορίσει τις τιμές-, μετατρέπεται και αυτή σε μια θεωρία η οποία ουσιαστικά δεν διαφέρει σε τίποτε από τη νεοκλασική. Προσδιορίζει όπως και η νεοκλασική θεωρία τις τιμές στη βάση της ζήτησης, με βάση δηλαδή εκείνο τον παράγοντα, που ακόμα και ο ίδιος ο Steedman αναφέρει ότι μπορεί να μας 'ερμηνεύσει τα πάντα και συνεπώς τίποτε', με βάση εκείνον τον παράγοντα ο οποίος προσδιορίζει όχι τιμές παραγωγής, αλλά συμβάλλει στον προσδιορισμό των τιμών αγοράς.

Β) Η υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» νοούμενη ως υπόθεση η οποία μεταβάλλει το «σύγχρονο νεορικαρδιανό» πλαίσιο ανάλυσης, από πλαίσιο ανάλυσης το οποίο αναπτύχθηκε για να συμβάλει στην κριτική της νεοκλασικής θεωρίας σε πλαίσιο ανάλυσης το οποίο στην ουσία του δεν διαφέρει σε τίποτε από νεοκλασικό, γίνεται κατανοητή και από την ανάλυση την οποία διεξάγει ο Σταμάτης στις «optimal values» του Morishima. Οι «optimal values» αυτές προκύπτουν στα πλαίσια ενός μοντέλου, το οποίο είναι το ίδιο με τα μοντέλα τα οποία αναπτύσσουν οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί μηδενίζοντας τις τιμές των εμπορευμάτων που είτε υπερπαράγονται είτε λαβαίνουν αρνητικές τιμές θεωρώντας στη συνέχεια τα εμπορεύματα αυτά όχι πλέον ως εμπορεύματα, αλλά ως «ελεύθερα αγαθά». Ο Σταμάτης εξηγεί ότι αυτές οι "optimal values" -οι οποίες προκύπτουν ως συνέπεια της υπόθεσης των «ελεύθερων αγαθών»- δεν είναι τίποτε άλλο παρά νεοκλασικές δια του οφέλους προσδιοριζόμενες «μαρζιναλιστικές» τιμές. Με βάση την εν λόγω ανάλυση του Σταμάτη θα γίνει σαφές ότι οι τιμές οι οποίες προσδιορίζονται όταν εισαχθεί η υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» δεν είναι τίποτε άλλο παρά νεοκλασικές «μαρζιναλιστικές» τιμές .

Εν πρώτοις, θα αναφέρουμε πώς ο Morishima εισάγει στην έννοια των «optimal values». Ο Morishima διερευνά το ακόλουθο minimax πρόβλημα:

Έστω η τεχνολογία η οποία ορίζεται από την παράσταση [**B, L, A**]. Για τη τεχνολογίας αυτή

ελαχιστοποίησε την $\mathbf{Lx}$ (M.1)

υπό τους όρους $\mathbf{Bx} \geq \mathbf{Ax} + \mathbf{Y}$, (M.2)

$\mathbf{x} \geq 0$ (M.3)

και μεγιστοποίησε την $\Lambda\mathbf{Y}$ (M.4)

υπό τους όρους $\Lambda\mathbf{B} \leq \Lambda\mathbf{A} + \mathbf{L}$ (M.5)

$\Lambda \geq 0$, (M.6)

Ο Morishima εξηγεί ότι στο πρόβλημα minimax αυτό, αφενός τίθεται το πρόβλημα της εύρεσης εκείνου του επιπέδου λειτουργίας της δεδομένης τεχνολογίας, ήτοι εκείνο το διάνυσμα **x**, το οποίο καθιστά δυνατή την παραγωγή του καθαρού προϊόντος **Y** και ελαχιστοποιεί την για την παραγωγή του **Y** χρησιμοποιηθήσα ποσότητα ζωντανής εργασίας **Lx**, και αφετέρου τίθεται το πρόβλημα της μεγιστοποίησης του γινομένου **ΛY** υπό τους όρους (M.5) και (M.6), -όπου το διάνυσμα **Λ** το δηλώνει αρχικά, όπως πράγματι είναι, ως ένα διάνυσμα «σκιωδών τιμών», ενώ το γινόμενο **ΛY** το δηλώνει ως «true value». Αν το πρόβλημα έχει λύση, τότε, δεδομένου ότι ισχύει **ΛY=Lx**, έπεται ότι η «αληθινή αξία» του καθαρού προϊόντος **Y** είναι ίση με την ζωντανή εργασία που χρησιμοποιήθηκε άμεσα και έμμεσα στην παραγωγή του. Παράλληλα, εξηγεί ότι για να μπορεί να υπάρξει λύση στο πρόβλημα, όταν ένα «προϊόν» βρίσκεται σε υπερβάλλουσα προσφορά, πρέπει να παίρνει μηδενική «σκιώδη τιμή», παράλληλα, αν σε μια διαδικασία το σύνολο της αξίας της εκροής της –στη βάση των «σκιωδών τιμών» - δεν είναι τουλάχιστον ίσο με το κόστος της, τότε η διαδικασία αυτή δεν τίθεται σε λειτουργία. Περαιτέρω, παραθέτοντας την φράση του Marx σύμφωνα με την οποία 'Nothing can have value, without being an object of utility. If the thing is useless, so is the labour contained in it: the labour does not count as labour, and therefore creates no value' προβάλλει την άποψη, ότι οι "σκιώδεις τιμές" αναπαριστούν τις αξίες των εμπορευμάτων. Εδώ ο Morishima ορίζει την αξία ενός εμπορεύματος, ως την ποσότητα εργασίας η οποία εισήλθε στην παραγωγή του υπό την υπόθεση ότι, όταν ένα «προϊόν» δεν ζητείται, τότε καίτοι παράγεται και έχει χρησιμοποιηθεί εργασία για την παραγωγή του, επειδή δεν έχει καμία αξία χρήσης, λαβαίνει μηδενική αξία. Τις "σκιώδεις τιμές" τις καλεί πλέον ως «optimal values». Τέλος παρατηρεί ότι το μοντέλο αυτό είναι ένα μοντέλο ελαχιστοποίησης του κόστους, εκφράζει την από την οικονομία επιλογή εκείνης της τεχνικής, η οποία ελαχιστοποιεί το κόστος σε εργασία[1]· ως τέτοιο όμως δεν εκφράζει κατάλληλα τις καπιταλιστικές οικονομίες. Στις καπιταλιστικές οικονομίες, η επιλογή τεχνικής γίνεται στη βάση της επιδίωξης από μέρους των παραγωγών να μεγιστοποιήσουν το ποσοστό κέρδους[2] .

Απέναντι στη θεώρηση αυτή, ο Σταμάτης ασκεί κριτική δηλώνοντας ότι οι «optimal values» του Morishima δεν είναι μαρξικές αξίες, αλλά «μαρζιναλιστικά προσδιορισμένες τιμές οφέλους». Στη βάση αυτής της κριτικής εκτίθονται τα ακόλουθα[3] :

Δεδομένου ότι η συνάρτηση **ΛY** είναι μια συνάρτηση στόχου και δεδομένου ότι οι «optimal values» αποτελούν σταθμά της συνάρτησης αυτής, έπεται ότι η «optimal value» ενός εμπορεύματος εκφράζει το ποσό της μεταβολής της συνάρτησης στόχου όταν, καθώς αυτή βρίσκεται σε σημείο αριστοποίησης, η ποσότητα του εν λόγω εμπορεύματος αυξηθεί -στην συνάρτηση στόχου- κατά μία μονάδα. Αν τώρα ληφθεί υπόψη ότι ενδέχεται κατά την παραγωγή ενός δεδομένου καθαρού προϊόντος να παράγονται και ορισμένες ποσότητες εμπορευμάτων σε πλεονάζουσες ποσότητες, έπεται ότι το μέγεθος της συνάρτησης στόχου δεν εκφράζει την ελάχιστη ποσότητα ζωντανής εργασίας που χρειάστηκε για να παραχθεί το δεδομένο καθαρό προϊόν, αλλά εκφράζει την ελάχιστη ποσότητα εργασίας που χρειάστηκε για να τεθεί σε διάθεση. Σε μια τέτοια περίπτωση η κατά μία μονάδα αύξηση της ζήτησης ενός εμπορεύματος, το οποίο βρίσκεται σε πλεονάζουσα προσφορά, δεν θα απαιτήσει καμιά μεταβολή στο κόστος. Αυτό ήδη έχει παραχθεί και το μόνο που συμβαίνει είναι ότι απλώς τίθεται σε διάθεση, γι' αυτό και παίρνει μηδενική «optimal value». Από αυτά έπεται ότι η «optimal value» όχι μόνο είναι ένα «μαρζιναλιστικό» μέγεθος, αλλά επίσης δεν εκφράζει και το κόστος παραγωγής -σε εργασία- μιας επιπλέον μονάδας ενός εμπορεύματος. Αντιθέτως,

[1] Εδώ ο μόνος πρωτογενής συντελεστής παραγωγής είναι εργασία, συνεπώς ο μοναδικός παράγοντας κόστους είναι η εργασία.

[2] Morishima (1973) σελ.184-187 και Morishima (1976) σελ.601-602.

[3] Δες Σταμάτης (1992β) σελ. 77-81.

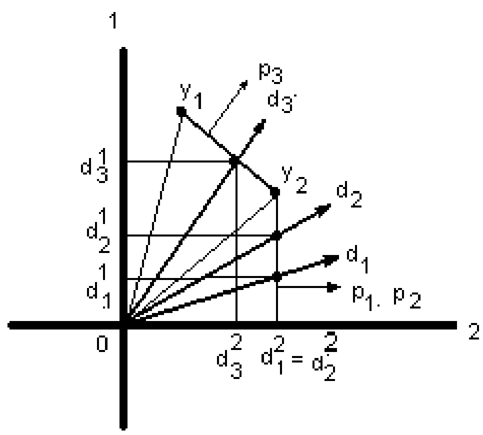
αυτό που εκφράζει είναι το κόστος που απαιτείται για να τεθεί προς διάθεση μια επιπλέον μονάδα ενός εμπορεύματος, ως τέτοιο όμως εξαρτάται από την επιθυμούμενη ζήτηση και συνεπώς, από το όφελος των ζητούντων. Κατά συνέπεια και η «true value» εκφράζει το κόστος διάθεσης του καθαρού προϊόντος και όχι το κόστος παραγωγής του. Περαιτέρω, ο Σταμάτης εκθέτει την άποψη ότι το μοντέλο δεν είναι σε θέσει να προσδιορίσει Μαρξικές αξίες· ενώ οι Μαρξικές αξίες είναι συνέπεια της ανταλλαγής, το εν λόγω μοντέλο εκφράζει τιμές που ορίζονται από μια κεντρική αρχή στη βάση της βελτιστοποίησης της κατανομής των πόρων της.

Για να γίνει πιο κατανοητό το ζήτημα των συνεπειών των ελεύθερων αγαθών πάνω στα γραμμικά συστήματα παραγωγής, στη συνέχεια αναπτύσσουμε την ανάλυση του Σταμάτη στις «optimal values» με σχηματικό τρόπο. Υποθέτουμε μια **2x2** διαχωρίσιμη τεχνική **[A,L,B]** για την οποία ισχύει

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{21}\\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}=[1,\ 1],\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{B}-\mathbf{A}]=[\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2]=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-\mathbf{a}_{11} & \mathbf{b}_{12}-\mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{b}_{21}-\mathbf{a}_{21} & \mathbf{b}_{22}-\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix}$$

Υποθέτουμε ότι το σύνολο των καθαρών προϊόντων τα οποία δύναται να παράγει η τεχνική αυτή όταν χρησιμοποιεί μια μονάδα ζωντανής εργασίας παρίσταται στο παρακάτω Σχήμα.



Σχήμα 8.

Στο Σχήμα 8 τα $\mathbf{d}_1=\begin{bmatrix}\mathbf{d}_1^1\\ \mathbf{d}_1^2\end{bmatrix}$, $\mathbf{d}_2=\begin{bmatrix}\mathbf{d}_2^1\\ \mathbf{d}_2^2\end{bmatrix}$, $\mathbf{d}_3=\begin{bmatrix}\mathbf{d}_3^1\\ \mathbf{d}_3^1\end{bmatrix}$ είναι τρία διαφορετικά καλάθια ζήτησης. Σύμφωνα με το υπόδειγμα του Morishima, όταν η ζήτηση ταυτίζεται με το καλάθι $\mathbf{d}_1=\begin{bmatrix}\mathbf{d}_1^1\\ \mathbf{d}_1^2\end{bmatrix}$, τότε η "optimal value" του εμπορεύματος 1 είναι μηδενική, - αυτό εκφράζεται στο ότι το διάνυσμα $\mathbf{p}_1$, το οποίο παριστά για το καλάθι ζήτησης $\mathbf{d}_1$ τις σχετικές τιμές των εμπορευμάτων 1 και 2 όταν υποτεθεί η ύπαρξη ελεύθερων αγαθών, είναι παράλληλο στον άξονα του εμπορεύματος 2. Για το τι σημαίνουν οι “optimal values”, ο Σταμάτης εξηγεί ότι οι «αξίες» αυτές δεν είναι οι ποσότητες εργασίας οι οποίες απαιτούνται για να παραχθεί το εν λόγω καλάθι ζήτησης -ούτε συνεπώς είναι και τιμές παραγωγής για μηδενικό ποσοστό κέρδους- , αντιθέτως, εκφράζουν απλώς και μόνο την ελάχιστη ποσότητα εργασίας η οποία απαιτείται για να τεθεί προς διάθεση το εν λόγω καλάθι ζήτησης, και συνεπώς εκείνες τις τιμές, οι οποίες καθιστούν ικανό σε διάθεση το καλάθι των εμπορευμάτων αυτών . Τα προς διάθεση καλάθια εμπορευμάτων δεν ταυτίζονται όμως με τα παραγμένα καλάθια εμπορευμάτων. Στην προκειμένη περίπτωση δεν παράγεται μόνο το προς διάθεση καλάθι $\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1^1 \\ \mathbf{d}_1^2 \end{bmatrix}$, αλλά το καλάθι $\mathbf{y}_2$. Έτσι λοιπόν, στο μοντέλο του Morishima, οι “optimal values” αφορούν τα προς διάθεση καλάθια εμπορευμάτων και όχι τα πράγματι παραχθέντα καλάθια εμπορευμάτων.

Επιπρόσθετα, σε σχέση τώρα με τις “optimal values” του Morishima, ο Σταμάτης εξηγεί ότι στην περίπτωση που η επιθυμητή ποσότητα ζήτησης αυξηθεί κατά μια μονάδα σε σχέση με το εμπόρευμα 2, και έστω ότι το νέο καλάθι αυτό καλάθι επιθυμητής ζήτησης και συνεπώς το προς διάθεση καλάθι εμπορευμάτων είναι το καλάθι $\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_2^1 \\ \mathbf{d}_2^2 \end{bmatrix}$, τότε η “optimal values” του εμπορεύματος 1 θα παραμείνει μηδενική, γιατί αυτή η εν λόγω επιπλέον μονάδα του εμπορεύματος 1 έχει ήδη παραχθεί, παράγεται δηλαδή είτε η ζήτηση είναι η $\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1^1 \\ \mathbf{d}_1^2 \end{bmatrix}$ είτε είναι η $\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_2^1 \\ \mathbf{d}_2^2 \end{bmatrix}$. Συνεπώς, κατά την μεταβολή αυτή δεν θα παρατηρηθεί καμία αύξηση στο κόστος. Επειδή δε κατά την αύξηση μιας επιπλέον μονάδας του εμπορεύματος 1 δεν παρατηρείται καμία αύξηση στο κόστος, λόγω του ότι ήδη είναι παραγμένη, η τιμή του εμπορεύματος 1 ως έκφραση της μεταβολής του κόστους του εμπορεύματος αυτού είναι μηδενική. Αυτά όμως σημαίνουν ότι οι τιμές του Morishima εκφράζουν την τιμή διάθεσης των εμπορευμάτων, εκφράζουν την τιμή εκείνη ενός εμπορεύματος η οποία είναι έκφραση της επιθυμητής ζήτησης και συνεπώς έκφραση του οφέλους ενός εμπορεύματος και όχι του κόστους σε εργασία, και άρα και όχι της τιμής παραγωγής του εμπορεύματος όταν το ποσοστό κέρδους είναι μηδενικό. Οι πραγματικές αξίες, οι αξίες στα πλαίσια της δεδομένης τεχνικής όταν η ζήτηση είναι είτε $\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1^1 \\ \mathbf{d}_1^2 \end{bmatrix}$ είτε $\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_2^1 \\ \mathbf{d}_2^2 \end{bmatrix}$, απλά δεν μπορούν να προσδιοριστούν. Στη δεδομένη περίπτωση αξίες θα μπορούσαν να προσδιοριστούν μόνο υπό την προϋπόθεση ότι η μέση παραγωγικότητα της εργασίας κάθε εμπορεύματος και συνεπώς η αξία κάθε εμπορεύματος είναι ενιαία σε κάθε διαδικασία παραγωγής, στην περίπτωση αυτή οι προσδιορισμένες αξίες είναι και ίσες ή ανάλογες με τις τιμές παραγωγής για μηδενικό ποσοστό κέρδους. Οι προσδιορισμένες αυτές αξίες και συνεπώς και οι τιμές παραγωγής εκφράζονται στο διάνυσμα $\mathbf{p}_3$, στο διάνυσμα δηλαδή του συστήματος των σχετικών τιμών όπως το έχουμε αναπτύξει στα προηγούμενα τμήματα. Το γεγονός, ότι η ζήτηση ενδέχεται να είναι είτε $\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1^1 \\ \mathbf{d}_1^2 \end{bmatrix}$ είτε $\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_2^1 \\ \mathbf{d}_2^2 \end{bmatrix}$, δεν έχει καμιά επίδραση στο σύστημα του προσδιορισμού των πραγματικών τιμών παραγωγής και των ίσων ή ανάλογων με αυτών πραγματικών αξιών, γιατί αν είχε, τότε δεν θα μιλούσαμε για τιμές παραγωγής και αξίες, αλλά για ‘μαρζιναλιστικά διά του οφέλους προσδιορισμένες’ τιμές και αξίες. Το γεγονός, συνεπώς, ότι κατά τις ζητήσεις $\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1^1 \\ \mathbf{d}_1^2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_2^1 \\ \mathbf{d}_2^2 \end{bmatrix}$ υπάρχουν ορισμένα εμπορεύματα σε πλεόνασμα, δεν μπορεί να αποτελέσει λόγο για να εισαχθεί στα εν λόγω μοντέλα η έννοια των «ελεύθερων αγαθών». Αν εισάγονταν, τότε θα έπαυε να υφίσταται η έννοια των τιμών παραγωγής.

Η ανάλυση αυτή, της περίπτωσης που ορισμένα εμπορεύματα βρίσκονται σε πλεόνασμα και τα οποία στα πλαίσια των τιμών παραγωγής δεν μπορούν να νοηθούν ως «ελεύθερα αγαθά», μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι τα γραμμικά συστήματα παραγωγής ως μοντέλα προσδιορισμού μόνο των τιμών παραγωγής είναι ανεξάρτητα στην γενική περίπτωση από την έννοια της μακροχρόνιας ισορροπίας· και είναι ανεξάρτητα από την έννοια της μακροχρόνιας ισορροπίας, γιατί στην γενική περίπτωση πρέπει να ληφθεί υπόψη και η περίπτωση που ορισμένα εμπορεύματα, καίτοι βρίσκονται σε πλεόνασμα, δεν μπορούν να λάβουν μηδενική τιμή και συνεπώς δεν μπορούν να αποτελέσουν παρά μόνο αποθέματα των κλάδων παραγωγής που τα παράγουν. Εν ολίγοις, τα γραμμικά συστήματα παραγωγής είναι υποδείγματα υπολογισμού απλώς και μόνο των τιμών παραγωγής. Το αν κάποιος θέλει να τα ορίσει ως μοντέλα μακροχρόνιας ισορροπίας, αυτό αποτελεί έναν επιπλέον προσδιορισμό που δεν προκύπτει από την έννοια των τιμών παραγωγής· θα μπορούσαμε να πούμε στο σημείο αυτό ότι οι τιμές παραγωγής είναι περισσότερο συμβιβάσιμες με ένα μοντέλο βραχυχρόνιας ισορροπίας, αφού σε ένα τέτοιο μοντέλο η πλεονάζουσα προσφορά θεωρείται ως αποθεματοποιημένο κεφάλαιο της επόμενης περιόδου και όχι «ελεύθερο αγαθό».

Το μοντέλο του Morishima δεν διαφέρει σε τίποτε από εκείνα τα συστήματα των τιμών, που αναπτύσσουν οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί και στα οποία έχουν εισαγάγει την υπόθεση ότι, όταν ένα εμπόρευμα υπερκαλύπτει τη ζήτηση, τότε υπάρχει και μια διαδικασία παραγωγής στη βάση της οποίας το εμπόρευμα αυτό λαμβάνει μηδενική τιμή και κατά συνέπεια γίνεται «ελεύθερο αγαθό».Οι Kurz/Salvadori[1] αποδεικνύουν ότι υπό την υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» τα ακόλουθα τρία συστήματα εξισώσεων είναι ισοδύναμα:

$$\mathbf{p}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}] \leqq \mathbf{w}l \qquad \text{(K/S-1.1)}$$
$$\mathbf{x}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\mathbf{p}=\mathbf{wxl} \qquad \text{(K/S-1.2)}$$
$$\mathbf{x}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\mathbf{p}=\boldsymbol{\alpha}\mathbf{c} \qquad \text{(K/S-1.3)}$$
$$\mathbf{x} \geqq \mathbf{0},\ \mathbf{w}>\mathbf{0},\ \mathbf{cp}=\mathbf{1} \qquad \text{(K/S-1.4)}$$

$$\frac{\mathbf{p}}{\mathbf{w}}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}] \leqq \mathbf{l} \qquad \text{(K/S-2.1)}$$
$$\mathbf{x}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\frac{\mathbf{p}}{\mathbf{w}}=\mathbf{xl} \qquad \text{(K/S-2.2)}$$
$$\mathbf{x}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\ \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{w}} \geqq \mathbf{c} \qquad \text{(K/S-2.3)}$$
$$\mathbf{x}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\ \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{w}} = \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{w}}\mathbf{c} \qquad \text{(K/S-2.4)}$$
$$\mathbf{p} \geqq \mathbf{0},\ \mathbf{x} \geqq \mathbf{0} \qquad \text{(K/S-2.5)}$$

[1] Δες Kurz/Salvadori (1995) σελ.229-230.

$$\min \ \mathbf{xl} \qquad\qquad \max \ \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{w}}\mathbf{c}$$

$$\text{υπό τους όρους } \mathbf{x[B\text{-}(1+r)A]} \geqq \mathbf{c} \qquad \text{υπό τους όρους } \mathbf{[B\text{-}(1+r)A]}\frac{\mathbf{p}}{\mathbf{w}} \leqq \mathrm{l} \qquad \text{(K/S-3)}$$

$$\mathbf{x} \geqq 0 \qquad\qquad \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{w}} \geqq 0$$

Το σύστημα (K/S-2) όμως εκφράζει, πρώτον, ότι οι τιμές των εμπορευμάτων που βρίσκονται σε πλεόνασμα, και στις οποίες μας οδηγεί μια δεδομένη τεχνική όταν δεν είναι σε θέση να ικανοποιήσει μια δεδομένη ζήτηση χωρίς να παράγει ορισμένες ποσότητες εμπορευμάτων σε πλεονάζουσες ποσότητες, είναι μηδενικές, δεύτερον, ότι αν η δεδομένη ζήτηση ικανοποιείται με την χρησιμοποίηση όχι όλων των διαδικασιών παραγωγής της δεδομένης τεχνικής, αλλά μέρους αυτής, τότε οι τιμές, στις οποίες θα οδηγεί το σύστημα, δεν πρέπει να οδηγούν κάποιες διαδικασίες παραγωγής σε υπερκέρδη. Ένα τέτοιο σύστημα είναι σαφές ότι αποτελεί έκφραση της προσπάθειας των σύγχρονων νεορικαρδιανών να αποκλείσουν από το σύστημα τους την ύπαρξη αρνητικών τιμών. Η υπόθεση όμως των «ελεύθερων αγαθών» έχει σημαντικές συνέπειες για έννοια του μοντέλου καθώς και του τι προσδιορίζει. Υπό την υπόθεση αυτή και όταν το **r**=0, το εν λόγω μοντέλο παύει να είναι ένα a la Sraffa ή a la Leontief σύστημα παραγωγής και καθίσταται πλέον ένα μοντέλο ελαχιστοποίησης του κόστους σε εργασία του προς διάθεση ζητούμενου καλαθιού εμπορευμάτων. Παράλληλα οι προσδιοριζόμενες από αυτό τιμές παύουν να είναι τιμές παραγωγής και καθίστανται πλέον σε τιμές που προσδιορίζονται διά του οφέλους. Τα ίδια συμπεράσματα γενικεύονται και στην περίπτωση που το ποσοστό κέρδους καθίσταται μεγαλύτερο του μηδενός. Στην περίπτωση που το ποσοστό κέρδους είναι μεγαλύτερο του μηδενός, τότε το ισοδύναμο με το σύστημα (K/S-2) σύστημα (K/S-3) εκφράζει την ελαχιστοποίηση του παράγοντα κόστους. Αυτός ο παράγοντας κόστους περιλαμβάνει τώρα τόσο την εργασία όσο και το κεφάλαιο. Παράλληλα οι τιμές δεν είναι τιμές παραγωγής, αλλά τιμές προσδιορισμένες δια του οφέλους όπως στην περίπτωση του r=0. Η κατανόηση των συστημάτων (K/S-1),(K/S-2),(K/S-3) θα γίνει πληρέστερη αφού εξετάσουμε την έννοια της επιλογής τεχνικής. Ωστόσο επειδή τα μοντέλα που πραγματευόμαστε στα πλαίσια της εργασίας αυτής αφορούν τιμές παραγωγής, τιμές δηλαδή οι οποίες προσδιορίζονται αποκλειστικά στη βάση πρώτον των τεχνικών συνθηκών παραγωγής, δεύτερον ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους και τρίτον ενός ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου, ανεξαρτήτως της ζήτησης, θέσαμε το ζήτημα στο σημείο αυτό τις συνέπειες των «ελεύθερων αγαθών», γιατί η παρούσα εργασία δεν επεκτείνει την διερεύνηση της στην νέα –διαφορετική από αυτή του Sraffa- προσέγγιση των σύγχρονων νεορικαρδιανών οικονομολόγων στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής.

Το ζήτημα, στο οποίο με τις αναφορές εφιστάται η προσοχή, είναι ότι οι τιμές που προκύπτουν, όταν εισαχθεί η υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών», δεν είναι τιμές παραγωγής, δεν είναι τιμές οι οποίες προσδιορίζονται αποκλειστικά από τις συνθήκες παραγωγής και τη διατήρηση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους. Αντιθέτως, πρόκειται για νεοκλασικές τιμές οφέλους, τιμές οι οποίες προσδιορίζονται τόσο από τις συνθήκες παραγωγής και την διατήρηση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, αλλά και από το όφελος και την ζήτηση, τα οποία σχετίζονται με το εμπόρευμα την τιμή του οποίου διερευνάμε. Με βάση την κριτική του Σταμάτη στις «optimal values» του Morishima γίνεται σαφές ότι ένα σύστημα εξισώσεων όπως τα (K/S-1), (K/S-2), (K/S-3), στην περίπτωση που r=0, δεν προσδιορίζει τιμές ίσες με το κατά μέσο όρο κόστος παραγωγής των εμπορευμάτων, αλλά τιμές ίσες με το οριακό κόστος διάθεσης των εμπορευμάτων αυτών. Η ίδια ερμηνεία των τιμών είναι σαφές ότι εφαρμόζεται και στην περίπτωση που το ποσοστό κέρδους είναι μεγαλύτερο του μηδενός. Περαιτέρω, με βάση την ίδια κριτική γίνεται σαφές ότι αφενός ένα τέτοιο μοντέλο δεν μπορεί να αφορά ένα οικονομικό σύστημα το οποίο στηρίζεται στην επιδίωξη των παραγωγών των εμπορευμάτων για μεγιστοποίηση του ποσοστού κέρδους των και αφετέρου, ούτε ένα οικονομικό σύστημα στο οποίο οι τιμές των εμπορευμάτων προκύπτουν στα πλαίσια της αγοράς, αλλά ένα οικονομικό σύστημα στο οποίο οι τιμές των προϊόντων ορίζονται από μια κεντρική αρχή. Είναι σαφές ότι αφενός ένα τέτοιο μοντέλο δεν μπορεί να αποτελέσει βάση για την κριτική των τιμών της νεοκλασικής θεωρίας, αφού οδηγεί στα ίδια συμπεράσματα με αυτή, αφετέρου δεν μπορεί να αποτελέσει ερμηνεία μιας καπιταλιστικής οικονομίας, αφού δεν είναι σε θέση να την εκφράσει. Σε αντίθεση τώρα με τα εν λόγω μοντέλα, τα γραμμικά συστήματα παραγωγής στα οποία δεν εισάγεται η υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών» προσδιορίζουν τιμές ανεξάρτητες από τη ζήτηση των εμπορευμάτων, προσδιορίζουν τιμές οι οποίες είναι ίσες με το κόστος παραγωγής τους στα πλαίσια ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, ενός ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου και ενιαίων τιμών για τα παραγόμενα εμπορεύματα. Για τις τιμές αυτές είτε είναι αδιάφορο αν τελικά τα εμπορεύματα ζητούνται, ή όχι, είτε υποθέτουμε ότι η πρόσφορά ισούται με τη ζήτηση. Μόνο σ'αυτή τη περίπτωση τα γραμμικά συστήματα παραγωγής μπορούν να αποτελέσουν βάση για την ερμηνεία της καπιταλιστικής οικονομίας και μόνο τότε μπορούν να αποτελέσουν βάση για την κριτική της νεοκλασικής θεωρίας.

Σε σχέση με την αναφορά του Morishima στον Marx, σε σχέση δηλαδή με την διαπίστωση του Morishima ότι οι αξίες του Marx, ως οι ποσότητες εργασίας που χρησιμοποιήθηκαν για την παραγωγή των υπό θεώρηση εμπορευμάτων, εξαρτώνται και από τη ζήτηση των εμπορευμάτων, πρέπει να τονίσουμε ότι ο Marx το ζήτημα της απόκλισης της προσφοράς από τη ζήτηση το έθεσε στο ΙΙ τμήμα του τρίτου τόμου του Κεφαλαίου και ειδικότερα στο δέκατο κεφάλαιο αυτού. Ωστόσο, όμως, εκεί διερεύνησε την έννοια της αξίας στη βάση της προϋπόθεσης ότι η ζήτηση είναι ίση με την προσφορά. Κάθε απόκλιση της προσφοράς από την ζήτηση γίνεται –από τον Marx- στα πλαίσια της έννοιας της τιμής αγοράς και όχι στα πλαίσια της έννοιας της αξίας. Η ανάλυση της περίπτωσης της ανταλλαγής των εμπορευμάτων υπό το καθεστώς όλων των παραγόντων, που λαβαίνουν χώρα στα πλαίσια της αγοράς και όχι μόνο των αποκλίσεων της προσφοράς από τη ζήτηση, γίνεται στα πλαίσια του πρώτου τόμου του Κεφαλαίου. Στα πλαίσια του πρώτου τόμου του Κεφαλαίου όμως, η έννοια της αξίας του Marx έχει τελείως διαφορετικό χαρακτήρα από ό,τι απλώς ως η εργασία που εισήλθε στην παραγωγή ενός εμπορεύματος. Η αξία στα πλαίσια του πρώτου τόμου του κεφαλαίου του Marx είναι το «πήγμα» της «αφηρημένης εργασίας» που εισήλθε στην παραγωγή ενός εμπορεύματος. Ο προσδιορισμός όμως του μεγέθους αυτού του είδους της αξίας προϋποθέτει ήδη υπάρχουσες τιμές αγοράς[1]. Οι αξίες του πρώτου τόμου του

[1] Δεδομένου ότι τα εμπορεύματα είναι προϊόντα εργασίας, όταν στα πλαίσια της αγοραπωλησίας αυτά ανταλλάσσονται με χρήμα και διαμέσου του χρήματος μεταξύ τους, μεταμορφώνουν την εργασία που εισήλθε στην παραγωγή τους από συγκεκριμένη χρήσιμη εργασία, σε «αφηρημένη» εργασία, σε εν γένει χρήσιμη εργασία. Αυτή όμως η εργασία - επειδή λαβαίνει ύπαρξη μόνο μέσα στα πλαίσια της ανταλλαγής, ως αυτό στο οποίο τα κατά τα άλλα διαφορετικά ανταλλασσόμενα προϊόντα είναι όμοια- δεν έχει δική της άμεσα αισθητή αντικειμενικότητα. Η «αφηρημένη» εργασία γίνεται αντιληπτή μόνο μέσω του χρήματος. Επειδή κατά την εγχρήματη ανταλλαγή το χρήμα αποτελεί το μέσο στη βάση του οποίου τα διαφορετικά στην υλική τους ύπαρξη εμπορεύματα εξομοιώνονται και συγκρίνονται, περαιτέρω δε, επειδή κατά την ανταλλαγή τα εμπορεύματα μεταμορφώνουν την εργασία που εισήλθε στην παραγωγή τους σε «αφηρημένη» εργασία ,σε εργασία δηλαδή

Κεφαλαίου αφορούν και περιλαμβάνουν και εκείνα τα εμπορεύματα, τα οποία πωλούνται και αγοράζονται στα πλαίσια της αγοράς και τα οποία καίτοι δεν είναι προϊόντα εργασίας έχουν θετική τιμή –αγοράς. Σε σχέση με το ότι οι αξίες του τρίτου τόμου του κεφαλαίου γίνονται στην βάση της προϋπόθεσης της ισότητας προσφοράς και της ζήτησης, αρκεί να αναφέρουμε τα παρακάτω[1].

Ο Marx, στα πλαίσια του τρίτου τόμου του κεφαλαίου, στο οποίο εξετάζεται η αξία και η τιμή σε σχέση με την ζήτηση, δηλώνει ρητά ότι για να κατανοηθεί ο ρόλος της αξίας, πρέπει να υποτεθεί ότι η προσφορά ισούται με την ζήτηση. Στην βάση της κατανόησης του ότι η τιμή ενός εμπορεύματος είναι η μορφή που παίρνει η αξία ενός εμπορεύματος και του ότι μόνο αν κάποιος ξεκινήσει έχοντας ως βάση την αξία μπορεί να αναπτύξει την έννοια του χρήματος[2], δηλώνει ότι, όταν η προσφορά είναι ίση με την ζήτηση, τότε τα μεγέθη αυτά –ήτοι η προσορά και η ζήτηση- παύουν να επιδρούν στην αξία ενός εμπορεύματος και δεν μπορούν να μας εξηγήσουν τίποτε σε σχέση με τις τιμές. Για τον Marx οι «πραγματικοί εσωτερικοί νόμοι της κεφαλαιοκρατική παραγωγής δεν μπορούν να εξηγηθούν από την αλληλεπίδραση της προσφοράς και της ζήτησης..., οι νόμοι αυτοί μόνο τότε φαίνονται να έχουν πραγματοποιηθεί στην καθαρή τους μορφή, μόλις παύουν να επενεργούν η ζήτηση και η προσφορά» και συμπληρώνει, «Στην πραγματικότητα η ζήτηση και η προσφορά ποτέ δεν αλληλοκαλύπτονται. Στην πολιτική οικονομία όμως υποτίθεται ότι αλληλοκαλύπτονται. Γιατί; Για να εξετάζονται τα φαινόμενα στην...μορφή που ανταποκρίνονται στον νόημα τους, δηλαδή να εξετάζονται ανεξάρτητα από την επίφαση που προκαλεί η κίνηση της ζήτησης και της προσφοράς»[3]. Ο Marx δηλώνει επίσης ρητά ότι η άποψή του πως τα εμπορεύματα ανταλλάσσονται στη βάση της αξίας τους, με βάση δηλαδή την αναγκαία για την παραγωγή τους αναγκαία «κοινωνική» εργασία, μπορεί να εξηγηθεί μόνο στα πλαίσια της ισότητας της προσφοράς και της ζήτησης. Συγκεκριμένα, αφού έχει εξηγήσει ότι τα εμπορεύματα που παράχθηκαν σε μεγαλύτερες ποσότητες από τις ζητούμενες ανταλλάσσονται θεωρούμενα ότι αναπαριστούν μικρότερες ποσότητες «κοινωνικής εργασίας» από αυτή που πράγματι εισήλθε στην παραγωγή τους, γράφει: «Η ανταλλαγή ή η πούληση των εμπορευμάτων στην αξία τους είναι η λογική αρχή, ο φυσικός νόμος της ισορροπίας τους. Ξεκινώντας από αυτόν το νόμο, μπορούν να εξηγηθούν οι αποκλίσεις, όχι αντίστροφα»[4]. Τέλος, ο Marx δεν εκφράζει πουθενά την άποψη ότι, όταν παράγονται εμπορεύματα, τα οποία υπερκαλύπτουν τη ζήτηση, τότε αυτά είναι μηδενικής αξίας. Το μόνο που παρατηρεί είναι απλώς ότι μπορεί να πωλούνται κάτω από την αξία τους καθώς και ότι ένα μέρος από αυτά μπορεί να μείνει και εντελώς απούλητο[5].

Από τα τελευταία αυτά γίνεται σαφές ότι για τον Marx οι «εσωτερικοί νόμοι της κεφαλαιοκρατικής παραγωγής» και η έννοια του χρήματος μπορούν να διαπιστωθούν και να ερμηνευθούν μόνο όταν και εφόσον υποτεθεί ότι η προσφορά και η ζήτηση είναι ίσες. Η ανάλυση της αξίας του Marx στον τρίτο τόμο του κεφαλαίου, στην οποία τα προϊόντα ανταλλάσσονται στην βάση «κοινωνικής εργασίας» -νοούμενη ως η ομοιογενής εργασία- η

που δεν διαφέρει από εμπόρευμα σε εμπόρευμα παρά μόνο στην ποσότητα της -και όχι στην ποιότητα της-, έπεται ότι το χρήμα ως μέσο εξομοίωσης αποτελεί μορφή αυτού που πράγματι είναι όμοια τα εμπορεύματα, μορφή της «αφηρημένης» εργασίας. Έπεται λοιπόν ότι ο προσδιορισμός του μεγέθους της αξίας ενός εμπορεύματος, ως «πήγμα» «αφηρημένης» εργασίας, μπορεί να γίνει αισθητηριακά αντιληπτός μόνο αφού τα εμπορεύματα λάβουν χρηματική τιμή. [Για την προσέγγιση αυτή των μαρξικών αξιών δες Σταμάτης (1998) σελ.123-124.]

[1] Δες επίσης και Σουήζη (1993) σελ. 69-74

[2] Marx (1978) σελ. 244.

[3] Marx (1978) σελ. 239-240.

[4] Marx (1978) σελ. 237

[5] Marx (1978) σελ.225,237

οποία εισήλθε στην παραγωγή τους, γίνεται στη βάση της προϋπόθεσης ότι η προσφορά είναι ίση με την ζήτηση. Μάλιστα, σε αντίθεση με όσα ισχυρίζεται ο Morishima, ο Marx, καίτοι έθεσε το ζήτημα της πλεονάζουσας προσφοράς εμπορευμάτων, δεν δηλώνει πουθενά ότι στην περίπτωση που ένα εμπόρευμα παράγεται σε μεγαλύτερες ποσότητες από ό,τι ζητείται τότε λαμβάνει μηδενική αξία. Στα πλαίσια της ανάλυσης αυτής ούτε και οι τιμές παραγωγής του Marx μπορούν να νοηθούν ως εξαρτώμενες από την ζήτηση. Οι τιμές παραγωγής, όταν το ποσοστό κέρδους είναι ίσο με το μηδέν, είναι ίσες με τις, νοούμενες ως οι ποσότητες ομοιογενούς ζωντανής και νεκρής εργασίας που χρειάστηκε για την παραγωγή τους, αξίες.

Γ) Η ανάλυση αυτή που διεξήχθη στα πλαίσια του μοντέλου ελαχιστοποίησης του κόστους του Morishima και περιλαμβάνει γενικά και εκείνους τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς, που εισάγουν στην ανάλυσή τους την υπόθεση των «ελεύθερων αγαθών», μας έδειξε ότι τα εν λόγω μοντέλα είναι όχι μοντέλα προσδιορισμού τιμών παραγωγής, αλλά μοντέλα προσδιορισμού νεοκλασικών «μαρζιναλιστικών» τιμών. Πρέπει παράλληλα να τονίσουμε ότι στην περίπτωση των μηδενικών και αρνητικών τιμών επιχειρείται η συσχέτιση των προϊόντων, που αφορούν τις τιμές αυτές, με επιβλαβείς εκροές της παραγωγικής διαδικασίας, όπως π.χ με τα χημικά και τα ραδιενέργεια απόβλητα κλπ. Στην περίπτωση όμως αυτή πρέπει να τονίσουμε ότι τέτοιου είδους εκροές δεν μπορούν να νοηθούν ως εκροές της παραγωγικής διαδικασίας, αλλά μόνο ως τμήμα του κόστους των διαδικασιών παραγωγής. Τέτοια τμήματα της παραγωγής στα πλαίσια των επιχειρήσεων της πραγματικής οικονομίας δεν μπορούν να νοηθούν ως εκροές οι οποίες λαμβάνουν μηδενικές οι αρνητικές τιμές, αλλά άχρηστα (υπο)προϊόντα της παραγωγής, τα οποία επιβαρύνουν απλώς και μόνο το κόστος παραγωγής των παραγομένων εμπορευμάτων. Επειδή τα εν λόγω (υπο)προϊόντα αποτελούν απλώς και μόνο τμήμα του κόστους παραγωγής, το οποίο πράγματι λαμβάνει κάποια χρηματική τιμή, ένα οικονομικά σημαντικό κόστος πράγματι παραχθέντων τέτοιων (υπο)προϊόντων είναι πάντα θετικό. Περαιτέρω, το να νοηθεί το κόστος των (υπο)προϊόντων ως εκροή με αρνητική τιμή δεν θα επηρέαζε σε τίποτε την τιμή των εμπορευματικών εκροών ενός συστήματος παραγωγής, θα την επηρέαζε τότε και μόνο τότε, όταν την εκροή αυτή με την αρνητική τιμή την θεωρούσε κανείς ως “ελεύθερο αγαθό” που στην συνέχεια οφείλει να λάβει μηδενική τιμή. Στην περίπτωση αυτή επηρεάζεται και το κόστος παραγωγής των πραγματικών εμπορευματικών εκροών. Ένας τέτοιος όμως επηρεασμός των τιμών, μας επαναφέρει στην ακριβώς προηγούμενη περίπτωση της ανατροπής της έννοιας των τιμών παραγωγής.

Στη συνέχεια της εργασίας, για τους λόγους που αναπτύχθηκαν, δεν θα κάνουμε αποδεκτή την υπόθεση των λεγόμενων «ελεύθερων αγαθών». Ωστόσο, η διερεύνηση που θα ακολουθήσει μπορεί να τεθεί, και πράγματι θα τεθεί, ανεξαρτήτως του αν στα γραμμικά συστήματα παραγωγής μπορεί να υπάρξει η έννοια των «ελεύθερων αγαθών» ή όχι. Η ανάλυση που θα ακολουθήσει στηρίζεται αφενός στην ανάλυση των τεχνικών απλής παραγωγής -όπου εκεί δεν τίθεται καν θέμα πλεονάζουσας προσφοράς εμπορευμάτων - και αφετέρου, στα πλαίσια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής θα περιοριστούμε στις παραγωγικές τεχνικές σύνθετης παραγωγής και στις $\mathbf{r}_0$-παραγωγικές τεχνικές για εκείνα τα καλάθια ζήτησης, για τα οποία δεν τίθεται θέμα πλεονάζουσας προσφοράς.

Ι.5 Στοιχεία της έννοιας και του ρόλου χρήματος

Κατά την ανάλυση την οποία διεξήγαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, παρατηρήσαμε ότι τα γραμμικά συστήματα παραγωγής, ως έκφραση των τεχνικών συνθηκών παραγωγής οι οποίες επικρατούν στα πλαίσια μιας πραγματικής οικονομίας, δεν είναι σε θέση, αν δεν εισαγάγουμε περαιτέρω και μια εξίσωση τυποποίησης, να μας οδηγήσουν στο προσδιορισμό των απόλυτων-χρηματικών τιμών των εμπορευμάτων. Είδαμε ότι, για δεδομένη τιμή του ποσοστού κέρδους, τα εν λόγω υποδείγματα μόνο σχετικές τιμές (εμπορευμάτων) είναι σε θέση να προσδιορίσουν. Πριν όμως αναλύσουμε την έννοια της τυποποίησης, ως το μέσο το οποίο μας δίνει την ικανότητα να προσδιορίσουμε απόλυτες-χρηματικές τιμές, θα προβούμε σε ορισμένες αναφορές, οι οποίες θα μας δώσουν την δυνατότητα να κατανοήσουμε ορισμένα βασικά στοιχεία της έννοιας και της λειτουργίας του χρήματος και συνεπώς, ως άμεση συνέπεια αυτού, την δυνατότητα να κρίνουμε κατά πόσο η εξίσωση τυποποίησης είναι σε θέση να εκφράσει την έννοια του πραγματικού χρήματος. Η ανάπτυξη που θα ακολουθήσει έχει ως σκοπό να εκθέσει ορισμένα κύρια χαρακτηριστικά της έννοιας του πραγματικού χρήματος, χαρακτηριστικά τα οποία απουσιάζουν εμφανώς από τα γραμμικά συστημάτα παραγωγής, χαρακτηριστικά τα οποία η εξισωση τυποποίησης αδυνατεί να εκπληρώσει.

Οι Dornbusch και Fischer[1] εισάγουν την έννοια του χρήματος με το να αναπτύσσουν τις λειτουργίες του χρήματος. Θεωρούν ότι το χρήμα έχει τέσσερις λειτουργίες. Η πρώτη από αυτές, η οποία θεωρείται και η πιο κύρια, είναι η λειτουργία του ως μέσο πληρωμών. Εξηγώντας την λειτουργία αυτή, παρατηρούν ότι η χρήση του χρήματος είναι ένα τόσο συνηθισμένο και τόσο σημαντικό γεγονός, ώστε είναι αδύνατο να σκεφτούμε μια οικονομία χωρίς αυτό. Για τους Dornbusch και Fischer οι εμπράγματες οικονομίες, οι οικονομίες δηλαδή στις οποίες οι συναλλαγές γίνονται χωρίς χρήμα, είναι περισσότερο οικονομίες «μυθικές». Σε αυτές τις «μυθικές» οικονομίες, δεδομένου ότι οι επιθυμίες των παραγωγών κατά κανόνα δεν συμπίπτουν, οι συναλλαγές είναι εξαιρετικά δυσχερείς. «Ο οικονομολόγος που θα ήθελε να κόψει τα μαλλιά του θα έπρεπε να βρει έναν κουρέα που θα επιθυμούσε να ακούσει μια διάλεξη για κάποιο οικονομικό θέμα». «Το χρήμα ως μέσο ανταλλαγών κάνει μη αναγκαία τη σύμπτωση των επιθυμιών στις ανταλλαγές». Η δεύτερη λειτουργία του χρήματος είναι «το χρήμα ως μορφή διαφύλαξης αξιών (store of value)». Το χρήμα «ως μορφή διαφύλαξης αξιών χρησιμοποιείται για την διαχρονική διαφύλαξη των αξιών». Εξηγώντας τη λειτουργία αυτή, δηλώνουν ότι για να χρησιμεύσει κάτι ως χρήμα, πρέπει να έχει την ικανότητα να μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στο μέλλον ως μέσο αγορών. Περαιτέρω, για να γίνουν πιο κατανοητοί, δηλώνουν ότι στην περίπτωση που δεν υπάρχουν ψυγεία τα παγωτά δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως χρήμα, γιατί κανείς δεν θα ήθελε να ανταλλάξει τα εμπορεύματά του με παγωτά, αφού αυτά θα έλιωναν και δεν θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για μελλοντικές ανταλλαγές στα πλαίσια της αγοράς. Η τρίτη λειτουργία, την οποία αναφέρουν, είναι η λειτουργία του χρήματος ως «μονάδα

[1] Δες Dornbusch, Fischer (1993) σελ.419,428-429

μέτρησης των αξιών (unit of account)», ως «μονάδα με την οποία μετρούνται οι τιμές και η οποία χρησιμοποιείται στα λογιστικά βιβλία. Οι τιμές εκφράζονται σε δολάρια και σέντς, που είναι οι μονάδες μέτρησης του χρηματικού αποθέματος. Συνήθως, η χρηματική μονάδα είναι και μονάδα μέτρησης αξιών. Αυτό όμως δεν είναι σημαντικό. Στη Γερμανία [π.χ,] στην περίοδο του υπερπληθωρισμού (1922-1923) το δολάριο ήταν η μονάδα μέτρησης ενώ το μάρκο ήταν το μέσο συναλλαγών».Να σημειωθεί ότι στο σημείο αυτό εισάγουν και μια περαιτέρω διάκριση σχετικά με το χρήμα. Εισάγουν το χρήμα ως μέτρο μέτρησης των αξιών και το χρήμα ως μέσο ανταλλαγών. Στη «Γερμανία», γράφουν, «στην περίοδο του υπερπληθωρισμού (1922-1923) το δολάριο ήταν μονάδα μέτρησης ενώ το μάρκο το μέσο των ανταλλαγών». Τέλος, η τέταρτη λειτουργία του χρήματος είναι εκείνη ως «μέσο χρονικής κλιμάκωσης των πληρωμών», ως η (χρηματική) μονάδα που χρησιμοποιείται στις συναλλαγές μακροχρόνιου χαρακτήρα, όπως τα δάνεια. Εδώ γίνεται αναφορά στο χρήμα ως το μέτρο εκείνου του μεγέθους, που επιστρέφεται στους δανειοδότες. Κλείνοντας την αναφορά αυτή στις λειτουργίες του χρήματος, δηλώνουν ότι αφενός οι δύο τελευταίες λειτουργίες του χρήματος είναι *συνήθεις, όχι αναγκαστικές,* λειτουργίες του χρήματος, αφετέρου η δεύτερη αναφερθείσα λειτουργία του χρήματος μπορεί να εκτελεστεί και από άλλα περιουσιακά στοιχεία. Στη βάση αυτής της ανάλυσης ορίζουν την έννοια του χρήματος ως εξής: «Χρήμα είναι οτιδήποτε γίνεται αποδεκτό στις συναλλαγές»· και συμπληρώνουν, το «χρήμα είναι αποδεκτό στις συναλλαγές επειδή υπάρχει η πεποίθηση ότι θα είναι αποδεκτό στις συναλλαγές από άλλους.»

Από την παραπάνω αναφορά στους Dornbusch και Fischer, βλέπουμε ότι οι χαρακτηριστικότερη λειτουργία του χρήματος είναι αυτή του μέσου πληρωμών, περαιτέρω δευτερεύουσες λειτουργίες του χρήματος είναι αυτές του μέσου διαχρονικής αποθήκευσης των αξιών, του μέτρου των τιμών και η λειτουργία του ως μονάδα έκφρασης των δανείων. Παρατηρούμε επίσης μια ασαφή συσχέτιση του χρήματος ως μέτρο τόσο των τιμών όσο και των αξιών. Σε σχέση με τη πλευρά του χρήματος ως μέσο ανταλλαγών θα παρατηρήσουμε τα ακόλουθα: Η λειτουργία του χρήματος ως μέσο ανταλλαγών δηλώνει την ιδιότητα του χρήματος να ανταλλάσσεται με οποιοδήποτε εμπόρευμα. Ο κάτοχος ενός εμπορεύματος μπορεί να πουλήσει-ανταλλάξει ένα εμπόρευμα όχι έναντι ενός άλλου εμπορεύματος, αλλά έναντι μιας ποσότητας χρήματος, αυτή δε τη ποσότητα χρήματος μπορεί να τη χρησιμοποιήσει για την αγορά-απόκτηση ενός οποιουδήποτε άλλου εμπορεύματος. Ο κάτοχος μιας ποσότητας χρήματος είναι κάτοχος «γενικής αγοραστικής δύναμης»[1]. Το χρήμα, ως μονάδα μέτρησης αυτής της «γενικής αγοραστικής δύναμης», αποτελεί μια μονάδα «γενικής αγοραστικής δύναμης». Επειδή κάθε εμπόρευμα που αποτιμάται μια μονάδα χρήματος είναι ισοδύναμο από την άποψη της τιμής με κάθε άλλο εμπόρευμα που επίσης αποτιμάται μια μονάδα χρήματος και επειδή το χρήμα αποτελεί «γενική αγοραστική δύναμη»[2], έπεται ότι η μονάδα του χρήματος και γενικότερα κάθε ποσότητα χρήματος ορίζει ένα σύνολο εμπορευμάτων τα οποία από πλευράς ανταλλαγής είναι ισοδύναμα. Σε σχέση τώρα με την πτυχή του χρήματος ως μέτρου ισοδυναμίας των εμπορευμάτων θα παρατηρήσουμε και τα εξής:

α) Κατά τη διαδικασία της ανταλλαγής τα εμπορεύματα συγκροτούνται σε τάξεις ισοδυναμίας. Αυτό σημαίνει ότι τα εμπορεύματα κατά την διαδικασία της ανταλλαγής αποκτούν μια κοινή διάσταση, η οποία τα κάνει σύμμετρα και συνεπώς συγκρίσιμα. Αν και στα πλαίσια της ανταλλαγής το μέτρο στη βάση του οποίου τα εμπορεύματα φαίνεται να καθίστανται σύμμετρα

[1] Δες Robinson/Eatwell (1977) σελ.229
[2] Δες Robinson/Eatwell (1977) σελ.229

και συνεπώς συγκρίσιμα είναι το χρήμα -αφού για παράδειγμα μια μονάδα χρήματος συγκροτεί για τα εμπορεύματα που ανταλλάσσονται με μια μονάδα χρήματος μια τάξη ισοδυναμίας-, το χρήμα δεν είναι το πραγματικό μέτρο ισοδυναμίας, δεν είναι παρά μόνο ένα φαινομενικό μέτρο ισοδυναμίας. Το τελευταίο γίνεται σαφές αν σκεφτεί κανείς ότι, αν ένα ραδιόφωνο και ένα ζευγάρι παπούτσια αποτιμούνται σήμερα μια δραχμή, αυτό δεν σημαίνει ότι θα εξακολουθούν και στο μέλλον να αποτιμούνται μια δραχμή. Για παράδειγμα, κάποια άλλη χρονική στιγμή ενδέχεται ώστε δύο ραδιόφωνα να κοστίζουν πλέον μία δραχμή και να συγκροτούν συνεπώς μια τάξη ισοδυναμίας με ένα ζευγάρι παπούτσια. Καίτοι δηλαδή στα πλαίσια μιας οικονομίας το χρήμα ως το μέτρο ισοδυναμίας των εμπορευμάτων παραμένει σταθερό -εδώ η δραχμή-, οι τάξεις ισοδυναμίας των εμπορευμάτων στη βάση αυτού του μέτρου ισοδυναμίας μεταβάλλονται. Αυτό σημαίνει ότι το μέτρο ισοδυναμίας των εμπορευμάτων δεν είναι το χρήμα, αλλά ότι υπάρχει ένα άλλο μέτρο ισοδυναμίας άγνωστο και μεταβαλλόμενο, του οποίου το χρήμα αποτελεί μορφή εμφάνισης. Το αληθές μέτρο ισοδυναμίας των εμπορευμάτων είναι κάθε στιγμή ένα και μοναδικό. Σε μια δεδομένη στιγμή στα πλαίσια μιας πραγματικής οικονομίας οι τιμές των εμπορευμάτων είναι τέτοιες, ώστε οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων είναι μονοσήμαντα προσδιορισμένες. Αν, σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει στα πλαίσια της πραγματικής οικονομίας, υποθέσουμε ότι υπάρχουν περισσότερα του ενός πραγματικά μέτρα ισοδυναμίας, τότε οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων δεν θα ήταν μονοσήμαντα προσδιορισμένες[1]. Στη βάση της κατανόησης αυτής, η άποψη των Dornbusch και Fischer, ότι το χρήμα είναι μονάδα μέτρησης των αξιών και ότι το δολάριο στη Γερμανία την περίοδο (1922-1923) ήταν το μέτρο μέτρησης των αξιών ενώ το μάρκο το μέσο συναλλαγών, είναι ασαφής. Τι είναι οι αξίες μέτρο των οποίων είναι το δολάριο και τι είναι οι τιμές μέτρο των οποίων είναι το μέσο συναλλαγών μάρκο; Δεν είναι η σε δολάρια έκφραση ενός εμπορεύματος η σε δολάρια τιμή του; Δεν είναι η σε μάρκα έκφραση ενός εμπορεύματος η σε μάρκα τιμή του; Αν η αξία ενός εμπορεύματος είναι η έκφρασή του σε δολάρια, αυτό θεμελιώνεται μήπως στο ότι η ανταλλακτική ικανότητα του μάρκου στην περίοδο (1922-1922) περιορίζονταν λόγω του υπερπληθωρισμού, ενώ η ανταλλακτική ικανότητα του δολαρίου έμενε σχετικά σταθερή; Αν η απάντηση στο τελευταίο ερώτημα είναι θετική, που οφείλεται η διαφορετική αυτή ονοματολογία μεταξύ αξίας και τιμής; Σύμφωνα πάντως με όσα ειπώθηκαν στο σημείο αυτό, η χρηματική τιμή ενός εμπορεύματος εκφράζει σε μια συγκεκριμένη στιγμή ένα άγνωστο μέτρο ισοδυναμίας, αν αυτό το μέτρο ισοδυναμίας παίρνει τη μορφή είτε του μάρκου είτε του δολαρίου, δεν σημαίνει τίποτε άλλο παρά το ότι αυτό το άγνωστο μέτρο παίρνει διαφορετική μορφή. Οι λόγοι του γιατί μεταβάλλεται η ανταλλακτική ικανότητα του μάρκου δεν έχει καμία σχέση με την έννοια του χρήματος ως μορφή του αληθούς μέτρου ισοδυναμίας. Είναι σαφές ότι στο εν λόγω παράδειγμα και στην εν λόγω περίοδο η γερμανική οικονομία βρισκόταν σε ύφεση, η οποία εκδηλωνόταν σε υψηλούς ρυθμούς πληθωρισμού, ενώ η αμερικανική, σε ακμάζουσα πορεία, η οποία εκδηλωνόταν σε σταθερές τιμές. Σταθερές τιμές όμως σημαίνουν ότι τα εμπορεύματα ανταλλάσσονται σε μη μεταβαλλόμενες αναλογίες και ότι το μέτρο ισοδυναμίας παραμένει φαινομενικά αμετάβλητο, η μεταβολή δε της ανταλλακτικής ικανότητας του μάρκου σήμαινε πως κάθε στιγμή το μάρκο εξέφραζε ένα ολοένα μικρότερο μέγεθος αυτού του μέτρου ισοδυναμίας. Σε σχέση με την έννοια της αξίας και του χρήματος θα πρέπει να τονίσουμε και το ακόλουθο σημείο

β) Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι η θεώρηση της έννοιας του χρήματος έχει αποτελέσει ένα από τα κεντρικά ζητήματα αντιπαράθεσης ενός μεγάλου αριθμού οικονομολόγων και των από αυτών εκφραζόμενων οικονομικών θεωριών. Είναι χαρακτηριστική

[1] Η έκθεση αυτή της έννοιας του χρήματος εισάγεται στο Σταμάτης (1997) σελ.690-692.

η διάκριση ορισμένων από τις πιο καθοριστικές οικονομικές θεωρίες των δύο τελευταίων αιώνων σε αντικειμενικές και σε υποκειμενικές[1]. Οι υποκειμενικές θεωρίες, ή αλλιώς νεοκλασικές θεωρίες, ανάγονται στους Say, Jevons και Walras κλπ. Αν και οι υποκειμενικές θεωρίες παίρνουν διαφορετικές μορφές σε ορισμένες πτυχές τους, το κύριο χαρακτηριστικό τους, από το οποίο προκύπτει και ο χαρακτηρισμός τους ως υποκειμενικές, είναι το γεγονός ότι προσδιορίζουν τις τιμές των εμπορευμάτων και των συντελεστών της παραγωγής με βάση την ωφέλεια των υπό θεώρηση εμπορευμάτων -όπως αυτή εκφράζεται στις λεγόμενες καμπύλες αδιαφορίας του καταναλωτή - και με βάση τις τεχνικές που ακολουθούν οι καπιταλιστές παραγωγοί προκειμένου να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους. Κατά τις υποκειμενικές θεωρίες, δηλαδή, οι τιμές και το περιεχόμενο της αξίας των εμπορευμάτων είναι έκφραση της ωφελιμότητας που παράσχουν στους καταναλωτές τους. Σε αντίθεση με τις υποκειμενικές θεωρίες, οι αντικειμενικές θεωρίες, οι οποίες ανάγονται στους Smith, Ricardo, Marx, θεωρούν ότι η τιμή είναι έκφραση της εργασίας η οποία χρειάστηκε κατά την παραγωγή των εμπορευμάτων. Ενώ δηλαδή οι υποκειμενικές θεωρίες χρησιμοποιούν ορισμένες υποκειμενικές υποθέσεις για το πώς αποφασίζει ο καταναλωτής, οι αντικειμενικές θεωρίες χρησιμοποιούν για το προσδιορισμό της αξίας ενός εμπορεύματος το αντικειμενικό γεγονός της εργασίας που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή τους.

Στη συνέχεια και για μια πιο πλήρη κατανόηση του χρήματος θα αναφερθούμε σε ορισμένα στοιχεία της Αριστοτελικής και της Μαρξιστικής κατανόησης της έννοιας του χρήματος. Η αναφορά στον Αριστοτέλη θα γίνει με βάση την ανάλυση που διεξάγεται στα Ηθικά Νικομάχεια[2], η αναφορά δε στη Μαρξιστική προσέγγιση του χρήματος θα γίνει με βάση το άρθρο του Λαπαβίτσα [στο Λαπαβίτσας (1998) σελ. 98-100].

Ο Αριστοτέλης εκθέτει την άποψη ότι μια κοινωνία είναι σύνολο διαφερόντων ως προς το έργο τους ατόμων, καθένας από τους οποίους έχει ανάγκη το έργο του άλλου. Από δύο γιατρούς, γράφει, δεν γίνεται κοινωνία, αλλά από γιατρό και γεωργό και γενικά από διαφέροντες και όχι ομοίους. Το ότι η ανάγκη ως προς κάποιο πράγμα συνέχει την κοινωνία, παρατηρεί, το δείχνει το γεγονός ότι, όταν δύο άτομα δεν έχουν ανάγκη ο ένας τον άλλο, δεν συναλλάσσονται· αν δεν υπάρχει ανταλλαγή δεν υπάρχει κοινωνία. Για τον Αριστοτέλη, η ανταλλαγή, στη βάση της οποίας συγκροτείται η κοινωνία, δεν είναι μια οποιαδήποτε ανταλλαγή, αλλά μια ανταλλαγή ίσων. Όπως δηλώνει χαρακτηριστικά «ούτε κοινωνία θα υπήρχε χωρίς ανταλλαγή, ούτε ανταλλαγή χωρίς ισότητα». Επομένως, συμπεραίνει, τα προϊόντα των μελών της κοινωνίας πρέπει να εξισωθούν. Αυτά που ανταλλάσσονται πρέπει κατά κάποιο τρόπο να εξομοιωθούν. Η εξομοίωση μάλιστα των προϊόντων των μελών της κοινωνίας αποτελεί και το μέσο της εξομοίωσης των ιδίων των μελών της. Για το σκοπό αυτό, δηλώνει, εφευρέθηκε το χρήμα, διότι το χρήμα είναι ένα «πράγμα» που τα μετράει όλα. Το χρήμα υπό την μορφή νομίσματος αποτελεί το μέτρο στη βάση του οποίου τα προϊόντα των μελών της κοινωνίας καθίστανται σύμμετρα και ως τέτοια - ως σύμμετρα δηλαδή- μπορούν να συγκριθούν, συνεπώς και να εξισωθούν. Μια χαρακτηριστική λειτουργία του νομίσματος, την οποία παρατηρεί ο Αριστοτέλης, είναι ότι ο κάτοχός του μπορεί να το χρησιμοποιήσει όχι άμεσα, για να αποκτήσει κάποιο εμπόρευμα το οποίο το έχει ανάγκη, αλλά και στο μέλλον, χωρίς το «πράγμα» αυτό, το νόμισμα, να έχει χάσει την ανταλλακτική του ικανότητα. Το νόμισμα γίνεται για μας «εγγυητής», ότι, όταν θα

[1] Δες Felderer/ Homburg (1991) σελ. 35, Θεοχάρης (1984) σελ.147-151
[2] Δες στο Σταμάτης (1995α) τόμος Β σελ.422-423 και στο Αριστοτέλης (1993) σελ.32-39.

χρειαστούμε στο μέλλον ένα προϊόν το οποίο το έχουμε ανάγκη, θα μπορέσουμε και να το λάβουμε. Μια άλλη παρατήρηση του Αριστοτέλη είναι ότι τα προϊόντα των μελών της κοινωνίας είναι τόσο διαφορετικά που είναι αδύνατον να γίνουν σύμμετρα. Στη βάση αυτή, συμπεραίνει ότι το εν λόγω πραγματικό γεγονός, πως μη όμοια πράγματα γίνονται διαμέσου του χρήματος σύμμετρα και ως εκ τούτου όμοια, σημαίνει ότι η εξομοίωση των προϊόντων δεν είναι κάτι που στηρίζεται στη φύση τους, αλλά στην κοινωνία. Στηρίζεται στη θεμέλια αρχή συγκρότησης της κοινωνίας, στην ανταλλαγή ίσων. Το νόμισμα, παρατηρεί, ορίζεται κατά συνθήκη, εκ του νόμου. Απόκειται σε εμάς να το μεταβάλλουμε ή να το καταστήσουμε άχρηστο. Χαρακτηριστικά αναφέρει και τα ακόλουθα

> «Ανάγκη λοιπόν να υπάρχει ένα κάτι (ως μέτρο-Γ.Σ), και μάλιστα κατά συνθήκη· για αυτό και ονομάζεται νόμισμα· αυτό λοιπόν κάνει τα πάντα σύμμετρα· διότι όλα μετρούνται σε νόμισμα. Έστω α ένα σπίτι, β δέκα μνές, γ ένα κρεβάτι. Και μάλιστα έστω το α το μισό του β, εάν το σπίτι είναι αξίας πέντε μνων ή είναι ίσο με πέντε μνες· το δε κρεβάτι γ έστω ίσο με το εν δέκατον του β· φανερό λοιπόν πόσα κρεβάτια είναι ίσα με ένα σπίτι, δηλαδή πέντε. Το ότι κατ΄ αυτόν τον τρόπο γίνονταν η ανταλλαγή πριν υπάρξει νόμισμα, είναι φανερό. Διότι καμιά διαφορά δεν υπάρχει μεταξύ του πέντε κρεβάτια αντί ενός σπιτιού και του πέντε κρεβάτια αντί όσο αξίζουν τα πέντε κρεβάτια.»[1]

Σύμφωνα με τα τελευταία, κατά τον Αριστοτέλη το χρήμα είναι προϊόν της ανταλλαγής, η ανταλλαγή δε, προϊόν του καταμερισμού της εργασίας και όρος ύπαρξης της ίδιας κοινωνίας. Το χρήμα για τον Αριστοτέλη είναι –δανειζόμενοι τον όρο του Samuelson[2] - μια «κοινωνική συμβατικότητα», η οποία εισάγεται στις ανταλλαγές προκειμένου οι ανταλλαγές να είναι ίσες, καίτοι πρόκειται για ανταλλαγές ανόμοιων πραγμάτων. Με άλλα λόγια, το χρήμα είναι προϊόν της ίδιας της κοινωνίας ειδωμένης από την πλευρά των ανταλλαγών, προϊόν της ανάπτυξης των ανταλλαγών. Για τον Αριστοτέλη το χρήμα ορίζεται στα πλαίσια των ανταλλαγών από αυτούς που συναλλάσσονται, προκειμένου να μπορούν να συγκρίνουν τα διαφορετικής υλικής υπόστασης προϊόντα τους, είναι το μέτρο που καθιστά «σύμμετρα» τα διαφορετικής υλικής υπόστασης προϊόντα προκειμένου να μπορούν να συγκριθούν.

Σε σχέση τώρα με τη Μαρξική θεώρηση του χρήματος, όπως αυτή εκτίθεται στο Λαπαβίτσας (1998) σελ. 98-100[3], αναφέρουμε τα ακόλουθα. Ο Μαρξ άρχισε τη διερεύνηση του χρήματος ξεκινώντας από αυτό που ονομάζει «απλή αξιακή μορφή», από την «έκφραση της αξίας ενός εμπορεύματος σε ένα οποιοδήποτε άλλο εμπόρευμα». Μια τέτοια αξιακή μορφή είναι η έκφραση του Αριστοτέλη «5 κρεβάτια =1 σπίτι», μια άλλη είναι 20 γυάρδες υφάσματος=1 παλτό. Όταν στα πλαίσια μιας οικονομίας 20 γυάρδες υφάσματος απαιτούν σε ανταλλαγή ένα παλτό, το ένα

---

[1] Δες στο Σταμάτης (1995α) τόμος 2ος σελ.423.

[2] Στο Samuelson (1970) σελ. 89, ο Samuelson γράφει «το χρήμα είναι μια τεχνητή κοινωνική συμβατικότητα. Εάν δια οποιονδήποτε λόγο αρχίσει μια ύλη να χρησιμοποιείται ως χρήμα όλοι οι άνθρωποι, ανεξαρτήτως των προσωπικών των πεποιθήσεων δια την αξίαν των διαφόρων αγαθών θα αρχίσουν να της αποδίδουν αξίαν, ακόμη και εάν δεν πιστεύουν εις την ουσιαστικήν της χρησιμότητα.»

[3] Η χρησιμοποίηση του άρθρου αυτού στα πλαίσια της εδώ ανάλυσης γίνεται κυρίως λόγω του ότι το εν λόγω άρθρο αναφέρεται με σύντομο τρόπο στην άποψη του Μαρξ για τον τρόπο με τον οποίο στα πλαίσια μιας οικονομίας λαβαίνει χώρα η ύπαρξη του χρήματος.

παλτό αντιπροσωπεύει το υλικό στο οποίο εκφράζεται η αξία[1] των 20 γυαρδών υφάσματος. Στα πλαίσια της τελευταίας σχέσης, η αξία του εμπορεύματος 20 γυάρδες υφάσματος εκφράζεται σχετικά, σε αναφορά με το εμπόρευμα 1 παλτό. Η με αυτόν τον τρόπο έκφραση της αξίας των 20 γυαρδών υφάσματος ονομάζεται σχετική μορφή της αξίας. Στην εν λόγω σχέση, το ένα παλτό είναι ισοδύναμο ως προς την αξία του με τις 20 γυάρδες υφάσματος και έκφραση την αξίας αυτών. Στα πλαίσια όμως της σχέσης αυτής, η αίτηση από τον κάτοχο του υφάσματος για το παλτό δεν σημαίνει ότι θα γίνει αποδεκτή από τον κάτοχο του παλτού. Το ότι ο κάτοχος του υφάσματος θεωρεί το παλτό ως ισοδύναμο με το ύφασμα δεν σημαίνει ότι και ο κάτοχος του παλτού θεωρεί το ύφασμα ισοδύναμο με το παλτό. Ο κάτοχος του παλτού δεν εκφράζει την αξία του παλτού χρησιμοποιώντας το ύφασμα ως ισοδύναμο της αξίας του. Η ανταλλαγή θα συμβεί όταν και ο κάτοχος του παλτού προβεί σε μια τέτοια θεώρηση. Στη συνέχεια ο Μαρξ αναπτύσσει την «διευρυμένη» μορφή της αξίας

«20 γυάρδες ύφασμα =1 παλτό
10 γυάρδες ύφασμα =5 λίβρες τσάι
5 γυάρδες ύφασμα =10 λίβρες καφέ
40 γυάρδες ύφασμα =2 τέταρτα (του γαλονιού) σίτου
10 γυάρδες ύφασμα =1 ουγκιά χρυσού»

Σ΄ αυτή τη διευρυμένη μορφή της αξίας, η σχετική μορφή της αξίας του εμπορεύματος 20 γυάρδες ύφασμα εκφράζεται σε ένα (άπειρο) πλήθος ειδικών ισοδυνάμων. Το εμπόρευμα 20 γυάρδες ύφασμα έχει τόσες σχετικές αξίες όσες και τα ειδικά ισοδύναμα. Ο Μαρξ θεωρεί ότι οι (άπειρες) σχετικές αξίες εκφράζουν τον μη τυχαίο χαρακτήρα της ανταλλαγής[2]. Στην μορφή όμως αυτή των σχετικών αξιών του υφάσματος, γίνεται σαφές ότι δεν υπάρχει ένα ενιαίο μέσο μέτρησης της σχετικής μορφής της αξίας, δεν υπάρχει ένα μέσο που να εκφράζει γενικά τη σχετική μορφή της αξίας του εν λόγω εμπορεύματος. Όταν όμως ένα εμπόρευμα, έστω το τσάι, αρχίζει να επιλέγεται συχνά, σε σχέση με τα άλλα εμπορεύματα, για να λειτουργήσει ως ισοδύναμο, τότε εμπόρευμα το αυτό αποκτά μια επιπλέον αξία χρήσης, αποκτά την επιπλέον αξία χρήσης του να είναι άμεσα αποδεκτό με πολλά άλλα εμπορεύματα. Αυτό κάνει τους ιδιοκτήτες των άλλων εμπορευμάτων να ζητούν όλο και περισσότερο την ανταλλαγή των εμπορευμάτων τους με τσάι, ώστε τελικά το τσάι γίνεται μια γενικά ισοδύναμη μορφή της αξίας, γίνεται ένα γενικό ισοδύναμο της αξίας, που του επιτρέπει να προχωρήσει προς τη μονοπώληση της άμεσης ανταλλαξιμότητας. Όταν το γενικό ισοδύναμο αυτό εδραιωθεί ως γενικό ισοδύναμο, αποκτήσει δηλαδή σταθερότητα και κοινωνική εγκυρότητα, τότε εδραιώνεται και η εγχρήματη μορφή της αξίας. «Στη εγχρήματη μορφή της αξίας το χρήμα ως γενικό ισοδύναμο, γίνεται η κοινωνικά αποδεκτή μορφή της αξίας...Για τη μαρξιστική θεωρία της μορφής της αξίας, το χρήμα είναι το αυθόρμητο εμφανιζόμενο στοιχειώδες πλέγμα της άναρχης διαδικασίας της ανταλλαγής...Στην πορεία της ανάπτυξης της καπιταλιστικής οικονομίας το πιστωτικό χρήμα εμφανίζεται επίσης αυθόρμητα και υποκαθιστά το χρήμα εμπόρευμα σε ορισμένες λειτουργίες ανταλλαγής.»[3]

[1]Αξία ορίζεται το ακριβές εκείνο μέγεθος, η κοινή εκείνη ουσία, στην οποία εξομοιώνονται τα εμπορεύματα κατά την ανταλλαγή και η οποία λαβαίνει ύπαρξη μόνο στα πλαίσια της ανταλλαγής. Περιεχόμενο δε της αξίας είναι η «αφηρημένη εργασία», δες Marx (1995) σελ. 406, Rubin (1994) σελ. 520-524, Μαριόλης (1998) σελ. 77-78.
[2] Δες και Rubin (1994) σελ.118.
[3] Δες Λαπαβίτσας (1998) σελ.100

Από τις παραπάνω αναφορές προκύπτει ότι το χρήμα, στα πλαίσια των σύγχρονων οικονομιών, είναι ένα αυτονόητο «πράγμα», η καθοριστικότερη λειτουργία του οποίου είναι αυτή της έκφρασης του μέτρου ισοδυναμίας των εμπορευμάτων. Είδαμε επίσης ότι το τι εντέλει θα αποτελέσει χρήμα δεν είναι προϊόν της φύσης ούτε προϊόν κάποιας έξω από την κοινωνία βούλησης, αλλά προϊόν των ανταλλαγών που λαμβάνουν χώρα στα πλαίσια μιας κοινωνίας. Είδαμε επίσης ότι, στα πλαίσια της κοινωνίας, ανταλλαγές λαμβάνουν χώρα στη βάση ενός -και μόνο ενός- μέτρου ισοδυναμίας, συνεπώς το χρήμα, ως εκφραστής αυτού του μέτρου ισοδυναμίας, δεν μπορεί να επηρεάσει τις τάξεις ισοδυναμίας των εμπορευμάτων που λαμβάνουν χώρα στα πλαίσια μιας συγκεκριμένης χρονικής στιγμής· αν σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή μεταβάλλουμε την μονάδα μέτρησης των τιμών, π.χ. από δραχμές είτε σε δολάρια είτε σε βαρέλια πετρελαίου, οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων θα παραμείνουν οι ίδιες. Να τονίσουμε στο σημείο αυτό ότι, αν το χρήμα είναι ένα εμπόρευμα ή ένα θεσμοθετημένο από την πολιτεία νόμισμα, μη εμπόρευμα, τα όσα ελέγχθηκαν δεν επηρεάζονται. Τα εμπορεύματα ανταλλάσσονται πάντα στη βάση ενός μέτρου ισοδυναμίας του οποίου το χρήμα αποτελεί απλώς έκφραση. Το αν το χρήμα είναι εμπόρευμα ή νόμισμα δεν επηρεάζει το πραγματικό μέτρο ισοδυναμίας. Το μόνο το οποίο επηρεάζει είναι το σε τι εκφράζεται το απόλυτο μέγεθος και όχι και το σχετικό μέγεθος των τιμών. Με άλλα λόγια, το χρήμα ως μέτρο των τιμών των εμπορευμάτων και ως μέσο ανταλλαγών είναι συνέπεια της ανάπτυξης των ανταλλαγών. Θεωρητικά ανταλλαγή εμπορευμάτων –όπως στις οικονομίες αντιπραγματισμού - μπορεί να υπάρξει και χωρίς χρήμα, το χρήμα δηλαδή δεν είναι προϋπόθεση της ανταλλαγής. Προϋπόθεση της ανταλλαγής είναι ο κοινωνικός καταμερισμός της εργασίας. Τώρα, το πώς καθορίζονται οι «ανταλλακτικές αξίες» των εμπορευμάτων - ήτοι η σχέση στην οποία δύο εμπορεύματα ανταλλάσσονται μεταξύ τους- αποτελεί αντικείμενο διαφωνιών μεταξύ των διαφόρων οικονομικών θεωριών. Ανεξαρτήτως όμως του πως προσδιορίζονται οι «ανταλλακτικές» «αξίες», το χρήμα –αν εξαιρέσουμε το ζήτημα της αξίας - εισάγεται προκειμένου α) να απαλειφθεί το πρόβλημα που ενέχεται στην άμεση ανταλλαγή όταν παράγεται ένα μεγάλο πλήθος εμπορευμάτων και β) να εκφραστεί ικανότητα και ο βαθμός ανταλλαγής των εμπορευμάτων με άλλα εμπορεύματα. Το χρήμα δηλαδή δεν επηρεάζει τις σχέσεις ανταλλαγής, αποτελεί απλώς το μέσο το οποίο καθιστά την άμεση ανταλλαγή εμπορευμάτων έμμεση ανταλλαγή εμπορευμάτων και το μέσο με το οποίο εκφράζεται η ανταλλακτική ικανότητα των εμπορευμάτων. Αποτελεί το μέσο των συναλλαγών και το μέτρο των τιμών.

Με την εισαγωγή του χρήματος, τα εμπορεύματα αποκτούν και μια δεύτερη υπόσταση, πέραν της υπόστασης τους ως αξίες χρήσης, αποκτούν μια τιμιακή έκφραση, μια υπόσταση ως ορισμένων μονάδων χρήματος. Η υπόστασή τους αυτή καθορίζει απλώς το μέσο με το οποίο διαπιστώνεται πως θα διεξαχθεί ανταλλαγή των εμπορευμάτων, η ανταλλαγή όμως αυτή κάθε αυτή, το πώς δηλαδή θα διεξαχθεί η ανταλλαγή ενός εμπορεύματος με ένα άλλο εμπόρευμα, δεν καθορίζεται από το χρήμα, αλλά από άλλους παράγοντες. Σημειώσαμε ότι οι παράγοντες αυτοί αποτελούν το κύριο χαρακτηριστικό το οποίο διακρίνει τις υποκειμενικές και τις αντικειμενικές θεωρίες ως τέτοιες, ως υποκειμενικές δηλαδή και αντικειμενικές. Είδαμε ότι χρήμα ορίζεται συμβατικά από τα μέλη της κοινωνίας με την ανάπτυξη των ανταλλαγών. Αυτό σημαίνει ότι το χρήμα, ως μέτρο των τιμών και ως μέσο διευκόλυνσης των ανταλλαγών, δεν βρίσκεται σε εξάρτηση από τους παράγοντες που καθορίζουν τις «ανταλλακτικές αξίες» των εμπορευμάτων, αλλά σε εξάρτηση από τα μέλη της κοινωνίας, από τους συμμετέχοντες στην ανταλλαγή. Το τελευταίο σημαίνει ότι το μέτρο των τιμών είναι ανεξάρτητο από τους παράγοντες που καθορίζουν τις σχετικές τιμές -και συνεπώς και από τους παράγοντες που καθορίζουν το με πόσες μονάδες χρήματος θα εκφραστεί η τιμή ενός εμπορεύματος και με το πόσες η τιμή ενός άλλου. Με άλλα λόγια, ενώ το χρήμα αποτελεί το μέτρο των τιμών, εκείνες οι συνθήκες, που καθορίζουν το απόλυτο ύψος των τιμών, δεν επιδρούν στο μέγεθος του μέτρου. Όπως το μέτρο του μήκους διαφόρων ως προς το μήκος τους μετρουμένων αντικειμένων δεν εξαρτάται από τους παράγοντες που επιδρούν στη διαμόρφωση του μήκους αυτών των αντικειμένων, αλλά είναι απλώς και μόνο ένα συμβατικά ορισμένο μέγεθος μήκους, έτσι και το πραγματικό χρήμα είναι ανεξάρτητο από τους παράγοντες που καθορίζουν τις σχετικές και τις απόλυτες τιμές των εμπορευμάτων. Τα τελευταία σημαίνουν ότι η τιμή ενός εμπορεύματος δεν χαρακτηρίζεται από την ιδιότητα της συμμετρικότητας. Ενώ δηλαδή για την τιμή αγοράς, έστω, π.χ., σε δραχμές, ενός εμπορεύματος **A** ισχύει

$$\mathbf{p}_{\mathbf{A}} =: \mathbf{a}[\boldsymbol{\delta\rho\alpha\chi\mu\acute{\varepsilon}\varsigma / \mu o\nu\acute{\alpha}\delta\alpha \;\; \tau o\upsilon \;\; \varepsilon\mu\pi o\rho\varepsilon\acute{\upsilon}\mu\alpha\tau o\varsigma} \text{ A}]$$

δεν ισχύει ταυτόχρονα και

$$\mathbf{a}[\boldsymbol{\delta\rho\alpha\chi\mu\acute{\varepsilon}\varsigma / \mu o\nu\acute{\alpha}\delta\alpha \;\; \tau o\upsilon \;\; \varepsilon\mu\pi o\rho\varepsilon\acute{\upsilon}\mu\alpha\tau o\varsigma} \text{ A}] =: \mathbf{p}_{\mathbf{A}}$$

Αν ίσχυε ταυτόχρονα και η τελευταία παράσταση, τότε [1]θα ίσχυε περαιτέρω και ότι

$$\mathbf{p}_{\delta\rho\chi} = \mathbf{p}_{\mathbf{A}} : \mathbf{a}[\boldsymbol{\mu o\nu\acute{\alpha}\delta\varepsilon\varsigma \;\; \tau o\upsilon \;\; \varepsilon\mu\pi o\rho\varepsilon\acute{\upsilon}\mu\alpha\tau o\varsigma} \text{ A} / \boldsymbol{\delta\rho\alpha\chi\mu\acute{\eta}}] \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{p}_{\delta\rho\chi} / \mathbf{p}_{\mathbf{A}} = \frac{1}{\mathbf{a}}[\boldsymbol{\mu o\nu\acute{\alpha}\delta\varepsilon\varsigma \;\; \tau o\upsilon \;\; \varepsilon\mu\pi o\rho\varepsilon\acute{\upsilon}\mu\alpha\tau o\varsigma} \text{ A} / \boldsymbol{\delta\rho\alpha\chi\mu\acute{\eta}}]$$

Στις τελευταίες παραστάσεις, οι οποίες υποδηλώνουν την ισχύ της ιδιότητας της συμμετρικότητας στα πλαίσια της τιμής του εμπορεύματος Α, έπεται ότι η τιμή της δραχμής ορίζεται με βάση την τιμή του εμπορεύματος Α καθώς επίσης ότι η δραχμή έχει και αυτή τιμή. Ωστόσο, τα τελευταία δεν δύνανται να ισχύουν. Η μονάδα μέτρησης των τιμών, το χρήμα, δεν έχει τιμή. Πολύ περισσότερο δεν έχει τιμή η οποία να εξαρτάται από τους παράγοντες που καθορίζουν τις τιμές και τους λόγους ανταλλαγής των εμπορευμάτων. Από την ανάλυση αυτή προκύπτει ότι στα τετράγωνα γραμμικά συστήματα παραγωγής το απόλυτο μέγεθος των τιμών, το οποίο θα προκύψει με βάση την τυποποίηση, πρέπει να έχει λογιστικό χαρακτήρα[2]. Το χρήμα των λογιστικών αυτών τιμών δεν πρέπει να επηρεάζει στην οικονομία τίποτε άλλο παρά μόνο το πώς θα εκφραστεί το πραγματικό μέτρο ισοδυναμίας. Οι σχετικές τιμές δηλαδή των εμπορευμάτων θα πρέπει, οποιοδήποτε και αν είναι το λογιστικό μέτρο των τιμών το οποίο θα χρησιμοποιηθεί, να είναι ανεξάρτητες από το μέτρο αυτό των τιμών.

---

[1] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.489-490.

[2] Όταν στα πλαίσια την παρούσας εργασίας θα ομιλούμε για λογιστικό χαρακτήρα του χρήματος θα εννοούμε απλώς το χαρακτήρα του χρήματος ως εκφραστή της ανταλλακτικής ικανότητας των εμπορευμάτων. Για παράδειγμα αν και κατά κανόνα κάθε κράτος για τις εντός του κράτους συναλλαγές έχει ως μέτρο των τιμών και ως μέσο συναλλαγών ένα συγκεκριμένο νόμισμα, για τις διεθνείς συναλλαγές ενδέχεται να καθοριστεί ένα «χρήμα» το οποίο να αποτελεί μέτρο των τιμών όχι όμως και μέσο συναλλαγών. Το τελευταίο θα εκφράζει απλώς την διεθνή ικανότητα ανταλλαγής ενός εμπορεύματος με τα άλλα εμπορεύματα και δεν θα έχει και την υπόσταση του χρήματος που το καθιστά και μέσο των συναλλαγών, ως μέσο που μπορεί να αποκτήσει κανείς από την πώληση των εμπορευμάτων για να μπορέσει στην συνέχεια να αγοράσει άλλα εμπορεύματα. Ένα τέτοιο λογιστικό χρήμα ήταν λ.χ το ECU στα πλαίσια της Ευρωπαϊκής Ένωσης πριν την καθιέρωση του ΕΥΡΩ.

Ωστόσο, σε αντίθεση με τα όσα συμβαίνουν στην πραγματική οικονομία, τα γραμμικά συστήματα παραγωγής στη γενική περίπτωση είναι ανίκανα να αναπαραστήσουν την έννοια του χρήματος. Τα γραμμικά συστήματα παραγωγής αφενός στη γενική περίπτωση δεν είναι τετράγωνα και συνεπώς δεν είναι σε θέση να προσδιορίσουν ούτε σχετικές τιμές εμπορευμάτων, αφετέρου, στην ειδική περίπτωση των τετράγωνων τεχνικών, το γεγονός, ότι μπορούμε να προσδιορίσουμε τις σχετικές τιμές, δεν σημαίνει ικανοποιητική ερμηνεία της οικονομικής πραγματικότητας. Η γνώση μόνο των σχετικών τιμών δεν αποτελεί ερμηνεία των εγχρήματων οικονομιών, όπως, π.χ., των καπιταλιστικών οικονομιών τις οποίες η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία θεωρεί ότι αναλύει και ερμηνεύει. Η γνώση μόνο των σχετικών τιμών αποτελεί ερμηνεία μόνο των οικονομιών αντιπραγματισμού. Η έννοια της τυποποίησης εισάγεται στα εν λόγω μοντέλα, όπως θα αναπτύξουμε στην συνέχεια, προκειμένου να απαλείψει το πρόβλημα αυτό· με βάση την τυποποίηση εισάγεται αυθαιρέτως ένα λογιστικό χρήμα σε μια προσπάθεια οι σχετικές τιμές να μετατραπούν σε χρηματικές τιμές και συνεπώς να μετατραπούν σε τιμές που αντιστοιχούν, από την πλευρά του χρήματος, στις τιμές των εμπορευμάτων των εγχρήματων οικονομιών. Ωστόσο, όπως επίσης θα δείξουμε στη συνέχεια, η έννοια της εξίσωσης τυποποίησης, αντί να λύσει το πρόβλημα -το πρόβλημα της ανυπαρξίας του χρήματος-, μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής όχι μόνο είναι αδύνατον να προκύψει η έννοια του χρήματος, αλλά στη γενική περίπτωση είναι αδύνατον και να εισαχθεί. Ως συνέπεια του τελευταίου, έπεται ότι στην γενική περίπτωση τα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν είναι σε θέση να ερμηνεύσουν έστω και κατά προσέγγιση της τιμές αγοράς τις πραγματικής οικονομίας. Στη συνέχεια τώρα θα προχωρήσουμε στην ανάλυση της έννοιας της τυποποίησης.

I.6 Σχετικά με την έννοια και τον ρόλο της τυποποίησης

Στα προηγούμενα έχουμε αναπτύξει ότι τα ατυποποίητα τετράγωνα γραμμικά συστήματα παραγωγής, τα οποία στην συνέχεια θα τα καλούμε απλώς γραμμικά συστήματα παραγωγής, προσδιορίζουν μόνο τους λόγους ανταλλαγής των εμπορευμάτων, την παραγωγή των οποίων εκφράζουν, στη βάση των τιμών παραγωγής. Το σύστημα των τιμών, το οποίο αντιστοιχεί σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής, αποτελείται από δύο βαθμούς ελευθερίας, από n εξισώσεις και n+2 αγνώστους. Οι n εξισώσεις προκύπτουν από τις n διαδικασίες παραγωγής του δεδομένου συστήματος παραγωγής και οι n+2 άγνωστοι από τις n τιμές των εμπορευμάτων, το ποσοστό κέρδους και το ονομαστικό ωρομίσθιο. Όπως έχουμε παρατηρήσει, δεδομένου είτε του ποσοστού κέρδους r είτε ενός καλαθιού εμπορευμάτων ως πραγματικό ωρομίσθιο το σύστημα των τιμών προσδιορίζει μόνο σχετικές τιμές, όχι χρηματικές.

Το ότι τα γραμμικά συστήματα παραγωγής οδηγούν σε σχετικές τιμές σημαίνει ότι τα μοντέλα αυτά δεν μπορούν να ερμηνεύσουν ενδογενώς το χρήμα. Το γεγονός, ότι οδηγούν μόνο σε σχετικές τιμές παραγωγής, σημαίνει ότι οι τιμές ως προς την «ουσία» τους είναι απροσδιόριστες. Ο προσδιορισμός του λόγου ανταλλαγής ενός εμπορεύματος, έστω του Α, σε σχέση με ένα άλλο εμπόρευμα, έστω του Β, σημαίνει, απλώς και μόνο, τον προσδιορισμό μιας σχέσης ισοδυναμίας της μορφής

1[μονάδα του εμπορεύματος Α] R β[μονάδες του εμπορεύματος Β],

Στη εν λόγω σχέση ισοδυναμίας, το μέτρο ισοδυναμίας είναι άγνωστο. Η σχέση αυτή, η οποία δηλώνει απλώς και μόνο ότι β μονάδες του Α ανταλλάσσουν μια μονάδα του Β, είναι μια απροσδιόριστη ως προς το μέτρο της «διπολική σχέση ισοδυναμίας»[1]. Σ' αυτή τη σχέση, δηλαδή, μας είναι άγνωστο ποια είναι εκείνη η κοινή διάσταση, στη βάση της οποίας τα ετερογενούς φύσης εμπορεύματα Α και Β εξισώνονται.

Από τα τελευταία προκύπτει ότι οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής μιας υπό θεώρηση οικονομίας, όπως αυτή αναπαρίσταται στα πλαίσια ενός γραμμικού συστήματος παραγωγής [A,L,B,X] και ειδικότερα στα πλαίσια του ατυποποίητου συστήματος τιμών που αντιστοιχεί στο δεδομένο αυτό σύστημα παραγωγής, είναι αδύνατο να μας ερμηνεύσει ενδογενώς το χρήμα. Το σύστημα των τιμών μιας δεδομένης τεχνικής μας πληροφορεί, πρώτον, ότι τα εμπορεύματα έχουν κάποια τιμή παραγωγής και δεύτερον, ποιοι με βάση τις τιμές παραγωγής είναι οι λόγοι ανταλλαγής των εμπορευμάτων. Ωστόσο, δεν μας πληροφορούν ποιο είναι το μέτρο αυτών των τιμών παραγωγής. Δεν μας πληροφορούν με βάση ποιο μέτρο των τιμών προσδιορίζονται τόσο οι απόλυτες όσο και οι σχετικές τιμές παραγωγής. Με άλλα λόγια, δεν μας πληροφορούν ποια είναι η μονάδα του χρήματος στη βάση της οποίας προσδιορίζονται οι εν λόγω τιμές παραγωγής. Τα γραμμικά συστήματα παραγωγής συνεπάγονται απλώς τέτοιες «διπολικές σχέσεις ισοδυναμίας», οι οποίες ως προς το μέτρο τους, ως προς την ουσία των τιμών παραγωγής, είναι απροσδιόριστες.

Ο μόνος τρόπος για να προσδιοριστούν απόλυτες τιμές, δηλαδή τιμές εκφρασμένες σε χρήμα, το χρήμα πρέπει να οριστεί εξωγενώς. Ο εν λόγω εξωγενής προσδιορισμός του μέτρου των τιμών

[1] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.482-483

παραγωγής γίνεται με την εισαγωγή μιας επιπλέον εξίσωσης, με την εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης. Με την εισαγωγή αυτής της επιπλέον εξίσωσης, το σύστημα των τιμών, το οποίο αποτελείται από δύο βαθμούς ελευθερίας, από n εξισώσεις με n+2 αγνώστους, καθίσταται πλέον ένα σύστημα εξισώσεων με έναν μόνον βαθμό ελευθερίας, καθίσταται πλέον σε ένα σύστημα με n εξισώσεις και με n+1 αγνώστους. Δεδομένου είτε του ποσοστού κέρδους r, είτε του ονομαστικού ωρομισθίου w, το σύστημα των τιμών προσδιορίζει όχι μόνο σχετικές τιμές, αλλά και απόλυτες τιμές.

Ειδικότερα τώρα για την εξίσωση τυποποίησης ισχύουν τα ακόλουθα: Έστω το σύστημα απλής παραγωγής [A, L, X]. Τυποποίηση είναι «ένας εξωγενής αυθαίρετος καθορισμός του ύψους της τιμής παραγωγής ενός εμπορεύματος ή ενός καλαθιού εμπορευμάτων και έτσι και του επιπέδου των τιμών…παραγωγής όλων των εμπορευμάτων…Μόνο που οι απόλυτες τιμές παραγωγής, τις οποίες παίρνουμε κατά αυτόν τον τρόπο, είναι φαινομενικά μόνον απόλυτες τιμές, διότι μετρούνται με έναν μέτρο, το οποίο δεν είναι αντικειμενικά δεδομένο ως μέτρο των τιμών και του οποίου η εισαγωγή είναι συμβατική» [Δες Σταμάτης (1992α) σελ. 159]. Τυποποίηση είναι η εισαγωγή στο σύστημα των τιμών, το οποίο αντιστοιχεί στο υπό θεώρηση δεδομένο σύστημα παραγωγής, μιας επιπλέον εξίσωσης. Η εξίσωση αυτή έχει τη μορφή **py=a**, όπου **y** είναι ένα συγκεκριμένο καλάθι εμπορευμάτων, **p** ένα διάνυσμα τα στοιχεία του οποίου είναι οι τιμές των εμπορευμάτων του καλαθιού εμπορευμάτων **y** και **a** μια θετική σταθερά με ή χωρίς διάσταση. Με την εξίσωση τυποποίησης θέτουμε την τιμή ενός παραγόμενου, από το δεδομένο σύστημα παραγωγής, εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων ίση με μια θετική σταθερά **a**. Για να απλουστεύσουμε την έννοια της εξίσωσης τυποποίησης, υποθέτουμε ότι η εξίσωση τυποποίησης έχει την μορφή $\mathbf{p}_j=\mathbf{a}$, όπου $\mathbf{p}_j$ η τιμή του εμπορεύματος *j* του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Στα πλαίσια της τελευταίας εξίσωσης έχουμε θέσει τιμή του εμπορεύματος *j* ίση με την θετική σταθερά **a**.

Το εμπόρευμα *j* και γενικότερα το εμπόρευμα **y** κάθε εξίσωσης τυποποίησης της μορφής **py=a** θα το καλούμε *τυπικό εμπόρευμα*[1]. Με άλλα λόγια, *τυπικό εμπόρευμα* θα καλούμε το εμπόρευμα ή το καλάθι εμπορευμάτων της εξίσωσης τυποποίησης, την τιμή του οποίου τη θέτουμε ίση με μια θετική σταθερά. Η εξίσωση τυποποίησης καθορίζει τόσο το ύψος όσο και την ουσία, ή αλλιώς τη διάσταση, ή αλλιώς επίσης το μέτρο των τιμών. Είπαμε ότι η θετική σταθερά **a** ενδέχεται είτε να έχει είτε να μην έχει διάσταση. Στην περίπτωση που η σταθερά **a** δεν έχει διάσταση, τότε ως μέτρο των τιμών, ως χρήμα, χρησιμοποιείται το ίδιο το τυπικό εμπόρευμα. Συγκεκριμένα, δεδομένου ότι η τιμή ενός εμπορεύματος είναι της μορφής [μονάδες χρήματος]/[μονάδα εμπορεύματος] και δεδομένου ότι $\mathbf{p}_j=\mathrm{a} \Leftrightarrow \frac{\mathbf{p}_j}{\mathbf{a}}=1$, η δεδομένη εξίσωση τυποποίησης σημαίνει ότι ως μονάδα χρήματος χρησιμοποιείται το a-οστόν μέρος του μέτρου με το οποίο το εμπόρευμα *j* μετράται ως τυπικό εμπόρευμα· στην περίπτωση αυτή, επειδή το a-οστόν μέρος του εμπορεύματος *j* έχει τεθεί ίσο με την μονάδα, έπεται ότι αυτό αποτελεί το μέτρο των τιμών παραγωγής και των υπόλοιπων εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος παραγωγής[2]. Αν $\mathbf{p}_j=1$, τότε η μονάδα μέτρησης του τυπικού εμπορεύματος αποτελεί και την μονάδα του χρήματος. Τώρα, αν η θετική σταθερά **a** έχει διάσταση
x[μονάδες του εκτατικού και ομοιογενούς πράγματος X] / [μονάδα του εμπορεύματος *j*],

[1] Ο όρος τυπικό εμπόρευμα εισάγεται στη βιβλιογραφία από τον Σταμάτη, δες Stamatis (1983) .
[2] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.167

τότε οι τιμές των εμπορευμάτων δηλώνουν πόσες μονάδες του ομοιογενούς εκτατικού πράγματος Χ ανταλλάσσει μια μονάδα καθενός εμπορεύματος . Συνεπώς, «Διά της τυποποίησης δεν καθορίζεται …μόνον το ύψος της τιμής του τυπικού εμπορεύματος κι έτσι και το επίπεδο των τιμών παραγωγής γενικά, αλλά επίσης και η ουσία των τιμών παραγωγής. Διότι η θετική σταθερά, με την οποία εξισούται η τιμή παραγωγής του τυπικού εμπορεύματος, και συνεπώς και η ίδια η τιμή παραγωγής του τυπικού εμπορεύματος δεν καθορίζονται ήδη πλήρως διά του απλού καθορισμού του ύψους των. Για τον πλήρη καθορισμό τους απαιτείται επιπροσθέτως και ο καθορισμός της ουσίας αυτής της σταθεράς, ο οποίος έμμεσα, μέσω της εξίσωσης τυποποίησης, αποτελεί και έναν καθορισμό της ουσίας των τιμών παραγωγής. Η ουσία των τιμών παραγωγής είναι το πλασματικό χρήμα, στο οποίο εκφράζονται αυτές οι τιμές.»[1]

Με άλλα λόγια, στα γραμμικά συστήματα παραγωγής το τι θα αποτελέσει χρήμα δεν καθορίζεται ενδογενώς από τα μοντέλα, αλλά εισάγεται αυθαιρέτως, εξωγενώς, με την εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης και ειδικότερα με βάση της σταθερά **a** της εξίσωσης αυτής. Το χρήμα που εισάγεται με την εξίσωση τυποποίησης αντλεί την ύπαρξη του από την ανάγκη συμβιβασμού των γραμμικών συστημάτων παραγωγής με την οικονομική πραγματικότητα και είναι προϊόν της βούλησης του θεωρητικού. Το χρήμα στα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν αποτελεί παρά ένα ιδεατό, πλασματικό, λογιστικό χρήμα, το οποίο δεν προκύπτει από τις οικονομικές συνθήκες τις οποίες αναπαριστά το μοντέλο, αλλά από τη βούληση του θεωρητικού, προκειμένου τελικά το μοντέλο να είναι σε θέση να εκφράσει τα όσα επικρατούν στην οικονομική πραγματικότητα.

Η εξίσωση τυποποίησης εισάγοντας ένα «χρήμα», εισάγοντας ένα πλασματικό χρήμα, εισάγει και εκείνο το μέτρο, που κάνει σύμμετρα τα διαφέροντα ως προς την υλική του υπόσταση εμπορεύματα. Έτσι, οι σχέσεις ισοδυναμίας που προκύπτουν στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής μεταξύ των εμπορευμάτων μετατρέπονται σε σχέσεις ισότητας.

Σε σχέση με την εξίσωση τυποποίησης, ο Σταμάτης (στο Σταμάτης (1992α) σελ.483-488) παρατηρεί και τα ακόλουθα:
εξίσωση τυποποίησης είναι η εξίσωση εκείνη, στη βάση της οποίας ορίζεται για τις προκύπτουσες από ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής σχετικές τιμές το πλασματικό χρήμα, είναι εκείνη η εξίσωση, δια της οποίας ορίζεται εξωγενώς και αυθαιρέτως το μέτρο των τιμών παραγωγής, το μέτρο εκείνο, στη βάση του οποίου οι σχετικές τιμές παραγωγής μετατρέπονται σε απόλυτες τιμές. Η εξίσωση τυποποίησης ορίζει εξωγενώς και αυθαιρέτως την «ουσία» των τιμών παραγωγής, δηλαδή το «μέτρο ισοδυναμίας» εκείνων των «διπολικών σχέσεων ισοδυναμίας», οι οποίες για δεδομένο σύστημα παραγωγής και δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή πραγματικό ωρομίσθιο) εκφράζουν τους λόγους ανταλλαγής των εμπορευμάτων. Με την εισαγωγή της, οι εν λόγω «διπολικές σχέσεις ισοδυναμίας» παύουν να είναι απλώς σχέσεις ισοδυναμίας. Λόγου χάρη η σχέση ισοδυναμίας
1[μονάδα του εμπορεύματος Α] R β[μονάδες του εμπορεύματος Β]
παύει να εκφράζει απλώς ότι β μονάδες του εμπορεύματος Α ανταλλάσσονται με μια μονάδα του εμπορεύματος Β, παύει να σημαίνει απλώς ότι β μονάδες του εμπορεύματος Α εκπροσωπούν τόσες μονάδες χρήματος όσες και μια μονάδα του εμπορεύματος Β. Οι εν λόγω «διπολικές» σχέσεις μετατρέπονται πλέον, διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης, σε σχέσεις ισότητας. β μονάδες του εμπορεύματος Α αναπαριστούν, πλέον, μια συγκεκριμένη ποσότητα ενός συγκεκριμένου πλασματικού χρήματος, και μάλιστα τόση, όση εκπροσωπεί μια μονάδα του

[1] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.159-160

εμπορεύματος Β. Η εξίσωση τυποποίησης μετατρέπει τις σχετικές τιμές παραγωγής σε απόλυτες τιμές με το να εισάγει ένα συγκεκριμένο λόγο ανταλλαγής μεταξύ του τυπικού εμπορεύματος και του πλασματικού χρήματος. Έτσι, η εξίσωση τυποποίησης, έστω η

$$\mathbf{p_c} = \boldsymbol{\delta}[\textbf{μονάδες του D} / \textbf{μονάδα του εμπορεύματος C}]$$

εισάγει μια σχέση ισοδυναμίας της μορφής

1[μονάδα του πλασματικού χρήματος D] R 1[μονάδα του εμπορεύματος C].

Η εν λόγω σχέση ισοδυναμίας εκφράζει ότι μία μονάδα του τυπικού εμπορεύματος C ανταλλάσσεται με δ μονάδες του ομοιογενούς εκτατικού πράγματος D ως πλασματικού χρήματος, εκφράζει δηλαδή ότι τιμή του εμπορεύματος C είναι ίση με δ μονάδες του πλασματικού χρήματος D. Αυτό όμως σημαίνει ότι η εξίσωση τυποποίησης εισάγει μεταξύ του τυπικού εμπορεύματος και του πλασματικού χρήματος μια σχέση η οποία είναι και σχέση συμμετρίας. Συνεπώς, διά της εξίσωσης τυποποίησης δεν προσδιορίζεται μόνο το ύψος και η «ουσία» της τιμής του τυπικού εμπορεύματος, προσδιορίζεται επίσης και η μονάδα του πλασματικού χρήματος διά της τιμής του τυπικού εμπορεύματος. Δεν ισχύει δηλαδή μόνο στη μορφή

$$\mathbf{p_c} =: \boldsymbol{\delta}[\textbf{μονάδες του D} / \textbf{μονάδα του εμπορεύματος C}]$$

αλλά και στη μορφή:

$$\boldsymbol{\delta}[\textbf{μονάδες του D} / \textbf{μονάδα του εμπορεύματος C}] =: \mathbf{p_c}$$

και συνεπώς στη μορφή:

$$1[\textbf{μονάδα του D}] =: \mathbf{p_c} / \boldsymbol{\delta}[\textbf{μονάδες του εμπορεύματος C}]$$

Τα τελευταία όμως σημαίνουν επίσης ότι το μέτρο των τιμών εξαρτάται από τις παραγωγικοτεχνικές διασυνδέσεις που προσδιορίζουν την τιμή του τυπικού εμπορεύματος. Λόγω της εξάρτησης, τώρα, της μονάδας του πλασματικού χρήματος από τις παραγωγικοτεχνικές διασυνδέσεις του τυπικού εμπορεύματος, έπεται ότι το πλασματικό χρήμα δεν αποτελεί ένα αμετάβλητο, αλλά ένα μεταβαλλόμενο ως προς την τεχνική και την κατανομή μέτρο των τιμών. Το ότι η τιμή του τυπικού εμπορεύματος παραμένει, λόγω της εξίσωσης τυποποίησης, σταθερή δεν σημαίνει ότι η τιμή του τυπικού εμπορεύματος είναι πράγματι σταθερή. Η τιμή του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται όπως και η τιμή κάθε άλλου εμπορεύματος. Η τιμή του τυπικού εμπορεύματος υπόκειται στους ίδιους παράγοντες που ρυθμίζουν και την τιμή κάθε άλλου εμπορεύματος. Καίτοι μεταβαλλόμενης της τεχνικής και της κατανομής η τιμή του τυπικού εμπορεύματος, η ποσότητα δηλαδή του χρήματος που το τυπικό εμπόρευμα αναπαριστά, μεταβάλλεται[1], εμφανίζεται διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης σταθερή, η τιμή του τυπικού εμπορεύματος εμφανίζεται πάντα στο ίδιο μέγεθος πλασματικού χρήματος. Τα τελευταία σημαίνουν όμως, ότι το πλασματικό χρήμα δεν είναι ένα αμετάβλητο μέτρο των τιμών, σημαίνουν επίσης ότι το πλασματικό χρήμα αναπαριστά σε ένα σταθερό μέγεθος ένα μεταβαλλόμενο ως προς την τεχνική και την κατανομή -άγνωστο κατά τα άλλα- μέτρο των τιμών. Από την ανάλυση αυτή έπεται συνεπώς είτε ότι η τιμή του τυπικού εμπορεύματος είναι σταθερή και το πλασματικό χρήμα ένα ως προς την τεχνική και την κατανομή μεταβαλλόμενο μέτρο των τιμών είτε ότι το μέτρο των τιμών είναι ένα αμετάβλητο μέτρο, η τιμή όμως του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται συναρτήσει της τεχνικής και της κατανομής. Τα ίδια ισχύουν τόσο στην περίπτωση που ως πλασματικό χρήμα χρησιμοποιείται ένα ομοιογενές μη

[1] Αυτό γίνεται κατανοητό αφενός αν σκεφτούμε ότι μεταβαλλόμενης της τεχνικής και της κατανομής οι σχετικές τιμές μεταβάλλονται και άρα δεν μπορεί να αποκλειστεί ότι μεταβάλλονται και οι άγνωστες ποσότητες χρήματος τις οποίες εκφράζουν, αφετέρου, αν σκεφτούμε ότι στην πραγματική οικονομία μεταβολές στην τεχνική και στην κατανομή μεταβάλλουν τις σε πραγματικό χρήμα τιμές

παραγόμενο εκτατικό πράγμα όσο και στην περίπτωση που ως πλασματικό χρήμα χρησιμοποιείται το ίδιο το τυπικό εμπόρευμα. Στη δεύτερη ωστόσο περίπτωση, η σταθερότητα της τιμής του τυπικού εμπορεύματος δεν παρουσιάζεται αυθαίρετη, η σταθερότητα της τιμής παρουσιάζεται ως άμεση συνέπεια του ότι μια μονάδα ενός εμπορεύματος μπορεί πάντα να ανταλλάσσεται με κάθε άλλη μονάδα του ιδίου αυτού εμπορεύματος. Μια τέτοια εξίσωση τυποποίησης έχει την ακόλουθη μορφή

$\mathbf{p}_c = \dfrac{1[\textbf{μονάδα του εμπ. C ως πλασματικού εμπορεύματος}]}{1[\textbf{μονάδα του εμπορεύματος C}]} (=1)$, καθώς και την μορφή
1[μονάδα του εμπορεύματος C ως πλασματικού χρήματος] R 1[μονάδα του εμπορεύματος C].

Ωστόσο, μια μονάδα ενός εμπορεύματος δεν είναι εν γένει σε θέση να ανταλλάσσεται πάντα με μια μονάδα του ιδίου αυτού εμπορεύματος. Όταν το ίδιο εμπόρευμα παράγεται κάτω από διαφορετικές τεχνικές συνθήκες παραγωγής, ή κάτω από διαφορετικές συνθήκες ως προς την κατανομή, το ίδιο εμπόρευμα θα έχει και διαφορετική τιμή. Μια μονάδα του ιδίου εμπορεύματος κάτω υπό διαφορετικές παραγωγικοτεχνικές διασυνδέσεις έχει διαφορετική ανταλλακτική ικανότητα[1]. Γίνεται λοιπόν κατανοητό, ότι μια μονάδα ενός εμπορεύματος ανταλλάσσει μία μονάδα του ιδίου αυτού εμπορεύματος τότε και μόνο τότε, όταν οι δύο αυτές μονάδες του ιδίου εμπορεύματος παράγονται κάτω από τις ίδιες παραγωγικοτεχνικές διασυνδέσεις. Το γεγονός, ότι,

[1]Για γίνει το ζήτημα αυτό πιο κατανοητό θα μπορούσαμε να πούμε και τα εξής: αν ένα εμπόρευμα, το οποίο στα πλαίσια της οικονομίας εντός της οποίας παράγεται έχει μικρό κόστος -και ως εκ τούτου μικρή αγοραστική ικανότητα-, ανταλλαχθεί με άλλα εμπορεύματα στα πλαίσια μιας άλλης οικονομίας, εντός της οποίας το εμπόρευμα αυτό έχει αυξημένη τιμή, θα ανταλλαχθεί με περισσότερα εμπορεύματα από ό,τι αν η ανταλλαγή διενεργούνταν στα πλαίσια της δικής του οικονομίας. Στα πλαίσια μιας τέτοιας περίπτωσης είναι σαφές ότι το ίδιο εμπόρευμα δεν θα αντάλλασσε στα πλαίσια αυτών των δύο οικονομιών μια μονάδα του εαυτού του, αλλά περισσότερες ή λιγότερες. Αν ο παραγωγός που παράγει το εν λόγω εμπόρευμα στα πλαίσια της οικονομίας με το υψηλό κόστος πωλήσει το εμπόρευμα αυτό στα πλαίσια της άλλης οικονομίας με βάση τις τιμές που επικρατούν εκεί -κάτι το οποίο θα ενείχε ότι μια μονάδα του εμπορεύματός του ανταλλάσσεται με μια μονάδα του ίδιου της άλλης όμως οικονομίας-, θα οδηγηθεί σε ζημία. Θα μπορούσαμε επίσης θέσουμε το ζήτημα και ως εξής: ο θεωρητικός προσδιορισμός της τιμής ενός εμπορεύματος ως πολλαπλάσιο της τιμής ενός εμπορεύματος που λειτουργεί ως κοινός παρονομαστής, ενέχει ότι το εμπόρευμα που λειτουργεί ως κοινός παρονομαστής έχει και το ίδιο μια άγνωστη τιμή. Στην περίπτωση αυτή όμως, δεν μπορεί να αποκλειστεί και η περίπτωση που το ίδιο εμπόρευμα σε δύο διαφορετικές οικονομίες έχει διαφορετική τιμή, και συνεπώς η περίπτωση που μια μονάδα ενός εμπορεύματος ανταλλάσσεται με περισσότερες ή λιγότερες μονάδες του εαυτού του από ό,τι στα πλαίσια της οικονομίας εντός της οποίας παράγεται. Για να γίνει το ζήτημα αυτό ακόμα πιο κατανοητό, θα μπορούσαμε να αναφέρουμε ότι για το μέτρο των τιμών υπό την μορφή που το εξετάζουμε εδώ ισχύει ό,τι ισχύει και για οποιοδήποτε άλλο μέτρο. Έτσι αν στα πλαίσια δύο διαφορετικών πλανητών, ως μέτρο βάρους χρησιμοποιήσουμε ένα συγκεκριμένο υλικό αντικείμενο, το οποίο προφανώς έχει και το ίδιο βάρος, και υπολογίσουμε τα βάρη άλλων αντικειμένων ως πολλαπλάσια του βάρους από το εν λόγω αντικείμενο, είναι σαφές ότι τα βάρη των (άλλων) αντικειμένων των δύο πλανητών δεν θα είναι συγκρίσιμα. Το τελευταίο βέβαια είναι σαφές, γιατί το βάρος ενός αντικειμένου και συνεπώς και του αντικειμένου που χρησιμοποιούμε ως μέτρου βάρους, εξαρτάται από την δύναμη της βαρύτητας του κάθε πλανήτη. Προφανώς, για έναν υπολογισμό βαρών που να έχει πρέπει να χρησιμοποιηθούν περαιτέρω υπολογισμοί. Ωστόσο και οι τιμές τις οποίες εξετάζουμε έχουν τον ίδιο χαρακτήρα, αφού ως μέτρο των τιμών χρησιμοποιούμε ένα εμπόρευμα. Και το αναφέρουμε αυτό γιατί ένα εμπόρευμα έχει και το ίδιο μια τιμή, η οποία εξαρτάται από τον τρόπο παραγωγής του. Συνεπώς, αν και ένα εμπόρευμα μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε ως μέτρο των τιμών, ξέρουμε ότι στην πραγματικότητα μεταβαλλόμενων των παραγωγικοτεχνικών του διασυνδέσεων μεταβάλλεται και εκείνη του η διάσταση, που καθορίζει την ανταλλακτική του ικανότητα. Ως εκ τούτου, μια σύγκριση των τιμών των εμπορευμάτων, η οποία να έχει οικονομικό περιεχόμενο, προϋποθέτει ότι μεταβαλλόμενων των παραγωγικοτεχνικών διασυνδέσεων πρέπει να μεταβάλλεται και η τιμή του κάθε εμπορεύματος. Έπεται επίσης ότι ένα εμπόρευμα που έχει χρησιμοποιηθεί ως μέτρο των τιμών με εξ ορισμού σταθερή τιμή δεν μπορεί να μας οδηγήσει σε ουσιαστικές συγκρίσεις μεταξύ των τιμών των εμπορευμάτων δύο διαφορετικών οικονομιών, παρά μόνο όταν γνωρίζουμε την σχέση ανταλλαγής του εμπορεύματος αυτού στην μια οικονομία με το ίδιο αυτό εμπόρευμα στα πλαίσια της άλλης οικονομίας.

όταν στα πλαίσια μιας δεδομένης τεχνικής και κατανομής ως τυπικό εμπόρευμα και ως πλασματικό χρήμα χρησιμοποιηθεί μια μονάδα του ίδιου και του αυτού εμπορεύματος, τότε αυτονοήτως η τιμή αυτού του εμπορεύματος είναι ίση με τη μονάδα, δεν σημαίνει επίσης ότι, αν μεταβληθούν οι παραγωγικοτεχνικές διασυνδέσεις του εμπορεύματος αυτού, τότε μια μονάδα εκείνου του ως πλασματικού χρήματος χρησιμοποιηθέντος τυπικού εμπορεύματος, που χρησιμοποιήθηκε στην εξίσωση τυποποίησης προ της μεταβολής των παραγωγικοτεχνικών, αποτιμάται και μετά τη μεταβολή πάλι ίσο με τη μονάδα. Στα πλαίσια των νέων παραγωγικοτεχνικών διασυνδέσεων μια μονάδα αποτιμάται μόνο εκείνο το εμπόρευμα, το οποίο στα πλαίσια των νέων συνθηκών θα χρησιμοποιηθεί τόσο ως πλασματικό εμπόρευμα όσο και ως τυπικό εμπόρευμα. Μια μονάδα του νέου ως πλασματικό χρήμα χρησιμοποιηθέντος τυπικού εμπορεύματος, λόγω των νέων παραγωγικοτεχνικών διασυνδέσεων, θα ανταλλάσσει περισσότερες ή λιγότερες μονάδες από τα άλλα εμπορεύματα του δεδομένου συστήματος παραγωγής από ό,τι το αρχικό ως πλασματικό χρήμα τυπικό εμπόρευμα, συνεπώς θα ανταλλάσσει και διαφορετικές ποσότητες του ιδίου του αρχικού αυτού τυπικού εμπορεύματος.

Όπως προκύπτει συνεπώς από την αναφορά στο Σταμάτης (1992α) σελ.483-488, η εξίσωση τυποποίησης αδυνατεί να παίξει το ρόλο του πραγματικού χρήματος. Σε αντίθεση με το πραγματικό χρήμα, το διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης εισαχθέν χρήμα δεν αποτελεί απλώς ένα συμβατικό μέτρο μέτρησης των τιμών, αλλά ένα μέτρο μέτρησης των τιμών, το μέγεθος του οποίου μεταβάλλεται συναρτήσει των παραγόντων που επηρεάζουν το ύψος των σχετικών τιμών παραγωγής. Αποτελεί ένα μέτρο των τιμών, το οποίο είναι συνάρτηση των παραγωγικοτεχνικών διασυνδέσεων, ήτοι συνάρτηση της τεχνικής και της κατανομής. Με άλλα λόγια επηρεάζεται τόσο από τις μεταβολές στις τεχνικές συνθήκες παραγωγής όσο και από τις μεταβολές του ποσοστού κέρδους και του ονομαστικού ωρομισθίου. Το ότι το μέτρο αυτό των τιμών, το πλασματικό χρήμα, φαίνεται να είναι αμετάβλητο, αποτελεί συνέπεια της μη αντικειμενικά δεδομένης υπόθεσης – που εισάγει η εξίσωση τυποποίησης-, σύμφωνα με την οποία η τιμή παραγωγής του τυπικού εμπορεύματος παραμένει σταθερή. Όπως είδαμε, η αδυναμία αυτή της εξίσωσης τυποποίησης οφείλεται στο ότι χαρακτηρίζεται από την ιδιότητα της συμμετρικότητας, όχι μόνο δηλ. η τιμή του τυπικού εμπορεύματος ορίζεται με βάση ορισμένες μονάδες χρήματος, αλλά επίσης και ότι μια μονάδα χρήματος ορίζεται με βάση την τιμή του τυπικού εμπορεύματος – τιμή η οποία είναι συνάρτηση τόσο των τεχνικών συνθηκών παραγωγής όσο και του ύψους του ποσοστού κέρδους και του ονομαστικού ωρομισθίου.

Στην συνέχεια θα εστιάσουμε την προσοχή μας σε ορισμένα ειδικότερα ζητήματα, τα οποία αφορούν την τυποποίηση και τα οποία θα μας κάνουν πιο σαφή την έννοία της.

Το ότι απαιτήθηκε το ομοιογενές εκτατικό πράγμα, το οποίο εισάγεται ως πλασματικό χρήμα, να είναι μη παραγόμενο από το δεδομένο σύστημα παραγωγής εμπόρευμα είναι αποτέλεσμα του ότι, αν εισαγόταν κάποιο παραγόμενο εμπόρευμα, τότε η εξίσωση τυποποίησης θα έθετε αυθαιρέτως ένα λόγο ανταλλαγής μεταξύ του εμπορεύματος που αποτελεί το τυπικό εμπόρευμα και του εμπορεύματος που αποτελεί το πλασματικό χρήμα. Εξαίρεση αποτελεί προφανώς η περίπτωση που ως πλασματικό χρήμα χρησιμοποιείται το ίδιο το τυπικό εμπόρευμα. Κατά κανόνα ένας τέτοιος λόγος, μεταξύ του εμπορεύματος που αποτελεί το τυπικό εμπόρευμα και του εμπορεύματος που αποτελεί το πλασματικό χρήμα, θα αντέφασκε στις σχετικές τιμές που προκύπτουν από το (ατυποποίητο) σύστημα των τιμών του δεδομένου συστήματος παραγωγής – υπό την εξαίρεση της περίπτωσης που ως πλασματικό χρήμα χρησιμοποιείται το ίδιο το τυπικό εμπόρευμα.

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί όταν στην εξίσωση τυποποίησης εισάγουμε το ονομαστικό ωρομίσθιο. Η ιδιαίτερη αυτή προσοχή πρέπει να δοθεί, γιατί η εργασία μπορεί να περιγράφεται είτε ως παραγόμενο εμπόρευμα είτε όχι. Στα συνήθη σύγχρονα νεορικαρδιανά μοντέλα η εργασία δεν περιγράφεται ως παραγόμενο εμπόρευμα. Ένα τέτοιο μοντέλο, π.χ., είναι αυτό του Sraffa. Η εργασία περιγράφεται ως παραγόμενο εμπόρευμα όταν δεδομένο είναι και το πραγματικό ωρομίσθιο, ή με άλλα λόγια όταν τα μέσα αναπαραγωγής της εργασιακής δύναμης είναι γνωστά. Αν τώρα η εργασία, στα πλαίσια του μοντέλου, λειτουργεί ως παραγόμενο εμπόρευμα, τότε, αν την θέσουμε στην εξίσωση τυποποίησης μόνο ως πλασματικό χρήμα - χωρίς δηλαδή να την θέσουμε και ως τυπικό εμπόρευμα-, έπεται ότι θέτουμε αυθαίρετα έναν λόγο ανταλλαγής μεταξύ των εμπορευμάτων που αποτελούν το πραγματικό ωρομίσθιο και του εμπορεύματος που αποτελεί το τυπικό εμπόρευμα, έναν λόγο ανταλλαγής μη καθορισμένο από τις τεχνικές συνθήκες παραγωγής. Το καλάθι, δηλαδή, του τυπικού εμπορεύματος ανταλλάσσεται με μια μονάδα εργασίας. Παράλληλα, μια μονάδα εργασίας ανταλλάσσεται με το καλάθι του πραγματικού ωρομισθίου. Κατά συνέπεια και το καλάθι του τυπικού εμπορεύματος ανταλλάσσεται με το καλάθι του πραγματικού ωρομισθίου. Είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον ότι το τυπικό εμπόρευμα συγχέεται συχνά με το πραγματικό ωρομίσθιο. Για παράδειγμα :

- ο Linde χρησιμοποιώντας το λεγόμενο μοντέλο του Hicks, και ενώ θεωρεί ότι το πραγματικό ωρομίσθιο αποτελείται τόσο από καταναλωτικά όσο και από κεφαλαιουχικά εμπορεύματα, ισχυρίζεται ότι το να τυποποιήσει κανείς θέτοντας την τιμή του καταναλωτικού εμπορεύματος ίση με την μονάδα, ενέχει μια κατανόηση σύμφωνα με την οποία το πραγματικό ωρομίσθιο αποτελείται μόνο από τα καταναλωτικά εμπορεύματα. Ωστόσο, σύμφωνα με τα όσα έχουμε ήδη αναπτύξει, η τυποποίηση δεν ορίζει ποιο προϊόν αποτελεί το πραγματικό ωρομίσθιο, αλλά σε τι εκφράζεται η τιμή αυτή του πραγματικού ωρομισθίου, τιμή η οποία μπορεί να εκφράζεται ή σε όρους του καταναλωτικού εμπορεύματος ή σε όρους του κεφαλαιουχικού εμπορεύματος ή σε ένα καλάθι εμπορευμάτων το οποίο περιέχει και το καταναλωτικό και το κεφαλαιουχικό εμπόρευμα σε οποιαδήποτε σύνθεση [Δες Linde (1992) σελ.318 καθώς και την κριτική του Σταμάτη στον Linde (στο Σταμάτης (1992β) σελ.204-213)].

- Ο Sraffa, επίσης, συγχέει το ως τυπικό εμπόρευμα πρότυπο εμπόρευμα με τον πραγματικό μισθό. Συγκεκριμένα γράφει «Στο πρότυπο σύστημα [στο (υπο)σύστημα δηλαδή που χρησιμοποιεί την ίδια τεχνική με το δεδομένο σύστημα, αλλά παράγει ως καθαρό προϊόν το πρότυπο εμπόρευμα] η περίπτωση πληρωμής του μισθού σε όρους του πρότυπου εμπορεύματος φαίνεται να αποκτά την ειδική σημασία της από το γεγονός ότι το υπόλοιπο του εθνικού εισοδήματος, που αφήνεται για την πληρωμή των κερδών, θα είναι μια ποσότητα του πρότυπου αγαθού και άρα η σύνθεση του θα είναι ή ίδια με αυτήν των μέσων παραγωγής» [δες Sraffa (1985) σελ.51]. Εδώ φαίνεται καθαρά ότι ο Sraffa θεωρεί πως στο πρότυπο σύστημα οι πραγματικοί μισθοί και τα πραγματικά κέρδη έχουν την ίδια σύνθεση με αυτή του πρότυπου εμπορεύματος. Ωστόσο, η σύνθεση των πραγματικών μισθών του πρότυπου συστήματος έχει τότε και μόνο τότε την ίδια σύνθεση με αυτή του πρότυπου εμπορεύματος, είτε όταν οριστεί, εξωγενώς, ένα πραγματικό ωρομίσθιο αυτού του είδους είτε όταν το ποσοστό κέρδους είναι μηδενικό. Επίσης, «ότι το ονομαστικό ωρομίσθιο μετράται σε μονάδες του πρότυπου καθαρού προϊόντος, δεν σημαίνει βέβαια, ότι το πραγματικό ωρομίσθιο αποτελείται από πρότυπο εμπόρευμα. Το πραγματικό ωρομίσθιο μ π ο ρ ε ί να αποτελείται από πρότυπο προϊόν (στο πραγματικό σύστημα όμως όχι για κάθε ύψος του πραγματικού ωρομισθίου).Δεν αποτελείται όμως - αδιάφορο αν οι τιμές και το ονομαστικό ωρομίσθιο μετρούνται σε μονάδες του πρότυπου εμπορεύματος ή όχι -αναγκαστικά από πρότυπο εμπόρευμα......Σε ένα δεδομένο, σε μονάδες προτύπου εμπορεύματος μετρημένο ονομαστικό ωρομίσθιο **w** αντιστοιχούν τόσο στο πραγματικό όσο και στο πρότυπο σύστημα άπειρα πραγματικά ωρομίσθια. Τα πραγματικά αυτά ωρομίσθια πληρούν τις συνθήκες **φp(w)=w** και **φ≤y** , όπου το **p(w)** συμβολίζει το διάνυσμα των κατά Sraffa τυποποιημένων τιμών, οι οποίες αντιστοιχούν στο ονομαστικό ωρομίσθιο **w, φ** το διάνυσμα του καλαθιού των εμπορευμάτων, το οποίο συνιστά το πραγματικό ωρομίσθιο, και Y το διάνυσμα της μέσης παραγωγικότητας της εργασίας στο πραγματικό ή στο πρότυπο σύστημα αντιστοίχως. Μόνο στο πρότυπο σύστημα -και εκεί πάλι μόνον όταν το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι μέγιστο -αποτελείται το πραγματικό ωρομίσθιο, επειδή τότε είναι ίσο με την μέση παραγωγικότητα της εργασίας στο πρότυπο σύστημα, αναγκαστικά από πρότυπο εμπόρευμα.» [Δες Σταμάτης (1992α) σελ.217].

- Ο ίδιος ισχυρισμός, ότι δηλαδή η τυποποίηση καθορίζει και τη σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου, γίνεται και από τους Kurz/Gehkre. Αυτοί μάλιστα ισχυρίζονται[1] ότι δεδομένης της σύνθεσης του πραγματικού ωρομισθίου, μπορεί κανείς να εισάγει και να μεταβάλλει την εξίσωση τυποποίησης κατά βούληση, χωρίς περιορισμούς. Δεδομένης δηλαδή της σύνθεσης του πραγματικού ωρομισθίου, μπορεί κανείς να εισάγει και να μεταβάλλει αυθαίρετα το τυπικό εμπόρευμα.. Σε σχέση όμως με τους ισχυρισμούς αυτούς πρέπει να σημειώσουμε τα ακόλουθα:

    α) έστω ότι μας δίνεται η εξίσωση τυποποίησης **pY**=1. Για την τιμή του πραγματικού ωρομισθίου **φ** ισχύει, προφανώς, **pφ=w** <=> **pφ/w**=1. Η τελευταία σχέση ισχύει για κάθε δυνατή σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου. Ως εκ τούτου, υπάρχουν άπειρες συνθέσεις του πραγματικού ωρομισθίου, στα πλαίσια οποιασδήποτε τυποποίησης, που πληρούν την τελευταία σχέση. Συνεπώς, δεν ισχύει, όπως ισχυρίζονται οι παραπάνω συγγραφείς, ότι η τυποποίηση καθορίζει και τη σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου. Οι δύο υπό εξέταση σχέσεις ενέχουν ότι **pY= pφ/w**=1 και όχι ότι **Y=φ/w.** Η σχέση αυτή εκφράζει ότι το πραγματικό ωρομίσθιο έχει την ίδια σύνθεση με το τυπικό εμπόρευμα. Βέβαια, μια από τις πιθανές συνθέσεις του πραγματικού ωρομισθίου είναι και αυτή της σύνθεσης του τυπικού εμπορεύματος, όχι όμως ότι η εξίσωση τυποποίησης απαιτεί και ένα όμοιας σύνθεσης πραγματικό ωρομίσθιο[2]. Όπως έχουμε πει, η εξίσωση τυποποίησης αποτελεί τον εξωγενή καθορισμό της τιμής ενός καλαθιού εμπορευμάτων, τον εξωγενή καθορισμό του μέτρου των τιμών, διαφορετικά δεν θα ήταν δυνατόν να προσδιοριστούν τα ονομαστικά μεγέθη –δηλ. οι χρηματικές τιμές των εμπορευμάτων και του ονομαστικού ωρομισθίου. Συνεπώς, το να προσδώσει κανείς στην εξίσωση τυποποίησης και ένα ρόλο προσδιορισμού του πραγματικού ωρομισθίου θα σήμαινε ότι θα μετέβαλε το ρόλο της εξίσωσης τυποποίησης από εξίσωση προσδιορισμού του μέτρου των τιμών σε εξίσωση που ταυτόχρονα προσδιορίζει και το πραγματικό ωρομίσθιο. Αν θέλει κανείς να προσδώσει στην εξίσωση τυποποίησης έναν τέτοιο ρόλο, ασφαλώς μπορεί να το κάνει. Ωστόσο στην περίπτωση αυτή η αλλαγή της εξίσωσης τυποποίησης σημαίνει και αλλαγή

[1] Δες Kurz/Gehkre (1994) σελ.102-104
[2] Δες Σταμάτης (1997) σελ.221-222

του πραγματικού ωρομισθίου όχι ως συνέπεια του μέτρου μέτρησης των τιμών, αλλά ως συνέπεια της υπόθεσης πως ό,τι ορίζουμε ως μέτρο των τιμών αποτελεί και πραγματικό ωρομίσθιο. Πρέπει να τονίσουμε ότι δεν μπορεί να νοηθεί δεδομένου του πραγματικού ωρομισθίου αυθαίρετη εισαγωγή και μεταβολή της εξίσωσης τυποποίησης. Το ζήτημα αυτό θα το εξετάσουμε στο επόμενο σημείο. Να σημειώσουμε επίσης στο σημείο αυτό, ότι η συνήθης έννοια της εξίσωσης τυποποίησης είναι αυτή του εξωγενούς καθορισμού του μέτρου των τιμών και όχι και του πραγματικού ωρομισθίου. Για παράδειγμα, το γεγονός, ότι ο Pasinetti στο μοντέλο που δίνει για την οικονομία του Ricardo [Δες Pasinetti (1991) σελ.24-35] τυποποιεί με τυπικό εμπόρευμα μια ποσότητα χρυσού, δεν σημαίνει ότι οι εργάτες παίρνουν ως πραγματικό μισθό μια ποσότητα χρυσού. Στο μοντέλο αυτό είναι δεδομένο αφενός ότι το μισθιακό εμπόρευμα είναι ο σίτος, αφετέρου ότι ο χρυσός είναι ένα είδος πολυτελείας, ένα εμπόρευμα που το καταναλώνουν μόνο οι καπιταλιστές. Συνεπώς, στο μοντέλο αυτό του Pasinetti υπάρχει σαφής διάκριση του εμπορεύματος που λειτουργεί ως μέτρο των τιμών και του εμπορεύματος που λειτουργεί ως πραγματικό ωρομίσθιο. Επιπλέον, αν σε ένα σύστημα παραγωγής που παράγει και μη βασικά εμπορεύματα ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa, τότε η κατανόηση των παραπάνω συγγραφέων θα σήμαινε ότι τα μη βασικά εμπορεύματα θα αποκλειόταν από τα μισθιακά εμπορεύματα του δεδομένου συστήματος. Ωστόσο, ο Sraffa δεν ορίζει πουθενά το πραγματικό ωρομίσθιο του δεδομένου συστήματος, συνεπώς ούτε και τον αποκλεισμό των μη βασικών εμπορευμάτων από το καλάθι του πραγματικού ωρομισθίου. Μάλιστα, ο Ντοπ, σχολιάζοντας το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa, γράφει «η αντίρρηση ... ότι η πραγματική κατανάλωση των εργατών δεν αποτελείται από πρότυπο εμπόρευμα αλλά από ένα ολότελα διαφορετικό σύνολο αγαθών .... είναι στην πραγματικότητα μικρότερη από ό,τι φαίνεται. Αρκεί να δεχτεί κανείς την αντίληψη, πως ένα δοσμένο βιοτικό επίπεδο αποτελείται από μια ποικιλία από καταναλωτικά αγαθά για μισθωτούς που το τυπικό εργατικό νοικοκυριό θεωρεί σαν ισοδύναμα, και να ερμηνεύσει το "δοσμένο επίπεδο των πραγματικών μισθών", με αυτή την έννοια». Συνεπώς και ο Ντοπ, με το να μην συσχετίζει το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa με το τι πράγματι αποτελεί πραγματικό ωρομίσθιο, είναι της άποψης ότι η έννοια του τυπικού εμπορεύματος δεν είναι συνδεδεμένη με το τι πράγματι αποτελεί το πραγματικό ωρομίσθιο.

β) σε σχέση τώρα με την περίπτωση που δεδομένη είναι η σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου, πρέπει να παρατηρήσουμε τα ακόλουθα. Όταν η σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου είναι δεδομένη, τότε κατά την εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης θα απαιτηθεί ώστε το τυπικό εμπόρευμα να είναι της ίδιας σύνθεσης με την σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου. Συγκεκριμένα, έστω ότι για κάθε οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους ενός δεδομένου συστήματος μας δίνεται ένα πραγματικό ωρομίσθιο $\omega\mathbf{d}$, σύνθεσης $\mathbf{d}$, με ω ένα άγνωστου μεγέθους βαθμωτό, που δηλώνει πόσα καλάθια εμπορευμάτων σύνθεσης $\mathbf{d}$ αποτελούν το πραγματικό ωρομίσθιο. Προφανώς, η τιμή ενός τέτοιου πραγματικού ωρομισθίου είναι $\mathbf{p}\omega\mathbf{d}=w$. Έστω τώρα ότι εισάγουμε και την εξίσωση τυποποίησης $\mathbf{pY}=1$. Από τις δύο τελευταίες σχέσεις έπεται $\mathbf{p}\omega\mathbf{d}=w\mathbf{pY}$. Για να μπορεί όμως η τελευταία αυτή σχέση να ισχύει για κάθε τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου (ή αντίστοιχα για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους) πρέπει $\omega\mathbf{d}=w\mathbf{Y}$. Η εξίσωση αυτή όμως δηλώνει ότι το τυπικό εμπόρευμα πρέπει να έχει την ίδια σύνθεση με

> το πραγματικό ωρομίσθιο[1]. Έξάλλου, «για ορισμένες τιμές του r (ή του w) η σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου είναι ορισμένη και συνεπώς δεν δύναται να δοθεί αυθαίρετα εξωγενώς. Έτσι όταν είναι $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{max}$, και **w**=0, τότε είναι [**φ**=0]. Και όταν **r**=0 και $\mathbf{w} = \mathbf{w}_{max}$, τότε είναι [**φ**]**=f, f>0**, όπου **f** το διάνυσμα της υλικής παραγωγικότητας της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα που παράγει το τυπικό εμπόρευμα [**Y**].Συνεπώς στη [περίπτωση αυτή] το πραγματικό ωρομίσθιο [**φ**] έχει αναγκαστικά την ίδια σύνθεση με την υλική παραγωγικότητα της εργασίας και συνεπώς με το καθαρό προϊόν [**Y**] αυτού του υποσυστήματος… και δεν μπορεί να έχει δι' υποθέσεως μια διαφορετική σύνθεση. Έτσι η μόνη δυνατότητα, να δώσει κανείς το πραγματικό ωρομίσθιο [**Y**] εξωγενώς, είναι να θέσει κανείς [**φ**]=β**f**, 0<β ≤1 για κάθε $\mathbf{w} \neq 0$,όπου β η υλική μερίδα των μισθών» [Δες Σταμάτης (1997) σελ.222-223]. Την έννοια του τυπικού υποσυστήματος θα την εξετάσουμε σε άλλο σημείο. Στο σημείο αυτό ωστόσο και σε ένα πρώτο επίπεδο διερεύνησης όσα στο τελευταίο απόσπασμα αναφέρονται στο τυπικό υποσύστημα μπορούν να εφαρμοσθούν αναλογικά στο δεδομένο σύστημα παραγωγής. Μπορούμε δηλαδή να υποθέσουμε ότι το **f** αφορά την μέση υλική παραγωγικότητα της εργασίας στα πλαίσια του υπο θεώρηση δεδομένου συστήματος παραγωγής.

Μια άλλη τώρα περίπτωση τυποποίησης, η οποία αφορά το πραγματικό ωρομίσθιο και την οποία είδαμε χωρίς όμως να την εξηγήσουμε, είναι αυτή της περίπτωσης (α). Στην περίπτωση αυτή, δεδομένου μόνο του πραγματικού ωρομισθίου, έχουμε θέσει **pφ/w**=1. Η εξίσωση αυτή είναι και αυτή μια εξίσωση τυποποίησης, αφού και εδώ έχουμε θέσει την τιμή ενός καλαθιού εμπορευμάτων ίση με τη μονάδα. Η τυποποίηση αυτή απαιτεί ωστόσο ειδικότερη διευκρίνηση - απαιτεί ειδικότερη διευκρίνιση σχετικά με το σε τι θα εκφραστούν οι τιμές των εμπορευμάτων. Σε τι θα εκφραστούν οι τιμές εξαρτάται από το αν θεωρούμε το πραγματικό ωρομίσθιο **pφ,** της **pφ/w**=1, ένα μέγεθος με διάσταση ώρες εργασίας ανά μονάδα πραγματικού ωρομισθίου, ή ένα μέγεθος χωρίς διάσταση. Στην πρώτη περίπτωση οι τιμές εκφράζονται σε ώρες εργασίας. Στη δεύτερη σε μονάδες του πραγματικού ωρομισθίου ως τυπικού εμπορεύματος. Αναλύοντας την περίπτωση αυτή πρέπει να σημειωθούν και τα ακόλουθα:

Αν στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής και ενός δεδομένου πραγματικού πραγματικού ωρομισθίου μεγέθους **φ** οι τιμές τυποποιηθούν με μια εξίσωση τυποποίησης της μορφής **pφ=a** και συνεπώς **pφ=w=a**, τότε ισχύουν τα εξής

Α) αν το μέγεθος **pφ** θεωρηθεί ως ένα μέγεθος χωρίς διάσταση, δεδομένου ότι $\mathbf{p}\,\boldsymbol{\varphi}=\mathbf{a} \Leftrightarrow \mathbf{p}\,\frac{1}{\mathbf{a}}\,\boldsymbol{\varphi}$, έπεται ότι ως πλασματικό χρήμα λειτουργεί το **a**-ον μέρος του καλαθιού που αποτελεί το πραγματικό ωρομίσθιο, ήτοι το καλάθι $\frac{1}{\mathbf{a}}\boldsymbol{\varphi}$. Επίσης έπεται ότι το ονομαστικό ωρομίσθιο δηλώνει πόσα καλάθια μεγέθους $\frac{1}{\mathbf{a}}\boldsymbol{\varphi}$ ανταλλάσσει μια μονάδα εργασίας. Η διάστασή του είναι μονάδες του καλαθιού $\frac{1}{\mathbf{a}}\boldsymbol{\varphi}$ ανά μονάδα εργασίας[2].

---

[1] Δες Σταμάτης (1997) σελ.223-226

[2] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.173

Β) αν υποτεθεί ότι το μέγεθος **pφ** έχει τη διάσταση μονάδες εργασιακής δύναμης ανά μονάδα του καλαθιού των εμπορευμάτων που συνιστά το πραγματικό ωρομίσθιο, ήτοι το καλάθι **φ**, και δεδομένου ότι $\mathbf{p\varphi=w=a} \Leftrightarrow \mathbf{p}\frac{1}{\mathbf{a}}\boldsymbol{\varphi}=\frac{1}{\mathbf{a}}\mathbf{w}=1$, έπεται ότι η τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου δηλώνει πόσες μονάδες εργασιακής δύναμης μετρούμενης με το a-ον μέρος του αρχικού μέτρου της εργασίας ανταλλάσσει μια μονάδα εργασίας μετρούμενης με το αρχικό της μέτρο. Στην περίπτωση αυτή το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι ένα μέγεθος χωρίς διάσταση. Περαιτέρω οι τιμές των εμπορευμάτων μετρούνται σε μονάδες «αγοραζόμενης εργασίας», ωστόσο η αγοραζόμενη εργασία αυτή, με εξαίρεση την περίπτωση που **a**=1, δεν μετράται με το αρχικό μέτρο της, αλλά με το **a**-ον μέρος της[1].

Στο σημείο αυτό να παρατηρήσουμε επίσης ότι δεδομένου ενός συστήματος παραγωγής και δεδομένου του πραγματικού ωρομισθίου, δεν είναι αναγκαίο «οι τιμές να έχουν ήδη τυποποιηθεί προηγουμένως, διότι η διαίρεση μη τυποποιημένων τιμών διά της τιμής της εργασιακής δύναμης w είναι ταυτόσημη με την εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης φp΄=1, η οποία –ανάλογα αν θεωρήσει κανείς το μέγεθος φp΄=1 ένα μέγεθος χωρίς διάσταση ή ένα μέγεθος με διάσταση [μονάδες εργασιακής δύναμης/μονάδα του καλαθιού που συνιστά το πραγματικό ωρομίσθιο]- σημαίνει, ότι ως πλασματικό χρήμα λειτουργεί αντιστοίχως το καλάθι φ, που συνιστά το πραγματικό ωρομίσθιο, ή η εργασιακή δύναμη.»[2]

Μια άλλη περίπτωση, η οποία πρέπει και αυτή να τονιστεί, αφορά την περίπτωση που διαιρούμε όλα τα τιμιακά μεγέθη ενός δεδομένου συστήματος με το ονομαστικό ωρομίσθιο, χωρίς προηγουμένως να έχει οριστεί κάποια εξίσωση τυποποίησης και χωρίς να είναι δεδομένα ούτε το πραγματικό ωρομίσθιο ούτε το ποσοστό κέρδους. Να παρατηρήσουμε κατ' αρχήν ότι είτε διαιρέσουμε το ονομαστικό ωρομίσθιο διά του εαυτού του είτε θέσουμε το ονομαστικό ωρομίσθιο ίσο με τη μονάδα είναι το ίδιο. Και οι δύο αυτές περιπτώσεις εκφράζουν τη μέτρηση της τιμής μιας μονάδας εργασίας σε όρους εργασίας. Το να θέτει κανείς **w**=1 είναι σαν να θεωρεί μια εξίσωση τυποποίησης, στην οποία έχει θεωρήσει τη μονάδα εργασίας ως μονάδα χρήματος. Επίσης, το να διαιρεί κανείς **w/w** (=1) εκφράζει το ότι μια μονάδα εργασίας ανταλλάσσεται με μια μονάδα εργασίας και συνεπώς ότι μια μονάδα εργασίας σε όρους εργασίας είναι ίση με τη μονάδα. Αν στην περίπτωση εκείνη, που ούτε υπάρχει ήδη κάποια εξίσωση τυποποίησης ούτε είναι δεδομένο το πραγματικό ωρομίσθιο ούτε δεδομένο μας δίνεται το ποσοστό κέρδους, προβούμε στην εισαγωγή της υπόθεσης ότι **w**=1 -ή **w/w**=1 που είναι το ίδιο-, το σύστημα των τιμών, ήτοι το $\mathbf{p}=\mathbf{w}\mathbf{L}[\mathrm{B}-(1+\mathrm{r})\mathbf{A}]^{-1}$, δεν προσδιορίζει ούτε απόλυτες ούτε σχετικές τιμές. Συνεπώς, η εξίσωση αυτή αποτελεί απλώς έναν εξωγενή καθορισμό του ονομαστικού ωρομισθίου και όχι πράγματι μια εξίσωση τυποποίησης. Επιπρόσθετα, αν δεδομένου μόνο του εξωγενούς καθορισμού του ονομαστικού ωρομισθίου με την **w**=1 εισάγουμε εξωγενώς και το ποσοστό κέρδους, τότε απαλείφονται και οι δύο βαθμοί ελευθερίας του υπό εξέταση συστήματος εξισώσεων. Κατά συνέπεια προσδιορίζονται και οι απόλυτες τιμές (ή αλλιώς οι χρηματικές τιμές) των εμπορευμάτων. Η περίπτωση αυτή ενέχει άπειρες τυποποιήσεις. Συγκεκριμένα, δεδομένου του ποσοστού κέρδους, το σύστημα των τιμών είναι σε θέση να προσδιορίσει τις σχετικές τιμές των εμπορευμάτων. Αυτές δε τις σχετικές τιμές μπορεί κανείς να τις τυποποιήσει με μη μονοσήμαντο τρόπο έτσι ώστε να ισχύει w=1. Το τελευταίο γίνεται πιο κατανοητό αν ληφθεί υπόψη ότι στα πλαίσια ενός συστήματος παραγωγής αντιστοιχούν άπειρες

[1] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.173
[2] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.175.

w-r-σχέσεις και άπειρα τυπικά εμπορεύματα. Περαιτέρω, όταν έχουμε θέσει w=1, οι τιμές εκφράζονται σε όρους εργασίας. Η τιμή δηλαδή ενός εμπορεύματος εκφράζει πόσες μονάδες εργασίας ανταλλάσσει ή αγοράζει μια μονάδα του. Η μέτρηση των τιμών σε αγοραζόμενη εργασία ανάγεται στον Adam Smith [δες Σταμάτης (1992α) σελ.183 δες επίσης και Pasinetti (1991) σελ.134 και Rubin (1994) σελ.238-252] και χρησιμοποιείται συχνά ακόμα και από τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς. Π.χ, στην παράγραφο 43 του Sraffa (1985) ο Sraffa θέλει να μετασχηματίσει τις τιμές τις εκφρασμένες στο πρότυπο εμπόρευμά του σε τιμές εκφρασμένες σε αγοραζόμενη εργασία, πιο συγκεκριμένα θέλει να ορίσει ένα μέτρο των τιμών το οποίο να εκφράζει την "ποσότητα εργασίας που μπορεί να αγοραστεί με το πρότυπο καθαρό προϊόν" [1]. Οι τιμές σε αγοραζόμενη εργασία εμφανίζουν τις τιμές ως εξαρτώμενες από το ονομαστικό και το πραγματικό ωρομίσθιο. Έτσι, αν σε ένα σύστημα παραγωγής τυποποιήσουμε τις τιμές με τρόπο ώστε η τιμή του μέγιστου πραγματικού ωρομισθίου -η τιμή δηλαδή της μέσης υλικής παραγωγικότητας της εργασίας- να είναι ίση με την μονάδα ,ήτοι $\mathbf{w}_{max} = 1$, τότε, καθώς το ονομαστικό ωρομίσθιο ως συνάρτηση του πραγματικού ωρομισθίου κινείται στο διάστημα (0, 1], η τιμή κάθε εμπορεύματος εκφρασμένη σε ώρες εργασίας[2] θα κινείται στο διάστημα $(1, +\infty)$. Το ίδιο ισχύει και για το σε αγοραζόμενη εργασία πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa. Ωστόσο, «Εάν κανείς γνωρίζει ότι ο Ricardo στα "Principles" δεν παύει να επαναλαμβάνει πως η σημαντικότερη πρόθεσή του στο έργο αυτό είναι να δείξει ,ότι οι τιμές δεν εξαρτώνται από το ονομαστικό ωρομίσθιο και ότι μεταβαλλόμενου του ωρομισθίου μεταβάλλεται μόνο το κέρδος . .οι τιμές όμως- αν παραβλέψει κανείς τις Wicksell –αντιδράσεις, που γνώριζε πολύ καλά-παραμένουν αμετάβλητες και αν κανείς γνωρίζει επίσης, ότι ο Ricardo στράφηκε πάντα κατά της μέτρησης των τιμών σε μονάδες "αγοραζόμενης εργασίας", επειδή οι κατά αυτό τον τρόπο μετρημένες τιμές φαίνονται σαν να εξαρτώνται από το (πραγματικό) ωρομίσθιο- τότε μπορεί να εκτιμήσει πόσο ρικαρδιανοί είναι οι ονομαζόμενοι νεορικαρδιανοί οικονομολόγοι, οι οποίοι χρησιμοποιούν κατά προτίμηση αυτή τη μέτρηση των τιμών» [δες Σταμάτης (1992α) σελ. 184][3].

Αν και στη παρούσα εργασία εξετάζουμε τα υποδείγματα τα οποία αποτελούν το αναλυτικό πλαίσιο εργασίας της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, αν και δηλαδή διερευνούμε τα γραμμικά συστήματα παραγωγής ως το αναλυτικό πλαίσιο εργασίας της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, πρέπει να παρατηρήσουμε ότι η εξίσωση τυποποίησης δεν αποτελεί χαρακτηριστική υπόθεση για τη μετατροπή των σχετικών τιμών σε απόλυτες μόνο της θεωρίας αυτής και εν γένει της νεορικαρδιανής θεωρίας, αλλά και της νεοκλασικής. Δύο από τις χαρακτηριστικές τυποποιήσεις τις νεοκλασικής θεωρίας είναι το numeraire του Walras και η λεγόμενη εξίσωση των ανταλλαγών της «ποσοτικής θεωρίας του χρήματος» που χαρακτηρίζει τη νεοκλασική θεωρία. Το numeraire του Walras είναι μια τυποποίηση της μορφής $\mathbf{p}_i = 1$, δηλαδή μια εξίσωση τυποποίησης στην οποία το πλασματικό χρήμα ταυτίζεται με το τυπικό εμπόρευμα, ενώ η εξίσωση των ανταλλαγών είναι μια εξίσωση της μορφής **M=k΄pT**. Στην τελευταία

---

[1] Μολονότι η διαίρεση των ήδη -, διά της εξίσωσης του πρότυπου εμπορεύματος του Sraffa με τη μονάδα,- προσδιορισμένων απόλυτων τιμών με το ονομαστικό ωρομίσθιο οδηγεί σε τιμές σε «αγοραζόμενη εργασία», για μια κριτική των τιμών σε αγοραζόμενη εργασία του Sraffa δες Σταμάτης (1992α) σελ.316-329

[2] Δηλαδή εκφραζόμενη ως $\underline{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{w}}$, με **p, w** η τιμή του υπό εξέταση εμπορεύματος και του ονομαστικού ωρομισθίου σε όρους ενός αρχικά χρησιμοποιηθέντος τυπικού εμπορεύματος και $\underline{\mathbf{p}}$ η σε αγοραζόμενη εργασία του υπό εξέταση εμπορεύματος.

[3] Δες επίσης και Ντοπ (1977) σελ. 96-100

εξίσωση η τιμή ενός καλαθιού εμπορεύματος, του καλαθιού **pT,** τίθεται ίση με μια ποσότητα χρήματος, με την ποσότητα χρήματος **M.** Περαιτέρω, στην τελευταία αυτή περίπτωση, το πλασματικό χρήμα είναι διάφορο του τυπικού εμπορεύματος. Μιά άλλη επίσης χαρακτηριστική εξίσωση τυποποίησης της νεοκλασικής θεωρίας είναι η εξίσωση της τιμής του μισθιακού εμπορεύματος με τη μονάδα[1].

Χαρακτηριστικά σε σχέση με τη συλλογιστική των νεοκλασικών οικονομολόγων, –λ.χ των Warlas, Marshall, Fisher κλπ όπως αυτή εισάγεται από τους Felderer/ Homburg στο Felderer/ Homburg (1991) σελ.188-189,- θα αναφέρουμε τα ακόλουθα.

Η νεοκλασική «συλλογιστική» τίθεται ως εξής: Υποθέτουμε μια οικονομία, η οποία παράγει G αγαθά και στην οποία το αγαθό G αποτελεί το χρήμα. Η οικονομία στα πλαίσια της νεοκλασικής θεωρίας διακρίνεται σε δύο τομείς, στον πραγματικό τομέα και στο χρηματικό τομέα. Στον πραγματικό τομέα η νεοκλασική θεωρία διερευνά την προσφορά και τη ζήτηση όλων των αγαθών εκτός από το χρήμα. Η εν λόγω διερεύνηση οδηγεί σε ένα σύνολο G-1 συναρτήσεων, οι οποίες εκφράζουν την πλεονάζουσα ζήτηση σε κάθε αγαθό πλην του χρήματος. Οι συναρτήσεις αυτές είναι της μορφής

$$\mathbf{E_g}(\hat{\mathbf{p}}) := \mathbf{D_g}(\hat{\mathbf{p}}) - \mathbf{S_g}(\hat{\mathbf{p}}), \quad \mathbf{g} = 1 \ldots \mathbf{G} - 1 \qquad \text{(F/H.1)}$$

Στην παράσταση αυτή, το $\mathbf{D_g}(\hat{\mathbf{p}})$ εκφράζει τη ζήτηση που υπάρχει στην εν λόγω οικονομία για το αγαθό g ως συνάρτηση των τιμών όλων των G-1 αγαθών. Αντιστοίχως, το $\mathbf{S_g}(\hat{\mathbf{p}})$ εκφράζει την προσφορά του αγαθού g ως συνάρτηση των τιμών των G-1 αγαθών[2]. Επίσης, στην παράσταση αυτή η υπερβάλλουσα ζήτηση δεν είναι συνάρτηση των απόλυτων τιμών των αγαθών, αλλά συνάρτηση των σχετικών τιμών των αγαθών με τη χρήση ενός κοινού παρονομαστή. Ο κοινός αυτός παρονομαστής, ο οποίος αποκαλείται από τον Walras ως numeraire ή ως «πρότυπο αγαθό», είναι ένα αγαθό, το οποίο χρησιμοποιείται ως κοινό μέτρο της ανταλλακτικής αξίας, δηλ. των αναλογιών ανταλλαγής, των g-1 αγαθών. Είναι ένα λογιστικό μέτρο της ανταλλακτικής αξίας, στη βάση του οποίου εκφράζονται οι τιμές των g-1 αγαθών. Το numeraire δεν αποτελεί πραγματικό χρήμα, δεν αποτελεί το γενικό μέσο πληρωμών εκείνο, στη βάση του οποίου πραγματοποιούνται οι ανταλλαγές των αγαθών, ούτε έχει τα χαρακτηριστικό της διαφύλαξης της αγοραστικής δύναμης για μελλοντική χρήση. Η ζήτηση του αγαθού που χρησιμεύει ως numeraire βασίζεται στις φυσικές και μόνο ιδιότητες του αγαθού αυτού και όχι στο ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως γενικό ανταλλακτικό μέσο ή σαν απόθεμα αξίας[3]. Οι εν λόγω σχετικές τιμές παριστάνονται στις παραπάνω υπερβάλλουσες ζητήσεις από το διάνυσμα

$$\hat{\mathbf{p}} := (\hat{\mathbf{p}}_1, \hat{\mathbf{p}}_2, \ldots, \hat{\mathbf{p}}_{\mathbf{G}-2}, 1) \qquad \text{(F/H.2)}^4$$

Εδώ ως numeraire χρησιμοποιείται το αγαθό G-1. Στο μοντέλο του Walras και κατ΄ επέκταση στα πλαίσια της νεοκλασικής συλλογιστικής, στην οικονομία υπάρχει μια γενική ισορροπία αν και μόνο αν στις αγορές των αγαθών κάθε υπερβάλλουσα ζήτηση εξαφανισθεί, ήτοι αν οι G-1

---

[1] Δες π.χ. Samuelson (1962)
[2] Felderer/ Homburg (1991) σελ, 188
[3] Θεοχάρης (1984) σελ. 214-215
[4] Felderer/ Homburg (1991) σελ, 188

συναρτήσεις υπερβάλλουσας ζήτησης, όπως αυτές παρίστανται στην παράσταση (F/H.1), μηδενιστούν. Ωστόσο όμως σύμφωνα με την νεοκλασική συλλογιστική μόνο G-2 από αυτές τις συναρτήσεις είναι ανεξάρτητες. Αυτό περαιτέρω σημαίνει οι συναρτήσεις της υπερβάλλουσας ζήτησης είναι σε θέση να μας προσδιορίσουν μόνο τις σχετικές τιμές των εμπορευμάτων. Η επίλυση του συνόλου αυτού των συναρτήσεων, για τον προσδιορισμό των ζητούμενων και των προσφερόμενων ποσοτήτων των αγαθών καθώς και για τον προσδιορισμό των σχετικών τιμών των αγαθών, πλαισιώνουν τη διερεύνηση των νεοκλασικών για τον πραγματικό τομέα της οικονομίας[1]. Ο χρηματικός τομέας της οικονομίας αφορά τον προσδιορισμό των απόλυτων χρηματικών μεγεθών της. Για να προσδιοριστούν οι απόλυτες τιμές των G-1 αγαθών, πρέπει να δοθεί στο numeraire μια χρηματική τιμή, πχ μια τιμή σε δολάρια. Στην περίπτωση αυτή το διάνυσμα των τιμών παίρνει τη μορφή

$$\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, ..., \mathbf{p}_{\mathbf{G}-1}, \mathbf{p}_{\mathbf{G}}) \qquad \text{(F/H.3)}$$

όπου $\mathbf{p}_{\mathbf{G}-1}$ η χρηματική τιμή του numeraire και $\mathbf{p}_{\mathbf{G}}$ η τιμή του χρήματος. Δεδομένου ότι το χρήμα δεν έχει τιμή, το $\mathbf{p}_{\mathbf{G}}$ ταυτίζεται με τη μονάδα[2]. Στην περίπτωση που η χρηματική τιμή του numeraire προσδιοριστεί, τότε οι τιμές των υπόλοιπων εμπορευμάτων υπολογίζονται με βάση την ακόλουθη σχέση

$$\mathbf{p}_{\mathbf{g}} = \hat{\mathbf{p}}_{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{p}_{\mathbf{G}-1}, \quad \mathrm{g} = 1...\mathbf{G}-1 \qquad \text{(F/H.4)}$$

Στη σχέση αυτή η χρηματική τιμή του numeraire, δηλαδή του εμπορεύματος G-1, είναι ήδη προσδιορισμένη. Στη συνέχεια, διαμέσου αυτής και των ήδη από τον πραγματικό τομέα προσδιορισμένων σχετικών τιμών, προσδιορίζονται και οι απόλυτες τιμές[3]. Να σημειώσουμε εδώ, ότι ο προσδιορισμός της τιμής του numeraire αποτελεί μια εξίσωση τυποποίησης με τη χρήση ως πλασματικού χρήματος κάποιου νομίσματος. Ένα περαιτέρω γνώρισμα της νεοκλασικής συλλογιστικής είναι «η παραδοχή ή η απόδειξη ότι οι πλεονάζουσες ζητήσεις είναι ανεξάρτητες από τις χρηματικές τιμές». Στην νεοκλασική συλλογιστική ισχύει η ακόλουθη σχέση

$$\mathbf{E}_{\mathbf{g}}(\mathbf{p}) = \mathbf{E}_{\mathbf{g}}(\alpha\mathbf{p}), \ \mathbf{g} = 1...\mathbf{G}-1, \alpha > 0 \qquad \text{(F/H.5)}$$

Η εξίσωση (F/H.5) εκφράζει ότι, αν όλες οι απόλυτες χρηματικές τιμές των αγαθών μεταβληθούν κατά το ίδιο μέγεθος, π.χ. διπλασιαστούν, τότε ούτε οι σχετικές τιμές επηρεάζονται ούτε η ζήτηση και η προσφορά των αγαθών[4]. Η εξίσωση αυτή, η οποία «χρησίμευε ως πρόφαση της παραδοχής ότι κανένα άτομο δεν υπόκειται στην "αυταπάτη του χρήματος"», σημαίνει επίσης ότι στα πλαίσια της ανάλυσης της πραγματικής οικονομίας δεν μπορούν να προκύψουν χρηματικές τιμές. Για να συμπληρωθεί η οικονομική θεωρία σε σχέση με τα απόλυτα ονομαστικά μεγέθη της οικονομίας, αναπτύχθηκε η ονομαζόμενη «ποσοτική θεωρία του χρήματος». Στα πλαίσια της ποσοτικής θεωρίας διατυπώνεται μια ισότητα της μορφής

---

[1] Felderer/ Homburg (1991) σελ, 188
[2] Felderer/ Homburg (1991) σελ, 188-189
[3] Felderer/ Homburg (1991) σελ, 189
[4] Felderer/ Homburg (1991) σελ, 189

M=k΄PT με k΄=k (Y/T) (F/H.6)

όπου **PT** ο συνολικός όγκος του εμπορίου σ' όλες τις αγορές. «Η εξίσωση [F/H.6] διατυπώνει το γεγονός ότι η ζήτηση ρευστών είναι ανάλογη προς το συνολικό όγκο των ονομαστικών συναλλαγών στη αγορά, **PT**. Αυτό το τελευταίο μπορεί να γραφεί και ως το ακόλουθο άθροισμα:

$$\mathbf{M} = \mathbf{k}' \cdot \sum_{\mathbf{g}=1}^{\mathbf{G}-1} \mathbf{p}_{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{D}_{\mathbf{g}}$$ »[1]

Είναι σαφές ότι και η τελευταία ισότητα αποτελεί μια εξίσωση τυποποίησης.

Ο Walras επίσης σε σχέση με την έννοια του numeraire γράφει

> «the situation of a market in a state of general equilibrium can be completely defined by relating the value of all commodities to the value of any particular one of them. That particular commodity is called the numeraire [or standard commodity]; and a unit quantity of this commodity is called a standard ['elation']. If now, we suppose the values of (A),(B),(C),(D)…all to be related to the value of (A), we obtain the following series of prices:
> **Pa,a=**1**, Pb,a=μ, Pd,a=ρ**
> If , instead of relating these values to the values of (A), we were to relate them to the value of (B), we should the following series of prices:
> **Pa,b=1/μ, Pb,b=μ/μ, Pd,b=ρ/μ**
> Thus: To shift one numeraire to another, it is only necessary to divide the prices expressed in terms of the old numeraire by the price of the new numeraire in terms of the old.» [Δες Walras (1984) σελ. 185-186.]

Έχοντας ως το σημείο αυτό αναπτύξει την έννοια και τον προσδιορισμό των σχετικών τιμών παραγωγής και τη μετατροπή αυτών, διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης, σε απόλυτες τιμές, θα περάσουμε στην ανάπτυξη του ότι διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης -όχι μόνο το διαμέσου αυτής εισαχθέν χρήμα εξαρτάται συμμετρικά από την τεχνική και την κατανομή, αλλά και ότι - τα προκύπτοντα σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής σχετικά και ονομαστικά μεγέθη δεν είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του δεδομένου αυτού συστήματος, αλλά ενός υποσυστήματος αυτού, του τυπικού υποσυστήματος. Θα δειχθεί επίσης ότι στη γενική περίπτωση η μεταβολή της εξίσωσης τυποποίησης μεταβάλλει τόσο τις σχετικές τιμές και το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ενιαίου ποσοστού κέρδους όσο και εκείνη την τεχνική, η οποία επιλέγεται στα πλαίσια του ζητήματος της επιλογής τεχνικής. Η ανάλυση και η απόδειξη των τελευταίων αποτελεί και την απόδειξη του ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής όχι μόνο δεν υπάρχει χρήμα, αλλά είναι και αδύνατον να εισαχθεί.

[1] Felderer/ Homburg (1991) σελ, 189

ΜΕΡΟΣ II

ΤΑ ΤΙΜΙΑΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΕΝΟΣ ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ ΚΑΙ ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΩΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΤΟΥ ΤΥΠΙΚΟΥ ΥΠΟΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

ΙΙ.1 Γενικά

Είναι σαφές ότι οι επικρατούσες σε μια πραγματική οικονομία μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή σχετικές τιμές είναι μονοσήμαντα προσδιορισμένες ως λόγοι ήδη προσδιορισμένων χρηματικών τιμών. Περαιτέρω, στα πλαίσια μιας πραγματικής οικονομίας και στα πλαίσια μιας συγκεκριμένης χρονικής στιγμής δεν μπορεί να νοηθεί κάποια μεταβολή των σχετικών τιμών ως συνέπεια της μεταβολής του μέτρου των τιμών. Στα πλαίσια αυτού του μέρους, θα δείξουμε ότι, σε αντίθεση με τους ισχυρισμούς της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλονται και εκείνα τα σχετικά μεγέθη, που για μια συγκεκριμένη οικονομικά σημαντική τιμή του ποσοστού κέρδους αντιστοιχούν στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής. Συνεπώς, καταδεικνύοντας ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλονται και τα σχετικά τιμιακά μεγέθη που αντιστοιχούν σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής, αποδεικνύουμε ταυτόχρονα ότι τα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν είναι σε θέση στη γενική περίπτωση να αναπαραστήσουν επαρκώς την οικονομική πραγματικότητα. Αντί τα υποδείγματα αυτά να προσδιορίσουν τους λόγους των απόλυτων τιμών μονοσήμαντα και αποκλειστικά με βάση τις τεχνικές συνθήκες παραγωγής, τελικά οι σχετικές τιμές που προσδιορίζουν, οι λόγοι δηλαδή των προσδιορισμένων στη βάση κάποιας εξίσωσης τυποποίησης απόλυτων τιμών, δεν εξαρτώνται μόνο από την τεχνική παραγωγής, αλλά και από το τυπικό εμπόρευμα, από εκείνο δηλαδή το εμπόρευμα, διαμέσου του οποίου εισάγεται το μέτρο των τιμών και προσδιορίζονται απόλυτες τιμές.

Θεωρείται ότι δεδομένου: α) ενός συστήματος παραγωγής, β) μιας εξίσωσης τυποποίησης και γ) είτε του ποσοστού κέρδους, είτε του ονομαστικού ωρομισθίου, τα ονομαστικά μεγέθη, τα οποία προκύπτουν, αποτελούν χαρακτηριστικά μεγέθη τόσο του δεδομένου συστήματος όσο και της χρησιμοποιηθείσας από αυτό τεχνικής. Αυτή η θεώρηση των γραμμικών συστημάτων παραγωγής κάνει τη σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία να ομιλεί είτε για την w-r-σχέση μιας δεδομένης τεχνικής είτε για την w-r-σχέση ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής[1].

[1] Όλα τα συγγράμματα των σύγχρονων νεορικαρδιανών οικονομολόγων καθώς επίσης και όλα τα συγγράμματα των νεοκλασικών οικονομολόγων που μετείχαν στη «διένεξη» των δύο Cambridge χρησιμοποιούν μεταξύ άλλων τις φράσεις η «w-r-σχέση της τεχνικής», η «w-r-καμπύλη της τεχνικής» ή «w-r-σχέση του συστήματος», το «όριο του μισθού του συστήματος», το «όριο του μισθού-κέρδους μιας τεχνικής» κλπ. [Δες π.χ Garegnani (1970) 408-409,412, Kurz/Salvadori (1995) σελ.115 , Bhaduri 1969 σελ. 164, Jones (1993) 172]. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε και την άποψη του Sraffa στην παράγραφο 31 του βιβλίου του. Σύμφωνα με τον Sraffa η γραμμική w-r-σχέση η οποία προκύπτει σε ένα πρότυπο σύστημα αποτελεί και την w-r-σχέση του δεδομένου πραγματικού συστήματος. Να σημειώσουμε εδώ ότι το πρότυπο σύστημα του Sraffa είναι εκείνο το σύστημα, που χρησιμοποιεί την τεχνική του δεδομένου συστήματος και ως καθαρό προϊόν του παράγει το πρότυπο εμπόρευμα. Σε σχέση με την αναφορά αυτή στην άποψη του Sraffa στη συνέχεια θα δείξουμε ότι η w-r-σχέση ενός συστήματος παραγωγής δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος εκείνου του υποσυστήματος της δεδομένης τεχνικής, που ως καθαρό προϊόν του παράγει το τυπικό εμπόρευμα. Το τονίζουμε αυτό, γιατι οι Kurz/Gehrke στο Kurz/Gehrke (1994) σελ.104 χαρακτήρισαν απορημένοι την έκθεση του Σταμάτη, ότι η w-r-σχέση που προκύπτει στα πλαίσια ενός συστήματος παραγωγής είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του υποσυστήματος που παράγει το τυπικό εμπόρευμα και όχι του δεδομένου συστήματος, ως μια «peculiar idea». Οι συγγραφείς αυτοί φαίνεται ότι δεν διακρίνουν ότι και ο Sraffa αλλά και άλλοι όπως ο Garegnani διαχωρίζουν σαφώς το υποσύστημα εκείνο που προσδιορίζει την w-r-σχέση, από το δεδομένο σύστημα παραγωγής, καίτοι δεν καταλήγουν στο παραπάνω συμπέρασμα του Σταμάτη. Να πούμε ότι ο Garegnani προσδιορίζει την w-r-σχέση με βάση εκείνο το υποσύστημα του δεδομένου συστήματος παραγωγής, που παράγει το ως τυπικό εμπόρευμα ορισμένο πραγματικό ωρομίσθιο [δες Garegnani (1970) σελ.154-155 και Garegnani (1995) σελ.268-269.]

Όταν χρησιμοποιούμε τον όρο *w-r-σχέση,* εννοούμε εκείνη τη σχέση που προσδιορίζεται μεταξύ του ποσοστού κέρδους **r** και του ονομαστικού ωρομισθίου **w** , η οποία προκύπτει στα πλαίσια ενός δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος τιμών όταν τα **w, r** λαμβάνουν οικονομικά σημαντικές τιμές, τιμές δηλαδή οι οποίες δεν οδηγούν σε αρνητικές τιμές για τα εμπορεύματα του δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος των τιμών. Με άλλα λόγια, μια w-r-σχέση προσδιορίζεται στη βάση ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής όταν για το δεδομένο σύστημα παραγωγής διερευνούμε τις τιμές παραγωγής για οικονομικά σημαντικά επίπεδα του ποσοστού κέρδους και του ονομαστικού ωρομισθίου και αφού προηγουμένως έχουμε εισαγάγει μια συγκεκριμένη εξίσωση τυποποίησης.

Είναι σαφές ότι στα πλαίσια των τιμών παραγωγής ο προσδιορισμός για ένα δεδομένο ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο του γενικού ποσοστού κέρδους συναρτάται άμεσα με τον προσδιορισμό των τιμών των εμπορευμάτων, και όχι ανεξάρτητα από αυτές. Για δεδομένο ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο διερευνούνται εκείνες οι τιμές των εμπορευμάτων και εκείνο το ενιαίο-γενικό ποσοστό κέρδους, έτσι ώστε οι τιμές των εμπορευμάτων να ισούνται με το κόστος των αναλωθέντων μέσων παραγωγής τους προσαυξημένο με ένα τέτοιο επίπεδο κερδών ώστε να προκύψει ένα ενιαίο σε κάθε διαδικασία παραγωγής πσοσοστό κέρδους. Το τελευταίο όμως σημαίνει ότι, για δεδομένο ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο, ο προσδιορισμός του ενιαίου-γενικού ποσοστού κέρδους συνδέεται μονοσήμαντα με συγκεκριμένες τιμές εμπορευμάτων και προσδιορίζεται παράλληλα με αυτές. Ως εκ τούτου, κάθε w-r-σχέση σχετίζεται μονοσήμαντα με συγκεκριμένες τιμές εμπορευμάτων και προσδιορίζεται παράλληλα με αυτές. Η θεώρηση επομένως, της προκύπτουσας w-r-σχέσης στα πλαίσια ενός δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος παραγωγής ως w-r-σχέσης της δεδομένης τεχνικής και του δεδομένου συστήματος παραγωγής, σημαίνει ταυτόχρονα ότι και οι προσδιορίζουσες την w-r-σχέση τιμές των εμπορευμάτων είναι και αυτές τιμές του δεδομένου συστήματος παραγωγής και της τεχνικής που χρησιμοποιεί.

Θα δείξουμε όμως ότι η αναγωγή, των ονομαστικών μεγεθών ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής σε ονομαστικά μεγέθη τα οποία αντιστοιχούν στη χρησιμοποιηθείσα από το δεδομένο σύστημα τεχνική, προϋποθέτει άρρητα την *ουδετερότητα* της εξίσωσης τυποποίησης. Λέγοντας *ουδετερότητα* της εξίσωσης τυποποίησης εννοούμε την περίπτωση κατά την οποία η εισαγωγή και η μεταβολή της εξίσωσης τυποποίησης οδηγεί μόνο στον προσδιορισμό και τη μεταβολή των ονομαστικών μεγεθών, και όχι και στον προσδιορισμό και τη μεταβολή των σχετικών τιμών και του οικονομικά σημαντικού διαστήματος του ποσοστού κέρδους. Ήδη έχουμε εξηγήσει ότι από το ατυποποίητο σύστημα των τιμών, που αντιστοιχεί σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής, μπορούμε να προσδιορίσουμε ένα οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους $0 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{r}_{max}$ τέτοιο, ώστε για κάθε **r** να αντιστοιχούν θετικά και ημιθετικά διανύσματα σχετικών τιμών. Το γεγονός τώρα, ότι η αναγωγή των ονομαστικών μεγεθών ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής σε ονομαστικά μεγέθη της τεχνικής που χρησιμοποιεί προϋποθέτει την ουδετερότητα της εξίσωσης τυποποίησης, είναι συνέπεια του ότι στην αντίθετη περίπτωση -στην περίπτωση δηλαδή που μεταβαλλόμενης της εξίσωσης τυποποίησης μεταβάλλονται τόσο οι σχετικές τιμές όσο και το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους- τόσο τα απόλυτα μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής όσο και τα σχετικά μεγέθη και το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους του συστήματος αυτού δεν προσδιορίζονται μόνο από την τεχνική που χρησιμοποιεί, αλλά τόσο από την τεχνική όσο και από την τυποποίηση η οποία εισάγεται. Περαιτέρω, θα δείξουμε ότι τα τιμιακά μεγέθη, τα οποία προκύπτουν από ένα τυποποιημένο σύστημα τιμών στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, δεν αποτελούν χαρακτηριστικά μεγέθη ούτε του δεδομένου συστήματος, αλλά χαρακτηριστικά ενός υποσυστήματος του αρχικού συστήματος παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί την ίδια τεχνική με αυτό παράγει όμως ένα διαφορετικό καλάθι εμπορευμάτων ως καθαρό προϊόν. Ως καθαρό προϊόν παράγει το τυπικό εμπόρευμα. Το υποσύστημα εκείνο ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί την ίδια τεχνική με το δεδομένο σύστημα παραγωγής και το οποίο παράγει ως καθαρό προϊόν του τυπικό εμπόρευμα, θα το καλούμε *τυπικό υποσύστημα*[1].

Αν η τυποποίηση μεταβάλλει τόσο τα ονομαστικά όσο και τα σχετικά τιμιακά μεγέθη ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, τότε αυτό σημαίνει ότι μια οικονομία σε μια συγκεκριμένη στιγμή, νοούμενη ως μια τεχνική η οποία τίθεται σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο λειτουργίας, ως μια τεχνική δηλαδή η οποία παράγει ένα συγκεκριμένο καθαρό προϊόν, δεν μπορεί μονοσήμαντα, αν προηγουμένως δεν προσδιοριστεί τι θα αποτελέσει μέτρο των τιμών, να προσδιορίσει τους λόγους στους οποίους ανταλλάσσονται τα εμπορεύματα. Όμως, ήδη έχουμε πει ότι δεδομένου ενός συστήματος παραγωγής και ενός συγκεκριμένου οικονομικά σημαντικού ποσοστού κέρδους r το δεδομένο σύστημα παραγωγής είναι σε θέση να προσδιορίσει μονοσήμαντα σχετικές τιμές –τιμές το απόλυτο μέγεθος των οποίων και το μέτρο τους είναι άγνωστο. Συνεπώς, το ότι η εισαγωγή και η μεταβολή της τυποποίησης ενδέχεται να μεταβάλλει και εκείνα τα σχετικά μεγέθη, τα οποία προσδιορίζονται σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής για ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους πριν την εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης, και συνεπώς και τα σχετικά τιμιακά μεγέθη τα οποία λόγω της γραμμικότητας των εν λόγω υποδειγμάτων αντιστοιχούν στην τεχνική που χρησιμοποιεί, σημαίνει ότι η τυποποίηση, αναφορικά με τα χαρακτηριστικά τιμιακά μεγέθη που αντιστοιχούν σε ένα δεδομένο σύστημα τιμών και στην τεχνική που εκφράζει, δεν είναι ουδέτερη. Παράλληλα και σε ένα πρώτο βαθμό προσέγγισης, πρέπει να παρατηρήσουμε και το εξής: στην προηγούμενη ανάλυση μας εγινε σαφές ότι δεδομένου απλώς του ονομαστικού ωρομισθίου w, με $w>0$, ένα ατυποποίητο σύστημα τιμών αφενός δεν μπορεί να μας προσδιορίσει ούτε απόλυτες ούτε σχετικές τιμές, αφετέρου δεν μπορεί να μας προσδιορίσει ούτε και κάποια τιμή για το ποσοστού κέρδους. Επομένως, τα γραμμικά συστήματα παραγωγής στη βάση μόνο των τεχνικών συνθηκών παραγωγής είναι αδύνατον από την πλευρά της γνώσης μόνο του ονομαστικού ωρομισθίου να μας οδηγήσουν σε κάποια κατανόηση του επιπέδου των τιμιακών μεγεθών. Ωστόσο, η αδυναμία αυτή ανατρέπεται όταν εισαχθεί η εξίσωση τυποποίησης.

Όταν εισαχθεί μια εξίσωση τυποποίησης, από εκεί που δεν ήμασταν σε θέση να προσδιορίσουμε ούτε σχετικές τιμές ούτε κάποιο ποσοστό κέρδους, είμαστε πλέον σε θέση να προσδιορίσουμε τόσο σχετικές και απόλυτες τιμές για τα εμπορεύματα, όσο και τιμές για το επίπεδο του ποσοστού κέρδους. Μάλιστα θα δειξουμε ότι είμαστε σε θέση να προσδιορίσουμε είτε **n** διαφορετικές σχετικές και απόλυτες τιμές και **n** ποσοστά κέρδους είτε ένα μόνο διάνυσμα σχετικών και απόλυτων τιμών και μία τιμή του ποσοστού κέρδους. Θα δείξουμε επίσης αφενός ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται και το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους, αφετέρου ότι και στα πλαίσια του τυποποιημένου συστήματος των τιμών ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής δεν μπορεί να υπάρξει ένα γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Αρκεί προς το παρόν να αναφέρουμε πως, επειδή στην απλή παραγωγή έχουμε δει ότι όταν το ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα είναι μικρότερο του μη βασικού τομέα, τότε, αν το ονομαστικό ωρομίσθιο λάβει μηδενική τιμή, προκύπτουν δύο τουλάχιστον τιμές για το ποσοστό κέρδους,

[1] Το τυπικό υποσύστημα τόσο ως όρος όσο και ως προς τη λειτουργία του εισήχθηκε και αναλύθηκε στη βιβλιογραφία από τον Σταμάτη -,στο Σταμάτης 1983 και 1987,- στα πλαίσια της κριτικής του απέναντι στη σύγχρονη νεορικαδιανή θεωρία. Η ανάλυση η οποία παρατίθεται στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, στηρίζεται ακριβώς στη με βάση την έννοια του τυπικού υποσυστήματος κριτική του Σταμάτη απέναντι στη σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία.

οι $\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2$, και επειδή στην περίπτωση αυτή α) όταν το ποσοστό κέρδους λάβει την τιμή $\overline{\mathbf{R}}_1$, οι (σχετικές) τιμές τόσο για τα βασικά όσο και για τα μη βασικά εμπορεύματα είναι θετικές, και β) όταν το ποσοστό κέρδους λάβει την τιμή $\overline{\mathbf{R}}_2$, μόνο οι τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων είναι θετικές και οι τιμές των βασικών μηδενικές, έπεται ότι, όταν εισάγει κάποιος μια εξίσωση τυποποίησης αποτελούμενη μόνο από βασικά εμπορεύματα, ήτοι όταν θέσει την τιμή των βασικών εμπορευμάτων ίση με μια σταθερά, τότε η εξίσωση αυτή θα οδηγεί σε θετικές τιμές τόσο για τα βασικά εμπορεύματα όσο και για τα μη βασικά εμπορεύματα, καθώς και σε ένα μέγιστο ποσοστό κέρδους ίσο με αυτό του δεδομένου συστήματος παραγωγής, ήτοι με το $\overline{\mathbf{R}_1}$. Αν αντιθέτως εισαχθεί μια εξίσωση τυποποίησης αποτελούμενη τόσο από βασικά όσο και από μη βασικά εμπορεύματα, τότε προκύπτουν και οι δύο εν λόγω τιμές για το ποσοστό κέρδους και συνεπώς και δύο διαφορετικά διανύσματα σχετικών και απόλυτων τιμών[1]. Σε αντίθεση με όσα ισχυριζόμαστε εδώ και τα οποία θα αποδείξουμε στη συνέχεια, οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί εκφράζουν την ακριβώς αντίθετη άποψη. Χαρακτηριστικά οι Kurz/Gehrke (στο Kurz/Gehrke (1994) σελ.103) επικρίνοντας το αρθρο του Σταμάτη [Σταμάτης (1993)], στο οποίο αναλυόταν η μη ουδετερότητα του τυπικού εμπορευματος, δηλώνουν τα εξής[2]:

> «The numeraire is chosen by the theorist; it cannot alter the mathematical properties of the economic system under investigation. Some numerairs have useful properties that can be used by the theorist. For example if some price can vanish it is convenient to adopt a standard of value consisting of a positive amount of each commodity…there is no harm in changing the standard of value provided it is kept in mind that such changes are carried out by the observer and cannot alter properties of the observed object.»

Η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία ισχυρίζεται ότι η εξίσωση τυποποίησης είναι ουδέτερη, θεωρεί δηλαδή ότι οι σχετικές τιμές που προσδιορίζονται για ένα δεδομένο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους (ή για ένα δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο) δεν επηρεάζονται από την εισαγωγή και τη μεταβολή της εξίσωσης τυποποίησης. Για την εν λόγω θεωρία, η εξίσωση τυποποίησης προσδιορίζει απλώς και μόνο τις απόλυτες τιμές των εμπορευμάτων, χωρίς να επιφέρει καμιά μεταβολή στα σχετικά τιμιακά μεγέθη που προσδιορίζονται στο ατυποποίητο σύστημα των τιμών. Η επιλογή δε της εξίσωσης αυτής, επειδή, σύμφωνα πάντα με τη σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία δεν επηρεάζει τα μεγέθη που προσδιορίζονται από ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής, μπορεί να ορίζεται αυθαίρετα[3] από τον θεωρητικό, σύμφωνα με τις ιδιότητες που θέλει να φέρει στην επιφάνεια. Ως άμεση συνέπεια αυτού, ως άμεση συνέπεια δηλαδή της θεώρησης της εξίσωσης τυποποίησης ως ουδέτερης, έπεται και η θεώρηση των σχετικών και των ονομαστικών μεγεθών ενός δεδομένου συστήματος που προκύπτουν στα πλαίσια κάποιας εξίσωσης τυποποίησης αφενός ως χαρακτηριστικά μεγέθη του δεδομένου αυτού συστήματος και αφετέρου, λόγω της γραμμικότητας της τεχνικής που το σύστημα χρησιμοποιεί, και ως χαρακτηριστικά μεγέθη και της τεχνικής που χρησιμοποιεί. Η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία ισχυρίζεται ότι η εξίσωση τυποποίησης είναι ουδέτερη. Ως εκ τούτου, συμπεραίνει ότι τα τιμιακά μεγέθη που προκύπτουν στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής προσδιορίζονται αποκλειστικά με βάση της τεχνικές συνθήκες παραγωγής, προσδιορίζονται δηλαδή

[1] Το ζήτημα αυτό παρατηρήθηκε από τον Μαριόλη [δες Μαριόλης (1996β) σελ.178-181]

[2] Να σημειωθεί ότι στο άρθρο αυτό οι εν λόγω συγγραφείς ευχαριστούν και τους Harcourt, Knell, Salvadori, για τα χρήσιμα σχόλια τους, αφήνοντας να εννοηθεί ότι η βασική σκέψη του άρθρου, σύμφωνα με την οποία το τυπικό εμπόρευμα είναι ουδέτερο, βρίσκεται σε συμφωνία και με τους εν λόγω οικονομολόγους.

[3] Δες και Pasinetti (1966) σελ. 513

αποκλειστικά με βάση την τεχνική που χρησιμοποιεί το δεδομένο σύστημα. Επειδή λοιπόν, για τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς τα τιμιακά μεγέθη ενός δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος παραγωγής δεν επηρεάζουν σε τίποτε τα τιμιακά μεγέθη που προκύπτουν στο ίδιο μη τυποποιημένο δεδομένο σύστημα παραγωγής και επειδή αυτά τα τελευταία μεγέθη εξαρτώνται μόνο από τους όρους παραγωγής, όπως εκφράζονται στην τεχνική που χρησιμοποιεί το εν λόγω σύστημα, συνάγουν το συμπέρασμα ότι και τα τιμιακά μεγέθη που προσδιορίζονται από το τυποποιημένο σύστημα προσδιορίζονται αποκλειστικά με βάση την τεχνική που χρησιμοποιεί το δεδομένο σύστημα. Συνεπώς, προσδιορίζονται ανεξάρτητα από το καθαρό προϊόν που παράγεται με βάση την δεδομένη τεχνική. Αυτή η θεώρηση κάνει την σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία να ομιλεί είτε για την w-r-σχέση της τεχνικής είτε για την w-r-σχέση ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής.

Ο ισχυρισμός της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, ότι η w-r-σχέση που προκύπτει από ένα τυποποιημένο σύστημα τιμών στα πλαίσια μια δεδομένης τεχνικής παραγωγής είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της δεδομένης τεχνικής, προϋποθέτει την ουδετερότητα της εξίσωσης τυποποίησης. Αντίθετα με αυτούς τους ισχυρισμούς, θα δείξουμε ότι η w-r-σχέση δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της τεχνικής που ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής χρησιμοποιεί, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος, του υποσυστήματος δηλαδή που χρησιμοποιεί την ίδια με το δεδομένο σύστημα παραγωγής τεχνική, αλλά ως καθαρό προϊόν του παράγει το τυπικό εμπόρευμα.

Η ανάλυση αυτή, η ανάλυση δηλαδή του ότι η w-r-σχέση που προκύπτει από ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής στα πλαίσια μια δεδομένης εξίσωσης τυποποίησης δεν είναι η w-r-σχέση της τεχνικής που το δεδομένο σύστημα χρησιμοποιεί, αλλά η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος που αντιστοιχεί στο δεδομένο σύστημα παραγωγής, θα μας δώσει την ικανότητα να κατανοήσουμε πώς προσδιορίζεται η θέση και η κλίση της γραφικής παράστασης της εν λόγω σχέσης στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Θα δειξουμε ότι μεταβαλλόμενης, στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, της εξίσωσης τυποποίησης, μεταβάλλεται και η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης.

***

Να σημειώσουμε στο σημείο αυτό, ότι η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης έχει αποτελέσει κύριο αντικείμενο της οικονομικής ανάλυσης τόσο στα πλαίσια της ανάλυσης και της προσπάθειας του Sraffa να δείξει ότι το δικό του τυπικό εμπόρευμα, ήτοι το πρότυπο εμπόρευμα, αποτελεί το «αμετάβλητο μέτρο των τιμών και των αξιών» του Ricardo, όσο και στα πλαίσια της λεγόμενης «διένεξης» των δύο Cambridge.

Το κύριο χαρακτηριστικό το οποίο προκύπτει στα πλαίσια της τυποποίησης με τη χρήση ως τυπικού εμπορεύματος του πρότυπου εμπορεύματος, είναι ότι η προκύπτουσα w-r-σχέση είναι γραμμική. Το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa δεν μπορεί σε καμία περίπτωση να αποτελέσει «το αμετάβλητο μέτρο των τιμών και των αξιών» του Ricardo, κι αυτό α) γιατί στα γραμμικά συστήματα παραγωγής του Sraffa, δεδομένου ότι το μόνο που προσδιορίζουν είναι (σχετικές) τιμές, έπεται ότι δεν υπάρχουν αξίες και κατά συνέπεια δεν μπορεί να υπάρξει και ένα αμετάβλητο μέτρο των αξιών, και β) γιατί, κατά την ανάπτυξη της έννοιας της εξίσωσης τυποποίησης, είδαμε ότι η εξίσωση τυποποίησης αποτελεί την εξίσωση της τιμής ενός εμπορεύματος με μια θετική σταθερά, συνεπώς η τιμή του πρότυπου εμπορεύματος του Sraffa παραμένει σταθερή -ανεξάρτητη δηλαδή από τις μεταβολές του ποσοστού κέρδους και του ονομαστικού ωρομισθίου- μόνο για ένα λόγο, γιατί ευθύς εξ αρχής έχει υποτεθεί σταθερή[1]. Περαιτέρω, όπως έχει δειχθεί από τον Marx, η προσπάθεια του Ricardo για την εύρεση ενός «αμετάβλητου μέτρου των τιμών και των αξιών» αποτελούσε έκφραση εκείνης της εσφαλμένης αντίληψης του Ricardo, σύμφωνα με την οποία η ουσία τόσο των τιμών όσο και των αξιών είναι η εργασία. Η Αντίληψη αυτή όμως είναι εσφαλμένη, γιατί η ουσία των τιμών δεν είναι η εργασία, αλλά το πραγματικό χρήμα. Περαιτέρω, η προσπάθεια αυτή του Ricardo ενέχει μια προσπάθεια οι διαμέσου της εργασίας προσδιορισμένες αξίες να μεταμορφωθούν και να πάρουν την μορφή τιμών, να πάρουν δηλαδή την μορφή μεγεθών που εκφράζονται σε πραγματικό χρήμα, με άλλα λόγια, ενέχει την κατανόηση του Ricardo ότι οι τιμές είναι μορφές των διαμέσου της εργασίας προσδιορισμένων αξιών. Επομένως, επειδή στο μοντέλο του Sraffa δεν υπάρχουν ούτε αξίες ούτε πραγματικό χρήμα και αρα δεν μπορεί και να τεθεί ζήτημα μεταμόρφωσης των αξιών σε τιμές εκφρασμένες σε πραγματικό χρήμα, ο ισχυρισμός του Sraffa, ότι το πρότυπο εμπόρευμα αποτελεί και το «αμετάβλητο μέτρο των τιμών και των αξιών» του Ricardo, είναι εσφαλμένος. Αυτό που μένει να αναλυθεί, σε σχέση με το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa, είναι η ιδιαιτερότητα του ως τυπικό εμπόρευμα, η ιδιαιτερότητά του ως τυπικό εμπόρευμα που οδηγεί σε γραμμική w-r-σχέση. Στα πλαίσια του παρόντος μέρους, ένα από τα ζητήματα που θα εξεταστούν είναι και οι τυποποιήσεις που μας οδηγούν σε γραμμικές w-r-σχέσεις.

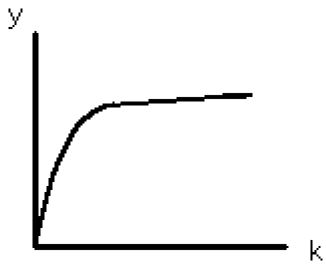
Σε σχέση με τη λεγόμενη «διένεξη» των δύο Cambridge πρέπει να σημειωθούν τα ακόλουθα: Οι νεοκλασικοί οικονομολόγοι στα πλαίσια της «διένεξης» αυτής εξέφραζαν τη θέση ότι η οικονομία από την πλευρά της παραγωγής μπορεί να εκφραστεί από μια συνάρτηση παραγωγής της μορφής **Y= F(K,L)**. Η εν λόγω συνάρτηση δηλώνει ότι το συνολικά παραγόμενο καθαρό προϊόν **Y** είναι συνάρτηση ενός ομοιογενούς συντελεστή “κεφάλαιο” και ενός ομοιογενούς συντελεστή “εργασία”. Περαιτέρω, για τη συνάρτηση αυτή ισχύουν οι και ακόλουθες ιδιότητες:

- $\mathbf{f'(K)} = \dfrac{\mathbf{\theta Y}}{\mathbf{\theta K}} > 0,\ \mathbf{f'(L)} = \dfrac{\mathbf{\theta Y}}{\mathbf{\theta L}} > 0,\quad \mathbf{f'(K)} = \dfrac{\mathbf{\theta^2 Y}}{\mathbf{\theta K^2}} < 0,\ \mathbf{f'(K)} = \dfrac{\mathbf{\theta^2 Y}}{\mathbf{\theta L^2}} < 0$
- $\mathbf{f(\lambda K,\lambda L)=\lambda f(K,L)}$
- Αν **λ=1/L,** έπεται $\mathbf{y} = \dfrac{\mathbf{Y}}{\mathbf{L}} = \mathbf{f}(\dfrac{\mathbf{K}}{\mathbf{L}},1) = \mathbf{f(k)}\quad \mathbf{\mu\varepsilon\ k} = \dfrac{\mathbf{K}}{\mathbf{L}}$. Για την συνάρτηση **f(k)** ισχύει το παρακάτω Σχήμα 9.
- Σύμφωνα με τη νεοκλασική θεωρία, επειδή το ποσοστό κέρδους **r**, το ονομαστικό ωρομίσθιο και η τιμή της μονάδας του καθαρού προϊόντος **p** είναι στα πλαίσια μιας κατάστασης ισορροπίας λόγω του ανταγωνισμού προσδιορισμένα και συνεπώς μπορούν να θεωρηθούν ως δεδομένα και επειδή οι καπιταλιστές προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους ανά μονάδα εργασίας, ισχύει ότι
  $$\max \frac{\textbf{κέρδος}}{\textbf{μονάδα εργασίας}} = \max(\mathbf{pf(k) - rk - w}) \rightarrow \frac{\mathbf{\theta(pf(k) - r{*}k - w{*})}}{\mathbf{\theta k}} = 0 \Rightarrow$$
  $$\Rightarrow \mathbf{r{*}} = \mathbf{f'(k)} = \mathbf{p}\frac{\mathbf{\theta y}}{\mathbf{\theta k}}$$
- Με ανάλογο σκεπτικό ισχύει επίσης ότι $\mathbf{w{*}=p}\dfrac{\mathbf{\theta y}}{\mathbf{\theta L}}$.
- Περαιτέρω, υπό την προϋπόθεση ότι η συνάρτηση παραγωγής υπόκειται σε σταθερές αποδόσεις κλίμακας, έπεται ότι το συνολικό καθαρό προϊόν κατανέμεται εξ’ ολοκλήρου

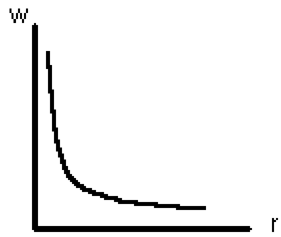
---

[1] Σταμάτης (1992α) σελ. 275-278, 460-465

μεταξύ κερδών και μισθών. Αυτό όμως σημαίνει ότι $\mathbf{w}=\mathbf{pf}(\mathbf{k})-\mathbf{rk}\Rightarrow\frac{\boldsymbol{\theta}\mathbf{w}}{\boldsymbol{\theta}\mathbf{k}}=-\mathbf{kpf}'(\mathbf{k})$. Επειδή όμως υποθέσαμε ότι **f ΄΄(k)<0**, έπεται ότι $\frac{\boldsymbol{\theta}\mathbf{w}}{\boldsymbol{\theta}\mathbf{k}}>0$. Διαιρώντας τώρα το $\frac{\boldsymbol{\theta}\mathbf{w}}{\boldsymbol{\theta}\mathbf{k}}$ με $\frac{\boldsymbol{\theta}\mathbf{r}}{\boldsymbol{\theta}\mathbf{k}}$, συνεπάγεται ότι $\frac{\boldsymbol{\theta}\mathbf{w}}{\boldsymbol{\theta}\mathbf{r}}=-\mathbf{pk}$. Η τελευταία σχέση μας δηλώνει ότι κατά τη νεοκλασική θεωρία μια οριακή μεταβολή του ποσοστού κέρδους **r** επιφέρει μια τέτοια οριακή μεταβολή στο ονομαστικό ωρομίσθιο **w,** ώστε ο λόγος των εν λόγω οριακών μεταβολών, ήτοι ο λόγος της οριακής μεταβολής του ονομαστικού ωρομισθίου προς την οριακή μεταβολή του ποσοστό κέρδους, είναι ίσος με μείον ένα πολλαπλασιασμένη την τιμιακή ένταση κεφαλαίου. Αν περαιτέρω υποθέσουμε ότι **p=1**, τότε ο ίδιος λόγος είναι ίσος και με τη φυσική ένταση κεφαλαίου. Στη βάση αυτής της ανάλυσης και για **p=1,** έπεται ότι για την νεοκλασική αθροιστική συνάρτησης παραγωγής ισχύει μια w-r-σχέση της μορφής του σχήματος 10. Κάθε σημείο της συνάρτησης w-r που αναπαρίσταται στο Σχήμα 10 αφορά και μια διαφορετική τεχνική, αφού αφορά ένα διαφορετικό μέγεθος φυσικής έντασης κεφαλαίου. Συνεπώς, η συνάρτηση παραγωγής αφορά ένα σύνολο από τεχνικές παραγωγής, κάθεμία από τις οποίες προσδιορίζεται από τις εφαπτόμενες της w-r-σχέσης του σχήματος 10.



Σχήμα 9



Σχήμα 10

Στα πλαίσια της «διένεξης» των δύο Cambridge, οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί έδειξαν ότι όσα εκφράζει η παραπάνω συνάρτηση παραγωγής δεν μπορούν α) να επεκταθούν σε μια οικονομία που το κεφάλαιο της δεν είναι ένας ομοιογενής συντελεστής και β) να επεκταθούν στην περίπτωση που καίτοι το κεφάλαιο είναι ένας ομοιογενής συντελεστής, το καθαρό προϊόν δεν είναι από τεχνικοπαραγωγική άποψη το ίδιο με τα μέσα παραγωγής του. Για να έχουν ισχύ δηλαδή τα συμπεράσματα της νεοκλασικής θεωρίας, η φυσική ένταση κεφαλαίου του καθαρού προϊόντος κάθε τεχνικής, η οποία αναπαρίσταται στα πλαίσια της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής, πρέπει να είναι ίση με τη φυσική ένταση κεφαλαίου καθενός εκ των των εμπορευμάτων που συνιστούν το κεφάλαιο στη βάση του οποίου παράγονται τα εν λόγω καθαρά προϊόντα. Αν, στα πλαίσια των τεχνικών που συνιστούν τη νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής, η φυσική ένταση κεφαλαίου στη βάση της οποίας παράγεται το καθαρό προϊόν μιας δεδομένης τεχνικής –οθότερα συστήματος- δεν είναι ίση με τη φυσική ένταση κεφαλαίου των εμπορευμάτων, από τα οποία αποτελείται το για την παραγωγή του εν λόγω καθαρού προϊόντος κεφάλαιο και τα οποία εμπορεύματα παράγονται στην εν λόγω τεχνική, τότε η w-r-σχέση της τεχνικής αυτής ενδέχεται να μην είναι γραμμική. Ως εκ τούτου, ενδέχεται τόσο η ίδια τεχνική όσο και η ίδια τιμιακή ένταση κεφαλαίου να επανεμφανίζονται σε δύο διαφορετικές τιμές του ποσοστού κέρδους. Ταυτόχρονα, από τη στιγμή που λαβαίνει χώρα το φαινόμενο της επανεμφάνισης των τεχνικών και γενικότερα στην περίπτωση που η τιμιακή ένταση κεφαλαίου μιας τεχνικής δεν παραμένει για κάθε ποσοστό κέρδους σταθερή και συνεπώς η w-r-σχέση της τεχνικής αυτής δεν είναι γραμμική, δεν μπορεί να ισχύσει ότι το ποσοστό κέρδους είναι ίσο με το γινόμενο της οριακής παραγωγικότητας του κεφαλαίου επί την τιμή του εμπορεύματος που συνιστά το καθαρό προϊόν[1].

Ωστόσο στο σημείο αυτό να σημειώσουμε ότι η θεώρηση, της προκύπτουσας w-r-σχέσης στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής και στα πλαίσια μιας δεδομένης εξίσωσης τυποποίησης ως w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής τόσο από τους σύγχρονους νεορικαρδιανους όσο και τους νεοκλασικούς, οδηγεί τους οικονομολόγους αυτούς και κυρίως τους σύγχρονους νεορικαρδιανους στο συμπέρασμα ότι η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής μπορεί να ισχύσει μόνο όταν, πρώτον, η τιμιακή ή η φυσική ένταση κεφαλαίου κάθε τεχνικής της συνάρτησης αυτής είναι σταθερή και δεύτερον, η κλίση της w-r-σχέσης κάθεμιας από τις εν λόγω τεχνικές είναι ίση σε απόλυτο μέγεθος με την σταθερή τιμιακή ένταση κεφαλαίου που τους αντιστοιχεί. Ένα ζήτημα που θα τεθεί εδώ, στο Μέρος 2, είναι η κατάδειξη, ότι η ισχύς της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής δεν συνεπάγεται ότι η κλίση της w-r-σχέσης κάθεμιας από τις τεχνικές της είναι ίση με την σταθερή τιμιακή ένταση κεφαλαίου της τεχνικής πολλαπλασιαμένη με μείον ένα. Θα δείξουμε ότι το γεγονός, πως η w-r-σχέση μιας δεδομένης τεχνικής δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της δεδομένης αυτής τεχνικής, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος, συνεπάγεται ότι η ισχύς της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής προϋποθέτει πως η κλίση των w-r-σχέσεων των τεχνικών, τις οποίες αναπαριστά, είναι γραμμικές ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος. Θα δειχθεί ότι, όταν οι w-r-σχέσεις που ενέχει μια τεχνική για κάθε τυπικό εμπόρευμα είναι γραμμικές, τότε η κλίση αυτών των γραμμικών w-r-σχέσεων είναι ίση με τη με μείον ένα πολλαπλασιασμένη τιμιακή ένταση κεφαλαίου των αντιστοιχούντων στην δεδομένη τεχνική, για κάθε τυπικό εμπόρευμα, τυπικών υποσυστημάτων.

Να σημειώσουμε επίσης ότι σε αντίθεση με την παραπάνω αναφερόμενη άποψη περί ουδετερότητας του τυπικού εμπορεύματος, ήδη από το 1972, ο Akuz σε άρθρο του – δες Akuz (1972)- είχε διαπιστώσει ότι στο διτομεακό μοντέλο του Hicks η μεταβολή της εξίσωσης τυποποίησης επιδρά τόσο στις σχετικές τιμές, όσο και στην ισχύ της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής.[2].

Το Μέρος ΙΙ θα αναπτυχθεί ως εξής: α) θα αναπτύξουμε την w-r-σχέση και τις σχετικές τιμές των εμπορευμάτων ως χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής στα πλαίσια της απλής παραγωγής, β) θα αναπτύξουμε τις περιπτώσεις που στα πλαίσια των συστημάτων απλής παραγωγής προκύπτουν γραμμικές w-r-σχέσεις και γ) θα επεκτείνουμε τα συμπεράσματά μας στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής.

---

[1] Δες π.χ. Garegnani (1970), Bhaduri (1996), Σταματης (1996γ) σελ.167-179.

[2] Σε σχέση με την αναφορά αυτή στο παραπάνω άρθρο του Akuz, δεν λαμβάνουμε ως ορθούς τους ισχυρισμούς του Jeager –δες Jeager (1973)- περί λάθους του Akuz. Ο Jeager ισχυρίζεται ότι, πρώτον, αυτό που ο Akuz εκλαμβάνει ως w-r-σχέση του Sraffa δεν είναι παρά η σχέση της ονομαστικής μερίδας των μισθών στο συνολικό καθαρό προϊόν της οικονομίας συναρτήσει του ποσοστού κέρδους και δεύτερον, ότι ο Akuz σφάλει, όταν συγκρίνοντας αυτό που θεωρεί ως w-r-σχέση του Sraffa με την w-r-σχέση που προκύπτει από το τυπικό εμπόρευμα του Hicks, συμπεραίνει τη μη ουδετερότητα του τυπικού εμπορεύματος. Αντίθετα με τους ισχυρισμούς του Jeager, η w-r-σχέση του Sraffa, λόγω της υπόθεσης ότι η συνολική εργασία είναι ίση με τη μονάδα, ταυτίζεται και με τη σχέση της ονομαστικής μερίδας των μισθών στο συνολικό καθαρό συναρτήσει του ποσοστού κέρδους. Ετσι, επειδή η w-r-σχέση του Sraffa είναι ταυτόχρονα και μια σχέση της ονομαστικής μερίδας των μισθών στο συνολικό καθαρό προϊόν, τα όσα μπορεί να εξαγει κανείς με βάση αυτή τη σχέση αφορούν και την θεώρηση της ως w-r-σχέσης.

I.2 Η w-r-σχέση, το τυπικό υποσύστημα και τα ενεχόμενα της εξάρτησης της w-r-σχέσης από το τυπικό υποσύστημα στα πλαίσια της απλής παραγωγής

Ως w-r-σχέση ορίζουμε τη σχέση εκείνη μεταξύ του ονομαστικού ωρομισθίου **r** και του ποσοστού κέρδους **w,** η οποία προκύπτει όταν μας δίνεται

1. ένα σύστημα παραγωγής [**A, L, X**] και συνεπώς μια τεχνική [**A,L**],
2. μια εξίσωση τυποποίησης **py=a** και
3. κάθε οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους **r** (ή κάθε οικονομικά σημαντικό ονομαστικό ωρομίσθιο **w**) .

Όπως ήδη έχουμε αναλύσει, σε κάθε παραγωγική τεχνική της μορφής [**A,L**] αντιστοιχεί ένα διάστημα του ποσοστού κέρδους **r**, $0 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{r}_{\max}$, το οποίο οδηγεί είτε σε αυστηρά θετικά διανύσματα σχετικών τιμών είτε σε θετικά και ημιθετικά διανύσματα σχετικών τιμών. Παράλληλα, με την εισαγωγή μιας εξίσωσης τυποποίησης καθορίζεται το μέτρο των τιμών. Ως εκτούτου τα τιμιακά μεγέθη παύουν να είναι σχετικά και γίνονται απόλυτα.

Ειδικότερα, δεδομένου του συστήματος των τιμών της δεδομένης τεχνικής [**A,L**], $(1+\mathbf{r})\mathbf{pA}+\mathbf{wL}=\mathbf{p} \Leftrightarrow \mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\mathrm{r})\mathrm{A}]=\mathbf{wL}$, και της εξίσωσης τυποποίησης **py=a**, η w-r-σχέση προκύπτει ως εξής:

- αν **w**=0 τότε $\mathbf{r}=\dfrac{\mathbf{a}-\mathbf{pAy}}{\mathbf{PAy}}=\mathbf{R_n}$ (16i)
- αν **r**=0 τότε $\mathbf{w}=\dfrac{\mathbf{a}}{\mathbf{L}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}=\dfrac{\mathbf{a}}{\mathbf{pAx}}=\mathbf{w}_{\max}$ (16ii)
- αν $0<\mathbf{w}\leq\mathbf{w}_{\max}$ τότε $\mathbf{w}=\dfrac{\mathbf{a}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}=\dfrac{\mathbf{a}\det[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]}{\mathbf{L}\,\mathbf{adj}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\mathbf{y}}$ (16iii)
- ισχύει επίσης

$$(1+\mathbf{r})\mathbf{pA}+\mathbf{wL}=\mathbf{p}\Leftrightarrow\mathbf{p}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]=\mathbf{wL}+\mathbf{rpA}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\mathbf{p}=\mathbf{wL}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}+\mathbf{rpA}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}\xrightarrow{\mathbf{pd=a}}\mathbf{a}=\mathbf{wL}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}+\mathbf{rpA}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\textbf{είτε}\;\;\mathbf{w}=\dfrac{1}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}-\mathbf{r}\dfrac{\mathbf{pA}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}\\ \\ \textbf{είτε}\;\;\mathbf{r}=\dfrac{\mathbf{a}-\mathbf{wL}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{pA}[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}}\end{cases}\qquad(16\text{iv})$$

Σε έναν πρώτο βαθμό προσέγγισης σε σχέση με την w-r-σχέση πρέπει να πούμε τα εξής[1]:

---

[1] Η σαφής έννοια της w-r-σχέσης θα γίνει σαφής στα επόμενα κεφάλαια. Να παρατηρήσουμε επίσης ότι η έννοια της w-r-σχέσης μπορεί να κατανοηθεί χωρίς ειδικότερη ανάπτυξη κυρίως στις μη διασπώμενες τεχνικές.

Με $\mathbf{R_n}$ συμβολίζουμε το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους, το οποίο προκύπτει στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής όταν μας δίνεται μια εξίσωση τυποποίησης και όταν το ονομαστικό ωρομίσθιο λάβει μηδενική τιμή. Ένα μονοσήμαντα προσδιορισμένο μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους μπορεί να υπάρξει μόνο στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής. Στα πλαίσια των τεχνικών αυτών, είδαμε ότι, αν το ποσοστό κέρδους λάβει μηδενική τιμή, τότε προκύπτουν **n** διαφορετικά ποσοστά κέρδους και **n** διανύσματα σχετικών τιμών, εκ των οποίων τα **n-1** έχουν και αρνητικές συνιστώσες και το ένα από αυτά έχει αυστηρώς θετικές συνιστώσες. Εξηγήσαμε επίσης ότι το διάνυσμα με τις αυστηρώς θετικές συνιστώσες αντιστοιχεί στο χαμηλότερο από αυτά τα **n** ποσοστά κέρδους. Τα χαρακτηριστικά αυτά των μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής μας δίνουν τη δυνατότητα ώστε κατά την εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης να προσδιορίσουμε αυθαίρετα το ύψος της τιμής ενός καλαθιού εμπορευμάτων -υπό τον όρο να μη μηδενίσουμε την τιμή κάποιου εμπορεύματος- χωρίς το πριν την εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης προσδιορισμένο μέγιστο ποσοστό κέρδους να επηρεάζεται.

Σε αντίθεση, ωστόσο, με το τι συμβαίνει στις μη διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής, στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών αυτή η ομαλή συμπεριφορά των μη διασπώμενων τεχνικών παύει να υφίσταται. Όταν στα πλαίσια μιας δεδομένης διασπώμενης τεχνικής απλής παραγωγής δώσουμε εξωγενώς ένα μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο, τότε στη γενική περίπτωση ούτε αυστηρώς θετικές τιμές εμπορευμάτων προκύπτουν ούτε ένα μονοσήμαντα προσδιορισμένο μέγιστο ποσοστό κέρδους. Σ' αυτές τις τεχνικές, ο αυθαίρετος προσδιορισμός στο ύψος της τιμής ενός καλαθιού εμπορευμάτων θα επηρεάσει και το μέγιστο ποσοστό κέρδους. Ηδη έχουμε εξηγήσει ότι τα φαινόμενα αυτά είναι συνέπειες της μη ύπαρξης ενός οικονομικά σημαντικού ενιαίου ποσοστού κέρδους.

Κατά την παρούσα ανάλυση, επειδή ήδη έχουμε εξηγήσει ότι οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής στην γενική περίπτωση δεν είναι συβιβάσιμες με ένα γενικό ποσοστό κέρδους το οποίο παρουσιάζει οικονομικό περιέχομενο και επειδή οι μηδενικές τιμές εκφράζουν αυτή την διαπίστωση, επιχειρώντας να κάνουμε μια όσο το δυνατόν γενική ανάλυση των εν λόγω μοντέλων, θα κάνουμε αποδεκτές και τις μηδενικές τιμές. Με άλλα λόγια, επειδή τα γραμμικά συστήματα παραγωγής εκφράζουν τις τεχνικές συνθήκες παραγωγής, αν θέλουμε να διερευνήσουμε κατά πόσο τα γραμμικά συστήματα παραγωγής μπορούν να μας βοηθήσουν στην κατανόηση της οικονομικής πραγματικότητας πρέπει να κανουμε αποδεκτές και τις μηδενικές τιμές εμπορευμάτων. Κι αυτό γιατί αυτές αποτελούν έκφραση των ορίων γραμμικών συστημάτων παραγωγής. Αν αντιθέτως διερευνούσαμε τις τεχνικές που πράγματι μπορούν να διατηρήσουν ένα οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους, τότε τα συμπεράσματα μας δεν θα εξέφραζαν γενικά τα γραμμικά συστηματα παραγωγής και ως εκ τούτου όσα ενέχουν συνολικά οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής μιας πραγματικής οικονομίας, αλλά μέρος αυτων. Τα συμπεράσματά μας, δηλαδή, θα αφορούσαν όσα συμβαίνουν όταν οι οικονομίες χρησιμοποιούν όρισμένες μόνο τεχνικές παραγωγής τους και όχι

Στις εν λόγω τεχνικές ως w-r-σχέση μπορούμε να ορίσουμε την σχέση του ποσοστού κέρδους και του ονομαστικού ωρομισθίου για θετικές τιμές εμπορευμάτων -εφόσον βέβαια έχει εισαχθεί κάποια εξίσωση τυποποίησης. Η σαφήνεια της w-r-σχέσης στις εν λόγω τεχνικές στηρίζεται στο ότι το διάστημα του ποσοστού κέρδους της w-r-σχέσης για θετικές τιμές προσδιορίζεται ανεξαρτήτως της εξίσωσης τυποποίησης. Κάτι το οποίο δεν συμβαίνει και στις μη διασπώμενες τεχνικές γενικά.

όσες ενδέχεται να έχουν στην διάθεσή τους. Ένα επιπλέον ζήτημα που τίθεται επίσης είναι ότι επειδη στις τεχνικές που μπορούν να μας διατηρήσουν ένα γενικό ποσοστό κέρδους είναι σαφές ότι το τυπικό εμπόρευμα δεν είναι ουδέτερο, αν τις τεχνικές αυτές τις αποκλείσουμε, τότε δεν θα μπορούμε να έχουμε άμεση κατανόηση του κατά πόσο μπορεί να μας εισάγει κατάλληλα το ρόλο του χρήματος[1]. Να πούμε επίσης ότι αν κάναμε αποδεκτές τις τεχνικές που δεν είναι σε θέση να διατηρήσουν ένα ενιαιο ποσοστό κέρδους, ωστόσο αποκλείαμε τις μηδενικές τιμές αφενός τα συμπεράσματα που θα προκύψουν δεν θα επηρεάζονταν, αφετέρου θα περιορίζαμε την κατανόηση μας τις συνέπειες που έχουν οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής ως προσέγγιση των ονομαστικών μεγεθών των πραγματικών οικονομιών.

Η w-r-σχέση που προκύπτει στα πλαίσια ενός δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος παραγωγής είναι για κάθε ποσοστό κέρδους **r**, με $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{R_n})$, μια σχέση αμφιμονοσήμαντη. Αφενός δηλ. για $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{R_n})$ αντιστοιχεί μία και μόνο μία τιμή του ονομαστικού ωρομίσθίου **w** για την οποία ισχύει $\mathbf{w} \in (0, \mathbf{w}_{\max}]$, αφετέρου, σε κάθε τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου **w**, με $\mathbf{w} \in (0, \mathbf{w}_{\max}]$, αν και κατά κανόνα αντιστοιχούν **n** τιμές του ποσοστού κέρδους, μόνο μία τιμή του βρίσκεται στο διάστημα $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{R_n})$. Το σύστημα εξισώσεων **p[I-(**1+r)**A]=wL** είναι ένα σύστημα με **n** εξισώσεις και **n+2** αγνώστους. Δεδομένης και της εξίσωσης τυποποίησης το σύστημα γίνεται ένα σύστημα εξισώσεων με **n+1** εξισώσεις και **n+2** αγνώστους. Αν τώρα στο εν λόγω σύστημα με τις **n+1** εξισώσεις και τους **n+2** αγνώστους δώσουμε εξωγενώς και το ποσοστό κέρδους, τότε, επειδή το εν λόγω σύστημα καθίσταται ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων, είναι πλήρως προσδιορισμένο. Αυτό προσδιορίζει μονοσήμαντα τόσο το ονομαστικό ωρομίσθιο όσο και τις απόλυτες τιμές των εμπορευμάτων. Αν, αντιθέτως, στο τυποποιημένο σύστημα των τιμών δώσουμε εξωγενώς το ονομαστικό ωρομίσθιο, τότε, καίτοι το σύστημα αποτελείται από **n+1** εξισώσεις με **n+1** αγνώστους, δεν είναι και ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων, συνεπώς δεν προσδιορίζει μονοσήμαντα τις σχετικές τιμές και το ονομαστικό ωρομίσθιο. Για κάθε τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου, για την οποία ισχύει $\mathbf{w} \in (0, \mathbf{w}_{\max}]$ και δεδομένου ότι η παράσταση (16iii) ως προς το ποσοστό κέρδους είναι ένα πολυώνυμο ο βαθμός του οποίου δεν υπερβαίνει το μέγεθος τάξης της μήτρας [**I-(1+r)A**], ενδέχεται να προκύπτουν έως και **n** διαφορετικές τιμές για το ποσοστό κέρδους. Η (16iii) είναι το γινόμενο δύο πολυωνύμων επί τη θετική σταθερά **a**. Όσον αφορά το ποια είναι τα πολυώνυμα αυτά, εξαρτάται από το τυπικό εμπόρευμα **y**. Το ζήτημα αυτό όμως θα το εξετάσουμε σε άλλο σημείο. Πρέπει ωστόσο να τονίσουμε ότι, προφανώς, ο βαθμός των εν λόγω πολυωνύμων σε καμία περίπτωση δεν υπερβαίνει το μέγεθος της τάξης της μήτρας [**I-(1+r)A**], οποιοδήποτε και αν είναι το τυπικό εμπόρευμα **y.** Επειδή δε η τάξη της μήτρας [**I-(1+r)A**] σε καμιά περίπτωση δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την τάξη της μήτρας **A**, όπου η τάξη της μήτρας **A** είναι μεγέθους **n**, έπεται και το συμπέρασμα ότι δεδομένου του ονομαστικού ωρομισθίου το ποσοστό κέρδους δεν μπορεί να λάβει περισσότερες από **n** τιμές. Όμως αν και το ποσοστό κέρδους μπορεί να λάβει για $\mathbf{w} \in (0, \mathbf{w}_{\max}]$ έως και **n** τιμές, μία μόνο από αυτές βρίσκεται εντός του διανύσματος $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{R_n})$. Εδικότερα σε

[1] Δες επίσης και τα σχόλια που κάναμε στο Κεφάλαιο Ι.4 για την έννοια του γενικού ποσοστού κέρδους και των τιμών παραγωγής.

σχέση με το τελευταίο, πρέπει να πούμε ότι η παράσταση $\mathbf{w} = \dfrac{\mathbf{a}}{\mathbf{L}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}$, για $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{R_n})$ είναι ισοδύναμη της

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{L}[\mathbf{I} + (1+\mathbf{r})\mathbf{A} + ... + (1+\mathbf{r})^{\infty}\mathbf{A}^{\infty}]\mathbf{y}}.$$

Η τελευταία σχέση, όμως, μας κάνει φανερό ότι η w-r-σχέση για $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{R_n})$ είναι μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση. Συνεπώς όταν το ποσοστό κέρδους μηδενίζεται, τότε το ονομαστικό ωρομίσθιο λαμβάνει την μέγιστη τιμή του -την οποία συμβολίζουμε με $\mathbf{w}_{\max}$ - ενώ, όταν το ποσοστό κέρδους αυξάνει και τείνει να λάβει την τιμή $\mathbf{r} = \mathbf{R_n}$ το ονομαστικό ωρομίσθιο, τείνει να μηδενιστεί. Άρα, δεδομένης μιας εξίσωσης τυποποίησης προσδιορίζεται ένα διάστημα του ποσοστού κέρδους $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{R_n})$, στο οποίο ορίζεται ένα διάστημα του ονομαστικού ωρομισθίου της μορφής $\mathbf{w} \in (0, \mathbf{w}_{\max}]$, με **w**>0, και στο οποίο το ονομαστικό ωρομίθιο είναι μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση του ποσοστού κέρδους. Ξέρουμε επίσης ότι εξωγενώς δεδομένου του ονομαστικού ωρομισθίου μπορούν να προκύψουν έως και **n** τιμές για το ποσοστό κέρδους. Ωστόσο, οι **n-1** από τις τιμές αυτές πρέπει να βρίσκονται έξω από το πεδίο του $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{R_n})$. Αν σε μια θετική τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου αντιστοιχούσαν δύο τιμές του ποσοστού κέρδους ευρισκόμενες στο $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{R_n})$, τότε η **w=w(r)** δεν θα ήταν γνησίως φθίνουσα, αλλά μια συνάρτηση μεταβαλλόμενης μονοτονίας, κάτι το οποίο δεν δύναται να ισχύει. Επιπλέον, επειδή δεν θα είχε οικονομικό περιεχόμενο οι τιμές του ονομαστικού ωρομισθίου να συνδέονται με περισσότερες τιμές του ποσοστού κέρδους, αποκλείουμε ως οικονομικά μη σημαντική κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους μεγαλύτερη του $\mathbf{r} = \mathbf{R_n}$.

Με βάση τα τελευταία, οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους μιας δεδομένης w-r-σχέσης θα ορίσουμε το διάστημα του ποσοστού κέρδους, το οποίο σε οδηγεί σε μη αρνητικά ονομαστικά ωρομίσθια και είναι της μορφής [0, $\mathbf{r} = \mathbf{R_n}$], όπου για [0, $\mathbf{r} = \mathbf{R_n}$) η w-r-σχέση είναι μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση του ποσοστού κέρδους και για $\mathbf{r} = \mathbf{R_n}$ το ονομαστικο ωρομίσθιο είναι μηδενικό. Με τον τελευταίο αυτό ορισμό μπορούμε να αποκλείσουμε εκείνες τις περιπτώσεις, που για εξωγενώς δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο προκύπτουν περισσότερες της μιας τιμές για το ποσοστό κέρδους, ενώ παράλληλα μπορούμε να μελετήσουμε και τις παραγωγικές εκείνες τεχνικές, για τις οποίες ισχύει $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}} \leq \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}$, όχι μόνο για **w**>**0**, αλλά και για **w=0** . Την ανάλυση της τελευταίας περίπτωσης θα τη χρησιμοποιήσουμε για να δείξουμε, με εμφανή τρόπο, ότι στα πλαίσια των τυποποιημένων συστημάτων παραγωγής δεν υπάρχει ένα γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος, αλλά ένα γενικό ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος. Το μέγιστο ποσοστό κέρδους ενός τέτοιου διαστήματος ορίζει και το μέγιστο ποσοστό κέρδους ενός δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος παραγωγής.

Στο σημείο αυτό, να τονίσουμε ότι η προσέγγιση των γραμμικών συστημάτων από την πλευρά του μηδενικού ονομαστικού ωρομισθίου μας καθιστά σαφές ότι στα εν λόγω μοντέλα η εξίσωση τυποποίησης καθορίζει, πέρα του μέτρου των τιμών, τόσο τις σχετικές τιμές όσο και το μέγιστο οικονομικά σηματνικό ποσοστό κέρδους. Αυτό πρέπει να τονιστεί για να είναι σαφές ότι η εξίσωση τυποποίησης δεν έχει τον ουδέτερο ρόλο που διακυρήτει η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία. Αυτό πρέπει να τονιστεί επίσης, για να μας είναι σαφές ότι οι σχετικές τιμές και το μέγιστο ποσοστό κέρδους δεν προσδιορίζονται ανεξάρτητα από την εξίσωση τυποποίηση, αλλα μόνο αφού αυτή έχει ήδη εισαχθεί. Αν σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής που παράγει και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή τους, με $\overline{\mathbf{R}}_1 \neq \overline{\mathbf{R}}_2$, διερευνήσουμε τα τιμιακά μεγέθη για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο, διαπιστώνουμε ότι για το ποσοστό κέρδους προκύπτουν δύο διαφορετικες τιμές για το ποσοστό κέρδους, οι $\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2$. Το ζήτημα που τίθεται εδώ είναι ότι για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο προκύπτουν περισσότερες τις μιας τιμές για το ποσοστό κέρδους και περισσότερα του ενός διανύσματα σχετικών τιμών. Ως εκ τούτου, χωρίς περαιτέρω υποθέσεις δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε κανένα τιμιακό μέγεθος. Η πλευρά αυτή των γραμμικών συστημάτων παραγωγής μας κάνει σαφές ότι οι τεχνικές συνθήκές παραγωγής για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο είναι σε θέση να μας οδηγήσουν σε τιμιακά μεγέθη. Το να υποθέσει κανείς ως οικονομικά σημαντικό εκείνο το ποσοστό κέρδους, για το οποίο απλώς και μόνο δεν προκύπτουν μηδενικές και αρνητικές τιμές εμπορευμάτων, αφενός δηλώνει απλώς ότι τα δεδομένα ενός συστήματος παραγωγής δεν είναι σε θέση από μόνα τους να μας οδηγήσουν σε συμπεράσματα με οικονομικό περιεχόμενο, αφετέρου, χωρίς περαιτέρω προϋποθέσεις, οδηγούμαστε σε συμπεράσματα χωρίς οκονομικό περιεχόμενο. Σύμφωνα με τα όσα έχουμε πεί, για να μπορέσουμε για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο να οδηγηθούμε σε ένα μονοσήμαντα προσδιορισμένο (μέγιστο) ποσοστό κέρδους και ένα μονοσήμαντα διάνυσμα σχετικών τιμών, πρέπει απαραιτήτως να εισάγουμε μια συγκεκριμένη εξίσωση τυποποίησης και παράλληλα να διερευνήσουμε τις τιμές για το διάστημα της w-r-σχέσης που ορίσαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Η πλευρά αυτή των γραμμικών συστημάτων παραγωγής μας κάνει λοιπόν σαφές ότι οι τεχνικές συνθήκές παραγωγής για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο δεν είναι σε θέση να μας οδηγήσουν σε τιμιακά μεγέθη. Γινεται σαφές ότι ένα μέγεθος έξω από την παραγωγή, ήτοι η εξίσωση τυποποίησης, επιδρά όχι μόνο στον προσδιορισμό των ονομαστικών τιμών αλλά τόσο στον προδιορισμό των σχετικών όσο και στον προδιορισμό του μέγισττου ποσοστού κέρδους. Επιπρόσθετα, διαπιστώνουμε ότι ουτε οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής, ούτε οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής και η εξίσωση τυποποίησης μπορούν να εκφράσουν το γεγονός ότι στις πραγματικές οικονομίες τα ομοιογενή εμπορεύματα που παράγονται με το ίδιο κόστος έχουν τις ιδιες τιμές. Η διερεύνηση της w-r-σχέσης στα πλαίσια όπως την θέσαμε στην προηγούμενη παράγραφο α) αποτελεί έκφραση της εν λόγω αδυναμίας[1] των γραμμικών συστημάτων παραγωγής και β) μας δίνει την δυνατότητα να δείξουμε ότι ίδια αδυναμία παραμένει ακόμη και όταν διερευνούμε τα υποδείγματα αυτά από την πλευρά του ποσοστού κέρδους.

Έχουμε παρατηρήσει ότι η w-r-σχέση, η οποία προκύπτει στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής και στα πλαίσια μιας δεδομένης εξίσωσης τυποποίησης, θεωρείται ως η w-r-σχέση της τεχνικής που το εν λόγω σύστημα χρησιμοποιεί. Επίσης, σε αντίθεση με αυτού του είδους τη θεώρηση, έχουμε εκθέσει τον ισχυρισμό ότι η προκύπτουσα w-r-σχέση δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της τεχνικής που ένα δεδομένο σύστημα χρησιμοποιεί, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος, το οποίο ορίζεται διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης από το εισαχθέν τυπικό εμπόρευμα..

Τυπικό υποσύστημα ενός δεδομένου συστήματος [**A,L,X**] καλούμε εκείνο το σύστημα, το οποίο χρησιμοποιεί την τεχνική [**A,L**] του δεδομένου συστήματος παραγωγής και ως καθαρό προϊόν της παράγει όχι το καθαρό προϊόν του δεδομένου συστήματος, αλλά το τυπικό εμπόρευμα[2]. Αν η εξίσωση τυποποίησης είναι της μορφής **py=a**, τότε το τυπικό υποσύστημα,

[1] Της αδυναμίας δηλαδη της εξίσωσης τυποποίησης να επιτελεί έναν ουδέτερο ρόλο, και ως εκ τούτου της αδυναμίας των τεχνικών συνθηκών παραγωγής να μας οδηγήσουν αυτοτελώς στον προσδιορισμό των σχετικών τιμών και του μέγιστου ποσοστού κέρδους.

[2] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.129-130, 357, 623 και Σταμάτης (1995α) σελ.252,347

το σύστημα δηλαδή που χρησιμοποιεί την τεχνική [**A**,**L**] του δεδομένου συστήματος παραγωγής [**A**,**L**,**X**] και ως καθαρό προϊόν του παράγει το τυπικό εμπόρευμα **y**, έχει την μορφή [**A**, **L**, **x**] - όπου $\mathbf{x=(I-A)}^{-1}\mathbf{y}$ το ακαθάριστο προϊόν του τυπικού υποσυστήματος -. Το ότι η w-r-σχέση ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής και της τεχνικής που αυτό χρησιμοποιεί δεν είναι χαρακτηριστικό τους μέγεθος, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος, προκύπτει από το γεγονός, ότι η w-r-σχέση ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής προκύπτει αποκλειστικά στα πλαίσια του τυπικού του υποσυστήματος. Αυτή δε η w-r-σχέση, η οποία προκύπτει αποκλειστικά στα πλαίσια του τυπικού υποσυστήματος, ανάγεται διαμέσου της υπόθεσης ενιαίων τιμών, ενιαίου ποσοστού κέρδους, και ενιαίου ονομαστικού σε w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος και σε w-r-σχέση της δεδομένης τεχνικής[1]. Τα ονομαστικά μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής προσδιορίζονται στη βάση των από το τυπικό υποσύστημα προσδιορισμένων τιμιακών μεγεθών. Πρώτα δηλαδή προσδιορίζονται τα τιμιακά μέγέθη του τυπικού υποσυστήματος και στην συνέχεια, τα μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής προσδιορίζονται με τρόπο ώστε να ικανοποιούνται τα από το τυπικό υποσύστημα προσδιορισμένα τιμιακά μεγέθη. Το ότι τα ονομαστικά μεγέθη και συνεπώς και η w-r-σχέση, τα οποία προκύπτουν στα πλαίσια μιας δεδομένης τυποποίησης, δεν είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του δεδομένου συστήματος, αλλά του τυπικού υποσυστήματος, έχει καθοριστικής σημασίας συνέπειες στις περιπτώσεις των διασπώμενων τεχνικών στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι μικρότερο ή ίσο από ότι αυτό του βασικού τομέα. Στην τελευταία περίπτωση, μεταβαλλόμενου του τυπικού υποσυστήματος όχι μόνο μεταβάλλονται οι ονομαστικές τιμές των εμπορευμάτων, αλλά τόσο το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους όσο και οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων.

Στη συνέχεια -στη βάση του Σταμάτης (1995α) σελ.297-373- προκειμένου να δείξουμε ότι η w-r-σχέση ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του συστήματος αυτού, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος, θα δείξουμε ότι η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης προσδιορίζονται από το τυπικό υποσύστημα. Πιο συγκεκριμένα, θα δείξουμε α) πώς προσδιορίζεται η w-r-σχέση όσο αφορά τη θέση και την κλίση της στα πλαίσια του τυπικού υποσυστήματος και β) ότι οι ίδιοι προσδιοριστικοί παράγοντες που προσδιορίζουν τη θέση και την κλίση της w-r-σχέσης στα πλαίσια του τυπικού υποσυστήματος, αυτοί οι ίδιοι προσδιοριστικοί παράγοντες προσδιορίζουν τη θέση και τη κλίση της w-r-σχέσης και στα πλαίσια και του δεδομένου συστήματος παραγωγής.

[1] Δες Σταμάτης (1995α) σελ.254. Το ζήτημα αυτό θα αναλυθεί περαιτέρω στη συνέχεια.

ΙΙ.3 Η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης του τυπικού υποσυστήματος

Για να αποδείξουμε ότι η w-r-σχέση, η οποία προκύπτει όταν σε ένα δεδομένο σύστημα παρα γωγής [**A, L, X**] εισάγουμε μια εξίσωση τυποποίησης, δεν είναι η w-r-σχέση του συστήματος αυτού, αλλά η w-r-σχέση του τυπικού του υποσυστήματος, θα διερευνήσουμε αρχικά την w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος.

Σε μια οικονομία, νοούμενη ως ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής [**A,L,X**], η οποία κατανέμει το καθαρό προϊόν της σε μισθούς και κέρδη και στην οποία επικρατεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους και ένα ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο, ισχύει η ακόλουθη λογιστική ταυτότητα:

$\mathbf{pY} \equiv \mathbf{wLX+rpAX}$ (17) -όπου **Y** το καθαρό προϊόν της εν λόγω οικονομίας-

Αν τώρα στα πλαίσια αυτής της λογιστική ισότητας υποθέσουμε ότι μια δεδομένη οικονομία χρησιμοποιεί την ίδια τεχνική με το σύστημα παραγωγής [**A, L, X**] και ως καθαρό προϊόν της παράγει το τυπικό εμπόρευμα **y**, τότε για το σύστημα αυτό, το οποίο προφανώς είναι αυτό το οποίο καλέσαμε τυπικό υποσύστημα -και δεδομένου ότι το (υπο)σύστημα αυτό εχει τη μορφή [**A, L, x=(I-A)** $^{-1}$ **y**]-, ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\mathbf{py} = \mathbf{wLx} + \mathbf{rpAx} \Rightarrow \mathbf{p}\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{Lx}} = \mathbf{w}\frac{\mathbf{Lx}}{\mathbf{Lx}} + \mathbf{r}\frac{\mathbf{pAx}}{\mathbf{Lx}} \Rightarrow \mathbf{v_n} = \mathbf{w} + \boldsymbol{\pi}_\mathbf{n} \qquad (18)$$

py=a

όπου με $\mathbf{v_n}$ συμβολίζουμε τη σταθερή τιμιακή μέση παραγωγικότητα της εργασίας του τυπικού υποσυστήματος. Ισχύει δηλ. $\mathbf{v_n} = \mathbf{p}\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{Lx}}$. Προφανώς, η σταθερή μέση αυτή τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας εκφράζει το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο. Αν το ονομαστικό ωρομίσθιο λάβαινε την τιμή αυτή, τότε οι συνολικοί μισθοί θα ήταν ίσοι με την, διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης, σταθερή τιμή του καθαρού προϊόντος **y**.

με $\boldsymbol{\pi}_\mathbf{n}$ συμβολίζουμε το μέσο κέρδος ανά μονάδα ζωντανής εργασίας. Ισχύει δηλαδή $\boldsymbol{\pi}_\mathbf{n} = \mathbf{r}\frac{\mathbf{pAx}}{\mathbf{Lx}}$. Περαιτέρω, το $\frac{\mathbf{pAx}}{\mathbf{Lx}}$, το οποίο αναπαριστά την τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος, θα το συμβολίζουμε με $\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n}$. Ισχύει δηλαδή

$\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}} = \dfrac{\mathbf{pAx}}{\mathbf{Lx}}$. Συνεπώς για το μέσο κέρδος ανά μονάδα ζωντανής εργασίας ισχύει $\boldsymbol{\pi}_{\mathbf{n}} = \mathbf{r}\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}$.

από την (18) προκύπτει $$\mathbf{w} = \mathbf{v}_{\mathbf{n}} - \boldsymbol{\pi}_{\mathbf{n}} = \mathbf{v}_{\mathbf{v}} - \mathbf{r}\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}} \qquad (19)$$ [1]

Η (19) εκφράζει προφανώς την w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος. Επειδή όμως το τυπικό υποσύστημα αφενός χρησιμοποιεί την ίδια τεχνική και την ίδια τυποποίηση με το δεδομένο σύστημα παραγωγής και αφετέρου, έχει υποτεθεί ότι στα πλαίσια κάθε συστήματος παραγωγής επικρατεί μια ενιαία τιμή για κάθε εμπόρευμα, ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους και ένα ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο, έπεται ότι η w-r-σχέση, η οποία προκύπτει στο τυπικό υποσύστημα, είναι ταυτόχρονα και η w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Ανεξάρτητα δηλαδή από το ότι το απόλυτο επίπεδο παραγωγής του τυπικού υποσυστήματος διαφέρει από αυτό του δεδομένου συστήματος, το γεγονός, ότι τόσο τα τιμιακά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος όσο και του δεδομένου προσδιορίζονται στη βάση των ίδιων συνθηκών παραγωγής και στη βάση του ίδιου μέτρου των τιμών, έχει ως συνέπεια, ότι w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος είναι παράλληλα και η w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Αυτό όμως σημαίνει ότι οι παράγοντες εκείνοι που προσδιορίζουν την w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής δεν οι χαρακτηριστικοί παράγοντες του δεδομένου συστήματος, αλλά χαρακτηριστικοί παράγοντες του τυπικού υποσυστήματος.

Η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος προσδιορίζεται από τη μέση τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας και την τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος. Από την άλλη μεριά, λόγω του ότι η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος αποτελεί παράλληλα και την w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος, έπεται ότι η w-r-σχέση προσδιορίζεται από την τιμιακή ένταση κεφαλαίου και τη μέση τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας του τυπικού υποσυστήματος. Ενώ δηλαδή η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος προσδιορίζεται από χαρακτηριστικά μεγέθη του ίδιου τυπικού υποσυστήματος, η w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος δεν προσδιορίζεται από χαρακτηριστικά μεγέθη του ίδιου του δεδομένου συστήματος, αλλά από τα χαρακτηριστικά μεγέθη που προσδιορίζουν την w-r-σχέση στο τυπικό υποσύστημα. Αν συνεπεία μεταβολής του τυπικού εμπορεύματος μεταβληθεί το τυπικό υποσύστημα, τότε προφανώς η w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής θα προκύπτει από την τιμιακή ένταση κεφαλαίου και τη μέση τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας του νέου τυπικού υποσυστήματος. Συνεπώς, επειδή σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής αντιστοιχούν άπειρες w-r-σχέσεις -αφού τα τυπικά υποσυστήματα, τα οποία μπορούν να υπάρξουν, είναι άπειρα- και επειδή σε ένα συγκεκριμένο τυπικό υποσύστημα αντιστοιχεί μία και μόνο μία w-r-σχέση, η οποία προσδιορίζεται από χαρακτηριστικά μεγέθη του ιδίου τυπικού υποσυστήματος, έπεται ότι η w-r-σχέση ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του ιδίου του δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού του υποσυστήματος, το οποίο διαμέσου των υποθέσεων του ενιαίου ποσοστού κέρδους και του ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου *ανάγεται* σε χαρακτηριστικό μέγεθος -σε w-r-σχέση- του δεδομένου συστήματος παραγωγής.

Ειδικότερα, για τη θέση και την κλίση του τυπικού υποσυστήματος παραγωγής προκύπτουν τα ακόλουθα.

---

[1] Δες Σταμάτης (1995α) σελ.254

➢ για την κλίση της (19) ισχύει

$$\frac{dw}{dr} = \frac{dv_n}{dr} - \frac{d\pi_n}{dr} = \frac{dv_n}{dr} - r\frac{d\kappa_n}{dr} - \kappa_n \qquad (20)$$ [1]

από την (19) όμως, λόγω του ότι διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης έχουμε υποθέσει πως η τιμή του τυπικού εμπορεύματος είναι σταθερή, έπεται, ότι και η μεταβολή της μέσης αυτής τιμιακής παραγωγικότητας της εργασίας συναρτήσει κάποιας μεταβολής του ποσοστού κέρδους είναι μηδενική. Συνεπώς μηδενικός είναι και ο λόγος $\frac{dv_n}{dr}$,

ήτοι $\frac{dv_n}{dr} = 0$. Συνεπώς,

$$\frac{dw}{dr} = -r\frac{d\kappa_n}{dr} - \kappa_n \qquad (21)$$ [2]

Η σχέση (21) εκφράζει ότι η κλίση της w-r-σχέσης είναι «ίση με το λόγο της οριακής μεταβολής του κέρδους ανά μονάδα ζωντανής εργασίας του τυπικού υποσυστήματος, η οποία επέρχεται συνεπεία μιας οριακής μεταβολής του ποσοστού κέρδους, προς την οριακή μεταβολή του ποσοστού κέρδους. Επίσης [η (21)] δείχνει ότι η κλίση της w-r-σχέσης εξαρτάται αποκλειστικά από το ποσοστό κέρδους, την τιμιακή ένταση του κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος και από το λόγο της οριακής μεταβολής της τιμιακής έντασης κεφαλαίου του τυπικού εμπορεύματος, η οποία επέρχεται συνεπεία μιας οριακής μεταβολής του ποσοστού κέρδους» [Δες Σταμάτης (1995) σελ.255]. Η κλίση δηλαδή της w-r-σχέσης εξαρτάται από τη δομή του τυπικού υποσυστήματος, από την τιμή των μέσων παραγωγής του τυπικού υποσυστήματος και από την τιμή των μέσων παραγωγής του τυπικού εμπορεύματος. Από την 20 είναι φανερό, ότι η κλίση της w-r-σχέσης εξαρτάται από τη μεταβολή των τιμών των μέσων παραγωγής του τυπικού εμπορεύματος. Προκύπτει επίσης ότι η (21) είναι γραμμική όταν οι τιμές των εμπορευμάτων που αποτελούν τα μέσα παραγωγής του τυπικού εμπορεύματος είναι ανεξάρτητες από το ποσοστό κέρδους. Στην τελευταία αυτή περίπτωση, στην περίπτωση δηλαδή που οι τιμές των εμπορευμάτων δεν μεταβάλλονται με το ποσοστό κέρδους, έπεται ότι

$$\frac{dw}{dr} = -\kappa_n \qquad (22)$$ [3]

Η σχέση αυτή, η 26, ισχύει και στην περίπτωση εκείνη που μολονότι οι τιμές των μέσων παραγωγής του τυπικού εμποορεύματος μεταβάλλονται με το r (ή με το w), ωστόσο παρά αυτές τις μεταβολλές η τιμιακή ένταση κεφαλαίου παραμένει αμετάβλητη. Την περίπτωση ωστόσο την γραμμικότητας της w-r-σχέσης θα την εξετάσουμε αναλυτικά σε άλλο σημείο.

➢ από την (21) προκύπτει επίσης, ότι για $r=0$, το ονομαστικό ωρομίσθιο λαβαίνει την τιμή $w = w_{max} = v_n$. Όταν δηλαδή το ποσοστό κέρδους είναι μηδενικό, τότε το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο γίνεται ίσο με την σταθερή μέση τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας του τυπικού εμπορεύματος.

---

[1] Δες Σταμάτης (1995α)σελ.253
[2] Δες Σταμάτης (1995α) σελ.255
[3] Δες Σταμάτης (1995α)σελ. 256

- επίσης για w=0, έπεται ότι η μέγιστη τιμή του ποσοστού κέρδους είναι $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\max} = \dfrac{\mathbf{v_n}}{\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n}}$.

  Το μεγεθος της τιμής αυτής είναι ίσο με τον λόγο της σταθερής μέσης τιμιακής παραγωγικότητας της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα προς την τιμιακή ένταση κεφαλαίου, επίσης του τυπικού υποσυστήματος.

Ως το σημείο αυτό δείξαμε ποια είναι και πώς προσδιορίζεται η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος χρησιμοποιώντας τη λογιστικού τύπου ταυτότητα (17). Επίσης εξηγήσαμε ότι, λόγω της υπόθεσης του ενιαίου ποσοστού κέρδους και του ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου, η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος ανάγεται και σε w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Στη συνέχεια θα διερευνήσουμε την w-r-σχέση όπως αυτή προκύπτει από το σύστημα εξισώσεων (16). Από την ανάλυση αυτή θα διαπιστώσουμε ότι η από το σύστημα (16) προκύπτουσα w-r-σχέση είναι ταυτή με την w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος όπως προέκυψε στη σχέση (19).

II.4 Η w-r-σχέση και οι σχετικές τιμές ενός διασπώμενου συστήματος παραγωγής, ως η w-r-σχέση και οι σχετικές τιμές του τυπικού του υποσυστήματος

Στο σημείο αυτό θα εξετάσουμε αν η w-r-σχέση ενός δεδομένου συστήματος είναι η ίδια με την w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος, ξεκινώντας αυτή τη φορά από το δεδομένο σύστημα παραγωγής. Θα εξετάσουμε αν η w-r-σχέση που προκύπτει στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, ξεκινώντας από αυτό το ίδιο το σύστημα παραγωγής, είναι η w-r-σχέση που προέκυψε κατά την ανάλυση του τυπικού υποσυστήματος. Για την σαφέστερη εξαγωγή των συμπερασμάτων, η ανάλυση θα λάβει χώρα στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής [**A, L, X**], το οποίο χρησιμοποιεί την διασπώμενη τεχνική [**A,L**] της μορφής:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13}\\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\qquad \mathbf{L}=[\mathbf{L}_1,\mathbf{L}_2,\mathbf{L}_3]$$

Είδαμε ότι η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης του τυπικού υποσυστήματος προσδιορίζεται από τα μεγέθη $\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{n}}$, $\mathbf{r}_{\max}=\dfrac{\mathbf{v}_{\mathbf{n}}}{\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}}$. Αν τώρα η w-r-σχέση του δεδομένου και τυποποιημένου –με εξίσωση τυποποίησης την **py=a** – συστήματος παραγωγής [**A, L, X**] προσδιορίζεται από το τυπικό υποσύστημα, τότε και η w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής πρέπει να προσδιορίζεται και αυτή από τα εν λόγω μεγέθη $\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{n}}$, $\mathbf{r}_{\max}=\dfrac{\mathbf{v}_{\mathbf{n}}}{\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}}$.

Η ανάλυση που θα ακολουθήσει θα διεξαχθεί σε τρία στάδια. Πρώτα θα διερευνηθεί η κλίση της w-r-σχέσης του τυποποιημένου συστήματος παραγωγής [**A,L,X**], δεύτερον, το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο και τρίτον το μέγιστο ποσοστό κέρδους του συστήματος αυτού. Αφού κατά την ανάλυση διαπιστωθεί ότι η w-r-σχέση ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος το δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος, θα δείξουμε ότι στην γενική περίπτωση καθώς μεταβάλλεται το τυπικό υποσύστημα, μεταβάλλονται και οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων.

ΙΙ.4.1 Η κλίση της w-r-σχέσης

Στο σημείο αυτό θα ασχοληθούμε με την κλίση της w-r-σχέσης του δεδομένου και τυποποιημένου διασπώμενου συστήματος απλής παραγωγής [**A, L, X**][1]. Σύμφωνα με τα όσα έχουμε πει, η w-r-σχέση ενός τυποποιημένου συστήματος παραγωγής είναι της μορφής των σχέσεων (16). Συνεπώς, η κλίση της w-r-σχέσης του δεδομένου συστήματος παραγωγής προκύπτει παραγωγίζοντας την (16iii) ως προς w. Παραγωγίζοντας την (16iii) ως προς w έπονται τα ακόλουθα..

$$\frac{\mathbf{dp}}{\mathbf{dw}}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]-\frac{\mathbf{dr}}{\mathbf{dw}}\mathbf{pA}=\mathbf{L}\rightarrow\frac{\mathbf{dp}}{\mathbf{dw}}=[\frac{\mathbf{dr}}{\mathbf{dw}}\mathbf{pA}+1][\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{pA}]^{-1} \tag{23}$$

Δεδομένης της εξίσωσης τυποποίησης **py=a** και πολλαπλασιάζοντας από δεξιά και τα δύο μελη της (23) με **y**, έπεται

$$\frac{\mathbf{dp}}{\mathbf{dw}}\mathbf{y}=[\frac{\mathbf{dr}}{\mathbf{dw}}\mathbf{pA}+\mathbf{L}][\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}=\frac{\mathbf{d(py)}}{\mathbf{dw}}=\frac{\mathbf{da}}{\mathbf{dw}}=0\rightarrow\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}=-\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}} \tag{24}$$

Στη συνέχεια θα δειχθεί ότι $\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}=-\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}=-\frac{\mathbf{d\kappa_n}}{\mathbf{dr}}\mathbf{r}-\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n}$ (25)

Εν πρώτοις, για την τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος καθώς και για την παράγωγό της ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n}=\frac{\mathbf{pA}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}} \tag{26}$$

$$\frac{\mathbf{d\kappa_n}}{\mathbf{dr}}=(\mathbf{pA}+\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}\mathbf{L})[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\frac{\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}} \tag{27}$$

Αν τώρα αντικαταστήσουμε τις (26) , (27) στο δεξιό μέλος της (25) προκύπτει

$$\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}=-(\mathbf{pA}+\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}\mathbf{L})[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\frac{\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}\mathbf{r}-\frac{\mathbf{pA}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}} \tag{28}$$

Περαιτέρω μετά από αλγεβρικούς μετασχηματισμούς προκύπτει η ακόλουθη παράσταση

$$\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}=-\frac{\mathbf{pA}\{[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}+(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\}}{\mathbf{L}\{[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}+(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}\}} \tag{29}$$

[1] Όσα θα αναφερθούν στο σημείο αυτό αποτελούν μεταφορά από το Σταμάτης (1995α) σελ.261-264.

επειδή όμως ισχύει

$$
\begin{aligned}
&\{[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}+(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}=[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}\ \rightarrow\\
&\rightarrow\{[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{Ar}+\mathbf{I}\}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}=[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}\rightarrow\\
&\rightarrow\{\mathbf{Ar}+[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}=\mathbf{y}\rightarrow\\
&\rightarrow\{\mathbf{Ar}+\mathbf{I}-\mathbf{A}-\mathbf{Ar}\}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}=\mathbf{y}\rightarrow\\
&\rightarrow(\mathbf{I}-\mathbf{A})(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}=\mathbf{y}\rightarrow\mathbf{y}=\mathbf{y}
\end{aligned}
\tag{30}
$$

προκύπτει ότι

$$\{[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}+(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}=[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}$$

και συνεπώς ότι

$$
\begin{aligned}
&\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}=-\frac{\mathbf{pA}\{[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}+(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}\}}{\mathbf{L}\{[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}+(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}\}}=-\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}=\\
&=-\frac{\mathbf{d\kappa_n}}{\mathbf{dr}}\mathbf{r}-\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n}
\end{aligned}
$$

Από την άναλυση αυτή προέκυψε ότι η κλίση της w-r-σχέσης του δεδομένου συστήματος παραγωγής [**A, L, X**], στα πλαίσια της τυποποίησης **py=a**, είναι ίση με την κλίση της w-r-σχέσης του τυπικού του υποσυστήματος. Η σχέση (24) δηλαδή, είναι η ίδια με την (28) και συνεπώς και η ίδια με την (21).

ΙΙ.4.2 Το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο της w-r-σχέσης ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής είναι ίσο με την τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας του τυπικού του υποσυστήματος

Στην (16ii) είδαμε ότι, όταν το ποσοστό κέρδους λάβει μηδενική τιμή, τοτε το ονομαστικό ωρομίσθιο λαμβάνει την τιμή $\mathbf{w} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{L}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{pAx}} = \mathbf{w}_{\max}$. Η σχέση όμως αυτή είναι ισο-δύναμη της αμέσως αναφερόμενης, της

$$\mathbf{w}_{\max} = \frac{\mathbf{py}}{\mathbf{\omega y}} = \frac{\mathbf{py}}{\mathbf{Lx}} \qquad (31)^{1}$$

Στην (31) ως **ω** συμβολίζουμε ένα διάνυσμα, κάθε στοιχείο *i* του οποίου, με i=1,2,..,n, αναπαριστά την εργασιακή αξία μιας μονάδας του εμπορεύματος *i*. Όπως ήδη έχουμε πει σε άλλο σημείο, ως αξία μιας μονάδας ενός εμπορεύματος ορίζουμε την ποσότητα εργασίας η οποία εισήλθε άμεσα υπό την μορφή ζωντανής εργασίας και την ποσότητα που εισήλθε έμμεσα υπό τη μορφή μέσων παραγωγής στην παραγωγή αυτής της μονάδας του εμπορεύματος *i*.

Τώρα, σύμφωνα με την (31), το μέγιστο ονομαστικό ωρομισθίου του τυποποιημένου με τη **py=a** δεδομένου συστήματος παραγωγής [**A, L, X**] εξαρτάται α) από την άμεση εργασία **Lx** που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή του ακαθάριστου προϊόντος, το οποίο παράγεται προκειμένου να παραχθεί τυπικό εμπόρευμα **y** ως καθαρό προϊόν, και β) από το ύψος της τιμής του τυπικού εμπορεύματος. Εξαρτάται δηλαδή από το **py** και από το **Lx**. Ταυτόχρονα, η (31) δείχνει ότι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο είναι ίσο με το λόγο της τιμής του τυπικού εμπορεύματος προς την αξία αυτού του εμπορεύματος. Συνεπώς, η (31) δηλώνει ότι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο, που προκύπτει για μια δεδομένη τεχνική στη βάση μιας προηγηθείσας εξίσωσης τυποποίησης, είναι ίσο με τη μέση σταθερή τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα, είναι δηλαδή ίσο με την τιμή του προϊόντος το οποίο παράγει κατά μέσο όρο μια ώρα εργασίας στο τυπικό υποσύστημα.

Να σημειωθεί στο σημείο αυτό, ότι, σε αντίθεση με την τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα, η οποία ως λόγος δύο σταθερών μεγεθών είναι ανεξάρτητη από μεταβολές των **w,r,** η μέση τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας στο δεδομένο σύστημα μεταβάλλεται συναρτήσει των μεταβλητών αυτών. Εδώ πρόκειται για το λόγο της τιμής του καθαρού προϊόντος του δεδομένου συστήματος παραγωγής προς την εργασία που εισήλθε στην παραγωγή του. Όμως, η τιμή του καθαρού προϊόντος του δεδομένου συστήματος παραγωγής είναι συνάρτηση των **w,r** . Συνεπώς, η τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας στο δεδομένο σύστημα παραγωγής δεν αποτελεί και το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο, το οποίο προκύπτει στη βάση μιας δεδομένης εξίσωσης τυποποίησης, είναι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού του υποσυστήματος. Με άλλα λόγια, για να προκύψει το ονομαστικό ωρομισθιο του δεδομένου υποσυστήματος πρέπει να προσδιοριστεί πρώτα το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος και στη συνέχεια αυτό να αναχθεί ως το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο και του δεδομένου συστήματος παραγωγής.

---
[1] Δες Σταμάτης (1995α) σελ.264

II.4.3 Το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w-r-σχέσης του δεδομένου συστήματος παραγωγής ως το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w-r-σχέσης του τυπικού υποσυστήματος[1]

Στο σημείο αυτό θα δείξουμε ότι το οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, όταν το ονομαστικό ωρομίσθιο λάβει μηδενική τιμή, είναι ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού του υποσυστήματος. Για να μπορέσουμε όμως να αποδείξουμε τον ισχυρισμό αυτό, θα υποθέσουμε αρχικά και στη συνέχεια θα αποδείξουμε ότι, επειδή διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης η τιμή του καθαρού προϊόντος του τυπικού υποσυστήματος έχει τεθεί ίση με μια θετική σταθερά, για $0 < \mathbf{w} \leq \mathbf{w}_{max}$ οι τιμές όλων των παραγόμενων εμπορευμάτων του τυπικού υποσυστήματος είναι αυστηρά θετικές, ενώ για **w**=0 ή αυστηρά θετικές ή μη αρνητικές.

Το μέγιστο ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής [**A, L, X**], το οποίο χρησιμοποιεί την διασπώμενη τεχνική [**A, L**] και στο οποίο έχουμε εισάγει την εξίσωση τυποποίησης **py=a,** προκύπτει από το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$(1+\mathbf{r})\mathbf{Apy} + \mathbf{wLy} = \mathbf{py} \xrightarrow{\mathrm{w}=0} \begin{cases} \mathbf{p}_1[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R_n})\mathbf{A}_{11}]\mathbf{y}_1 = 0 & \text{(32i)} \\ \mathbf{p}_2[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R_n})\mathbf{A}_{22}]\mathbf{y}_2 = \mathbf{p}_1(1+\mathbf{R_n})\mathbf{A}_{12}\mathbf{y}_2 & \text{(32ii)} \\ \mathbf{p}_3\mathbf{y}_3 = (1+\mathbf{R_n})\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{13}\mathbf{y}_3 & \text{(32iii)} \end{cases}$$

$$\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3] \qquad (33)$$

Στο σύστημα εξισώσεων αυτό έχουμε αναλύσει το τυπικό εμπόρευμα σε τρία επιμέρους διανύσματα: στο $\mathbf{y}_1$, ήτοι στο διάνυσμα εκείνο κάθε στοιχείο του οποίου αποτελείται μόνο από τα βασικά εμπορεύματα του δεδομένου τυπικού εμπορεύματος **y,** στο $\mathbf{y}_2$, ήτοι στο διάνυσμα εκείνο κάθε στοιχείο του οποίου αποτελείται μόνο από τα μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων του τυπικού εμπορεύματος **y** και στο $\mathbf{y}_3$, ήτοι στο διάνυσμα εκείνο κάθε στοιχείο του οποίου αποτελείται μόνο από μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων του δεδομένου τυπικού εμπορεύματος **y**. Εξ ορισμού, για το τυπικό εμπόρευμα, νοούμενο ως το καθαρό προϊόν του τυπικού υποσυστήματος -του συστήματος παραγωγής δηλαδή που χρησιμοποιεί την τεχνική του δεδομένου συστήματος παραγωγής και ως καθαρό προϊόν του παράγει το τυπικό εμπόρευμα-, ισχύει η ακόλουθη παράσταση

$$\mathbf{y}_1 = (\mathbf{I}-\mathbf{A}_{11})\mathbf{x}_1 - \mathbf{A}_{12}\mathbf{x}_2 - \mathbf{A}_{13}\mathbf{x}_3 \qquad (34i)$$
$$\mathbf{y}_2 = (\mathbf{I}-\mathbf{A}_{22})\mathbf{x}_2 \qquad (34ii)$$
$$\mathrm{y}_3 = \mathbf{x}_3 \qquad (34iii)$$

[1] Το ζήτημα αυτό αναπτύσσεται με βάση το Σταμάτης (1995α) σελ.267-285.

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3] \qquad (35)$$

Στο σύστημα των εξισώσεων αυτών, το διάνυσμα (35) εκφράζει τη σχέση του ως καθαρού προϊόντος νοούμενου τυπικού εμπορεύματος με το αναλογούν ακαθάριστο προϊόν σχέση στα πλαίσια του τυπικού υποσυστήματος. Σύμφωνα με το σύστημα αυτό το $\mathbf{y}_1$-ήτοι το (συνολικό καθαρό)[1] προϊόν σε εμπορεύματα του τομέα **1** με το οποίο ο τομέας αυτός, ο τομέας **1**, αντιπροσωπεύεται στο συνολικό καθαρό προϊόν του τυπικού υποσυστήματος - είναι ίσο με το ακαθάριστο προϊόν $\mathbf{x}_1$ του τομέα **1** υπό τον όρο ότι από αυτό αφαιρούνται, πρώτον, τα μέσα παραγωγής $\mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1$, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν προκειμένου να παραχθεί το $\mathbf{x}_1$, δεύτερον, τα συνολικά μέσα παραγωγής $\mathbf{A}_{12}\mathbf{x}_2$ του τομέα **2** σε εμπορεύματα του τομέα **1**, και τρίτον, τα συνολικά μέσα παραγωγής $\mathbf{A}_{13}\mathbf{x}_3$ σε εμπορεύματα του τομέα **1** που χρησιμοποιούνται από τομέα **3**. Αντιστοίχως, το $\mathbf{y}_2$- ήτοι το συνολικό καθαρό προϊόν του τομέα **2**, με το οποίο ο τομέας αυτός εκπροσωπείται στο συνολικό καθαρό προϊόν του τυπικού υποσυστήματος- είναι ίσο με το ακαθάριστο προϊόν του τομέα **2** αφού από το ακαθάριστο αυτό προϊόν αφαιρεθούν τα συνολικά μέσα παραγωγής $\mathbf{A}_{22}\mathbf{x}_2$ σε εμπορεύματα του τομέα **2**. Τέλος, το (συνολικό καθαρό) προϊόν του τομέα **3** σε εμπορεύματα που παράγει ο ίδιος και με το οποίο εκπροσωπείται στο συνολικό καθαρό του τυπικού υποσυστήματος είναι ίσο με το συνολικό ακαθάριστο προϊόν του. Όσον αφορά τώρα τα διανύσματα $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$, αυτά είναι αντιστοίχως το ακαθάριστο προϊόν του τομέα 1, του τομέα 2 και του τομέα 3 του τυπικού υποσυστήματος. Με άλλα λόγια, τα συστήματα (34i-iii) εκφράζουν το πώς προκύπτει, πρώτον, το αποτελούμενο από βασικά εμπορεύματα τμήμα του τυπικού εμπορεύματος ως καθαρού προϊόντος, δεύτερον, το αποτελούμενο από μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων τμήμα του τυπικού εμπορεύματος ως καθαρού προϊόντος, και τρίτον, το αποτελούμενο από μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων τμήμα του τυπικού εμπορεύματος ως καθαρού προϊόντος. Τα τρία αυτά καλάθια εμπορευμάτων - $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3$- αντιπροσωπεύουν το καθαρό προϊόν του τυπικού υποσυστήματος.

Αν υποθέσουμε ότι το τυπικό εμπόρευμα αποτελείται μόνο από βασικά εμπορεύματα, στην περίπτωση αυτή το ακαθάριστο προϊόν του τυπικού υποσυστήματος, δεδομένου ότι η μήτρα $\mathbf{A}_{11}$ του δεδομένου συστήματος παραγωγής είναι μη διασπώμενη, αποτελείται μόνο από όλα τα βασικά εμπορεύματα του δεδομένου συστήματος. Αν δηλαδή $\mathbf{y}_1$>0 ή $\mathbf{y}_1 \geq 0$ και $[\mathbf{y}_2\ \mathbf{y}_3]$=0, τότε έπεται ότι $\mathbf{x}_1$>0 και $[\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3]$=0. Σε αυτή την περίπτωση, στην περίπτωση δηλαδή που το τυπικό εμπόρευμα περιέχει μόνο βασικά εμπορεύματα, λόγω του ότι ισχύει $[\mathbf{y}_2\ \mathbf{y}_3]$=0, $[\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3]$=0 , $\mathbf{y}_1$>0 ή $\mathbf{y}_1 \geq 0$, $\mathbf{x}_1$>0, από το σύστημα (32) έπεται ότι τα ονομαστικά μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής προσδιορίζονται στη βάση του υποσυστήματος (32ii), στη βάση δηλαδή μόνο των βασικών διαδικασιών παραγωγής, οι οποίες αποτελούν και τις διαδικασίες παραγωγής του τυπικού υποσυστήματος. Περαιτέρω, στην περίπτωση αυτή, όταν το ονομαστικό ωρομίσθιο λάβει μηδενική τιμή, τότε το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους, λόγω της προϋποτεθείσας θετικότητας των παραγόμενων από το τυπικό υποσύστημα εμπορευμάτων –ήτοι λόγω του ότι $\mathbf{p}_1 > 0$ -, είναι το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα, ήτοι $\mathbf{R_n} = \underline{\mathbf{R}}_1$. Στην

[1] Εδώ όταν γραφουμε συνολικό καθαρό προϊόν ενός τομέα εννοούμε εκείνο το προϊόν, που παράγει ο τομέας για σκοπούς πέρα από τις ανάγκες τις παραγωγής του και περιλαβάνει και εκείνο το μερος της παραγωγής που δίνει στους άλλους τομείς. Σε αυτό το καθαρό προϊόν δεν περιλαμβάνονται και εκείνες οι ποσότητες εμπορευμάτων που ο εν λόγω τομέας τις προμηθεύται από τους άλλους τομείς.

συνέχεια, λόγω της υπόθεσης του ενιαίου των τιμών των εμπορευμάτων, του ονομαστικού ωρομισθίου και του ποσοστού κέρδους, τα στο τυπικό υποσύστημα τιμιακά μεγέθη –εν προκειμένω το διάστημα των τιμών του ποσοστού κέρδους και οι στο διάστημα αυτό αντιστοιχούσες τιμές των βασικών εμπορευμάτων- ανάγονται σε τιμιακά μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής.

Αν υποθέσουμε ότι ως τυπικό εμπόρευμα έχουμε ένα καλάθι εμπορευμάτων που αποτελείται από βασικά και μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή κανενός μη βασικού εμπορεύματος, τότε το ακαθάριστο προϊόν του τυπικού υποσυστήματος περιέχει μόνο βασικά και μη βασικά εμπορεύματα τα οποία δεν εισέρχονται στην παραγωγή τους. Αν δηλαδή $\mathbf{y}_1>0$ ή $\mathbf{y}_1\geq 0$, $\mathbf{y}_3>0$ ή $\mathbf{y}_3\geq 0$ και $\mathbf{y}_2=0$, τότε έπεται ότι $\mathbf{x}_1>0$, $\mathbf{x}_3>0$ ή $\mathbf{x}_3\geq 0$ και $\mathbf{x}_2=0$. Στην περίπτωση αυτή λαμβανομένου υπόψη του και συστήματος (32), οι τιμές του δεδομένου συστήματος παραγωγής προσδιορίζονται στη βάση των υποσυστημάτων (32i) και (32iii), στη βάση δηλαδή των διαδικασιών παραγωγής που παράγουν το τυπικό εμπόρευμα. Και στην περίπτωση αυτή –λόγω της προϋπόθεσης ότι $\mathbf{p}_1>0$ και $\mathbf{p}_3>0$ ή $\mathbf{p}_3\geq 0$- το μέγιστο ποσοστό κέρδους, το οποίο προκύπτει, είναι αυτό του τυπικού υποσυστήματος, το δε τυπικό υποσύστημα ταυτίζεται όσον αφορά τις διαδικασίες παραγωγής με το βασικο τομέα του δεδομένου συστήματος παραγωγής, ήτοι $\mathbf{R_n}=\underline{\mathbf{R}}_1$.

Αν τώρα υποθέσουμε ότι το τυπικό εμπόρευμα αποτελείται μόνο από μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, ισχύει δηλαδή $\mathbf{y}_2>0$ και $[\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_3]=0$, τότε το ακαθάριστο προϊόν του τυπικού υποσυστήματος αποτελείται τόσο από βασικά όσο και από μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, ήτοι $[\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2]>0$ και $\mathbf{x}_3=0$. Στην περίπτωση αυτή, τα τιμιακά μεγέθη προσδιορίζονται από το σύστημα (32i) και (32ii). Σε εκείνη την περίπτωση τώρα, που το ονομαστικό ωρομίσθιο λάβει μηδενική τιμή, ήτοι $\mathbf{w}$=0, τότε το μέγιστο ποσοστό κέρδους των υποσυστημάτων (32ii), (32i), δηλαδή των διαδικασιών που συνιστούν το τυπικό υποσύστημα, είναι ίσο με $\mathbf{R_n}=\min(\underline{\mathbf{R}}_1,\underline{\mathbf{R}}_2)$. Ειδικότερα, αν $\underline{\mathbf{R}}_1<\underline{\mathbf{R}}_2$, τότε έπεται ότι $\mathbf{R_n}=\underline{\mathbf{R}}_1$ και ότι $[\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2]>0$, επίσης αν $\underline{\mathbf{R}}_1>\underline{\mathbf{R}}_2$, τότε έπεται ότι $\mathbf{R_n}=\underline{\mathbf{R}}_2$ και $\mathbf{p}_2>0,\mathbf{p}_1=0.$

Επίσης ισχύει

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{y}_1=0 \text{ ή } \mathbf{y}_1\geq 0\\ \mathbf{y}_2>0 \text{ ή } \mathbf{y}_2\geq 0\\ \mathbf{y}_3>0 \text{ ή } \mathbf{y}_3\geq 0\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}\mathbf{x}_1>0\\ \mathbf{x}_2>0\\ \mathbf{x}_3>0 \text{ ή } \mathbf{x}_3\geq 0\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l}\text{a) για } \mathrm{w}=0,\ \mathrm{r}=\min\ (\underline{\mathbf{R}}_1,\underline{\mathbf{R}}_2)=\underline{\mathbf{R}}_1, \quad \text{έπεται } [\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2]>0\ ,\mathbf{p}_3\geq 0\\ \text{b) για } \mathrm{w}=0,\ \mathrm{r}=\min\ (\underline{\mathbf{R}}_1,\underline{\mathbf{R}}_2)=\underline{\mathbf{R}}_2\ , \quad \text{έπεται } [\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_3]=0,\mathbf{p}_2>0\end{array}$$

Από την ανάλυση αυτή των πιθανών συνθέσεων του τυπικού εμπορεύματος, δείχθηκε ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w-r-σχέσης είναι το μέγιστο ποσοστό κέρδους το οποίο εγγυάται θετικές ή μη αρνητικές τιμές για τα εμπορεύματα του τυπικού υποσυστήματος. Κατά συνέπεια, το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w-r-σχέσης δεν είναι εκείνο το μέγιστο ποσοστό κέρδους, το οποίο εγγυάται θετικές τιμές για τα εμπορεύματα της τεχνικής που παράγει το δεδομένο σύστημα παραγωγής, αλλά το μέγιστο ποσοστό κέρδους που εγγυάται θετικές τιμές για τα παραγόμενα εμπορεύματα του τυπικού υποσυστήματος. Αυτό γίνεται πιο κατανοητό, αν σκεφτούμε εκείνη την περίπτωση, που το μέγιστο ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής, δηλαδή του ατυποποίητου συστήματος των τιμών που αντιστοιχεί στο δεδομένο σύστημα παραγωγής, είναι $\underline{\mathbf{R}} = \min(\underline{\mathbf{R}}_1, \underline{\mathbf{R}}_2) = \underline{\mathbf{R}}_2$ και εισάγουμε παράλληλα μια εξίσωση τυποποίησης στην οποία το τυπικό εμπόρευμα αποτελείται μόνο από βασικά εμπορεύματα. Στην εν λόγω περίπτωση, το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος θα είναι, όπως είδαμε, το $\mathbf{R_n} = \underline{\mathbf{R}}_1$, αυτό όμως είναι διαφορετικό από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του ατυποποίητου δεδομένου συστήματος παραγωγής. Συνεπώς, για το δεδομένο σύστημα παραγωγής και τη δεδομένη εξίσωση τυποποίησης, το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυποποιημένου συστήματος παραγωγής είναι διαφορετικό από το μη τυποποιημένο. Περαιτέρω προκύπτει ότι για $r > \mathbf{R_n} = \underline{\mathbf{R}}_2$, οι τιμές καθίστανται αρνητικές και απροσδιόριστες. Καθώς τώρα η εξίσωση τυποποίησης είναι απαραίτητη προκειμένου από ένα δεδομένο σύστημα να προκύψουν χρηματικά μεγέθη, το μέγιστο ποσοστό κέρδους, το οποίο προκύπτει στα πλαίσια ενός τυποποιημένου συστήματος παραγωγής, δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του δεδομένου συστήματος, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού του υποσυστήματος και μεταβάλλεται συναρτήσει αυτού. Λόγω όμως της υπόθεσης του ενιαίου των τιμών του ονομαστικού ωρομισθίου και του ποσοστού κέρδους, το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος ανάγεται και σε μέγιστο ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής.

Για να εξασφαλίσουμε ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος θα είναι ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής, πρέπει να τυποποιήσουμε τις τιμές με ένα κατάλληλο τυπικό εμπόρευμα. Στην προκειμένη περίπτωση όπου $\underline{\mathbf{R}} = \min(\underline{\mathbf{R}}_1, \underline{\mathbf{R}}_2) = \underline{\mathbf{R}}_2$, το τυπικό εμπόρευμα πρέπει να περιέχει και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων.

***

Για να ολοκληρωθεί τώρα η απόδειξη ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w-r-σχέσης ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής είναι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού του υποσυστήματος, θα έρθουμε στην απόδειξη του τεθέντος ως ισχυρισμού, ότι οι τιμές των παραγόμενων εμπορευμάτων του τυπικού υποσυστήματος είναι για $0 < \mathbf{w} \leq \mathbf{w}_{max}$ αυστηρά θετικές, ενώ για $\mathbf{w}=0$ ή αυστηρά θετικές ή ημιθετικές. Για την απόδειξη του ισχυρισμού αυτού θα προβούμε στην ανάλυση του τυπικού υποσυστήματος.

Εν πρώτοις, το τυπικό υποσύστημα είναι και αυτό ένα βιώσιμο (υπο)σύστημα παραγωγής, όπως και το δεδομένο σύστημα παραγωγής. Και τα δύο αυτά συστήματα χρησιμοποιούν την παραγωγική τεχνική του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Η διαφορά των δύο αυτών συστημάτων έγκειται αφενός στο γεγονός, ότι τα δύο αυτά συστήματα παράγουν διαφορετικά καλάθια εμπορευμάτων και αφετέρου, στο γεγονός, ότι το τυπικό υποσύστημα παραγωγής ενδέχεται να παράγει λιγότερων ειδών εμπορεύματα από ότι το δεδομένο σύστημα παραγωγής –π.χ. στα πλαίσια ενός συστήματος παραγωγής που χρησιμοποιεί μια διασπώμενη τεχνική και συνεπώς παράγει και μη βασικά εμπορεύματα, το τυπικό υποσύστημα μπορεί να παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Υποθέτοντας τώρα ότι για το δεδομένο σύστημα παραγωγής ισχύει [**A**,**L**,**X**], **X**>0, για το τυπικό υποσύστημα υποθέτουμε ότι ισχύει [**A**, **L**, **x**], με **x** $\geq$ 0. Περαιτέρω, θα συμβολίσουμε με **N** τη μήτρα των τεχνολογικών συντελεστών των εισροών, η οποία προκύπτει από τη μήτρα **A** του δεδομένου συστήματος παραγωγής αν από αυτήν διαγράψουμε τις γραμμές και τις στήλες που αναπαριστούν τις εισροές εκείνων των διαδικασιών παραγωγής, οι οποίες δεν μπαίνουν σε λειτουργία. Η μήτρα **N** θα αποτελεί τη μήτρα των τεχνολογικών συντελεστών των εισροών του τυπικού εμπορεύματος. Επιπρόσθετα, επειδή έχουμε υποθέσει ότι οι υπομήτρες $\mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{22}$ είναι μη διασπώμενες, έπεται ότι η παραγωγή οποιουδήποτε τυπικού εμπορεύματος ενέχει την παραγωγή όλων των βασικών εμπορευμάτων. Παράλληλα, η παραγωγή οποιουδήποτε τυπικού εμπορεύματος το οποίο περιέχει και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων ενέχει την παραγωγή όλων των μη βασικών εμπορευμάτων του τομέα αυτού. Θα συμβολίσουμε επίσης με $\mathbf{y}_\mathbf{n}$ και $\mathbf{x}_\mathbf{n}$ εκείνα τα διανύσματα του καθαρού και του ακαθάριστου προϊόντος του τυπικού υποσυστήματος, τα οποία προκύπτουν από το τυπικό εμπόρευμα **y** και το ακαθάριστο προϊόν που του αντιστοιχεί αν από αυτά διαγράψουμε τις συνιστώσες που αφορούν τα μη παραγόμενα από το τυπικό υποσύστημα -παραγόμενα όμως στο δεδομένο σύστημα παραγωγής– εμπορεύματα. Τα μη παραγόμενα στο τυπικό υποσύστημα παραγωγής εμπορεύματα αντιπροσωπεύονται στις μηδενικές συνιστώσες του **x**. Αντιστοίχως, θα συμβολίζουμε με $\mathbf{L}_\mathbf{n}$ το διάνυσμα των εισροών σε άμεση εργασία των παραγόμενων από το τυπικό υποσύστημα εμπορεύματα. Το διάνυσμα αυτό προκύπτει αν από το **L** του δεδομένου συστήματος παραγωγής διαγράψουμε τις αφορούσες εκείνες τις διαδικασίες παραγωγής συνιστώσες, οι οποίες στο τυπικό υποσύστημα δεν μπαίνουν σε λειτουργία. Στη βάση αυτών έπονται τα ακόλουθα:

- όταν το τυπικό εμπόρευμα έχει τη μορφή $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1, 0, 0]$, με $\mathbf{y}_1 > 0$, τότε επειδή το τυπικό υποσύστημα παράγει μόνο τα βασικά εμπορεύματα της δεδομένης τεχνικής, έπεται: $\mathbf{N} = \mathbf{A}_{11},\ \mathbf{y}_\mathbf{n} = \mathbf{y}_1,\ \mathbf{L}_\mathbf{n} = \mathbf{L}_1$
- όταν το τυπικό εμπόρευμα έχει τη μορφή $\mathbf{y} = [0, \mathbf{y}_2, 0]$, με $\mathbf{y}_2 > 0$, τότε, επειδή το τυπικό υποσύστημα παράγει μόνο τα βασικά και τα μη βασικά εμπορεύματα της δεδομένης τεχνικής, έπεται ότι: $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix},\ \mathbf{y}_\mathbf{n} = [0,\ \mathbf{y}_2],\quad \mathbf{x}_\mathbf{n} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2],\ \mathbf{L}_\mathbf{n} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2]$
- όταν $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, 0]$, τότε ισχύει: $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix},\ \mathbf{y}_\mathbf{n} = [\mathbf{y}_1,\ \mathbf{y}_2],\quad \mathbf{x}_\mathbf{n} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]$ $[\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2]$.
- Όταν το τυπικό εμπόρευμα είναι της μορφής $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3]$ με $\mathbf{y}_1 \geq 0, \mathbf{y}_2 \geq 0, \mathbf{y}_3 \geq 0$, έπεται :

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathrm{N}_{13} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\quad \mathbf{y}_\mathbf{n} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \underline{\mathbf{y}}_3],\quad \mathbf{x}_\mathbf{n} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \underline{\mathbf{x}}_3],\ \mathbf{L}_\mathbf{n} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \underline{\mathbf{L}}_3]$$

  Στην περίπτωση αυτή, η μήτρα $\mathbf{N}_{13}$ αναπαριστά τη μήτρα $\mathbf{A}_{13}$ αφού από αυτή διαγραφούν εκείνες οι στήλες, οι οποίες στα πλαίσια του υποθεώρηση τυπικού υποσυστήματος δεν τίθενται σε λειτουργία. Αντιστοίχως, τα διανύσματα $\underline{\mathbf{y}}_3$ και $\underline{\mathbf{x}}_3$ αναπαριστούν τα διανύσματα $\mathbf{y}_3, \mathbf{x}_3$, από τα οποία έχουν διαγραφεί οι αντιστοιχούσες στο $\mathbf{x}_3$ μηδενικές συνιστώσες. Επίσης, το διάνυσμα $\underline{\mathbf{L}}_3$ προκύπτει από το διάνυσμα $\mathbf{L}_3$ από το οποίο έχουμε διαγράψει τις συνιστώσες εκείνες, οι οποίες αφορούν διαδικασίες που δεν μπαίνουν σε λειτουργία.

- Προφανώς, όταν το τυπικό εμπόρευμα για να παραχθεί θέτει σε λειτουργία όλες τις διαδικασίες παραγωγής, τότε το τυπικό υποσύστημα από πλευράς τεχνικής ταυτίζεται με την τεχνική του δεδομένου συστήματος, ήτοι **N**=A και $\mathbf{L_n} = \mathbf{L}$.
- Με $\mathbf{p_n}$ θα συμβολίζουμε το διάνυσμα των τιμών των παραγόμενων από το τυπικό υποσύστημα εμπορευμάτων. Αν π.χ., $\mathbf{y_n} = [0, \mathbf{y}_2]$, τότε δεδομένου του ότι $\mathbf{x_n} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]$, έπεται ότι $\mathbf{p_n} = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2]$. Επίσης αν $\mathbf{y_n} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \underline{\mathbf{y}}_3]$, τότε, δεδομένου του ότι $\mathbf{x_n} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \underline{\mathbf{x}}_3]$, έπεται ότι $\mathbf{p_n} = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \underline{\mathbf{p}}_3]$, όπου $\underline{\mathbf{p}}_3$ το διάνυσμα των τιμών των παραγόμενων από το τυπικό υποσύστημα εμπορευμάτων του τομέα 3.
- Τέλος, με $\underline{\mathbf{R}_\mathbf{N}}$ θα συμβολίζουμε το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους που αντιστοιχεί στην μήτρα **N** του τυπικού υποσυστήματος. Έτσι, αν **N**= $\mathbf{A}_{11}$**,** τότε, επειδή $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{N} = \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{11}}$, έπεται ότι $\underline{\mathbf{R}}_\mathbf{N} = \underline{\mathbf{R}}_1$. Επίσης, αν **N=A,** τότε, επειδή $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{N} = \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A} =$ $=\max(\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{11}}, \boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^{\mathbf{A}_{22}})$, έπεται ότι $\underline{\mathbf{R}}_\mathbf{n} = \min(\underline{\mathbf{R}}_1, \underline{\mathbf{R}}_2)$.

Στην συνέχεια και αφού λάβουμε υπόψη μας όσα ελέχθηκαν για την ανάλυση του τυπικού υποσυστήματος, μπορούμε να δώσουμε στην εξίσωση τυποποίησης την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{p_n y_n} = 1 \qquad (36)$$

Επίσης για το σύστημα των τιμών ισχύει :

$$\mathbf{p_n}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{N}] = \mathbf{wL_n} \qquad (37)$$

αν **w**=0, τότε $\mathbf{p_n}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{R_N})\mathbf{N}] = 0$ (38)

-στην (38) με $\mathbf{R_N}$ έχουμε συμβολίσει τις τιμές του ποσοστού κέρδους r, οι οποίες ικανοποιούν το σύστημα εξισώσεων αυτό. Προφανώς, μια από τις τιμές του r που ικανοποιούν το σύστημα αυτό είναι και η r=$\underline{\mathbf{R}}_\mathbf{N}$, όπου $\underline{\mathbf{R}}_\mathbf{N}$ εκείνη η τιμή του ποσοστού κέρδους, η οποία αντιστοιχεί σε ένα θετικό διάνυσμα τιμών.-

Περαιτέρω, τα συστήματα (37) και (38) αναλύονται στα ακόλουθα συστήματα εξισώσεων:

$$\mathbf{p}_1[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}] = \mathbf{wL}_1 \qquad (37α)$$
$$\mathbf{p}_2[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}] = \mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12} + \mathbf{wL}_2 \qquad (37β)$$
$$\underline{\mathbf{p}}_3 = (1+\mathbf{r})\mathbf{N}_{13} + \mathbf{w}\underline{\mathbf{L}}_3 \qquad (37γ)$$

$$\mathbf{p}_1[\mathbf{I} - (1+\mathbf{R_N})\mathbf{A}_{11}] = 0 \qquad (38α)$$
$$\mathbf{p}_2[\mathbf{I} - (1+\mathbf{R_N})\mathbf{A}_{22}] = \mathbf{p}_1(1+\mathbf{R_N})\mathbf{A}_{12} \qquad (38β)$$

$\underline{\mathbf{p}}_3 = \mathbf{p}_1(1+\mathbf{R_N})\mathbf{N}_{13}$ (38γ)

Στην συνέχεια θα εξετάσουμε πότε το διάνυσμα $\mathbf{p_n}$ υπό τους όρους των συστημάτων 37-38 είναι θετικό. Να τονιστεί ότι η σχέση (36) δεν είναι ικανή ώστε το διάνυσμα $\mathbf{p_n}$ να είναι θετικό. Η (36) ενδέχεται να ικανοποιείται και στην περίπτωση που το διάνυσμα $\mathbf{p_n}$ έχει μηδενικές και αρνητικές συνιστώσες.

Για w>0, ισχύει $\mathbf{p_n y_n} = \mathbf{wL_n}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{N}]^{-1}\mathbf{y_n} > 0$ (39).

Δεδομένου όμως ότι **w**>0, $\mathbf{L_n} > 0, \mathbf{p_n y_n} > 0$, έπεται ότι

για $0 \le \mathbf{r} < \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{N}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}}$ ισχύει $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{N}]^{-1} \ge 0$ (40)

Τα τελευταία όμως σημαίνουν ότι $\mathbf{p_n} = \mathbf{wL_n}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{N}]^{-1} > 0$

Αν **w**=0 και το ποσοστό κέρδους λαμβάνει οικονομικά σημαντική τιμή, τότε ισχύει $\mathbf{p_n}[\mathbf{I}-(1+\underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}})\mathbf{N}] = 0$ (41).

Σύμφωνα με την (41), το διάνυσμα των τιμών $\mathbf{p_n}$ του τυπικού εμπορεύματος είναι μη αρνητικό όταν το ποσοστό κέρδους λάβει την τιμή $\mathbf{r} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{N}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}}$.

Αν το μέγιστο ποσοστό κέρδους της μήτρας **N** είναι αυτό του τομέα παραγωγής βασικών εμπορευμάτων, ήτοι $\underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}_1}$, και το τυπικό υποσύστημα περιλαμβάνει τόσο βασικά όσο και μη βασικά εμπορεύματα, τότε το σύστημα (41) οδηγεί σε αυστηρά θετικές τιμές για όλα τα εμπορεύματα του τυπικού υποσυστήματος, ήτοι $\mathbf{p_n}$>0.

Αν το μέγιστο ποσοστό κέρδους της μήτρας **N** είναι αυτό του τομέα παραγωγής μη βασικών εμπορευμάτων τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων, τότε οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων –δεδομένου ότι το τυπικό υποσύστημα παράγει τόσο βασικά όσο και μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων- είναι μηδενικές, ενώ οι τιμές τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων είναι αυστηρά θετικές. Ισχύει δηλαδή $\mathbf{p_n} \ge 0$, $\mathbf{p}_1 = 0, \mathbf{p}_2 > 0$ -αν μάλιστα το τυπικό υποσύστημα παράγει και μη βασικά εμπορεύματα τα οποία δεν εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων και τα οποία παράγονται μόνο διαμέσου βασικών εμπορευμάτων, τότε ισχύει επίσης και ότι $\mathbf{p}_3 = 0$.

Στην περίπτωση που για το δεδομένο σύστημα ισχύει $\underline{\mathbf{R}_1} > \underline{\mathbf{R}_2}$ και το τυπικό υποσύστημα παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα, τότε, επειδή το τυπικό υποσύστημα οδηγεί σε ένα μέγιστο ποσοστό κέρδους ίσο με $\underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}_1}$ και για το διάστημα του ποσοστού κέρδους $\mathrm{r} \in [0, \underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}}_1]$ σε αυστηρά θετικές τιμές για τα βασικά εμπορεύματα και επειδή το δεδομένο σύστημα παραγωγής το οποίο παράγει και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων έχει ένα μέγιστο ποσοστό κέρδους $\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{R}}_2$, έπεται ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους που προκύπτει στα πλαίσια της w-r-σχέσης δεν είναι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος, αλλά μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος. Αν το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w-r-σχέσης ήταν το μέγιστο ποσοστό κέρδους του υπό θεώρηση τυποποιημένου δεδομένου συστήματος παραγωγής, τότε για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους και του ονομαστικού ωρομισθίου τα οποία ανήκουν στα διαστήματα $[0,\mathbf{r}_{\mathbf{w}=0}],[0,\mathbf{w}_{\mathbf{r}=0}]$ οι τιμές των εμπορευμάτων θα έπρεπε να είναι μη αρνητικές. Ωστόσο επειδή η w-r-σχέση που προκύπτει στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής δεν είναι χαρακτηριστικό του δεδομένου αυτού συστήματος, αλλά του τυπικού του υποσυστήματος, στην δεδομένη περίπτωση που $\underline{\mathbf{R}}_1 > \underline{\mathbf{R}}_2$ και $\underline{\mathbf{R}}_\mathbf{N} = \underline{\mathbf{R}}_1$,υπάρχει διάστημα της w-r-σχέσης και συγκεκριμένα το διάστημα $(\underline{\mathbf{R}}_2,\ \underline{\mathbf{R}}_1 = \mathbf{r}_{\mathbf{w}=0} = \mathbf{r}_{\max}]$, στο οποίο προκύπτουν αρνητικές και απροσδιόριστες τιμές για τα μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων και τα οποία παράγονται στα πλαίσια του δεδομένου συστήματος παραγωγής.

Από την παραπάνω ανάλυση έγινε λοιπόν σαφές, πρώτον, ότι οι τιμές των εμπορευμάτων του τυπικού υποσυστήματος είναι πάντα μη αρνητικές, δεύτερον, ότι η μη αρνητικότητα των τιμών του τυπικού υποσυστήματος δεν σημαίνει και μη αρνητικότητα των τιμών των εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος παραγωγής και τρίτον ότι αν η w-r-σχέση, η οποία προκύπτει στα πλαίσια ενός τυποποιημένου συστήματος παραγωγής, θεωρηθεί χαρακτηριστικό μέγεθος του δεδομένου αυτού συστήματος, τότε, μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται και το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w-r-σχέσης του δεδομένου αυτού συστήματος παραγωγής.

Να παρατηρήσουμε επίσης ότι η ανάλυση του τυπικού υποσυστήματος, όπως διεξάχθηκε ως το σημείο αυτό, μας δίνει τη δυνατότητα να δείξουμε ότι η w-r-σχέση ενός συστήματος – και πιο συγκεκριμένα η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος του δεδομένου συστήματος παραγωγής - απλής παραγωγής έχει πάντα αρνητική κλίση. Συγκεκριμένα ισχύει:

$$\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}} = -\left(\frac{\mathbf{p_n N}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{N}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L_n}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{N}]^{-1}\mathbf{y}}\right) \qquad (42)$$

Επειδή, όπως δείξαμε παραπάνω, στην (42) για $0 \le \mathbf{r} < \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{N}}{\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{N}} = \underline{\mathbf{R}}_\mathbf{N}$ η παράσταση που βρίσκεται μέσα στην παρένθεση είναι αυστηρά θετική και επειδή η κλίση της w-r-σχέσης είναι το αρνητικό αυτής της παράστασης, έπεται ότι η κλίση της είναι αρνητική.

ΙΙ.4.4 Οι δυνατές τυποποιήσεις[1]

Είμαστε σε θέση να εστιάσουμε την προσοχή μας στην επίδραση της τυποποίησης πάνω στα ονομαστικά μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής με πιο συγκεκριμένο τρόπο. Ειδικότερα, θα εστιάσουμε την προσοχή μας σε όλες τις δυνατές τυποποιήσεις, είτε το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα είναι μεγαλύτερο από αυτό του τομέα μη βασικών εμπορευμάτων που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, είτε όχι. Οι δυνατές τυποποιήσεις είναι εφτά και είναι οι ακόλουθες:

1) Ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιείται ένα ή περισσότερα βασικά εμπορεύματα. Στην περίπτωση αυτή το τυπικό υποσύστημα -σύμφωνα με όσα αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα-παράγει όλα τα βασικά εμπορεύματα.

2) Ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιείται ένα ή περισσότερα μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **3** –δηλαδή του τομέα παραγωγής μη βασικών εμπορευμάτων τα οποία δεν εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων. Στην περίπτωση αυτή το τυπικό υποσύστημα περιλαμβάνει όλα τα βασικά εμπορεύματα καθώς και όλα τα μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **3** τα οποία περιέχονται στο τυπικό εμπόρευμα.

3) Ως τυπικό εμπόρευμα λειτουργεί ένα καλάθι εμπορευμάτων το οποίο αποτελείται από βασικά και μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **3**. Στην περίπτωση αυτή για το τυπικό υποσύστημα ισχύει ό,τι και στην περίπτωση **2**.

4) Ως τυπικό εμπόρευμα λειτουργεί ένα καλάθι εμπορευμάτων το οποίο αποτελείται από μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **2** -, ήτοι από μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή τους. Στην περίπτωση αυτή το τυπικό υποσύστημα παράγει όλα τα βασικά εμπορεύματα καθώς και όλα τα μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **2**.

5) Ως τυπικό εμπόρευμα λειτουργεί ένα καλάθι βασικών και μη βασικών εμπορευμάτων του τομέα **2**. Στην περίπτωση αυτή, για το τυπικό υποσύστημα ισχύει ό,τι ειπώθηκε στην περίπτωση (4).

6) Ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιείται ένα καλάθι εμπορευμάτων το οποίο περιέχει τόσο μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **2** όσο και μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **3**. Στην περίπτωση αυτή το τυπικό υποσύστημα αποτελείται από όλα τα βασικά εμπορεύματα , όλα τα μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **2** και εκείνα τα μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **3** τα οποία περιέχονται και στο τυπικό εμπόρευμα.

7) Ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιείται ένα καλάθι εμπορευμάτων που αποτελείται από εμπορεύματα όλων των τομέων. Στην περίπτωση αυτή για το τυπικό υποσύστημα ισχύει ό,τι και στην περίπτωση (6).

---

[1] Δες Σταμάτης (1995α) σελ.305-312.

Σύμφωνα με τα όσα έχουμε πει, για να προσδιοριστούν σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής χρηματικά μεγέθη, πρέπει να εισαχθεί εξωγενώς και μια εξίσωση τυποποίησης. Επιπρόσθετα, όπως αναπτύξαμε, τα προκύπτοντα χρηματικά μεγέθη στη βάση μιας εξίσωσης τυποποίησης δεν είναι χρηματικά μεγέθη του υπό θεώρηση δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού συστήματος, τα οποία λόγω της υπόθεσης του ενιαίου των τιμιακών μεγεθών ανάγονται και σε χρηματικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος. Στη βάση αυτού του τρόπου προσδιορισμού των ονομαστικών μεγεθών του δεδομένου συστήματος παραγωγής, ισχύουν τα ακόλουθα:

A) Για την περίπτωση που ισχύει $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}$, έπεται ότι $\underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{R}_1}$. Στην περίπτωση αυτή, επειδή για το διάστημα των τιμών του ποσοστού κέρδους, το οποίο προκύπτει στα πλαίσια του προσδιορισμού της w-r-σχέσης, ισχύει $[0,\ \mathbf{r}_{\mathbf{w}=0} = \underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}_1}]$ -αφού το τυπικό υποσύστημα θα περιέχει πάντα και όλα τα βασικά εμπορεύματα- και επειδή το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος συμπίπτει με αυτό του δεδομένου συστήματος παραγωγής, έπεται ότι για κάθε $\mathbf{r} \in [0, \mathbf{r}_{\max} = \underline{\mathbf{R}_1}]$ οι τιμές των εμπορευμάτων τόσο του τυπικού υποσυστήματος όσο και του δεδομένου συστήματος παραγωγής είναι αυστηρά θετικές.

B) Για την περίπτωση που $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}$ και συνεπώς για $\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{R}_2} < \underline{\mathbf{R}_1}$, το πρόσημο των τιμών των εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος εξαρτάται από το είδος της χρησιμοποιηθείσας τυποποίησης. Συγκεκριμένα:

i. αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιήσουμε το τυπικό εμπόρευμα της παραπάνω περίπτωσης (1), έπεται ότι $\underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}_1}$. Κατά συνέπεια το τυπικό υποσύστημα ορίζει ως διάστημα τιμών του ποσοστού κέρδους **r**, το διάστημα $[0, \underline{\mathbf{R}_1}]$. Όμως, για κάθε ποσοστό κέρδους r, $\mathbf{r} \geq \underline{\mathbf{R}_2}$, οι τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων του τομέα **2**, τα οποία αποτελούν παραγόμενα στο δεδομένο σύστημα παραγωγής εμπορεύματα, λαμβάνουν αρνητικές και απροσδιόριστες τιμές. Όσον αφορά τα παραγόμενα στο δεδομένο σύστημα παραγωγής εμπορεύματα του τομέα **3**, αυτά, επειδή στα πλαίσια της υποθεώρηση τεχνικής παράγονται μόνο διαμέσου βασικών εμπορευμάτων και επειδή τα βασικά εμπορεύματα λαμβάνουν θετική τιμή, έπεται ότι και η τιμή των εμπορευμάτων του τομέα **3** είναι αυστηρώς θετική.

ii. αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί το τυπικό εμπόρευμα της περίπτωσης (2), έπεται ότι $\underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}_1} = \underline{\mathbf{R}}$. Στην περίπτωση αυτή ισχύει ότι ειπώθηκε και στο σημείο (i), με τη διαφορά ότι, όταν r=$\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{R}_2}$, το σύστημα προσδιορισμού των τιμών καθίσταται υπερπροσδιορισμένο και συνεπώς δεν έχει λύση. Στην τιμή αυτή του ποσοστού κέρδους, ο τομέας **2** προσδιορίζει μηδενικές τιμές για τα εμπορεύματα του βασικού τομέα, αντιθέτως, οι τομείς που παράγουν τα βασικά εμπορεύματα καθώς και τα μη βασικά εμπορεύματα του τομέα **3** οδηγούν σε αυστηρά θετικές τιμές.

iii. αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί το τυπικό εμπόρευμα της περίπτωσης (3), τότε ισχύει ό,τι και στο σημείο (i).

iv. αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί το τυπικό εμπόρευμα της περίπτωσης (4), έπεται ότι $\underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}} = \underline{\mathbf{R}_2}$. Στην περίπτωση αυτή, έπεται ότι για κάθε r, $0 \leq \mathbf{r} < \underline{\mathbf{R}_2}$, οι τιμές όλων των εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος είναι αυστηρά θετικές, ενώ για $\mathbf{r} = \underline{\mathbf{R}_2}$ οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων είναι μηδενικές – οι τιμές των εμπορευμάτων του τομέα **2** και **3** είναι αυστηρά θετικές.

v. τέλος για τις τυποποιήσεις (5) , (6), (7) ισχύει ό,τι ειπώθηκε στο σημείο (iv)

Γ) Για την περίπτωση που το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος είναι ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού υποσυστημάτος, έπεται, αναλογικά με τις προηγούμενες περιπτώσεις, ότι, καίτοι στο τυπικό υποσύστημα οι τιμές είναι πάντα θετικές ή ημιθετικές, στο δεδομενο σύστημα παραγωγής θετικές και ημιθετικές τιμές μπορούν να προκύψουν μόνο όταν το το τυπικό εμπόρευμα περιλαμβάνει και μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων. Στις περιπτώσεις που το τυπικό εμπόρευμα δεν περιέχει και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, τότε το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος γίνεται ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος και το διάνυσμα των τιμών των μη βασικών εμπορευμάτων που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, για κάθε τιμή του ποσοστού κερδους μεγαλύτερη ή ίση από αυτή του μέγιστου ποσοστού κέρδους του υποσυστήματος των μη βασικών εμπορευμάτων που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, περιέχει απροσδιόριστες και αρνητικές συνιστώσες. Περαιτέρω δες Βουγιουκλάκης /Μαριόλης (1993).

ΙΙ.4.5 Η μεταβολή των σχετικών τιμών του τυποποιημένου συστήματος των τιμών συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος[1]

Στο σημείο αυτό θα δείξουμε ότι μεταβαλλόμενης της τυποποίησης, στη γενική περίπτωση, μεταβάλλονται όχι μόνο τα χρηματικά μεγέθη και το πρόσημό τους, αλλά και οι σχετικές τιμές.

Υποθέτουμε ότι η τεχνική [**A,L**], ενός δεδομένου σύστηματος [**A,L,X**], είναι της μορφής

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2]$$

Για λόγους απλοποίησης, στη δεδομένη αυτή τεχνική έχουμε αφήσει εκτός θεώρησης τα μη βασικά εμπορευμάτα τα οποία παράγονται αποκλειστικά διαμέσου μόνο βασικών εμπορευμάτων. Κατά τα άλλα υποθέτουμε ότι και η δεδομένη αυτή τεχνική αφορά **n** διαδικασίες παραγωγής και **n** εμπορεύματα. Επίσης υποθέτουμε ότι οι μήτρες $\mathbf{A}_{11}$και $\mathbf{A}_{22}$είναι διάστασης **kxk** και **mxm** αντίστοιχα.

Υποθέτουμε επίσης ότι $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}$ και συνεπώς ότι $\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{R}_2} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}}$. Ως γνωστό για το διάνυσμα των ατυποποίητων τιμων όταν

Α) **w**>0 τότε ισχύει

$$\mathbf{p} = \mathbf{wL}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1} \quad (43)$$

-με $\mathbf{r} \neq \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_\nu^{A}}{\boldsymbol{\lambda}_\nu^{A}}$, όπου $\boldsymbol{\lambda}_\nu^{A}$ η **ν** ιδιοτιμή της Α, με **ν**=1,2,…,n –

Β) **w**=0 τότε ισχύει

$$\mathbf{p}_\nu[\mathbf{I} - (1+\mathbf{R}_\nu)\mathbf{A}] = 0 \quad (44)$$

-όπου $\mathbf{p}_\nu$ το διάνυσμα των τιμών, το οποίο είναι συνδεδεμένο με την **ν** ιδιοτιμή της μήτρας Α. Αντίστοιχα , ως $\mathbf{R}_\nu$ συμβολίζουμε εκείνη την τιμή του ποσοστού κέρδους, η οποία διαμέσου της σχέσης $\mathbf{R_n} = \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_\nu^{A}}{\boldsymbol{\lambda}_\nu^{A}}$ αντιστοιχεί στη **ν** ιδιοτιμή της μήτρας **Α**.-

Περαιτέρω, τα συστήματα (43), (44) αναλύονται ως εξής:

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{wL}_1[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}]^{-1} \quad (43a)$$

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{w}\{\mathbf{L}_1[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}]^{-1}\mathbf{A}_{12}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{L}_2\}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]^{-1} \quad (43b)$$

[1] Δες Βουγιουκλάκης/ Μαριόλης (1991).

$$\mathbf{p}_{\underset{\nu}{1}}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R}_{\nu})\mathbf{A}_{11}]=0 \qquad (44a)$$

$$\mathbf{p}_{\underset{\nu}{2}}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R}_{\nu})\mathbf{A}_{22}]=\mathbf{p}_{\underset{\nu}{1}}(1+\mathbf{R}_{\nu})\mathbf{A}_{12} \qquad (44b)$$

Εισάγουμε τώρα και την εξίσωση τυποποίησης

py=a με $\mathbf{y}=[\mathbf{y}_1,0]$ (45)

-το τυπικό εμπόρευμα της (45) περιέχει μόνο βασικά εμπορεύματα, τα οποία παριστάνονται στο διάνυσμα. $\mathbf{y}_1$

Για την w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος, όταν $\mathbf{r}\neq\dfrac{1-\lambda_{\iota}^{A_{11}}}{\lambda_{\iota}^{A_{11}}}=\mathbf{R}_{\underset{\iota}{1}}$ με ι=1,2,…k και **w**>0 -όπου $\lambda_{\iota}^{A_{11}}$ οι ιδιοτιμές τις μήτρας $\mathbf{A}_{11}$ και $\mathbf{R}_{\underset{\iota}{1}}$ οι τιμές του ποσοστού κέρδους που συνδέονται με τις εν λόγω ιδιοτιμές- , ισχύει η ακόλουθη σχέση

$$\mathbf{w}=\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{L}_1[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}]^{-1}\mathbf{y}_1} \qquad (45)$$

Όταν **w**=0, τότε ισχύει $\mathbf{r}=\underline{\mathbf{R}_{\mathbf{N}}}=\dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{A_{11}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{A_{11}}}=\underline{\mathbf{R}_1}=\dfrac{\mathbf{a}-\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}}{\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}}$ (46)

Τώρα για τις τιμές των βασικών εμπορευμάτων ισχύουν τα ακόλουθα:

1) για **w**>0, $0\leq\mathbf{r}<\dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}}$, έπεται $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}]^{-1}>0$ (47)

Από την (43a) και την (47) έπεται ότι $\mathbf{p}_1>0$.

2) για **w**=0, έπεται ότι το $\mathbf{p}_1>0$ είναι ένα αριστερό ιδιοδιάνυσμα της $\mathbf{A}_{11}$. Ειδικότερα, όταν το $\mathbf{p}_1$ είναι συνδεδεμένο με τη μέγιστη ιδιοτιμή $\mathbf{A}_{11}$ και συνεπώς όταν $\mathbf{r}=\dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}}$, τότε είναι αυστηρά θετικό.

Συνεπώς, από τα σημεία (1), (2), έπεται ότι αν $\mathbf{w}\geq 0$, τότε ισχύει $\mathbf{r}\in[0,\underline{\mathbf{R}_1}],\mathbf{p}_1>0$.

Τώρα, όσον αφορά τις τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων ισχύει ότι για $0\leq\mathbf{r}<\dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}}$, έπεται **w**>0, $\{\mathbf{L}_1[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}]^{-1}\mathbf{A}_{12}(1+\mathbf{r})+\mathbf{L}_2\}>0,[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]^{-1}>0.$ Συνεπώς, αν ληφθεί υπόψη η (43b), έπεται $\mathbf{p}_2>0$.

Επιπρόσθετα, όσον αφορά τις τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων, όταν το ποσοστό κέρδους λάβει τιμές που συνδέονται με τις ιδιοτιμές της μήτρας $\mathbf{A}_{22}$ πέρα της μέγιστης, ισχύει δηλαδή $\lambda_{j}^{A_{22}} \geq \lambda_{m}^{A_{22}}$, $\underline{\mathbf{R}}_2 \leq \mathbf{r} = \frac{1-\lambda_{j}^{A_{22}}}{\lambda_{j}^{A_{22}}} = \mathbf{R}_{\substack{2\\j}} < \frac{1-\lambda_{m}^{A_{11}}}{\lambda_{m}^{A_{11}}} = \underline{\mathbf{R}}_1 = \underline{\mathbf{R}_N}$, όπου $\lambda_{j}^{A_{22}}$ η j ιδιοτιμή της μήτρας $\mathbf{A}_{22}$ και $\frac{1-\lambda_{j}^{A_{22}}}{\lambda_{j}^{A_{22}}} = \mathbf{R}_{\substack{2\\j}}$,με j=1,2,..,m, τότε η αντίστροφη της μήτρας $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]$δεν ορίζεται., συνεπώς δεν ορίζεται και το διάνυσμα των τιμών των μη βασικών εμπορευμάτων $\mathbf{p}_2$. Επίσης, για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους r, $\mathbf{r} = \frac{1-\lambda_{j}^{A_{22}}}{\lambda_{j}^{A_{22}}}$, ισχύει $\mathbf{p}_2[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R}_{\substack{2\\j}})\mathbf{A}_{22}] = 0$. Το σύστημα όμως αυτό προϋποθέτει **w**=0. Ωστόσο, το τυπικό υποσύστημα, για το υπό εξέταση διάστημα του ποσοστού κέρδους **r**, ενέχει **w**>0 [1]. «Κατά συνέπεια σε αυτές τις κρίσιμες τιμές του…r δεν μπορεί να γίνει λόγος για σχετικές τιμές μη βασικών εμπορευμάτων, εκφρασμένων ως προς τις τιμές [των] βασικών ή ως προς τις τιμές [των] μη βασικών εμπορευμάτων. Επιπλέον, για τις κρίσιμές αυτές τιμές του r ισχύει $\lim_{\mathbf{r}\to\mathbf{R}_{\substack{2\\j}}} \mathbf{p}_2 = \pm\infty$. Όταν το r τείνει στο $\mathbf{R}_{\substack{2\\j}}$ …τότε η ορίζουσα της μήτρας $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]$τείνει στο μηδεν και επομένως κάθε στοιχείο της μήτρας $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}]^{-1}$στο $\pm\infty$.»[2]

Για τις τιμές του ποσοστού κέρδους **r,** όπου $\underline{\mathbf{R}}_2 = \frac{(1-\lambda_{m}^{A_{22}})}{\lambda_{m}^{A_{22}}} < \mathbf{r} < \underline{\mathbf{R}}_1 = \frac{1-\lambda_{m}^{A_{11}}}{\lambda_{m}^{A_{11}}} = \underline{\mathbf{R}_N}$ και για τις τιμές του ποσοστού κέρδους **r**, $\mathbf{r} \neq \mathbf{R}_{\substack{2\\j}} = \frac{1-\lambda_{j}^{A_{22}}}{\lambda_{j}^{A_{22}}}$, το διάνυσμα $\mathbf{p}_2$περιέχει και αρνητικές συνιστώσες. Το διάνυσμα $\mathbf{p}_2$ είναι αυστηρά θετικό μόνο για τιμές του ποσοστού κέρδους $\mathbf{r} \leq \frac{1-\lambda_{m}^{A_{22}}}{\lambda_{m}^{A_{22}}}$.

Τα ίδια ισχύουν καθώς το ποσοστό κέρδους τείνει στην τιμή $\underline{\mathbf{R}}_1$, ενώ παράλληλα υπάρχει ιδιοτιμή της μήτρας $\mathbf{A}_{22}$, η οποία είναι ίση με τη μέγιστη ιδιοτιμή της $\mathbf{A}_{11}$. Στην περίπτωση αυτή οι τιμές $\mathbf{p}_2$ τείνουν να γίνουν απροσδιόριστες, ήτοι $\mathbf{p}_2 = [\pm\infty]$. Στην περίπτωση που δεν συμβαίνει μια τέτοια σύμπτωση, το $\mathbf{p}_2$ έχει και αρνητικές συνιστώσες.

Αν τυποποιήσουμε τιμές με ένα καλάθι εμπορευμάτων που περιέχει και μη βασικά εμπορεύματα, τότε το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος θα είναι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού υποσυστήματος. Συνεπώς, το ποσοστό κέρδους r θα κινείται στο διάστημα [0, $\underline{\mathbf{R}}_2$]. Στο διάστημα αυτό όμως δεν λαμβάνουν χώρα τα προβλήματα τα οποία συνδέονται και με το διάστημα $\underline{\mathbf{R}}_2 < \mathbf{r} < \underline{\mathbf{R}}_1$, δηλαδή δεν εμφανίζονται αρνητικές και απροσδιόριστες τιμές. Στην περίπτωση αυτή για $\mathbf{r} = \underline{\mathbf{R}}_2$, έπεται $\mathbf{p}_1 = 0, \mathbf{w} = 0$. Συνεπώς παρατηρούμε ότι οι σχετικές τιμές μεταβάλλονται.

---

[1] $\mathbf{p}_2[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R}_{\substack{J\\2}})\mathbf{A}_{22}] = 0,\ \ \mathbf{w}\{\mathbf{L}_1[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R}_{\substack{2\\j}})\mathbf{A}_{22}]^{-1}\mathbf{A}_{12}(1+\mathbf{r})+\mathbf{L}_2\}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R}_{\substack{2\\j}})\mathbf{A}_{22}] > 0$

[2] Δες στο Βουγιουκλάκης/Μαριόλης (1991) σελ.76.

Τέλος, να παρατηρήσουμε ότι, όταν το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού εμπορεύματος είναι μεγαλύτερο από αυτό του βασικού, τότε η τυποποίηση είναι ουδέτερη[1]. Οι τιμές των εμπορευμάτων ανεξαρτήτως τυποποίησης είναι πάντα θετικές. Αυτό είναι συνέπεια του ότι όπως και να τυποποιήσουμε τις τιμές, το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος θα συμπίπτει με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα.

[1] Ασφαλώς βέβαια ουδέτερη είναι μόνο όταν διερευνούμε τα ονομαστικά μεγέθη από την πλευρά ενός διαστήματος του ποσοστού κέρδους υπό τον όρο ότι στο διάστημα αυτό το ονομαστικό ωρομίσθιο και το ποσοστό κέρδους είναι μια σχέση αμφιμονοσήμαντη. Όπως σημειώσαμε και στην αρχή του παρόντος μέρους, στο Κεφάλαιο ΙΙ.1 ο Μαριόλης έδειξε ότι δεδομένου ενός μηδενικού ονομαστικού ωρομισθίου, οι τιμές και το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι συνάρτηση του τυπικού εμπορεύματος- δες Μαριόλης (1996β) σελ.178-181.

II.4.6 Η μεταβολή της w-r-σχέσης μιας συγκεκριμένης δεδομένης διασπώμενης τεχνικής συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος

Στο σημείο αυτό θα παραθέσουμε ένα παράδειγμα[1]. Σε αυτό, όσα ελέγχθηκαν σε σχέση με το τυπικό υποσύστημα και την μη ουδετερότητα της εξίσωσης τυποποίησης θα γίνουν πιο κατανοητά.

Έστω ένα σύστημα παραγωγής [**A, L, X**], το οποίο χρησιμοποιεί την τεχνική [**A, L**]:

με $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0.5 & 0.25 & 0.25\\ 0 & 0.75 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$, $\mathbf{L}=[0.25\ 0.25\ 0.25]$

Στα πλαίσια της υπό θεώρηση τεχνικής παράγεται ένα βασικό εμπόρευμα (τομέας **1**), ένα μη βασικό εμπόρευμα το οποίο εισέρχεται στην παραγωγή του (τομέας **2**) και ένα μη βασικό εμπόρευμα το οποίο παράγεται διαμέσου μόνο το βασικού εμπορεύματος (τομέας **3**). Για το σύστημα των τιμών της δεδομένης τεχνικής ισχύει:

$$\mathbf{p}_1 = 0.25\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})+0.25\mathbf{w} \quad (48)$$
$$\mathbf{p}_2 = (0.25\mathbf{p}_1+0.75\mathbf{p}_2)(1+\mathbf{r})+0.25\mathbf{w} \quad (49)$$
$$\mathbf{p}_3 = 0.25\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r})+0.25\mathbf{w} \quad (50)$$

Όπως προκύπτει από το σύστημα αυτό, το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τομέα παραγωγής του εμπορεύματος 2 , ήτοι του τομέα **2**, είναι μικρότερο από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τομέα παραγωγής του εμπορεύματος 1, ήτοι του τομέα **1**. Προφανώς αυτό είναι και μικρότερο από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του 3. Συγκεκριμένα, μηδενίζοντας την τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου, ήτοι θέτοντας **w**=0, έπεται ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα είναι ίσο με $\underline{\mathbf{R}_1}=1$. Επίσης, εκτός από το **w**, αν μηδενίσουμε και την τιμή του εμπορεύματος 1, ήτοι $\mathbf{p}_1$=0, τότε έπεται ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τομέα **2** , δηλ. το ποσοστό κέρδους του τομέα 2 όταν οι τιμιακές εισροές σε μέσα παραγωγής που δεν παράγονται από τον ίδιο αυτό τομέα είναι μηδενικές, είναι $\underline{\mathbf{R}_2}=\frac{1}{3}$. Ισχύει δηλαδή ότι $\mathbf{r}_{\substack{\mathbf{w}=0\\ \mathbf{p}_1=0}}=\underline{\mathbf{R}_2}=\frac{1}{3}$. Για τον τομέα παραγωγής του εμπορεύματος 3, στην περίπτωση που **w**=0 και η τιμή του εμπορεύματος 1 τείνει στο μηδέν, το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τομέα **3** τείνει στο συν άπειρο, ισχύει δηλαδή $\lim_{\substack{\mathbf{w}=0\\ \mathbf{p}_1\to 0}}\underline{\mathbf{R}_3}=+\infty$·

Ας δούμε τώρα τι συμβαίνει στις απόλυτες τιμές καθώς χρησιμοποιούμε διαφορετικά τυπικά εμπορεύματα.

A) Έστω η τυποποίηση2 $2\mathbf{p}_1=1$. Στην περίπτωση αυτή, ως τυπικό εμπόρευμα και ως πλασματικό χρήμα χρησιμοποιείται το βασικό εμπόρευμα· δύο μονάδες του βασικού

[1] Το παράδειγμα αυτό παρατίθεται από το Σταμάτης (1992α) σελ.410.

εμπορεύματος αποτελούν τη μονάδα του χρήματος. Στα πλαίσια της τυποποίησης αυτής η w-r-σχέση προσδιορίζεται από το παρακάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\mathbf{p}_1 = 0.5\mathbf{p}_1(1+\mathbf{r}) + 0{,}25\mathbf{w} \qquad (51)$$
$$2\mathbf{p}_1 = 1. \qquad (52)$$

Το σύστημα εξισώσεων (51), (52) προσδιορίζει για δεδομένο ποσοστό κέρδους **r** (για δεδομένο **w**) αυτοτελώς τη χρηματική τιμή του εμπορεύματος 1 και του ονομαστικού ωρομισθίου **w** (του ποσοστού κέρδους **r**). Όπως έχουμε πει, λόγω της υπόθεσης του ενιαίου των τιμιακών μεγεθών, τα προσδιοριζόμενα από το σύστημα εξισώσεων (51), (52) τιμιακά μεγέθη $\mathbf{r}, \mathbf{p}_1, \mathbf{w}$ ανάγονται και σε τιμιακά μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής που χρησιμοποιεί την υπό διερεύνηση τεχνική. Τα προσδιορισμένα στη βάση των (51), (52) μεγέθη, περαιτέρω, εισάγονται στις εξισώσεις (49), (50) και διαμέσου αυτών προσδιορίζονται οι τιμές των εμπορευμάτων 2 και 3, τα οποία παράγονται στο δεδομένο σύστημα παραγωγής. Το σύστημα εξισώσεων προσδιορίζει την ακόλουθη w-r-σχέση

w=1-r (53)

Το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους που προκύπτει από την (53) είναι το $\mathbf{r}_{max} = \underline{\mathbf{R}_1} = 1$, συνεπώς το διάστημα του ποσοστού κέρδους που προκύπτει στα πλαίσια της τυποποίησης $2\mathbf{p}_1 = 1$, είναι το διάστημα $\mathbf{r} \in [0,1]$. Αντιστοίχως, το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ονομαστικού ωρομίσθιου είναι το $\mathbf{w} \in [0,1]$. Για το διάστημα αυτό η τιμή του εμπορεύματος 3, ως άθροισμα θετικών ή ως άθροισμα θετικών και μη αρνητικών αριθμών, είναι πάντα θετική. Όσον αφορά τώρα την τιμή του εμπορεύματος 2 για κάθε r < (1/3) είναι θετική, συγκεκριμένα ισχύει

$$\mathbf{p}_2 = \frac{0.125(1+\mathbf{r})}{1-0.75(1+\mathbf{r})} + 0.25(1-\mathbf{r}) \qquad (54)$$

Από την (54) προκύπτει ότι η τιμή του εμπορεύματος 2, όταν το ποσοστό κέρδους λάβει την τιμή r=(1/3), είναι απροσδιόριστη, ήτοι $\pm\infty$. Το τελευταίο συμβαίνει, γιατί καθώς το ποσοστό κέρδους τείνει προς το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα **2**, το ύψος της τιμής του ονομαστικού ωρομισθίου **w** και της τιμής του εμπορεύματος 1 πρέπει να τείνουν στο μηδέν. Ωστόσο επειδή η τιμή του βασικού εμπορεύματος έχει δια της εξίσωσης τυποποίησης οριστεί εξωγενώς θετική, ήτοι $\mathbf{p}_1 = 0.5$, και επειδή διά της εξίσωσης τυποποίησης και της (53) για **r**=1/3 προκύπτει **w**=2/3, έπεται ότι για να μπορέσει ο τομέας παραγωγής του εμπορεύματος 2 να οδηγήσει στην μέγιστη τιμή του ποσοστού κέρδους που του αντιστοιχεί, το $\mathbf{p}_2$ πρέπει να τείνει στο συν πλην άπειρο. Όταν το ποσοστό κέρδους τείνει στο $\underline{\mathbf{R}_2} = \frac{1}{3}$ από αριστερά, τότε το $\mathbf{p}_2$ τείνει στο συν άπειρο. Όταν το ποσοστό κέρδους τείνει στο $\underline{\mathbf{R}_2} = \frac{1}{3}$ από δεξιά, τότε το $\mathbf{p}_2$ τείνει στο πλην άπειρο.

Β) Έστω η τυποποίηση $\mathbf{p}_3 = 1$, στην οποία ως τυπικό εμπόρευμα και ως πλασματικό χρήμα λειτουργεί το εμπόρευμα 3. Για την περίπτωση αυτή ισχύουν όσα παρατηρήθηκαν στην αμέσως προηγούμενη περίπτωση με τη διαφορά ότι, όταν το ποσοστό κέρδους λάβει την τιμή **r**=1/3, τότε το σύστημα των τιμών καθίσταται υπερπροσδιορισμένο. Στην περίπτωση αυτή οι εξισώσεις (48),(50) και η εξίσωση τυποποίησης ορίζουν ένα αυτοτελές σύστημα εξισώσεων, το οποίο για εξωγενώς δεδομένο ποσοστό κέρδους (εξωγενώς δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο) μπορεί να προσδιορίσει αυτοτελώς –χωρίς δηλαδή να ληφθεί υπόψη και η εξίσωση (49)- το ονομαστικό ωρομίσθιο (ποσοστό κέρδους) και την τιμή του βασικού εμπορεύματος. Η (48), η (50) και η $\mathbf{p}_3 = 1$ ορίζουν τις ακόλουθες σχέσεις

$$\mathbf{w} = \frac{1 - 0.5(1+\mathbf{r})}{-0{,}1875(1+\mathbf{r}) + 0.5} \quad \text{με } \mathbf{r}_{\max} = \underline{\mathbf{R}_1} = 1 \text{ και } \mathbf{w}_{\max} = \frac{0.5}{0.3125} \tag{55}$$

$$\mathbf{p}_1 = \frac{0.25[1 - 0.5(1+\mathbf{r})]}{[-0{,}1875(1+\mathbf{r}) + 0.5][1 - 0.5(1+\mathbf{r})]} \tag{56}$$

Η w-r-σχέση (55), η οποία είναι η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος, και η τιμή του εμπορεύματος 1, όπως προσδιορίζεται από την (56), ανάγονται σε w-r-σχέση και σε τιμή του εμπορεύματος 1 του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Ωστόσο, για να έχει λύση η (49) στην τιμή του ποσοστού κέρδους **r**=1/3, για να μπορέσει δηλαδή η διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 2 να οδηγήσει σε ένα ποσοστό κέρδους **r**=1/3, η τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου και η τιμή του εμπορεύματος 1 πρέπει να λάβουν μηδενική τιμή. Ωστόσο, τα ονομαστικά αυτά μεγέθη ορίζονται στο τυπικό υποσύστημα ως διάφορα του μηδενός, συνεπώς το σύστημα των τιμών του δεδομένου συστήματος παραγωγής καθίσταται υπερπροσδιορισμένο. Σε άλλη τιμή για το **w** και το $\mathbf{p}_1$ οδηγεί για **r**=1/3 το τυπικό υποσύστημα και σε άλλη η διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 2 του δεδομένου συστήματος παραγωγής.

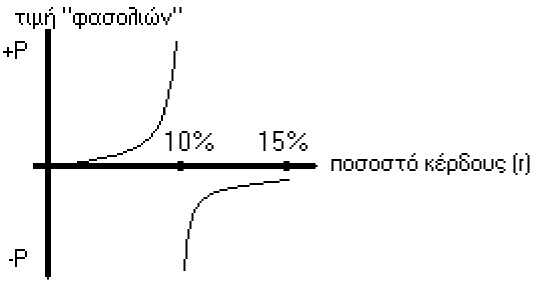
Γ) Έστω η τυποποίηση $0.5\mathbf{p}_1 + 0.5\mathbf{p}_2 = 1$. Στην τυποποίηση αυτή, ως πλασματικό και ως τυπικό εμπόρευμα λειτουργεί μισή μονάδα του εμπορεύματος 1 και μισή μονάδα του εμπορεύματος 2. Στα πλαίσια της τυποποίησης αυτής, πρώτον, η w-r-σχέση προκύπτει από τις σχέσεις (48),(49) και την $0.5\mathbf{p}_1 + 0.5\mathbf{p}_2 = 1$, και είναι η **w**=1-3**r** με μέγιστο ποσοστό κέρδους το $\mathbf{r}_{\max} = \underline{\mathbf{R}_2} = \frac{1}{3}$ και μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο το $\mathbf{w}_{\max} = 1$, και δεύτερον, όταν το ενιαίο σε όλες τις διαδικασίες παραγωγής ποσοστό κέρδους λάβει τη μέγιστη τιμή $\mathbf{r}_{\max} = \underline{\mathbf{R}_2} = \frac{1}{3}$, τότε οι τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου w και η τιμή του εμπορεύματος 1 λαμβάνουν μηδενική τιμή. Συνεπώς, το εμπόρευμα 2 στην περίπτωση αυτή μπορεί, για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους r, με $\mathbf{r} \in [0,\ \mathbf{r}_{w=0} = \underline{\mathbf{R}_2} = \frac{1}{3}]$, να λάβει μια σαφώς προσδιορισμένη θετική τιμή.

Από τις τυποποιήσεις Α, Β, Γ φαίνεται άμεσα ότι μεταβαλλόμενης της εξίσωσης τυποποίησης μεταβάλλονται και οι σχετικές τιμές ως λόγοι ήδη προσδιορισμένων απόλυτων τιμών. Συγκεκριμένα, για την τυποποίηση Α για **r**=1/3 προκύπτει $\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{p}_2} = \frac{0.5}{\pm\infty}$, ενώ για την τυποποίηση Γ προκύπτει $\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{p}_2} = 0.2$. Ενώ δηλαδή στα πλαίσια της πρώτης τυποποίησης για **r**=1/3 η τιμή του εμπορεύματος 1 σε όρους του εμπορεύματος 2 είναι απροσδιόριστη, στα πλαίσια της δεύτερης τυποποίησης και για την ίδια τιμή του ποσοστού κέρδους, η τιμή του εμπορεύματος 1 σε όρους του εμπορεύματος 2 είναι σαφώς προσδιορισμένη και ίση με 0.2.

ΙΙ.5 Το γενικό ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος ως το γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής

Σε προηγούμενο σημείο της παρούσας εργασίας, δείξαμε ότι στη γενική περίπτωση στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής η υπόθεση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους είναι μια αξίωση χωρίς οικονομικό περιεχόμενο. Δείξαμε ότι οι συνθήκες παραγωγής ενός δεδομένου βιώσιμου συστήματος παραγωγής ενδέχεται να μην είναι σε θέση να οδηγήσουν σε ένα μέγιστο και ενιαίο για θετικές τιμές εμπορευμάτων ποσοστό κέρδους. Να παρατηρήσουμε εδώ, ότι, υπό την προϋπόθεση του αποκλεισμού των λεγόμενων «ελεύθερων αγαθών», οι θετικές τιμές είναι οι μοναδικές τιμές που έχουν οικονομικό περιεχόμενο.. Τώρα, στο σημείο αυτό, θα δειχθεί ότι στα πλαίσια ενός δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος παραγωγής ένα για το συνολικό σύστημα παραγωγής ενιαίο και συνεπώς γενικό ποσοστό κέρδους για θετικές ή ημιθετικές τιμές εμπορευμάτων, καίτοι μπορεί πράγματι να υπάρξει, σε καμία περίπτωση δεν αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Αντιθέτως, αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Στο σημείο αυτό και στη βάση της προηγηθείσας ανάλυσης για την έννοια και τα τιμιακά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος, θα γίνει ακόμα πιο σαφές ότι το προκύπτον, για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο στα πλαίσια ενός δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος παραγωγής, ενιαίο ποσοστό κέρδους δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του αντιστοιχούντος σε αυτό τυπικού υποσυστήματος. Το τελευταίο, λόγω της υπόθεσης του ενιαίου των τιμιακών μεγεθών -συμπεριλαμβανομένου του ποσοστού κέρδους- ανάγεται και σε ενιαίο και συνεπώς γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής.

Αρχικά θα αναφερθούμε στην άποψη των σύγχρονων νεορικαρδιανών οικονομολόγων, όπως εκτίθεται από τον Sraffa στο «Παράρτημα Β» του βιβλίου του. Ο Sraffa στο «Παράρτημα Β» θέτει υπό θεώρηση την παραγωγή ενός εμπορεύματος το οποίο «συμμετέχει σε ασυνήθιστα μεγάλο βαθμό στην ίδια του την παραγωγή». Ειδικότερα, υποθέτει ότι το εμπόρευμα αυτό είναι ένα «είδος φασολιών ή καλαμποκιού, που, για κάθε 100 μονάδες τους που σπείρονται, αποφέρουν το πολύ 110 μονάδες». Η παραγωγή του εν λόγω εμπορεύματος, παρατηρεί ο Sraffa, δεν μπορεί να αποφέρει ένα ποσοστό κέρδους μεγαλύτερο από 10%. «Στην πραγματικότητα» το ποσοστό κέρδους δεν μπορεί «ούτε καν» να γίνει ίσο με 10%. Για τον Sraffa αν το εμπόρευμα αυτό είναι βασικό δεν προκύπτει κανένα πρόβλημα, τα προβλήματα ανακύπτουν όταν το εμπόρευμα αυτό θεωρηθεί ως μη βασικό εμπόρευμα. Η αιτία δε, στη βάση της οποίας ανακύπτει το πρόβλημα, έγκειται στο ότι θεωρεί πως έχει αποδείξει ότι ο «τρόπος παραγωγής ενός μη βασικού προϊόντος δεν επηρεάζει,…, το γενικό ποσοστό κέρδους, έτσι που τίποτε δεν εμποδίζει το μέγιστο ποσοστό κέρδους να είναι μεγαλύτερο του 10%». Στο σύστημα παραγωγής εκείνο, στο οποίο το «είδος» αυτό των «φασολιών» αποτελεί ένα μη βασικό εμπόρευμα και στο οποίο το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα είναι μεγαλύτερο του 10% , έστω π.χ 15%, ένα ποσοστό κέρδους μεγαλύτερο ή ίσο του 10% αποτελεί μια «αντιφατική κατάσταση», που έχει ως αιτία της ότι η διαδικασία παραγωγής των «φασολιών» είναι «ασυμβίβαστη» με ένα ποσοστό κέρδους μεγαλύτερο ή ίσο του 10%. Η «αντιφατική» αυτή «κατάσταση», παρατηρεί ο Sraffa, «αντανακλάται στη συμπεριφορά της τιμής του προϊόντος … όταν μειώνεται ο μισθός». Σε σχέση με τις τιμές εξηγεί ότι, όταν το ποσοστό κέρδους σε «φασόλια» πλησιάζει το 10%, ήτοι όταν τα κέρδη σε φασόλια τείνουν να φτάσουν τις 10 μονάδες, η τιμή μιας μονάδας «φασολιών» θα αυξάνει απεριόριστα ενώ η τιμή των υπόλοιπων μέσων παραγωγής θα τείνει στο μηδέν. Όταν δε το ποσοστό κέρδους γίνει ίσο με 10%, τότε «η αναπλήρωση των άλλων υλικών είναι δυνατή μόνο αν μπορούσαν να αποκτηθούν δωρεάν, δηλαδή αν η σχετική τιμή των φασολιών ήταν άπειρη». Για την περίπτωση τώρα που το ποσοστό κέρδους γίνει μεγαλύτερο από το 10%, δηλώνει ότι η τιμή του εν λόγω μη βασικού εμπορεύματος θα γίνει αρνητική. Μάλιστα, επιχειρώντας να κάνει κατανοητή την κατάσταση αυτή αναφέρει τα εξής: «[η κατάσταση αυτή] μπορεί να γίνει καταληπτή σαν ένα είδος χώρας των παραμυθιών στην οποία, εφόσον το προϊόν δεν είναι αρκετό ακόμα και για την αναπλήρωση του σπόρου και την πληρωμή του κέρδους επ’ αυτού, μια ποσότητα φασολιών θα πρέπει να αγοραστεί για το σκοπό αυτό, και σαν «αρνητική τιμή», πρέπει να εισπραχθούν πρόσθετες ποσότητες προϊόντων, αρκετές για την αναπλήρωση των άλλων μέσων παραγωγής». Η ανάλυση αυτή αποτυπώνεται από τον Sraffa στο ακόλουθο διάγραμμα



Στο διάγραμμα αυτό α) όταν το ποσοστό κέρδους τείνει στο 10%, η τιμή των «φασολιών» τείνει στο άπειρο, β) όταν το ποσοστό κέρδους φτάσει στο 10%, τότε η τιμή των «φασολιών» είναι απροσδιόριστη, και γ) όταν το ποσοστό κέρδους ξεπεράσει το10%, η τιμή είναι απροσδιόριστη. Αναλύοντας περαιτέρω την περίπτωση αυτή δηλώνει ότι

-αν ως μέτρο των τιμών χρησιμοποιηθούν τα «φασόλια», τότε για ποσοστό κέρδους 10% η παραπάνω κατάσταση, σύμφωνα με την οποία η τιμή των φασολιών τείνει στο άπειρο, εκφράζεται σε μηδενικές τιμές για τα βασικά εμπορεύματα. Τις τιμές που προσδιορίζονται με αυτό τον τρόπο προσδιορισμένες τις θεωρεί ως «μια τυπική λύση στις εξισώσεις».

-αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί ένα βασικό εμπόρευμα, τότε επειδή το βασικό εμπόρευμα ως μέτρο των τιμών είναι αδύνατο να μηδενιστεί, δεν μπορεί να μηδενιστεί και η τιμή κανενός άλλου εμπορεύματος. Το τελευταίο συμβαίνει, γιατί η τιμή οποιουδήποτε άλλου εμπορεύματος περιέχει στα μέσα παραγωγής του (άμεσα ή έμμεσα) και το εν λόγω βασικό εμπόρευμα. Αυτό όμως, παρατηρεί ο Sraffa, έχει ως συνέπεια την εμφάνιση των απροσδιόριστων και των αρνητικών τιμών.

-για τιμές του ποσοστού κέρδους μεγαλύτερες ή ίσες του 10% δεν μπορούμε πλέον να έχουμε ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους και ενιαίες τιμές εμπορευμάτων. Χαρακτηριστικά αναφέρει τα εξής: «Είναι ίσως πρόσφορο να υπενθυμίσουμε εδώ ότι μας απασχολούν οι συνέπειες της υπόθεσης μιας ενιαίας τιμής για όλες τις μονάδες ενός εμπορεύματος και ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους σε όλα τα μέσα παραγωγής. Στην περίπτωση που εξετάζουμε, αν το ποσοστό κέρδους ήταν μεγαλύτερο ή ίσο του 10%, θα ήταν αδύνατη η πλήρωση των συνθηκών αυτών. Τα «φασόλια» όμως μπορούν ακόμα να παραχθούν και να πουληθούν στο κανονικό ποσοστό κέρδους αν ο παραγωγός τα πουλήσει σε υψηλότερη τιμή από αυτήν που τους αποδίδει ως μέσα παραγωγής στα λογιστικά του βιβλία.»

Ο Sraffa, σύμφωνα με την αναφορά αυτή στο «Παράρτημα Β» του βιβλίου του, θεωρεί ότι στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής το μέγιστο γενικό ποσοστό κέρδους είναι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού του υποσυστήματος. Θεωρεί μάλιστα ότι την άποψή του αυτή την έχει αποδείξει. Την «απόδειξη» αυτή την παράσχει στο $2^{ο}$ και στο 5ο κεφάλαιο του βιβλίου του. Συγκεκριμένα στο 5ο κεφάλαιο του βιβλίου του προβαίνει σε δύο βήματα, «αποδεικνύει»: πρώτον, ότι από τα **n** ποσοστά κέρδους που μηδενίζουν το ονομαστικό ωρομίσθιο ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, μόνο το ένα από αυτά αντιστοιχεί σε αυστηρά θετικές τιμές, και δεύτερον, ότι το ποσοστό κέρδους αυτό είναι το μικρότερο από τα εν λόγω **n** ποσοστά κέρδους. Σε σχέση με το πρώτο σκέλος –δηλαδή το σκέλος σύμφωνα με το οποίο ένα μόνο από τα **n** ποσοστά κέρδους οδηγεί σε αυστηρά θετικές τιμές-, το οποίο αποτελεί και τη βάση του δεύτερου σκέλους, η «απόδειξη» που παράσχει είναι της ακόλουθης μορφής:

> Έστω ένα ποσοστό κέρδους και ένας ίσος με αυτό το ποσοστό κέρδους πρότυπος λόγος **R΄**. Στη τιμή αυτή του ποσοστού κέρδους, και αφού οι τιμές έχουν τυποποιηθεί με τυπικό εμπόρευμα το καλάθι εμπορευμάτων **q΄** που αντιστοιχεί στον πρότυπο λόγο **R΄,** αντιστοιχεί ένα διάνυσμα τιμών της μορφής **P(R΄).** Έστω επίσης ότι το εν λόγω διάνυσμα τιμών και το καλάθι εμπορευμάτων **q΄** είναι αυστηρώς θετικά. Έστω ακόμα μια άλλη τιμή του ποσοστού κέρδους και ενός άλλου πρότυπου λόγου **R΄΄,** όπου στον τελευταίο αυτό πρότυπο λόγο αντιστοιχεί το καλάθι εμπορευμάτων **q΄΄**. Στη βάση αυτών ο Sraffa κατασκευάζει το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων, το **q΄΄(1+R΄)AP(R΄)=q΄΄P(R΄)**,
> καθώς και το **q΄΄(1+R΄΄)A P(R΄)=q΄΄P(R΄).**
> Προφανώς, για τα συστήματα εξισώσεων αυτά, ισχύει
> **q΄΄(1+R΄)AP(R΄)=q΄΄P(R΄)=q΄΄P(R΄)=q΄΄(1+R΄΄)AP(R΄)**
> και συνεπώς , **(R΄-R΄΄)q΄΄AP(R΄)=0, με (R΄-R΄΄)**$\neq 0$.
> Στα πλαίσια τώρα της σχέσης **(R΄-R΄΄)q΄΄AP(R΄)=0**, με (**R΄-R΄΄**)$\neq 0$**,** ο Sraffa συμπεραίνει ότι αν υπάρχει ένα θετικό διάνυσμα **P(R΄),** τότε το διάνυσμα **q΄΄** πρέπει αναγκαστικά να έχει και αρνητικές συνιστώσες. Συνεπώς αρνητικές συνιστώσες πρέπει να περιέχει και το διάνυσμα των τιμών που αντιστοιχεί στην τιμή του ποσοστού κέρδους **R΄΄**.

Ωστόσο όμως, σύμφωνα με τα όσα ήδη έχουμε αναπτύξει κατά την ανάπτυξη του ατυποποίητου συστήματος των τιμών, τα συμπεράσματα τα οποία εξάγει ο Sraffa μπορούν να ισχύσουν μόνο στην περίπτωση που το δεδομένο σύστημα παραγωγής χρησιμοποιεί είτε μια μη διασπώμενη τεχνική, είτε μια διασπώμενη τεχνική, στην οποία το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα είναι μικρότερο από αυτό του μη βασικού τομέα. Αν αντιθέτως το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι μικρότερο από αυτό του βασικού τομέα, τότε υπάρχει ένα πρότυπο σύστημα με πρότυπο λόγο έστω **R΄΄,** στο οποίο, πρώτον, παράγονται τόσο βασικά όσο και μη βασικά εμπορεύματα, δεύτερον, αντιστοιχεί ένα αυστηρώς θετικό διάνυσμα ακαθάριστου προϊόντος **q΄΄** και τρίτον αντιστοιχεί ένα ημιθετικό διάνυσμα σχετικών τιμών και άρα και τυποποιημένων τιμών **P(R΄΄)**. Στην περίπτωση δε, που, δεδομένου ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος, έστω **R΄,** είναι μεγαλύτερο από αυτό του μη βασικού **R΄΄,** υπολογίσει κανείς τις τιμές των εμπορευμάτων για **r=R΄,** τότε, όπως διαπιστώνει και ο ίδιος ο Sraffa – και όπως φαίνεται στην παραπάνω αναφορά στο «παράρτημα Β» του βιβλίου του- , το διάνυσμα των τιμών των εμπορευμάτων περιέχει και αρνητικές συνιστώσες. Άρα δεν μπορεί αυτό που ο Sraffa θεωρεί ως «απόδειξη» να συνιστά πράγματι απόδειξη, αντιθέτως, συνιστά μια προσπάθεια να αποφύγει να εκφράσει το συμπέρασμα, ότι στη γενική περίπτωση στα πλαίσια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής δεν μπορεί να υπάρξει ένα μέγιστο γενικό, για θετικές τιμές εμπορευμάτων και μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο, ποσοστό κέρδους, το οποίο να προσδιορίζεται από τις συνθήκες παραγωγής του βασικού υποσυστήματος.

Η διαπίστωση του συμπεράσματος, ότι στην γενική περίπτωση το ενιαίο ποσοστό κέρδους για μηδενική τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου δεν προσδιορίζεται μονοσήμαντα αλλά περιλαμβάνει τόσο την μέγιστη τιμή του ποσοστού κέρδους του βασικού υποσυστήματος όσο και αυτή του μη βασικού υποσυστήματος και ότι περαιτέρω η μέγιστη τιμή του βασικού υποσυστήματος ενδέχεται να οδηγεί και σε αρνητικές τιμές εμπορευμάτων, ενώ η μέγιστη τιμή του μη βασικού υποσυστήματος μπορεί να οδηγεί σε ημιθετικές τιμές εμπορευμάτων, σημαίνει ότι στην γενική περίπτωση το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα δεν μπορεί να αποτελέσει το μέγιστο γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Στην περίπτωση αυτή, οι αρνητικές τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων αποτελούν έκφραση του ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα είναι αδύνατον να αποτελέσει ένα ενιαίο με αυτό του μη βασικού τομέα ποσοστό κέρδους κι έτσι ένα γενικό και για τους δύο τομείς ποσοστό κέρδους με οικονομικό περιεχόμενο –υπο την προϋπόθεση βέβαια ότι οι τιμές είναι ενιαίες. Στο παράδειγμα που δίνει ο Sraffa στο «Παράρτημα Β», στο οποίο αναφερθήκαμε παραπάνω, όταν το ποσοστό κέρδους περάσει το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού εμπορεύματος, ήτοι το 10%, τότε επειδή όλο το καθαρό προϊόν του τομέα αυτού σε «φασόλια» ήδη έχει δοθεί στους παραγωγούς-καπιταλιστές του εν λόγω τομέα υπό την μορφή κερδών, για να μπορέσουν οι τελευταίοι να αποκομίσουν ένα ποσοστό κέρδους άνω του 10%, πρέπει να τους δοθεί μια ποσότητα φασολιών πέρα από την ποσότητα των «φασολιών» που έχει παράγει εν λόγω τομέας. Άρα, για να είναι δυνατόν να πληρωθούν τα εν λόγω κέρδη, πρέπει ο τομέας αυτός να αγοράσει ορισμένες περαιτέρω ποσότητες «φασολιών». Έτσι ο τομέας αυτός όχι μόνο δεν πωλεί εμπορεύματα σε άλλους τομείς –αφού χρησιμοποιεί όλα τα εμπορεύματά του για την παραγωγή του και την πληρωμή ενός μέρους του ποσοστού κέρδους-, αλλά είναι και αναγκασμένος να προμηθευθεί περαιτέρω μέσα πληρωμής, ώστε να πληρώσει στους καπιταλιστές και το υπόλοιπο μέρος του ποσοστού κέρδους. Αυτό μπορεί να εκφραστεί μόνο στα πλαίσια μιας αρνητικής σχετικής τιμής, του μη βασικού εμπορεύματος σε σχέση με το βασικό εμπόρευμα. Μια μονάδα βασικού εμπορεύματος όχι μόνο δεν ανταλλάσσει κάποια μονάδα του μη βασικού εμπορεύματος, αλλά περαιτέρω πρέπει να πληρώσει και κάποια ποσότητα του μη βασικού εμπορεύματος. Έτσι ο μη βασικός τομέας όχι μόνο δεν δίνει για μια μονάδα που παίρνει από τον βασικό τομέα κάποια ποσότητα «φασολιών», αλλά -χωρίς αντάλλαγμα- καρπώνεται και περαιτέρω ποσότητες από «φασόλια».

Συνεπώς, το να υποθέσει κανείς ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής υπάρχει ένα ενιαίο και συνεπώς γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής, το οποίο προσδιορίζεται από το βασικό υποσύστημα, είναι μια αξίωση η οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο όταν γίνουν αποδεκτές οι χωρίς οικονομικό περιεχόμενο αρνητικές τιμές εμπορευμάτων. Αυτό όμως σημαίνει ότι στην γενική περίπτωση η αξίωση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους είναι μια χωρίς οικονομικό περιεχόμενο αξίωση· ένα με οικονομικό περιεχόμενο ενιαίο ποσοστό κέρδους είναι ασυμβίβαστο με αρνητικές τιμές εμπορευμάτων. Τη διαπίστωση αυτή την κάνει και ο Sraffa στην παραπάνω αναφορά όταν αναφέρει «Είναι ίσως πρόσφορο να υπενθυμίσουμε εδώ ότι μας απασχολούν οι συνέπειες της υπόθεσης μιας ενιαίας τιμής για όλες τις μονάδες ενός εμπορεύματος και ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους σε όλα τα μέσα παραγωγής. Στην περίπτωση που εξετάζουμε, αν το ποσοστό κέρδους ήταν μεγαλύτερο ή ίσο του 10%, θα ήταν αδύνατη η πλήρωση των συνθηκών αυτών». Ωστόσο, όμως, αντί να εκφράσει και το συμπέρασμα που προκύπτει άμεσα από την ίδια τη δική του ανάλυση, ότι στη γενική περίπτωση -στην περίπτωση δηλαδή που δεν αποκλειστεί το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα να είναι μικρότερο από αυτό του βασικού- δεν μπορεί να υπάρξει ένα ενιαίο τόσο στο βασικό όσο και στο δεδομένο σύστημα παραγωγής και άρα και ένα γενικό ποσοστό κέρδους, τελικά, σταματάει απλώς και μόνο στην εν λόγω αυτή διαπίστωση.

Ο Sraffa λοιπόν και γενικά οι σύγχρονοι νεορικαρδιανοί οικονομολόγοι, καίτοι είναι σαφές ότι δεν μπορεί να υπάρξει ένα γενικό ποσοστό κέρδους, θεωρούν ότι πράγματι υπάρχει ένα γενικό ποσοστό κέρδους, το οποίο μάλιστα προσδιορίζεται από το βασικό υποσύστημα. Περαιτέρω ο Sraffa, γράφει:

> «[Τα μη βασικά εμπορεύματα] δεν συμμετέχουν στον προσδιορισμό (των μεταβλητών) του συστήματος. Ο ρόλος τους είναι καθαρά παθητικός. Αν μια εφεύρεση μείωνε κατά το ήμισυ την ποσότητα του καθενός από τα μέσα παραγωγής, που απαιτούνται για την παραγωγή μιας μονάδας ενός [μη βασικού εμπορεύματος] η τιμή του ίδιου του εμπορεύματος θα μειωνόταν κατά το ήμισυ, αλλά δεν θα υπήρχαν περαιτέρω συνέπειες, οι σχέσεις μεταξύ των άλλων προϊόντων (σχετικές τιμές) και το ποσοστό κέρδους θα έμεναν αμετάβλητα. Αν όμως η ίδια μεταβολή επερχόταν στην παραγωγή ενός αγαθού του αντιθέτου τύπου, που χρησιμοποιείται ως μέσο παραγωγής, όλες οι τιμές θα επηρεάζονταν και το ποσοστό κέρδους θα μεταβαλλόταν. Αυτό θα φανεί αν απαλείψουμε από το σύστημα την εξίσωση που απεικονίζει την παραγωγή του [μη βασικού εμπορεύματος]. Οι εξισώσεις που μένουν σχηματίζουν ένα επιλύσιμο σύστημα, που ικανοποιείται από τις λύσεις του μεγαλύτερου συστήματος, αφού με την ίδια πράξη (της απάλειψης της εξίσωσης) απαλείφουμε έναν άγνωστο (την τιμή του αγαθού αυτού) –τιμή που εμφανίζεται μόνο σ' αυτήν την εξίσωση. Αντίθετα, αν απαλείφαμε μία από τις άλλες εξισώσεις, που δεν αναφέρονται σε [μη βασικά εμπορεύματα], ο αριθμός των αγνώστων δε θα μειωνόταν, αφού το υπό εξέταση αγαθό εμφανίζεται μεταξύ των μέσων παραγωγής στις άλλες εξισώσεις και το σύστημα θα γινόταν αόριστο»1

Από το απόσπασμα αυτό του Sraffa φαίνεται η περαιτέρω εσφαλμένη προσπάθειά του να στηρίξει την άποψη, πως η ανάλυση του μας κάνει σαφές ότι το ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα ρυθμίζει και το ποσοστό κέρδους και συνεπώς και τις τιμές και των άλλων τομέων της οικονομίας. Άποψη την οποία θεωρεί μάλιστα ότι την είχε εκφράσει και ο Ricardo, όταν έγραφε ότι «είναι το κέρδος του γεωργού που ρυθμίζει το κέρδος των άλλων κλάδων»[2].

Ήδη δείξαμε ότι στη γενική περίπτωση στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής δεν μπορεί να υπάρξει ένα με οικονομικό περιεχόμενο γενικό ποσοστό κέρδους. Συνεπώς, δεν μπορεί να υπάρξει και ένα με οικονομικό περιεχόμενο γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής το οποίο να προσδιορίζεται από το βασικό υποσύστημα. Ωστόσο αν και στη γενική περίπτωση δεν μπορεί να υπάρξει ένα γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής το οποίο να προσδιορίζεται στα πλαίσια του βασικού υποσυστήματος, στις περιπτώσεις εκείνες, που το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι μεγαλύτερο από αυτό του βασικού τομέα, τότε πράγματι, αν οι τιμές τυποποιηθούν με ένα τυπικό εμπόρευμα που αποτελείται μόνο από βασικά εμπορεύματα, για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους μικρότερη ή ίση από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα οι τιμές –όπως δείξαμε στα προηγούμενα- όλων των

[1] Δες Sraffa (1985) σελ. 31-32.
[2] Δες Sraffa (1985) σελ. 139.

εμπορευμάτων είναι αυστηρά θετικές. Στην περίπτωση αυτή πράγματι το για δεδομένο εξωγενώς ονομαστικό ωρομίσθιο προκύπτον γενικό ποσοστό κέρδους προκύπτει αποκλειστικά από τις συνθήκες παραγωγής του βασικού υποσυστήματος. Ωστόσο, το υπ' αυτήν την έννοια γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να θεμελιώσει την άποψη ότι πράγματι το γενικό ποσοστό κέρδους δεν επηρεάζεται και από τις συνθήκες παραγωγής των μη βασικών εμπορευμάτων. Το ότι στην περίπτωση αυτή το γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής προκύπτει αποκλειστικά από τις συνθήκες του βασικού τομέα είναι απλώς συνέπεια της αξίωσης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους. Ειδικότερα, για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο το ποσοστό κέρδους προσδιορίζεται αποκλειστικά από το βασικό υποσύστημα. Παράλληλα προσδιορίζονται και οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων. Στη συνέχεια οι τιμές και το ποσοστό κέρδους που προσδιορίστηκε από το βασικό υποσύστημα χρησιμοποιούνται στα πλαίσια του μη βασικού υποσυστήματος με τέτοιο τρόπο, ώστε να προσδιοριστούν οι τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων και να διατηρηθούν οι προσδιορισμένες στο βασικό υποσύστημα τιμές των βασικών εμπορευμάτων και η προσδιορισμένη στο βασικό υποσύστημα τιμή του ποσοστού κέρδους. Συνεπώς, δεν μπορεί να ειπωθεί ότι υπάρχει ένα γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος το όποιο δεν εξαρτάται από τις τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων, αλλά ότι οι τιμές των εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος παραγωγής προσδιορίζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε οι προκύπτουσες στο βασικό υποσύστημα παραγωγής τιμές και το προκύπτον στο βασικό υποσύστημα ενιαίο ποσοστό κέρδους να διατηρηθούν στο ίδιο επίπεδο και στο μη βασικό υποσύστημα και με αυτό τον τρόπο να θεωρήθούν μεγέθη γενικού χαρακτήρα, μεγέθη που χαρακτηρίζουν γενικά το σύστημα παραγωγής και όχι ένα τμήμα του.

Για να γίνει το εν λόγω ζήτημα πιο κατανοητό. Για να γίνει δηλαδή πιο κατανοητό ότι δεν υφίσταται ζήτημα ενός γενικού ποσοστού κέρδους ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής ανεξάρτητο από τις συνθήκες παραγωγής του μη βασικού τομέα, αλλά ενός γενικού ποσοστού κέρδους του αντιστοιχούντος τυπικού υποσυστήματος, το οποίο, διά της αξίωσης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους σε κάθε διαδικασία παραγωγής του δεδομένου συστήματος παραγωγής, εξισώνεται με το ενιαίο ποσοστό κέρδους των μη βασικών διαδικασιών παραγωγής, το οποίο και καθορίζει –δηλαδή ενός γενικού ποσοστού κέρδους, το οποίο δεν είναι το γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά το αναγόμενο σε γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής γενικό ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος-, θα αναπτύξουμε τα ακόλουθα: Υποθέτουμε ένα σραφαϊκό σύστημα παραγωγής, το οποίο παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα καθώς και ένα μη βασικό εμπόρευμα που δεν εισέρχεται στην παραγωγή του. Προσδιορίζουμε το γενικό ποσοστό κέρδους του συστήματος αυτού έχοντας χρησιμοποιήσει ως τυπικό εμπόρευμα ένα βασικό εμπόρευμα και έχοντας δώσει μια οικονομικά σημαντική τιμή για το ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο. Ας υποθέσουμε τώρα ότι μεταβάλλουμε την διαδικασία παραγωγής του μη βασικού εμπορεύματος. Συγκεκριμένα υποθέτουμε ότι πλέον μια μονάδα του μη βασικού εμπορεύματος Α παράγεται με περισσότερη εργασία από ό,τι προηγουμένως. Στην περίπτωση αυτή, αν η τιμή του μη βασικού εμπορεύματος Α παραμείνει σταθερή, έπεται σαφώς ότι το ποσοστό κέρδους αυτής της διαδικασίας θα μειωθεί κάτω από το γενικό ποσοστό κέρδους που προσδιορίζεται στον βασικό τομέα του συστήματος, ο βασικός τομέας του εν λόγω συστήματος εξακολουθεί, στη βάση του δεδομένου ονομαστικού ωρομισθίου και του δεδομένου τυπικού εμπορεύματος, να οδηγεί στο ίδιο ποσοστό κέρδους, όπως και πριν τη μεταβολή της διαδικασίας παραγωγής του μη βασικού εμπορεύματος Α. Αυτή η μεταβολή σημαίνει ότι το μέσο ποσοστό κέρδους του εν λόγω συστήματος πέφτει σε χαμηλότερα επίπεδα από ό,τι το γενικό ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα. Στα πλαίσια όμως της - αντιβαίνουσας με όσα επικρατούν στις πραγματικές οικονομίες- αξίωσης της ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους σε κάθε διαδικασία παραγωγής, και ως εκ τούτου, λόγω της αξίωσης ενός γενικού, για τα εν λόγω οικονομικά συστήματα, ποσοστού κέρδους, η διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος Α πρέπει αξιωματικά να οδηγήσει σε ένα ποσοστό κέρδους ίσο με αυτό που ήδη είναι προσδιορισμένο στο βασικό τομέα. Ο μόνος τρόπος για να μπορέσει να συμβεί αυτό, ο μόνος τρόπος δηλ. για να αντισταθμιστεί η επίδραση που έχει η μεταβολή της διαδικασίας του εμπορεύματος Α στο μέσο ποσοστό κέρδος του δεδομένου συστήματος, ώστε το μέσο ποσοστό κέρδους να είναι ίσο με το γενικό ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος, με άλλα λογια, ο μόνος τρόπος για να αντισταθμιστεί η επίδραση της μεταβολής της διαδικασίας παραγωγής του εμπορεύματος Α στο ποσοστό κέρδους της διαδικασίας αυτής, ώστε το ποσοστό κέρδους αυτής να διατηρηθεί ίση με το γενικό ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα, είναι να μεταβληθεί η τιμή του. Για να διατηρηθεί στη διαδικασία παραγωγής Α ένα ίσο ποσοστό κέρδους με αυτό που ήδη έχει προσδιοριστεί στον βασικό τομέα, η τιμή του εμπορεύματος Α πρέπει να αυξηθεί. Η τιμή του εμπορεύματος Α πρέπει να αυξηθεί τόσο, ώστε να αντισταθμίσει τη μεταβολή που επέφερε στο ποσοστό κέρδους στον τομέα παραγωγής του εμπορεύματος Α η αλλαγή στη διαδικασία παραγωγής του. Από αυτά όμως, έπεται ότι η μεταβολή των συνθηκών παραγωγής των μη βασικών εμπορευμάτων επιδρούν στο γενικό ποσοστό κέρδους ενός δεδομένου συστήματος ωστόσο όμως συνεπεία της αξίωσης του ενιαίου και ως εκ τούτου γενικού ποσοστού κέρδους, η επίδραση αυτή αντισταθμίζεται από ανάλογες μεταβολές των τιμών των μη βασικών εμπορευμάτων. Στα πλαίσια της ανάλυσης αυτής τα δεδομένα τέθηκαν έτσι ώστε να είναι ανεξάρτητα από το αν το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού εμπορεύματος είναι μικρότερο, μεγαλύτερο ή ίσο από αυτό του βασικού τομέα. Συνεπώς, είναι ανεξάρτητα από τέτοιου είδους υποθέσεις και ισχύουν και στην από τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς συνήθη ανάλυση των τεχνικών απλής παραγωγής, όπου αφενός το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι μεγαλύτερο από αυτό του βασικού τομέα, αφετέρου, ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιείται ένα βασικό εμπόρευμα. Κατά την ανάλυση αυτή ο βασικός τομέας αφορούσε την τεχνική του τυπικού υποσυστήματος, συνεπώς το γενικό ποσοστό κέρδους του τομέα αυτού εξέφραζε ταυτόχρονα και το γενικό ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος. Αν στο ίδιο πλαίσιο ανάλυσης ως τυπικό εμπόρευμα λειτουργούσε το εμπόρευμα Α, τότε γίνεται φανερό ότι το γενικό ποσοστό κέρδους δεν προσδιορίζεται μόνο από τον βασικό τομέα, αλλά και από το μη βασικό. Στην περίπτωση αυτή η μεταβολή της διαδικασίας Α θα συνεπαγόταν μεταβολές και στο γενικό ποσοστό κέρδους. Ως εκ τούτου, είναι σαφές ότι το γενικό ποσοστό κέρδους στην περίπτωση αυτή εξαρτάται από ένα τυπικό υποσύστημα που περιέχει και την διαδικασία παραγωγής του μη βασικού εμπορεύματος.

Από τα παραπάνω συνάγεται ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν υπάρχει ένα γενικό ποσοστό κέρδους, αλλά ένα γενικό ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος, το οποίο ανάγεται σε γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος αξιωματικά, θέτοντας απλώς το γενικό ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος ως το γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Στα παραπάνω βεβαια φάνηκε ότι το γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος παραγωγής ήταν το γενικό ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος. Αυτό όμως ήταν συνέπεια του ότι είχαμε τυποποιήσει χρησιμοποιώντας ως τυπικό εμπόρευμα βασικά μόνο εμπορεύματα. Αν αντιθέτως, στην περίπτωση που το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα είναι μεγαλύτερο από αυτό του μη βασικού, ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιούσαμε ένα καλάθι βασικών και μη βασικών εμπορευμάτων, τότε το γενικό ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος προσδιορίζεται άμεσα τόσο από τις τιμές των βασικών όσο και από τις τιμές των μη βασικών εμπρευμάτων. Για παράδειγμα, στην περίπτωση αυτή όταν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί το πρότυπο εμπόρευμα του Βασιλάκη –δηλαδή όταν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί το δεξί ιδιοδιανυμα της μήτρα Α το οποίο αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας αυτής-, τότε, στην περίπτωση που η τεχνική [**A, L**] συμπεριφέρεται «κανονικά», προκύπτει μία και μόνο μία τιμή του (μέγιστου) ποσοστού κέρδους. Ως μέγιστο ποσοστό κέρδος προκύπτει το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού υποσυστήματος. Επίσης, έχουμε εξηγήσει ότι η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης, που αντιστοιχεί στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος. Συνεπώς, η σχέση του γενικού ονομαστικού ωρομισθίου και του γενικού ποσοστού κέρδους, σε κάθε περίπτωση, ως χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος, συνεπάγεται ότι το γενικό ποσοστό κέρδους δεν προσδιορίζεται από το βασικό μόνο υποσύστημα, αλλά από το τυπικό υποσύστημα. Το μέγιστο ποσοστό κέρδους, το οποίο προκύπτει στα πλαίσια ενός δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος παραγωγής, είναι εκείνη η μέγιστη τιμή του ποσοστού κέρδους, στην οποία η τιμή των εμπορευμάτων τα οποία το τυπικό υποσύστημα τα λαμβάνει από άλλους τομείς, πέραν από τους τομείς που το ίδιο έχει στην διάθεσή του, λαμβάνουν μηδενική τιμή.

I.6 Σχετικά με τα τιμιακά μεγέθη στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών

Η βάση των επιχειρημάτων της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας στηρίζεται στις μη διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής. Κύριο χαρακτηριστικό των τεχνικών αυτών είναι ότι υπάρχει ένα τέτοιο διάστημα $0 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{r}_{max}$, το οποίο αντιστοιχεί σε αυστηρά θετικά διανύσματα θετικών τιμών και το οποίο παραμένει σταθερό για κάθε είδους τυποποίηση. Επίσης, σε αντιστοιχία με το εν λόγω διάστημα του ποσοστού κέρδους, για κάθε εξίσωση τυποποίησης προκύπτουν διαστήματα του ονομαστικού ωρομισθίου, της μορφής $[0, \mathbf{w}_{max}]$, τα οποία αντιστοιχούν σε θετικές τιμές. Το μέγιστο ποσοστό κέρδους του διαστήματος αυτού παραμένει σταθερό, γιατί κάθε τυπικό υποσύστημα που αντιστοιχεί στα πλαίσια μιας τέτοιας δεδομένης τεχνικής ταυτίζεται πλήρως, όσον αφορά τις διαδικασίες που χρησιμοποιεί, με τη δεδομένη τεχνική. Μια μη διασπώμενη τεχνική απλής παραγωγής $[\mathbf{A},\mathbf{L}]$ εκφράζει την παραγωγή μόνο βασικών εμπορευμάτων, συνεπώς αποκλείει την παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων οποιουδήποτε είδους. Αυτό σημαίνει ότι για να παραχθεί ένα οποιοδήποτε τυπικό εμπόρευμα, πρέπει να παραχθούν όλα τα εμπορεύματα της δεδομένης τεχνικής. Συνεπώς, επειδή για να παραχθεί ένα οποιοδήποτε τυπικό εμπόρευμα πρέπει να παραχθούν όλα τα εμπορεύματα της δεδομένης τεχνικής, δεν τίθεται θέμα μεταβολής του μέγιστου ποσοστού κέρδους, του τυπικού υποσυστήματος και της τεχνικής που χρησιμοποιεί, συναρτήσει του αν το τυπικό υποσύστημα παράγει μόνο τα βασικά ή τόσο τα βασικά όσο και τα μη βασικά εμπορεύματα. Επειδή δε, αφενός ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής που χρησιμοποιεί μια μη διασπώμενη τεχνική ταυτίζεται από πλευράς τεχνικής με το τυπικό υποσύστημα, αφετέρου το τυπικό υποσύστημα μιας τέτοιας τεχνικής δεν παράγει καθόλου και ποτέ μη βασικά εμπορεύματα, έπεται ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους τόσο του δεδομένου συστήματος όσο και κάθε τυπικού υποσυστήματος που του αντιστοιχεί δεν είναι συνάρτηση του επιπέδου των τιμών που ορίζει η εξίσωση τυποποίησης, όπως στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών[1], αλλά συνάρτηση μόνο της μέγιστης ιδιοτιμής της μη διασπώμενης μήτρας **A** της υπό θεώρηση μη διασπώμενης τεχνικής.

---

[1]Όπως ήδη έχουμε πει, στην περίπτωση των διασπώμενων τεχνικών που περιλαμβάνουν την παραγωγή τόσο βασικών όσο και την παραγωγή και μη βασικών εμπορευμάτων, το ύψος του μέγιστου ποσοστού κέρδους και οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων εξαρτώνται από το αν διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων οριστούν αυστηρά θετικές ή επιτραπεί σε αυτές να είναι τόσο θετικές όσο και μηδενικές. Αυστηρά θετικές βασικών εμπορευμάτων ορίζονται όταν η εξίσωση τυποποίησης αποτελείται μόνο από βασικά εμπορεύματα. Αν ως τυπικά εμπορεύματα χρησιμοποιηθούν καλάθια από μη βασικά μόνο εμπορεύματα ή καλάθια εμπορευμάτων που περιλαμβάνουν τόσο βασικά όσο και μη βασικά εμπορεύματα, τότε οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων είναι δυνατόν να είναι είτε θετικές είτε μηδενικές. Στην πρώτη περίπτωση προκύπτει ένα τυπικό υποσύστημα που αποτελείται από τον βασικό τομέα και ως εκ τούτου ένα τυπικό υποσύστημα με μέγιστο ποσοστό κέρδους ίσο με αυτό του βασικού τομέα, ενώ στη δεύτερή ένα τυπικό υποσύστημα που αποτελείται τόσο από τον βασικό όσο και τον μη βασικό τομέα και ως εκ τούτου ένα μέγιστο ποσοστό κέρδους που εξαρτάται από το ποιος από τους εν λόγω τομείς ενέχει το χαμηλότερο ποσοστό κέρδους. Παράλληλα δε, αναλόγως του τυπικού υποσυστήματος, υπάρχουν τιμές του ποσοστού κέρδους για τις οποίες προκύπτουν και διαφορετικές σχετικές τιμές. Επειδή δε στις μη διασπώμενες τεχνικές εκλείπουν τα μη βασικά εμπορεύματα και ο μη βασικός τομέας, παύει να υφίσταται και η μεταβολή του τυπικού υποσυστήματος συναρτήσει του αν η εξίσωση τυποποίησης έχει βασικά και μη βασικά εμπορεύματα. Ως εκ τούτου, στις μη διασπώμενες τεχνικές είναι αδιάφορο πλέον, σε σχέση με τις σχετικές τιμές και το μέγιστο ποσοστό κέρδους, πιο καλάθι εμπορευμάτων θα χρησιμοποιηθεί ως τυπικό εμπόρευμα, αφού κάθε τυπικό εμπόρευμα θα αφορά μόνο βασικά εμπορεύματα.

Για τη μέγιστη τιμή του ποσοστού κέρδους ενός συστήματος παραγωγής που χρησιμοποιεί πάντα μια μη διασπώμενη τεχνική, ισχύει $\mathbf{r}_{max} = \underline{\mathbf{R}} = \frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$. Το γεγονός ότι το για θετικές τιμές μέγιστο ποσοστό κέρδους προσδιορίζεται αποκλειστικά στη βάση των δεδομένων της μήτρας **A** χωρίς να επηρεάζεται από το ύψος των τιμής του τυπικού εμπορεύματος, σημαίνει ότι στις εν λόγω τεχνικές μπορεί πράγματι να υπάρξει ένα ενιαίο σε όλες τις διαδικασίες παραγωγής ποσοστό κέρδους με οικονομικό περιεχόμενο. Συνεπώς, στα πλαίσια των εν λόγω τεχνικών μπορεί πράγματι να γίνει λόγος για ένα γενικό ποσοστό κέρδους του συνολικού συστήματος. Το για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο προκύπτον ενιαίο ποσοστό κέρδους προσδιορίζεται ταυτόχρονα στη βάση όλων των διαδικασιών παραγωγής του υπό θεώρηση συστήματος.

Στα πλαίσια επίσης των μη διασπώμενων τεχνικών, οι σχετικές τιμές παραμένουν σταθερές ανεξαρτήτως των μεταβολών του δεδομένου τυπικού εμπορεύματος. Ο λόγος της τελευταίας σταθερότητας έγκειται στο ότι για κάθε τυπικό εμπόρευμα τα τυπικά υποσυστήματα, όσον αφορά την χρησιμοποιούμενη τεχνική, συμπίπτουν τόσο μεταξύ τους όσο και με την τεχνική του δεδομένου συστήματος. Οι σχετικές τιμές στην περίπτωση αυτή είναι πάντα ίσες με τις τιμές που προσδιορίζονται από το ατυποποίητο σύστημα των τιμών του δεδομένου συστήματος των τιμών. Αν π.χ. στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, που χρησιμοποιεί την μη διασπώμενη τεχνική [**A, L**], τυποποιήσουμε με εξίσωση τυποποίησης την **pd=a**, τότε για τις σχετικές τιμές, δεδομένου ότι το τυπικό υποσύστημα από πλευράς τεχνικής συμπίπτει με τη δεδομένη τεχνική, έπεται η ακόλουθη παράσταση

$$\frac{\mathbf{pe}_{\mathbf{i}}}{\mathbf{pe}_{\mathbf{j}}} = \frac{\mathbf{a}\dfrac{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{d}}\mathbf{e}_{\mathbf{i}}}{\mathbf{a}\dfrac{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{d}}\mathbf{e}_{\mathbf{j}}} = \frac{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{e}_{\mathbf{i}}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{e}_{\mathbf{j}}}$$

με $0<\mathbf{r} < \underline{\mathbf{R}} = \frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$

Από την τελευταία αυτή παράσταση -όπου $\mathbf{e}_{\mathbf{i}}, \mathbf{e}_{\mathbf{j}}$, με i,j=1,2,…n , n-διάστατα διανύσματα με όλα τα στοιχεία τους μηδενικά εκτός από το στοιχείο του υποδείκτη, το οποίο λαμβάνει μοναδιαία τιμή- και δεδομένου ότι για το εν λόγω διάστημα του ποσοστού κέρδους τόσο η τιμή καθενός εμπορεύματος όσο και το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι αυστηρά θετικά, έπεται ότι οι σχετικές τιμές, που προκύπτουν στα πλαίσια ενός τυποποιημένου συστήματος που χρησιμοποιεί μια μη διασπώμενη τεχνική, είναι ταυτές με αυτές που προκύπτουν από το ατυποποίητο δεδομένο σύστημα παραγωγής. Τα ίδια θα ίσχυαν και στην περίπτωση του μηδενικού ονομαστικού ωρομισθίου. Στην περίπτωση του μηδενικού ονομαστικού ωρομισθίου, δεδομένου ότι:

α) οποιοδήποτε τυπικό εμπόρευμα και να χρησιμοποιηθεί, το τυπικό υποσύστημα πάντα θα ταυτίζεται από πλευράς διαδικασιών με τη δεδομένη τεχνική,

β) επειδή αυτό έχει ως συνέπεια ότι για το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους κάθε τυπικού υποσυστήματος θα ισχύει πάντα $\underline{\mathbf{R}} = \frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$ και γ) επειδή για την τιμή αυτή του ποσοστού κέρδους στο δεδομένο σύστημα παραγωγής αντιστοιχεί πάντα ένα μονοσήμαντα προσδιορισμένο αυστηρά θετικό διάνυσμα σχετικών τιμών, το οποίο υπό την εξίσωση τυποποίησης καθίσταται ένα διάνυσμα απόλυτων τιμών χωρίς οι σχετικές τιμές να μεταβάλλονται από το είδος του τυπικού εμπορεύματος,

έπεται ότι προκύπτει ένα μονοσήμαντα προσδιορισμένο μέγιστο ποσοστό κέρδους. Έπεται επίσης ότι για την εν λόγω τιμή του ποσοστού κέρδους, οι σχετικές τιμές του τυποποιημένου δεδομένου συστήματος παραγωγής συμπίπτουν με τις σχετικές τιμές τις προκύπτουσες από το ατυποποίητο δεδομένο σύστημα παραγωγής .

Αν και στην περίπτωση των συστημάτων που χρησιμοποιούν μη διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής υπάρχει πράγματι ένα γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος και σχετικές τιμές ανεξάρτητες από το τυπικό εμπόρευμα, αυτό δεν σημαίνει ότι τα προκύπτοντα αυτά μεγέθη είναι του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Τα ίδια αυτά μεγέθη είναι ταυτόχρονα και μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος. Συνεπώς, δεδομένου του ότι ονομαστικά μεγέθη προκύπτουν μόνο αφού εισαχθεί μια εξίσωση τυποποίησης, και δεδομένου ότι η w-r-σχέση που αντιστοιχεί σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής προσδιορίζεται αποκλειστικά από χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος, έπεται ότι, καίτοι τα σχετικά μεγέθη είναι ταυτά με αυτά του ατυποποίητου συστήματος, τα τιμιακά μεγέθη σχετικά και απόλυτα είναι μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος. Έτσι, το για δεδομένο ποσοστό κέρδους ονομαστικό ωρομίσθιο είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος. Χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος είναι, επίσης, τόσο οι απόλυτες όσο και οι σχετικές τιμές που προκύπτουν στα πλαίσια του προσδιορισμένου αυτού ονομαστικού ωρομισθίου. Το ότι οι σχετικές τιμές του τυπικού υποσυστήματος συμπίπτουν με τις σχετικές του ατυποποίητου συστήματος είναι, απλώς, συνέπεια του ότι το σύστημα των σχετικών τιμών του τυποποιημένου συστήματος είναι ταυτό με το σύστημα του ατυποποίητου συστήματος. Το ότι και στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών, που παράγουν μόνο βασικά εμπορεύματα, τα προκύπτοντα σχετικά μεγέθη είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος θα γίνει ακόμα πιο σαφές στα πλαίσια της ανάλυσης που θα διεξάγουμε κατά την ανάλυση της σύνθετης παραγωγής. Στις περιπτώσεις των τεχνικών σύνθετης παραγωγής μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται και το ελάχιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους.

Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε την w-r-σχέση που προκύπτει στα πλαίσια μιας συγκεκριμένης μη διασπώμενης τεχνικής.

Έστω η μη διασπώμενη τεχνική [**A, L**]

με $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 \end{bmatrix}$ $\qquad \mathbf{L} = [0.5 \quad 0.5]$

Για το σύστημα των τιμών που αντιστοιχεί στην τεχνική ισχύει το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων

$$\mathbf{p}_1 = (0.5\mathbf{p}_1 + 0.25\mathbf{p}_2)(1+\mathbf{r}) + 0.5\mathbf{w} \quad (57)$$
$$\mathbf{p}_2 = (0.25\mathbf{p}_1 + 0.25\mathbf{p}_2)(1+\mathbf{r}) + 0.5\mathbf{w} \quad (58)$$

Αν τώρα τυποποιήσουμε τις τιμές με εξίσωση τυποποίησης την $\mathbf{p}_1 = 1$, τότε ως w-r-σχέση προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$\mathbf{w} = 0.125(1+\mathbf{r})^2 - 1.5(1+\mathbf{r}) + 2 \qquad (59)$$

Για την w-r-σχέση αυτή ισχύουν τα ακόλουθα:

Όταν w=0, τότε έπεται r=0.527 και r=9.473. Επειδή, όμως, μόνο στο μικρότερο από αυτά τα ποσοστά κέρδους οι τιμές των εμπορευμάτων είναι θετικές, έπεται ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι $\mathbf{r}_{max}$ =0.527. Το οικονομικά σημαντικό διάστημα στο οποίο κινείται το ποσοστό κέρδους είναι το [0, 0.527].

Όταν το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι μηδενικό, ήτοι **r**=0 , τότε για το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο ισχύει $\mathbf{w}_{max}$ =0.625.

Για την κλίση της w-r-σχέσης έπεται $\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} =$ -1.25 +0.25**r.** Η κλίση της w-r-σχέσης, όπως προκύπτει από την τελευταία σχέση, είναι για $0 \leq \mathbf{r} \leq 0.527$ αρνητική.

Επιπρόσθετα, προκύπτει ότι $\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}$=0.25. Συνεπώς, η w-r-σχέση έχει αρνητική κλίση και είναι κυρτή.

Περαιτέρω, όσον αφορά τώρα το $\mathbf{w}_{max}$, έχουμε ήδη πει ότι αυτό είναι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο στο τυπικό υποσύστημα και ότι αυτό είναι ίσο με την μέση, σε τιμές υπολογισμένη, παραγωγικότητα της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα. Το τυπικό υποσύστημα παράγει ένα ακαθάριστο προϊόν αποτελούμενο από 2.4 μονάδες του εμπορεύματος 1 και 0.8 μονάδες του εμπορεύματος 2 και ως καθαρό προϊόν εξ ορισμού το τυπικό εμπόρευμα. Συνεπώς, για μια παραγωγή 0.8 μονάδων του εμπορεύματος 2 απαιτούνται $(0.5 \cdot 2.4 =)\, 1.2$ και $(0.8 \cdot 0.5 =)\, 0.4$ μονάδες άμεσης εργασίας. Επειδή το καθαρό προϊόν του τυπικού υποσυστήματος είναι ίσο με την μονάδα του εμπορεύματος 1 και επειδή την μονάδα του εμπορεύματος αυτού την θέσαμε διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης ίση με την μονάδα, έπεται ότι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο είναι $\frac{1}{1.6} = 0.625$. Επίσης, το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι ίσο με τη σε τιμές υπολογισμένη μέση τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα προς τη τιμιακή ένταση κεφαλαίου επίσης του τυπικού υποσυστήματος. Πράγματι, όταν οι τιμές των εμπορευμάτων που συνιστούν το κεφάλαιο του τυπικού υποσυστήματος προσδιοριστούν στη βάση του μέγιστου ποσοστού κέρδους $\mathbf{r}_{max} = 0.527$, ο λόγος $\frac{\mathbf{y_n}}{\boldsymbol{\kappa}_\nu}$ -όπου $\mathbf{y_n}$, $\mathbf{y_n} = 0.625$, η μέση τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα και $\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n}$ η τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος- είναι ίσος με το εν λόγω μέγιστο ποσοστό κέρδους.

Συγκεκριμένα ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\mathbf{y_n}}{\boldsymbol{\kappa}_\nu} = \dfrac{0.625}{\dfrac{2.4\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_1 + 0.8\mathbf{p}_2}{1.6}} \\ \\ \mathbf{p}_1 = 1 \\ \\ \mathbf{p}_2 = \dfrac{0.25(1+\mathbf{r})}{1-0.25(1+\mathbf{r})} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\mathbf{y_n}}{\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n}} = \frac{0.625}{\dfrac{1.4+0.8\dfrac{0.25(1+\mathbf{r}_{\max})}{1-0.25(1+\mathbf{r}_{\max})}}{1.6}} \xrightarrow{\mathbf{r}=0.527}$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{y_n}}{\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n}} = \frac{0.625}{\frac{1}{6}\,1.4+0.8\dfrac{0.25-1.527}{1-0.25\cdot 1{,}527}} = 0.527 = \mathbf{r}_{\max}$$

Δεδομένου του ονομαστικού ωρομισθίου (ή του ποσοστού κέρδους), η δομή και οι συνθήκες παραγωγής του τυπικού υποσυστήματος προσδιορίζουν το γενικό ποσοστό κέρδους και τις τιμές όλων των εμπορευμάτων. Τα μεγέθη αυτά, όπως έχουμε πει, ανάγονται και σε μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Το τυπικό υποσύστημα, προσδιορίζοντας τα εν λόγω μεγέθη, προσδιορίζει και μια w-r-σχέση η οποία ανάγεται και σε w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής και της τεχνικής που χρησιμοποιεί. Περαιτέρω, έχουμε δείξει ότι εκείνα τα μεγέθη που προσδιορίζουν την w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος, καίτοι η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος ανάγεται σε w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής, δεν είναι ίσα με τα αντίστοιχα στο εν λόγω δεδομένο σύστημα παραγωγής μεγέθη. Έτσι, αν διερευνήσουμε την w-r-σχέση που προκύπτει για ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής το οποίο χρησιμοποιεί την εν λόγω τεχνική και παράγει ένα καθαρό προϊόν αποτελούμενο από μια μονάδα του εμπορεύματος 2, ισχύουν τα παρακάτω:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y} \xrightarrow{(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}=\begin{bmatrix}2{,}4 & 0.8\\ 0.8 & 1{,}6\end{bmatrix},\ \mathrm{Y}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}} \mathbf{X} = \begin{bmatrix}2{,}4 & 0.8\\ 0.8 & 1.6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.8\\1.6\end{bmatrix}$$

-όπου με X συμβολίζουμε το ακαθάριστο προϊόν, το οποίο παράγεται προκειμένου να παραχθεί το καθαρό προϊόν Y=$\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$.

Τα μέσα παραγωγής που απαιτήθηκαν για την παραγωγή αυτού του ακαθάριστου προϊόντος είναι

$$\mathbf{AX} = \begin{bmatrix}0.5 & 0.25\\ 0.8 & 1{,}6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.8\\1.6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.8\\0.6\end{bmatrix}$$

Από τα τελευταία, για την τιμιακή ένταση κεφαλαίου του δεδομένου συστήματος προκύπτει $\boldsymbol{\kappa} = \dfrac{(0.8\mathbf{p}_1 + 0.6\mathbf{p}_2)}{1.2}$. Συγκρίνοντας την τιμιακή αυτή ένταση κεφαλαίου του δεδομένου συστήματος παραγωγής με την τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος, προκύπτει ότι η τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος είναι διαφορετική από αυτή του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Η τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος προκύπτει από την ακόλουθη σχέση $\mathbf{\kappa_n} = \dfrac{1.41\mathbf{p}_1 + 0.8\mathbf{p}_2}{1.6}$.

Το άμεσο συμπέρασμα της εν λόγω διαφοροποίησης είναι ότι η w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του δεδομένου αυτού συστήματος , αλλά του τυπικού του υποσυστήματος του. Προκύπτει επίσης ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται τόσο η θέση (με εξαίρεση το μέγιστο ποσοστό κέρδους) όσο και η κλίση της w-r-σχέσης.

Κλείνοντας, να πούμε ότι: η έννοια της w-r-σχέσης και τα στη βάση της w-r-σχέσης προκύπτοντα τιμιακά μεγέθη ως χαρακτηριστικά μεγέθη όχι ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά ως χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος στη βάση μιας εξίσωσης τυποποίησης, μπορεί να κατανοηθεί και από την πλευρά των τιμών εκφρασμένων ως των μισθών ανατοκισμένων με επιτόκιο το ενιαίο ποσοστό κέρδους. Ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{pd} = \mathbf{a} \\ \mathbf{p} = \mathbf{wL}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1} \\ \mathbf{r} < \dfrac{1-\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}\end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{wL}[\mathbf{I} + (1+\mathbf{r})\mathbf{A} + (1+\mathbf{r})^2\mathbf{A}^2 + ...]\mathbf{d} - \mathbf{a} = 0$$

Η τελευταία παράσταση μας κάνει σαφές ότι η w-r-σχέση είναι εκείνοι συνδυασμοί του ενιαίου ποσοστού κέρδους, νοούμενου ως επιτοκίου ανατοκισμού, και του ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου, οι οποίοι, αν η παραγωγή του τυπικού εμπορεύματος νοηθεί ως αποτέλεσμα συνεχών και περιοδικών καταβολών ονομαστικών μισθών ορισμένου μεγέθους, νοούμενων ως προκαταβεβλημένου κεφαλαίου, μας οδηγούν σε μηδενική διαφορά της τιμής του τυπικού εμπορεύματος από το προκαταβεβλημένο για την παραγωγή του κεφάλαιο. Είναι σαφές, από την προσέγγιση αυτή, ότι η w-r-σχέση προσδιορίζεται αποκλειστικά από τις συνθήκες παραγωγής, ήτοι από τις ποσότητες εργασίας που εισήλθαν σε κάθε περίοδο παραγωγής, και την τιμή του τυπικού εμπορεύματος[1] . Με άλλα λόγια, η w-r-σχέση ως αφορούσα την παραγωγή του τυπικού εμπορεύματος μπορεί να κατανοηθεί, αν μετασχηματίσουμε το σύστημα των τυποποιημένων τιμών σε μια μορφή ανάλογη της αυστριακής προσέγγισης. Στα πλαίσια αυτής της προσέγγισης, η w-r-σχέση αφορά εκείνους τους συνδυασμούς του ποσοστού κέρδους και του ονομαστικού ωρομισθίου, ώστε οι μισθοί που προκαταβλήθηκαν σε κάθε περίοδο παραγωγής και τα κέρδη που προέκυψαν από τους προκαταβεβλημένους αυτούς μισθούς για την παραγωγή του τυπικού εμπορεύματος να ισούνται με την τιμή του.

[1] Η προσέγγιση αυτή της έννοιας του τυπικού υποσυστήματος αναπτύσσεται και αναλύεται από τον Μαριόλη, δες π.χ Μαριόλης (1996β) σελ. 193-198

ΙΙ.7 Για τη γραμμικότητα της w-r-σχέσης

Ήδη έχουμε τονίσει ότι η περίπτωση της γραμμικής w-r-σχέσης έχει αποτελέσει ένα από τα βασικά σημεία διερεύνησης στα πλαίσια της οικονομικής θεωρίας. Τόσο από την πλευρά της λεγόμενης «διένεξης των δύο Cambridge», στα πλαίσια της διαπίστωσης των προϋποθέσεων της ισχύς της νεοκλασικής θεωρίας, όσο και από την πλευρά του ισχυρισμού του Sraffa ότι το τυπικό του εμπόρευμα, το πρότυπό του εμπόρευμα, το οποίο τον οδηγεί σε μια γραμμική w-r-σχέση, αποτελεί το «αμετάβλητο μέτρο των τιμών και των αξιών» του Ricardo. Ένα επιπρόσθετο σημείο, το οποίο κάνει τη γραμμική w-r-σχέση ζήτημα ιδιαίτερου ενδιαφέροντος, είναι ότι μια γραμμική w-r-σχέση είναι μια γενικά αμφιμονοσήμαντη w-r-σχέση, και όχι αμφιμονοσήμανη μόνο στο οικονομικά σημαντικό διάστημα $0 \le \mathbf{w} \le \mathbf{w}_{max}$, $0 \le \mathbf{r} \le \mathbf{r}_{max}$, όπως συμβαίνει με τις μη γραμμικές w-r-σχέσεις

Στα πλαίσια του κεφαλαίου αυτού θα εξετάσουμε και θα αναλύσουμε εκείνες τις περιπτώσεις, που η w-r-σχέση είναι γραμμική. Όπως δείξαμε σε άλλο σημείο, η w-r-σχέση είναι γραμμική όταν για κάθε w, r ισχύει $\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}$, όταν δηλαδή η κλίση της w-r-σχέσης ισούται με την με μείον ένα πολλαπλασιασμένη σταθερή τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος. Η κλίση της w-r-σχέσης είναι $\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}$ στις ακόλουθες περιπτώσεις:

Α) Όταν το τυπικό εμπόρευμα είναι από φυσική άποψη το ίδιο με τα μέσα παραγωγής του. Στην περίπτωση αυτή, επειδή έχουμε τυποποιήσει με τυπικό εμπόρευμα ένα (απλό ή σύνθετο) εμπόρευμα το οποίο έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του και επειδή εξ ορισμού δια της εξίσωσης τυποποίησης η τιμή του τυπικού εμπορεύματος είναι σταθερή, σταθερά θα είναι και τα ίδιας σύνθεσης μέσα παραγωγής του, αφού πρόκειται για το ίδιο (απλό ή σύνθετο) εμπόρευμα. Η εν λόγω περίπτωση θα δείξουμε ότι ισχύει όταν ως τυπικό εμπόρευμα έχει χρησιμοποιηθεί το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa και το πρότυπο εμπόρευμα του Βασιλάκη.

Β) Όταν, καίτοι οι τιμές των εμπορευμάτων που αποτελούν το τυπικό εμπόρευμα μεταβάλλονται συναρτήσει του r (του w), καίτοι το τυπικό εμπόρευμα δεν έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του, οι μεταβολές των τιμών και συνεπώς και των τιμών των μέσων παραγωγής του τυπικού εμπορεύματος είναι τέτοιες, ώστε η τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος παραμένει σταθερή. Την περίπτωση αυτή θα την αναπτύξουμε στα πλαίσια της ανάπτυξης των τυπικών εμπορευμάτων του Miyao και των Βουγιουκλάκη/Μαριόλη.

Γ) Όταν στο δεδομένο σύστημα παραγωγής υπάρχει ένα μόνο μέσο παραγωγής το οποίο λειτουργεί και ως τυπικό εμπόρευμα. Εδώ, επειδή ως τυπικό εμπόρευμα έχουμε χρησιμοποιήσει το μοναδικό μέσο παραγωγής, έπεται ότι το ύψος της τιμιακής έντασης κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος, αλλά και του δεδομένου συστήματος είναι εξ ορισμού –δια της τυποποίησης – σταθερό.

Δ) Όταν τα από το δεδομένο σύστημα παραγωγής παραγόμενα εμπορεύματα περιλαμβανομένων και των εμπορευμάτων που συνιστούν το τυπικό εμπόρευμα είναι από τεχνικοπαραγωγική άποψη τα ίδια, οι φυσικές δηλαδή εντάσεις κεφαλαίου όλων των εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος παραγωγής είναι ίσες μεταξύ τους και συνεπώς και ίσες με την μέση σε τιμές φυσική κεφαλαίου του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Η περίπτωση αυτή είναι ίδια με τη περίπτωση την οποία ανέπτυξε ο Samuelson στην προσπάθειά του να αποκαταστήσει την έννοια της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής από την κριτική που δέχθηκε στα πλαίσια της «διένεξης των δύο Cambridge». Προσπάθεια η οποία, όπως δείχθηκε στη συνέχεια από τον Garegnani, δεν αποτελεί πράγματι αποκατάσταση της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής, αλλά μια διαφορετική διατύπωση ότι η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής αναφέρεται σε μια οικονομία «παραβολής», όπου υπάρχει ένα και μοναδικό (απλό ή σύνθετο) εμπόρευμα που λειτουργεί τόσο ως μέσο παραγωγής όσο και ως καθαρό προϊόν[1].

Στη συνέχεια προβαίνουμε στην ανάλυση αυτών των περιπτώσεων.

II.7.1 Τα πρότυπα εμπορεύματα των Sraffa και Βασιλάκη

II.7.1.1 Το τυπικό εμπόρευμα του Sraffa

Ο Sraffa ως τυπικό εμπόρευμα ορίζει το πρότυπο εμπόρευμα. Ειδικότερα[2]:

- Το πρότυπο εμπόρευμα[3] του Sraffa είναι το καθαρό προϊόν ενός συστήματος παραγωγής το οποίο χρησιμοποιεί την ίδια τεχνική με την τεχνική του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Έστω [**A, L, X**] το δεδομένο σύστημα παραγωγής και [**A,L**] η τεχνική που χρησιμοποιεί.
- Η σύνθεση του καλαθιού του πρότυπου εμπορεύματος είναι ή ίδια με τα μέσα παραγωγής του.
- Ο Sraffa υποθέτει ότι ισχύει $\mathbf{L_n q_n} = \mathbf{LX} = 1$. Όπου $\mathbf{q_n}$ εκείνο το πλήρως προσδιορισμένο διάνυσμα του ακαθάριστου προϊόντος, το οποίο παράγεται προκειμένου να παραχθεί το εν λόγω πρότυπο εμπόρευμα και από το οποίο έχουν διαγραφεί οι μηδενικές συνιστώσες, και όπου με $\mathbf{L_n}$ συμβολίζουμε το διάνυσμα των εισροών σε άμεση εργασία των διαδικασιών που παράγουν το τυπικό εμπόρευμα. Γίνεται δηλαδή η υπόθεση ότι η εργασία η οποία απαιτείται για να παραχθεί το τυπικό εμπόρευμα είναι ίση με την εργασία **LX** του δεδομένου συστήματος παραγωγής και ότι αυτή η εργασία αποτελεί το μέτρο-μονάδα μέτρησης της εργασίας, τόσο στα πλαίσια της δεδομένης τεχνικής όσο και στα πλαίσια του (υπο)συστήματος που παράγει το τυπικό εμπόρευμα.
- Για να έχει το ακαθάριστο προϊόν του πρότυπου συστήματος -του συστήματος δηλαδή που παράγει το τυπικό εμπόρευμα – την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του, πρέπει,

[1] Δες Samuelson (1962) και Garegnani (1970).
[2] Δες Σταμάτης (1995α) τόμος 1, 295-297.
[3] Ποιο είναι το τυπικό εμπόρευμα, θα το ορίσουμε παρακάτω.

υπό την προϋπόθεση ότι η τεχνική [**A, L**] είναι παραγωγική διασπώμενη παράγουσα και μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, να ισχύει $\mathbf{A}_{11}\mathbf{q_n} = \lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}\mathbf{q_n}$. Προφανώς, σύμφωνα με τα όσα έχουμε πει, για να υπάρχει ένα θετικό ακαθάριστο προϊόν αποτελούμενο μόνο από βασικά εμπορεύματα, το οποίο ταυτόχρονα να έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του, πρέπει το διάνυσμα του ακαθάριστου προϊόντος να είναι συνδεδεμένο με την μέγιστη ιδιοτιμή της υπομήτρας $\mathbf{A}_{11}$ της μήτρας **A.** Προφανώς η υπομήτρα $\mathbf{A}_{11}$ αφορά την παραγωγή των βασικών μόνο εμπορευμάτων.

- Επειδή το ακαθάριστο προϊόν αποτελείται από τα φθαρέντα μέσα παραγωγής και το καθαρό προϊόν, στην περίπτωση που οι καπιταλιστές καρπώνονται ολόκληρο το καθαρό προϊόν ως κέρδος επί του κεφαλαίου που συνεισέφεραν, δεδομένου ότι το πρότυπο εμπόρευμα έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του, έπεται ότι $(1+\overline{\mathbf{R}}_1)\mathbf{A}_{11}\mathbf{q_n} = \mathbf{q_n}$. Η σχέση αυτή εκφράζει ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του πρότυπου συστήματος είναι ίσο $\overline{\mathbf{R}}_1 = \dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}}$. Επίσης, στη σχέση αυτή το $\overline{\mathbf{R}}_1\mathbf{A}_{11}\mathbf{q_n}$ εκφράζει το πρότυπο εμπόρευμα, το οποίο νοούμενο ως καθαρό προϊόν καρπώνεται εξ’ ολοκλήρου από του καπιταλιστές.
- Επιπρόσθετα, ο Sraffa θέτει την τιμή του καθαρού προϊόντος πρότυπου συστήματος ίση με την ποσότητα της άμεσης εργασίας η οποία εισήλθε στην παραγωγή του, ήτοι: $\overline{\mathbf{R}}_1\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}\mathbf{q_n} = \mathbf{L_n}\mathbf{q_n} = \mathbf{LX} = 1$.

Στην βάση των χαρακτηριστικών αυτών του πρότυπου εμπορεύματος και του πρότυπου υποσυστήματος, έπονται τα ακόλουθα[1]:

$$\mathbf{w}\overline{\mathbf{R}}_1\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}\mathbf{q_n} = \mathbf{L_n}\mathbf{q}\mathbf{w} \Leftrightarrow \mathbf{w}\mathbf{p}_1\overline{\mathbf{R}}_1\,\frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}}\mathbf{q_n} = \mathbf{p}_1[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{w}\frac{\overline{\mathbf{R}}_1}{1+\overline{\mathbf{R}}_1}\mathbf{p}_1\mathbf{q} = \mathbf{p}_1\mathbf{q} - \mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}\mathbf{q} - \mathbf{r}\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}\mathbf{q} \Leftrightarrow \mathbf{w} = \frac{1+\overline{\mathbf{R}}_1}{\overline{\mathbf{R}}_1} - \frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_1} - \mathbf{r}\frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_1}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{w} = 1 - \mathbf{r}\frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_1}$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_1}$$

$$\rightarrow \mathbf{r}_{\max} = \overline{\mathbf{R}}_1$$

$$\rightarrow \mathbf{w}_{\max} = 1$$

$$\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{p_n}\mathbf{A}_{11}\mathbf{q_n}}{\mathbf{L_n}\mathbf{q_n}} = \frac{\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}\mathbf{q_n}}{\mathbf{L_n}\mathbf{q_n}} = \frac{\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}\mathbf{q_n}}{\overline{\mathbf{R}}_1\mathbf{p}_1\mathbf{A}_{11}\mathbf{q_n}} = \frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_1}$$

Από τις τελευταίες αυτές σχέσεις βλέπουμε ότι η κλίση της w-r-σχέσης, η οποία προκύπτει από την τυποποίηση του Sraffa, είναι ίση με τη με μείον ένα πολλαπλασιασμένη [σταθερή] ένταση κεφαλαίου του πρότυπου συστήματος. Για το $\mathbf{w}_{\max} = 1$ ισχύει α) ότι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο της προκύπτουσας w-r-σχέσης είναι ίσο με τη μέση τιμιακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου του πρότυπου υποσυστήματος, και β) ότι η μέση τιμιακή

[1] Δες Σταμάτης (1995α) τόμος 1 σελ.296-297

παραγωγικότητα του κεφαλαίου του πρότυπου συστήματος είναι ίση με το λόγο της τιμής του καθαρού προϊόντος του πρότυπου συστήματος, το οποίο λόγω της εξίσωσης τυποποίησης είναι ίσο με την μονάδα, προς την ποσότητα εργασίας η οποία εισήλθε στην παραγωγή του προϊόντος αυτού και η οποία, επίσης δια της τυποποίησης, είναι ίση με την μονάδα. Ήτοι $\frac{\mathbf{p}_1 \overline{\mathbf{R}}_1 \mathbf{A}_{11} \mathbf{q}}{\mathbf{L_n q_n}} = \frac{1}{1} = 1$. Είναι επίσης προφανές, ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του πρότυπου συστήματος παραγωγής είναι ίσο με το λόγο της μέσης τιμιακής παραγωγικότητας του κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος προς το λόγο της τιμιακής έντασης κεφαλαίου, ήτοι με $\frac{\mathbf{v_n}}{\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{v}} = \frac{1}{\frac{1}{\overline{\overline{\mathbf{R}}}_1}} = \overline{\mathbf{R}}_1$.

Να τονίσουμε στο σημείο αυτό ότι η γραμμικότητα της w-r-σχέσης προκύπτει στη βάση του ότι η τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος προκύπτει ως λόγος ομοιογενών μεγεθών, ως λόγος μεγεθών τα οποία είναι ανεξάρτητα από τις τιμές. Η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος ανάγεται σε w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Είναι προφανές ότι στο δεδομένο σύστημα παραγωγής στη γενική περίπτωση δεν μπορεί να υπάρξει κάποια σταθερή τιμιακή ένταση κεφαλαίου, η οποία να προκύπτει ως ο λόγος ομοιογενών μεγεθών, ως λόγος ο οποίος είναι ανεξάρτητος από τις τιμές. Ένας τέτοιος λόγος θα προέκυπτε μόνο στην περίπτωση που το πρότυπο σύστημα παραγωγής ταυτίζεται με το δεδομένο σύστημα παραγωγής. Η προκύπτουσα από την τυποποίηση του Sraffa w-r-σχέση είναι αμφιμονοσήμαντη. Για δεδομένο εξωγενώς ονομαστικό ωρομίσθιο, π.χ. μηδενικό, προκύπτει μόνο και μόνο μία και μόνο τιμή για το ποσοστό κέρδους, κάτι το οποίο δεν συμβαίνει και στις περιπτώσεις που η τυποποίηση δεν οδηγεί σε γραμμική w-r-σχέση. Έτσι, στην περίπτωση του μηδενικού ονομαστικού ωρομισθίου, για μη γραμμικές w-r-σχέσεις, αν δεν αποκλείσουμε τις αρνητικές τιμές εμπορευμάτων, προκύπτουν τόσα ποσοστά κέρδους όσες είναι και οι διαδικασίες παραγωγής του τυπικού υποσυστήματος. Να σημειωθεί ότι στην περίπτωση που ως εξίσωση τυποποίησης χρησιμοποιήσουμε την τυποποίηση του Sraffa, η w-r-σχέση είναι αμφιμονοσήμαντη, γιατί το πρότυπο υποσύστημα παίρνει τη μορφή μιας και μόνο διαδικασίας παραγωγής παράγουσας και χρησιμοποιούσας το ίδιο σύνθετο εμπόρευμα. Πιο συγκεκριμένα, το πρότυπο σύστημα παίρνει τη μορφή **p(1+r)Aq+wLq=(1+R)pAq** και συνεπώς, αφού **Lq=RpAq=1**, **pAq=1/R** , έπεται **w=(1-r)pAq = r (1/R)-1**[1]**.**

II.7.1.2 Το πρότυπο εμπόρευμα του Βασιλάκη[2]

Η τυποποίηση με τυπικό εμπόρευμα το πρότυπο του Βασιλάκη αφορά εκείνα τα συστήματα παραγωγής, τα οποία χρησιμοποιούν διασπώμενες τεχνικές στις οποίες το μέγιστο

---

[1] Δες Σταμάτης (1991) σελ.35.

[2] Δες Σταμάτης (1995α) τόμος 1, σελ.289-295.

ποσοστό κέρδους του μη βασικού υποσυστήματος είναι μικρότερο από αυτό του βασικού. Σκοπός του άρθρου του Βασιλάκη –εδώ αναφερόμαστε στο Βασιλάκης (1983)-, σε αντίθεση με τους ισχυρισμούς της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, η οποία αποκλείει από το πεδίο της διερεύνησης τις τεχνικές στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους μη βασικού υποσυστήματος είναι μικρότερο από αυτό του βασικού υποσυστήματος, θεωρώντας ότι στις περιπτώσεις αυτές δεν μπορεί να υπάρξει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, ήταν να δείξει «ότι το πρότυπο εμπόρευμα δύναται να περιέχει και μη βασικά εμπορεύματα και ότι σε συστήματα παραγωγής απλών εμπορευμάτων υπάρχει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους»[1]. Το άρθρο αυτό έχει βαρύνουσα σημασία, αφού, δεδομένης της αξίωσης της ύπαρξης ενός ενιαίου για μη αρνητικές τιμές εμπορευμάτων ποσοστού κέρδους, διαφαίνεται ότι μεταβαλλόμενης της εξίσωσης τυποποίησης μεταβάλλεται και το μέγιστο ποσοστό κέρδους και η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης. Ειδικότερα, όσον αφορά το πρότυπο εμπόρευμα του Βασιλάκη ισχύουν τα ακόλουθα :

- Αφορά συστήματα παραγωγής απλής παραγωγής που χρησιμοποιούν διασπώμενες τεχνικές για τις οποίες ισχύει $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}$.
- Περιλαμβάνει τόσο τα βασικά εμπορεύματα του δεδομένου συστήματος παραγωγής, όσο και τα μη βασικά τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή τους.
- Είναι το καθαρό προϊόν ενός συστήματος το οποίο χρησιμοποιεί την ίδια τεχνική με το δεδομένο σύστημα παραγωγής και το οποίο παράγεται από μέσα παραγωγής που έχουν την ίδια σύνθεση με το αυτό –ήτοι την ίδια σύνθεση με το πρότυπο εμπόρευμα.
- Δεν περιέχει μη βασικά εμπορεύματα τα οποία δεν εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, δεν περιέχει δηλαδή εμπορεύματα τα οποία δεν χρησιμοποιούνται και ως μέσα παραγωγής. Αυτό είναι συνέπεια του ότι έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του, συνεπώς δεν μπορεί να περιλαμβάνει εμπορεύματα τα οποία δεν χρησιμοποιούνται και ως μέσα παραγωγής.
- Λόγω του ότι έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του, συνεπάγεται ότι είναι όπως το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa, με τη διαφορά ότι περιέχει και μη βασικά εμπορεύματα. Παράλληλα, το υποσύστημα που το παράγει είναι ένα πρότυπο σύστημα.
- Ο Βασιλάκης έδειξε ότι, αν $\mathbf{Q_n}$ το εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο διάνυσμα του ακαθάριστου προϊόντος του πρότυπου υποσυστήματος από το οποίο έχουμε διαγράψει τις μηδενικές συνιστώσες, τότε αυτό είναι θετικό αν αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας των τεχνολογικών συντελεστών της τεχνικής του εν λόγω πρότυπου υποσυστήματος. Εδώ, δεδομένου ότι η μέγιστη ιδιοτιμή της υπό εξέταση τεχνικής συμπίπτει με τη μέγιστη ιδιοτιμή του τομέα παραγωγής μη βασικών εμπορευμάτων που δεν εισέρχονται στην παραγωγή τους, έπεται ότι το $\mathbf{Q_n}$ αντιστοιχεί σε αυτή τη μέγιστη ιδιοτιμή, ήτοι στην $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}}$.

Αν το $\mathbf{Q_n}$ προσδιοριστεί διαμέσου της $\mathbf{LX}=\mathbf{L_n Q_n}$, αν δηλαδή, σε αναλογία με την τυποποίηση του Sraffa , η συνολική άμεση εργασία που χρησιμοποιήθηκε για να παράγει το ακαθάριστο προϊόν του δεδομένου συστήματος τεθεί ίση με την άμεση εργασία που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή του τυπικού εμπορεύματος και αν, περαιτέρω, σε αναλογία με την τυποποποίηση του Sraffa, προβούμε στην τυποποίηση $\mathbf{p_n}\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{NQ_n} = \mathbf{LX} = \mathbf{LQ_n} = 1$, με $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$ και $\mathbf{p_n}$ οι τιμές των εμπορευμάτων που αντιστοιχούν στο διάνυσμα $\mathbf{Q_n}$, τότε προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις :

[1] Δες Vassilakis (1983)

$$\mathbf{w}\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{p}_{211}\mathbf{N}\mathbf{q_n} = \mathbf{L_n}\mathbf{Q_n}\mathbf{w} \Leftrightarrow \mathbf{w}\mathbf{p_n}\overline{\mathbf{R}}_2\frac{1-\lambda_m^N}{\lambda_m^N}\mathbf{q_n} = \mathbf{p_n}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{N}] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{w}\frac{\overline{\mathbf{R}}_2}{1+\overline{\mathbf{R}}_2}\mathbf{p_n}\mathbf{Q_n} = \mathbf{p_n}\mathbf{Q_n} - \mathbf{p_n}\mathbf{N}\mathbf{Q_n} - \mathbf{r}\mathbf{p_n}\mathbf{N}\mathbf{Q_n} \Leftrightarrow \mathbf{w} = \frac{1+\overline{\mathbf{R}}_2}{\overline{\mathbf{R}}_2} - \frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_2} - \mathbf{r}\frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_2}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{w} = 1 - \mathbf{r}\frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_2}$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_2}$$

$$\rightarrow \mathbf{r}_{\max} = \overline{\mathbf{R}}_2$$

$$\rightarrow \mathbf{w}_{\max} = 1$$

$$\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n} = \frac{\mathbf{p_n}\mathbf{N}\mathbf{Q_n}}{\mathbf{L_n}\mathbf{Q_n}} = \frac{\mathbf{p_n}\mathbf{N}\mathbf{Q_n}}{\mathbf{L_n}\mathbf{Q_n}} = \frac{\mathbf{p}_2\mathbf{N}\mathbf{Q_n}}{\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{p_n}\mathbf{N}\mathbf{Q_n}} = \frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_2}$$

Για τις τελευταίες αυτές σχέσεις ισχύει ότι ειπώθηκε κατά την ανάλυση του πρότυπου εμπορεύματος του Sraffa με τη διαφορά, όμως, ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους και η σταθερή κλίση της w-r-σχέσης προκύπτουν μονοσήμαντα. Προκύπτουν από τη μέγιστη ιδιοτιμή του μη βασικού υποσυστήματος. Να τονίσουμε επίσης ότι η χρήση αυτού του τυπικού εμπορεύματος αποκλείει τις αρνητικές και απροσδιόριστες τιμές, οι οποίες θα προέκυπταν, για τα μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων, αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιούσαμε το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa.

II.7.2 Τα τυπικά εμπορεύματα των Miyao και Βουγιουκλάκη/Μαριόλη

II.7.2.1 Το τυπικό εμπόρευμα του Miyao [1]

Το τυπικό εμπόρευμα του Miyao αφορά ένα καλάθι εμπορευμάτων το οποίο αποτελείται, όπως και το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa, από ένα καλάθι βασικών μόνο εμπορευμάτων. Περαιτέρω, αν συμβολίσουμε με **q** το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa, για το τυπικό εμπόρευμα του Miyao ισχύει **b=q+u**, όπου με **b** συμβολίζουμε το τυπικό εμπόρευμα του Miyao και **u** ένα καλάθι εμπορευμάτων το οποίο για να παραχθεί απαιτεί μηδενική εργασία. Για να προκύψουν τυπικά εμπορεύματα του τύπου του Miyao πρέπει η τεχνική να είναι μια μη «κανονική» τεχνική. Έχουμε πει ότι μόνο στα πλαίσια των μη «κανονικών» τεχνικών

[1] Δες Σταμάτης (1992α) σελ. 240-246 και Δημάκης/Σταμάτης (1986)

μπορεί να υπάρξει δεξί ιδιοδιάνυσμα της μήτρας **A** μιας δεδομένης τεχνικής για την οποία να ισχύει **LX**=0. Για να γίνουμε πιο σαφείς, προβαίνουμε στην παρακάτω ανάλυση.
Έστω η μη διασπώμενη παραγωγική τεχνική [**A, L**], - προφανώς η τεχνική αυτή παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Για την τεχνική αυτή ισχύουν τα ακόλουθα[1]:

$$\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]=\mathbf{wL} \Rightarrow \mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\mathbf{b}=\mathbf{wLb}$$

-όπου **b** ένα θετικό διάνυσμα στήλη-

$$\mathbf{C}(\mathbf{r})=[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{r})=\frac{\mathbf{r}}{\underline{\mathbf{R}}}\mathbf{C}(\mathbf{r})+(1-\frac{\mathbf{r}}{\underline{\mathbf{R}}})\mathbf{C}(0)$$

-όπου με **R̲** συμβολίζουμε το μέγιστο ποσοστό κέρδους, το οποίο αντιστοιχεί στην δεδομένη μη διασπώμενη τεχνική.-

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει επίσης ότι

$$\frac{\mathbf{r}}{\underline{\mathbf{R}}}\mathbf{pC}(\overline{\mathbf{R}})\mathbf{b}+(1-\frac{\mathbf{r}}{\underline{\mathbf{R}}})\mathbf{pC}(0)\mathbf{b}=\mathbf{wl}, \quad \text{με } \mathbf{l}=\mathbf{Lb}$$

Το $\mathbf{C}(0)\mathbf{b}$ είναι το καθαρό προϊόν το συνδεδεμένο με το νοούμενο ως ακαθάριστο προϊόν διάνυσμα **b** . Το **l** είναι η ζωντανή εργασία που απαιτήθηκε για την παραγωγή του **b**.

Τώρα, για να προκύψει μια γραμμική w-r-σχέση, πρέπει να ισχύει $\mathbf{pC}(\underline{\mathbf{R}})\mathbf{b}=0$. Αν υπάρχει **b**=**q**+**u** για τα οποία ισχύουν $\mathbf{C}(\underline{\mathbf{R}})\mathbf{b}=0$ και **pu**=0, με **0**≤**r**≤ **R̲**, τότε έπεται ότι

$$(1-\frac{\mathbf{r}}{\underline{\mathbf{R}}})\mathbf{pC}(0)\mathbf{b}=\mathbf{wl}=(1-\frac{\mathbf{r}}{\underline{\mathbf{R}}})\mathbf{p}\underline{\mathbf{b}}, \quad \mathbf{l}=\mathbf{Lb}=\mathbf{Lq}$$

-Να πούμε στο σημείο αυτό ότι το **p** είναι συνάρτηση των w και r, ήτοι **p**=**p**(w,r). Αν υπάρχει $\mathbf{u}\neq 0$, τότε το **u** είναι ένα διάνυσμα κάθετο στο χώρο **R** των τιμών, κάθετο στο χώρο που ορίζει η συνάρτηση **p**=**p**(w,r). Για να μπορεί δε να υπάρξει ένα τέτοιο διάνυσμα , πρέπει η διάσταση του χώρου **R** να είναι μικρότερη από τον n-διάστατο χώρο που ορίζεται από τον αριθμό των εμπορευμάτων της δεδομένης μη διασπώμενης τεχνικής [**A, L**]. Να παρατηρήσουμε επίσης ότι ο χώρος **R** παράγεται από το διανυσμα **L** και την μήτρα **A**, η διάσταση δε του χώρου αυτού είναι **R**=βαθμός **A** προς **L.** Επιπρόσθετα ισχύουν και τα ακόλουθα $\mathbf{LA}^{\mathbf{i}},\mathbf{pA}^{\mathbf{i}}\in\mathbf{R}$, με i=1,2,... καθώς και $\mathbf{LA}^{\mathbf{i}}\mathbf{u}=0,\ \mathbf{pA}^{\mathbf{i}}\mathbf{u}=0$.[2]-

Από την ανάλυση αυτή έπεται ότι δύνανται να υπάρξουν διαφορετικά καλάθια εμπορευμάτων, τα οποία να έχουν την ίδια τιμή και για την παραγωγή τους χρησιμοποιούν την ίδια ποσότητα εργασίας. Αν τώρα –στη βάση της τυποποίησης του Sraffa– τυποποιήσουμε θέτοντας την τιμή του καθαρού προϊόντος **C**(0)**b** ίση με την ποσότητα της ζωντανής εργασίας η οποία χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή του και παράλληλα αυτή την ποσότητα εργασίας την θέσουμε ίση με τη μονάδα, ήτοι αν **pC**(0)**b**=1, τότε από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

---

[1] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.240-252
[2] Δες Σταμάτης (1992α) σελ.242

$$\mathbf{w} = 1 - \mathbf{r}\frac{1}{\overline{\mathbf{R}}}$$

Συνεπώς και η τυποποίηση του Miyao οδηγεί στην ίδια w-r-σχέση, όπως και η τυποποίηση του Sraffa. Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση των μη διασπώμενων τεχνικών, σε γραμμική w-r-σχέση οδηγεί όχι μόνο το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa, αλλά δύναται να υπάρξουν και άλλα τυπικά εμπορεύματα με διαφορετική από το πρότυπο εμπόρευμα σύνθεση, τα οποία και αυτά να οδηγούν σε γραμμικές w-r-σχέσεις. Το συμπέρασμα αυτό σημαίνει ότι το πρότυπο εμπόρευμα του Sraffa δεν αποτελεί, όπως ισχυρίζεται ο Sraffa, το αμετάβλητο μέτρο των τιμών και των αξιών του Ricardo, γιατί, πέρα από άλλους λόγους, το κύριο χαρακτηριστικό αυτού του τυπικού εμπορεύματος, η γραμμική w-r-σχέση στην οποία οδηγεί, αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος και άλλων τυπικών εμπορευμάτων, διαφορετικών από το πρότυπο εμπόρευμα, και συγκεκριμένα και χαρακτηριστικό μέγεθος των τυποποιήσεων με τυπικό εμπόρευμα τα τυπικά εμπορεύματα του Miyao. Στην περίπτωση που τυποποιήσουμε με τυπικό εμπόρευμα κάποιο από τα τυπικά εμπορεύματα του Miyao, τότε για την τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$\kappa_n = \frac{\mathbf{pAb}}{\mathbf{Lb}} = \frac{\mathbf{pA(q+u)}}{\mathbf{L(q+u)}} = \frac{\mathbf{pAq}+\mathbf{pAu}}{\mathbf{Lq}+\mathbf{Lu}} = \frac{\mathbf{pAq}}{\mathbf{Lq}} \xrightarrow{\substack{\text{δεδομένων των όσων} \\ \text{έχουμε πει για το τυπικό} \\ \text{εμπόρευμα του Sraffa}}} = \frac{1}{\overline{\mathbf{R}}}$$

Άρα, λοιπόν, και στην περίπτωση του τυπικών εμπορευμάτων του Miyao προκύπτει μια σταθερή τιμιακή ένταση κεφαλαίου, καίτοι το τυπικό εμπόρευμα δεν έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του.

II.7.2.2 Το τυπικό εμπόρευμα των Βουγιουκλάκη/Μαριόλη[1]

Όσον αφορά την τυποποίηση των Βουγιουκλάκη/Μαριόλη, αυτή είναι συναφής με την τυποποίηση του Miyao, τίθεται όμως στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών και περιλαμβάνει όπως το τυπικό εμπόρευμα του Βασιλάκη και μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή τους. Η τυποποίηση αυτή αφορά ένα τυπικό εμπόρευμα **B** για το οποίο ισχύει **B=Q+u**, όπου **Q** το τυπικό εμπόρευμα του Βασιλάκη και **u** ένα καλάθι εμπορευμάτων κάθετο στο χώρο των τιμών το οποίο για να παραχθεί απαιτεί μηδενική ποσότητα εργασίας. Έτσι, σύμφωνα με τα όσα αναπτύξαμε κατά την ανάλυση του Miyao, αν υποθέσουμε ότι η υπό θεώρηση τεχνική [**A,L**] είναι διασπώμενη και περιλαμβάνει και μη βασικά εμπορεύματα τα οποία εισέρχονται και στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, και στην οποία η μέγιστη ιδιοτιμή του μη βασικού υποσυστήματος είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη ιδιοτιμή του βασικού, τότε

> αν υποθέσουμε ότι υπάρχει $\mathbf{B} = \mathbf{Q} + \mathbf{u}$ το οποίο περιλαμβάνει και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή τους και για το οποίο ισχύει **p(R)B**=0 και **pu=0**, έπεται
>
> $$(1-\frac{\mathbf{r}}{\overline{\mathbf{R}}})\mathbf{pC}(0)\mathbf{B} = \mathbf{wl} = (1-\frac{\mathbf{r}}{\overline{\mathbf{R}}})\mathbf{pB}, \quad \mathbf{l} = \mathbf{LB} = \mathbf{LQ}, \overline{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{R}}_2$$

[1] Δες Βουγιουκλάκης/Μαριόλης (1992) 170-174.

αν περαιτέρω τυποποιήσουμε με εξίσωση τυποποίησης την **pC(0)B=l**=1, τότε προκύπτει η ακόλουθη w-r-σχέση

$$\mathbf{w} = 1 - \mathbf{r}\frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_2}$$

επίσης για την τιμιακή ένταση κεφαλαίου ισχύει

$$\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{pNB}}{\mathbf{LB}} = \frac{\mathbf{pN(Q+u)}}{\mathbf{L(Q+u)}} = \frac{\mathbf{pNQ}+\mathbf{pNu}}{\mathbf{LQ}+\mathbf{Lu}} = \frac{\mathbf{pNQ}}{\mathbf{LQ}} \xrightarrow{\text{δεδομένων των νόσων έχουμε πειγια το τυπικό εμπόρευμα του Βασιλάκη}} = \frac{1}{\overline{\mathbf{R}}_2}$$

όπου με **N** συμβολίζουμε την μήτρα των τεχνολογικών συντελεστών των εισροών του τυπικού υποσυστήματος, η οποία, επειδή το τυπικό εμπόρευμα **B** περιέχει και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων, είναι της μορφής $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$-

Για την καλύτερη κατανόηση του τυπικού εμπορεύματος των Βουγιουκλάκη/Μαριόλη θα παραθέσουμε το παράδειγμα που δίνουν οι ίδιοι στο Βουγιουκλάκης/Μαριόλης (1992) σελ.174-175. Έστω η τεχνική [**A, L**] για την οποία ισχύει:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.1 \\ 0.4 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{L} = [\frac{0.4}{\sqrt{0.2}},\ 1,\ 4) \qquad \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}} = \sqrt{0.2} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}} = 0.5\ ,$$

$$\overline{\mathbf{R}}_1 \approx 1.236 > \overline{\mathbf{R}}_2 = 1$$

Εάν στο σύστημα εξισώσεων των τιμών που ορίζεται από την τεχνική αυτή, εισάγουμε ως εξίσωση τυποποίησης την $3\mathbf{p}_1 + 2{,}8\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 = 1$, στην οποία ως τυπικό εμπόρευμα έχουμε χρησιμοποιήσει το τυπικό εμπόρευμα του Βασιλάκη, τότε ως w-r-σχέση προκύπτει η σχέση **w=0.053(1-r).** Επιπρόσθετα, επειδή ο χώρος που παράγεται από το διάνυσμα **L** και τη μήτρα **A** είναι μικρότερος από τον τρισδιάστατο χώρο, από το χώρο των παραγόμενων από την εν λόγω τεχνική εμπορευμάτων, έπεται ότι στο χώρο που ορίζεται από τη συνάρτηση των τιμών **p=p(w,r)** υπάρχει ένα κάθετο διάνυσμα, στη βάση του οποίου μπορεί να προκύψει και ένα άλλο τυπικό εμπόρευμα, το οποίο και αυτό να μας οδηγεί στην από το πρότυπο εμπόρευμα του Βασιλάκη προκύπτουσα γραμμική w-r-σχέση. Οι Βουγιουκλάκης/Μαριόλης δίνουν το ακόλουθο τυπικό εμπόρευμα, το καλάθι (4, 1,906, 1) [= (3, 2.8, 1) + (1, -0.894, 0)] . Το εμπόρευμα αυτό οδηγεί πράγματι στη σχέση **w=0.053(1-r)**.

ΙΙ.7.3 Η περίπτωση στην οποία στο δεδομένο σύστημα παραγωγής υπάρχει ένα και μόνο μέσο παραγωγής το οποίο λειτουργεί και ως τυπικό εμπόρευμα.[1]

Στην περίπτωση που στο δεδομένο σύστημα υπάρχει ένα και μοναδικό εμπόρευμα, το οποίο ταυτόχρονα χρησιμεύει και ως τυπικό εμπόρευμα, έπεται ότι η τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος είναι σταθερή. Η τιμή του μοναδικού μέσου παραγωγής έχει τεθεί ίσο με μια σταθερά, συνεπώς $\frac{\mathbf{d\kappa_n}}{\mathbf{dr}} = 0$. Η κλίση της w-r-σχέσης, η οποία προκύπτει, είναι ίση με την με μείον ένα πολλαπλασιασμένη τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος.. Περαιτέρω, για την τιμιακή ένταση του δεδομένου συστήματος παραγωγής προκύπτουν τα ακόλουθα:

$$\boldsymbol{\kappa} = \frac{\mathbf{pAX}}{\mathbf{LX}} \quad , \ \boldsymbol{\mu\varepsilon} \ \ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & .... & a_{1n} \\ 0 & 0 & .... & 0 \\ \multicolumn{4}{c}{............................} \\ 0 & 0 & .... & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{L} = [L_1 , L_2 ,..., L_n]$$

άρα,

$$\boldsymbol{\kappa} = \frac{[\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, ..., \mathbf{p_n}] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} \\ 0 & 0 & ... & 0 \\ \multicolumn{4}{c}{.................................} \\ 0 & 0 & .... & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ M \\ \mathbf{x_n} \end{bmatrix}}{[L_1, L_2, ...L_3] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ M \\ \mathbf{x_n} \end{bmatrix}} = \frac{[\mathbf{p}_1 a_{11}, \mathbf{p}_2 a_{12}, ..., \mathbf{p}_1 a_{1n}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ M \\ \mathbf{x_n} \end{bmatrix}}{[L_1, L_2, ..., L_n] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ M \\ \mathbf{x_n} \end{bmatrix}}$$

[1] Δες Σταμάτης (1995α) σελ.286-289.

Αν τώρα τυποποιήσουμε με $\mathbf{p}_1 = \mathbf{b}$**,** τότε για την τιμιακή ένταση κεφαλαίου του **τυπικού** υποσυστήματος έπεται $\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}} = \mathbf{b}\dfrac{a_{11}}{L_1}$**.** Επίσης για την τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος προκύπτει $\boldsymbol{\kappa} = \dfrac{\mathbf{b}[a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{1n}]\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{\mathbf{n}}\end{bmatrix}}{[L_1, L_2, \ldots, L_n]\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{\mathbf{n}}\end{bmatrix}} = \boldsymbol{\sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}} \neq \boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}$

Να τονιστεί στο σημείο αυτό ότι η τιμιακή ένταση κεφαλαίου του δεδομένου συστήματος παραγωγής, όπως και η τιμιακή ένταση κεφαλαίου, είναι σταθερή και ανεξάρτητη των τιμών. Συνεπώς οι εν λόγω εντάσεις κεφαλαίου μπορούν να είναι και ανάλογες, όχι όμως και ίσες**.**

ΙΙ.7.4 Η ανεξάρτητη από την τυποποίηση γραμμική w-r-σχέση [1]

Στο σημείο αυτό θα αναφερθούμε στα συστήματα παραγωγής εκείνα, που η προκύπτουσα **w-r-**σχέση είναι γραμμική ανεξάρτητα από την τυποποίηση των τιμών. Η περίπτωση αυτή λαμβάνει χώρα όταν οι τιμιακές εντάσεις κεφαλαίου όλων των εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος παραγωγής είναι για κάθε τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου (για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους) ίσες μεταξύ τους και ίσες με την τιμιακή ένταση **κεφαλαίου του** δεδομένου συστήματος παραγωγής. Συγκεκριμένα, έστω η τεχνική **[**Α,L**]** για την οποία ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\frac{\mathbf{a}_1}{\mathbf{L}_1} = \frac{\mathbf{a}_2}{\mathbf{L}_2} = \ldots = \frac{\mathbf{a}_\mathbf{n}}{\mathbf{L}_\mathbf{n}} \qquad \text{με } \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} \\ \mathbf{a}_{21} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{\mathbf{n}1} \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{12} \\ \mathbf{a}_{22} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{\mathbf{n}2} \end{bmatrix}, \ldots, \mathbf{a}_\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{1\mathbf{n}} \\ \mathbf{a}_{2\mathbf{n}} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{\mathbf{nn}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \ldots, \mathbf{a}_3], \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \ldots, \mathbf{L}_\mathbf{n}] \text{ , } [\mathrm{A, L}]$$

Στη βάση αυτών έπεται

$$\mathbf{L}\frac{\mathbf{a}_1}{\mathbf{L}_1} = \mathbf{L}\frac{\mathbf{a}_2}{\mathbf{L}_2} = \ldots = \mathbf{L}\frac{\mathbf{a}_\mathbf{n}}{\mathbf{L}_\mathbf{n}} = \boldsymbol{\mu} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{La}_1 = \boldsymbol{\mu}\mathbf{L}_1 \\ \mathbf{La}_2 = \boldsymbol{\mu}\mathbf{L}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{La}_\mathbf{n} = \boldsymbol{\mu}\mathbf{L}_\mathbf{n} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{L}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \ldots, \mathbf{a}_3) = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \ldots \mathbf{L}_\mathbf{n}) \Rightarrow \mathbf{LA} = \boldsymbol{\mu}\mathbf{L}, \text{ με } \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{L} > 0.$$

Η ισότητα LA=μL δηλώνει ότι το μ είναι η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας Α**,** ήτοι μ=$\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}$**.** Αυτή δηλώνει επίσης ότι το L είναι ένα ιδιοδιάνυσμα της μήτρας Α το οποίο συνδέεται με τη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας αυτής. Τώρα, ακολουθώντας την ίδια διαδικασία σε σχέση με τα τιμιακά μεγέθη, προκύπτει

$$\mathbf{p}\frac{1}{\mathbf{L}_1}\mathbf{a}_1 = \mathbf{p}\frac{1}{\mathbf{L}_2}\mathbf{a}_2 = \ldots = \mathbf{p}_1\frac{1}{\mathbf{L}_\mathbf{n}}\mathbf{a}_\mathbf{n} = \boldsymbol{\gamma} \Rightarrow \mathbf{pA} = \boldsymbol{\gamma}\mathbf{L} \Rightarrow \mathbf{pA} = \boldsymbol{\gamma}\frac{\mathbf{L}}{\boldsymbol{\mu}}\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{pAA}^{-1} = \boldsymbol{\gamma}\frac{\mathbf{L}}{\boldsymbol{\mu}}\mathbf{AA}^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{p} = \boldsymbol{\gamma}\frac{1}{\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{m}^\mathbf{A}}\mathbf{L}$$

Η τελευταία όμως ισότητα σημαίνει ότι οι τιμές είναι ανάλογες των εισροών σε εργασία. Επίσης σημαίνει ότι το διάνυσμα των τιμών είναι ένα αριστερό ιδιοδιάνυσμα της Α συνδεδεμένο με τη μέγιστη ιδιοτιμή της. Το διάνυσμα αυτό είναι πλήρως προσδιορισμένο εξαιρέσει ενός βαθμωτού, προσδιορίζει δηλαδή μόνο τις σχετικές τιμές. Προφανώς, η εισαγωγή μιας εξίσωσης τυποποίησης, η οποία οδηγεί στον προσδιορισμό των απόλυτων τιμών, σημαίνει ότι προσδιορίζεται και το γ. Ακόμα ισχύουν και τα ακόλουθα:

---

[1] Δες Σταμάτης (1995α) τόμος 1, σελ.298-305

$$\mathbf{p} = \mathbf{pA}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{Lw} \Rightarrow \mathbf{p} = \lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}}\mathbf{p}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{Lw} \Leftrightarrow \mathbf{p}[1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}(1+\mathbf{r})] = \mathbf{Lw} \Leftrightarrow \mathbf{p} = \mathbf{L}\{\frac{\mathbf{w}}{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}(1+\mathbf{r})}\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}\mathbf{L} = \mathbf{L}\{\frac{\mathbf{w}}{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}(1+\mathbf{r})}\} \Rightarrow \frac{\gamma}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}} = \frac{\mathbf{w}}{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}(1+\mathbf{r})} \Leftrightarrow (\frac{\gamma}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}})\{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}(1+\mathbf{r})\} = \mathbf{w} \Leftrightarrow \mathbf{w} = \gamma\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}} - \gamma\mathbf{r} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \gamma\frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}} - \gamma\mathbf{r} = \mathbf{w} \Leftrightarrow \gamma\overline{\mathbf{R}} - \gamma\mathbf{r} = \mathbf{w}$$

Η εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης προσδιορίζει, όπως είπαμε, την τιμή του γ**.** Ωστόσο είναι σαφές ότι:

i) η κλίση της προκύπτουσας **w**-**r**-σχέσης είναι $\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\gamma$

ii) το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι ίσο με $\overline{\mathbf{R}} = \frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}}}$ και

iii) ότι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο είναι το $\mathbf{w}_{\max} = \gamma\overline{\mathbf{R}}$

Επειδή τα μεγέθη αυτά ανάγονται και σε μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής και επειδή προσδιορίζονται λόγω των ιδιοτήτων του δεδομένου συστήματος για κάθε τυπικό εμπόρευμα, στην περίπτωση αυτή[1] έπεται ότι η εν λόγω **w**-**r**-σχέση είναι γραμμική ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος.

[1] Προφανώς το μόνο που αλλάζει συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος είναι το μέγεθος του γ.

II.8 Για το τυπικό υποσύστημα στην σύνθετη παραγωγή.

Ό,τι ελέγχθηκε για τις περιπτώσεις των τεχνικών απλής παραγωγής ισχύει αναλογικά και για τις περιπτώσεις των συστημάτων που χρησιμοποιούν τεχνικές σύνθετης παραγωγής. Συγκεκριμένα, και στα πλαίσια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής η εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης δεν είναι ουδέτερη, αλλά μεταβάλλει και τις σχετικές τιμές παραγωγής. Και στη σύνθετη παραγωγή η προκύπτουσα w-r-σχέση δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού του υποσυστήματος. Και στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται τόσο η θέση όσο και η κλίση της w-r-σχέσης. Όπως και στην απλή παραγωγή έτσι και στη σύνθετη παραγωγή, θα δείξουμε ότι εκείνα τα μεγέθη που καθορίζουν τη θέση και την κλίση της w-r-σχέσης δεν είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του δεδομένου συστήματος, αλλά χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού του υποσυστήματος. Μάλιστα, στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής θα δείξουμε ότι το τυπικό υποσύστημα δεν επιδρά μόνο στη μέγιστη τιμή του ποσοστού κέρδους, αλλά και στην ελάχιστη. Να σημειώσουμε εδώ ότι κατά την παρούσα ανάλυση θα περιοριστούμε σε εκείνες τις τεχνικές σύνθετης παραγωγής, στις οποίες υπάρχει πρότυπο σύστημα με πρότυπο λόγο ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους, θα διερευνήσουμε δηλαδή εκείνες τις τετράγωνες τεχνικές σύνθετης παραγωγής [**A, L, B**], για τις οποίες ισχύει $\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\overline{\mathbf{R}})\mathbf{A}]=0$, $[\mathbf{B}-(1+\underline{\mathbf{R}})\mathbf{A}]\mathbf{X}=0$ με $\underline{\mathbf{R}}=\overline{\mathbf{R}}$. Σε άλλο σημείο της εργασίας έχουμε δείξει ότι σε μια τέτοια τεχνική υπάρχει διάστημα του ποσοστού κέρδους του ατυποποίητου συστήματος των τιμών της τής μορφής $-1<\mathbf{r}_0\leq\mathbf{r}<\overline{\mathbf{R}}$, στο οποίο αντιστοιχούν αυστηρώς θετικά διανύσματα σχετικών τιμών.

***

Έστω ένα σύστημα παραγωγής [**A, L, B, X**] το οποίο χρησιμοποιεί την $\mathbf{r}_0$-παραγωγική τεχνική σύνθετης παραγωγής [**A, L, B**]. Έστω επίσης η τυποποίηση **py=1**. Θα δείξουμε ότι η προκύπτουσα, στα πλαίσια του δεδομένου και τυποποιημένου συστήματος παραγωγής, w-r-σχέση αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος.

Για το σύστημα των τιμών ισχύει $\mathbf{p}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]=\mathbf{wL}+\mathbf{rpA}\Leftrightarrow\mathbf{p}=\mathbf{wL}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}+\mathbf{rpA}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}$
Δεδομένης της εξίσωσης τυποποίησης, έπεται $\mathbf{py}=1=\mathbf{wL}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}+\mathbf{rpA}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}\Rightarrow$

$$\Rightarrow\mathbf{w}=\frac{1}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}-\mathbf{r}\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}$$

Επίσης, για την w-r-σχέση

1) για -1< $\mathbf{r}_0\leq\mathbf{r}<\mathbf{R_n}$, ισχύει $\mathbf{py}=1=\mathbf{wL}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}\Rightarrow\mathbf{w}=\dfrac{1}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}$

2) για **r**=0, $\mathbf{w}=\dfrac{1}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}=\dfrac{1}{\mathbf{Lx}}$

-Η σχέση αυτή δηλώνει ότι, όταν το ποσοστό κέρδους λάβει μηδενική τιμή, τότε το ονομαστικό ωρομίσθιο γίνεται ίσο με τη μέση τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα, ήτοι ίσο με την τιμή του τυπικού εμπορεύματος -η οποία έχει τεθεί ίση με τη μονάδα - προς τη ζωντανή εργασία που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή του.-

3) για **w**=0, έπεται $\mathbf{r}_{\max} = \dfrac{\dfrac{1}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}}{\dfrac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}} = \dfrac{\mathbf{pBy}-\mathbf{pAy}}{\mathbf{pAy}} = \mathbf{R}_{\mathbf{n}}$

-η σχέση αυτή δηλώνει ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι ίσο με το λόγο της μέσης τιμιακής παραγωγικότητας της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα προς την ένταση κεφαλαίου του υποσυστήματος αυτού. Ο λόγος $\dfrac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}} = \dfrac{\mathbf{pAx}}{\mathbf{Lx}}$ εκφράζει την τιμή των μέσων παραγωγής που χρησιμοποιήθηκαν στο τυπικό υποσύστημα για την παραγωγή του τυπικού εμπορεύματος προς την άμεση εργασία που επίσης χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή του.-

4) ακολουθώντας την ίδια διαδικασία που ακολουθήσαμε στο μέρος στο οποίο ασχοληθήκαμε με την κλίση της w-r-σχέσης στην απλή παραγωγή, για $\mathbf{r}_0 \le \mathbf{r} < \overline{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}}$ έπεται:

$$\mathbf{p} = \mathbf{wL}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1} \rightarrow \frac{\mathbf{dp}}{\mathbf{dw}}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}] - \frac{\mathbf{dr}}{\mathbf{dw}}\mathbf{pA} = \mathbf{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\mathbf{dp}}{\mathbf{dw}} = [\mathbf{pA} + \mathbf{L}\dfrac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}][\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1} \\ \\ \dfrac{\mathbf{dp}}{\mathbf{dw}}\mathbf{y} = [\mathbf{pA} + \mathbf{L}\dfrac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}][\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{1}\mathbf{y} = \dfrac{\mathbf{dpy}}{\mathbf{dw}} = 0 \Rightarrow \dfrac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\dfrac{\mathbf{pA}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}} \end{cases}$$

Στη συνέχεια θα δείξουμε ότι $\dfrac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\dfrac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}} = -\dfrac{\mathbf{d\kappa_n}}{\mathbf{dr}}\mathbf{r} - \boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}$. Ήδη έχουμε εξηγήσει ότι το δεξί μέρος της σχέσης εκφράζει την κλίση της w-r-σχέσης του τυπικού υποσυστήματος. Για τα εν λόγω μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}, \quad \frac{\mathbf{d\kappa_n}}{\mathbf{dr}}\mathbf{r} = (\mathbf{pA} + \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}\mathbf{A}]^{-1}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\frac{\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}\mathbf{r}$$

Αν ισχύει $\dfrac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\dfrac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}} = -\dfrac{\mathbf{d\kappa_n}}{\mathbf{dr}}\mathbf{r} - \boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}}$, τότε θα ισχύει και

$$\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}} = -\frac{\mathbf{d\kappa_n}}{\mathbf{dr}}\mathbf{r} - \boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{n}} =$$

$$= -(\mathbf{pA} + \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}\mathbf{L})[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\frac{\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}\mathbf{r} - \frac{\mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}$$

Σε αναλογία με τα όσα ισχύουν στην απλή παραγωγή ισχύουν και τα ακόλουθα[1]

$$\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -(\mathbf{pA} + \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}\mathbf{L})[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\frac{\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}\mathbf{r} - \frac{\mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\frac{\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}\mathbf{r} - \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}\frac{1}{\mathbf{w}}\frac{\mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}\mathbf{r} - \frac{\mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}(1+\frac{1}{\mathbf{w}}\frac{\mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}\mathbf{r}) = -\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\frac{\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}\mathbf{r} - \frac{\mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr} - \mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}\frac{\mathbf{wL}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{wL}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} + \mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr} + \mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} + \frac{1}{\mathbf{w}}\mathbf{pA}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}} \xrightarrow{\mathbf{p}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]=\mathbf{wL}}$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr} + (\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} + \mathbf{L}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}} = -\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{1}\mathbf{yr} + (\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}]}{\mathbf{L}\{[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr} + (\mathbf{B}-\mathbf{A})\mathbf{y}\}}$$

Επίσης ισχύει

$$[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr} + (\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = [\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y} \rightarrow$$
$$\rightarrow \{[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{Ar} + \mathbf{I}\}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = [\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y} \rightarrow$$
$$\rightarrow \{\mathbf{Ar} + [\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{y} \rightarrow$$
$$\rightarrow \{\mathbf{Ar} + \mathbf{B} - \mathbf{A} - \mathbf{Ar}\}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{y} \rightarrow$$
$$\rightarrow (\mathbf{B}-\mathbf{A})(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{y} \rightarrow$$
$$\rightarrow \mathbf{y} = \mathbf{y}$$

[1] Οι αλγεβρικοί μετασχηματισμοί που ακολουθούν αποτελούν επέκταση των ανάλογων σχέσεων που εκτίθενται στο Σταμάτης (1995α) τόμος 1, σελ.262-263 και αφορούν την απλή παραγωγή.

Συνεπώς, δεδομένου ότι $[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}+(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}=[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}$, έπεται ότι

$$\frac{\mathbf{dw}}{\mathbf{dr}}=-\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{1}\mathbf{yr}+(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}]}{\mathbf{L}\{[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{B}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{yr}+(\mathbf{B}-\mathbf{A})\mathbf{y}\}}=$$

$$=-\frac{\mathbf{pA}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}=-\frac{\mathbf{d\kappa_n}}{\mathbf{dr}}\mathbf{r}-\boldsymbol{\kappa}_\mathbf{n}$$

Αποδείχθηκε λοιπόν ότι η κλίση της w-r-σχέσης ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής σύνθετης παραγωγής δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του δεδομένου αυτού συστήματος, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού του υποσυστήματος.

5) Στο σημείο αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τη παράγουσα μόνο βασικά εμπορεύματα διασπώμενη $\mathbf{r}_0$-παραγωγική τεχνική $[\mathbf{A}, \mathbf{L}, \mathbf{B}]$ της μορφής

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12}\\ 0 & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\quad \mathbf{L}=[1,\ 1],\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ 0 & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix},\ \text{με}\ \mathbf{b}_{11}-\mathbf{a}_{22}>0.$$

Θα χρησιμοποιήσουμε επίσης δύο διαφορετικά τυπικά εμπορεύματα, το ένα από τα οποία θα περιλαμβάνει μόνο το βασικό εμπόρευμα 1, ενώ το δεύτερο μόνο από το βασικό εμπόρευμα 2. Θα δείξουμε ότι μεταβαλλόμενης της τυποποίησης μεταβάλλεται και το μέγιστο ποσοστό κέρδους, και ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος. Επιπλέον, θα δείξουμε ότι μεταβαλλόμενης της τυποποίησης μεταβάλλονται και οι σχετικές τιμές.

Αν τυποποιήσουμε με εξίσωση τυποποίησης την $\mathbf{py}_1=1$, $[\mathbf{p}_1\ \mathbf{p}_2]\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}=1$, τότε η w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής προκύπτει από τις ακόλουθες παραστάσεις

$$\mathbf{w}=\frac{1}{[1,\ 1]\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{11} & \mathbf{b}_{12}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{12}\\ 0 & \mathbf{b}_{22}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ 0\end{bmatrix}}$$

$$\mathbf{w}=\mathbf{b}_{11}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{11}$$

$$\mathbf{w}_{\mathbf{r}=0}=\mathbf{w}_{\max}=\mathbf{b}_{11}-\mathbf{a}_{11}$$

$$[\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2]\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{11} & \mathbf{b}_{12}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{12}\\ 0 & \mathbf{b}_{22}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ 0\end{bmatrix}=\mathbf{w}[1,\ 1]\qquad \mathbf{r}_{\mathbf{w}=0}=\mathbf{r}_{\max}=\frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{11}}-1$$

Είναι φανερό ότι στα πλαίσια της τυποποίησης αυτής το μέγιστο ποσοστό κέρδους προκύπτει αποκλειστικά από την διαδικασία παραγωγής που παράγει το τυπικό εμπόρευμα, ήτοι από την διαδικασία παραγωγής 1. Το ότι αυτό το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος προκύπτει από το γεγονός, ότι το μέγιστο αυτό ποσοστό κέρδους προκύπτει χωρίς να ληφθεί υπόψη η διαδικασία παραγωγής 2, την οποία χρησιμοποιεί το δεδομένο σύστημα παραγωγής παράλληλα με την διαδικασία 1. Το μέγιστο αυτό ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος ανάγεται, λόγω της υπόθεσης της ύπαρξης στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής ενός ενιαίου και συνεπώς γενικού ποσοστού κέρδους, σε γενικό ποσοστό κέρδους του δεδομένου συστήματος που χρησιμοποιεί την υπό θεώρηση τεχνική. Στα πλαίσια της εν λόγω τυποποίησης, το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους παίρνει την μορφή $[0, \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{11}}-1]$. Στο διάστημα αυτό το ονομαστικό ωρομίσθιο λαμβάνει θετικές τιμές. Επίσης, λόγω του ότι μέσω της εξίσωσης τυποποίησης την τιμή του εμπορεύματος 1 την έχουμε θέσει ίση με τη μονάδα, έπεται ότι για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους του εν λόγω διαστήματος $[0, \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{11}}-1]$ τόσο η τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου όσο και η τιμής του εμπορεύματος 1 παραμένει θετική. Με άλλα λόγια, στο διάστημα του ποσοστού κέρδους $[0, \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{11}}-1]$ τα ονομαστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος είναι θετικά. Τα τελευταία αυτά όμως ονομαστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος ανάγονται και σε ονομαστικά μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Για δεδομένο ποσοστό κέρδους (για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο) το ονομαστικό ωρομίσθιο (το ποσοστό κέρδους) προκύπτει από την w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος, ήτοι από τις σχέσεις

$$\mathbf{w} = \mathbf{b}_{11} - (1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{11}, \mathbf{r}_{\max} = \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{11}} - 1, \quad \mathbf{w}_{\max} = \mathbf{b}_{11} - \mathbf{a}_{11}.$$

Περαιτέρω, δεδομένης και της προσδιορισμένης δια της εξίσωσης τυποποίησης τιμής του εμπορεύματος 1, η τιμή του εμπορεύματος 2 ορίζεται σε ένα τέτοιο επίπεδο, ώστε να διατηρηθούν τα στο τυπικό υποσύστημα ήδη προσδιορισμένα ονομαστικά μεγέθη. Σε ένα τέτοιο ύψος δηλαδή, ώστε το ονομαστικό ωρομίσθιο το ποσοστό κέρδους και η τιμή του εμπορεύματος 1 να διατηρηθούν στο ύψος που έχουν λάβει στα πλαίσια του τυπικού υποσυστήματος. Το ζήτημα όμως, το οποίο τίθεται, είναι ότι η δομή της δεδομένης τεχνικής ενδέχεται να είναι τέτοια, ώστε, για τα προκύπτοντα από το τυπικό υποσύστημα μεγέθη του ενιαίου ποσοστού κέρδους και του ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου, το δεδομένο σύστημα παραγωγής να οδηγεί σε αρνητικές και απροσδιόριστες τιμές για το εμπόρευμα 2. Στην εν λόγω περίπτωση, για την τιμή του εμπορεύματος 2 ισχύει η ακόλουθη παράσταση

$$\mathbf{p}_2[\mathbf{a}_{22} - (1+\mathbf{r})\mathbf{b}_{22}] = \mathbf{p}_1[\mathbf{b}_{12} - (1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{12}] + \mathbf{w}.$$

Στην συγκεκριμένη παράσταση, αν ισχύει $\frac{\mathbf{b}_{22}}{\mathbf{a}_{22}} - 1 \leq \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{22}} - 1$, τότε, επειδή για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους στο διάστημα $[0, \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{11}}-1]$ προκύπτει ένα θετικό ονομαστικό ωρομίσθιο. Περαιτέρω, επειδή η τιμή του εμπορεύματος 1 είναι θετική, έπεται ότι για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους $\underline{r}$ τέτοια ώστε $\frac{\mathbf{b}_{22}}{\mathbf{a}_{22}}-1 \le \underline{\mathbf{r}} \le \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{11}}-1$, για όμοιους λόγους όπως αυτοί που αναπτύξαμε για το αδύνατο της ύπαρξης ενός με οικονομικό περιεχόμενο γενικού ποσοστού κέρδους, η τιμή του εμπορεύματος 2 είναι είτε αρνητική είτε απροσδιόριστη. Για παράδειγμα, όταν $\underline{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{b}_{22}}{\mathbf{a}_{22}}-1$, η $\mathbf{p}_2[\mathbf{a}_{22}-(1+\mathbf{r})\mathbf{b}_{22}] = \mathbf{p}_1[\mathbf{b}_{12}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{12}]+\mathbf{w}$ ικανοποιείται μόνο όταν η τιμή του εμπορεύματος 2 είναι $\pm\infty$, συνεπώς η σχετική τιμή του εμπορεύματος 2 σε σχέση με το εμπόρευμα 1 είναι $\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{p}_2} = \frac{1}{\pm\infty}$.

Στα πλαίσια της τυποποίησης $\mathbf{py}_2=1$, $[\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2]\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=1$, για την w-r-σχέση προκύ-πτουν τα ακόλουθα:

Για $\mathbf{w}=0, \quad \mathbf{p}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{R_n})\mathbf{A}]=0$

Για $-1<\mathbf{r}_0 \le \mathbf{r} < \mathbf{R_n} \quad \mathbf{w} = \dfrac{[\mathbf{b}_{11}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{11}][\mathbf{b}_{22}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{22}]}{[\mathbf{b}_{12}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{12}]+[\mathbf{b}_{22}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{22}][\mathbf{b}_{11}-(1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{11}]}$

Στην εν λόγω τυποποίηση, λόγω του ότι η τεχνική είναι σύνθετης παραγωγής και $\mathbf{r}_0$-παραγωγική, ο προσδιορισμός του οικονομικά σημαντικού ποσοστού κέρδους εξαρτάται από το $\mathbf{r}_0$. Ήδη έχουμε εξηγήσει ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους μιας $\mathbf{r}_0$-παραγωγικής τεχνικής προκύπτει από τη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **H**, όπου $\mathbf{H}=\mathbf{A}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$, διαμέσου της σχέσης $\mathbf{p}=(\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0)\mathbf{pH}$. Στην εν λόγω περίπτωση είναι προφανές ότι οι ρίζες της $\mathbf{p}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{R})\mathbf{A}]=0$ είναι οι $\mathbf{R}_2 = \frac{\mathbf{b}_{22}}{\mathbf{a}_{22}}-1, \mathbf{R}_1 = \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{22}}-1$. Ωστόσο μία μόνο από αυτές θα είναι η μέγιστη οικονομικά σημαντική τιμή της προκύπτουσας w-r-σχέσης και ως εκ τούτου μία μόνο από αυτές θα είναι η τιμή $\mathbf{R_n}$.

Προφανώς, το ποια θα είναι η μέγιστη αυτή τιμή του ποσοστού κέρδους εξαρτάται από το ύψος των τιμών των στοιχείων των μητρών **A,B** και κάλλιστα θα μπορούσε να είναι η $\mathbf{R}_2 = \frac{\mathbf{b}_{22}}{\mathbf{a}_{22}}-1$. Η τελευταία όμως παρατήρηση σημαίνει ότι μεταβαλλόμενης της τυποποίησης ενδέχεται να μεταβληθεί και το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w-r-σχέσης που αντιστοιχεί στο δεδομένο σύστημα παραγωγής. Βέβαια, είναι σαφές ότι και αυτή η w-r-σχέση δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του δεδομένου συστήματος παραγωγής, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού του υποσυστήματος. Στα πλαίσια της εν λόγω τυποποίησης, το τυπικό υποσύστημα από πλευράς τεχνικής ταυτίζεται με τη δεδομένη τεχνική, για αυτό στην περίπτωση αυτή το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος ταυτίζεται και με το μέγιστο ποσοστό κέρδους το οποίο αντιστοιχεί στο ατυποποίητο σύστημα των τιμών. Περαιτέρω, στην περίπτωση που ισχύει ότι $\mathbf{r}=\mathbf{R_n}=\mathbf{R}_2 = \frac{\mathbf{b}_{22}}{\mathbf{a}_{22}}-1$, το τυποποιημένο σύστημα των τιμών οδηγεί σε μηδενικές τιμές για το εμπόρευμα 1 και σε θετική τιμή για το εμπόρευμα 2. Στην περίπτωση αυτή ισχύει

$\frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{p}_2} = 0 \neq \frac{\mathbf{p}_1}{\mathbf{p}_2} = \frac{1}{\pm\infty}$. Πρέπει επίσης να τονίσουμε ότι μεταβαλλόμενης της εξίσωσης τυποποίησης μεταβάλλεται όχι μόνο το μέγιστο ποσοστό κέρδους, αλλά και το ελάχιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους $\mathbf{r}_0$. Στην πρώτη τυποποίηση είδαμε ότι για κάθε ποσοστό κέρδους $\mathbf{r} \in [0, \frac{\mathbf{b}_{11}}{\mathbf{a}_{11}} - 1]$ το ονομαστικό ωρομίσθιο και η τιμή του βασικού εμπορεύματος παραμένουν θετικές. Περαιτέρω, στη βάση αυτών, προσδιορίζεται και η τιμή του βασικού εμπορεύματος 2. Συνεπώς για το $\mathbf{r}_0$ ισχύει $\mathbf{r}_0 \leq 0$. Το ίδιο όμως δεν μπορεί να ειπωθεί και στα πλαίσια της νέας τυποποίησης. Το $\mathbf{r}_0$ στα πλαίσια της νέας τυποποίησης εξαρτάται και από τον παράγοντα $[\mathbf{b}_{12} - (1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{12}]$. Η παράσταση αυτή όμως και το ονομαστικό ωρομίσθιο για θετικό ποσοστό κέρδους μικρότερο του μέγιστου ποσοστό κέρδους ενδέχεται να είναι αρνητικά. Αν τώρα η εν λόγω παράσταση είναι αρνητική, τότε, στην περίπτωση που η τιμή $\mathbf{r}_0$ του ποσοστού κέρδους είναι θετική, η τιμή του εμπορεύματος 1 καθίσταται υπερπροσδιορισμένη. Η διαδικασία 1 για δεδομένο θετικό ονομαστικό ωρομίσθιο και δεδομένο θετικό ποσοστό κέρδους ορίζει μονοσήμαντα και θετικά την τιμή του εμπορεύματος 1. Ταυτόχρονα και η διαδικασία 2 για θετικό ποσοστό κέρδους και ονομαστικό ωρομίσθιο και δεδομένης της εξίσωσης τυποποίησης προσδιορίζει και αυτή μονοσήμαντα την τιμή του εμπορεύματος 1. Μάλιστα, επειδή στην περίπτωση που η παράσταση $[\mathbf{b}_{12} - (1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{12}]$ είναι αρνητική και οι $[\mathbf{b}_{22} - (1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{22}]\,[\mathbf{b}_{11} - (1+\mathbf{r})\mathbf{a}_{11}]$ είναι θετικές έπεται ότι οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων είναι αρνητικές. Είναι σαφές λοιπόν ότι ούτε σε κάποια τυχαία περίπτωση το εν λόγω τυποποιημένο σύστημα εξισώσεων μπορεί να μας οδηγήσει στον προσδιορισμό των απόλυτων τιμών.

***

Στη συνέχεια θα γενικεύσουμε το προσδιορισμό της w-r-σχέσης. Έστω ότι μας δίνεται μια τετράγωνη τεχνική σύνθετης παραγωγής **[A,L,B].** Υποθέτουμε περαιτέρω ότι η εν λόγω τεχνική είναι μια $\mathbf{r}_0$ – παραγωγική μη διασπώμενη τεχνική η οποία παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Στα πλαίσια της τεχνικής αυτής για τον προσδιορισμό των τιμών, σύμφωνα με τα όσα έχουμε πει, ισχύουν τα ακόλουθα συστήματα εξισώσεων:

p[B-(1+r)A]=wL

$$\mathbf{p} = \mathbf{wL}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1} \quad \text{με} \quad \mathbf{r}\neq\mathbf{R} \quad , \quad \det[\mathbf{B}-(1+\mathbf{R})\mathbf{A}]=0 \qquad (13a')$$

$$\mathbf{pB} = \mathbf{pA} + \mathbf{rpA} + \mathbf{wL} \Rightarrow \mathbf{p} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{pA}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} + \mathbf{wL}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{p} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{pH} + \mathbf{wL}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \qquad (13b')$$

με $\mathbf{H} = \mathbf{A}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \quad \mathbf{H} > \mathbf{0}$

$$\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{AB}^{-1}] = \mathbf{wLB}^{-1} \quad \textbf{με} \ \det \mathbf{B} \neq 0 \qquad (13c')$$

Από τα παραπάνω συστήματα ισχύουν περαιτέρω τα ακόλουθα:

Για **w**=0 έπεται **p=(R-r**$_0$**)pH** -όπου **R** οι τιμές εκείνες του ποσοστού κέρδους, για τις οποίες το σύστημα **p=(r- r**$_0$**)pH** έχει λύση.

Επειδή ισχύει **H**>0, έπεται ότι υπάρχει τιμή του **R,** η οποία με βάση τη σχέση $\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{H}} = \dfrac{1}{\mathbf{R}-\mathbf{r}_0}$

$\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{H}}_{\mathbf{m}} = \dfrac{1}{\overline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0}$ αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **H,** $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{H}}_{\mathbf{m}}$. Στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας αυτής αντιστοιχεί, ως γνωστόν, υπό την προϋπόθεση ότι rank**[B-(1+R)A**]=n-1, ένα εξαιρέσει ενός βαθμωτού πλήρως προσδιορισμένο και αυστηρά θετικό διάνυσμα $\overline{\mathbf{p}}$. Έτσι, στην περίπτωση που **w**=0, έπεται ότι για την τιμή του ποσοστού κέρδους $\mathbf{r} = \overline{\mathbf{R}} = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{H}}_{\mathbf{m}}} + \mathbf{r}_0 > 0$ προσδιορίζονται αυστηρά θετικές σχετικές τιμές εμπορευμάτων, ήτοι **p**>0. Ισχύει επίσης ότι για $-1 < \mathbf{r}_0 \le \mathbf{r} \le \overline{\mathbf{R}}$ οι τιμές των εμπορευμάτων είναι αυστηρώς θετικές.

Ξέρουμε περαιτέρω ότι για την εύρεση του πρότυπου συστήματος ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\mathbf{B}\mathrm{X} = \frac{1}{\boldsymbol{\lambda}}\mathbf{A}\mathrm{X} \xrightarrow{\frac{1}{\lambda}=(1+\mathbf{R})} \mathbf{B}\mathrm{X} = (1+\mathbf{R})\mathbf{A}\mathrm{X} \Rightarrow \mathbf{B}\mathrm{X} = (1+\mathbf{R}) + \mathbf{r}_0\mathbf{A}\mathrm{X} - \mathbf{r}_0\mathbf{A}\mathrm{X} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \mathrm{X} = (\mathbf{R}-\mathbf{r}_0)[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}\mathrm{X} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{X} = (\mathbf{R}-\mathbf{r}_0)\mathbf{Z}\mathrm{X} \qquad \textbf{με} \qquad \mathbf{Z} = [\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}, \qquad \mathbf{Z} > 0$$

Επιπλέον, ξέρουμε ότι στην παράσταση X=(**R-** **r**$_0$)**Z**X το X, έστω **X̲**, το οποίο αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **Z** διαμέσου της σχέσης $\dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}} = (\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0)$ ορίζει ένα πρότυπο σύστημα παραγωγής που ικανοποιεί την συνθήκη **λBX̲=AX̲** , με **X̲** ≥0 και **λ**>0..

Ξέρουμε ακόμα ότι επειδή οι μήτρες **Z,H** είναι όμοιες, ισχύει $\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}} = \dfrac{1}{\underline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0} = \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{H}}_{\mathbf{m}} = \dfrac{1}{\overline{\mathbf{R}}-\mathbf{r}_0}$ και συνεπώς $\underline{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{R}}$.

Αν τώρα τυποποιήσουμε τις τιμές με μια οποιαδήποτε εξίσωση τυποποίησης **py**=1, όπου **y** ένα οποιοδήποτε καλάθι εμπορευμάτων, τότε έπεται η ακόλουθη w-r-σχέση

$$\mathbf{w} = \frac{1}{\mathbf{L}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}[\mathbf{I}-(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{H}]^{-1}\mathbf{y}} \quad \text{με } \mathbf{r}_0 \le \mathbf{r} \le \overline{\mathbf{R}}$$
$$\mathbf{w} = 0 \quad \text{με} \quad \overline{\mathbf{R}} = \frac{1}{\boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{H}}_{\mathbf{m}}} + \mathbf{r}_0$$

Οι σχέσεις αυτές εκφράζουν ότι η w-r-σχέση, που προκύπτει στα πλαίσια της δεδομένης τεχνικής, είναι για $\mathbf{r}_0 \leq \mathbf{r} \leq \overline{\mathbf{R}}$ φθίνουσα –ο παρονομαστής της σχέσης $\mathbf{w} = \dfrac{1}{\mathbf{L}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}[\mathbf{I} - (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{H}]^{-1}\mathbf{y}}$ για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους που κινείται στο διάστημα $\mathbf{r}_0 \leq \mathbf{r} \leq \overline{\mathbf{R}}$ είναι, δεδομένου ότι **H**>0, θετικός και ορίζει μια αύξουσα συνάρτηση του ποσοστού κέρδους. Να τονίσουμε εδώ ότι, επειδή η τεχνική είναι μη διασπώμενη παράγουσα μόνο βασικά εμπορεύματα, το τυπικό υποσύστημα, οποιοδήποτε και αν είναι το τυπικό εμπόρευμα, παράγει πάντα όλα τα εμπορεύματα της δεδομένης τεχνικής. Συνεπώς το τυπικό υποσύστημα από πλευράς τεχνικής συμπίπτει με τη δεδομένη τεχνική. Άμεση συνέπεια αυτού είναι ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος προσδιορίζεται μονοσήμαντα από την μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **H**, είναι δηλαδή ανεξάρτητο από τις τιμές και την τυποποίηση. Επειδή δε το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος είναι του ίδιου ύψους όπως αυτό του ατυποποίητου συστήματος των τιμών, το οποίο χρησιμοποιεί την εν λόγω τεχνική, και επειδή το ατυποποίητο σύστημα των τιμών οδηγεί για $\mathbf{r}_0 \leq \mathbf{r} \leq \overline{\mathbf{R}}$ σε αυστηρά θετικές τιμές, έπεται ότι και οι τιμές των εμπορευμάτων του τυπικού υποσυστήματος είναι και αυτές αυστηρά θετικές. Μάλιστα, σχετικές τιμές προκύπτουν από το τυποποιημένο σύστημα των τιμών ως λόγοι ήδη προσδιορισμένων τιμών και είναι οι ίδιες όπως και αυτές του ατυποποίητου συστήματος. Περαιτέρω, αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιήσουμε το πρότυπο εμπόρευμα, δηλαδή εκείνο το καλάθι εμπορευμάτων το οποίο έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του, τότε προκύπτει μια γραμμική w-r-σχέση της μορφής $\mathbf{w} = 1 - \mathbf{r}\dfrac{1}{\overline{\overline{\mathbf{R}}}}$.

Στην συνέχεια θα εξετάσουμε την περίπτωση που η δεδομένη τεχνική είναι μια $\mathbf{r}_0$-παραγωγική διασπώμενη τεχνική που παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα. Έστω λοιπόν μια τεχνική [**A,L,B]** για την οποία ισχύει

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ 0 & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix},\ \ \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2].$$

Για μια τέτοια τεχνική ήδη έχουμε ορίσει τα υποσυστήματα $[\mathbf{A}_{11}, \mathbf{L}_1, \mathbf{B}_{11}]$, $[\mathbf{A}_{22}, \mathbf{L}_2, \mathbf{B}_{22}]$, και έχουμε εξηγήσει ότι έχει ένα αυστηρά θετικό πρότυπο σύστημα, δηλαδή ένα πρότυπο σύστημα που για το διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας ισχύει $\underline{\mathbf{X}}$ >0, μόνο όταν $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις, δηλαδή στις περιπτώσεις που ισχύει ή $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$ ή $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}$, προκύπτει $\underline{\mathbf{X}}$ $\underline{>}$0.

Οι ιδιοτιμές αυτές και το διάνυσμα $\underline{\mathbf{X}}$ προκύπτουν από τις ακόλουθες παραστάσεις.

$$[\mathbf{B}\text{-}(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} = \begin{bmatrix} [\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1} & -\mathbf{C} \\ \mathbf{0} & [\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1} \end{bmatrix} \underline{>} 0$$

με $\mathbf{C} = [\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}[\mathbf{B}_{12} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{12}][\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}$

$$[\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1} > 0$$
$$[\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1} > 0$$
$$[\mathbf{B}_{12} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{12}] \leq 0$$

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 & \mathbf{Z_c} \\ 0 & \mathbf{Z_2} \end{bmatrix} \geq 0$$

με $\mathbf{Z}_1 = [\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}\mathbf{A}_{11}$

$\mathbf{Z}_2 = [\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}\mathbf{A}_{22}$

$\mathbf{Z_c} = [\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}\mathbf{A}_{12} - \mathbf{C}\mathbf{A}_{22}$

Όσον αφορά τώρα το σύστημα των τιμών ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\mathbf{p}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}] = \mathbf{wL}$$

$\mathbf{p} = \mathbf{wL}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}$ με $\mathbf{r} \neq \mathbf{R}$, $\det[\mathbf{B}-(1+\mathbf{R})\mathbf{A}]=0$ (15a')

$$\mathbf{pB} = \mathbf{pA} + \mathbf{rpA} + \mathbf{wL} \Rightarrow \mathbf{p} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{pA}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} + \mathbf{wL}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{p} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{pH} + \mathbf{wL}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1} \qquad (15\mathbf{b}')$$

με $\mathbf{H} = \mathbf{A}[\mathbf{B} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}]^{-1}$ $\mathbf{H} > \mathbf{0}$

$$\mathbf{p}_1 = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H}_1 + \mathbf{wL}_1[\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1} \qquad (15c')$$

$$\mathbf{p}_2 = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H_c} + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_2\mathbf{H}_2 - \mathbf{wL}_1\mathbf{C} + \mathbf{wL}_2[\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1} \qquad (15d')$$

με $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H_c} \\ 0 & \mathbf{H_2} \end{bmatrix} \geq 0$

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{A}_{11}[\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1} > 0$$
$$\mathbf{H}_2 = \mathbf{A}_{22}[\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1} > 0$$
$$\mathbf{C} = [\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}[\mathbf{B}_{12} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{12}][\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}$$
$$\mathbf{H_c} = \mathbf{A}_{12}[\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1} - \mathbf{A}_{11}\mathbf{C} > 0$$

$$\mathbf{p} = (\mathbf{R} - \mathbf{r}_0)\mathbf{pH} \qquad (15e')$$
$$\mathbf{p}_1 = (\mathbf{R} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H}_1 \qquad (15f')$$
$$\mathbf{p}_2 = (\mathbf{R} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H_c} + (\mathbf{R} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_2\mathbf{H}_2 \qquad (15g')$$

$\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{AB}^{-1}] = \mathbf{wLB}^{-1}$ **με** $\det \mathbf{B} \neq 0$ (15h')

$$\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{R})\mathbf{A}\mathbf{B}^{-1}]=0 \;\; \textbf{με} \;\; \det\mathbf{B}\neq 0 \qquad (15i')$$

Στη βάση όσων ήδη έχουμε αναπτύξει, ισχύουν και τα ακόλουθα:

οι μήτρες $\mathbf{H},\mathbf{H}_1,\mathbf{H}_2$ είναι όμοιες με τις μήτρες $\mathbf{Z},\mathbf{Z}_1,\mathbf{Z}_2$, συνεπώς έχουν τις ίδιες χαρακτηριστικές ρίζες.

για κάθε $\mathbf{r},-1<\mathbf{r}_0<\mathbf{r}<\overline{\mathbf{R}}=\min(\overline{\mathbf{R}}_1,\overline{\mathbf{R}}_2)$ και **w**>0, έπεται ένα αυστηρώς θετικό διάνυσμα σχετικών τιμών.

για $\mathbf{r}=\overline{\mathbf{R}}$, το διάνυσμα των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων εξαρτάται ως προς τη θετικότητά του ή την ημιθετικότητά του από την σχέση διάταξης των $\overline{\mathbf{R}}_1,\overline{\mathbf{R}}_2$. Από τα συστήματα (15e'-15g') έπονται αυστηρά θετικές σχετικές τιμές μόνο όταν έχουμε $\overline{\mathbf{R}}_1<\overline{\mathbf{R}}_2$. Όταν $\overline{\mathbf{R}}_1>\overline{\mathbf{R}}_2$, έχουμε αυστηρά θετικές σχετικές τιμές μόνο για τα βασικά εμπορεύματα που παράγονται από το υποσύστημα 2, ενώ για τα εμπορεύματα που παράγονται στο υποσύστημα 1 έχουμε μηδενικές τιμές. Όταν $\overline{\mathbf{R}}_1=\overline{\mathbf{R}}_2$, τότε λύση έχουμε πάλι μόνο όταν οι τιμές των εμπορευμάτων του υποσυστήματος 1 είναι μηδενικές και οι τιμές των εμπορευμάτων του υποσυστήματος 2 θετικές. Ειδικότερα, αν **w**=0 και $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}>\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$, έπεται: $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}>\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_1}$, $\overline{\mathbf{R}}=\overline{\mathbf{R}}_2=\dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}}+\mathbf{r}_0$, $\overline{\mathbf{p}}_1>0,\overline{\mathbf{p}}_2>0$ -με $\overline{\mathbf{p}}_1,\overline{\mathbf{p}}_2$ τα αριστερά εκείνα ιδιοδιανύσματα, τα οποία αντιστοιχούν στη μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας **H-**, δεδομένου ότι στην προκειμένη περίπτωση ισχύει $\overline{\mathbf{R}}=\overline{\mathbf{R}}_2=\dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}}+\mathbf{r}_0=\dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}}}+\mathbf{r}_0$. Αν **w**=0 και $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}<\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$, έπεται: $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}<\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_1}$, $\overline{\mathbf{R}}=\overline{\mathbf{R}}_1=\dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}1}}+\mathbf{r}_0$, $\overline{\mathbf{p}}_1=0,\overline{\mathbf{p}}_2>0$. Αν **w**=0 και $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_2}=\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{Z}_1}$, έπεται: $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}=\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_1}$, $\overline{\mathbf{R}}=\overline{\mathbf{R}}_1=\dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}1}}+\mathbf{r}_0=\overline{\mathbf{R}}_2=\dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}}+\mathbf{r}_0$, $\overline{\mathbf{p}}_1=0,\overline{\mathbf{p}}_2>0$.

για $\mathbf{r},\mathbf{r}>\overline{\mathbf{R}}$, προκύπτουν διανύσματα τιμών που περιέχουν αρνητικές και απροσδιόριστες συνιστώσες.

Αν τώρα τυποποιήσουμε με τυπικό εμπόρευμα ένα καλάθι εμπορευμάτων το οποίο αποτελείται μόνο από βασικά εμπορεύματα του υποσυστήματος 1, ήτοι με μια εξίσωση τυποποίησης της μορφής $[\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2]\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ 0\end{bmatrix}=1$, με $\mathbf{y}_1\geq 0$, τότε προκύπτουν τα ακόλουθα:

Για $\mathbf{r}_0^{\mathbf{n}}\leq\mathbf{r}<\overline{\mathbf{R}}_1$

$$\mathbf{p}_1=\mathbf{w}\mathbf{L}_1[\mathbf{B}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}[\mathbf{I}-(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{H}_{11}]^{-1}$$

$$\mathbf{w}=\frac{1}{\mathbf{L}_1[\mathbf{B}_{11}-(1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}[\mathbf{I}-(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{H}_{11}]^{-1}\mathbf{y}_1}$$

Για **w**=0 και συνεπώς για το μέγιστο ποσοστό κέρδους, έπεται $\mathbf{p}_1=(\overline{\mathbf{R}}_1-\mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H}_1$ και $\mathbf{r}_{\max}=\mathbf{R}_{\mathbf{n}}=\dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_1}}+\mathbf{r}_0$.

Τα μεγέθη αυτά είναι μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος, προκύπτουν δηλαδή από εκείνο το υποσύστημα, που χρησιμοποιεί τη δεδομένη τεχνική και παράγει ως καθαρό προϊόν της το τυπικό εμπόρευμα. Σε αυτό το τυπικό υποσύστημα το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους προκύπτει αποκλειστικά από τα δεδομένα του τμήματος της δεδομένης τεχνικής που χρησιμοποιεί το υποσύστημα 1. Περαιτέρω, οι απόλυτες τιμές των εμπορευμάτων του τυπικού υποσυστήματος προκύπτουν από τα μεγέθη της τεχνικής του υποσυστήματος 1, από την τυποποίηση και από μια δεδομένη οικονομικά σημαντική του ποσοστού κέρδους (του ονομαστικού ωρομισθίου). Το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους θα είναι το $\mathbf{r}_0^{\mathbf{n}} = \mathbf{r}_0^1 \le \mathbf{r} \le \mathbf{R}_{\mathbf{n}} = \overline{\mathbf{R}}_1$, -με $\mathbf{r}_0^1$ συμβολίζουμε την ελάχιστη οικονομικά σημαντική τιμή του ποσοστού κέρδους η οποία προκύπτει από το υποσύστημα 1. Για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους ευρισκόμενη στο εν λόγω διάστημα, οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων του τυπικού υποσυστήματος, ήτοι οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων του υποσυστήματος 1, είναι, όπως προκύπτει από την $\mathbf{p}_1 = \mathbf{w}\mathbf{L}_1[\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}[\mathbf{I} - (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\mathbf{H}_{11}]^{-1}$, αυστηρά θετικές. Η δεδομένη τεχνική περιλαμβάνει και το υποσύστημα 2 και παράγει και άλλα βασικά εμπορεύματα πέρα αυτών που παράγει το υποσύστημα 1. Το πρόσημο των τελευταίων αυτών βασικών εμπορευμάτων εξαρτάται από τη σχέση διάταξης του μέγιστου ποσοστού κέρδους του υποσυστήματος 1 και του μέγιστου ποσοστού κέρδους του υποσυστήματος 2, καθώς και από την σχέση διάταξης του ελάχιστου ποσοστού κέρδους του τυπικού υποσυστήματος που περιλαμβάνει μόνο τον τομέα 1 και του ελάχιστου ποσοστού κέρδους του τυπικού υποσυστήματος που περιλαμβάνει και τον τομέα 2. Το τελευταίο ελάχιστο ποσοστό κέρδους θα το συμβολίζουμε με $\mathbf{r}_0^2$. Ωστόσο ισχύει[1] πάντα $\mathbf{r}_0^1 \le \mathbf{r}_0^2$.

Αν ισχύει $\overline{\mathbf{R}}_2 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}} + \mathbf{r}_0 > \overline{\mathbf{R}}_1 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}1}} + \mathbf{r}_0$, $\mathbf{r}_0^1 > \mathbf{r}_0^2$, τότε για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους ευρισκόμενη στο διάστημα $\mathbf{r}_0^{\mathbf{n}} = \mathbf{r}_0^1 \le \mathbf{r} \le \overline{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}} = \overline{\mathbf{R}}_1$ το διάνυσμα $\mathbf{p}_2$ είναι αυστηρά θετικό. Αν $\overline{\mathbf{R}}_2 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}} + \mathbf{r}_0 \le \overline{\mathbf{R}}_1 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}1}} + \mathbf{r}_0$, τότε για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους ευρισκόμενη στο διάστημα $\overline{\mathbf{R}}_2 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}_2}} + \mathbf{r}_0 \le \mathbf{r} \le \overline{\mathbf{R}}_1 = \dfrac{1}{\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H}1}} + \mathbf{r}_0$ το διάνυσμα $\mathbf{p}_2$ θα εμπεριέχει και απροσδιόριστες και αρνητικές τιμές εμπορευμάτων. Στην τελευταία αυτή περίπτωση, όπως έχουμε τονίσει και σε άλλα σημεία, δεν μπορεί να υπάρξει ένα με οικονομικό περιεχόμενο γενικό ποσοστό κέρδους, αλλά ένα από μαθηματικής και μόνο άποψης γενικό ποσοστό κέρδους. Οι αρνητικές και απροσδιόριστες προκύπτουσες τιμές αποτελούν απλώς και μόνο συνέπειες της ύπαρξης ενός από μαθηματική άποψη γενικού ποσοστού κέρδους και δεν παρουσιάζουν κανένα οικονομικό περιεχόμενο.

---

[1] Αυτό συμβαίνει, γιατί στην περίπτωση αυτή, του τυπικού υποσυστήματος που περιλαμβάνει τόσο τον τομέα 1 όσο και τον τομέα 2, το $\mathbf{r}_0^2$ εξ ορισμού πρέπει να οδηγεί σε θετικές τιμές και στους δύο αυτούς τομείς. Αν υποθέσουμε ότι $\mathbf{r}_0^1 > \mathbf{r}_0^2$, αυτό σημαίνει ότι για κάθε $\mathbf{r} \in [\mathbf{r}_0^2, \mathbf{r}_0^1]$ οι τιμές όλων των εμπορευμάτων και του ονομαστικού ωρομισθίου είναι θετικές. Ωστόσο για το διάστημα αυτό και για θετικό ονομαστικό ωρομίσθιο οι τιμές των εμπορευμάτων του τομέα 1 προσδιορίζονται αποκλειστικά από τα δεδομένα του υποσυστήματος αυτού, ήτοι από το σύστημα (15c’). Δεδομένου όμως ότι για $\mathbf{r} < \mathbf{r}_0^1$ ο τομέας 1 οδηγεί σε αρνητικές τιμές, έπεται ότι για το διάστημα $\mathbf{r} \in [\mathbf{r}_0^2, \mathbf{r}_0^1]$ οι τιμές των εμπορευμάτων αποκλείεται να είναι όλες θετικές. Κατά συνέπεια δεν δύναται να ισχύει $\mathbf{r}_0^1 > \mathbf{r}_0^2$, παρά μόνο $\mathbf{r}_0^1 \le \mathbf{r}_0^2$.

Αν τώρα τυποποιούσαμε τις τιμές με ένα τυπικό εμπόρευμα αποτελούμενο από βασικά εμπορεύματα μόνο του υποσυστήματος 2, ήτοι με τυπικό εμπόρευμα ένα καλάθι εμπορευμάτων της μορφής $[\mathbf{p}_1.\mathbf{p}_2]\begin{bmatrix}0\\ \mathbf{y}_2\end{bmatrix}=1$, με $\mathbf{y}_2 \geq 0$, τότε έπονται τα ακόλουθα:

Για $\mathbf{r}_0^{\mathbf{n}} \leq \mathbf{r} < \mathbf{R}_{\mathbf{n}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_2, \overline{\mathbf{R}}_1)$

$$\mathbf{w} = \frac{1}{-\mathbf{L}_1\mathbf{C} + \mathbf{L}_2[\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1} + (\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{L}_1[\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}[\mathbf{I} - (\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{H}_1]^{-1}\mathbf{H}_{\mathbf{c}}}$$

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{w}\mathbf{L}_1[\mathbf{B}_{11} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{11}]^{-1}[\mathbf{I} - (\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{H}_{11}]^{-1}$$

$$\mathbf{p}_2 = \{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H}_{\mathbf{c}} - \mathbf{w}\mathbf{L}_1\mathbf{C} + \mathbf{w}\mathbf{L}_2[\mathbf{B}_{22} - (1+\mathbf{r}_0)\mathbf{A}_{22}]^{-1}\}[\mathbf{I} - (\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{H}_2]^{-1}$$

Για w=0 ισχύει $\mathbf{r}_{\max} = \overline{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2)$

$$\mathbf{p}_1 = (\mathbf{R}_{\mathbf{n}} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H}_1$$

$$\mathbf{p}_2[\mathbf{I} - (\mathbf{R}_{\mathbf{n}} - \mathbf{r}_0)\mathbf{H}_2] = (\mathbf{R}_{\mathbf{n}} - \mathbf{r}_0)\mathbf{p}_1\mathbf{H}_{\mathbf{c}}$$

Στα πλαίσια αυτής της τυποποίησης το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος, επειδή θα χρησιμοποιεί ολόκληρη την εν λόγω τεχνική, είναι ίσο με το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους του ατυποποίητου συστήματος των τιμών. Αν $\mathbf{r}_{\max} = \mathbf{R}_{\mathbf{n}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2) = \overline{\mathbf{R}}_1$, τότε για κάθε ποσοστό κέρδους $\mathbf{r}$ με $\mathbf{r}_0^{\mathbf{n}} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}_{\mathbf{n}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_2, \overline{\mathbf{R}}_1)$ οι τιμές όλων των εμπορευμάτων είναι αυστηρά θετικές. Αν ισχύει $\mathbf{r}_{\max} = \mathbf{R}_{\mathbf{n}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2) = \overline{\mathbf{R}}_2$, τότε για κάθε ποσοστό κέρδους **r,** $\mathbf{r}_0^{\mathbf{n}} \leq \mathbf{r} < \mathbf{R}_{\mathbf{n}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_2, \overline{\mathbf{R}}_1)$, οι τιμές όλων των εμπορευμάτων του τυπικού υποσυστήματος και συνεπώς οι τιμές των εμπορευμάτων και του δεδομένου συστήματος παραγωγής είναι αυστηρώς θετικές. Για $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\max} = \mathbf{R}_{\mathbf{n}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2) = \overline{\mathbf{R}}_2$, επειδή $\mathbf{p}_2[\mathbf{I} - (\mathbf{R}_{\mathbf{n}} - \mathbf{r}_0)\mathbf{H}_2] = 0$, πρέπει $\mathbf{p}_1 = 0$. Αν στην περίπτωση που ισχύει $\mathbf{r}_{\max} = \mathbf{R}_{\mathbf{n}} = \min(\overline{\mathbf{R}}_1, \overline{\mathbf{R}}_2) = \overline{\mathbf{R}}_2$ τυποποιήσουμε με τυπικό εμπόρευμα το πρότυπο εμπόρευμα που περιέχει τόσο τα βασικά εμπορεύματα του τομέα 1 όσο και τα βασικά εμπορεύματα του τομέα 2, τότε προκύπτει μια γραμμική w-r-σχέση, η οποία στο οικονομικά σημαντικό διάστημα των **w,r** έχει θετικές και ημιθετικές τιμές εμπορευμάτων και συνεπώς ενέχει ένα γενικό ποσοστό κέρδους με οικονομικό περιεχόμενο[1]. Αν αντιθέτως ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιήσουμε το πρότυπο εμπόρευμα του υποσυστήματος 1, τότε, καίτοι πάλι η w-r-σχέση θα είναι γραμμική, ως μέγιστο ποσοστό κέρδους θα προκύψει το μέγιστο ποσοστό κέρδους του υποσυστήματος 1. Αυτό όμως θα έχει συνέπειες στην ύπαρξη ενός με οικονομικό περιεχόμενο γενικό ποσοστό κέρδους, αφού, όπως έχουμε πει, η ύπαρξη ενός με οικονομικό περιεχόμενο γενικού ποσοστού κέρδους εξαρτάται από το αν το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος είναι ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του ατυποποίητου συστήματος των τιμών. Όσον αφορά το ελάχιστο ποσοστό κέρδους, επειδή στην εν λόγω περίπτωση, που ως

[1] Βέβαια, όπως έχουμε εξηγήσει, οι μηδενικές τιμές σε καμία περίπτωση δεν έχουν οικονομικό νόημα. Ωστόσο, στην περίπτωση αυτή, επειδή για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους οσοδήποτε κοντά κι αν είναι στην μέγιστη οι σχετικές τιμές παραμένουν θετικές, αποδίδουμε και στις μηδενικές τιμές που συνδέονται με το εν λόγω μέγιστο ποσοστό κέρδους κάποιο οικονομικό νόημα.

τυπικό εμπόρευμα έχουμε χρησιμοποιήσει ένα εμπόρευμα το οποίο αποτελείται από τα βασικά εμπορεύματα που παράγονται μόνο στο υποσύστημα 2, το τυπικό υποσύστημα όσον αφορά τον προσδιορισμό των τιμών περικλείει όλες τις διαδικασίες παραγωγής, το ελάχιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος συμπίπτει με το ελάχιστο ποσοστό κέρδους του ατυποποίητου συστήματος των τιμών της δεδομένης τεχνικής, έπεται δηλαδή $\mathbf{r}_0^{\mathbf{n}} = \mathbf{r}_0$. Να παρατηρήσουμε ότι, όταν το τυπικό υποσύστημα συμπίπτει από πλευράς τεχνικής με τη δεδομένη τεχνική, τότε το ελάχιστο ποσοστό κέρδους συμπίπτει με το ελάχιστο ποσοστό κέρδους της δεδομένης αυτής τεχνικής. Αντιθέτως, αν το τυπικό υποσύστημα χρησιμοποιεί τμήμα της δεδομένης τεχνικής, τότε το ελάχιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος μόνο τυχαία μπορεί να συμπίπτει με το ελάχιστο ποσοστό κέρδους της δεδομένης τεχνικής. Πάντα όμως ισχύει $\mathbf{r}_0^1 \le \mathbf{r}_0^{\mathbf{n}} \le \mathbf{r}_0$ και ποτέ $\mathbf{r}_0^1 > \mathbf{r}_0$.

ΜΕΡΟΣ III

Ο ΜΗ ΟΥΔΕΤΕΡΟΣ ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΤΥΠΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟ ΛΕΓΟΜΕΝΟ ΖΗΤΗΜΑ ΤΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ

III.1 Εισαγωγικά για την επιλογή τεχνικής

Στο προηγούμενο μέρος διερευνήσαμε τις συνέπειες της εισαγωγής και της μεταβολής της εξίσωσης τυποποίησης στα πλαίσια ενός και μόνο δεδομένου συστήματος παραγωγής. Στόχος της ανάλυσης αυτής ήταν η διερεύνηση του ουδέτερου ή μη ρόλου της εξίσωσης τυποποίησης, η διερεύνηση του αν μια εξίσωση τυποποίησης διαδραματίζει σε σχέση με το δεδομένο σύστημα παραγωγής τα ονομαστικά μεγέθη του οποίου καλείται να προσδιορίσει, ένα ουδέτερο ή μη χαρακτήρα. Η ανάλυση αυτή θα μπορούσε να νοηθεί είτε ως έκφραση μιας οικονομίας η οποία στη διάθεσή της έχει μια και μόνο τεχνική παραγωγής, είτε ως έκφραση μιας οικονομίας η οποία, καίτοι στη διάθεσή της έχει περισσότερες της μιας τεχνικές παραγωγής, εν τέλει επιλέγει και χρησιμοποιεί μόνο μία από αυτές.

Ο Pasinetti θέτει το ζήτημα της επιλογής τεχνικής ως εξής: αν στα πλαίσια μιας συγκεκριμένης χρονικής στιγμής, αναφέρει, είναι γνωστό ότι ένα συγκεκριμένο οικονομικό σύστημα έχει στη διάθεσή του ένα σύνολο από εναλλακτικές διαδικασίες παραγωγής, τότε το σύνολο αυτό των διαδικασιών παραγωγής, το οποίο το ονομάζουμε τεχνολογία του οικονομικού συστήματος, μπορεί να θεωρηθεί ως ομαδοποιημένο σε μια σειρά εναλλακτικών τεχνικών παραγωγής. Από όλες δε αυτές τις τεχνικές στην «πράξη» επιλέγεται μία. Για την εν λόγω επιλογή της τεχνικής λαμβάνει χώρα κάποια διαδικασία τεχνολογικής επιλογής. Η δε διαδικασία επιλογής αυτή γίνεται στη βάση ενός συγκεκριμένου κριτηρίου. Ορισμένα κριτήρια τεχνολογικής επιλογής, τα οποία αναφέρονται από τον Pasinetti, είναι α) το κριτήριο της «κερδοφορίας», β) το κριτήριο της επιλογής εκείνης της διαδικασίας που ελαχιστοποιεί το κόστος, και γ) το κριτήριο της «αποτελεσματικότητας», ήτοι το κριτήριο της επιλογής εκείνης της τεχνικής που εξασφαλίζει τη μέγιστη κατά κεφαλήν κατανάλωση. Ωστόσο, παρατηρεί ότι η χρήση του κριτηρίου της «αποτελεσματικότητας» παρουσιάζει «οργανωτικές» «δυσχέρειες». Το κριτήριο αυτό απαιτεί κεντρικό σχεδιασμό για την επιλογή όλων των διαδικασιών παραγωγής σε όλους τους τομείς παραγωγής. Σε αντίθεση με το κριτήριο αυτό, δηλώνει ότι το κριτήριο της «κερδοφορίας» δεν χρειάζεται κεντρικό σχεδιασμό. Οι παραγωγοί των εμπορευμάτων του κάθε τομέα απλώς επιλέγουν τη διαδικασία που για δεδομένες τιμές και ονομαστικό ωρομίσθιο μεγιστοποιεί τα κέρδη τους[1].

Σύμφωνα με τα τελευταία, η οικονομία προβαίνει σε μια διαδικασία επιλογής τεχνικής. Η επιλογή δε αυτή γίνεται με βάση τη χρήση και την ικανοποίηση ορισμένων κριτηρίων. Ορισμένα τέτοια κριτήρια, όπως φαίνεται και από την αναφορά μας στον Pasinetti, είναι α) το κριτήριο της κερδοφορίας, β) το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους και γ) το κριτήριο της μεγιστοποίησης της κατά κεφαλή κατανάλωσης. Η συνήθης νεορικαρδιανή ανάλυση διερευνά το ζήτημα της επιλογής τεχνικής στη βάση των κριτηρίων αυτών, κυρίως όμως επικεντρώνεται στη διερεύνηση των δύο πρώτων, ήτοι στο κριτήριο της κερδοφορίας και στο κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους. Ήδη είδαμε ότι ο Pasinetti απορρίπτει ως κριτήριο επιλογής τεχνικής το κριτήριο της κατά κεφαλήν κατανάλωσης για λόγους, όπως δηλώνει, «οργανωτικούς». Περαιτέρω, τα δύο πρώτα κριτήρια θεωρούνται ως εκφράζοντα κατάλληλα τον ανταγωνισμό, ο οποίος επικρατεί στα πλαίσια μιας καπιταλιστικής οικονομίας. Για παράδειγμα, ο Schefold [Schefold (1988)], αναπτύσσοντας το ζήτημα της επιλογής τεχνικής στα πλαίσια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής, εκθέτει την άποψη ότι το

[1] Δες Pasinetti (1991) σελ. 167-168, 241.

κριτήριο το οποίο χρησιμοποιεί και το οποίο οδηγεί στην επιλογή εκείνης της τεχνικής που μεγιστοποιεί το πραγματικό ωρομίσθιο και ελαχιστοποιεί το κόστος αντιστοιχεί στην «well known capitalist principle of investing where the rate of profit is higher» [1]. Στα πλαίσια της διερεύνησης αυτής του Schefold, ως τυπικό εμπόρευμα έχει χρησιμοποιηθεί το πραγματικό ωρομίσθιο, συνεπώς, στα πλαίσια της διερεύνησης αυτής, το ονομαστικό ωρομίσθιο μετράται σε όρους του πραγματικού ωρομισθίου. Άρα, λοιπόν, ο Schefold θεωρεί τόσο το κριτήριο της κερδοφορίας όσο και το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους ως τα κατ' εξοχήν καπιταλιστικά κριτήρια επιλογής τεχνικής. Την ίδια θέση εκφράζει και ο Steedman στο Steedman (1993) σελ. 55-57. Συγκεκριμένα γράφει:

> «Σε συνθήκες ανταγωνισμού, επιλέγεται εκείνη η τεχνική που οδηγεί σε υψηλότερο ποσοστό κέρδους (ή μισθό) στο δεδομένο επίπεδο μισθού (ή ποσοστού κέρδους). Δεν υπάρχει κανένας λόγος η επιλεγόμενη τεχνική να είναι αυτή που οδηγεί στο τεχνικά υψηλότερο δυνατό επίπεδο παραγωγής του καταναλωτικού αγαθού…η (καπιταλιστική ανταγωνιστική) επιλογή της τεχνικής μπορεί να οδηγεί, αλλά μπορεί και όχι, σε τεχνικά αποτελεσματική παραγωγή, με την έννοια της μεγιστοποίησης της κατανάλωσης (ανά μονάδα εργασίας) που αντιστοιχεί στον τρέχοντα ρυθμό μεγέθυνσης. Η μόνη εξαίρεση, όταν περισσότερες από μια τεχνικές είναι διαθέσιμες, παρουσιάζεται στην περίπτωση που g = r [-, όπου g ο ενιαίος ρυθμός μεγέθυνσης -], οπότε (αν οι εργαζόμενοι δεν αποταμιεύουν) ότι οι κεφαλαιούχοι αποταμιεύουν όλα τα κέρδη τους.»

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι ο πυρήνας του ζητήματος της επιλογής τεχνικής είναι τα κριτήρια:

Α) της κερδοφορίας και

Β) της ελαχιστοποίησης του κόστους.

Το κριτήριο της κερδοφορίας, όπως παρατηρείται από τις παραπάνω αναφορές στους Pasinetti Schefold και Steedman και όπως θα το αναπτύξουμε ειδικότερα στη συνέχεια, στηρίζεται στην w-r-σχέση που αντιστοιχεί σε μια δεδομένη τεχνική. Για το λόγο αυτό, στη συνέχεια θα το καλούμε ως το κριτήριο της w-r-σχέσης, ή ως το κριτήριο της w-r-καμπύλης.

Στο Μέρος αυτό θα προβούμε στην ανάλυση των εν λόγω δύο κριτηρίων. Πιο συγκεκριμένα, τα κύρια σημεία στα οποία θα επικεντρωθεί στη συνέχεια η εκτεθείσα ανάλυση είναι τα εξής:

1. Θα αναλύσουμε την έννοια και τη φύση των δύο αυτών κριτηρίων
2. Θα δείξουμε ότι τα δύο αυτά κριτήρια ως κριτήρια επιλογής τεχνικής οδηγούν στην εξάρτηση και την μεταβολή της επιλεγείσας τεχνικής από το τυπικό εμπόρευμα και τη μεταβολή του.
3. Θα δείξουμε ότι τόσο το κριτήριο της w-r-σχέσης όσο και το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους δεν αποτελούν, όπως ισχυρίζεται η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία, κριτήρια επιλογής τεχνικής, αλλά κριτήρια επιλογής τυπικών υποσυστημάτων.
4. Θα εκθέσουμε τις συνθήκες οι οποίες πρέπει να ικανοποιούνται ώστε και τα δύο αυτά κριτήρια να οδηγούν σε κοινά αποτελέσματα.

[1] Schefold (1988) σελ.103-104.

5. Τέλος, θα αναπτύξουμε το πότε να μπορεί να γίνεται λόγος για μονοσήμαντη επιλογή τεχνικής.

Από μια άλλη οπτική γωνία, η ανάπτυξη των πέντε προηγούμενων σημείων έχει ως στόχο να δείξει ότι η έννοια της «επιλογής τεχνικής», η οποία αποτελεί τη βάση της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής καθώς και της κριτικής που η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία άσκησε σε αυτή –δηλ. στη νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής –, στερείται ουσιαστικού περιεχομένου. Στερείται μια ιδιότητα η οποία σε μια πραγματική οικονομία αποτελεί αυτονόητο γεγονός. Στερείται το μονοσήμαντο της επιλογής τεχνικής, το οποίο επικρατεί στα πλαίσια των πραγματικών οικονομιών. Αν μια οικονομία για δεδομένο ποσοστό κέρδους είχε να επιλέξει μέσα από ένα σύνολο γραμμικών τεχνικών παραγωγής εκείνη την τεχνική, που ελαχιστοποιεί το κόστος, ή που οδηγεί σε μεγαλύτερο ονομαστικό ωρομίσθιο, τότε, επειδή η επιλογή αυτή θα στηριζόταν σε ένα μονοσήμαντα προσδιορισμένο μέτρο των τιμών, θα ήταν μια μονοσήμαντη επιλογή.

Στην πραγματική οικονομία δεν μπορεί να νοηθεί μεταβολή της κατάταξης και της επιλογής ενός συνόλου δεδομένων τεχνικών συναρτήσει του μέτρου των τιμών, συναρτήσει της μεταβολής του πραγματικού χρήματος. Βέβαια, η κατανόηση του ζητήματος αυτού προϋποθέτει την κατανόηση των κριτηρίων κατάταξης. Στα πλαίσια των κεφαλαίων που ακολουθούν θα προβούμε στην ανάπτυξη τους, και θα διαμέσου αυτής [δηλ. της ανάπτυξης] θα δείξουμε ότι η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία δεν μπορεί να αποτελέσει θεωρία ερμηνείας της οικονομικής πραγματικότητας. Πέραν του ότι, όπως ήδη έχουμε δείξει, η θεωρία αυτή δεν μπορεί να μας οδηγήσει σε μονοσήμαντα προσδιορισμένες σχετικές τιμές, δεν μπορεί επίσης να μας οδηγήσει και σε μια μονοσήμαντα προσδιορισμένη κατάταξη και επιλογή τεχνικής. Τα ίδια ισχύουν βεβαίως και στα πλαίσια της νεοκλασικής συνάρτησης. Αν για παράδειγμα η τεχνολογία την οποία η συνάρτηση αυτή αναπαριστά δεν είναι της μορφής που ανέλυσε ο Samuelson, στο Samuelson (1962), μια τεχνολογία δηλαδή η οποία εν τέλει, όπως έδειξε ο Garegnani, στο Garegnani (1970), αφορά τόσο την παραγωγή όσο και τη χρήση ως μέσου παραγωγής ενός ομοιογενούς εμπορεύματος, αλλά μια τεχνολογία που αφορά την παραγωγή και τη χρήση ως μέσων παραγωγής και μη ομοιογενών καλαθιών εμπορευμάτων, τεχνολογία δηλαδή η οποία δεν περιορίζεται ως προς το είδος των τεχνικών παραγωγής που περιλαμβάνει. Τότε, επειδή η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής αποτελεί ένα ζήτημα επιλογής τεχνικής, ισχύει και εδώ το μη μονοσήμαντο του προσδιορισμού της επιλογής της τεχνικής. Συνεπώς έπεται και το ζήτημα της αδυναμίας και της θεωρίας αυτής να αποτελέσει ικανοποιητική θεωρία της οικονομικής πραγματικότητας.

Στη συνέχεια, επειδή θα δείξουμε ότι η λεγόμενη τόσο από τους νεοκλασικούς όσο και από τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς επιλογή τεχνικής δεν είναι επιλογή τεχνικής, αλλά επιλογή τυπικού υποσυστήματος, πολλές φορές όταν αναφερόμαστε στις θεωρίες αυτές θα θέτουμε τη φράση *επιλογή τεχνικής* σε εισαγωγικά. Σκοπός της διατύπωσης αυτής είναι η απόδοση της εσφαλμένης άποψης, τόσο της νεοκλασικής όσο και της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, ότι τα κριτήρια της w-r-σχέσης και της ελαχιστοποίησης του κόστους είναι πράγματι κριτήρια επιλογής τεχνικής.

Να σημειώσουμε στο σημείο αυτό ότι το ζήτημα της «επιλογής τεχνικής» θα μπορούσε να είχε κλείσει και στο προηγούμενο Μέρος, στο Μέρος ΙΙ. Κατά την ανάπτυξη του Μέρους ΙΙ είδαμε ότι, όταν σε ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής εισαχθεί εξωγενώς μια εξίσωση τυποποίησης, τότε τα τιμιακά μεγέθη τα οποία προκύπτουν για δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο), είτε απόλυτα είναι είτε σχετικά, δεν είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του δεδομένου συστήματος παραγωγής και της τεχνικής που αυτό χρησιμοποιεί, αλλά χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος που ορίζεται από τη δεδομένη τυποποίηση. Το συμπέρασμα αυτό, στα πλαίσια του ζητήματος της «επιλογής τεχνικής», σημαίνει ότι η σύγκριση και η «επιλογή τεχνικής» η οποία λαμβάνει χώρα τόσο με τη χρήση του κριτηρίου της w-r-σχέσης όσο και με τη χρήση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους, επειδή τα εν λόγω κριτήρια στηρίζονται σε ήδη υπάρχουσες απόλυτες τιμές, δηλ. σε τιμιακά μεγέθη που προϋποθέτουν την ύπαρξη εξίσωσης τυποποίησης και συνεπώς την ύπαρξη ενός για κάθε δεδομένη τεχνική τυπικού υποσυστήματος, και άρα σε τιμιακά μεγέθη τα οποία είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος, δεν είναι πράγματι επιλογή τεχνικής, αλλά επιλογή τυπικού υποσυστήματος. Το τελευταίο σε σχέση με το κριτήριο της w-r-σχέσης είναι άμεσα προφανές. Στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης συγκρίνουμε τις w-r-σχέσεις των υπό θεώρηση δεδομένων τεχνικών στα πλαίσια ενός δεδομένου και κοινού για όλες τις τεχνικές τυπικού εμπορεύματος. Οι w-r-σχέσεις των τεχνικών όμως, όπως έχουμε πει στο Μέρος ΙΙ, δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος των υπό θεώρηση τεχνικών, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος των τυπικών τους υποσυστημάτων. Συνεπώς, η σύγκριση των w-r-σχέσεων δεν είναι σύγκριση τεχνικών αλλά σύγκριση τυπικών υποσυστημάτων. Η ανάλυση που θα ακολουθήσει έχει το χαρακτήρα της σαφούς και της πλήρους έκθεσης των συνεπειών της έννοιας του τυπικού υποσυστήματος πάνω και στο ζήτημα της «επιλογής τεχνικής». Στα πλαίσια όμως του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους, η ανάλυση που θα ακολουθήσει έχει ιδιαίτερη σημασία . Αν και το ζήτημα της «επιλογής τεχνικής» στα πλαίσια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους έχει όπως και στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης, η άμεση ανάδειξη της ομοιότητας αυτής χρήζει μια πιο λεπτομερή εξέταση.

Η εν λόγω ανάπτυξη θα αρχίσει με την ανάλυση του κριτηρίου της w-r-σχέσης και στη συνέχεια θα προχωρήσει στην ανάλυση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους. Μετά τη διερεύνηση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους θα διερευνήσουμε επίσης το άρθρο του Bidard "Μια αλγοριθμική θεωρία επιλογής τεχνικών" -δες Bidard (1990)- και το άρθρο του von Neumann "Ένα μοντέλο γενικής ισορροπίας" -δες Neumann (1991)-, όπως αυτά εξετάστηκαν από τον Σταμάτη [στα Σταμάτης (1996β) 205-307, Σταμάτης (1997) σελ.11-199]. Κατά την εξέταση αυτή θα δειχθεί ότι, καίτοι οι Bidard και von Neumann θεωρούν ότι καταλήγουν σε μια μονοσήμαντη κατάταξη τεχνικών, εν τέλει το μόνο που κάνουν είναι να καταλήγουν σε μια μονοσήμαντη κατάταξη ορισμένων συστημάτων παραγωγής, στα οποία οι τιμές δεν παίζουν κανένα ρόλο. Τέλος, θα δείξουμε τη μη ισχύ του θεωρήματος της υποκατάστασης και στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής.

Σε σχέση με το κριτήριο της w-r-σχέσης και το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους να σημειώσουμε στο σημείο αυτό και τα εξής: το κριτήριο της w-r-σχέσης χρησιμοποιήθηκε με μεγαλύτερη ένταση στα πλαίσια των δεκαετιών του `60 και του `70, κατά τη περίοδο δηλαδή που οριοθετείται και τυπικά η «διένεξη» των δύο Cambridge[1]. Ως γνωστόν, ένα από τα καθοριστικά ζητήματα της αντιπαράθεσης αυτής αφορά την ισχύ η μη της w-r-σχέσης την οποία ενέχει η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής. Συνεπώς, το κριτήριο της w-r-σχέσης αποτελούσε φυσικό επακόλουθο της διερεύνησης του εν λόγω ζητήματος. Από την άλλη μεριά, το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους αποτελεί το σύνηθες κριτήριο «επιλογής τεχνικής» στο διάστημα των τελευταίων δύο διανυόμενων δεκαετιών, του `80 και του `90. Το κριτήριο μάλιστα της ελαχιστοποίησης του κόστους στις τελευταίες διανυόμενες δεκαετίες θεωρείται πιο «έγκυρο» και πιο «καλό» από ό,τι το κριτήριο της w-r-σχέσης.

[1] Δες Harcourt (1970), Kregel (1976), Jones (1993) σελ.152-158.

III.2 Το κριτήριο της w-r-σχέσης.

Το κριτήριο της w-r-σχέσης είναι εκείνο το κριτήριο, σύμφωνα με το οποίο αν μια οικονομία έχει στη διάθεσή της περισσότερες της μιας τεχνικές παραγωγής, τότε για δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή για δεδομένο ονομαστικό ποσοστό κέρδους) θα επιλέξει την τεχνική που, για το δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή για το δεδομένο αυτό ονομαστικό ωρομίσθιο), οδηγεί στο μεγαλύτερο ονομαστικό ωρομίσθιο (στο μεγαλύτερο ποσοστό κέρδους). Να σημειωθεί ότι, αν για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο η οικονομία επιλέξει την τεχνική που για το δεδομένο αυτό ονομαστικό ωρομίσθιο οδηγεί στο μεγαλύτερο ποσοστό κέρδους, τότε είναι σαφές ότι η εν λόγω οικονομία χρησιμοποιεί ως κριτήριο επιλογής ένα κριτήριο κερδοφορίας. Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η ίδια κατανόηση εκφράζεται και από τον Pasinetti. Πιο αναλυτικά, στα πλαίσια της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας το κριτήριο της w-r-σχέσης τίθεται και ορίζεται στη βάση των παρακάτω στοιχείων[1]:

Α) Έστω μια οικονομία έχει στη διάθεσή της ένα σύνολο γραμμικών διαδικασιών παραγωγής, οι οποίες και την χαρακτηρίζουν. Η εφαρμογή του κριτηρίου προϋποθέτει τη διερεύνηση *όλων* εκείνων των τεχνικών οι οποίες μπορούν να προκύψουν από τις εν λόγω δεδομένες διαδικασίες παραγωγής[2]. Η προϋπόθεση αυτή έχει ως συνέπεια ότι, όταν η δεδομένη οικονομία χαρακτηρίζεται από μεθόδους παραγωγής που ορίζουν περισσότερες της μιας τεχνικές παραγωγής, τότε οι τεχνικές αυτές είναι ανά δύο γειτονικές. Κάθε τεχνική δηλαδή της δεδομένης οικονομίας έχει και μια γειτονική, η οποία αποτελεί και αυτή τεχνική της δεδομένης οικονομίας. Να πούμε εδώ ότι γειτονικές τεχνικές ονομάζονται εκείνες οι τεχνικές, οι οποίες διαφέρουν σε μία και μόνο διαδικασία παραγωγής.

Β) Η εν λόγω οικονομία, καίτοι στην διάθεσή της έχει περισσότερες της μιας τεχνικές παραγωγής, εν τέλει σε κατάσταση ισορροπίας θα χρησιμοποιήσει, ως βάση για την παραγωγή της, μόνο μια από αυτές[3].

---

[1] Αναφέρουμε περαιτέρω εδώ και το πλαίσιο ανάλυσης της νεορικαρδιανής θεωρίας όπως αυτό τίθεται από τον Mainwaring, στο Mainwaring (1974) σελ.537-540. Γράφει

«The purpose of this paper is to develop a general framework for a neo-Ricardian approach to the analysis of trade…its chief purpose is to emphasise that the analysis of international trade can be viewed essentially as a particular problem of the choice of technique…We use a circulating capital model in which production takes place in self-contained periods, the wage being paid at the end of each period. The are two commodities (1 and 2) which are produced by means of labour a unit of j: $\mathbf{a_{ij}}$ the price ratio, and expressing the wage, w, in terms of good 2, we have the following price equations:

$$\mathbf{p} = (1+\mathbf{r})(\mathbf{a}_{11}\mathbf{p} + \mathbf{a}_{21}) + \mathbf{wa}_1 \qquad (1)$$

$$1 = (1+\mathbf{r})(\mathbf{a}_{12}\mathbf{p} + \mathbf{a}_{22}) + \mathbf{wa}_2 \qquad (2)$$

Competition ensures the equality of (the rate of profit), w and p throughout the economy. (1) and (2) are readily solved to obtain a wage-profit (w-r) relationship:

$$\mathbf{w} = \frac{\det(\mathbf{I} - \mathbf{vA})}{(1-\mathbf{va}_{11})\mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_1\mathbf{a}_{12}\mathbf{v}} \qquad (3)$$

(where **v=(1+r);** $\mathbf{A} = \left\|\mathbf{a_{ij}}\right\|$; and I is the identity matrix); and relative prices as a function of r)…

The problem of technical choice is often presented by superimposing the wage-profit frontiers for each technique to form an outer envelope. Then for any given r, say, the technique that is chosen under competitive conditions is the one which allows the maximum w, i. e, the one on the envelope…»

[2] Pasinetti (1991) σελ. 167,172,176.

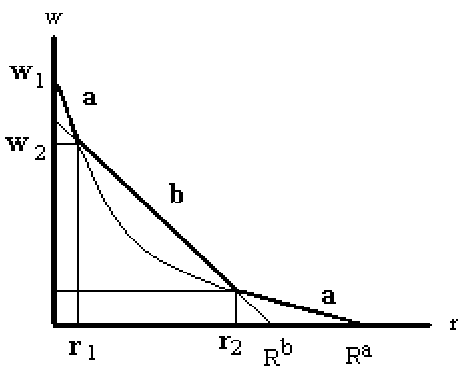
[3] Pasinetti (1991) σελ. 167-174.

Γ) Η επιλογή, στην οποία θα προβεί η οικονομία, έγκειται στο ποια από τις εν λόγω διαθέσιμες τεχνικές παραγωγής οδηγεί για δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο) στο μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο (ή αντιστοίχως στο μέγιστο ποσοστό κέρδους)[1].

Δ) Για την διερεύνηση αυτή, του ποια τεχνική για δεδομένο ποσοστό κέρδους οδηγεί στο μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο (ή για το δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο, οδηγεί στο μέγιστο ποσοστό κέρδους), κατασκευάζονται οι w-r-σχέσεις όλων των διαθέσιμων τεχνικών της δεδομένης οικονομίας[2].

Ε) Η κατασκευή των w-r-σχέσεων και στην συνέχεια η σύγκριση τους για δεδομένο **r** (ή αντιστοίχως για δεδομένο **w**) προϋποθέτει την ύπαρξη μιας ενιαίας για όλες τις τεχνικές εξίσωσης τυποποίησης[3].

ΣΤ) Η οικονομία, στη βάση του υπό θεώρηση κριτηρίου, βρίσκει την έκφραση της στην έννοια της λεγόμενης «περιβάλλουσας» των w-r-καμπυλών καμπύλης. Η «περιβάλλουσα» καμπύλη εκφράζει τον γεωμετρικό τόπο των υψηλότερων w-r-καμπυλών των τεχνικών της δεδομένης οικονομίας. Αφού δηλαδή απεικονίσουμε γραφικά τις w-r-σχέσεις των τεχνικών της δεδομένης οικονομίας, η καμπύλη εκείνη που τις περιβάλλει, που επικαλύπτει ως πέπλο σαν να λέγαμε όλες τις προκύπτουσες w-r-καμπύλες, ονομάζεται «περιβάλλουσα» των w-r-καμπυλών καμπύλη, ή για συντομία απλά περιβάλλουσα καμπύλη[4]. Με άλλα λόγια, ως περιβάλλουσα καμπύλη ορίζουμε τον γεωμετρικό τόπο εκείνων των σημείων, που για κάθε δεδομένο και οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους εκφράζουν το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο που δύναται να προκύψει στα πλαίσια των διαθέσιμων τεχνικών μιας δεδομένης οικονομίας. Κάθε τέτοιο **w, r** σημείο εκφράζει παράλληλα και την τεχνική (ή τις τεχνικές) η οποία (ή οι οποίες) για κάθε οικονομικά σημαντικό **r** μεγιστοποιεί (μεγιστοποιούν) το ονομαστικό ωρομίσθιο **w.** Τα ίδια ισχύουν αντίστοιχα αν διερευνήσουμε την ικανοποίηση του κριτηρίου από την πλευρά της μεγιστοποίησης του **r** για δεδομένο **w**. Για να γίνει η έννοια αυτή πιο κατανοητή, παραθέτουμε το παρακάτω διάγραμμα. Στο διάγραμμα αυτό έχουμε υποθέσει την ύπαρξη δύο γειτονικών τεχνικών **a,b** και έχουμε κατασκευάσει τις αντίστοιχες, υπό την προϋπόθεση μιας ενιαίας τυποποίησης, w-r-σχέσεις.



Σχήμα 11.

[1] Pasinetti (1991) σελ. 174
[2] Pasinetti (1991) σελ. 173-176
[3] Pasinetti (1991) σελ. 173.
[4] Pasinetti (1991) σελ. 174,176,177.

Στο Σχήμα 11, η έντονα σκιασμένη καμπύλη αποτελεί την περιβάλλουσα καμπύλη της αποτελούμενης από τις τεχνικές **a, b** θεωρούμενης οικονομίας. Ισχύουν επίσης τα ακόλουθα:

i. Για κάθε $\mathbf{r} < \mathbf{r}_1$ το κριτήριο της w-r-σχέσης οδηγεί στην επιλογή της τεχνικής **a**. Η επιλογή αυτή γίνεται, γιατί στο διάστημα αυτό του ποσοστού κέρδους η τεχνική **a** μεγιστοποιεί το ονομαστικό ωρομίσθιο.
ii. Για $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$ τόσο η τεχνική **a** όσο και η τεχνική **b** οδηγούν στο κοινό ονομαστικό ωρομίσθιο $\mathbf{w}_1$. Συνεπώς στην περίπτωση αυτή η οικονομία μπορεί να χρησιμοποιήσει αδιακρίτως οποιαδήποτε από τις δύο αυτές τεχνικές.
iii. Για $\mathbf{r}_1 < \mathbf{r} < \mathbf{r}_2$ η δεδομένη οικονομία θα οδηγηθεί στην χρησιμοποίηση της τεχνικής **b**. Στη περίπτωση αυτή η επιλογή της τεχνικής **b** συνίσταται στο ότι η αυτή μεγιστοποιεί το ονομαστικό ωρομίσθιο.
iv. Για $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2$ μπορεί να επιλεχθεί αδιακρίτως οποιαδήποτε από τις δύο δεδομένες τεχνικές, αφού και οι δύο οδηγούν στο ίδιο ονομαστικό ωρομίσθιο μεγέθους $\mathbf{w}_2$.
v. Για $\mathbf{r}_1 < \mathbf{r} < \mathbf{R}^{\mathbf{a}}$-όπου $\mathbf{R}^{\mathbf{a}}, \mathbf{R}^{\mathbf{b}}$ τα μέγιστα ποσοστά κέρδους της τεχνικής **a** και **b** αντίστοιχα - η τεχνική που θα επιλεχθεί ως μεγιστοποιούσα το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι η τεχνική **a**.

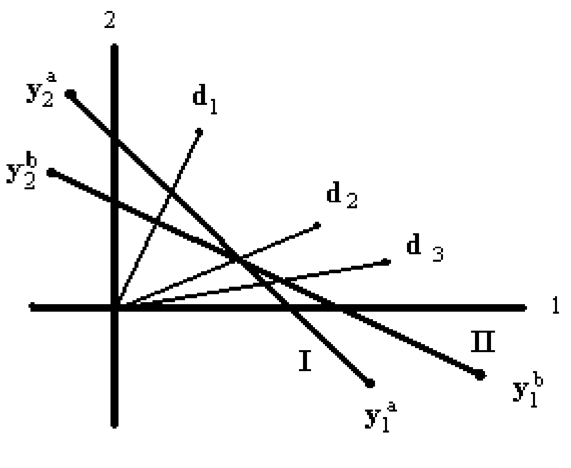
Ζ) Δύο επιπρόσθετες έννοιες, οι οποίες εμπίπτουν στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης, είναι και οι έννοιες του switching & reswitching of techniques. Τις έννοιες αυτές θα μπορούσαμε να τις αποδώσουμε ως «εναλλαγή τεχνικής» και ως «επαναχρησιμοποίηση τεχνικής» αντιστοίχως[1]. Η έννοια του switching εκφράζει εκείνα τα επίπεδα του ποσοστού κέρδους –όπως για παράδειγμα αυτό του $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$ -, στα οποία: α) δύο γειτονικές τεχνικές οδηγούν στο ίδιο ονομαστικό ωρομίσθιο, β) μια θετική οριακή μεταβολή του ποσοστού κέρδους θα οδηγήσει στον αποκλεισμό όλων των δεδομένων τεχνικών με εξαίρεση μιας, η οποία και επιλέγεται, και γ) η ως συνέπεια της εν λόγω θετικής οριακής μεταβολής επιλεγείσα τεχνική χρησιμοποιείται για πρώτη φορά, δεν έχει χρησιμοποιηθεί δηλαδή και σε άλλα χαμηλότερα επίπεδα του ποσοστού κέρδους. Το σημείο [(ζ), (iii)] που εξετάσαμε προηγουμένως αποτελεί ένα τέτοιο σημείο switching. Η αύξηση του ποσοστού κέρδους πάνω από το επίπεδο $\mathbf{r}_1$ οδήγησε στον αποκλεισμό της **a** και στη χρησιμοποίηση της τεχνικής **b**, η οποία και τίθεται σε λειτουργία για πρώτη φορά, δεν είχε χρησιμοποιηθεί δηλ. και σε άλλα χαμηλότερα επίπεδα του ποσοστού κέρδους. Όσον αφορά τώρα την έννοια του reswitching, αυτή είναι η ίδια με την έννοια του switching με την διαφορά ότι η θετική οριακή μεταβολή του ποσοστού κέρδους οδηγεί στη χρησιμοποίηση μιας τεχνικής που είχε ήδη χρησιμοποιηθεί και σε χαμηλότερα επίπεδα του ποσοστού κέρδους. Ένα τέτοιο σημείο reswitching στο Σχήμα 11 έχουμε στο $\mathbf{r}_2$.

Η) Μια άλλη έννοια, την οποία θα χρησιμοποιήσουμε στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης –αλλά και στα πλαίσια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους-, είναι η έννοια της *κατάταξης* των τεχνικών. Η έννοια της κατάταξης των τεχνικών εκφράζει την για δεδομένο ποσοστό κέρδους διαβάθμιση των δεδομένων τεχνικών ως προς το ονομαστικό ωρομίσθιο (ή για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο ως προς το ποσοστό κέρδους). Αν για παράδειγμα μια δεδομένη τεχνολογία χαρακτηριζόταν από τις τεχνικές **a,b,c,** για τις οποίες για ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους ίσχυε $\mathbf{w}^{\mathbf{a}} < \mathbf{w}^{\mathbf{b}} < \mathbf{w}^{\mathbf{c}}$, τότε η κατάταξη των δεδομένων αυτών τεχνικών εκφράζει τη διαβάθμισή τους σύμφωνα με το επίπεδο του ονομαστικού ωρομισθίου που τους αντιστοιχεί. Συγκεκριμένα, η τεχνική **c** θα αποτελεί τη πρωτεύουσα

[1] Pasinetti (1991) σελ. 174,177.

τεχνική –ή αλλιώς υπερέχουσα τεχνική-, η τεχνική **b** τη δευτερεύουσα τεχνική και, τέλος, η τεχνική **a** την τριτεύουσα τεχνική.

Η κρατούσα θεώρηση ισχυρίζεται, αυθαιρέτως, ότι το πλαίσιο στο οποίο τίθεται το εν λόγω κριτήριο προϋποθέτει όχι μόνο ότι κατασκευάζονται οι w-r-σχέσεις ορισμένων τεχνικών των οποίων διερευνάται η κερδοφορία τους, αλλά και όλων των συνδυασμών τους. Προϋποθέτει, δηλαδή, ότι το κριτήριο της w-r-σχέσης στηρίζεται στην κατασκευή των w-r-σχέσεων όλων των πιθανών τεχνικών που αντιστοιχούν σε μια δεδομένη τεχνολογία. Η προσέγγιση αυτή όμως αποκλείει από το πεδίο ανάλυσης τις μη γειτονικές τεχνικές, τις τεχνικές δηλαδή οι οποίες διαφέρουν σε περισσότερες της μιας διαδικασίες παραγωγής. Η προσέγγιση αυτή είναι αυθαίρετη, γιατί αποκλείει τη διερεύνηση μιας περίπτωσης που κάνει σαφές ότι η κατάταξη των τεχνικών μεταβάλλεται με το τυπικό εμπόρευμα. Για να γίνει το ζήτημα αυτό πιο κατανοητό προβαίνουμε στην παρακάτω ανάλυση. Έστω, για παράδειγμα, δύο μη γειτονικές τεχνικές απλής παραγωγής αφορούσες την παραγωγή δύο και μόνον εμπορευμάτων, οι οποίες αναπαρίστανται στο παρακάτω σχήμα, -δες Σχήμα 12.



Σχήμα 12

Στο διάγραμμα αυτό, οι ευθείες **I, II** αναπαριστούν τους γραμμικούς συνδυασμούς των καθαρών προϊόντων δύο διαφορετικών μη γειτονικών τεχνικών **a**=[**A, L**], **b**=[**B, L**],

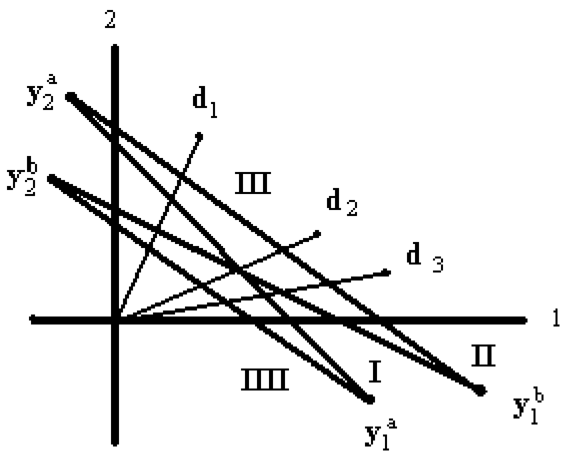
$$\text{με } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12}\\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{L}=[1,\ 1], \qquad (\mathbf{I}-\mathbf{A})=(\mathbf{y}_1^a,\mathbf{y}_2^a),\ \ \mathbf{y}_1^a=\begin{bmatrix}1-\mathbf{a}_{11}\\ -\mathbf{a}_{21}\end{bmatrix},\ \mathbf{y}_2^a=\begin{bmatrix}-\mathbf{a}_{12}\\ 1-\mathbf{a}_{22}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12}\\ \mathbf{b}_{21} & \mathbf{b}_{22}\end{bmatrix},\ \mathbf{L}=[1,\ 1], \qquad (\mathbf{I}-\mathbf{B})=(\mathbf{y}_1^b,\mathbf{y}_2^b),\ \ \mathbf{y}_1^b=\begin{bmatrix}1-\mathbf{b}_{11}\\ -\mathbf{b}_{21}\end{bmatrix},\ \mathbf{y}_2^b=\begin{bmatrix}-\mathbf{b}_{12}\\ 1-\mathbf{b}_{22}\end{bmatrix}$$

όταν αυτές θέτουν σε λειτουργία όλα εκείνα τα συστήματα παραγωγής που απασχολούν συνολικά μια ώρα εργασίας. Οι ευθείες οι οποίες παρίστανται από τα $\mathbf{d}_1,\mathbf{d}_2,\mathbf{d}_3$ εκφράζουν τρεις διαφορετικές συνθέσεις καθαρών προϊόντων. Αν, τώρα, υποθέσουμε ότι το ποσοστό κέρδους είναι μηδέν, έπεται ότι οι ευθείες I, II αναπαριστούν όλα τα πιθανά καλάθια πραγματικών ωρομισθίων που μπορούν να παραχθούν από τις τεχνικές **a,b** όταν χρησιμοποιούν συνολικά μια ώρα εργασίας. Περαιτέρω, αν υποθέσουμε ότι τα $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$ αποτελούν τρία διαφορετικά εμπορεύματα, τότε το παραπάνω διάγραμμα μας κάνει σαφές ότι για το δεδομένο ποσοστό κέρδους η κατάταξη και η επιλογή μεταξύ των δεδομένων τεχνικών **a,b** μεταβάλλεται με το τυπικό εμπόρευμα και με το κοινής σύνθεσης με το τυπικό εμπόρευμα πραγματικό ωρομίσθιο. Ειδικότερα, καίτοι οι δύο τεχνικές **a,b** χρησιμοποιούν μια ώρα εργασίας, όταν η σύνθεση ενός πραγματικού ωρομισθίου και η κοινή με αυτό σύνθεση του καθαρού προϊόντος πάρει τη σύνθεση που εκφράζεται από την ευθεία:

- $\mathbf{d}_1$, τότε η **a**, επειδή παράγει ένα πραγματικό ωρομίσθιο μεγαλύτερο από το ίδιας σύνθεσης πραγματικό ωρομίσθιο που παράγει η τεχνική **b**, υπερέχει της **b**. Στη συνέχεια, όταν λέμε ότι μια τεχνική υπερέχει μιας άλλης, θα εννοούμε ότι αυτή με την χρήση ενός δεδομένου κριτηρίου –στην προκειμένη περίπτωση με βάση το κριτήριο της w-r-σχέσης- υπερέχει έναντι κάποιας άλλης. Επειδή στην περίπτωση που εξετάζουμε η τεχνική **a** οδηγεί σε μεγαλύτερο πραγματικό και ονομαστικό ωρομίσθιο από αυτό στο οποίο οδηγεί η τεχνική **b** και επειδή το υπό εξέταση κριτήριο διερευνά ποιο από τις δεδομένες τεχνικές οδηγεί σε μεγαλύτερο ονομαστικό ωρομίσθιο, έπεται ότι η τεχνική **a** υπερέχει της τεχνικής **b**.
- $\mathbf{d}_2$, τότε οι τεχνικές **a,b**, είναι ισοδύναμες, οδηγούν και οι δύο στο ίδιο ονομαστικό και πραγματικό ωρομίσθιο. Στην συνέχεια, δύο ή περισσότερες τεχνικές θα τις καλούμε ισοδύναμες, όταν στα πλαίσια ενός δοσμένου κριτηρίου είναι όλες εξίσου προτιμητέες, δεν υπερέχει δηλαδή καμιά από αυτές έναντι της άλλης.
- $\mathbf{d}_3$, τότε η τεχνική **b** καθίσταται υπερέχουσα σε σχέση με την τεχνική **a**.

Το ότι η παρατηρούμενη μεταβολή της υπερέχουσας τεχνικής στηρίχθηκε στην ομοιότητα ως προς τη σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου και του τυπικού εμπορεύματος δεν επιδρά στην έννοια του εν λόγω κριτηρίου. Ο ορισμός του κριτηρίου της w-r-σχέσης τον οποίο δώσαμε παραπάνω ήταν ανεξάρτητος από τη σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου. Δεν τέθηκε δηλαδή κάποιος όρος που μας θα μας εμπόδιζε να εισαγάγουμε το καλάθι του πραγματικού ωρομισθίου ούτε κάποιος όρος που θα μας εμπόδιζε να μεταβάλλουμε το μέτρο των τιμών συναρτήσει του πραγματικού ωρομισθίου. Ωστόσο, πέρα από την άμεση κατανόηση που μας προσφέρει η παραπάνω ανάλυση, ότι όταν μεταβάλλουμε ένα τυπικό εμπόρευμα που έχει κοινή σύνθεση με ένα δεδομένο πραγματικό ωρομίσθιο σε ένα άλλο τυπικό εμπόρευμα που επίσης έχει κοινή σύνθεση με ένα δεδομένο πραγματικό ωρομίσθιο τότε η κατάταξη των τεχνικών μεταβάλλεται συναρτήσει αυτών των τυπικών εμπορευμάτων , προκύπτει και ότι η κατάταξη των τεχνικών μεταβάλλεται συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος και μόνο, χωρίς να είναι απαραίτητο το πραγματικό ωρομίσθιο να έχει κοινή σύνθεση με το τυπικό εμπόρευμα. Δεδομένου π.χ. στα πλαίσια των τεχνικών του παραπάνω Σχήματος 11 ενός τυπικού εμπορεύματος σύνθεσης $\mathbf{d}_2$, προκύπτει για μηδενικό ποσοστό κέρδους μονοσήμαντα μια συγκεκριμένη κατάταξη αυτών των τεχνικών. Αυτή δεν μπορεί να είναι διαφορετική από αυτή που αναπτύχθηκε με βάση το παραπάνω διάγραμμα. Κι αυτό γιατί ισχύουν ταυτόχρονα δύο στοιχεία: α) γιατί το παραπάνω διάγραμμα μας δηλώνει ότι υπάρχουν συστήματα παραγωγής που για το πραγματικό ωρομίσθιο και τυπικό εμπόρευμα σύνθεσης $\mathbf{d}_2$ οδηγούν σε μια συγκεκριμένη κατάταξη και β) γιατί για ένα δεδομένο τυπικό εμπόρευμα και ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους προκύπτει μονοσήμαντα ένα και μόνο ονομαστικό ωρομίσθιο. Τα δύο στοιχεία αυτά μας δηλώνουν ότι αν για το τυπικό εμπόρευμα σύνθεσης $\mathbf{d}_2$ και για το μηδενικό ποσοστό κέρδους θεωρήσουμε ότι το πραγματικό ωρομίσθιο έχει την σύνθεση $\mathbf{d}_3$, τότε, δεδομένου ότι το ονομαστικό ωρομίσθιο προκύπτει μονοσήμαντα με βάση μόνο την εξίσωση τυποποίηση και το ποσοστό κέρδους, η κατάταξη παραμένει όπως έχει και για το κοινής σύνθεσης με το πραγματικό ωρομίσθιο τυπικό εμπόρευμα $\mathbf{d}_2$. Με άλλα λόγια, επειδή για δεδομένο ποσοστό κέρδους και για δεδομένο τυπικό εμπόρευμα προκύπτει μονοσήμαντα μια τιμή του ποσοστού κέρδους, και επειδή ένα δεδομένο τυπικό εμπόρευμα είναι συμβιβάσιμο με άπειρα καλάθια πραγματικών ωρομισθίων, έπεται ότι η κατάταξη των τεχνικών για δεδομένο ποσοστό και δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο αντιστοιχεί σε άπειρα καλάθια πραγματικών ωρομισθίων. Σε άλλο σημείο, μάλιστα, θα εξετάσουμε τη μεταβολή της κατάταξης των μη γειτονικών μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος και μόνο. Το παράδειγμα αυτό, το θέσαμε για να γίνει αντιληπτό ότι η κρατούσα θεώρηση προσπαθεί να συσκοτίσει την εξάρτηση της κατάταξης των τεχνικών από το χρησιμοποιηθέν τυπικό εμπόρευμα. Στα πλαίσια μιας πραγματικής οικονομίας, επειδή δεν μπορεί να νοηθεί αυθαίρετη και κατά βούληση εισαγωγή και μεταβολή του χρησιμοποιηθέντος μέτρου των τιμών, δεν μπορεί να νοηθεί και μεταβολή της επιλεγείσας τεχνικής συναρτήσει του μέτρου των τιμών. Από την άλλη μεριά, είναι σημαντικό, για την πληρότητα της ανάλυσης των γραμμικών συστημάτων παραγωγής, να αναλυθούν οι αιτίες της μεταβολής και της κατάταξης των τεχνικών συναρτήσει της εξίσωσης τυποποίησης. Είναι σημαντικό επίσης, για την πληρότητα της ανάλυσης, να διερευνηθεί ο ρόλος της εξίσωσης τυποποίησης και στα πλαίσια του ζητήματος της επιλογής τεχνικής. Η κρατούσα θεώρηση, με το να υποθέτει ότι: α) το κριτήριο της w-r-σχέσης προϋποθέτει την διερεύνηση όλων των τεχνικών που μπορούν να προκύψουν ως συνδυασμοί των διαθέσιμων από την δεδομένη οικονομία διαδικασιών παραγωγής και β) εστιάζοντας το ενδιαφέρον της μόνο στην πλέον κερδοφόρα τεχνική, συσκοτίζει και κρύβει την προηγούμενη διαπίστωση. Και την αποκρύβει, γιατί στην εν λόγω περίπτωση συμβαίνει αυτό που θα αναλύσουμε αμέσως στα πλαίσια του Σχήματος 13.



Σχήμα 13.

Το Σχήμα 13 αυτό διαφέρει από το 12 στο ότι έχουν εισαχθεί η ευθεία ΙΙΙ και η ευθεία ΙΙΙΙ. Η ευθεία ΙΙΙ δηλώνει τη διερεύνηση όχι μόνο των τεχνικών **a,b** του διαγράμματος 2, αλλά και την εισαγωγή προς σύγκριση και κατάταξη, σε σχέση με τις τεχνικές **a,b**, μιας επιπρόσθετης τεχνικής, έστω **c**, που ορίζεται από την διαδικασία **1** της **b** και της διαδικασίας **2** της **a**. Όπως προκύπτει από το παραπάνω σχήμα, η τελευταία τεχνική – η **c** - θα οδηγεί πάντα στη μεγιστοποίηση του ονομαστικού ωρομισθίου, ανεξαρτήτως της σύνθεσης του τυπικού εμπορεύματος. Τα τελευταία προκύπτουν με τη χρησιμοποίηση του ίδιου σκεπτικού όπως και στην περίπτωση της ανάλυσης του Σχήματος 12.

Διερευνώντας την έννοια του κριτηρίου της w-r-σχέσης, ο Pasinetti θεωρεί ότι αποδεικνύει και τα ακόλουθα τρία σημεία:

i. «Στα σημεία εναλλαγής ανάμεσα [σε δύο δεδομένες υπό σύγκριση γειτονικές] τεχνικές a και b, κάθε εμπόρευμα έχει την ίδια τιμή, ανεξάρτητα από το αν παράγεται με την τεχνική a ή την τεχνική b, με έναν οποιοδήποτε γραμμικό συνδυασμό αυτών των δύο. Με άλλα λόγια, στα σημεία $\mathbf{r}_1$ και $\mathbf{r}_2$, έχουμε ότι $\mathbf{p}^{(\mathbf{a})} = \mathbf{p}^{(\mathbf{b})}$.
ii. Αν για κάποιο ποσοστό κέρδους μία από τις δύο τεχνικές είναι πιο κερδοφόρα από την άλλη, αυτή θα οδηγεί σε τιμές σε όρους του ωρομισθίου οι οποίες είναι μικρότερες από εκείνες που δίνει η άλλη τεχνική, και αυτό ισχύει για όλα τα εμπορεύματα (όχι μόνο για το εμπόρευμα h). Στο παράδειγμα μας, στα δύο διαστήματα $0 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{r}_2$, και $\mathbf{r}_2 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}^{(\mathbf{a})}$, θα έχουμε $\mathbf{p}^{(\mathbf{a})} > \mathbf{p}^{(\mathbf{b})}$, με όλες τις τιμές εκφρασμένες σε όρους ωρομισθίου.
iii. Οι συγκρίσεις σε όρους των σχέσεων ανάμεσα στα **w** και **r** είναι ανεξάρτητες από την numeraire που χρησιμοποιείται στο σύστημα των τιμών. Με άλλα λόγια ενώ μία αλλαγή ανάμεσα στα **w** και **r**…και κατά συνέπεια και ολόκληρης της καμπύλης τεχνολογικών δυνατοτήτων, θα αφήσει παρ' όλα αμετάβλητα τα σημεία εναλλαγής, δηλαδή θα αφήσει αμετάβλητη τη διάταξη των διάφορων τεχνικών επί της καμπύλης τεχνολογικών δυνατοτήτων…»[1]

Τα κύρια σημεία, τα οποία συνιστούν τη σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης και τα οποία υπό την παρούσα εργασία τίθενται σε κριτική, είναι τα ακόλουθα: το κριτήριο της w-r-σχέσης θεωρείται

α) κριτήριο επιλογής τεχνικής
β) κριτήριο το οποίο εστιάζεται μόνο στην «περιβάλλουσα» καμπύλη
γ) κριτήριο το οποίο εστιαζόμενο μόνο στην «περιβάλλουσα» καμπύλη δεν επηρεάζεται από τη μεταβολή του τυπικού εμπορεύματος.

Ήδη έχουμε ισχυριστεί ότι το κριτήριο της w-r-σχέσης δεν είναι κριτήριο επιλογής τεχνικής, αλλά κριτήριο επιλογής τυπικών υποσυστημάτων. Περαιτέρω θα δείξουμε ότι ούτε το σημείο (γ) ισχύει στη γενική περίπτωση. Σε σχέση με το σημείο (β), έχουμε τονίσει ότι αφορά μια προσπάθεια των σύγχρονων νεορικαρδιανών να αποφύγουν το ζήτημα της ερμηνείας του γιατί κάτω από την περιβάλλουσα η κατάταξη των τεχνικών μεταβάλλεται συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος. Στη συνέχεια και πριν προβούμε στην απόδειξη των ισχυρισμών αναφορικά με τα σημεία (α) και (γ), θα αναφερθούμε σε ορισμένα περαιτέρω αποσπάσματα, τα οποία αποτελούν μια επιπρόσθετη προσπάθεια της κρατούσας άποψης να συγκαλυφθεί η αδυναμία της εισαγωγής στα γραμμικά συστήματα παραγωγής του πραγματικού χρήματος. Συγκεκριμένα πρόκειται για μια αναφορά στα άρθρα των Erreygers και Kurz/Gehkre [Erreygers (1994) και Kurz/Gehkre (1994)]. Στα άρθρα αυτά σχολιάζονται τα συμπεράσματα τα οποία εξάγει ο Σταμάτης στο Stamatis (1993), με θέμα «The impossibility of a comparison of techniques and of the ascertainement of a reswitching phenomenon», και διατυπώνεται η άποψη ότι τα συμπεράσματα αυτά είναι εσφαλμένα. Στο εν λόγω άρθρο ο Σταμάτης χρησιμοποιώντας το κριτήριο της w-r-σχέσης έδειξε ότι η εξίσωση τυποποίησης δεν διαδραματίζει τον ουδέτερο ρόλο τον οποίο διακηρύττει η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία, έδειξε ότι ο ρόλος της είναι ουσιαστικός και καθοριστικός, ότι η κατάταξη των τεχνικών και η επιλογή μιας από αυτές, στα πλαίσια ενός δεδομένου

[1] Δες Passinetti (1991) σελ.174-175.

φάσματος τεχνικών, είναι συνάρτηση του τυπικού εμπορεύματος. Σε αντίθεση με τον Σταμάτη, οι Erreygers, Kurz,Gehkre διατύπωσαν το ισχυρισμό ότι η κατάταξη και η επιλογή τεχνικής με κριτήριο το κριτήριο της w-r-σχέσης δεν είναι ένα γενικά χρησιμοποιούμενο και ένα γενικά κατάλληλο κριτήριο κατάταξης και επιλογής τεχνικής. Αφήνεται λοιπόν να εννοηθεί ότι η από τον Σταμάτη χρήση του κριτηρίου της w-r-σχέσης, και συνεπώς και τα συμπεράσματα τα οποία εξάγει, δεν είναι τίποτε άλλο παρά κάποιο εσφαλμένο δικό του επινόημα. Περαιτέρω, η αναφορά που γίνεται από τον Σταμάτη στον Pasinetti αναφορικά με την έννοια του κριτηρίου της w-r-σχέσης –την οποία την εκθέσαμε παραπάνω- δεν κρίνεται, από τους Erreygers, Kurz,Gehkre ικανοποιητική.

Ο Erreygers [Erreygers (1994) σελ. 96-99] εκθέτει την άποψη ότι η θεώρηση του Σταμάτη, η οποία συνίσταται στην διερεύνηση του αν η w-r-σχέση μιας τεχνικής είναι πάνω ή κάτω από την w-r-σχέση μιας άλλης τεχνικής, δεν αποτελεί επαρκές κριτήριο επιλογής τεχνικής. Ο έλεγχος του ύψους των w-r-σχέσεων ενός συνόλου δεδομένων γειτονικών τεχνικών αποτελεί επαρκή κριτήριο μόνο στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών. Στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών το εν λόγω κριτήριο παύει να είναι «έγκυρο» και «καλό». Στο σημείο αυτό ο Erreygers, προς επιβεβαίωση της άποψής του, κάνει αναφορά και στο άρθρο του Bidard [Bidard (1991) σελ.83[1]]. Στη συνέχεια, εκφράζει την άποψη ότι ο Σταμάτης θα έπρεπε πρώτα να εξετάσει αν το κριτήριο της w-r-σχέσης, το οποίο χρησιμοποιεί, είναι πράγματι ένα κατάλληλο κριτήριο κατάταξης και επιλογής τεχνικής. Δηλώνει επίσης ότι ο Σταμάτης δεν έχει κατανοήσει τι σημαίνουν οι έννοιες switching και reswitching. Αφήνει ακόμα να εννοηθεί ότι η χρήση του κριτηρίου της w-r-σχέσης ως «έγκυρο» κριτήριο επιλογής τεχνικής δεν θεμελιώνεται πουθενά παρά μόνο στην πεποίθηση του ιδίου του Σταμάτη. Γράφει χαρακτηριστικά: «Stamatis seems to be unaware of what the problem of the choice of techniques is realy about, and manifestly does not understand what is meant by switching or reswitching. The cause of Stamatis's errors has been easily identified: the belief that techniques can be compared on the sole basis of their w-r-curves»[2]. Δηλώνει επίσης ότι οι w-r-σχέσεις μας δίνουν ορισμένες μόνο πληροφορίες, δεν μας εξηγούν όμως τα πάντα. Το γεγονός, εξηγεί, ότι στα switch point οι w-r-σχέσεις τέμνονται δεν σημαίνει ταυτόχρονα ότι, όταν οι w-r-σχέσεις τέμνονται, έχουμε και σημεία switch ή reswitch. Συνεπώς ο Σταμάτης, καταλήγει, θα έπρεπε να μελετήσει μια πιο πρόσφατη ανάλυση του εν λόγω ζητήματος.

Οι Kurz/Gehkre (1994) σελ.104-105 εκθέτουν την άποψη ότι η ανάλυση του Σταμάτη αποτελεί μια εσφαλμένη κατανόηση των θεμελίων της επιλογής τεχνικής. Επίσης, αφού εξηγήσουν ότι στην ενότητα 5 του Stamatis (1993) συγκρίνονται δύο **2x2** γειτονικές τεχνικές της μορφής
a=[A,L], b=[B,L]

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0.5 & 0.25\\ 0 & 0.75\end{bmatrix} \qquad \mathbf{L}=[0.25 \;\; 0.25]$$

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0.5 & 0.25\\ 0 & 0\end{bmatrix} \qquad \mathbf{L}=[0.25 \;\; 0.25]$$

δηλώνουν χωρίς καμιά περαιτέρω ανάλυση ότι η επιλεγείσα τεχνική θα είναι η τεχνική b.

[1] Δες Erreygers (1994) σελ. 96.
[2] Δες Erreygers (1994) σελ. 98-99

Είναι σαφές, δηλώνουν, ότι αυτή ελαχιστοποιεί το κόστος, αφού στην τεχνική a η παραγωγή του εμπορεύματος 2 απαιτεί περισσότερο κόστος. Δηλώνουν ακόμα ότι κανένας που συνεισέφερε στην ανάπτυξη του ζητήματος της επιλογής τεχνικής δεν ισχυρίστηκε σε σχέση με το τελευταίο -ήτοι της επιλογής τεχνικών όπως οι a,b - κάτι διαφορετικό, πολύ περισσότερο δε ο Pasinetti, ο μοναδικός στον οποίο κάνει αναφορά ο Σταμάτης. Το ότι ο Σταμάτης χρησιμοποιώντας το κριτήριο της w-r-σχέσης οδηγείται στο συμπέρασμα ότι και οι δύο τεχνικές είναι εξίσου κερδοφόρες αποτελεί αντανάκλαση της σύγχυσής του. Για να θεμελιώσουν δε την άποψη αυτή, εξηγούν ότι στην περίπτωση που η ζήτηση αφορά και το μη βασικό εμπόρευμα των εν λόγω τεχνικών, τότε η επιλεγείσα τεχνική θα είναι η b, αφού αυτή ελαχιστοποιεί το κόστος. Αντιθέτως, στην περίπτωση που η ζήτηση αφορά μόνο το βασικό εμπόρευμα δεν θα επιλεγεί ούτε η τεχνική b ούτε η τεχνική a. Αυτό που θα συμβεί είναι να τεθεί σε λειτουργία η κοινή και στις δύο τεχνικές διαδικασία παραγωγής του βασικού εμπορεύματος. Τέλος, καταλήγουν δηλώνοντας, ότι δεν υπάρχει ανάγκη κάποιας κριτικής που να αφορά κάποια σημεία της ανάλυσης του Pasinetti. Όποιος θέλει, αναφέρουν, να ελέγξει το εν λόγω ζήτημα θα διαπιστώσει ότι ο Σταμάτης αναφέρεται στον Pasinetti διαστρεβλωτικά.

Σε σχέση με τις αναφορές αυτές έχουμε να πούμε τα εξής. Ο ισχυρισμός, ότι το κριτήριο της w-r-σχέσης δεν αποτελεί «έγκυρο» κριτήριο επιλογής τεχνικής στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής, είναι παραπλανητικός. Τόσο ο Pasinetti όσο και ο Sraffa ως το πλέον κατάλληλο κριτήριο «επιλογής τεχνικής» θεώρησαν αυτό της w-r-σχέσης και όχι αυτό της ελαχιστοποίησης του κόστους. Σε αναφορές τις οποίες θα κάνουμε στα πλαίσια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους, θα δούμε ότι, σε αντίθεση με τον Erreygers, ο οποίος ως γενικά «έγκυρο» κριτήριο «επιλογής τεχνικής» θεωρεί αυτό της ελαχιστοποίησης του κόστους και όχι αυτό της w-r-σχέσης, ο Pasinetti, ακολουθώντας την προσέγγιση του Sraffa, αφού διαπιστώνει την αδυναμία του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης κόστους να συντελέσει στη σύγκριση δύο γειτονικών τεχνικών που διαφέρουν ως προς τη διαδικασία παραγωγής ενός μη βασικού εμπορεύματος, και συνεπώς και την αδυναμία του κριτηρίου αυτού να συντελέσει στη σύγκριση δύο μη διασπώμενων τεχνικών -δεδομένου ότι αυτές θα διαφέρουν πάντα ως προς την παραγωγή ενός μη βασικού εμπορεύματος-, περνάει από τη χρησιμοποίηση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους στη χρησιμοποίηση του κριτηρίου της w-r-σχέσης[1]. Ο Pasinetti, αφού, όπως είδαμε παραπάνω, έχει υποθέσει ως αποδεκτά κριτήρια «επιλογής τεχνικής» αυτό της ελαχιστοποίησης του κόστους και αυτό της w-r-σχέσης, τελικά διαπιστώνει ότι το κριτήριο της w-r-σχέσης είναι πιο γενικό από αυτό της ελαχιστοποίησης του κόστους. Διαπιστώνει ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους δεν μπορεί να έχει εφαρμογή στα πλαίσια των τεχνικών απλής παραγωγής οι οποίες παράγουν μόνο βασικά εμπορεύματα. Παράλληλα, δεν φαίνεται πουθενά ότι για τον ίδιο το κριτήριο της w-r-σχέσης είναι ένα μη γενικά «έγκυρο» κριτήριο επιλογής τεχνικής. Ο τρόπος που ο Pasinetti εκθέτει το ζήτημα της «επιλογής τεχνικής» κάνει σαφές ότι τα προβλήματα παρουσιάζονται μάλλον στα πλαίσια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους, και όχι στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης. Σύμφωνα με τον Pasinetti, το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους παρουσιάζει το μειονέκτημα της αδυναμίας σύγκρισης μη διασπώμενων τεχνικών. Μειονέκτημα το οποίο είναι ανύπαρκτο στα πλαίσια του κριτηρίου

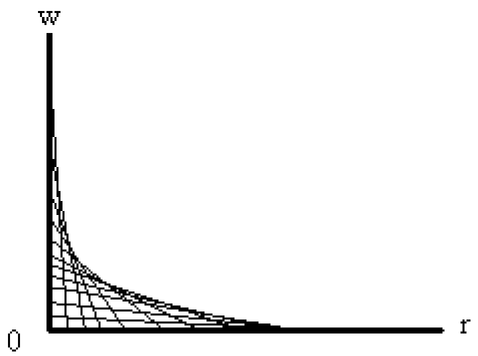
[1] Ο Pasinetti αρχίζει την εξέταση του ζητήματος της επιλογής τεχνικής χρησιμοποιώντας το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους. Εξετάζει ποια από τις τρεις δεδομένες γειτονικές τεχνικές διαφέρουσες ως προς μια και την αυτή διαδικασία παραγωγής, αφορούσα την παραγωγή ενός μη βασικού εμπορεύματος, ελαχιστοποιεί την τιμή εν λόγω αυτού μη βασικού εμπορεύματος. Ωστόσο, όταν διερευνά την περίπτωση που η διαφέρουσα διαδικασία είναι διαδικασία παραγωγής ενός βασικού εμπορεύματος, τότε περνάει στη χρησιμοποίηση του κριτηρίου της w-r-σχέσης. Το ζήτημα αυτό θα το εξετάσουμε παρακάτω όταν αναφερθούμε στο κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους. [Δες Pasinetti (1991) σελ.168-172.]

της w-r-σχέσης. Επιπρόσθετα, όσον αφορά τη γειτονικότητα ή μη των τεχνικών, είναι ιδιαίτερα χαρακτηριστικό να τονίσουμε ότι ο Passinetti στην κριτική που άσκησε στο άρθρο του Levhari με τίτλο «A Nonsubstitution Theorem and Switching of Techniques»[1] -στο οποίο ο Levhari προσπαθούσε να δείξει και το αδύνατο του φαινομένου του reswitching των μη διασπώμενων τεχνικών- προέβηκε στην με το κριτήριο της w-r-σχέσης κατάταξη δύο με τέτοιο τρόπο διατυπωμένων μη διασπώμενων τεχνικών, ώστε τουλάχιστον τυπικά οι τεχνικές αυτές δεν μπορούν να θεωρηθούν ως γειτονικές. Στο ζήτημα της γειτονικότητας ή μη των τεχνικών θα επανέλθουμε και στη συνέχεια με περαιτέρω αναφορές και σε άλλους συγγραφείς, πέρα από τον Pasinetti. Η γενικότητα του κριτηρίου της w-r-σχέσης είναι προφανής και στους Bruno/Burmeister/Sheshinki στο Bruno/Burmeister/ Sheshinki (1966). Καθώς οι εν λόγω συγγραφείς διερευνούν τις συνθήκες ύπαρξης του φαινομένου της επαναχρησιμοποίησης των τεχνικών, τόσο στη βάση του κριτηρίου της w-r-σχέσης όσο και στη βάση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους, δεν φαίνεται πουθενά να έχουν εξαρτήσει τα συμπεράσματά τους από το διασπώμενο ή μη των τεχνικών. Χαρακτηριστικά, μάλιστα, γράφουν: «we do not think that indecomposability has any relevance to the switching problem»[2].

Επιπρόσθετα, να τονίσουμε ότι οι Sraffa-Champernowne-Samuelson, στους οποίους ανάγεται η χρήση του κριτηρίου της w-r-σχέσης[3] και οι οποίοι διερεύνησαν το ζήτημα του reswitching και το συναρτούμενο με αυτό ζήτημα της μη ισχύος της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής, ούτε και αυτοί εισήγαγαν κάποια εξάρτηση των συμπερασμάτων τους από το διασπώμενο η μη των τεχνικών. Εξ' ου και το εγχείρημα του Levhari στο Levhari 1965. Εδώ θα αναφέρουμε χαρακτηριστικά το μοντέλο του Samuelson στο Samuelson (1962). Το μοντέλο του Samuelson, ως γνωστό, αφορά ένα σύνολο διασπώμενων τεχνικών $[\mathbf{A}^{(\mathbf{i})}, \mathbf{L}^{(\mathbf{i})}]$, με $\mathbf{i}$=1,2,... τις μορφής

$$\mathbf{A}^{(\mathbf{i})} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \;\; \mathbf{L} = [\mathbf{L}_2, \; \mathbf{L}_2]$$

Οι τεχνικές αυτές ορίζονται έτσι, ώστε το σύνολο αυτών των τεχνικών οδηγεί σε ένα σύνολο w-r-σχέσεων της παρακάτω μορφής:



Σχήμα S.1

[1] Δες Levhari (1965) σελ.104-105.
[2] Δες Bruno/Burmeister/Shenshiki (1966) σελ. 537
[3] Δες Harcourt (1970) σελ. 29-33, 137-143, Champernowne (1953-54), Samuelson (1962), Sraffa (1985) σελ. 125-132.

Στο σχήμα αυτό η w-r-σχέση κάθε τεχνικής *i* ορίζεται από μια ευθεία γραμμή, η περιβάλλουσα[1] δε του συνόλου των τεχνικών έχει τέτοια μορφή ώστε οι ισχυρισμοί της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής ικανοποιούνται. Σε κάθε σημείο της, η κλίση της περιβάλλουσας καμπύλης είναι ίση με μείον ένα πολλαπλασιασμένη την τιμιακή ένταση κεφαλαίου της τεχνικής που αντιστοιχεί στο σημείο αυτό. Στο μοντέλο του Samuelson, καίτοι πρόκειται για την με το κριτήριο της w-r-σχέσης κατάταξη ενός άπειρου συνόλου διασπώμενων τεχνικών, κανείς δεν έχει προβεί σε κάποια αμφισβήτηση του μοντέλου αυτού του είδους της αμφισβήτησης του Erreygers πάνω στον Σταμάτη. Το μοντέλο του Samuelson δεν έχει θεωρηθεί ως εσφαλμένο επειδή συγκρίνει διασπώμενες τεχνικές με ένα κριτήριο το οποίο είναι ακατάλληλο για μια τέτοια χρήση. Το μοντέλο του Samuelson δεν έχει αμφισβητηθεί παρά μόνο στο ότι δεν μπορεί να επεκταθεί, όσον αφορά τα συμπεράσματα του, και να συμπεριλάβει κάθε μορφή τεχνικής. Σε αντίθεση με τον Erreygers, κανείς κατά τη διάρκεια των δεκαετιών `60-`70 δεν έθεσε θέμα εγκυρότητας ή μη του κριτηρίου της w-r-σχέσης στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών, και κανείς από τους συγγραφείς των δεκαετιών `80-`90 δεν έθεσε θέμα για σφάλμα των συγγραφέων των δεκαετιών `60-`70 να θέσουν το κριτήριο της w-r-σχέσης ως κριτήριο γενικής εφαρμογής, εξηγώντας ότι αυτό μόνο στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών μπορεί να έχει γενική εφαρμογή. Είναι επίσης ενδιαφέρον να τονίσουμε ότι το μοντέλο του Samouelson δεν αφορά γειτονικές τεχνικές. Σύμφωνα με τις υποθέσεις του Samuelson, αφενός σε καθεμία από τις τεχνικές του μοντέλου η φυσική ένταση κεφαλαίου κάθε διαδικασίας παραγωγής είναι ίση με τη φυσική ένταση κεφαλαίου της άλλης διαδικασίας παραγωγής της υπό θεώρηση τεχνικής, αφετέρου και η φυσική και η τιμιακή ένταση κεφαλαίου κάθε τεχνικής είναι διαφορετική σε μέγεθος από τα αντίστοιχα μεγέθη κάθε άλλης από τις δεδομένες τεχνικές.

Όσον αφορά τώρα τον ισχυρισμό ότι το κριτήριο της w-r-σχέσης εστιάζεται μόνο στην περιβάλλουσα καμπύλη, καθώς και ότι κάθε άλλη αναφορά που εστιάζει το ενδιαφέρον της κάτω από την περιβάλλουσα καμπύλη - όπως π.χ κάνει δηλαδή ο Σταμάτης σε ορισμένα παραδείγματα του άρθρου του Stamatis (1993) - είναι εσφαλμένη, έχουμε να πούμε τα εξής: η κρατούσα προσέγγιση εστιάζεται στην περιβάλλουσα με το επιχείρημα ότι μια ορθολογικά λειτουργούσα οικονομία δεν θα χρησιμοποιούσε ποτέ, σε κατάσταση ισορροπίας, μια τεχνική που για δεδομένο ποσοστό κέρδους οδηγεί σε ένα ονομαστικό ωρομίσθιο μικρότερο από ό,τι μια άλλη τεχνική, η οποία αποτελεί και αυτή μέρος των τεχνικών της δυνατοτήτων. Ωστόσο, καίτοι αυτό πράγματι είναι μια λογική υπόθεση, γιατί είναι εσφαλμένο να διερευνήσει κανείς τι συμβαίνει κάτω από την περιβάλλουσα; Θα μπορούσαμε για παράδειγμα να υποθέσουμε την ύπαρξη δύο κλειστών οικονομιών, καθεμία από τις οποίες χρησιμοποιεί μια διαφορετική τεχνική απλής παραγωγής και παράγει τα ίδια εμπορεύματα με την άλλη. Γιατί θα ήταν εσφαλμένο να διερευνήσει κανείς ποια από τις δύο αυτές κλειστές οικονομίες οδηγεί για δεδομένο ποσοστό κέρδους στο μεγαλύτερο ονομαστικό ωρομίσθιο; Ένας τέτοιος αποκλεισμός, όπως ήδη έχουμε πει, είναι αυθαίρετος και έχει ένα και μοναδικό σκοπό, να αποκλείσει εκείνα τα ζητήματα τα οποία κάνουν σαφές ότι η εξίσωση τυποποίησης

[1] Να σημειωθεί εδώ ότι ο Samuelson ονομάζει την περιβάλλουσα αυτή καμπύλη Factor-Price-Frontier. Περαιτέρω αναφέρουμε και τα από τον Jones εξής σχόλια: «Η καμπύλη w-r-έπαιξε βασικό ρόλο στις πρόσφατες διαμάχες σχετικά με τα προβλήματα που συνδέονται με την έννοια του κεφαλαίου. Ο Samuelson την ονόμασε «Όριο των τιμών των συντελεστών», αλλά οι συγγραφείς του Cambridge, δυσαρεστημένοι με τον υπαινιγμό ότι το κεφάλαιο είναι ένας συντελεστής της παραγωγής ακριβώς όπως και η εργασία, προτιμούν το χαρακτηρισμό «όριο ωρομισθίου /ποσοστού κέρδους», ενώ ο Hicks τα συμβιβάζει αποκαλώντας το «όριο ωρομισθίου». Αυτό δείχνει, για κάθε επίπεδο ποσοστού κέρδους, το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο σταθερής κατάστασης που μπορεί να μεταβληθεί» [δες Jones (1993) σελ. 162-163].

δεν είναι ουδέτερη. Να κρύψει ότι στη γενική περίπτωση τα γραμμικά συστήματα παραγωγής είναι ανίκανα να εισαγάγουν το πραγματικό χρήμα. Πάντως, πέρα από αυτά, ο Σταμάτης δεν είναι ο μόνος που θέτει το ζήτημα ότι κάτω από την περιβάλλουσα, ήτοι στην περίπτωση των μη γειτονικών τεχνικών, η κατάταξη των τεχνικών με κριτήριο το κριτήριο της w-r-σχέσης μεταβάλλεται συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος. Ο Σταμάτης απλώς είναι ο μόνος που ερμηνεύει το ζήτημα αυτό, ο μόνος που ερμηνεύει τις αιτίες και τις συνέπειες του φαινομένου. Για παράδειγμα, το ζήτημα της μεταβολής της κατάταξης των μη γειτονικών τεχνικών συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος το διαπιστώνουν και οι Baldone, Herrero, Jimenez-Raneda, Villar.

Ο Baldone γράφει «In general, when two techniques differ in more than one productive process, the values of the rate of profits at potential switch points depend on the choice of *numeraire*» [δες Baldone (1984) σελ.98].

Ομοίως, οι Herrero/Jimenez-Raneda/Villar συμπεραίνουν
«the *numeraire* is not neutral…though the contrary claim is sometimes made [- σε υποσημείωση στο σημείο αυτό ανεφέρουν :« So Pasinetti (1975.p.190) held that the price relations between different techniques "are independent of the *numeraire* used by the price system (proposition (iii))". As we have shown such independent can not be stated. Afterwards, in the Einglish version of his book, Pasinetti (1977, p. 158-59) corrects the switch of techniques which are consistent with our result»-]…Proposition II [- πρόκειται για πρόταση στην οποία οι εν λόγω οι συγγραφείς αποδεικνύουν το μονοσήμαντο της κατάταξης των τεχνικών-] cannot be generalised to include the case in which techniques (A,l_A) and (B,l_B) differ in more than one method of production» [δες Herrero/Jimenez-Raneda/Villar (1980) σελ. 166-168.] . Με άλλα λόγια, το πρόβλημα της εξάρτησης της κατάταξης των τεχνικών συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος στα πλαίσια τουλάχιστον των μη γειτονικών τεχνικών, όσο και αν οι Erreygers, Kurz, Gehkre προσπαθούν να δώσουν την εντύπωση ότι αυτό συνίσταται στο ότι ο Σταμάτης δεν κατανόησε ορθά το πρόβλημα της έννοιας της επιλογής τεχνικής, είναι πρόβλημα υπαρκτό, το οποίο δεν έχει τεθεί μόνον από τον Σταμάτη.

Το ότι οι τελευταίοι ψέγουν μόνο τον Σταμάτη σημαίνει περαιτέρω ότι ή προσπαθούν να ενισχύσουν τα παραπλανητικά επιχειρήματά τους προσδίδοντας την εντύπωση ότι ο μόνος που θέτει το εν λόγω ζήτημα είναι ο Σταμάτης, και συνεπώς, με το σκεπτικό αυτό, να είναι πιο εύκολο για αυτούς να πείσουν τον αναγνώστη ότι πρόκειται περί λάθους, ή δεν γνωρίζουν καν τα εν λόγω άρθρα, ή προσπαθούν να αποσιωπήσουν το εν λόγω ζήτημα με το να αποσιωπήσουν τα εν λόγω άρθρα. Η μόνη αναφορά που γίνεται είναι στον Yi[1] και στην απάντηση του Ahmad[2]. Η αναφορά όμως αυτή είναι εξίσου παραπλανητική. Το λάθος το οποίο διαπιστώνεται ότι έκανε ο Yi συνίσταται σε μια κατάταξη, στην οποία, αντί να τυποποιήσει με ένα κοινό τυπικό εμπόρευμα, προέβη σε χρήση διαφορετικών τυπικών εμπορευμάτων για καθεμία από τις υπό σύγκριση δεδομένες τεχνικές.

Να παρατηρήσουμε εδώ ότι τα άρθρα των Σταμάτη , Herrero, Jimenez-Raneda, Villar – αλλά και του Akuz - αγνοούνται συστηματικά. Έτσι, είναι χαρακτηριστικό να αναφέρουμε ότι καίτοι οι Kurz/Gehkre, στο Kurz/Gehkre (1994), αναφορικά με το Stamatis (1993) εκφράζουν την άποψη ότι «it is usefull in the sence that it contains an almost complete set of pitfalls into which the less attentive student of the choice of technique problem…and into which the author of the paper has indeed fallen», οι συγγραφείς αυτοί δεν κάνουν καμία αναφορά στους Herrero, Jimenez-Raneda, Villar, Akuz, δεδομένου ότι και αυτοί έχουν θέσει

[1] Δες Yi (1982)
[2] Δες Ahmad (1986)

το ζήτημα της μη ουδετερότητας του numeraire. Η ίδια πρακτική ακολουθείται από τον Kurz και στο Kurz/Salvadori (1995). Και στο σύγγραμμα αυτό, μολονότι πρόκειται για ένα συστηματικό σύγγραμμα της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, δεν γίνεται καμία αναφορά στους εν λόγω συγγραφείς.

Στο σημείο αυτό θα αναφέρουμε ένα άλλο επιπλέον άρθρο, το οποίο και αυτό βρίσκεται σε αντίθεση με την κρατούσα θεωρία και το οποίο αποδυναμώνει το ζήτημα της μονοσήμαντης κατάταξης των τεχνικών και συνεπώς και τους ισχυρισμούς του είδους των Erreygers, Kurz, Gehkre. Πρόκειται για το άρθρο των Pertz/Teplitz στο Pertz/Teplitz (1979). Στο άρθρο αυτό οι συγγραφείς του εκφράζουν τον ισχυρισμό ότι το ζήτημα της επιλογής τεχνικής, όπως αυτό εκφράζεται τόσο από τους νεορικαρδιανούς όσο και από τους νεοκλασικούς, είναι ανεπαρκές σε σχέση με το τι συμβαίνει στην πραγματική οικονομία. Εκφράζουν την άποψη ότι τα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν λαμβάνουν υπόψη τους την τεχνολογική εξέλιξη που λαμβάνει χώρα στα πλαίσια της πραγματικής οικονομίας και η οποία σημαίνει βελτιώσεις τόσο των μεθόδων παραγωγής όσο και των εμπορευμάτων τα οποία παράγουν οι εν λόγω βελτιωθείσες μέθοδοι παραγωγής. Τεχνολογική εξέλιξη η οποία οδηγεί αναγκαστικά σε σύγκριση και κατάταξη μη γειτονικών τεχνικών, με όλες τις συνέπειες που η σύγκριση των μη γειτονικών τεχνικών συνεπάγεται. Πιο συγκεκριμένα, οι Pertz/Teplitz, στο Pertz/Teplitz (1979), παρατηρούν ότι α) οι νεορικαρδιανοί διερευνούν το ζήτημα του switching και reswitcthing και κατά συνέπεια της επιλογής τεχνικής μόνο στα πλαίσια των γειτονικών τεχνικών, β) οι νεορικαρδιανοί θεωρούν ότι το ζήτημα του switching και του reswitching αφορά μη γειτονικές τεχνικές σε εξαιρετικές μόνο περιπτώσεις και γ) στην περίπτωση που οι υπό σύγκριση τεχνικές δεν είναι γειτονικές, τότε τα τρία θεμελιακά συμπεράσματα της νεορικαρδιανής θεωρίας, εκ των οποίων το ένα είναι η ανεξάρτητη από το τυπικό εμπόρευμα επιλογή τεχνικής, παύουν να ισχύουν[1]. Στη βάση αυτών των παρατηρήσεων, συμπεραίνουν ότι η διερεύνηση μόνο των γειτονικών τεχνικών σημαίνει τον αποκλεισμό, από το πεδίο διερεύνησης, των τεχνολογικών και ποιοτικών βελτιώσεων των εμπορευμάτων και των διαδικασιών παραγωγής. Αν, παρατηρούν, στα πλαίσια των όσων συμβαίνουν στην πραγματική οικονομία γίνει αποδεκτό ότι μπορούν να υπάρξουν τεχνολογικές και ποιοτικές διαφοροποιήσεις των παραγόμενων εμπορευμάτων, γίνεται άμεσα φανερό ότι η γενική περίπτωση θα αφορά σύγκριση μη γειτονικών τεχνικών. Γίνεται άμεσα αντιληπτό ότι η σύγκριση γειτονικών τεχνικών θα εμπίπτει στο χώρο των εξαιρέσεων. Όπως γράφουν χαρακτηριστικά: «if the change of some process leads to a change in the quality of the corresponding output, then technical change can no longer be localized in only one sector. Rather, all the industries which have used the former product as a input are forced to adjust to the changed quality of as variations of only one column of the technique…»[2]. Τα τελευταία όμως, εξηγούν, θα σήμαιναν ότι η κατάταξη των τεχνικών θα ήταν εξαρτώμενη από το τυπικό εμπόρευμα[3].

Να τονίσουμε επίσης, ότι παραπλανητικός είναι και εκείνος ο ισχυρισμός των Kurz/Gehkre, σύμφωνα με τον οποίο όσα αναλύονται από τον Σταμάτη σε ένα από τα παραδείγματά του, στο οποίο δείχνει την μεταβολή της κατάταξης συναρτήσει του τυπικού εμπόρευματος, είναι λάθος, γιατί, όπως εξηγούν, το ποια τεχνική θα επιλεγεί στο εν λόγω παράδειγμα θα εξαρτηθεί από την ζήτηση[4]. Όπως θα δούμε στην συνέχεια, το κριτήριο της

---

[1] Τα σημεία αυτά είναι τα σημεία τα οποία διατύπωσε ο Pasinetti στο Pasinetti (1991) σελ.174-175 και τα οποία παραθέσαμε, δες Pertz/Teplitz (1979) σελ. 253.
[2] Pertz/Teplitz (1979) σελ. 252
[3] Δες Pertz/Teplitz (1979) σελ. 253-254.
[4] Δες την αναφορά που κάνουμε στους Kurz/Gehkre στις σελίδες 231-232 της παρούσας εργασίας

w-r-σχέσης είναι ανεξάρτητο από την έννοια της ζήτησης. Στο εν λόγω παράδειγμα -στο οποίο αναφέρονται οι Kurz/Gehkre, και το οποίο είναι αυτό που περιέχεται στην αναφορά που κάναμε σε αυτούς,- η μεταβολή της κατάταξης και της «επιλογής της τεχνικής» είναι προφανέστατη.

***

Ορισμένα επιπλέον χαρακτηριστικά του εν λόγω κριτηρίου, τα οποία πρέπει να τονίσουμε, είναι και τα ακόλουθα.

α) Το κριτήριο της w-r-σχέσης είναι ένα κριτήριο το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για την κατάταξη γειτονικών όσο και μη γειτονικών τεχνικών[1]. Το κριτήριο αυτό προϋποθέτει την κατασκευή όλων των w-r-σχέσεων μιας δεδομένης τεχνολογίας και τη σύγκριση του ποια από αυτές οδηγεί για δεδομένο **r** (ή **w**) στο μεγαλύτερο **w** (ή **r**). Συνεπώς ενέχει και τη σύγκριση μη γειτονικών τεχνικών. Περαιτέρω, είδαμε ότι η με το κριτήριο της w-r-σχέσης σύγκριση και κατάταξη μη γειτονικών τεχνικών έχει ακολουθηθεί πέρα του Σταμάτη και από επιπλέον έξι διαφορετικούς συγγραφείς.

β) Το κριτήριο της w-r-σχέσης προϋποθέτει την ύπαρξη ενός (ατομικού ή συλλογικού) συνολικού καπιταλιστή[2], στον οποίο ανατίθεται η επιλογή της πλέον κερδοφόρας τεχνικής- μέσα από ένα σύνολο τεχνικών γειτονικών ή μη- για λογαριασμό μιας οικονομίας στο σύνολό της. Με άλλα λόγια, το κριτήριο της w-r-σχέσης τίθεται 1) στα πλαίσια μιας δεδομένης οικονομίας στο σύνολό της και 2) στα πλαίσια της ύπαρξης ενός (ατομικού η συλλογικού) συνολικού καπιταλιστή στον οποίο έχει ανατεθεί ο ρόλος του να αποφασίζει ποια τεχνική θα χρησιμοποιεί η εν λόγω δεδομένη οικονομία.

γ) «Κατά την επιλογή τεχνικής σύμφωνα με το κριτήριο της w-r-σχέσης περνάμε από μια τεχνική σε μια άλλη χωρίς καμία εξελισσόμενη στο χρόνο διαδικασία προσαρμογής των τιμών και - για δεδομένο ποσοστό κέρδους- του ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου.»[3]

Όσον αφορά τα σημεία (β), (γ) θα αναφέρουμε και τα ακόλουθα. Τις συνέπειες του (α) ήδη τις έχουμε εξετάσει.

Σε σχέση με τη χρήση του κριτηρίου της w-r-σχέσης όπως χρησιμοποιείται στα πλαίσια της νεοκλασικής συνάρτησης παραγωγής, και το οποίο δεν διαφέρει σε τίποτε από το κριτήριο της w-r-σχέσης όπως το αναπτύξαμε μέχρι εδώ, η Robinson γράφει:

> «Each technique must have had its appropriate stock of inputs built up past accumulation. There is no way of switching from one to another unless we could go back into the past and rewrite history, or go into the future with a long course of investment and disinvestment to change one stock into another» [δες Robinson 1980 σελ.83]
> «There is no such phenomenon [-δηλ. switching ή reswitching-] in real life as accumulation taking place in a given state of technical knowledge. The idea was introduced into economic theory only to give a meaning to the concept of the marginal productivity of capital, just as the pseudo production function was constructed in order to show that it has no meaning» [Δες Robinson (1975) σελ.39]

Το κριτήριο της w-r-σχέσης εκφράζει την επιλογή, στα πλαίσια μιας δεδομένης

[1] Δες Σταμάτης (1997) σελ. 310-311.
[2] Δες Σταμάτης (1997) σελ.311.
[3] Δες Σταματης (1997) σελ.311

τεχνολογίας, εκείνης της τεχνικής που για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο και για δεδομένο τυπικό εμπόρευμα μεγιστοποιεί το ποσοστό κέρδους. Όμως, στα πλαίσια μιας δεδομένης καπιταλιστικής οικονομίας, η επιλογή της χρησιμοποιούμενης για την παραγωγή τεχνικής γίνεται στη βάση της προσπάθειας των ατομικών καπιταλιστών να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους. Στα πλαίσια μιας καπιταλιστικής οικονομίας έχουμε ένα σύνολο καπιταλιστών παραγωγών, καθένας από τους οποίους έχει στη διάθεσή του ένα σύνολο από διαδικασίες παραγωγής. Από αυτές δε τις διαδικασίες ο κάθε καπιταλιστής θα επιλέξει εκείνη, που για δεδομένες τιμές εμπορευμάτων θα μεγιστοποιήσει το κέρδος του. Ωστόσο, αν, σύμφωνα με την σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία, δεδομένο είναι μόνο το ονομαστικό ωρομίσθιο, για να μπορέσει κάθε ατομικός καπιταλιστής παραγωγός να προσδιορίσει εκείνη τη διαδικασία που θα μεγιστοποιήσει το κέρδος του, πρέπει να ξέρει ποιες διαδικασίες παραγωγής θα χρησιμοποιήσουν και οι άλλοι ατομικοί καπιταλιστές, και στη συνέχεια, στη βάση ενός τυπικού εμπορεύματος και ενός δεδομένου ονομαστικού ωρομισθίου, να προσδιορίσει ποια από τις διαδικασίες παραγωγής μεγιστοποιεί το δικό του ποσοστό κέρδους. Η ίδια διαδικασία, για τον προσδιορισμό της χρησιμοποιηθείσας διαδικασίας παραγωγής, θα ακολουθηθεί από κάθε ατομικό καπιταλιστή. Η εφαρμογή δε αυτή της εν λόγω διαδικασίας επιλογής από όλους τους καπιταλιστές θα οδηγήσει στην επιλογή ενός συνόλου διαδικασιών παραγωγής, οι οποίες θα αποτελέσουν τη βάση της παραγωγής της δεδομένης καπιταλιστικής οικονομίας, και συνεπώς θα αποτελέσουν τη χρησιμοποιηθείσα από την οικονομία τεχνική. Τα ζητήματα όμως που τίθενται είναι δύο:

Το πρώτο είναι ότι στα πλαίσια του προσδιορισμού αυτού το τυπικό εμπόρευμα πρέπει να είναι ουδέτερο. Δεν πρέπει δηλαδή για ένα τυπικό εμπόρευμα να προκύπτει ως πλέον κερδοφόρα άλλη διαδικασία παραγωγής από ό,τι για ένα άλλο τυπικό εμπόρευμα. Γιατί τότε αφενός θα υπήρχε το πρόβλημα να μην μπορεί τελικά να καθοριστεί από τους επιμέρους καπιταλιστές παραγωγούς ποια είναι πιο κερδοφόρα διαδικασία παραγωγής, αφετέρου δεν θα μπορούσε να αποκλειστεί η περίπτωση που ένας παραγωγός χρησιμοποιεί διαφορετικό τυπικό εμπόρευμα από ό,τι ένας άλλος και συνεπώς η χρησιμοποιηθείσα στο σύνολό της οικονομίας τεχνική παραγωγής να μην συμπίπτει με αυτή που θα επικρατούσε αν χρησιμοποιούνταν ένα και μοναδικό εμπόρευμα. Στις τελευταίες αυτές επιμέρους περιπτώσεις γίνεται κατανοητό ότι μόνο τυχαία θα μπορούσε να συμπίπτει μια επιλογή τεχνικής, η οποία προσδιορίστηκε απλώς στη βάση ενός δεδομένου ποσοστού κέρδους και ενός ενιαίου σε κάθε διαδικασία παραγωγής τυπικού εμπορεύματος, με την επιλογή εκείνης της τεχνικής η οποία γίνεται στη βάση της προσπάθειας των επιμέρους καπιταλιστών να επιλέξουν τη διαδικασία που μεγιστοποιεί τα κέρδη τους έχοντας ο καθένας τους επιλέξει αυθαίρετα κάποιο τυπικό εμπόρευμα και έχοντας, συνεπώς, προσδιορίσει αυθαίρετα κάποιες τιμές. Αυτό όμως σημαίνει ότι , αν ο προσδιορισμός της επιλεγείσας τεχνικής γίνεται με βάση ένα ενιαίο τυπικό εμπόρευμα, πρέπει είτε το τυπικό εμπόρευμα να είναι αντικειμενικά δεδομένο είτε να επιβάλλεται ως ένα ενιαίο τυπικό εμπόρευμα. Επειδή όμως στα υπό εξέταση μοντέλα δεν υπάρχει κάποιος προσδιορισμός που να κάνει αντικειμενική τη χρησιμοποίηση ενός συγκεκριμένου τυπικού εμπορεύματος, η περίπτωση αυτή πρέπει να αποκλειστεί. Όμως και η περίπτωση της επιβολής ενός συγκεκριμένου τυπικού εμπορεύματος πρέπει να αποκλειστεί. Μια τέτοια επιβολή θα σήμαινε ότι κάποια κεντρική εξουσία επιβάλει στην εν λόγω οικονομία ποιο θα είναι το τυπικό εμπόρευμα και κατά συνέπεια και η επιλεγείσα τεχνική. Αυτό όμως θα ανέτρεπε εκείνη την έννοια του καπιταλισμού, σύμφωνα με την οποία η επιλεγείσα τεχνική ανακύπτει ως συνέπεια της ελεύθερης προσπάθειας των επιμέρους καπιταλιστών να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους και μόνο. Άρα, η επιλογή τεχνικής στα πλαίσια ενός κοινού τυπικού εμπορεύματος και ενός ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου ενέχει μια κεντρική εξουσία, έναν συνολικό καπιταλιστή, που

αποφασίζοντας ποιο θα είναι το κοινό τυπικό εμπόρευμα, αποφασίζει έμμεσα ποια θα θεωρείται ότι είναι και η τεχνική που μεγιστοποιεί το ποσοστό κέρδους.
Το δεύτερο πρόβλημα, το οποίο τίθεται και το οποίο είναι ανεξάρτητο από το πρώτο, είναι το γεγονός ότι στις πραγματικές καπιταλιστικές οικονομίες ο κάθε ατομικός καπιταλιστής δεν γνωρίζει το σύνολο των διαδικασιών παραγωγής που υπάρχουν στη συνολική οικονομία. Αντιθέτως, γνωρίζει ορισμένες μόνο από αυτές. Κάθε ατομικός καπιταλιστής στην καλύτερη περίπτωση γνωρίζει τις διαδικασίες παραγωγής του δικού του τομέα παραγωγής, γνωρίζει τις διαδικασίες παραγωγής που αφορούν την παραγωγή του δικού του μόνο εμπορεύματος και όχι και τις διαδικασίες παραγωγής που αφορούν την παραγωγή άλλων ανόμοιων εμπορευμάτων. Αν λοιπόν ληφθεί υπόψη ότι κάθε ατομικός καπιταλιστής δεν μπορεί να γνωρίζει τι διαδικασίες παραγωγής έχουν στην διάθεσή τους οι άλλοι παραγωγοί-καπιταλιστές, έπεται ότι δεν μπορεί να είναι και γνώστης του τι διαδικασίες παραγωγής θα χρησιμοποιήσουν για την παραγωγή τους. Αν όμως δεν μπορεί να είναι γνώστης του τι διαδικασίες θα χρησιμοποιήσουν οι υπόλοιποι καπιταλιστές, δεν μπορεί να υπολογίσει και ποια από τις διαδικασίες παραγωγής που έχει στη διάθεσή του θα μεγιστοποιήσει το κέρδος του, αφού δεν θα είναι σε θέση να προσδιορίσει τις εν τέλει από τους άλλους καπιταλιστές χρησιμοποιηθείσες διαδικασίες παραγωγής. Το μόνο που μπορεί να κάνει κάθε επιμέρους καπιταλιστής είναι να *εκτιμήσει*, να υποθέσει, ποιες διαδικασίες παραγωγής θα χρησιμοποιηθούν από τους άλλους καπιταλιστές. Το να εκτιμήσει όμως, να υποθέσει δηλαδή ποιες περίπου θα είναι οι χρησιμοποιούμενες από τους άλλους καπιταλιστές διαδικασίες παραγωγής, σημαίνει ότι μόνο τυχαία μπορεί να προκύψει η τεχνική εκείνη που θα προέκυπτε αν ήταν γνωστές στους επιμέρους καπιταλιστές όλες οι διαδικασίες παραγωγής της οικονομίας. Συνεπώς, το να χρησιμοποιεί κανείς το κριτήριο της w-r-σχέσης θεωρώντας ότι τίθεται στα πλαίσια της γνώσης όλων των διαδικασιών παραγωγής που έχει στη διάθεσή της μια δεδομένη καπιταλιστική οικονομία μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, είναι ισοδύναμο είτε με το ότι οι επιμέρους καπιταλιστές έχουν γνώση τόσο των διαδικασιών των άλλων καπιταλιστών όσο και το ποιες από αυτές θα χρησιμοποιήσουν, είτε με την ύπαρξη ενός κεντρικού οργανισμού, ο οποίος έχει την εν λόγω γνώση και συνεπώς είναι σε θέση να προσδιορίσει την τεχνική που μεγιστοποιεί το ποσοστό κέρδους. Το να υποτεθεί, βέβαια, ότι το κριτήριο της w-r-σχέσης ενέχει πως είτε οι επιμέρους καπιταλιστές γνωρίζουν το σύνολο των διαδικασιών παραγωγής της οικονομίας είτε υπάρχει ένας κεντρικός οργανισμός, ο οποίος ενεργεί ως ένας συνολικός καπιταλιστής, σημαίνει ότι το εν λόγω κριτήριο δεν μπορεί να ερμηνεύσει αποτελεσματικά τις πραγματικές καπιταλιστικές οικονομίες[1].

Έτσι και σύμφωνα με τα τελευταία, η χρήση του κριτηρίου της w-r-σχέσης παρουσιάζει:

α) την αδυναμία να μας ερμηνεύσει το πώς από μια κατάσταση ισορροπίας περνάμε σε μια άλλη κατάσταση ισορροπίας. Αυτό συμβαίνει γιατί σε μια ήδη υπάρχουσα κατάσταση ισορροπίας έχει διαμορφωθεί μια συγκεκριμένη συσσώρευση κεφαλαίου, η οποία για να αλλάξει θα απαιτήσει μια κατάσταση προσαρμογής. Στα πλαίσια του εν λόγω κριτηρίου αυτή η κατάσταση προσαρμογής όχι μόνο είναι ανύπαρκτη και συνεπώς μη ερμηνεύσιμη, αλλά ακόμα περισσότερο είναι σαν να μην υπάρχει καν μια τέτοια διαδικασία,

[1] Για το σημείο αυτό δες Σταμάτης (1996β) σελ.1Ο4-1Ο9.

β) την αδυναμία να μας οδηγήσει στην πλέον κερδοφόρα τεχνική. Γίνεται σαφές ότι εν τέλει το κριτήριο της w-r-σχέσης δεν μπορεί να τεθεί βάσιμα στα πλαίσια ενός (ατομικού ή συλλογικού) καπιταλιστή, αλλά στα πλαίσια των επιμέρους καπιταλιστών των επιμέρους κλάδων παραγωγής. Η διαπίστωση αυτή οδηγεί, όπως είδαμε, στο συμπέρασμα ότι, επειδή οι επιμέρους καπιταλιστές προβαίνουν σε μια διαδικασία εκτιμήσεων, το εν λόγω κριτήριο δεν είναι σε θέση να μας οδηγήσει αναγκαστικά στην κερδοφόρα τεχνική που επιλέγεται πράγματι στα πλαίσια των πραγματικών οικονομιών.

γ) την αδυναμία να αποτελέσει κριτήριο επιλογής τεχνικής, γιατί μεταβαλλόμενης της τυποποίησης μεταβάλλεται και η πλέον κερδοφόρα τεχνική. Το σημείο αυτό θα το αναπτύξουμε στην συνέχεια.

ΙΙΙ.3 Η εξάρτησή της κατάταξης και επιλογής τεχνικής από το **τυπικό εμπόρευμα και το τυπικό υποσύστημα στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης**

Στο σημείο αυτό θα αποδείξουμε τον ισχυρισμό, ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται όχι μόνο η κατάταξη των τεχνικών μιας δεδομένης τεχνολογίας, αλλά και η πλέον κερδοφόρα τεχνική. Πιο συγκεκριμένα, θα δείξουμε ότι στην περίπτωση που μια δεδομένη τεχνολογία καταλαμβάνει και διασπώμενες τεχνικές, τότε μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται και η επιλογή της πλέον κερδοφόρας τεχνικής. Περαιτέρω, θα αναλύσουμε και το ζήτημα της επιλογής τεχνικής στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών. Ήδη έχουμε δείξει ότι μια w-r-σχέση δεν αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος ούτε ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής ούτε της τεχνικής που χρησιμοποιεί - πράγμα που ισχυρίζεται η σύγχρονη νεορικαρδιανή θεωρία-, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος που τους αντιστοιχεί. Εδώ θα δείξουμε ότι στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης η μεταβολή της κατάταξης και της επιλογής τεχνικής συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος συνίσταται ακριβώς στο ότι εν τέλει δεν συγκρίνουμε τεχνικές, αλλά τυπικά υποσυστήματα. Θα αρχίσουμε την πραγμάτευση των ζητημάτων αυτών παραθέτοντας το παράδειγμα το οποίο χρησιμοποιήθηκε από τον Σταμάτη στο Stamatis (1993) σελ. 431-4 και στο οποίο αναφέρθηκαν, όπως είδαμε προηγουμένως, και οι Erreygers, Kurz/Gehkre. Στη συνέχεια, θα γενικεύσουμε το παράδειγμα αυτό και θα περάσουμε στη διερεύνηση των μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής. Τέλος, θα αναπτύξουμε τις συνέπειες της μεταβολής του τυπικού εμπορεύματος στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής.

Το παράδειγμα έχει ως εξής: Έστω οι γραμμικές τεχνικές $[\mathbf{A}^{\mathbf{a}},\mathbf{L}^{\mathbf{a}}]$ και $[\mathbf{A}^{\mathbf{b}},\mathbf{L}^{\mathbf{b}}]$, η χρησιμοποίηση των οποίων αφορά ένα άγνωστο πραγματικό ωρομίσθιο που πληρώνεται ως μέρος από το καθαρό προϊόν στο τέλος της περιόδου παραγωγής. Για τις τεχνικές αυτές ισχύει ειδικότερα ότι:

$$\mathbf{A}^{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0.75 \end{bmatrix}, \ \mathbf{L}^{\mathbf{a}} = [0.25 \ \ 0.25]$$

$$\mathbf{A}^{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{L}^{\mathbf{b}} = [0.25 \ \ 0.25]$$

Στα πλαίσια του παραδείγματος, προφανώς, εξετάζονται δύο διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής. Στα πλαίσια αυτών τεχνικών, θα διερευνήσουμε τις w-r-σχέσεις στις οποίες οδηγούν για δύο διαφορετικά τυπικά εμπορεύματα. Το ένα τυπικό εμπόρευμα θα εμπεριέχει μόνο τα βασικά εμπορεύματα των δεδομένων τεχνικών ενώ το άλλο και τα μη βασικά εμπορεύματα αυτών. Οι εν λόγω προκύπτουσες w-r-σχέσεις θεωρούνται τόσο ως οι w-r-σχέσεις των συστημάτων που χρησιμοποιούν τις δεδομένες τεχνικές όσο και ως οι w-r-σχέσεις των ιδίων των τεχνικών. Στα πλαίσια του παραδείγματος θα δειχθεί ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλονται τόσο οι w-r-σχέσεις όσο και η κατάταξη των τεχνικών, τις οποίες ενέχουν αυτές οι προκύπτουσες w-r-σχέσεις. Να σημειωθεί ότι η μια εκ των υπό εξέταση τεχνικών είναι κατασκευασμένη έτσι, ώστε το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα να είναι μεγαλύτερο από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα.

Οι δύο διαφορετικές τυποποιήσεις είναι οι ακόλουθες:

A) $2\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} = 2\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}} = 1$

B) $0.5\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} + 0.5\mathbf{p}_2^{\mathbf{a}} = 0.5\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}} + 0.5\mathbf{p}_2^{\mathbf{b}} = 1$

Όπου $\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}$ η τιμή του εμπορεύματος 1 στα πλαίσια της τεχνικής **a**. Ο υποδείκτης του $\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}$ εκφράζει το εμπόρευμα την τιμή του οποίου διερευνούμε και ο υπερδείκτης την τεχνική στα πλαίσια της οποίας προσδιορίζεται η τιμή του εν λόγω εμπορεύματος. Αντίστοιχα, το $\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}}$ εκφράζει την τιμή του εμπορεύματος 1 στα πλαίσια της τεχνικής **b**, το $\mathbf{p}_2^{\mathbf{a}}$ εκφράζει την τιμή του εμπορεύματος 2 στην τεχνική **a** και το $\mathbf{p}_2^{\mathbf{b}}$ εκφράζει την τιμή του εμπορεύματος 2 στην τεχνική **b**.

Η τυποποίηση (Α) δηλώνει ότι δύο μονάδες του βασικού εμπορεύματος 1 έχουν τεθεί ως τυπικό εμπόρευμα και ως πλασματικό χρήμα και στις δύο υπό θεώρηση τεχνικές. Η τυποποίηση (Β) εκφράζει ότι ως τυπικό εμπόρευμα και ως πλασματικό χρήμα έχουν χρησιμοποιηθεί και για τις δύο τεχνικές 0.5 μονάδες του εμπορεύματος 1 και 0.5 μονάδες του εμπορεύματος 2. Να τονιστεί επίσης ότι η τεχνική **b** υπερέχει πάντα της τεχνικής **a**. Το τελευταίο συμβαίνει, γιατί και οι δύο τεχνικές για να παράγουν μια μονάδα του εμπορεύματος 1 χρησιμοποιούν τις ίδιες ποσότητες εισροών, ήτοι την ίδια ποσότητα σε εμπόρευμα 1 και την ίδια ποσότητα εργασίας. Αντιθέτως, για την παραγωγή του εμπορεύματος 2 η τεχνική **b** χρησιμοποιεί λιγότερες εισροές από ό,τι η τεχνική **a**· ενώ η τεχνική **b** για να παράγει μια μονάδα του εμπορεύματος 2 χρησιμοποιεί 0.25 μονάδες εργασίας και 0.25 μονάδες του εμπορεύματος 1, η τεχνική **a** για να παράγει μια μονάδα του εμπορεύματος 2 χρησιμοποιεί τόσο 0.25 μονάδες εργασίας και 0.25 μονάδες εμπορεύματος καθώς επίσης και 0.75 μονάδες του εμπορεύματος 2.

Στα πλαίσια της τυποποίησης (Α) προκύπτουν τα ακόλουθα:

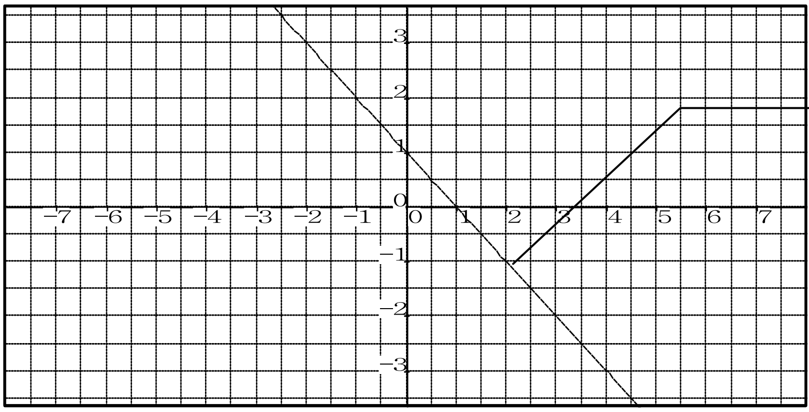
$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} = 0.5\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{w}^{\mathbf{a}}0.25 \\ \mathbf{p}_2^{\mathbf{a}} = (0.25\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} + 0.75\mathbf{p}_2^{\mathbf{a}})(1+\mathbf{r}) + \mathbf{w}^{\mathbf{a}}0.25 \\ 2\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} = 2\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}} = 1\end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{w}^{\mathbf{a}} = 1-\mathbf{r}$$

Όπου το $\mathbf{w}^{\mathbf{a}}$ εκφράζει το ονομαστικό ωρομίσθιο το οποίο αντιστοιχεί για κάθε δεδομένο r στα πλαίσια της τεχνικής **a**.

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}} = 0.5\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{w}^{\mathbf{b}}0.25 \\ \mathbf{p}_2^{\mathbf{b}} = 0.25\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{w}^{\mathbf{b}}0.25 \\ 2\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} = 2\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}} = 1\end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{w}^{\mathbf{b}} = 1-\mathbf{r}$$

Το $\mathbf{w}^{\mathbf{b}}$ εκφράζει το ονομαστικό ωρομίσθιο το οποίο προκύπτει για κάθε δεδομένο r στα πλαίσια της τεχνικής **b**.

Η γραφική μορφή αυτών των w-r-σχέσεων δίνεται στο ακόλουθο σχήμα



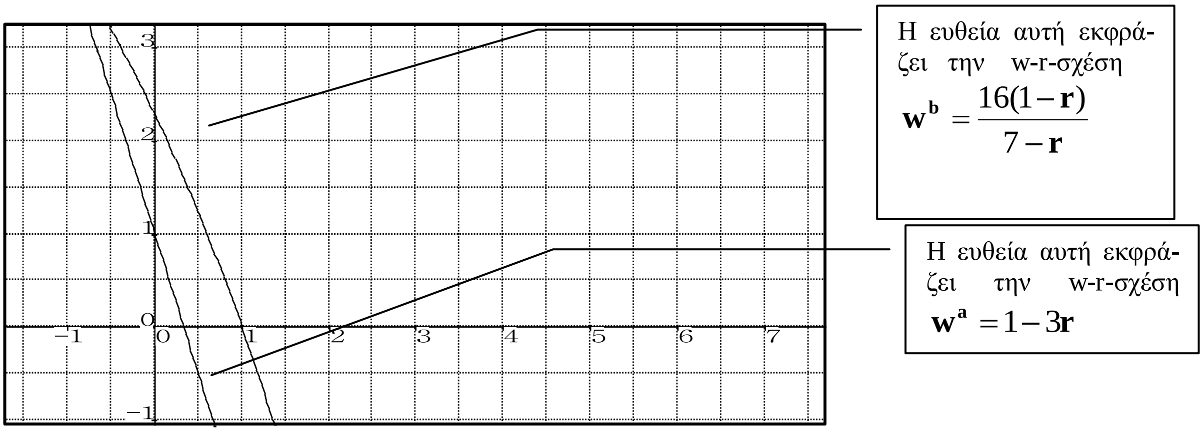
Η ευθεία αυτή εκφράζει τις w-r-σχέσεις των τεχνικών a, b, ήτοι των $\mathbf{w}^{\mathbf{a}} = 1-\mathbf{r} = \mathbf{w}^{\mathbf{b}}$

Για την τυποποίηση αυτή ισχύει ότι για κάθε r, $\mathbf{r} \in [0,1]$, οι τεχνικές **a, b** οδηγούν στο ίδιο ονομαστικό ωρομίσθιο. Συνεπώς, για κάθε οικονομικά σημαντική τιμή του ποσοστού κέρδους οι τεχνικές **a, b** είναι εξίσου κερδοφόρες. Επίσης είναι φανερό, ότι οι προκύπτουσες w-r-σχέσεις εξαρτώνται μόνο:
από τις εξισώσεις που αφορούν τη διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 1 και
από την εξίσωση τυποποίησης
Η διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 2 στα πλαίσια της τυποποίησης (Α) δεν επιδρά καθόλου στον προσδιορισμό της w-r-σχέσης.

Τώρα, υπό την τυποποίηση (Β) για τις w-r-σχέσεις και για το οικονομικά σημαντικό πεδίο τιμών των r, w προκύπτουν τα παρακάτω:

$$\mathbf{w}^{\mathbf{a}} = 1-3\mathbf{r}, \quad \boldsymbol{\mu\varepsilon} \quad \mathbf{w}_{\max}^{1} = 1 \quad \boldsymbol{\kappa\alpha\iota} \quad \mathbf{r}_{\max}^{\mathbf{a}} = \frac{1}{3}$$

$$\mathbf{w}^{\mathbf{b}} = \frac{16(1-\mathbf{r})}{7-\mathbf{r}}, \quad \mu\varepsilon \quad \mathbf{w}_{\max}^{\mathbf{b}} = \frac{16}{7}, \quad \kappa \quad \mathbf{r}_{\max}^{\mathrm{b}} = 1$$



Από τις w-r-σχέσεις που αφορούν την τυποποίηση αυτή είναι φανερό, ότι μεταβαλλόμενης της τυποποίησης μεταβάλλονται τόσο οι w-r-σχέσεις που αντιστοιχούν στις τεχνικές **a,b** όσο και η επιλογή της πλέον κερδοφόρας τεχνικής, η οποία προκύπτει στα πλαίσια της εφαρμογής του εν λόγω κριτηρίου. Με άλλα λόγια, κατά τη δεύτερη τυποποίηση η τεχνική **b** υπερέχει σε σχέση με την τεχνική **a** για κάθε οικονομικά σημαντική δεδομένη τιμή του ποσοστού κέρδους r. Για κάθε οικονομικά σημαντική τιμή του r η τεχνική **b** είναι πάντα πιο κερδοφόρα από την **a**.

Στο παράδειγμα αυτό, η μεταβολή πρώτον, της κατάταξης και δεύτερον, της επιλεγείσας τεχνικής είναι συνέπεια του ότι οι w-r-σχέσεις που προκύπτουν δεν είναι οι w-r-σχέσεις των τεχνικών αυτών, αλλά οι w-r-σχέσεις των τυπικών υποσυστημάτων που αντιστοιχούν στις τεχνικές αυτές στα πλαίσια των τυποποιήσεων (A),(B). Στο προηγούμενο μέρος είδαμε ότι τόσο η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης παραγωγής καθώς και οι τιμές των εμπορευμάτων ενός συστήματος παραγωγής, όσο και η θέση και η κλίση της w-r-σχέσης μιας τεχνικής παραγωγής, καθώς και οι τιμές των εμπορευμάτων της, αποτελούν χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος. Είδαμε ότι τα μεγέθη αυτά, στα πλαίσια της υπόθεσης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους και ενός ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου καθώς και στα πλαίσια της ύπαρξης μιας ενιαίας τιμής για κάθε εμπόρευμα, ανάγονται και σε w-r-σχέση και σε τιμές των εμπορευμάτων του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Παράλληλα, τα ίδια μεγέθη ανάγονται και σε w-r-σχέση και σε τιμές των εμπορευμάτων της δεδομένης τεχνικής. Τα τελευταία συμβαίνουν προφανώς και στα πλαίσια του ζητήματος της «επιλογής τεχνικής». Η επιλογή τεχνικής προϋποθέτει την ύπαρξη ήδη προσδιορισμένων απόλυτων τιμών και συνεπώς των διαμέσου της έννοιας της τυποποίησης και της έννοιας του τυπικού υποσυστήματος προσδιορισμένων απόλυτων τιμών. Τώρα, καθώς είναι προφανές, στη βάση της ανάλυσης του Μέρους ΙΙ, ότι α) κάθε w-r-σχέση είναι η w-r-σχέση ενός τυπικού υποσυστήματος και β) ότι εντέλει αυτό που συγκρίνεται με βάση το κριτήριο της w-r-σχέσης δεν είναι οι δεδομένες τεχνικές αλλά τα τυπικά υποσύστημα που αντιστοιχούν στις τεχνικές αυτές, θα περιοριστούμε σε ορισμένες μόνο πτυχές της *επιλογής τεχνικής* που προκύπτει με βάση το κριτήριο της w-r-σχέσης.

Στο πλαίσιο της τυποποίησης (A) η τιμή του εμπορεύματος 1, τόσο στη τεχνική **b** όσο και στην τεχνική **a**, είναι προσδιορισμένη και ίση με τη μονάδα. Αυτό, επειδή τόσο η διαδικασία 1 της τεχνικής **a** όσο και της τεχνικής **b** είναι η αυτή διαδικασία παραγωγής και επειδή αυτή η διαδικασία παραγωγής δεν χρησιμοποιεί άλλα εμπορεύματα πέραν του εμπορεύματος 1 το οποίο παράγει η ίδια, έχει ως συνέπεια ώστε το ονομαστικό ωρομίσθιο **w** για κάθε δεδομένο ποσοστό κέρδους r να προσδιορίζεται αποκλειστικά, σε καθεμία από τις εν λόγω τεχνικές, από τη διαδικασία 1. Αυτός είναι ο λόγος που οι w-r-σχέσεις των τεχνικών **a, b** στα πλαίσια της τυποποίησης (A) είναι οι ίδιες. Από την άλλη μεριά, ο προσδιορισμός με αυτόν τον τρόπο των w-r-σχέσεων των δύο τεχνικών σημαίνει ότι στο προσδιορισμό του μέγιστου οικονομικά σημαντικού ποσοστού κέρδους και στο προσδιορισμό του ονομαστικού ωρομισθίου για κάθε δεδομένο ποσοστό κέρδους η τιμή και οι συνθήκες παραγωγής του μη βασικού εμπορεύματος δεν παίζουν απολύτως κανένα ρόλο. Ωστόσο, το τελευταίο είναι αυθαίρετο και παραπλανητικό. Το εμπόρευμα 2 της τεχνικής **a** είναι ένα τέτοιο μη βασικό εμπόρευμα, το οποίο εισέρχεται στην ίδια του την παραγωγή και του οποίου οι συνθήκες παραγωγής ορίζουν ένα μέγιστο ποσοστό κέρδους μικρότερο από αυτό που ορίζουν οι συνθήκες παραγωγής του εμπορεύματος 1 της ίδιας αυτής τεχνικής. Συνεπώς, το ότι οι δύο δεδομένες τεχνικές για την τυποποίηση (A) οδηγούν στην ίδια w-r-σχέση σημαίνει απλώς ότι τα διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης (A) προσδιορισμένα ονομαστικά μεγέθη και συνεπώς οι διαμέσου της εξίσωσης τυποποίησης (A) προσδιορισμένες w-r-σχέσεις δεν είναι ονομαστικά μεγέθη και w-r-σχέσεις των τεχνικών αυτών, αλλά ονομαστικά μεγέθη και w-r-σχέσεις των τυπικών υποσυστημάτων που αντιστοιχούν στη δεδομένη τυποποίηση. Με άλλα λόγια, τα ονομαστικά μεγέθη και οι w-r-σχέσεις οι οποίες αντιστοιχούν στις δεδομένες τεχνικές **a, b** είναι ονομαστικά μεγέθη εκείνων των (τυπικών) υποσυστημάτων των εν λόγω τεχνικών, τα οποία χρησιμοποιούν μόνο την διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 1. Αυτά δε τα ονομαστικά μεγέθη ανάγονται και σε ονομαστικά μεγέθη των εν λόγω τεχνικών.

Στα πλαίσια τώρα της εξίσωσης τυποποίησης (B), οι w-r-σχέσεις, οι οποίες προκύπτουν στα πλαίσια των δεδομένων τεχνικών, διαφέρουν. Η w-r-σχέση της τεχνικής **a** λαμβάνει τώρα υπόψη της και τις συνθήκες παραγωγής του εμπορεύματος 2. Το τελευταίο είναι συνέπεια του ότι η εξίσωση τυποποίησης (B) εμπεριέχει και το μη βασικό εμπόρευμα 2, το οποίο στην τεχνική **a** εισέρχεται και στην ίδια τη δική του παραγωγή. Με άλλα λόγια, το τυπικό υποσύστημα, το οποίο προκύπτει στα πλαίσια της τυποποίησης (B), περιλαμβάνει και τις συνθήκες παραγωγής και του μη βασικού εμπορεύματος. Αυτό δε το μη βασικό εμπόρευμα στα πλαίσια της τεχνικής **a** συμμετέχει καθοριστικά στο προσδιορισμό του μέγιστου ποσοστού κέρδους της. Συνεπώς, όπως προκύπτει από την παραπάνω διερεύνηση, η μεταβολή της εξίσωσης τυποποίησης οδηγεί στη μεταβολή της πλέον κερδοφόρας τεχνικής γιατί η εξίσωση τυποποίησης δεν είναι ουδέτερη. Η εισαγωγή και η μεταβολή μιας εξίσωσης τυποποίησης σημαίνει τον προσδιορισμό και τη μεταβολή ορισμένων τυπικών υποσυστημάτων, τα ονομαστικά μεγέθη των οποίων ανάγονται και σε ονομαστικά μεγέθη των δεδομένων τεχνικών.

Έπεται επίσης ότι η σύγκριση με το κριτήριο της w-r-σχέσης ορισμένων δεδομένων γειτονικών ή μη τεχνικών δεν είναι σύγκριση των τεχνικών αυτών, αλλά σύγκριση των τυπικών τους υποσυστημάτων ως προς την κερδοφορία τους. Περαιτέρω, η ορθολογική χρήση του κριτηρίου της w-r-σχέσης απαιτεί τη χρησιμοποίηση ενός τέτοιου τυπικού εμπορεύματος, ώστε το τυπικό υποσύστημα που προκύπτει να περιλαμβάνει όλα τα παραγόμενα από τις υπό διερεύνηση δεδομένες τεχνικές εμπορεύματα καθώς και όλες τις διαδικασίες. Στην τελευταία περίπτωση, τα τυπικά υποσυστήματα, τα οποία αντιστοιχούν στις δεδομένες τεχνικές, συμπίπτουν ως προς τις διαδικασίες παραγωγής με τις διαδικασίες παραγωγής των δεδομένων τεχνικών. Όπως είδαμε στο παραπάνω παράδειγμα, όταν ως εξίσωση τυποποίησης χρησιμοποιήθηκε η (A), τα αντίστοιχα τυπικά εμπορεύματα αποτελούνταν μόνο από τη διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 1, ενώ οι τεχνικές **a, b** αποτελούνταν από τις συνθήκες παραγωγής τόσο του εμπορεύματος 1 όσο και του εμπορεύματος 2. Όταν η εξίσωση τυποποίησης περιέλαβε και το εμπόρευμα 2, τότε τα αντίστοιχα τυπικά υποσυστήματα αποτελούνταν και από τις δύο διαδικασίες παραγωγής που αποτελούνταν και οι δεδομένες τεχνικές. Με άλλα λόγια, υπό την τυποποίηση (Β) τα τυπικά υποσυστήματα των δεδομένων τεχνικών, σε σχέση με τις διαδικασίες από τις οποίες πλαισιώθηκαν, ταυτίστηκαν με τις δεδομένες αυτές τεχνικές. Το τελευταίο όμως σημαίνει ότι τα με αυτό τον τρόπο προσδιορισμένα ονομαστικά μεγέθη είναι συνέπεια όλων των συνθηκών παραγωγής των δεδομένων τεχνικών και όχι συνέπεια κάποιας αναγωγής, όπως π.χ αυτής που αναλύθηκε κατά την τυποποίηση (Α). Αναγωγής η οποία ενδέχεται να σημαίνει την απαίτηση ότι ορισμένες διαδικασίες παραγωγής πρέπει να λειτουργήσουν με αντιοικονομικούς όρους. Στην περίπτωση της τεχνικής και της τυποποίησης (Α) καίτοι η διαδικασία 2 ενέχει ένα μέγιστο ποσοστό κέρδους ίσο με r=1/3, το τυπικό υποσύστημα ορίζει ως οικονομικά σημαντικό διάστημα του r το διάστημα $0 \le \mathbf{r} \le 1$. Η διαπίστωση αυτή για την ορθολογική χρήση του εν λόγω κριτηρίου διαπιστώθηκε και ερμηνεύθηκε για πρώτη φορά από τον Σταμάτη το 1987 [δες Σταμάτης (1995) σελ.227,342].

Στη συνέχεια θα εισάγουμε μια γενικότερη διαπίστωση της μεταβολής της κατάταξης των διασπώμενων τεχνικών συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος.

Έστω οι δεδομένες διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής $[\mathbf{A}^{\mathbf{a}},\mathbf{L}^{\mathbf{a}}],[\mathbf{A}^{\mathbf{b}},\mathbf{L}^{\mathbf{b}}]$, οι οποίες είναι της παρακάτω μορφής

$$\mathbf{A}^{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^{\mathbf{a}} & \mathbf{A}_{12}^{\mathbf{a}} \\ 0 & \mathbf{A}_{22}^{\mathbf{a}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1^{\mathbf{a}}, \mathbf{L}_2^{\mathbf{a}}]$$

$$\mathbf{A}^{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^{\mathbf{b}} & \mathbf{A}_{12}^{\mathbf{b}} \\ 0 & \mathbf{A}_{22}^{\mathbf{b}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1^{\mathbf{b}}, \mathbf{L}_2^{\mathbf{b}}]$$

Επίσης υποθέτουμε ότι $\mathbf{A}_{11}^{\mathbf{a}} = \mathbf{A}_{11}^{\mathbf{b}},\ \mathbf{A}_{12}^{\mathbf{a}} = \mathbf{A}_{12}^{\mathbf{b}},\ \mathbf{A}_{22}^{\mathbf{a}} \le \mathbf{A}_{22}^{\mathbf{b}},\ \mathbf{L}^{\mathbf{a}} = \mathbf{L}^{\mathbf{b}},\ \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}^{\mathbf{a}}} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}^{\mathbf{a}}},\ \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}^{\mathbf{b}}} < \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}^{\mathbf{b}}}$.

Υπό την υπόθεση ότι οι τεχνικές είναι παραγωγικές έπεται ότι

$$1 > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}^{\mathbf{b}}} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}^{\mathbf{a}}} = \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{11}^{\mathbf{b}}} > \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}_{22}^{\mathbf{a}}} > 0 \qquad \text{και} \qquad 0 < \overline{\mathbf{R}}_2^{\mathbf{b}} < \overline{\mathbf{R}}_1^{\mathbf{a}} = \overline{\mathbf{R}}_1^{\mathbf{b}} < \overline{\mathbf{R}}_2^{\mathbf{a}}$$

Για τον προσδιορισμό των ατυποποίητων τιμών, σύμφωνα με τα όσα έχουμε πει, ισχύουν τα ακόλουθα συστήματα εξισώσεων:

για $0 \le \mathbf{r} < \mathbf{r}_{\max}^{\mathbf{a}} \quad \mathbf{p}^{\mathbf{a}} = \mathbf{w}^{\mathbf{a}}\mathbf{L}^{\mathbf{a}}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{a}}]^{-1} \Rightarrow$

$$[\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}, \mathbf{p}_2^{\mathbf{a}}] = \mathbf{w}[\mathbf{L}_1^{\mathbf{a}}, \mathbf{L}_2^{\mathbf{a}}] \begin{bmatrix} [\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}^{\mathbf{a}}]^{-1} & (1+\mathbf{r})[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12}^{\mathbf{a}}[\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}^{\mathbf{a}}]^{-1} \\ 0 & [\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}^{\mathbf{a}}]^{-1} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}, \mathbf{p}_2^{\mathbf{b}}] = \mathbf{w}[\mathbf{L}_1^{\mathbf{a}}, \mathbf{L}_2^{\mathbf{a}}] \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11}^{\mathbf{a}}(\mathbf{r}) & \mathbf{B}_{11}^{\mathbf{a}}(\mathbf{r})(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12}^{\mathbf{a}}\mathbf{B}_{22}^{\mathbf{a}}(\mathbf{r}) \\ 0 & \mathbf{B}_{22}^{\mathbf{a}}(\mathbf{r}) \end{bmatrix}$$

με $\quad \mathbf{B}_{11}^{\mathbf{a}}(\mathbf{r}) = [\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{11}^{\mathbf{a}}]^{-1} \qquad$ και $\qquad \mathbf{B}_{22}^{\mathbf{b}}(\mathbf{r}) = [\mathbf{I} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}^{\mathbf{b}}]^{-1}$

και για $\mathbf{r} = \mathbf{r}^{\mathbf{a}}_{\max}$,

$$\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^{\mathbf{a}}_{\max})\mathbf{A}^{\mathbf{a}}] = 0 \Rightarrow [\mathbf{p}^{\mathbf{a}}_1, \mathbf{p}^{\mathbf{a}}_2]\begin{bmatrix} [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^{\mathbf{a}}_{\max})\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{11}] & [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^{\mathbf{a}}_{\max})\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{12}] \\ 0 & [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^{\mathbf{a}}_{\max})\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{22}] \end{bmatrix} = 0.$$

Αντιστοίχως, για $0 \le \mathbf{r} < \mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max}$ τότε $\mathbf{p}^{\mathbf{b}} = \mathbf{w}^{\mathbf{b}}\mathbf{L}^{\mathbf{b}}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}]^{-1}$

$$[\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2] = \mathbf{w}^{\mathbf{b}}[\mathbf{L}^{\mathbf{b}}_1, \mathbf{L}^{\mathbf{b}}_2]\begin{bmatrix} [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}]^{-1} & (1+\mathbf{r})[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}]^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{12}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22}]^{-1} \\ 0 & [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22}]^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2] = \mathbf{w}^{\mathbf{b}}[\mathbf{L}^{\mathbf{b}}_1, \mathbf{L}^{\mathbf{b}}_2]\begin{bmatrix} \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11}(\mathbf{r}) & \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11}(\mathbf{r})(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{12}\mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{22}(\mathbf{r}) \\ 0 & \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{22}(\mathbf{r}) \end{bmatrix},$$

με $\mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11}(\mathbf{r}) = [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}]^{-1}$ και $\mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{22}(\mathbf{r}) = [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22}]^{-1}$.

Τέλος, για $\mathbf{r} = \mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max}$

$$\mathbf{p}^{\mathbf{b}}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}] = 0 \Rightarrow [\mathbf{p}^{\mathbf{b}}_1, \mathbf{p}^{\mathbf{b}}_2]\begin{bmatrix} [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}] & [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{12}] \\ 0 & [\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22} \end{bmatrix} = 0$$

Να σημειώσουμε εδώ ότι ως $\mathbf{r}_{\max}$ ορίζουμε τη μέγιστη οικονομικά σημαντική τιμή την οποία μπορεί να λάβει το ποσοστό κέρδους. Ωστόσο, επειδή ήδη έχουμε δείξει ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους στις διασπώμενες τεχνικές, στις οποίες η μέγιστη ιδιοτιμή του βασικού τομέα είναι μικρότερη αυτής του βασικού, μεταβάλλεται συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος -αφού συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλονται και τα τυπικά υποσυστήματα σε σχέση με τα σύνολα εξισώσεων που αφορούν-, έπεται ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους των δεδομένων τεχνικών **a,b** -για τις οποίες ισχύουν $1 > \lambda^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22}}_{\mathbf{m}} > \lambda^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{22}}_{\mathbf{m}} > \lambda^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{11}}_{\mathbf{m}} = \lambda^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}}_{\mathbf{m}} > 0$ και $0 < \overline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}_2 < \overline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}_2 < \overline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}_1 = \overline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}_1$-, όταν τυποποιηθούν, μεταβάλλεται συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος. Ειδικότερα, αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί ένα βασικό εμπόρευμα, τότε το μέγιστο ποσοστό κέρδους των δεδομένων τεχνικών θα συμπίπτει με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τους υποσυστήματος, ήτοι $\mathbf{r}^{\mathbf{a}}_{\max} = \overline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}_2$, $\mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max} = \overline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}_2$. Αντιθέτως, αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί ένα βασικό εμπόρευμα, τότε ως μέγιστο ποσοστό κέρδους θα προκύψει το $\overline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}_1 = \overline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}_1$. Η ανάλυση που ακολουθεί στηρίζεται στη βάση αυτού του συμπεράσματος.

Αν για να προσδιορίσουμε τις απόλυτες τιμές, εισάγουμε μια εξίσωση τυποποίησης της εξής μορφής $\mathbf{p}^{\mathbf{a}}_1\mathbf{y}_1 = \mathbf{p}^{\mathbf{b}}_1\mathbf{y} = 1$, αν εισάγουμε δηλαδή μια εξίσωση τυποποίησης στην οποία ως τυπικό εμπόρευμα έχει χρησιμοποιηθεί ένα καλάθι εμπορευμάτων που περιέχει μόνο βασικά εμπορεύματα, τότε έπονται τα ακόλουθα:

Για $0 \le \mathbf{r} < \mathbf{r}^{\mathbf{a}}_{\max} = \dfrac{1-\lambda^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{11}}_{\mathbf{m}}}{\lambda^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{11}}_{\mathbf{m}}}$, $\mathbf{p}^{\mathbf{a}}_1\mathbf{y}_1 = \mathbf{w}^{\mathbf{a}}\mathbf{L}^{\mathbf{a}}_1\mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{11}(\mathbf{r})\mathbf{y}_1 = 1 \Rightarrow \mathbf{w}^{\mathbf{a}} = \dfrac{1}{\mathbf{L}^{\mathbf{a}}_1\mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{11}(\mathbf{r})\mathbf{y}_1}$

Για $\mathbf{r} = \mathbf{r}^{\mathbf{a}}{}_{\max} = \dfrac{1-\lambda^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{11}}_{\mathbf{m}}}{\lambda^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{11}}_{\mathbf{m}}}$, έπεται $\mathbf{w} = 0$

Για $0 \le \mathbf{r} < \mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max} = \dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}}}$, για $\mathbf{p}^{\mathbf{b}}_1\mathbf{y}_1 = \mathbf{w}^{\mathbf{b}}\mathbf{L}^{\mathbf{b}}_1\mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11}(\mathbf{r})\mathbf{y}_1 = 1 \Rightarrow \mathbf{w}^{\mathbf{b}} = \dfrac{1}{\mathbf{L}^{\mathbf{b}}_1\mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11}(\mathbf{r})\mathbf{y}_1}$

Για $\mathbf{r}=\mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max} = \dfrac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}}}$, έπεται $\mathbf{w}=0$

Δεδομένου όμως ότι $\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{11} = \mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11}$, έπεται ότι $\mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{11} = \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11}$ καθώς και ότι $\mathbf{r}^{\mathbf{a}}_{\max} = \mathbf{r}^{\mathbf{b}}_{\max} = \overline{\mathbf{R}}_1$. Τα τελευταία, όμως, σημαίνουν ότι για το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους, $0 \le \mathbf{r} \le \overline{\mathbf{R}}_1$, οι παραπάνω διασπώμενες γειτονικές τεχνικές απλής παραγωγής είναι εξίσου κερδοφόρες.

Αν τώρα τυποποιήσουμε τις τιμές εισάγοντας μια εξίσωση τυποποίησης στην οποία ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιείται μόνο το καλάθι των μη βασικών εμπορευμάτων, αν δηλαδή ως εξίσωση τυποποίησης εισάγουμε μια εξίσωση της μορφής $\mathbf{p}^{\mathbf{a}}_2\mathbf{y}_2 = \mathbf{p}^{\mathbf{b}}_2\mathbf{y}_2 = 1$, τότε έπονται τα ακόλουθα:

$$\text{Για } 0 \le \mathbf{r} < \mathbf{r}_{\max} = \frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{22}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{22}}},\ \mathbf{p}^{\mathbf{a}}_2\mathbf{y}_2 = \mathbf{w}^{\mathbf{a}}[\mathbf{L}^{\mathbf{a}}_1, \mathbf{L}^{\mathbf{a}}_2]\begin{bmatrix}\mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{11}(\mathbf{r})(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{12}\mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{22}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\\ \mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{22}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\end{bmatrix} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{w}^{\mathbf{a}} = \frac{1}{[\mathbf{L}^{\mathbf{a}}_1, \mathbf{L}^{\mathbf{a}}_2]\begin{bmatrix}\mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{11}(\mathbf{r})(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{12}\mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{22}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\\ \mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{22}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\end{bmatrix}}$$

$$\text{για } \mathbf{r} = \mathbf{r}_{\max} = \frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{22}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{22}}} \quad \text{επεται } \mathbf{w}^{\mathbf{a}} = 0.$$

Αντίστοιχα,

$$\text{για } 0 \le \mathbf{r} < \mathbf{r}_{\max} = \frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22}}} \quad \mathbf{p}^{\mathbf{b}}_2\mathbf{y}_2 = \mathbf{w}^{\mathbf{b}}\ [\mathbf{L}^{\mathbf{b}}_1, \mathbf{L}^{\mathbf{b}}_2]\begin{bmatrix}\mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11}(\mathbf{r})(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{12}\mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{22}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\\ \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{22}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\end{bmatrix}\mathbf{y}_2 = 1$$

$$\Rightarrow \mathbf{w}^{\mathbf{b}} = \frac{1}{[\mathbf{L}^{\mathbf{b}}_1, \mathbf{L}^{\mathbf{b}}_2]\begin{bmatrix}\mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11}(\mathbf{r})(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{12}\mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{22}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\\ \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{22}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\end{bmatrix}}$$

$$\text{για } \mathbf{r} = \mathbf{r}_{\max} = \frac{1-\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22}}}{\lambda_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22}}} \quad \text{επεται } \mathbf{w}^{\mathbf{b}} = 0$$

Όμως επειδή $\mathbf{A}_{22}^{\mathbf{a}} > \mathbf{A}_{22}^{\mathbf{b}}$, έπονται περαιτέρω και τα ακόλουθα:

$$[\mathbf{L}_1^{\mathbf{a}},\mathbf{L}_2^{\mathbf{a}}]\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{11}^{\mathbf{a}}(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{12}^{\mathbf{a}}\mathbf{B}_{22}^{\mathbf{a}}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\\ 0\end{bmatrix} > [\mathbf{L}_1^{\mathbf{b}},\mathbf{L}_2^{\mathbf{b}}]\begin{bmatrix}\mathbf{B}_{11}^{\mathbf{b}}(\mathbf{r})(1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{22}^{\mathbf{b}}\mathbf{B}_{22}^{\mathbf{b}}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\\ \mathbf{B}_{22}^{\mathbf{b}}(\mathbf{r})\mathbf{y}_2\end{bmatrix}$$

και $\mathbf{r}_{\max}^{\mathbf{a}} < \mathbf{r}_{\max}^{\mathbf{b}} = \mathbf{R}_2^{\mathbf{b}}$

Από τα τελευταία όμως έπεται ότι για $\mathbf{r}$, $0<\mathbf{r}<\mathbf{R}_2^{\mathbf{b}}$, η τεχνική **b** υπερέχει της τεχνικής **a.** Η μεταβολή συνεπώς του τυπικού εμπορεύματος μετέβαλε και την με το αρχικό τυπικό εμπόρευμα κατάταξη των τεχνικών. Η ερμηνεία αυτής της μεταβολής συνίσταται στην έννοια του τυπικού υποσυστήματος όπως την αναπτύξαμε και στα πλαίσια του προηγούμενου παραδείγματος[1].

Τώρα, στο σημείο αυτό, επανερχόμαστε στην με το κριτήριο της w-r-σχέσης μεταβολή της κατάταξης των μη γειτονικών μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος, ανεξαρτήτως του πραγματικού ωρομισθίου. Το ζήτημα αυτό, της μεταβολής της κατάταξης των μη γειτονικών μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος, διαπιστώθηκε και αναλύθηκε αρχικά από τον Μαριόλη [στο Μαριόλης (1994)] και στη συνέχεια από το Σταμάτη [στα Σταμάτης (1994) , Σταμάτης (1996) σελ.75- 111] . Να πούμε επίσης ότι πριν τη διαπίστωση αυτή του Μαριόλη, ο Σταμάτης εξέφραζε την άποψη ότι η μεταβολή της κατάταξης συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος αφορούσε μόνο τις διασπώμενες τεχνικές. Στη συνέχεια θα εκθέσουμε το ζήτημα αυτό όπως εκτίθεται στο Σταμάτης (1996), σελ.75-111. Η διερεύνηση του εν λόγω ζητήματος παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, γιατί μεταξύ άλλων σε αντίθεση με το τι συμβαίνει στις διασπώμενες τεχνικές, όπου μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος ενδέχεται να μεταβάλλεται και το τμήμα της τεχνικής που χρησιμοποιεί το τυπικό υποσύστημα, στις μη διασπώμενες τεχνικές το τυπικό υποσύστημα χρησιμοποιεί πάντα τη δεδομένη τεχνική ολοκληρωτικά. Η κατάταξη των τεχνικών εξαρτάται στη γενική περίπτωση από το τυπικό εμπόρευμα και το τυπικό υποσύστημα, ανεξαρτήτως του αν το τυπικό υποσύστημα χρησιμοποιεί η όχι ολοκληρωτικά μια δεδομένη τεχνική.

Έστω οι μη διασπώμενες τεχνικές $[\mathbf{A}^{\mathbf{a}},\mathbf{L}^{\mathbf{a}}]$ και $[\mathbf{A}^{\mathbf{b}},\mathbf{L}^{\mathbf{b}}]$, με $\mathbf{A}^{\mathbf{a}},\mathbf{A}^{\mathbf{b}}$ οι μη διασπώμενες **nxn** μήτρες των τεχνολογικών συντελεστών και $\mathbf{L}^{\mathbf{a}},\mathbf{L}^{\mathbf{b}}$ τα διανύσματα των εισροών σε εργασία ανά μονάδα παραγόμενου προϊόντος. Τις τεχνικές αυτές θα τις καλούμε τεχνικές **a,b**. Επιπροσθέτως, για τις τεχνικές αυτές ισχύουν τα ακόλουθα :

$\mathbf{A}^{\mathbf{a}} \geq 0$, $\mathbf{A}^{\mathbf{b}} \geq 0$, $\mathbf{A}^{\mathbf{a}} \neq \mathbf{A}^{\mathbf{b}}$, $\mathbf{rank}(\mathbf{A}^{\mathbf{a}}) = \mathbf{rank}(\mathbf{A}^{\mathbf{b}}) = \mathbf{n}$, $\mathbf{L}^{\mathbf{a}} > 0$, $\mathbf{L}^{\mathbf{b}} > 0$, $\mathbf{L}^{\mathbf{a}} \neq \mathbf{L}^{\mathbf{b}}$ $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{a}}} < 1$, $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A}^{\mathbf{b}}} < 1$.

Για τα διανύσματα των τιμών καθεμιάς από τις τεχνικές αυτές ισχύει:

$$\begin{aligned}&\mathbf{p}^{\mathbf{a}} = \mathbf{w}^{\mathbf{a}}\mathbf{L}^{\mathbf{a}}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]^{-1}\\ &\boldsymbol{\mu\varepsilon}\quad 0 \leq \mathbf{r}^{\mathbf{a}} < \underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}\end{aligned} \qquad (60)$$

[1] Σταμάτης (1996β) σελ.95-103

$$\mathbf{p}^{\mathbf{a}}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{a}}]=0 \qquad (61)$$
$$\boldsymbol{\mu\varepsilon} \quad \mathbf{r}=\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}$$

$$\mathbf{p}^{\mathbf{b}}=\mathbf{w}^{\mathbf{b}}\mathbf{L}^{\mathbf{b}}[\mathbf{I}-(1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}})\mathbf{A}]^{-1} \qquad (62)$$
$$\boldsymbol{\mu\varepsilon} \quad 0\leq \mathbf{r}<\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}$$

$$\mathbf{p}^{\mathbf{b}}[\mathbf{I}-(1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}]=0 \qquad (63)$$
$$\boldsymbol{\mu\varepsilon} \quad \mathbf{r}=\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}$$

Στις παραστάσεις αυτές τα $\mathbf{p}^{\mathbf{a}},\mathbf{w}^{\mathbf{a}},\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}$ προσδιορίζονται από την τεχνική **a**, ενώ τα μεγέθη $\mathbf{p}^{\mathbf{b}},\mathbf{w}^{\mathbf{b}},\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}$ προσδιορίζονται από την τεχνική **b**. Λόγω του μη διασπώμενου των τεχνικών, έπεται ότι για **r**, $0\leq \mathbf{r} < \underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}$, οι τιμές των εμπορευμάτων και το ονομαστικό ωρομίσθιο $\mathbf{w}^{\mathbf{a}}$ της τεχνικής **a** είναι μεγέθη αυστηρώς θετικά. Επίσης, στην περίπτωση που $\mathbf{r}=\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}$ οι τιμές των εμπορευμάτων εξακολουθούν να παραμένουν θετικές, ενώ η τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου μηδενίζεται. Τα ίδια ισχύουν προφανώς και για τα αντίστοιχα μεγέθη της τεχνικής **b.** Ήτοι για **r**, $0 \leq \mathbf{r} < \underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}$, ισχύει $[\mathbf{p}^{\mathbf{b}},\mathbf{w}^{\mathbf{b}}]>0$, ενώ για $\mathbf{r}=\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}$ ισχύει $\mathbf{p}^{\mathbf{b}}>0,\mathbf{w}^{\mathbf{b}}=0$. Είναι σαφές ότι για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε τις δύο αυτές τεχνικές πρέπει να εισάγουμε, διαμέσου μιας εξίσωσης τυποποίησης, ένα κοινό μέτρο των τιμών, ένα κοινό τυπικό εμπόρευμα. Έστω τώρα, ότι τυποποιούμε τις τιμές διαμέσου της παρακάτω κοινής εξίσωσης τυποποίησης.

$$\mathbf{p}^{\mathbf{a}}\mathbf{y}=\mathbf{p}^{\mathbf{b}}\mathbf{y}=1 \quad (64)$$

-όπου **y** ένα διάνυσμα στήλης, το οποίο αποτελεί το κοινό τυπικό εμπόρευμα-

Η εισαγωγή αυτής της εξίσωσης τυποποίησης οδηγεί, σύμφωνα με την κρατούσα άποψη, στον προσδιορισμό των w-r-σχέσεων των δεδομένων τεχνικών **a,b**. Συγκεκριμένα οδηγεί στις παρακάτω w-r-σχέσεις:

$$\mathbf{w}^{\mathbf{a}}=\frac{1}{\mathbf{L}^{\mathbf{a}}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{a}}]^{-1}\mathbf{y}} \qquad (65)$$
$$\boldsymbol{\mu\varepsilon} \quad 0\leq \mathbf{r}<\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}$$

$$\mathbf{w}^{\mathbf{a}}=0, \quad \mathbf{r}=\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}} \qquad (66)$$

$$\mathbf{w}^{\mathbf{b}}=\frac{1}{\mathbf{L}^{\mathbf{b}}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}^{\mathbf{b}}]^{-1}\mathbf{y}} \qquad (67)$$
$$\boldsymbol{\mu\varepsilon} \quad 0\leq \mathbf{r}<\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}$$

$$\mathbf{w^b} = 0, \quad \mathbf{r} = \underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}} \qquad (68)$$

Στη συνέχεια θα περιορίσουμε το εύρος του διαστήματος του $\mathbf{r}$ στο $0 \leq \mathbf{r} \leq \min(\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}, \underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}})$ και θα διερευνήσουμε τα ύψη των $\mathbf{w^a}, \mathbf{w^b}$ για κάθε τιμή του $\mathbf{r}$. Προφανώς, αν για κάποιο διάστημα του **r** ισχύει :

α) $\mathbf{w^a} > \mathbf{w^b}$, τότε η τεχνική **a** υπερέχει της **b**
β) $\mathbf{w^a} = \mathbf{w^b}$, τότε η τεχνική **a** είναι εξίσου κερδοφόρα με την **b**
γ) $\mathbf{w^a} < \mathbf{w^b}$, τότε η τεχνική **b** υπερέχει της **a**.

Τώρα, από τις (64),(65),(67) προκύπτει ότι :

όταν ισχύει η (α), τότε $\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{y} < \mathbf{L^b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{y}$ (69)

όταν ισχύει η (β), τότε $\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{L^b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{y}$ (70)

όταν ισχύει η (γ), τότε $\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{y} > \mathbf{L^b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{y}$ (71)

Το αν οι δύο τεχνικές **a, b** είναι μονοσήμαντα κατατάξιμες, ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος το οποίο χρησιμοποιείται, αυτό σημαίνει ότι οι (69),(70),(71) ισχύουν για κάθε **y**. Αν δηλαδή ίσχυε η περίπτωση (α), τότε η μονοσήμαντη κατάταξη των τεχνικών θα σήμαινε ότι η τεχνική **a** θα υπερείχε της **b** και για οποιοδήποτε άλλο τυπικό εμπόρευμα. Ανάλογα ισχύουν και για τις περιπτώσεις (β),(γ). Επιπρόσθετα, αν η κατάταξη είναι μονοσήμαντη, τότε:

η (69) σημαίνει ότι η εργασία που αγοράζει ένα οποιοδήποτε τυπικό εμπόρευμα στην τεχνική **a** είναι για δεδομένο **r** λιγότερη από την εργασία που αγοράζει το ίδιο το τυπικό εμπόρευμα στην τεχνική **b**.

η (70) σημαίνει ότι η εργασία που αγοράζει ένα οποιοδήποτε τυπικό εμπόρευμα στην τεχνική **a** είναι για δεδομένο r η ίδια με την εργασία που αγοράζει το ίδιο το τυπικό εμπόρευμα στην τεχνική **b**.

η (71) σημαίνει ότι η εργασία που αγοράζει ένα οποιοδήποτε τυπικό εμπόρευμα στην τεχνική **a** είναι για δεδομένο **r** περισσότερη από την εργασία που αγοράζει το ίδιο το τυπικό εμπόρευμα στην τεχνική **b**.[1]

Ωστόσο όμως, για να μπορεί να ισχύει αυτή η μονοσημαντότητα της κατάταξης των δεδομένων τεχνικών πρέπει να ισχύουν ορισμένες πρόσθετες συνθήκες. Συγκεκριμένα πρέπει:

για την περίπτωση (α) να ισχύει $\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1} < \mathbf{L^b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}$ (72)
για την περίπτωση (β) να ισχύει $\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1} = \mathbf{L^b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}$ (73)

[1] Δες Σταμάτης (1996β) σελ. 80-81

για την περίπτωση (γ) να ισχύει $\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1} > \mathbf{L^b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}$ (74)

Με άλλα λόγια, αν ισχύουν οι (72),(73),(74), τότε η κατάταξη των τεχνικών **a,b** είναι για κάθε **r,** ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος, μονοσήμαντα κατατάξιμες. Αν αντιθέτως ισχύουν μόνο οι (69),(70),(71), τότε ενδεχομένως μια μεταβολή του τυπικού εμπορεύματος μπορεί να μεταβάλλει και την κατάταξη των τεχνικών, μπορεί δηλαδή να μεταβάλλει τη μορφή των ανισοτήτων αυτών.

Οι (72), (73), (74) σημαίνουν ότι τα διανύσματα $\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}, \mathbf{L^b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}$ είναι είτε αυστηρά κατά τάξη συγκρίσιμα μεταξύ τους είτε απολύτως συγκρίσιμα μεταξύ τους. Όταν για δύο διανύσματα x,z ισχύει x<z ή x>z, τότε τα διανύσματα αυτά τα ονομάζουμε αυστηρώς κατά τάξη συγκρίσιμα. Επίσης αν ισχύει x=αz με α≠0, τότε τα διανύσματα αυτά τα ονομάζουμε απολύτως συγκρίσιμα .Οι (72),(73),(74) σημαίνουν ότι το σε αγοραζόμενη εργασία διάνυσμα των τιμών των εμπορευμάτων είναι και για τις δύο τεχνικές είτε αυστηρώς κατά τάξη συγκρίσιμο είτε απολύτως συγκρίσιμο. Όμως δεν υπάρχει κάποιος οικονομικά σημαντικός λόγος σύμφωνα με τον οποίο πρέπει να συμβαίνει κάτι τέτοιο. Επιπρόσθετα, το ότι για ένα δεδομένο **r** τα διανύσματα των τιμών είναι αυστηρά κατά τάξη ή απολύτως συγκρίσιμα δεν σημαίνει ότι αυτό θα εξακολουθεί να ισχύει και για κάθε άλλη τιμή του **r**[1]**.** Μια περίπτωση κατά την οποία η κατάταξη των τεχνικών δύναται να μεταβάλλεται με το τυπικό εμπόρευμα είναι η αμέσως αναφερόμενη, η οποία αναλύεται στο Σταμάτης (1996β) σελ.83-95.

Έστω οι υπό εξέταση τεχνικές $[\mathbf{A^a},\mathbf{L^a}]$, $[\mathbf{A^b},\mathbf{L^b}]$, στις οποίες τα $\mathbf{L^a},\mathbf{L^b}$ είναι αριστερά ιδιοδιανύσματα των μητρών $\mathbf{A^a}$ **και** $\mathbf{A^b}$ αντίστοιχα και τα οποία αντιστοιχούν στις μέγιστες ιδιοτιμές των μητρών αυτών. Υποθέτουμε επίσης ότι $\mathbf{A^a} \neq \beta\mathbf{A^b}$. Για την περίπτωση (α) και στη βάση της (69) έπεται

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{y} < \mathbf{L^b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{y} \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \mathbf{L^a}[\mathbf{I}+(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}+(1+\mathbf{r})^2(\mathbf{A^a})^2+\ldots]\mathbf{y} < \mathbf{L^b}[\mathbf{I}+(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}+(1+\mathbf{r})^2(\mathbf{A^b})^2+\ldots]\mathbf{y} \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow [\mathbf{L^a}+(1+\mathbf{r})\mathbf{L^a}\mathbf{A^a}+(1+\mathbf{r})^2(\mathbf{L^a})(\mathbf{A^a})+\ldots]\mathbf{y} < [\mathbf{L^b}+(1+\mathbf{r})\mathbf{L^b}\mathbf{A^b}+(1+\mathbf{r})(\mathbf{L^b})(\mathbf{A^b})+\ldots]\mathbf{y} \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \mathbf{L^a}[1+(1+\mathbf{r})\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A^a}}+(1+\mathbf{r})^2(\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A^a}})^2+\ldots]\mathbf{y} < \mathbf{L^b}[1+(1+\mathbf{r})\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A^b}}+(1+\mathbf{r})(\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A^b}})^2+\ldots]\mathbf{y} \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \mathbf{L^a}[1-(1+\mathbf{r})\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A^a}}]^{-1}\mathbf{y} < \mathbf{L^b}[1-(1+\mathbf{r})\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{A^b}}]^{-1}\mathbf{y} \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \mathbf{L^a}[1-\frac{1+\mathbf{r}}{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}}]^{-1}\mathbf{y} < \mathbf{L^b}[1-\frac{1+\mathbf{r}}{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}}]^{-1}\mathbf{y} \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \quad \frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}-\mathbf{r}}\mathbf{L^a}\mathbf{y} < \frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}-\mathbf{r}}\mathbf{L^b}\mathbf{y} \qquad (75)
\end{aligned}
$$

Ομοίως για την περίπτωση (β) στη βάση της (70), έπεται η

$$
\frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}-\mathbf{r}}\mathbf{L^a}\mathbf{y} = \frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}-\mathbf{r}}\mathbf{L^b}\mathbf{y} \qquad (76)
$$

[1] Δες Σταμάτης (1996β) σελ.81-82

ομοίως για την περίπτωση (γ) στη βάση της (71), έπεται η

$$\frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}-\mathbf{r}}\mathbf{L}^{\mathbf{a}}\mathbf{y} > \frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}-\mathbf{r}}\mathbf{L}^{\mathbf{b}}\mathbf{y} \qquad (77)$$

Τώρα, για να είναι οι δεδομένες τεχνικές μονοσήμαντα κατατάξιμες και άρα για να ισχύουν οι τελευταίες σχέσεις ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος, πρέπει επιπροσθέτως να ισχύουν και οι παρακάτω σχέσεις:

i) για την περίπτωση (α) πρέπει

$$\frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}-\mathbf{r}}\mathbf{L}^{\mathbf{a}} < \frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}-\mathbf{r}}\mathbf{L}^{\mathbf{b}}$$

ii) για την περίπτωση (β) πρέπει

$$\frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}-\mathbf{r}}\mathbf{L}^{\mathbf{a}} = \frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}-\mathbf{r}}\mathbf{L}^{\mathbf{b}}$$

iii) για την περίπτωση (γ) πρέπει

$$\frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}-\mathbf{r}}\mathbf{L}^{\mathbf{a}} > \frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}-\mathbf{r}}\mathbf{L}^{\mathbf{b}}$$

Το αν όμως πληρούνται οι τελευταίες αυτές σχέσεις εξαρτάται από το ύψος των $\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}, \underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{b}}$, $\mathbf{r}$ καθώς και από το ύψος των συνιστωσών των $\mathbf{L}^{\mathbf{a}}, \mathbf{L}^{\mathbf{b}}$. Κατά συνέπεια :

- η (75) ισχύει ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος όταν $\mathbf{L}^{\mathbf{a}} < \mathbf{L}^{\mathbf{b}}$ και όταν οι συνιστώσες του $\mathbf{L}^{\mathbf{a}}$ είναι «αρκούντως μικρότερες» από τις συνιστώσες του $\mathbf{L}^{\mathbf{b}}$.
- η (77) ισχύει ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος όταν $\mathbf{L}^{\mathbf{a}} > \mathbf{L}^{\mathbf{b}}$ και όταν οι συνιστώσες του $\mathbf{L}^{\mathbf{a}}$ είναι «αρκούντως μεγαλύτερες» από τις συνιστώσες του $\mathbf{L}^{\mathbf{b}}$.
- η (76) πληρούται όταν $\mathbf{L}^{\mathbf{a}} = \alpha \mathbf{L}^{\mathbf{b}}$, με $\alpha = \frac{1+\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}}{\underline{\mathbf{R}}^{\mathbf{a}}-\mathbf{r}} \cdot \frac{\mathbf{R}^{\mathbf{a}}-\mathbf{r}}{1+\mathbf{R}^{\mathbf{a}}}$ και με $\mathbf{L}^{\mathbf{a}}$ ένα θετικό αριστερό ιδιοδιάνυσμα τόσο της $\mathbf{A}^{\mathbf{a}}$ όσο και της $\mathbf{A}^{\mathbf{b}}$. Ωστόσο, επειδή υποθέσαμε ότι $\mathbf{A}^{\mathbf{a}} \neq \beta \mathbf{A}^{\mathbf{b}}$, το $\mathbf{L}^{\mathbf{a}}$ δεν μπορεί να είναι ιδιοδιάνυσμα και των δύο μητρών. Συνεπώς, στην υπό εξέταση περίπτωση η (76) δεν μπορεί να ισχύσει ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος. Μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος η ισότητα (76) ενδέχεται να μεταβληθεί σε ανισότητα.
- προφανώς, όταν οι (i), (ii) δεν ισχύουν, τότε ενδέχεται ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος να μεταβάλλεται και η κατάταξη των υπό εξέταση τεχνικών.

Υπό την παρούσα ανάλυση γίνεται φανερό, ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος δύο τεχνικές οι οποίες για ένα αρχικό τυπικό εμπόρευμα τέμνονταν σε ένα σημείο ενδέχεται να πάψουν να τέμνονται, ή να πάψουν να τέμνονται στο σημείο αυτό και να τέμνονται σε ένα άλλο νέο σημείο. Συμπερασματικά ισχύει ότι "η κατάρτιση μιας μονοσήμαντης κατάταξης δεδομένων μη διασπώμενων τεχνικών ως προς την κερδοφορία τους είναι στη γενική περίπτωση αδύνατη, επειδή στη γενική περίπτωση αυτή η κατάταξη μεταβάλλεται με το τυπικό εμπόρευμα" [1]. Επιπρόσθετα, η κατάταξη των δεδομένων μη διασπώμενων τεχνικών δεν μεταβάλλεται "όταν το διάνυσμα των για τυχαίο τυπικό εμπόρευμα και εκάστοτε δεδομένο r προκυπτουσών, σε αγοραζόμενη εργασία εκφρασμένων απόλυτων τιμών των εμπορευμάτων σε μια τεχνική είναι τουλάχιστον αυστηρώς κατά τάξη συγκρίσιμο με τα αντίστοιχα διανύσματα τιμών στις υπόλοιπες τεχνικές"[2]. Η τελευταία όμως αυτή συνθήκη δεν είναι απόρροια κάποιου οικονομικού λόγου, δεν υπάρχει δηλαδή κάποια οικονομική αιτία η οποία να απαιτεί την ικανοποίηση της συνθήκης αυτής.

Τα όσα αναπτύχθηκαν στις τελευταίες παραγράφους αφορούσαν την κατάταξη με το κριτήριο της w-r-σχέσης ορισμένων δεδομένων μη διασπώμενων μη γειτονικών τεχνικών. Ωστόσο, αν υποθέσουμε, όπως κάνει η κρατούσα οικονομική θεώρηση, ότι μεταξύ των διαθέσιμων μη γειτονικών τεχνικών βρίσκεται και ένα πλήθος τεχνικών, οι οποίες μαζί με τις αρχικά δεδομένες ορίζουν ένα σύνολο γειτονικών ανά δύο τεχνικών – ένα σύνολο τεχνικών δηλ. που ανά δύο διαφέρουν σε μια και μόνο διαδικασία -, τότε για μεταβαλλόμενο τυπικό εμπόρευμα η πλέον κερδοφόρα τεχνική παραμένει αμετάβλητη. Έτσι για παράδειγμα[3], αν υποθέσουμε ότι έχουμε να συγκρίνουμε τις μη διασπώμενες μη γειτονικές τεχνικές $[\mathbf{A^a},\mathbf{L^a}]$, $[\mathbf{A^b},\mathbf{L^b}]$, οι οποίες διαφέρουν μόνο στη διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 1 -διαφέρουν δηλαδή είτε στην πρώτη στήλη των μητρών $\mathbf{A^a}$, $\mathbf{A^b}$, είτε στο πρώτο στοιχείο των διανυσμάτων $\mathbf{L^a}$, $\mathbf{L^b}$, είτε τόσο στις εν λόγω τις στήλες των μητρών $\mathbf{A^a}$, $\mathbf{A^b}$ όσο και στα στοιχεία αυτά των διανυσμάτων $\mathbf{L^a},\mathbf{L^b}$ -, τότε

ι) αν η τεχνική **a** παράγει φθηνότερα το εμπόρευμα 1 από ότι τεχνική **b,** ισχύει

$$\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{s}_1 < \mathbf{L_b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{s}_1 \Rightarrow \mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{s_k} < \mathbf{L_b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{s_k}$$

(78)

το $\mathbf{s}_1$ είναι ένα διάνυσμα στήλη **n** στοιχείων, όλα δε τα στοιχεία του είναι μηδενικά εκτός από το πρώτο, το οποίο είναι ίσο με τη μονάδα,

το $\mathbf{s_k}$ είναι ένα διάνυσμα στήλη, στο διάνυσμα αυτό όλα τα στοιχεία είναι μηδενικά εκτός από το στοιχείο **k**, το οποίο είναι ίσο με την μονάδα.

Η περίπτωση αυτή δηλώνει ότι αν η σε αγοραζόμενη εργασία εκφρασμένη τιμή του εμπορεύματος 1 είναι φθηνότερη στη τεχνική **a,** τότε επειδή όλες οι άλλες διαδικασίες της **a** χρησιμοποιούν το εμπόρευμα 1 ως μέσο παραγωγής και επειδή όλες οι άλλες αυτές διαδικασίες είναι ταυτές με τις αντίστοιχες διαδικασίες στην τεχνική **b,** έπεται ότι και οι τιμές των εμπορευμάτων τις τεχνικής **a** είναι φθηνότερες από τις τιμές των εμπορευμάτων της τεχνικής **b**.

ιι) αν η τιμή του εμπορεύματος 1 είναι και στις δύο τεχνικές ίση, τότε με ανάλογο σκεπτικό όπως και στη περίπτωση (ι) ισχύει

$$\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{s}_1 = \mathbf{L_b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{s}_1 \Rightarrow \mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{s_k} = \mathbf{L_b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{s_k}$$

---

[1] Δες Σταμάτης (1996) σελ.85
[2] Δες Σταμάτης (1996) σελ.86
[3] Η περίπτωση που περιγράφεται στο παράδειγμα αυτό αναλύεται στο Σταμάτης (1996) σελ.88-91

(79).

Αν η τιμή του εμπορεύματος 1 είναι ίση και στις δύο τεχνικές, τότε τα διανύσματα των τιμών και των δύο τεχνικών είναι ίσα.

ιιι) ομοίως, αν η τιμή του εμπορεύματος 1 στην τεχνική **a** είναι ακριβότερη από ό,τι στην τεχνική **b,** τότε ισχύει

$$\mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{s}_1 > \mathbf{L_b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{s}_1 \Rightarrow \mathbf{L^a}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^a}]^{-1}\mathbf{s_k} > \mathbf{L_b}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A^b}]^{-1}\mathbf{s_k}$$

(80).

΄Αν η τιμή του εμπορεύματος 1 στην τεχνική **a** είναι μικρότερη από ό,τι στην τεχνική **b,** τότε οι τιμές όλων των εμπορευμάτων της τεχνικής **a** είναι μεγαλύτερες από ό,τι οι τιμές των εμπορευμάτων στην τεχνική **b**.

Στην συνέχεια θα δείξουμε ότι και στη σύνθετη παραγωγή ισχύει ό,τι και στην απλή παραγωγή. Θα δείξουμε ότι και η κατάταξη των τεχνικών σύνθετης παραγωγής στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης μεταβάλλεται συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος, ότι και στη σύνθετη παραγωγή η με το κριτήριο της w-r-σχέσης σύγκριση και κατάταξη ενός συνόλου δεδομένων τεχνικών δεν είναι σύγκριση και κατάταξη των δεδομένων αυτών τεχνικών, αλλά σύγκριση και κατάταξη των τυπικών υποσυστημάτων που τους αντιστοιχεί. Για την απόδειξη του ισχυρισμού αυτού θα περιοριστούμε όμως στην αναφορά ενός απλού παραδείγματος. Το συγκεκριμένο παράδειγμα όμως, σε αναλογία με το σκεπτικό που εκτέθηκε στα πλαίσια της απλής παραγωγής, μπορεί εύκολα να επεκταθεί και σε όλες τις διασπώμενες διαχωρίσιμες τεχνικές σύνθετης παραγωγής .

Έστω οι τεχνικές σύνθετης παραγωγής $[\mathbf{A^a},\mathbf{B^a},\mathbf{L^a}],[\mathbf{A^b},\mathbf{B^b},\mathbf{L^b}]$ για τις οποίες ισχύουν ειδικότερα τα παρακάτω

$$\mathbf{A^a} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0.75 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B^a} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L^a} = [1 \quad 1]$$

$$\mathbf{A^b} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0.75 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B^b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L^b} = [1 \quad 1]$$

Οι δεδομένες αυτές τεχνικές είναι προφανώς α) μία διασπώμενη διαχωρίσιμη τεχνική σύνθετης παραγωγής που παράγει μόνο βασικά εμπορεύματα και β) μία διασπώμενη τεχνική απλής παραγωγής. Περαιτέρω οι δύο αυτές τεχνικές είναι γειτονικές. Είναι επίσης προφανές ότι η τεχνική **a** υπερέχει πάντα της τεχνικής **b**. Πιο συγκεκριμένα, η τεχνική **a** χρησιμοποιεί τις ίδιες εισροές με αυτές της **b** και παράγει μια επιπλέον ποσότητα εμπορεύματος σε σχέση με τις εκροές της **b**. Τώρα, σε αναλογία με το εκτεθέν στην απλή παραγωγή παράδειγμα, θα δείξουμε ότι, όταν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί το εμπόρευμα της κοινής στις δύο δεδομένες αυτές τεχνικές διαδικασίας -ήτοι των διαδικασιών $1^{\mathbf{a}},1^{\mathbf{b}}$-, τότε η τεχνική **a** θα οδηγεί σε μια w-r-σχέση ταυτή με την w-r-σχέση της τεχνικής **b.** Στη συνέχεια θα μεταβάλλουμε το τυπικό εμπόρευμα με τρόπο ώστε αυτό να αποτελείται και από τα δύο εμπορεύματα των δεδομένων τεχνικών

a, b. Στην τελευταία αυτή περίπτωση θα δειχθεί ότι υπερέχουσα τεχνική καθίσταται η τεχνική **a**, δηλαδή η λογικά υπερέχουσα τεχνική.

Πιο συγκεκριμένα τώρα , έστω ότι τυποποιούμε με τις εξής δύο διαφορετικές τυποποιήσεις:

α) $\mathbf{p^a y}_1 = \mathbf{p^b y}_1 = 1$, όπου $\mathbf{y}_1$ ένα τυπικό εμπόρευμα το οποίο αποτελείται από μια μονάδα του εμπορεύματος της κοινής στις δύο δεδομένες τεχνικές διαδικασίας, ήτοι ένα καλάθι εμπορευμάτων της μορφής $\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

β) $\mathbf{p^a y}_2 = \mathbf{p^b y}_2 = 1$, όπου $\mathbf{y}_2$ ένα τυπικό εμπόρευμα το οποίο αποτελείται μόνο από μια μονάδα του εμπορεύματος της μη κοινής διαδικασίας των δεδομένων τεχνικών **a, b** , ήτοι ένα καλάθι εμπορευμάτων της μορφής $\mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Υπό την τυποποίηση (α) ισχύουν τα ακόλουθα συστήματα εξισώσεων[1]:

$$\left.\begin{aligned} & 0.5\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{w^a} = \mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} \\ & 0.25\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}(1+\mathbf{r}) + 0.75\mathbf{p}_2^{\mathbf{a}}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{w^a} = \mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} + \mathbf{p}_2^{\mathbf{a}} \\ & \mathbf{p^a y}_1 = \mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} = 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{w^a} = \frac{1}{1-(1+\mathbf{r})0.5}$$

$$\left.\begin{aligned} & 0.5\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{w^b} = \mathbf{p}_1^{\mathbf{b}} \\ & 0.25\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}}(1+\mathbf{r}) + 0.75\mathbf{p}_2^{\mathbf{b}}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{w^b} = \mathbf{p}_2^{\mathbf{a}} \\ & \mathbf{p^b y}_1 = \mathbf{p}_1^{\mathbf{b}} = 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{w^b} = \frac{1}{1-(1+\mathbf{r})0.5}$$

Από τα δύο αυτά συστήματα εξισώσεων είναι προφανές ότι οι δεδομένες τεχνικές **a,b** είναι στα πλαίσια της εξίσωσης τυποποίησης (α) εξίσου κερδοφόρες, οδηγούν δηλαδή στην αυτή w-r-σχέση. Ο λόγος της ταυτότητας αυτής είναι προφανής. Στα πλαίσια της εν λόγω τυποποίησης το τυπικό υποσύστημα της τεχνικής **a** ταυτίζεται με αυτό της τεχνικής **b.** Η ταύτιση των δύο τυπικών υποσυστημάτων και συνεπώς των δύο w-r-σχέσεων είναι συνέπεια

α) του ότι τόσο το τυπικό υποσύστημα της τεχνικής **a** όσο και της τεχνικής **b** αποτελούνται από μία και μόνο διαδικασία παραγωγής

β) η διαδικασία αυτή είναι η ίδια και στα δύο τυπικά υποσυστήματα

γ) και τα δύο τυπικά υποσυστήματα παράγουν την ίδια ποσότητα καθαρού προϊόντος, ήτοι μια μονάδα του κοινού τυπικού εμπορεύματος -μια μονάδα του εμπορεύματος της κοινής στις τεχνικές **a,b** διαδικασίας παραγωγής.

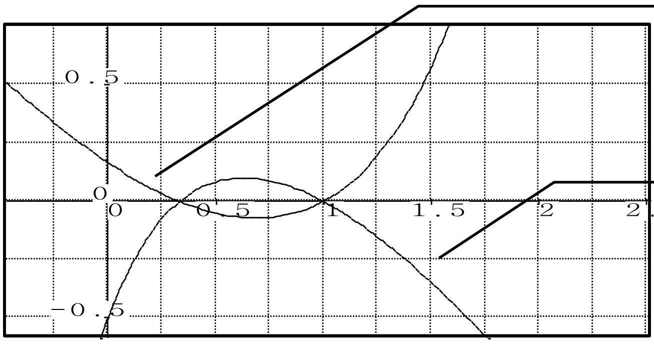
Στα πλαίσια τώρα της τυποποίησης (β) έπονται τα ακόλουθα:

---

[1] Για λόγους απλοποίησης στη συνέχεια δεν θα λάβουμε υπόψη μας τη διαφοροποίηση του τρόπου προσδιορισμού της w-r-σχέσης στο μέγιστο ποσοστό κέρδους.

$$\left.\begin{aligned}&0.5\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}(1+\mathbf{r})+\mathbf{w}^{\mathbf{a}}=\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}\\&0.25\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}(1+\mathbf{r})+0.75\mathbf{p}_2^{\mathbf{a}}(1+\mathbf{r})+\mathbf{w}^{\mathbf{a}}=\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}}+\mathbf{p}_2^{\mathbf{a}}\\&\mathbf{p}^{\mathbf{a}}\mathbf{y}_2=\mathbf{p}_2^{\mathbf{a}}=1\end{aligned}\right\}\Rightarrow \mathbf{w}^{\mathbf{a}}=\frac{[1-0.75(1+\mathbf{r})][1-(1+\mathbf{r})0.5]}{-0.25(1+\mathbf{r})}$$

$$\left.\begin{aligned}&0.5\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}}(1+\mathbf{r})+\mathbf{w}^{\mathbf{b}}=\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}}\\&0.25\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}}(1+\mathbf{r})+0.75\mathbf{p}_2^{\mathbf{b}}(1+\mathbf{r})+\mathbf{w}^{\mathbf{b}}=\mathbf{p}_1^{\mathbf{b}}+\mathbf{p}_2^{\mathbf{b}}\\&\mathbf{p}^{\mathbf{b}}\mathbf{y}_2=\mathbf{p}_2^{\mathbf{b}}=1\end{aligned}\right\}\Rightarrow \mathbf{w}^{\mathbf{b}}=\frac{[1-0.75(1+\mathbf{r})][1-(1+\mathbf{r})0.5]}{1-0.25(1+\mathbf{r})}$$



Η καμπύλη αυτή αναπαριστά την w-r-σχέση της τεχνικής **a**. Στα πλαίσια αυτής της w-r-σχέσης το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους αντιστοιχεί σε ένα πεδίο τιμών $0 \leq r \leq 1/3$.

Η καμπύλη αυτή αναπαριστά την w-r-σχέση της τεχνικής **b.** Όπως προκύπτει από την w-r-σχέση το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους της τεχνικής αυτής κινείται στο διάστημα $\mathbf{r}_0 \approx 0.6 \leq \mathbf{r} \leq 1$

Από τα παραπάνω, έπεται ότι στα πλαίσια της τυποποίησης (β) η κατάταξη και η επιλογή τεχνικής μεταβλήθηκε. Στα πλαίσια της νέας τυποποίησης βλέπουμε ότι για $0 \leq \mathbf{r} \leq 1/3$ μόνο η τεχνική **b** οδηγεί σε θετικό ονομαστικό ωρομίσθιο, ενώ αντιθέτως η τεχνική **a** σε αρνητικές και μηδενικές τιμές. Συνεπώς για το διάστημα αυτό η τεχνική **b** αποτελεί την πλέον κερδοφόρα τεχνική. Για τιμές του ποσοστού κέρδους τέτοιες, ώστε $1/3 < \mathbf{r} < 0.6$, η τεχνική **b** οδηγεί σε αρνητικό ονομαστικό ωρομίσθιο, ενώ η τεχνική **a** οδηγεί σε μια αύξουσα w-r-σχέση, η οποία δεν παρουσιάζει οικονομική σημασία. Συνεπώς, για τις τιμές αυτές του ποσοστού κέρδους δεν επιλέγεται καμία από τις δύο δεδομένες τεχνικές. Τέλος, στην περίπτωση που το ποσοστό κέρδους λαμβάνει τιμές που βρίσκονται στο διάστημα $\mathbf{r}_0 \approx 0.6 < \mathbf{r} \leq 1$, η τεχνική **a** καθίσταται $\mathbf{r}_0$- παραγωγική και οδηγεί σε θετικά ονομαστικά ωρομίσθια , η δε w-r-σχέση της τεχνικής αυτής στο εν λόγω διάστημα έχει αρνητική κλίση. Από την άλλη μεριά η τεχνική **b** οδηγεί σε αρνητικά και μηδενικά ονομαστικά ωρομίσθια, συνεπώς ως πλέον κερδοφόρα τεχνική επιλέγεται η **a**. Η ερμηνεία των διαπιστώσεων αυτών στηρίζεται και πάλι στην έννοια του τυπικού υποσυστήματος. Στα πλαίσια της τυποποίησης αυτής τα ονομαστικά μεγέθη προσδιορίζονται από δύο νέα τυπικά υποσυστήματα, τα οποία, σε σχέση με τις διαδικασίες παραγωγής που χρησιμοποιούν, ταυτίζονται με τις διαδικασίες παραγωγής των δύο δεδομένων τεχνικών. Δηλαδή, τα ονομαστικά μεγέθη προσδιορίζονται στην βάση των συνθηκών παραγωγής όλων των διαδικασιών των δεδομένων τεχνικών. Να σημειωθεί εδώ ότι στην τεχνική **b** μεταβάλλεται συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος όχι μόνο το μέγιστο ποσοστό κέρδους, αλλά και το ελάχιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους. Να σημειωθεί επίσης ότι αν οι δεδομένες τεχνικές ήταν, α) γειτονικές β) μη διασπώμενες, γ) μη διαχωρίσιμες και δ) παράγουν μόνο βασικά εμπορεύματα, τότε, επειδή οποιοδήποτε εμπόρευμα και αν απαιτηθεί να παραχθεί ως καθαρό προϊόν θα απαιτήσει την παραγωγή, ως ακαθάριστου προϊόντος, όλων των άλλων εμπορευμάτων των δεδομένων τεχνικών, έπεται ότι και το τυπικό υποσύστημα στα πλαίσια των εν λόγω τεχνικών αυτών ταυτίζεται πάντα ως προς τις χρησιμοποιούμενες διαδικασίες παραγωγής με τις δεδομένες αυτές τεχνικές. Άμεση συνέπεια του τελευταίου είναι ότι τα ονομαστικά και τα σχετικά μεγέθη αυτού του είδους των τεχνικών προσδιορίζονται πάντα από το σύνολο των διαδικασιών τους. Αυτό περαιτέρω σημαίνει ότι τα τυπικά υποσυστήματα που συγκρίνονται είναι πάντα τα ίδια και το μόνο στο οποίο διαφέρουν είναι το απόλυτο επίπεδο παραγωγής. Δεδομένου όμως ότι τα μοντέλα είναι γραμμικά, ούτε τα σχετικά μεγέθη ούτε τα σημεία εναλλαγής και επαναχρησιμοποίησης ούτε η κατάταξη των τεχνικών μεταβάλλονται.

Για την κατάταξη των τεχνικών στη σύνθετη παραγωγή θα ασχοληθούμε περαιτέρω στα πλαίσια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης. Στα πλαίσια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους θα δείξουμε ότι υπάρχουν συνθήκες οι οποίες καθιστούν τα δύο κριτήρια ισοδύναμα. Επίσης, θα δείξουμε ότι και με το κριτήριο της ελαχιστοποίησης η κατάταξη των τεχνικών μεταβάλλεται συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος. Συνεπώς, η περαιτέρω ανάπτυξη της εξάρτησης της κατάταξης των τεχνικών σύνθετης παραγωγής συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης εμπίπτει και στα πλαίσια της ανάπτυξης του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους . Εδώ απλώς θα παρατηρήσουμε ότι τα συμπεράσματα του παραπάνω παραδείγματος θα παρέμεναν τα ίδια και αν ακόμα οι τεχνικές αυτές είχαν τις ακόλουθες μορφές:

i) $[\mathbf{A}^{\mathbf{a}},\mathbf{B}^{\mathbf{a}},\mathbf{L}^{\mathbf{a}}],[\mathbf{A}^{\mathbf{b}},\mathbf{B}^{\mathbf{b}},\mathbf{L}^{\mathbf{b}}]$

με $$\mathbf{A}^{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{11} & \mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{11} & \mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{12} \\ 0 & \mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}^{\mathbf{a}} = [\mathbf{L}^{\mathbf{a}}_{1}, \mathbf{L}^{\mathbf{a}}_{2}]$$

$$\mathbf{A}^{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11} & \mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{12} \\ 0 & \mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{B}^{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11} & \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{12} \\ 0 & \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}^{\mathbf{b}} = [\mathbf{L}^{\mathbf{b}}_{1}, \mathbf{L}^{\mathbf{b}}_{2}]$$

$$\mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{11} = \mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{11},\ \mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{11} = \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{11},\ \mathbf{L}^{\mathbf{a}}_{1} = \mathbf{L}^{\mathbf{b}}_{1} \text{ και } \mathbf{A}^{\mathbf{a}}_{12} = \mathbf{A}^{\mathbf{b}}_{12}, \mathbf{B}^{\mathbf{a}}_{12} = \mathbf{B}^{\mathbf{b}}_{12},\ \mathbf{L}^{\mathbf{a}}_{1} = \mathbf{L}^{\mathbf{b}}_{2},\ \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{H}^{\mathbf{a}}_{2}}_{\mathbf{m}} \neq \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{H}^{\mathbf{b}}_{2}}_{\mathbf{m}}$$

ii) $[\mathbf{A}^{\mathbf{a}},\mathbf{B}^{\mathbf{a}},\mathbf{L}^{\mathbf{a}}],[\mathbf{A}^{\mathbf{b}},\mathbf{B}^{\mathbf{b}},\mathbf{L}^{\mathbf{b}}]$

με $\mathbf{A^a} = \begin{bmatrix} \mathbf{A^a_{11}} & \mathbf{A^a_{12}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B^a_{11}} & 0 \\ 0 & \mathbf{B^a_{22}} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L^a} = [\mathbf{L^a_1}, \mathbf{L^a_2}]$

$$\mathbf{A^b} = \begin{bmatrix} \mathbf{A^b_{11}} & \mathbf{A^b_{12}} \\ 0 & \mathbf{A^b_{22}} \end{bmatrix}, \mathbf{B^b} = \begin{bmatrix} \mathbf{B^b_{11}} & 0 \\ 0 & \mathbf{B^b_{22}} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L^b} = [\mathbf{L^b_1}, \mathbf{L^b_2}]$$

$\mathbf{A^a_{11}} = \mathbf{A^b_{11}}, \ \mathbf{B^a_{11}} = \mathbf{B^b_{11}}, \ \mathbf{L^a_1} = \mathbf{L^b_1}$ και $\mathbf{A^a_{12}} = \mathbf{A^b_{12}}, \ \mathbf{L^a_1} = \mathbf{L^b_2}, \ \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H^a_2}} \neq \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H^b_2}}$

iii)[$\mathbf{A^a}, \mathbf{B^a}, \mathbf{L^a}], [\mathbf{A^b}, \mathbf{B^b}, \mathbf{L^b}]$

με $\mathbf{A^a} = \begin{bmatrix} \mathbf{A^a_{11}} & \mathbf{A^a_{12}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B^a_{11}} & \mathbf{B^a_{12}} \\ 0 & \mathbf{B^a_{22}} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L^a} = [\mathbf{L^a_1}, \mathbf{L^a_2}]$

$$\mathbf{A^b} = \begin{bmatrix} \mathbf{A^b_{11}} & \mathbf{A^b_{12}} \\ 0 & \mathbf{A^b_{22}} \end{bmatrix}, \mathbf{B^b} = \begin{bmatrix} \mathbf{B^b_{11}} & \mathbf{B^b_{12}} \\ 0 & \mathbf{B^b_{22}} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L^b} = [\mathbf{L^b_1}, \mathbf{L^b_2}]$$

$\mathbf{A^a_{11}} = \mathbf{A^b_{11}}, \ \mathbf{B^a_{11}} = \mathbf{B^b_{11}}, \ \mathbf{L^a_1} = \mathbf{L^b_1}$ και $\mathbf{A^a_{12}} = \mathbf{A^b_{12}}, \mathbf{B^a_{12}} = \mathbf{B^b_{12}}, \ \mathbf{L^a_1} = \mathbf{L^b_2}, \ \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H^a_2}} \neq \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H^b_2}}$

iv) [$\mathbf{A^a}, \mathbf{B^a}, \mathbf{L^a}], [\mathbf{A^b}, \mathbf{B^b}, \mathbf{L^b}]$

με $\mathbf{A^a} = \begin{bmatrix} \mathbf{A^a_{11}} & \mathbf{A^a_{12}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B^a_{11}} & \mathbf{B^a_{12}} \\ 0 & \mathbf{B^a_{22}} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L^a} = [\mathbf{L^a_1}, \mathbf{L^a_2}]$

$$\mathbf{A^b} = \begin{bmatrix} \mathbf{A^b_{11}} & \mathbf{A^b_{12}} \\ 0 & \mathbf{A^b_{22}} \end{bmatrix}, \mathbf{B^b} = \begin{bmatrix} \mathbf{B^b_{11}} & 0 \\ 0 & \mathbf{B^b_{22}} \end{bmatrix}, \ \mathbf{L^b} = [\mathbf{L^b_1}, \mathbf{L^b_2}]$$

$\mathbf{A^a_{11}} = \mathbf{A^b_{11}}, \ \mathbf{B^a_{11}} = \mathbf{B^b_{11}}, \ \mathbf{L^a_1} = \mathbf{L^b_1}$ και $\mathbf{A^a_{12}} = \mathbf{A^b_{12}}, \mathbf{B^a_{12}} = \mathbf{B^b_{12}}, \ \mathbf{L^a_1} = \mathbf{L^b_2}, \ \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H^a_2}} \neq \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{H^b_2}}$

v) σε τεχνικές σύνθετης παραγωγής σαν τις προηγούμενες οι οποίες είναι πολλαπλά διασπώμενες.

Στις περιπτώσεις αυτές, προφανώς, ένα τυπικό εμπόρευμα το οποίο αποτελείται μόνο από τα εμπορεύματα της πρώτης στήλης των παραπάνω τεχνικών οδηγεί σε τυπικά υποσυστήματα τα οποία ταυτίζονται. Η ταύτιση αυτή είναι συνέπεια τις υπόθεσης ότι οι πρώτες στήλες των εν λόγω τεχνικών ταυτίζονται. Συνεπώς, ταυτίζονται και οι με αυτή την τυποποίηση προκύπτουσες w-r-σχέσεις. Αν τώρα το τυπικό εμπόρευμα περιλαμβάνει και εμπορεύματα των διαφερουσών στηλών, τότε τα αντίστοιχα τυπικά υποσυστήματα των τεχνικών κάθε περίπτωσης δεν θα ταυτίζονται. Η μη ταύτιση αυτή είναι συνέπεια του ότι τα τυπικά υποσυστήματα θα περιλαμβάνουν και διαδικασίες παραγωγής οι οποίες είναι διαφορετικές. Άμεση συνέπεια των τελευταίων θα είναι ότι θα διαφέρουν και οι w-r-σχέσεις στις οποίες τα αντίστοιχα τυπικά υποσυστήματα θα οδηγούν.

Συμπερασματικά, και στις τεχνικές σύνθετης παραγωγής διαπιστώνουμε ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος μεταβάλλεται και η με το κριτήριο της w-r-σχεσης κατάταξη και επιλογή τεχνικής.

ΙΙΙ.4 Το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους

Το δεύτερο κριτήριο το οποίο θα εξεταστεί είναι αυτό της ελαχιστοποίησης του κόστους. Το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους ορίζει ως «επιλεγείσα τεχνική» εκείνη την τεχνική, που εξ ενός δεδομένου συνόλου γειτονικών τεχνικών μιας δεδομένης τεχνολογίας- τεχνικών δηλαδή οι οποίες διαφέρουν ως προς την αυτή διαδικασία παραγωγής- για δεδομένο ποσοστό κέρδους ελαχιστοποιεί το κόστος της διαφέρουσας διαδικασίας. Η έννοια του κόστους της διαφέρουσας διαδικασίας περιλαμβάνει την τιμή των μέσων παραγωγής, που η εν λόγω διαδικασία χρησιμοποιεί κατά την παραγωγή μιας μονάδας του απλού ή σύνθετου εμπορεύματος το οποίο την χαρακτηρίζει, καθώς και τα κέρδη και τους μισθούς, που αντιστοιχούν στην παραγωγή αυτή. Ο υπολογισμός του εν λόγω κόστους γίνεται με βάση τις τιμές που προκύπτουν από τις εν λόγω δεδομένες τεχνικές για ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους και στα πλαίσια μιας ενιαίας τυποποίησης. Για να είναι μια τεχνική η τεχνική που ελαχιστοποιεί το κόστος, πρέπει η διαφέρουσα διαδικασία, την οποία περιλαμβάνει η τεχνική αυτή, να ελαχιστοποιεί το κόστος για όλα τα επίπεδα τιμών που προκύπτουν για το δεδομένο ποσοστό κέρδους και τη δεδομένη τυποποίηση από τις διαθέσιμες στη δεδομένη τεχνολογία γειτονικές τεχνικές. Εκείνη την τεχνική, που ελαχιστοποιεί το κόστος και η οποία ορίζεται από το κριτήριο αυτό ως η επιλεγείσα τεχνική, θα την καλούμε υπερέχουσα τεχνική.

Με άλλα λόγια το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους συνίσταται στα ακόλουθα:

α) αφορά την κατάταξη και την επιλογή γειτονικών μόνο τεχνικών.
β) η σύγκριση αφορά περαιτέρω το κόστος της διαφέρουσας διαδικασίας.
γ) οδηγεί σε εκείνη την «τεχνική», που ελαχιστοποιεί το κόστος της διαφέρουσας διαδικασίας για ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή για ένα εξωγενώς δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο).
δ) το κόστος της διαφέρουσας διαδικασίας υπολογίζεται στη βάση των τιμών που προκύπτουν από κάθε δεδομένη τεχνική για το δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή για το δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο.)
ε) για να προσδιοριστούν τιμές στα πλαίσια κάθε δεδομένης τεχνικής για το δεδομένο ποσοστό κέρδους και για να είναι δυνατό να προσδιοριστεί ποια τεχνική ελαχιστοποιεί το κόστος της διαφέρουσας διαδικασίας, πρέπει προηγουμένως να έχει εισαχθεί μια ενιαία τυποποίηση για όλες τις δεδομένες τεχνικές που το κριτήριο καλείται να κατατάξει και να επιλέξει.
στ) το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους είναι ένα κριτήριο «φθήνειας». Μεταξύ δύο εναλλακτικών διαδικασιών επιλέγεται εκείνη, η οποία παρουσιάζει το χαμηλότερο κόστος, επιλέγεται εκείνη η οποία είναι πιο «φθηνή»[1].
ζ) το κόστος της διαφέρουσας διαδικασίας δεν είναι το σύνηθες κόστος. Είναι το άθροισμα του κόστους των εισροών της εν λόγω διαδικασίας προσαυξημένου με τα κέρδη που αναλογούν στη διαδικασία αυτή στα πλαίσια ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους. Το κόστος δε των εισροών εκτιμάται με βάση τα τιμιακά μεγέθη που προκύπτουν από τις δεδομένες γειτονικές τεχνικές. Με άλλα λόγια, το κόστος της

[1] Δες Σταμάτης (1997) σελ. 309-311.

διαφέρουσας διαδικασίας προσδιορίζεται από εκείνους τους παράγοντες, που προσδιορίζουν την τιμή του ακαθάριστου προϊόντος της, εκτιμημένων στη βάση των τιμών των εμπορευμάτων και του ποσοστού κέρδους (ή του ονομαστικού ωρομισθίου) που προκύπτουν από όλες τις δεδομένες γειτονικές τεχνικές.

η) στο κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους «το υποκείμενο το οποίο επιλέγει μεταξύ των δύο [ή περισσότερων] διαφορετικών εκδοχών της διαδικασίας παραγωγής, κατά την οποία διαφέρουν δύο [η περισσότερες] κάθε φορά δεδομένες γειτονικές τεχνικές, και κατ' επέκτασιν μεταξύ των δύο [ή περισσότερων] γειτονικών τεχνικών, δεν είναι ένας συνολικός καπιταλιστής, αλλά ο (ατομικός ή συλλογικός) καπιταλιστής, ο οποίος δουλεύει τη διαδικασία παραγωγής, κατά την οποία διαφέρουν οι δύο [ή περισσότερες] γειτονικές τεχνικές»[1].

Στα πλαίσια ενός τυπικά εκφρασμένου ορισμού, σύμφωνου με την κρατούσα απόδοση, το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους θα μπορούσαμε να το θέσουμε ως εξής: αν μας δίνεται ένα σύνολο γειτονικών τεχνικών της μορφής [$\mathbf{A^q}, \mathbf{L^q}, \mathbf{B^q}$], όπου q=1,2,...,τ, οι οποίες διαφέρουν όλες ως προς μια και την αυτή διαδικασία παραγωγής, έστω την ν-οστή, το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους είναι εκείνο το κριτήριο, το οποίο ορίζει ως υπερέχουσα τεχνική την τεχνική, έστω $\underline{\mathbf{q}}$, για την οποία ικανοποιούνται οι ακόλουθες συνθήκες

$$\mathbf{p}^{\underline{\mathbf{q}}}\mathbf{B}^{\mathbf{q}}_{\mathbf{v}} - \mathbf{p}^{\underline{\mathbf{q}}}\mathbf{A}^{\mathbf{q}}_{\mathbf{v}}(1+\underline{\mathbf{r}}) \leq \mathbf{w}^{\underline{\mathbf{q}}}\mathbf{L}^{\mathbf{q}}_{\mathbf{v}}$$
$$\mathbf{p}^{\mathbf{q}}\mathbf{d} = 1$$

Εδώ το $\mathbf{p}^{\underline{\mathbf{q}}}$ συμβολίζει τις τιμές οι οποίες αντιστοιχούν σε μια συγκεκριμένη τεχνική $\underline{\mathbf{q}}$ από τις q δεδομένες, όταν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιείται το καλάθι $\mathbf{d}$ και όταν το ποσοστό κέρδους έχει λάβει την τιμή $\underline{\mathbf{r}}$. Όσον αφορά τα σύμβολα $\mathbf{A}^{\mathbf{q}}_{\mathbf{v}}, \mathbf{L}^{\mathbf{q}}_{\mathbf{v}}, \mathbf{B}^{\mathbf{q}}_{\mathbf{v}}$, αυτά εκφράζουν την ν-οστή διαδικασία παραγωγής καθεμιάς τεχνικής, εκ των δεδομένων q τεχνικών. Σύμφωνα με την τελευταία συνθήκη, η ν-οστή διαδικασία κάθε q τεχνικής, αν αυτή αποτιμηθεί στο διάνυσμα $\mathbf{p}^{\underline{\mathbf{q}}}$, θα οδηγεί είτε σε αρνητικά είτε σε μηδενικά υπερκέρδη. Ασφαλώς, όταν μια διαδικασία παραγωγής οδηγεί για ένα ορισμένο επίπεδο τιμών σε αρνητικά υπερκέρδη ενώ μια άλλη διαδικασία για τις ίδιες τιμές οδηγεί σε μηδενικά υπερκέρδη, τότε αυτό σημαίνει ότι η πρώτη διαδικασία απαιτεί μεγαλύτερο κόστος από τη δεύτερη. Περαιτέρω, πρέπει να ικανοποιείται και η ακόλουθη συνθήκη :

$$\mathbf{p}^{\mathbf{q}}\mathbf{B}^{\underline{\mathbf{q}}}_{\mathbf{v}} - \mathbf{p}^{\mathbf{q}}\mathbf{A}^{\underline{\mathbf{q}}}_{\mathbf{v}}(1+\underline{\mathbf{r}}) \geq \mathbf{w}^{\mathbf{q}}\mathbf{L}^{\underline{\mathbf{q}}}_{\mathbf{v}}$$
$$\mathbf{p}^{\mathbf{q}}\mathbf{d} = 1$$

Η συνθήκη αυτή εκφράζει ότι για να είναι η τεχνική $\underline{\mathbf{q}}$ η τεχνική που ελαχιστοποιεί το κόστος, η ν-οστή διαδικασία παραγωγής της πρέπει σε κάθε άλλο διάνυσμα τιμών, προσδιορισμένο από τις υπόλοιπες τεχνικές, να οδηγεί είτε σε θετικά είτε σε μηδενικά υπερκέρδη.

Τον τυπικό ορισμό της ελαχιστοποίησης του κόστους πρόκειται να τον επαναδιατυπώσουμε. Η επαναδιατύπωση αυτή κρίνεται αναγκαία, γιατί ο παραπάνω ορισμός, ο οποίος και εκτίθεται συνήθως στα πλαίσια της σύγχρονης νεορικαρδιανής θεωρίας, στηρίζεται στη διαπίστωση του μεγέθους του κόστους της διαφέρουσας διαδικασίας από το

[1] Δες Σταμάτης (1997) σελ.311

μέγεθος των υπερκερδών της διαδικασίας αυτής. Περαιτέρω, ο παραπάνω ορισμός συσκοτίζει ποιο είναι εκείνο το προϊόν, το κόστος του οποίου διερευνούμε. Επιπρόσθετα, η κρατούσα κατανόηση στα πλαίσια του ορισμού του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης, όπως τον εκθέσαμε, θεωρεί το εν λόγω κριτήριο ως κριτήριο επιλογής τεχνικής. Μια τέτοια θεώρηση όμως, όπως έχει δειχθεί από τον Σταμάτη, είναι εσφαλμένη. Ο Σταμάτης έχει δείξει ότι και το κριτήριο αυτό, όπως και το κριτήριο της w-r-σχέσης, αποτελεί κριτήριο σύγκρισης και επιλογής των τυπικών υποσυστημάτων που αντιστοιχούν στις δεδομένες συγκρινόμενες τεχνικές. Το ζήτημα αυτό θα το εξετάσουμε σε άλλο σημείο. Πριν δείξουμε ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους είναι όπως και το κριτήριο της w-r-σχέσης ένα κριτήριο επιλογής τυπικών υποσυστημάτων, θα εκθέσουμε το πώς εκτίθεται το ζήτημα της «επιλογής τεχνικής» στα πλαίσια του εν λόγω κριτηρίου από την κρατούσα άποψη. Η έκθεση αυτή, της κρατούσας άποψης, θα γίνει με αναφορές σε συγγραφείς οι οποίοι εντάσσονται στους θεωρητικούς της. Η διερεύνηση αυτή θα μας δώσει τη δυνατότητα να διαπιστώσουμε ότι το ζήτημα της επιλογής της υπερέχουσας τεχνικής στα πλαίσια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους συνδέεται με αντιφάσεις, που αφορούν τόσο την έννοια του κριτηρίου ως κριτηρίου επιλογής τεχνικής εξαρτημένου από το τυπικό εμπόρευμα όσο και με αντιφάσεις που αφορούν την επάρκεια του κριτηρίου αυτού ως καπιταλιστικού κριτηρίου επιλογής τεχνικής.

* * *

Θα αρχίσουμε την παράθεση της κρατούσας άποψης εκθέτοντας την έννοια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης με βάση το άρθρο του Erreygers [Erreygers (1994)] που ήδη αναφέραμε και κατά την αναφορά μας στο κριτήριο της w-r-σχέσης, και το οποίο αποτελούσε απάντηση στο Stamatis (1993).

Ο Erreygers, στο Erreygers (1994) σελ.95-96, εισάγει το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους ως εξής: έστω α) μια δεδομένη τεχνολογία απλής παραγωγής αποτελούμενη από m διαδικασίες της μορφής $\mathbf{A_i} \to \mathbf{B_i}$, με i=1,2,…,m, $\mathbf{A_i}$ οι εισροές τις διαδικασίας i και $\mathbf{B_i}$ οι εκροές της. Εδώ βέβαια, επειδή η τεχνολογία είναι απλής παραγωγής, το $\mathbf{B_i}$ εκφράζει μια μονάδα του εμπορεύματος i, β) μια τεχνική T της δεδομένης τεχνολογίας, γ) ένα δεδομένο τυπικό εμπόρευμα **n** αποτελούμενο από εμπορεύματα της δεδομένης τεχνικής T, δ) ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους **r** και ε) $\mathbf{p^T}$ το διάνυσμα των τιμών που αντιστοιχεί στην τεχνική T για το δεδομένο ποσοστό κέρδους **r** και το δεδομένο τυπικό εμπόρευμα n. Στη βάση των υποθέσεων αυτών ισχύουν, σύμφωνα με τον Erreygers, οι ακόλουθες παραστάσεις,

$$\forall \mathbf{i} \in \mathbf{T} : \mathbf{p^T B_i} - (1+\mathbf{r})\mathbf{p^T A_i} - \mathbf{w^T l_i} = 0 \qquad (\text{E.1})$$
$$\mathbf{p^T n} = 1 \qquad (\text{E.2})$$

Σε αυτές τις παραστάσεις εκφράζεται ότι η διαφορά της τιμής του εμπορεύματος i, i∈T, στις τιμές $\mathbf{p^T}$ από το κόστος παραγωγής του υπολογιζόμενο και αυτό στις ίδιες τιμές είναι μηδενική. Προφανώς, αν σε μια διαδικασία παραγωγής j το κόστος παραγωγής μιας μονάδας του j προσαυξημένο με τα κέρδη στη βάση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, το οποίο κόστος εκφράζεται στην παράσταση $(1+\mathbf{r})\mathbf{p^T A_j} + \mathbf{w^T l_j}$, είναι μικρότερο από την τιμή του, τότε η χρησιμοποίηση της διαδικασίας αυτής θα οδηγούσε σε υπερκέρδη. Θα οδηγούσε δηλαδή σε επιπλέον κέρδη πέρα αυτών που αντιστοιχούν στο ενιαίο ποσοστό κέρδους. Αν αντιθέτως, η εν λόγω διαφορά ήταν αρνητική, αυτό θα σήμαινε ότι η διαδικασία j δεν είναι σε θέση να καλύψει το κόστος της προσαυξημένο με τα κέρδη, στη βάση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους. Ο Erreygers δηλώνει ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους εκφράζει την επιλογή εκείνης της τεχνικής, στις τιμές της οποίας καμιά διαδικασία παραγωγής της δεδομένης τεχνολογίας δεν οδηγεί σε υπερκέρδη. Γράφει χαρακτηριστικά: «In a single-product framework the essence of the problem of the choice of techniques is to find a technique *T* which is cost-minimizing, i.e., such that at technique *T*'s prices no known method pays extra-profits» [1]. Έτσι για να είναι η τεχνική Τ η ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνική, πρέπει να ισχύει η ακόλουθη παράσταση,

$$\forall \mathbf{j} = 1,2,...,\mathbf{m}: \qquad \mathbf{p}^{\mathbf{T}}\mathbf{B}_{\mathbf{j}} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A}_{\mathbf{j}} - \mathbf{w}^{\mathbf{T}}\mathbf{l}_{\mathbf{j}} \le 0 \quad \text{(E.3)}$$

Εξηγώντας περαιτέρω την έννοια της ελαχιστοποίησης του κόστους, αναφέρει ότι, αν κάποιος ξεκινήσει με μια τεχνική η οποία δεν ικανοποιεί την (Ε.3), τότε μπορεί να βρει μια τέτοια τεχνική με το να αντικαθιστά τη μια μετά τη άλλη τις «ακριβές» διαδικασίες με τις πιο «φθηνές». Προς απόδειξη δε αυτού παραπέμπει στον αλγόριθμο του Bidard στο Bidard (1990). Ο εν λόγω αλγόριθμος του Bidard –δηλώνει ο Erreygers- μας οδηγεί στην ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνική ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος. Στη συνέχεια, στα πλαίσια μιας προσπάθειας να δείξει ότι, αν ο Σταμάτης [στο Stamatis (1993)] είχε χρησιμοποιήσει ως κριτήριο επιλογής τεχνικής όχι το κριτήριο της w-r-σχέσης, αλλά το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους, τότε δεν θα είχε φτάσει και στο συμπέρασμα της μεταβολής της κατάταξης των τεχνικών συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος, εφαρμόζει το κριτήριό του της ελαχιστοποίησης του κόστους ως εξής: Προσεγγίζει τις τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν στο Stamatis (1993) από την πλευρά των διαδικασιών παραγωγής. Συγκεκριμένα αναφέρει τις ακόλουθες τρεις διαδικασίες παραγωγής: A1'=[0.5, 0], B1'=[1, 0], l1=0.25; A2'=[0.25, 0.75], B2'=[0, 1], l2'=0.25; A3'=[0.25, 0], B3'=[0, 1], l3'=0.25. Οι διαδικασίες αυτές ορίζουν δύο τεχνικές, την τεχνική a, η οποία ορίζεται από τις διαδικασίες 1 και 2, και την τεχνική b, η οποία ορίζεται από τις διαδικασίες 1 και 3. Αν τώρα, αναφέρει, ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί ένα τυπικό εμπόρευμα της μορφής [2, 0], τότε οι τιμές και ονομαστικό ωρομίσθιο την τεχνικής a προσδιορίζονται από τις ακόλουθες συναρτήσεις,

$$\mathbf{p}_1^{\mathbf{a}} = \frac{1}{2}, \qquad \mathbf{p}_2^{\mathbf{a}} = \frac{(3-\mathbf{r})}{2(1-3\mathbf{r})}, \qquad \mathbf{w}^{\mathbf{a}} = (1-\mathbf{r}) \qquad \text{(E.4)}$$

Οι συναρτήσεις αυτές, οι οποίες είναι συναρτήσεις του ποσοστού κέρδους, έχουν ως συνέπεια ότι και τα υπερκέρδη να είναι μια συνάρτηση του ποσοστού κέρδους. Συγκεκριμένα ισχύει η ακόλουθη συνάρτηση

$$\mathbf{p}^{\mathbf{a}}\mathbf{B}_3 - (1+\mathbf{r})\mathbf{p}^{\mathbf{a}}\mathbf{A}_3 - \mathbf{w}^{\mathbf{a}}\mathbf{l}_3 = \frac{3(3-\mathbf{r})(1+\mathbf{r})}{8(1-3\mathbf{r})} \qquad \text{(E.5)}$$

Εξηγώντας την παράσταση (Ε.5), ο Erreygers παρατηρεί ότι για τιμές του ποσοστού κέρδους για τις οποίες ισχύει $0< r < 1/3$, η δεξιά πλευρά της (Ε.5) είναι ή θετική ή άπειρη. Αυτό, γράφει, «σημαίνει ότι η τρίτη διαδικασία πληρώνει υπερκέρδη…Για τις τιμές αυτές του r η τεχνική b είναι η (μοναδική) ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνική. Για $r>1/3$, αρνητικό είναι είτε το $\mathbf{p}_2^{\mathbf{a}}$ είτε το $\mathbf{w}^{\mathbf{a}}$. Αυτό πάλι σημαίνει ότι η τεχνική a δεν μπορεί να είναι η εναλλακτικά αποδεκτή τεχνική σε σχέση με την τεχνική b. Το συμπέρασμα είναι ότι η τεχνική a δεν είναι ποτέ η ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνική.»[2] Στη βάση αυτών, ο Erreygers συμπεραίνει ότι αν και η χρήση του κριτηρίου της w-r-σχέσης από τον Σταμάτη οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ενώ η χρήση ως τυπικού εμπορεύματος του εμπορεύματος n'=[0.5, 0.5] οδηγεί στο αποδεκτό συμπέρασμα της επιλογής της τεχνικής b, η χρήση ως τυπικού εμπορεύματος του καλαθιού n'=[2, 0] οδηγεί στην επιλογή τόσο της τεχνικής a όσο και της b ως εξίσου κερδοφόρες. Το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους οδηγεί πάντα

[1] Erreygers (1994) σελ. 95
[2] Erreygers (1994) σελ. 96

στην επιλογή της τεχνικής b. Ως εκ τούτου, συμπεραίνει επίσης ότι το κριτήριο της «w-r-καμπύλης» δεν είναι γενικά «έγκυρο» κριτήριο επιλογής τεχνικής. «Εγκυρο» είναι μόνο στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών.

Σύμφωνα με τον Erreygers -και στη βάση του άρθρου του Bidard [Bidard (1990)]-, αν μια οικονομία έχει στη διάθεσή της δυο γειτονικές τεχνικές απλής παραγωγής, έστω τις τεχνικές **a, b**, τότε για ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους r και μια δεδομένη εξίσωση τυποποίησης η επιλογή θα γίνει ως εξής:

α) Θα υπολογιστούν, για το δεδομένο ποσοστό κέρδους **r** και για τη δεδομένη εξίσωση τυποποίησης, οι τιμές των εμπορευμάτων και το ονομαστικό ωρομίσθιο της τεχνικής **a** και στη συνέχεια θα υπολογιστεί η διαφορά του κόστους της διαφέρουσας διαδικασίας της τεχνικής **b** από την τιμή του εμπορεύματος της διαδικασίας αυτής. Τα εν λόγω τιμιακά μεγέθη αποτιμούνται με βάση τα ονομαστικά μεγέθη που ήδη έχουν προσδιοριστεί στα πλαίσια της τεχνικής **a**. Αν η διαφορά αυτή είναι θετική, τότε η διαφέρουσα διαδικασία της τεχνικής **b** αποτιμημένη στις τιμές τις **a** οδηγεί σε υπερκέρδη. Το τελευταίο θα έχει ως συνέπεια η οικονομία να οδηγηθεί στη χρησιμοποίηση της τεχνικής **b,** αφού η τεχνική αυτή οδηγεί σε υπερκέρδη.

β) Για το δεδομένο ποσοστό κέρδους και για τη δεδομένη εξίσωση τυποποίησης, θα υπολογιστούν οι τιμές των εμπορευμάτων και το ονομαστικό ωρομίσθιο της τεχνικής **b** και στην συνέχεια θα υπολογιστεί η διαφορά του κόστους της διαφέρουσας διαδικασίας της **a** από την τιμή του προϊόντος της διαδικασίας αυτής. Εδώ, τα εν λόγω τιμιακά μεγέθη αποτιμούνται στις τιμές της τεχνικής **b**. Αν η διαφορά αυτή είναι αρνητική, τότε αυτό θα σημάνει ότι η τεχνική **a** απαιτεί επιπλέον κόστος για την παραγωγή του προϊόντος της διαφέρουσας διαδικασίας σε σχέση με το κόστος που απαιτεί η παραγωγή του προϊόντος αυτού στην τεχνική **b,** όταν τα κόστη υπολογίζονται στις τιμές της τεχνικής **b.** Αυτό θα σημάνει περαιτέρω ότι η οικονομία θα πρέπει να χρησιμοποιήσει την τεχνική **b**. Αν αντιθέτως, η διαφέρουσα διαδικασία οδηγούσε σε υπερκέρδη, τότε η οικονομία θα έπρεπε να χρησιμοποιήσει την τεχνική **a.**

γ) Όταν η διαφέρουσα διαδικασία της τεχνικής **b** στη βάση των τιμών της τεχνικής **a** οδηγεί σε υπερκέρδη και ταυτόχρονα όταν η διαφέρουσα διαδικασία της τεχνικής **a** αποτιμημένη στις τιμές της τεχνικής **b** οδηγεί σε αρνητικά ή μηδενικά υπερκέρδη, -σύμφωνα με το κριτήριο του Erreygers- η υπερέχουσα τεχνική θα είναι η τεχνική **b**. Όταν η διαφέρουσα διαδικασία της τεχνικής **a** αποτιμημένη στις τιμές της **b** οδηγεί σε υπερκέρδη και η διαφέρουσα διαδικασία της τεχνικής **b** αποτιμημένη στις τιμές της τεχνικής **a** οδηγεί σε αρνητικά υπερκέρδη, τότε η τεχνική **a** υπερέχει έναντι της τεχνικής **b.**

δ) Αν η διαφέρουσα διαδικασία της τεχνικής **a** αποτιμημένη στις τιμές της **b** οδηγεί σε υπερκέρδη και η διαφέρουσα διαδικασία της **b** αποτιμημένη στις τιμές της **a** οδηγεί και αυτή σε υπερκέρδη, τότε δεν υπάρχει κάποια υπερέχουσα τεχνική. Η οικονομία σύμφωνα με το κριτήριο αυτό θα βρίσκεται σε συνεχή εναλλαγή από την τεχνική **a** στην **b** και από την **b** στην **a**, χωρίς να συγκλίνει σε κάποια από αυτές. Η περίπτωση όμως αυτή συμβαίνει μόνο στα πλαίσια των τεχνικών σύνθετης παραγωγής. Εδώ απλώς την αναφέρουμε για την πιο πλήρη κατανόηση του εν λόγω κριτηρίου. Την έννοια του κριτηρίου στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής θα την αναπτύξουμε περαιτέρω σε άλλο σημείο στην συνέχεια.

Όπως διαπιστώνεται από την παραπάνω αναφορά, ο Erreygers θεωρεί το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους ως κριτήριο επιλογής τεχνικής. Θεωρεί επίσης ότι κάνει λάθος ο Σταμάτης όταν λεει ότι η υπερέχουσα τεχνική με βάση το κριτήριο της w-r-σχέσης μεταβάλλεται με το τυπικό εμπόρευμα. Και θεωρεί λάθος την άποψη αυτή του Σταμάτη, γιατί όπως αναφέρει το κριτήριο της w-r-σχέσης του Σταμάτη δεν είναι ένα "καλό" και "έγκυρο" κριτήριο επιλογής όταν πρόκειται για σύγκριση διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής. Περαιτέρω, θεωρεί ότι το κριτήριο που εκθέτει είναι ένα κατάλληλο και έγκυρο κριτήριο, γιατί νομίζει πως δείχνει ότι η υπερέχουσα τεχνική με το κριτήριο αυτό είναι ανεξάρτητη από το τυπικό εμπόρευμα. Στο κριτήριο αυτό θα επανέλθουμε. Διατηρούμε ωστόσο την άποψη του Erreygers ότι α) το κριτήριο της ελαχιστοποίησης είναι ένα κριτήριο επιλογής τεχνικής και β) είναι ανεξάρτητο από το τυπικό εμπόρευμα.

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στο Kurz/Salvadori (1995). Οι Kurz/Salvadori στο εν λόγω βιβλίο τους προβαίνουν σε ορισμένα συμπεράσματα, τα οποία τόσο αυτά τα ίδια όσο και οι αποδείξεις που χρησιμοποιούν έχουν ιδιαίτερη σημασία. Συγκεκριμένα εισάγουν τις ακόλουθες τρεις προτάσεις:
Α) Αν δεδομένης μιας τεχνικής $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$, ενός ποσοστού κέρδους **r*** και ενός αυστηρά θετικού καλαθιού τυπικού εμπορεύματος **d** υπάρχει διαδικασία παραγωγής (**a, b, l**) τέτοια, η οποία είναι σε θέση να οδηγήσει σε υπερκέρδη, τότε, παρατηρούν, υπάρχει μια τεχνική $(\mathbf{A_k},\mathbf{I_k})$ η οποία περιλαμβάνει τη διαδικασία αυτή και η οποία οδηγεί σε μεγαλύτερο ονομαστικό ωρομίσθιο από ό,τι η $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$. Για την απόδειξη της πρότασης αυτής αναφέρουν τα ακόλουθα. Έστω η **nxn** τεχνική $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$ και έστω μια τεχνική $(\mathbf{A_k},\mathbf{I_k})$ αποτελούμενη από τις **n-1** διαδιακασίες της $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$ και μια επιπλέον διαδικασία (**a, b, l**) διαφορετική από την n-οστή διαδικασία της $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$. Αν η εν λόγω διαδικασία (**a, b, l**) της $(\mathbf{A_k},\mathbf{I_k})$ οδηγεί για τις τιμές που προκύπτουν στην τεχνική $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$, για δεδομένο ποσοστό κέρδους **r*** και δεδομένο αυστηρά θετικό τυπικό εμπόρευμα **d** σε υπερκέρδη, τότε έπεται

$$\mathbf{p_h} \geq (1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}\mathbf{p_h} + \mathbf{w_h}\mathbf{l_k}, \qquad \text{(K/S.5.2)}$$
$$\mathbf{p_h} = (1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_h}\mathbf{p_h} + \mathbf{w_h}\mathbf{l_h}$$
$$\mathbf{d}^\mathbf{T}\mathbf{p_h} = 1$$

Αν τώρα $\mathbf{w_h} >, \mathbf{l_k} \geq 0$, τότε έπεται επίσης $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]\mathbf{p_h} > 0$. Αν υποτεθεί ότι η τεχνική $(\mathbf{A_k},\mathbf{I_k})$ είναι παραγωγική[1], ισχύει επίσης ότι $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]^{-1} \geq 0$. Το τελευταίο όμως συνεπάγεται και ότι

$$\mathbf{p_h} \geq \mathbf{w_h}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]^{-1}, \qquad \text{(K/S.5.3)}$$

Δεδομένου όμως ότι $\mathbf{d}^\mathbf{T}\mathbf{p_h} = 1$, έπεται επίσης

$$1 = \mathbf{d}^\mathbf{T}\mathbf{p_h} > \mathbf{w_h}\mathbf{d}^\mathbf{T}[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]^{-1}\mathbf{l_k} = \frac{\mathbf{w_h}}{\mathbf{w_k}}$$

Η τελευταία παράσταση δηλώνει ότι το ονομαστικό ωρομίσθιο της τεχνικής $(\mathbf{A_k},\mathbf{I_k})$ -η οποία περιέχει την παράγουσα υπερκέρδη διαδικασία- είναι υψηλότερο από αυτό της τεχνικής $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$. Ωστόσο όμως, όπως παρατηρούν και οι ίδιοι, αυτό ισχύει μόνο στην περίπτωση που το τυπικό εμπόρευμα είναι αυστηρά θετικό, περιλαμβάνει δηλαδή όλα τα

[1] Οι Kurz/Salvadori, όπως έχουμε παρατηρήσει σε άλλα σημεία όταν αναφέρονται στην έννοια της τεχνικής αναφέρονται πάντα σε παραγωγικές τεχνικές.

εμπορεύματα τα οποία παράγονται από τις υπο εξέταση τεχνικές. Το ίδιο δεν συμβαίνει αν το τυπικό εμπόρευμα δεν περιλαμβάνει όλα τα παραγόμενα εμπορεύματα, αν περιλαμβάνει δηλαδή ορισμένα μόνο εμπορεύματα και όχι όλα. Αν το τυπικό εμπόρευμα δεν περιλαμβάνει όλα τα εμπορεύματα που παράγονται από τις υπό εξέταση τεχνικές, τότε καίτοι μια τεχνική μπορεί να οδηγεί για δεδομένο ποσοστό κέρδους στο υψηλοτερο ονομαστικό ωρομίσθιο, αυτό δεν θα εγγυάται ότι η ίδια αυτή τεχνική θα είναι και η ελαχιστοποιούσα το κόστος. Όπως γράφουν χαρακτηριστικά: «[η εκτεθείσα πρόταση] is sufficient to show that if the numeraire consists of a positive amount of each commodity, then each technique which, at the given rate profit r*, is able to pay the highest possible wage rate is cost-minimazing at the rate of profit. The argument just presented implies that otherwise some techniques among those which are able to pay the highest possible wage rate might not be cost minimizing»[1].

Β) Αν για δύο δεδομένες τεχνικές $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$, $(\mathbf{A_k},\mathbf{I_k})$ ισχύουν τα ακόλουθα,

$$\begin{aligned} &\mathbf{p_h} > 0, \mathbf{p_k} > 0 \\ &\mathbf{w_k} > \mathbf{w_h} > 0 \end{aligned} \qquad \text{(K/S.5.4)}$$

τότε στη τεχνική $(\mathbf{A_k},\mathbf{I_k})$ για τις τιμές που ορίζονται από την τεχνική $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$ υπάρχει διαδικασία παραγωγής που οδηγεί σε υπερκέρδη.

Η απόδειξη που δίνουν είναι η εξής: έστω ότι ισχύει το αντίθετο, ισχύει δηλαδή $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]\mathbf{p_h} \leqq \mathbf{w_h}\mathbf{l_k}$. Δεδομένου όμως ότι για αυστηρά θετικό τυπικό εμπόρευμα ισχύει $\mathbf{d}^T[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]^{-1} \geq 0^T$, έπεται ότι $1=\mathbf{d}^T\mathbf{p_h} \leq \mathbf{w_h}\mathbf{d}^T[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]^{-1}\mathbf{l_k} = \dfrac{\mathbf{w_h}}{\mathbf{w_k}}$. Το τελευταίο όμως δεν ισχύει, γιατί ήδη έχουμε προϋποθέσει ότι ισχύει $\mathbf{w_k} > \mathbf{w_h} > 0$. Συνεπώς πρέπει να ισχύει $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]\mathbf{p_h} \geq \mathbf{w_h}\mathbf{l_k}$.[2] [3]

Γ) Αν δύο τεχνικές $(\mathbf{A_h},\mathbf{I_h})$ $(\mathbf{A_k},\mathbf{I_k})$ για δεδομένο r ελαχιστοποιούν και οι δύο το κόστος και ισχύει περαιτέρω ότι $\mathbf{w_k} > 0, \mathbf{w_h} > 0, \mathbf{p_k} > 0, \mathbf{p_h} > 0,$ τότε ισχύει επίσης και ότι $\mathbf{w_k} = \mathbf{w_h}$, $\mathbf{p_k} = \mathbf{p_h}$.

Η απόδειξη που δίνουν είναι η εξής: λόγω του ότι και οι δύο τεχνικές για δεδομένο ποσοστό κέρδους ελαχιστοποιούν το κόστος, έπεται

$$\begin{aligned} &\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]\mathbf{p_h} \leqq \mathbf{w_h}\mathbf{l_k} \qquad (5.5\mathbf{a}) \\ &[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_h}]\mathbf{p_k} \leqq \mathbf{w_k}\mathbf{l_h}. \end{aligned} \qquad (5.5b)$$

$$\begin{aligned} &[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_h}]\mathbf{p_h} = \mathbf{w_h}\mathbf{l_h} \\ \text{με}\quad &[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]\mathbf{p_k} = \mathbf{w_k}\mathbf{l_k} \\ &\mathbf{d}^T\mathbf{p_h} = \mathbf{d}^T\mathbf{p_k} = 1. \end{aligned}$$

Δεδομένης όμως της πρότασης Β καθώς και του ότι οι εν λόγω τεχνικές είναι παραγωγικές, ισχύει ότι $\mathbf{w_k} = \mathbf{w_h}$., $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]^{-1} \geq 0$, $[\mathbf{I}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_h}]^{-1} \geq 0$, συνεπώς

[1] Δες Kurz/Salvadori (1995) σελ. 129

[2] Δες Kurz/Salvadori (1995) σελ. 129-130

[3] Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι η απόδειξη αυτή συνίσταται, όπως και στο προηγούμενο σημείο, στην αυστηρή θετικότητα του τυπικού εμπορεύματος. Δεν ισχύει γενικά αν ενδέχεται το τυπικό εμπόρευμα να έχει και μηδενικές συνιστώσες.

$[\mathbf{l}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]^{-1}\,[\mathbf{l}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]\mathbf{p_h} \leqq \mathbf{w_h}\mathbf{l_k}\;\mathbf{l}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_k}]^{-1},\ \mathbf{w_k}=\mathbf{w_h}.$
$[\mathbf{l}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_h}]^{-1}[\mathbf{l}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_h}]\mathbf{p_k} \leqq \mathbf{w_k}\mathbf{l_h}\,[\mathbf{l}-(1+\mathbf{r}^*)\mathbf{A_h}]^{-1},\mathbf{w_k}=\mathbf{w_h}.$
άρα έπεται και ότι $\mathbf{p_h} \leqq \mathbf{p_k} \leqq \mathbf{p_h}$, $\mathbf{p_k}=\mathbf{p_h}$.[1] [2]

Το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους όπως διατυπώνεται και από τους Kurz/Salvdori ορίζει ως υπερέχουσα τεχνική εκείνη, στις τιμές της οποίας δεν υπάρχει άλλη διαδικασία η οποία να οδηγεί σε υπερκέρδη. Προφανώς, το κριτήριο αυτό είναι το ίδιο με το κριτήριο που χρησιμοποιεί και ο Erreygers. Το ενδιαφέρον όμως στην ανάλυση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης είναι ότι αυτό δεν είναι ισοδύναμο με το κριτήριο της w-r-σχέσης. Οι Kurz/Salvadori[3], αν και στο Kurz/Salavadori σελ.113-119, όπου αναπτύσσουν το ζήτημα της επιλογής του τυπικού εμπορεύματος, όχι μόνο δεν κάνουν καμία αναφορά στο ζήτημα της μη ουδετερότητας του τυπικού εμπορεύματος, όχι μόνο η μόνη τους παρατήρηση είναι ότι «The numeraire is chosen by the theorist and does not depend on ‘‘observed facts’’. However, some numeraires have useful properties which can be utilized by the theorist.». Ακόμα δε περισσότερο, καίτοι οι Kurz/Gehrke [στο Kurz /Gehrke (1994) σελ.102] δηλώνουν ότι «there is no harm in changing the standard of value provided it is kept in mind that such changes are carried out by the observer and cannot alter the properties of the observed object», εν τέλει διαπιστώνουν και οι ίδιοι ότι τελικά το τυπικό εμπόρευμα έχει σημαντικές συνέπειες στα κριτήρια επιλογής τεχνικής. Διαπιστώνουν ότι η επιλογή τεχνικής στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης και της ελαχιστοποίησης του κόστους είναι συνάρτηση του τυπικού εμπορεύματος. Διαπιστώνουν ότι για να μπορούν τα δύο αυτά κριτήρια να οδηγούν στην ίδια υπερέχουσα τεχνική, το χρησιμοποιηθέν τυπικό εμπόρευμα πρέπει να αποτελείται από όλα τα εμπορεύματα που παράγονται στα πλαίσια των δεδομένων γειτονικών τεχνικών. Συνεπώς, το τυπικό εμπόρευμα δεν είναι ένα μέγεθος όπως θέλουν να το παρουσιάσουν οι Kurz/ Salvadori. Δεν είναι ένα μέγεθος ουδέτερο, ένα μέγεθος η συγκεκριμένη μορφή του οποίου εξαρτάται αποκλειστικά από τη βούληση του κάθε θεωρητικού και του τι αυτός θέλει να δείξει σε σχέση με τις ιδιότητες της [καπιταλιστικής] οικονομίας. Να σημειωθεί εδώ ότι, όπως είδαμε και στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης, η διαπίστωση της χρησιμοποίησης αυτού του είδους του τυπικού εμπορεύματος ως εκείνου του τυπικού εμπορεύματος, το οποίο οδηγεί σε ορθολογικά αποτελέσματα -και ειδικότερα εκείνου του τυπικού εμπορεύματος το τυπικό υποσύστημα του οποίου από πλευράς μεθόδων παραγωγής ταυτίζεται με τις δεδομένες τεχνικές - είναι διατυπωμένη από τον Σταμάτη αρκετά χρόνια πριν οι Kurz/Salvadori προβούν και αυτοί στην ίδια διαπίστωση · είναι διατυπωμένη από το 1983[4] ως συνέπεια της έννοιας του τυπικού υποσυστήματος.

Ωστόσο, οι Kurz/Salvadori, αντί ενόψει της διαπίστωσης αυτής να διερευνήσουν την έννοια της εξίσωσης τυποποίησης, σταματούν απλώς και μόνο στη διαπίστωση αυτή. Σταματούν δηλ. απλώς στο να δηλώσουν ότι η κατάταξη και η επιλογή τεχνικής πρέπει να γίνεται στη βάση εκείνου του καλαθιού των εμπορευμάτων, το οποίο αποτελεί τη ζήτηση της οικονομίας [Δες π.χ. Kurz/ Salvadori σελ. 131]. Αυτό όμως, σύμφωνα με τα όσα ήδη έχουμε αναπτύξει στο κριτήριο της w-r-σχέσης, σημαίνει ότι οι εν λόγω συγγραφείς προβαίνουν απλώς στην σύγκριση εκείνων των τυπικών υποσυστημάτων, τα οποία ταυτίζονται με τα σε θέση να ικανοποιήσουν την εξωγενώς δεδομένη ζήτηση συστήματα

---

[1] Δες Kurz/Salvadori (1995) σελ. 130.

[2] Και στην περίπτωση αυτή ισχύς της πρότασης αποδεικνύεται με βάση ένα αυστηρά θετικό τυπικό εμπόρευμα, σε αντίθετη περίπτωση παύει να ισχύει.

[3] Δες π.χ Kurz/Salvadori σελ.113

[4] Δες Stamatis (1983)

παραγωγής ·το ότι ως κριτήριο χρησιμοποιείται το κριτήριο της ελαχιστοποίησης δεν μεταβάλλει τίποτε στον ισχυρισμό αυτό. Το ζήτημα όμως αυτό θα το εξετάσουμε ειδικότερα σε άλλο σημείο. Προς το παρόν μας ενδιαφέρει η διαπίστωση των Kurz/Salvdori ότι η επιλογή τεχνικής προϋποθέτει μια συγκεκριμένη τυποποίηση -και αυτό μάλιστα όταν οι ίδιοι δηλώνουν ότι η τυποποίηση είναι ουδέτερη ακόμα και στο ζήτημα της επιλογής τεχνικής. Το εν λόγω ζήτημα μας ενδιαφέρει γιατί η τυποποίηση εισάγεται απλώς και μόνο για να προσδιοριστούν ονομαστικά μεγέθη και όχι για να προσδιοριστούν ονομαστικά μεγέθη εκφρασμένα σε όρους του καλαθιού των εμπορευμάτων της ζήτησης. Η διαπίστωση απλώς και μόνο ότι η κατάταξη των τεχνικών ενέχει ένα κατάλληλο επιλεγμένο τυπικό εμπόρευμα το οποίο είναι συνάρτηση της ζήτησης, η διαπίστωση δηλαδή ότι η κατάταξη των τεχνικών ενέχει πως η ζήτηση παίζει το ρόλο του τυπικού εμπορεύματος θα σήμαινε ότι το χρήμα μιας οικονομίας είναι συνάρτηση της συνολικής ζήτησης της οικονομίας αυτής και ότι μεταβαλλόμενης της ζήτησης της οικονομίας μεταβάλλεται και το μέτρο των τιμών. Το τελευταίο αυτό όμως δεν απαντάται στα πλαίσια μιας πραγματικής οικονομίας. Στα πλαίσια μιας πραγματικής οικονομίας η μεταβολή της ζήτησης επιδρά μόνο στις τιμές, σχετικές και απόλυτες, και όχι στο μέτρο των τιμών. Με άλλα λόγια, ο τρόπος με τον οποίο οι Kurz/Salvadori αναπτύσσουν το ζήτημα του τυπικού εμπορεύματος και στη συνέχεια το ζήτημα της «επιλογής τεχνικής» αποτελεί προσπάθεια απόκρυψης του ότι η εξίσωση τυποποίησης δεν είναι ουδέτερη. Και είναι προσπάθεια απόκρυψης, γιατί ενώ η εξίσωση τυποποίησης έχει ένα και μοναδικό ρόλο, το ρόλο της μετατροπής των σχετικών τιμών σε απόλυτων, έναν ρόλο τον οποίο μπορεί να διαδραματίσει μια οποιοδήποτε εξίσωση τυποποίησης, είτε αυτή αφορά ένα και μόνο εμπόρευμα είτε περισσότερα του ενός είτε όλα τα εμπορεύματα τα οποία παράγουν οι δεδομένες τεχνικές καθώς παράγουν το καλάθι της ζήτησης, οι εν λόγω συγγραφείς ενώ αρχικά εκθέτουν την άποψη της ελευθερίας της επιλογής του τυπικού εμπορεύματος, αμέσως μετά προωθούν μια μονοσήμαντη επιλογή του τυπικού εμπορεύματος.

Περαιτέρω, μια μονοσήμαντη επιλογή του τυπικού εμπορεύματος, πέρα του ότι αντιφάσκει στην ίδια την έννοια και το ρόλο του τυπικού εμπορεύματος και της εξίσωσης τυποποίησης, αποτελεί και διαφοροποίηση από την κρατούσα θεώρηση περί ουδετερότητας του τυπικού εμπορεύματος. Σε άλλα αποσπάσματα, τα οποία θα εξετάσουμε στην συνέχεια, π.χ. του Okishio, θα δούμε ότι η κρατούσα άποψη, τουλάχιστον πριν οι Kurz/Salvadori εκθέσουν την παραπάνω άποψη, ήταν ότι τα κριτήρια της w-r-σχέσης και της ελαχιστοποίησης του κόστους, στα πλαίσια της απλής παραγωγής με την εργασία ως το μοναδικό αρχικό συντελεστή παραγωγής, αποτελούν ισοδύναμα κριτήρια. Η κρατούσα θεώρηση δεν έθεσε κανένα ζήτημα διαφοροποίησης του κριτηρίου της w-r-σχέσης από το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους συναρτήσει του τυπικού εμπορεύματος .

Σε σχέση με το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους και το ζήτημα της επιλογής τεχνικής όπως αυτά εκτίθενται από τον Bidard [στο Bidard (1990) σελ.122] –όπως δηλαδή αυτά εκτίθενται από τον εκείνον τον συγγραφέα, στο άρθρο το οποίου παραπέμπει ο Erreygers-, θα αναφέρουμε τα ακόλουθα [1]:

> Ο Bidard εκθέτει τα εν λόγω ζητήματα ως εξής: Έστω μια δεδομένη τεχνολογία **Q** αποτελούμενη από **q** διαδικασίες παραγωγής. Διαμέσου αυτών των **q** διαδικασιών παράγονται **n** εμπορεύματα. Έστω επίσης μια τεχνική **I** αυτής της τεχνολογίας αποτελούμενη από **n** διαδικασίες παραγωγής της μορφής $(\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{i}},\mathbf{l}_{\mathbf{i}}) \rightarrow \mathbf{b}_{\mathbf{i}}, \mathbf{i} \in \mathbf{I} \subset \mathbf{Q}$, (όπου: $\boldsymbol{\alpha}_{i} \in \mathbf{R}_{+}^{\mathbf{n}}$ οι εισροές, $\mathbf{l}_{\mathbf{i}} \in \mathbf{R}_{+}$ η ποσότητα ομοιογενούς εργασίας και $\mathbf{b}_{\mathbf{i}} \in \mathbf{R}_{+}^{\mathbf{n}}$ οι εισροές της διαδικασίας **i**). Το διάνυσμα των τιμών παραγωγής της τεχνικής **I** «σε

[1] Η παράθεση γίνεται από την ελληνική μετάφραση του άρθρου αυτού στο Bidard (1996)

όρους του ονομαστικού μισθού» είναι εκείνο το διάνυσμα $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^{\mathbf{n}}$, για το οποίο ισχύει η ακόλουθη πα-ράσταση: $\forall \mathbf{i} \in \mathbf{I}$, $(1+\mathbf{r})\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{i}}\mathbf{p}+\mathbf{l}_{\mathbf{i}} = \mathbf{b}_{\mathbf{i}}\mathbf{p}$. Το διάνυσμα αυτό είναι μοναδικό, εάν για την ορί-ζουσα **det**[**B**-(1+**r**)**A**] ισχύει **det**[**B**-(1+**r**)**A**] $\neq 0$. Στη συνέχεια ο Bidard ορίζει την έννοια της «κυριάρχης» τεχνικής. Αν, γράφει, για κάθε διαδικασία παραγωγής της δεδομένης τεχνολογίας Q, στις τιμές **p** της τεχνικής **I,** ισχύει η σχέση $\forall \mathbf{j} \in \mathbf{Q}$, $(1+\mathbf{r})\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{j}}\mathbf{p}+\mathbf{l}_{\mathbf{j}} \geq \mathbf{b}_{\mathbf{j}}\mathbf{p}$, τότε η τεχνική **I** καλείται «κυρίαρχη». Αν η τελευταία αυτή ανισότητα δεν ισχύει, τότε η αναζήτηση υπερκερδών θα οδηγήσει τους καπιταλιστές στην εισαγωγή μιας πρόσθετης κερδοφόρας διαδικασίας **j** στο σύνολο των υπό λειτουργία μεθόδων της τεχνικής **I,** όπου και καταλαμβάνει τη θέση μιας «παλαιάς» διαδικασίας, έστω της **i.** Οι νέες τιμές παραγωγής που θα προκύψουν από τη νέα γειτονική της Ι τεχνικής -από την τεχνική δηλαδή που διαφέρει από την τεχνική Ι μόνο ως προς το ότι η διαδικασία i έχει αντικατασταθεί από τη διαδικασία j- «συγκροτούν τη βάση υπολογισμού της κερδοφορίας των άλλων μεθόδων, συμπεριλαμβανομένης και αυτής που αποκλείστηκε». "Εάν, έπειτα από ορισμένα βήματα αυτού του *αλγόριθμου της αγοράς*, η ευρισκόμενη σε λειτουργία τεχνική είναι τέτοια που καμιά άλλη διαδικασία δεν αποδίδει υπερκέρδη, καλείται κυρίαρχη τεχνική." Για τις τεχνικές απλής παραγωγής και χωρίς περαιτέρω ανάλυση και απόδειξη εκθέτει την άποψη ότι ισχύουν οι ακόλουθες προτάσεις,

> «(i) Οι συγκρίσεις ανάμεσα σε [γειτονικές τεχνικές] είναι συνεκτικές: η μέθοδος **j** αποδίδει υπερκέρδη στις τιμές εκείνες , οι οποίες αντιστοιχούν [στην παλαιά τεχνική], εάν και μόνον εάν, η μέθοδος i , την οποία αυτή αντικατέστησε, δεν είναι κερδοφόρα στο νέο διάνυσμα τιμών (Sraffa (1960,§ 93)).
>
> (ii) Υπάρχει [μία κυρίαρχη τεχνική] και ο αλγόριθμος της αγοράς συγκλίνει σε αυτό. Οι τιμές που αντιστοιχούν στην [κυρίαρχη τεχνική], δεν αντιστοιχούν σε [καμία άλλη τεχνική] (Levhari (1965)).
>
> (iii) [Η κυρίαρχη τεχνική] είναι σε θέση να ικανοποιήσει οποιοδήποτε τύπο ζήτησης, μέσω μιας κατάλληλης επιλογής των επιπέδων λειτουργίας των διαδικασιών: αυτό συγκροτεί τον πυρήνα του «non substitution theorem» (Samuelson (1951)).
>
> Ετσι στην απλή παραγωγή υπάρχει μια *κυρίαρχη τεχνική,* η οποία είναι τετράγωνη (**n**-λει- τουργούσες διαδικασίες για **n**-αγαθά),τέτοια ώστε να μην υφίσταται διαδικασία **j, j∈Q**, η ο- ποία να αποδίδει υπερκέρδη, και , τέλος τέτοια ώστε να ικανοποιεί την ζήτηση η, πιιο γενικά διατυπωμένο σύμφωνα με την ορολογία του Sraffa , τις « απαιτήσεις για χρήση » (στην παρούσα εργασία, οι τεχνικές, από οικονομική άποψη, σημαίνουν **n-**σύνολα [διαδικασιών παραγωγής] , τα οποία ικανοποιούν κάποιες δεδομένες απαιτήσεις, ανεξάρτητα από το εάν οι απαιτήσεις αυτές είναι ρητά προσδιορισμένες ή όχι).»

Στη συνέχεια, ο Bidard θέτει υπό διερεύνηση το ζήτημα αν οι προηγούμενες προτάσεις, οι οποίες κατ' αυτόν ισχύουν στην απλή παραγωγή, ισχύουν και στην σύνθετη παραγωγή. Κατά τη διερεύνηση αυτή συμπεραίνει: α) ότι αν μια διαδικασία **j** αποδίδει υπερκέρδη στις τιμές που αντιστοιχούν σε κάποια άλλη δεδομένη τεχνική, αυτό δεν σημαίνει αναγκαστικά ότι σε εκείνο το διάνυσμα τιμών, που προσδιορίζεται από τη τεχνική την αποτελούμενη από τις διαδικασίες της αρχικής τεχνικής με εξαίρεση την διαδικασία **i**, η οποία αντικαταστάθηκε από την **j,** η αποκλεισμένη πλέον διαδικασία **i** δεν αποδίδει υπερκέρδη και β) ότι η κυρίαρχη τεχνική ενδέχεται να μην είναι σε θέση να ικανοποιήσει την δεδομένη ζήτηση. Στη βάση αυτής της διαπίστωσης διερευνά εκείνες τις περαιτέρω συνθήκες, οι οποίες πρέπει να ικανοποιούνται προκειμένου ό,τι ισχύει στη απλή παραγωγή να ισχύει και στην σύνθετη παραγωγή[1].

Το κριτήριο που εκθέτει εδώ ο Bidard είναι αυτό της ελαχιστοποίησης του κόστους. Η μόνη διαφορά που παρατηρούμε σε σχέση με το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους όπως διατυπώνεται από τους Erreygers, Kurz, Salvadori είναι το ότι τυποποιεί άρρητα με εξίσωση τυποποίησης την τυποποίηση w=1. Εκφράζει δηλαδή τις τιμές «σε όρους του ονομαστικού μισθού». Εδώ πρέπει να τονιστεί ότι η παραπομπή του Erreygers στον Bidard, ως εκείνον ο οποίος έδειξε ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους στα πλαίσια των τεχνικών απλής παραγωγής οδηγεί στην υπερέχουσα τεχνική ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος, είναι παραπλανητική. Ο εν λόγω ισχυρισμός του Erreygers είναι παραπλανητικός, γιατί, όπως βλέπουμε από την παραπάνω αναφορά στο άρθρο του Bidard, ο Bidard δεν εκθέτει κάποια ανάλυση για το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους στα πλαίσια της απλής παραγωγής. Ο Bidard αντιθέτως θεωρεί ως δεδομένο ότι η επιλογή τεχνικής στα πλαίσια των τεχνικών αυτών είναι ανεξάρτητη του τυπικού εμπορεύματος. Συγκεκριμένα, στην απλή παραγωγή θεωρεί ως δεδομένο ότι ισχύουν τα σημεία (i), (ii), (iii), τα οποία αναφέρθηκαν προηγουμένως · στα σημεία αυτά ο Bidard δεν θέτει ζήτημα τυποποίησης, συνεπώς θεωρεί την ισχύ τους ανεξαρτήτως της εξίσωσης τυποποίησης και του τυπικού εμπορεύματος. Στη βάση δε της προϋπόθεσης της ισχύς των σημείων αυτών οδηγείται στο συμπέρασμα «ότι στην απλή παραγωγή ***υπάρχει μια κυρίαρχη τεχνική*** ...τέτοια ώστε να μην υφίσταται [άλλη διαδικασία από αυτές που έχει στη διάθεσή της μια δεδομένη τεχνολογία] η οποία να αποδίδει υπερκέρδη και, τέλος τέτοια ώστε να ικανοποιεί τη ζήτηση». Με άλλα λόγια, ο Bidard, *επειδή θεωρεί ότι στην απλή παραγωγή τα σημεία (i),(ii),(iii) ισχύουν, καταλήγει και στο συμπέρασμα ότι στην απλή παραγωγή υπάρχει μια υπερέχουσα τεχνική η οποία και ικανοποιεί το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους.* Ωστόσο το σημείο (iii)[2] δεν ισχύει στη γενική περίπτωση ούτε στη απλή ούτε στη σύνθετη παραγωγή, ενώ για τα σημεία (i),(ii) σε άλλο σημείο θα δείξουμε ότι εξαρτώνται τόσο στην απλή όσο και στην σύνθετη παραγωγή από το τυπικό εμπόρευμα. Συνεπώς, η αναφορά του Erreygers στον Bidard είναι παραπλανητική, γιατί ο Bidard στα πλαίσια των τεχνικών απλής παραγωγής δεν εκθέτει κάποια απόδειξη που να κάνει το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους «έγκυρο» και «καλό». Αντιθέτως, το μόνο που κάνει είναι απλά να προϋποθέτει ότι το κριτήριο αυτό στα πλαίσια των τεχνικών απλής παραγωγής είναι «έγκυρο» και «κάλό». Στη συνέχεια δε να επιχειρεί να δείξει πότε το κριτήριο είναι «έγκυρο» και στη σύνθετη παραγωγή.

Επιπλέον να τονιστεί ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής χωρίς επιπρόσθετους προσδιορισμούς παρουσιάζει την ιδιομορφία της πιθανότητας μη ύπαρξης μιας τεχνικής, η οποία να ελαχιστοποιεί το κόστος. Συγκεκριμένα, ενδέχεται να λάβει χώρα η περίπτωση (δ) που εξετάσαμε στην περίπτωση της θέσης του Erreygers. Μπορεί δηλαδή να υπάρξει η πιθανότητα κατά την οποία η χρήση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους να μας οδηγεί σε μια συνεχή εναλλαγή τεχνικών, χωρίς να υπάρχει κάποια τεχνική στη χρησιμοποίηση της οποίας να συγκλίνει η συνεχής αυτή εναλλαγή.

Σε σχέση τώρα με το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής ο Salvadori , στο Salvadori (1985) σελ. 160-166, παρατηρεί τα ακόλουθα:

[1] Στην διερεύνηση του Bidard στα εν λόγω αυτά ζητήματα και στις συνθήκες στις οποίες οδηγείται θα επανέλθουμε σε άλλο κεφάλαιο.

[2] Το σημείο αυτό θα το εξετάσουμε στο τέλος του παρόντος μέρους.

Εν πρώτοις παρατηρεί ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους χρησιμοποιείται από τον Sraffa στο XII κεφάλαιο του βιβλίου του. Στο κεφάλαιο αυτό, ο Sraffa – εξηγεί ο Salvadori- θεωρεί την ύπαρξη κ+1 διαδικασιών απλής παραγωγής εκ των οποίων οι 2 παράγουν το ίδιο εμπόρευμα. Περαιτέρω οι διαδικασίες αυτές ορίζουν δύο γειτονικά συστήματα απλής παραγωγής, τα οποία έχουν κ-1 κοινές διαδικασίες και διαφέρουν μόνο στην διαδικασία παραγωγής κ. Στα πλαίσια των συστημάτων αυτών, ο Sraffa είναι σε θέση να δείξει ότι αν μια διαδικασία παραγωγής με το να αγοράζει τις εισροές της στις τιμές μιας εκ των εν λόγω συστημάτων παράγει σε χαμηλότερο κόστος, τότε παράγει επίσης σε χαμηλότερο κόστος όταν αγοράζει τις ίδιες εισροές και στις τιμές του δεύτερου συστήματος. Ως εκ τούτου, συμπεραίνει ο Salvadori, το σύστημα παραγωγής που ελαχιστοποιεί το κόστος εκφράζει εκείνο το σύστημα παραγωγής, στις τιμές του οποίου καμία -στα πλαίσια μιας δεδομένης τεχνολογίας- διαδικασία παραγωγής δεν μπορεί να παράγει ένα εμπόρευμα σε χαμηλότερο κόστος.

Στην απλή παραγωγή υπάρχουν τρεις ισοδύναμοι ορισμοί της έννοιας της ελαχιστοποίησης του κόστους. Ένα σύστημα παραγωγής που ελαχιστοποιεί το κόστος είναι εκείνο, στις τιμές του οποίου καμία άλλη διαδικασία παραγωγής δεν μπορεί είτε - πρώτον- να πληρώσει υπερκέρδη, είτε -δεύτερον- να πληρώσει μεγαλύτερο ποσοστό κέρδους από το τρέχον, είτε -τρίτον- να παράγει κάποια εμπορεύματα σε χαμηλότερο κόστος ανά μονάδα προϊόντος. Ο εν λόγω συγγραφέας παρατηρεί επίσης ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους όπως αυτό χρησιμοποιείται από τον Sraffa στα πλαίσια της απλής παραγωγής δεν αποτελεί «χρήσιμο» κριτήριο στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής. Στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής, εξηγεί, αφενός δεν είναι δυνατόν να προσδιοριστεί το κόστος παραγωγής ενός εμπορεύματος, αφετέρου –κατά κανόνα- ένα εμπόρευμα παράγεται σε περισσότερες από μια διαδικασίες παραγωγής. Ωστόσο, αν και το εν λόγω κριτήριο στην πρώτη του μορφή δεν είναι «χρήσιμο», δεν συμβαίνει το ίδιο και με τις τρεις αναφερθείσες ισοδύναμες μορφές του. Στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής ο Salvadori ορίζει το σύστημα που ελαχιστοποιεί το κόστος ως εξής:

> «A cost minimizing system at rate of profit r is a system of production whose prices and wage rate at rate of profit r are such no known method of production pays extra profits, i.e,system ($\mathbf{A_k}, \mathbf{B_k}, \mathbf{l_k}$) is cost minimazing at rate of profit r if and only if
>
> $[\mathbf{B_h} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A_h}]\mathbf{p_k} \leq \mathbf{w_k}\mathbf{l_k}$ each $(\mathrm{A_h}, \mathbf{B_h}, \mathbf{l_h}) \in \mathbf{H}$
>
> Where **H** is the set of all the existing systems of production and $(\mathbf{p_k}, \mathbf{w_k})$ are determined by the following equations:
>
> $$[\mathbf{B_k} - (1+\mathbf{r})\mathbf{A_k}]\mathbf{p_k} = \mathbf{w_k}\mathbf{l_k}$$
> $$\mathbf{q}^{\mathrm{T}}\mathbf{p_k} = 1$$
> »

Ένα άλλο σημείο, το οποίο θέτει υπό ανάλυση ο Salvadori, είναι η άποψη του Sraffa ότι, επειδή ένα σύστημα σύνθετης παραγωγής ενδέχεται να οδηγεί σε αρνητικές τιμές και επειδή σύμφωνα με τα όσα συμβαίνουν στην πραγματική οικονομία αποδεκτές είναι μόνο οι θετικές τιμές, πρέπει να συμπεράνουμε πως εκείνες οι δυνάμεις που οδηγούν την οικονομία σε θετικές τιμές είναι ο ανταγωνισμός, δηλαδή η επιλογή τεχνικής. Οι θετικές τιμές δηλαδή, σύμφωνα με την άποψη του Salvadori για τα όσα αναπτύσσει ο Sraffa, είναι συνέπεια της διά του ανταγωνισμού επιλογής της ελαχιστοποιούσας το κόστος τεχνικής. Ωστόσο όμως, ο Salvadori εκφράζει και μια επιπλέον παρατήρηση, δηλώνει ότι επειδή το σραφαϊκό σύστημα παραγωγής που ελαχιστοποιεί το κόστος δεν οδηγεί σε αυστηρά θετικές τιμές εξ ορισμού, αλλά αντιθέτως απλώς αναμένεται να οδηγεί σε θετικές τιμές, έπεται ότι πρέπει να αποδειχθεί πώς μια σραφαϊκή οικονομία, μια οικονομία εννοούμενη ως μια τεχνολογία, οδηγείται σε θετικές τιμές. Ο Sraffa όμως –παρατηρεί ο Salvadori- ποτέ δεν επιχείρησε μια τέτοια απόδειξη. Γράφει χαρακτηριστικά:

> Sraffa , however, does not state that cost -minimazing systems have positive prices by definition : they are expected to have positive prices. Therefore , within the Sraffa framework, positiveness of the prices of cost-minimazing systems is a matter of proof , not one of definition. Sraffa , nevertheless, has never tried to prove his opinion...The theory of production prices provided by Sraffa (1960) is generally interpreted (see Garegnani, 1976, 1983) as the theory of prices of the long-period position, studied by the Classical Economist and the first Neoclassical Economist i.e, the prices which must prevail in the long run because of the persistent forces of competition .This intrpretation , therefore, must entail that if a system of production exists, there exists a cost-minimazing system.But this statement cannot be provided within the Sraffa framework if joint production is involved.

Τέλος, αφού διαπιστώνει και την αδυναμία εκείνων των συνθηκών που ορίζονται από τον Sraffa προκειμένου το κριτήριο της w-r-σχέσης να είναι ισοδύναμο με το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους, ως μη ικανών να κάνουν τα κριτήρια αυτά ισοδύναμα, καταλήγει ότι για να μπορεί η σραφαϊκή προσέγγιση της οικονομίας να οδηγεί σε θετικές τιμές εμπορευμάτων πρέπει να πάρει τη μορφή της προσέγγισης του von Neumann.

Το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους στα πλαίσια μιας a La von Neumann προσέγγισης εισάγεται από τους Kurz/Salavadori στο Kurz/Salvadori (1995). "Η ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνική", δηλώνουν, "ορίζεται ως η τεχνική στις τιμές της οποίας κανένα γνωστό σύνολο διαδικασιών παραγωγής δεν μπορεί να τεθεί σε λειτουργία προκειμένου να αποφέρει υπερκέρδη"[1]. Περαιτέρω, δίνουν για το εν λόγω κριτήριο και δύο διαφορετικές αλγεβρικές μορφές. Η πρώτη, την οποία ονομάζουν «έμμεση», εκφράζει την ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνική ως εξής: Η τεχνική $(\mathbf{A_k},\mathbf{B_k},\mathbf{l_k})$ ελαχιστοποιεί σε ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους r το κόστος όταν και μόνο όταν

$$[\mathbf{B_j}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A_j}]\mathbf{p_{kj}}\leq\mathbf{w_k}\mathbf{l_j}\ ,\quad \forall(\mathbf{A_j},\mathbf{B_j},\mathbf{l_j})\in\mathbf{J}$$
$$\mathbf{x^T}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]=\mathbf{d^T}$$

όπου **d** μια δεδομένη ζήτηση, J το σύνολο όλων των υπαρχουσών τεχνικών και $(\mathbf{p_{kj}},\mathbf{w_k})$ εκείνο το διάνυσμα που προσδιορίζεται από την ακόλουθη παράσταση

$$[\mathbf{B_{kj}}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A_{kj}}]\mathbf{p_{kj}}=\mathbf{w_k}\mathbf{l_{kj}}$$
$$\mathbf{q^T}\mathbf{p_{kj}}=1,$$

Σε αυτή την τελευταία παράσταση, το **q** εκφράζει ένα ημιθετικό διάνυσμα πράγματι παραχθέντων από την τεχνική $(\mathbf{A_{kj}},\mathbf{B_{kj}},\mathbf{l_{kj}})$ εμπορευμάτων και η τεχνική $(\mathbf{A_{kj}},\mathbf{B_{kj}},\mathbf{l_{kj}})$ εκφράζει όλες τις διαδικασίες παραγωγής της $(\mathbf{A_k},\mathbf{B_k},\mathbf{l_k})$ καθώς και όλες τις διαδικασίες της $(\mathbf{A_j},\mathbf{B_j},\mathbf{l_j})$ που αφενός ως εισροές και εκροές έχουν εμπορεύματα που δεν παράγονται στην τεχνική $(\mathbf{A_k},\mathbf{B_k},\mathbf{l_k})$, αφετέρου δε ο αριθμός των εμπορευμάτων αυτών είναι ίσος με τον αριθμό των διαδικασιών διαμέσου των οποίων παράγονται[2]. Για την δεύτερη μορφή του εν λόγω κριτηρίου, την οποία και ονομάζουν «άμεση», ισχύουν τα ακόλουθα: Έστω μια δεδομένη τεχνολογία της μορφής (**A,B,l**) και έστω ότι ισχύει η υπόθεση

---

[1] Kurz/Salvadori (1995) σελ. 227.
[2] Kurz/Salvadori (1995) σελ. 227.

«free disposal», ο προσδιορισμός της ελαχιστοποιούσας το κόστος τεχνικής προκύπτει από την για δεδομένο r επίλυση του ακόλουθου συστήματος εξισώσεων:

$$[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\mathbf{p}\leqq\mathbf{wl},$$
$$\mathbf{x}^{\mathbf{T}}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\mathbf{p}=\mathbf{w}\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{l},$$
$$\mathbf{x}^{\mathbf{T}}[\mathbf{B}-\mathbf{A}]=\mathbf{d}^{\mathbf{T}},$$
$$\mathbf{x}\geqq 0, \qquad \mathbf{w}\geq 0, \qquad \mathbf{q}^{\mathbf{T}}\mathbf{p}=1$$

Αν το σύστημα αυτό έχει λύση, τότε «λέμε ότι υπάρχει μια ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνική»[1]. Περαιτέρω και στα πλαίσια της διαπίστωσης ότι οι τιμές μεταβάλλονται όχι μόνο συναρτήσει της ζήτησης, αλλά και συναρτήσει της σύνθεσης της κατανάλωσης των εργατών και των καπιταλιστών, υπό την υπόθεση πρώτον, ότι υπάρχει ένας ενιαίος υλικός ρυθμός μεγέθυνσης ίσος με το ποσοστό κέρδους, δεύτερον ότι η σύνθεση της κατανάλωσης των εργατών έστω $\mathbf{c}^{\mathbf{T}}$ είναι ίδια με τη σύνθεση της κατανάλωσης των καπιταλιστών και τρίτον ότι **q=c**, το τελευταίο σύστημα εξισώσεων παίρνει τη μορφή[2]

$$\mathbf{d}^{\mathbf{T}}=\mathbf{r}\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}+\boldsymbol{\alpha}\mathbf{c}$$

$$[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\mathbf{p}\leqq\mathbf{wl},$$

$$\mathbf{x}^{\mathbf{T}}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]\mathbf{p}=\mathbf{w}\mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{l},$$

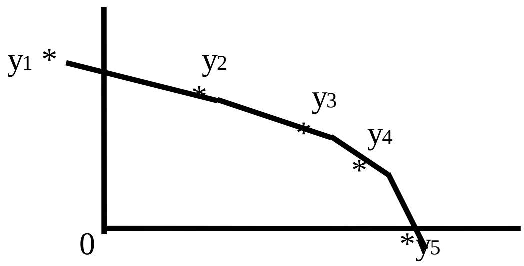
$$\mathbf{x}^{\mathbf{T}}[\mathbf{B}-(1+\mathbf{r})\mathbf{A}]=\mathbf{a}\mathbf{c}^{\mathbf{T}},$$

$$\mathbf{x}\geqq 0, \qquad \mathbf{w}\geq 0, \qquad \mathbf{c}^{\mathbf{T}}\mathbf{p}=1,\ \alpha>0.$$

Αρχίζοντας από την αναφορά στους Kurz/Salvadori, παρατηρούμε για μια ακόμα φορά ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής είναι ταυτό με το κριτήριο της ελαχιστοποίησης στα πλαίσια της απλής παραγωγής όπως αναπτύχθηκε τόσο από τον Erreygers όσο και από τους ίδιους. Διερευνάται δηλαδή αν υπάρχει διαδικασία η οποία στις τιμές μιας δεδομένης τεχνικής οδηγεί σε υπερκέρδη. Και στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής το τυπικό εμπόρευμα παίζει ουσιαστικό και συνεπώς μη ουδέτερο ρόλο. Σύμφωνα με τους συγγραφείς αυτούς, η εφαρμογή του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης προϋποθέτει μια τυποποίηση συγκεκριμένης μορφής, το τυπικό εμπόρευμα της οποίας περιλαμβάνει όλα τα παραγόμενα από τα εξεταζόμενα συστήματα παραγωγής εμπορεύματα. Προφανώς, εδώ οι εν λόγω συγγραφείς δεν συγκρίνουν τεχνικές παραγωγής, όπως δηλώνεται με τη φράση cost-minimizing techniques, αλλά συστήματα παραγωγής. Εκείνα τα συστήματα που χρησιμοποιούν τις τεχνικές τις τεχνολογίας [**A,L,B,**] και παράγουν το καλάθι της ζήτησης **d**. Βέβαια, στους ορισμούς που δίνουν δεν μπορούμε να διακρίνουμε α) ποια είναι η έννοια της τεχνικής, β) ποια η έννοια του συστήματος παραγωγής και γ) ποια η έννοια της τεχνολογίας. Διατηρούμε όμως, σύμφωνα με τους ορισμούς που δώσαμε στην αρχή της εργασίας αυτής, τη θέση ότι η τεχνική ορίζεται ανεξάρτητα από το καλάθι της ζήτησης. Ένα ζήτημα το οποίο πάλι τίθεται στα πλαίσια της σύνθετης παραγωγής, σε αναφορά τώρα με την επιλογή τεχνικής, είναι το ζήτημα των ελεύθερων

[1] Kurz/Salvadori (1995) σελ.227-228.
[2] Kurz/Salvadori (1995) σελ. 255-258.

αγαθών. Ήδη όμως έχουμε εξηγήσει ότι τα υπό εξέταση μοντέλα είναι μοντέλα τιμών παραγωγής, συνεπώς η έννοια των «ελεύθερων αγαθών» είναι ασυμβίβαστη με την έννοια του μοντέλου ως μοντέλου το οποίο προσδιορίζει τιμές παραγωγής. Ωστόσο, για να μην εξαρτήσουμε τα συμπεράσματά μας πάνω σε μια υπόθεση για τη οποία δεν υπάρχει κοινή αποδοχή, μπορούμε να περιορίσουμε τη διερεύνηση των τεχνικών σύνθετης παραγωγής στα πλαίσια εκείνων των καλαθιών ζήτησης, για τα οποία υπάρχει έστω και μια τεχνική που να είναι σε θέση να ικανοποιήσει την ζήτηση αυτή χωρίς να προβαίνει σε υπερπαραγωγή εμπορευμάτων. Μπορούμε επίσης να υποθέσουμε ότι στη δεδομένη και εξεταζόμενη τεχνολογία δεν μπορεί να τεθεί θέμα υπερπαραγωγής κάποιων εμπορευμάτων. Για παράδειγμα, θα μπορούσε η δεδομένη τεχνολογία να έχει την παρακάτω μορφή:



Στο σχήμα αυτό υποθέτουμε ότι η δεδομένη τεχνολογία αποτελείται από 5 διαφορετικές μεθόδους παραγωγής, οι οποίες αφορούν την παραγωγή δύο διαφορετικών εμπορευμάτων. Κάθε σημείο y, π.χ. το y_1, εκφράζει το καθαρό προϊόν καθεμιάς από αυτές τις διαδικασίες όταν αυτές τίθενται στο μοναδιαίο επίπεδο λειτουργίας. Σε μια τεχνολογία τέτοιας μορφής δεν μπορεί να υπάρξει υπερπαραγωγή κάποιου εμπορεύματος, όποιο και να είναι το καλάθι το οποίο ζητείται ως καθαρό προϊόν. Όποιο και αν είναι το ζητούμενο καθαρό προϊόν, αυτό μπορεί να παραχθεί χωρίς να χρειάζεται να παράγονται επιπλέον ποσότητες, οι οποίες, σύμφωνα με την κρατούσα άποψη, θα έπρεπε να θεωρηθούν ως «ελεύθερα αγαθά».

Στις τελευταίες αναφορές είδαμε επίσης ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης είναι ένα κριτήριο το οποίο εκφράζει τον ανταγωνισμό που επικρατεί στην οικονομία. Είδαμε δηλαδή ότι ο ανταγωνισμός θεωρείται ότι ως συνέπεια του έχει την υιοθέτηση της ελαχιστοποιούσας το κόστος τεχνικής. Το κριτήριο αυτό, όπως αναφέρθηκε από τον Salvadori, χρησιμοποιήθηκε και από τον Sraffa στο κεφάλαιο του βιβλίου του το οποίο αφορούσε την επιλογή τεχνικής. Να τονίσουμε στο σημείο αυτό ότι ο Sraffa στο εν λόγω κεφάλαιο και αφού στα πλαίσια της ύπαρξης δύο εναλλακτικών μεθόδων οι οποίες αφορούν την παραγωγή του ιδίου μη βασικού εμπορεύματος διερεύνησε το ζήτημα της επιλογής τεχνικής με βάση το κριτήριο της ελαχιστοποίησης τους κόστους, στη συνέχεια, όταν ήρθε αντιμέτωπος με την περίπτωση που οι εναλλακτικές διαδικασίες αφορούσαν την παραγωγή του ίδιου βασικού εμπορεύματος, πέρασε στη χρησιμοποίηση του κριτηρίου της w-r-σχέσης. Την παρατήρηση αυτή την κάναμε ήδη στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχεσης. Στο σημείο αυτό και για να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι, θα αναφερθούμε στην ανάλυση που διεξάγει ο Pasinetti στο Pasinetti (1991) σελ.168-172. Εκεί ο Pasinetti αναπτύσσει την έννοια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους, η ανάπτυξή δε αυτή είναι η ίδια με την ανάπτυξη που ακολουθεί και ο Sraffa στο κεφάλαιο XII του βιβλίου του[1].

Ο Pasinetti στα πλαίσια της διερεύνησης του για την «επιλογής τεχνικής», εν πρώτοις, δηλώνει ότι το πρόβλημα της επιλογής τεχνικής για τα μη βασικά εμπορεύματα «λύνεται πράγματι στο επίπεδο του κλάδου (σε αντίθεση με αυτό που συμβαίνει στη γενική

[1]Δες Sraffa (1985) σελ.125-132

περίπτωση…)»[1]. Στην συνέχεια εκθέτει το ακόλουθο πρόβλημα επιλογής τεχνικής: Έστω ένα «οικονομικό σύστημα» το οποίο αφορά την παραγωγή k βασικών εμπορευμάτων και ενός μη βασικού εμπορεύματος που δεν εισέρχεται στην παραγωγή κανενός μη βασικού εμπορεύματος. Έστω επίσης ότι το «οικονομικό σύστημα» αυτό αποτελείται α) από k διαδικασίες παραγωγής, διαμέσου των οποίων παράγονται τα k βασικά εμπορεύματα και β) από τρεις εναλλακτικές διαδικασίες παραγωγής που αφορούν την παραγωγή του μη βασικού εμπορεύματος q. Υποθέτει ότι οι τελευταίες αυτές τρεις διαδικασίες είναι οι ακόλουθες,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathbf{1q}}^{(\delta)} \\ 0 \\ \mathbf{l}_{\mathbf{nq}}^{(\delta)} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathbf{1q}}^{(\varepsilon)} \\ 0 \\ \mathbf{l}_{\mathbf{nq}}^{(\varepsilon)} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathbf{1q}}^{(\tau)} \\ 0 \\ \mathbf{l}_{\mathbf{nq}}^{(\tau)} \end{bmatrix}$$

με $\mathbf{a}_{\mathbf{1q}}^{(\delta)}, \mathbf{a}_{\mathbf{1q}}^{(\varepsilon)}, \mathbf{a}_{\mathbf{1q}}^{(\tau)}$ τα τρία εναλλακτικά διανύσματα διαστάσεως k, τα οποία εκφράζουν τις εισροές σε βασικά εμπορεύματα των εν λόγω διαδικασιών, $\mathbf{l}_{\mathbf{nq}}^{(\delta)}, \mathbf{l}_{\mathbf{nq}}^{(\varepsilon)}, \mathbf{l}_{\mathbf{nq}}^{(\tau)}$ οι εισροές των ιδίων αυτών διαδικασιών σε άμεση ομοιογενή εργασία και όπου το στοιχείο 0 εκφράζει ότι το εμπόρευμα q δεν εισέρχεται στην παραγωγή του[2]. Ο Pasinetti εξηγεί ότι οι εν λόγω διαδικασίες παραγωγής συνεπάγονται τις ακόλουθες τρεις συναρτήσεις, στη βάση των οποίων προσδιορίζονται το κόστος και η «τιμή ισορροπίας» του εμπορεύματος q,

$$\begin{aligned} p_q^{(\delta)} &= \mathbf{p}_1 \mathbf{a}_{\mathbf{1q}}^{(\delta)} (1+\boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{nq}}^{(\delta)} \mathbf{w} \\ p_q^{(\varepsilon)} &= \mathbf{p}_1 \mathbf{a}_{\mathbf{1q}}^{(\varepsilon)} (1+\boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{nq}}^{(\varepsilon)} \mathbf{w} \qquad (\mathrm{P}.1)^{3} \\ p_q^{(\tau)} &= \mathbf{p}_1 \mathbf{a}_{\mathbf{1q}}^{(\tau)} (1+\boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{nq}}^{(\tau)} \mathbf{w} \end{aligned}$$

Στις συναρτήσεις αυτές το $\mathbf{p}_1$ εκφράζει το διάνυσμα των τιμών των βασικών εμπορευμάτων. Για δεδομένο, τώρα, ποσοστό κέρδους και δεδομένο βασικό εμπόρευμα ως τυπικό εμπόρευμα, ο Pasinetti δηλώνει ότι οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων και το ονομαστικό ωρομίσθιο w προσδιορίζονται ανεξαρτήτως των μη βασικών εμπορευμάτων. Αυτό όμως, όπως παρατηρεί, συνεπάγεται ότι η δεξιά πλευρά των συναρτήσεων (P.1) καθίσταται προσδιορισμένη. Όμως έχοντας προσδιοριστεί η δεξιά πλευρά, προσδιορίζεται και η αριστερή, άρα και η τιμή. Στα πλαίσια αυτής της προσέγγισης διαπιστώνει ότι «με δεδομένο το ποσοστό του κέρδους το πρόβλημα της επιλογής τεχνικής για το εμπόρευμα q περιορίζεται σε μία απλή σύγκριση ανάμεσα στις τρεις τιμές -δηλαδή τα τρία κόστη- [(P.1)] στο επίπεδο του κλάδου q, και στην επιλογή κατόπιν της τεχνικής η οποία συνεπάγεται το ελάχιστο κόστος.»[4]. Η επιλογή τεχνικής έχει δηλαδή το χαρακτήρα της διερεύνησης του προσαυξημένου με το ενιαίο ποσοστό κέρδους, κόστους των τριών εναλλακτικών διαδικασιών, και στην επιλογή εκείνης της διαδικασίας με το χαμηλότερο. Επειδή δε, οι διαδικασίες αυτές στηρίζονται στη λειτουργία κοινών διαδικασιών παραγωγής για τα βασικά εμπορεύματα που χρησιμοποιούν, έπεται ότι η επιλογή μιας εκ των εν λόγω διαδικασιών οδηγεί σε εκείνη την τεχνική, που παράγει το εμπόρευμα q με το ελάχιστο κόστος. Χαρακτηριστικά παρουσιάζει και το ακόλουθο σχήμα.

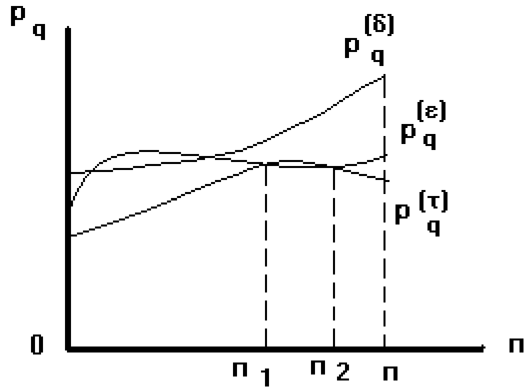
---

1 Pasinetti (1991) σελ.168.

2 Pasinetti (1991) σελ.168-169.

3 Pasinetti (1991) σελ.169 .

4 Pasinetti (1991) σελ.169.



[ΣΧΗΜΑ Ρ.1].Σύγκριση μεταξύ τριών μεθόδων παραγωγής ενός μη βασικού εμπορεύματος[1]

Στο διάγραμμα αυτό παρουσιάζεται γραφικά η τιμή του μη βασικού εμπορεύματος ως συνάρτηση του ποσοστού κέρδους (με **π** συμβολίζεται το ποσοστό κέρδους). Για κάθε τιμή του ποσοστού κέρδους επιλέγεται εκείνη η διαδικασία παραγωγής, η οποία γραφικά βρίσκεται κάτω από τις υπόλοιπες δύο. Ο Pasinetti παρατηρεί περαιτέρω ότι η εν λόγω επιλογή των διαδικασιών παραγωγής και συνεπώς η εν λόγω επιλογή τεχνικής είναι ανεξάρτητη από το ποιο εμπόρευμα θα χρησιμοποιηθεί ως τυπικό εμπόρευμα. «[Δ]εδομένου οποιουδήποτε ποσοστού κέρδους $\bar{\boldsymbol{\pi}}$, το να αλλάξουμε το εμπόρευμα ως προς το οποίο εκφράζονται οι τιμές, ισοδυναμεί απλά με το να διαιρέσουμε τις δύο πλευρές κάθε μιας από τις τρεις ισότητες [(Ρ.1)] με τον ίδιο αριθμό (δηλαδή με την τιμή της νέας numeraire). Κάτι τέτοιο αφήνει αμετάβλητη τη διάταξη των μεθόδων η οποία προκύπτει από τη σύγκριση των τριών τιμών»[2]. Το ζήτημα που τίθεται όμως, όπως δηλώνει, είναι ότι οι μεταβολές των μη βασικών εμπορευμάτων δεν επιδρούν στο υπόλοιπο οικονομικό σύστημα. Έχει ενδιαφέρον, γράφει, «να επιστήσουμε την προσοχή στην περιορισμένη σημασία που έχουν για το όλο οικονομικό σύστημα οι τεχνικές επιλογές για τα μη βασικά εμπορεύματα»[3]. Στη βάση αυτής της διαπίστωσης διερευνά την περίπτωση που οι εναλλακτικές διαδικασίες παραγωγής δεν αφορούν πλέον μη βασικά εμπορεύματα που δεν εισέρχονται στην παραγωγή τους, αλλά εναλλακτικές διαδικασίες παραγωγής βασικών εμπορευμάτων. Υποθέτει την ύπαρξη τριών εναλλακτικών διαδικασιών παραγωγής που αφορούν την παραγωγή ενός και του αυτού βασικού εμπορεύματος. Έστω ότι αυτό το εμπόρευμα το συμβολίζουμε με h. Στα πλαίσια της θεώρησης αυτής και σε αναλογία με ό,τι αναπτύχθηκε για τα μη βασικά εμπορεύματα προκύπτει ένα σύστημα εξισώσεων της ακόλουθης μορφής,

$$\begin{aligned} p_h^{(\alpha)} &= \mathbf{p}^{(\gamma)}\mathbf{a}_h^{(\alpha)}(1+\boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\alpha}_{nh}^{(\alpha)}\mathbf{w}^{(\gamma)} \\ p_{\mathbf{h}}^{(\beta)} &= \mathbf{p}^{(\gamma)}\mathbf{a}_h^{(\beta)}(1+\boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\alpha}_{nh}^{(\beta)}\mathbf{w}^{(\gamma)} \qquad (\text{Ρ.2})^4 \\ p_h^{(\gamma)} &= \mathbf{p}^{(\gamma)}\mathbf{a}_h^{(\gamma)}(1+\boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\alpha}_{nh}^{(\gamma)}\mathbf{w}^{(\gamma)} \end{aligned}$$

Ο Pasinetti εξηγεί ότι επειδή ένα βασικό εμπόρευμα εισέρχεται στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων μιας τεχνικής, έπεται ότι επηρεάζει και το κόστος τους. Επειδή όμως ταυτόχρονα το ίδιο αυτό εμπόρευμα χρησιμοποιεί ως μέσα παραγωγής τα ίδια εκείνα

[1] Pasinetti (1991) σελ.170.

[2] Pasinetti (1991) σελ.170.

[3] Pasinetti (1991) σελ.171.

[4] Pasinetti (1991) σελ.171.

εμπορεύματα των οποίων επηρεάζει το κόστος τους, μια μεταβολή στην διαδικασία παραγωγής ενός βασικού εμπορεύματος επιφέρει μια συγκλίνουσα συνεχή μεταβολή των τιμών όλων των εμπορευμάτων μιας δεδομένης τεχνικής. Στη βάση αυτής της κατανόησης συμπεραίνει το εξής: «η επιλογή τεχνικής για τα βασικά εμπορεύματα , δεν είναι δυνατό να στηρίζεται σε μία απλή σύγκριση των τριών εναλλακτικών τιμών [(p.2)] , δηλαδή σε ένα διάγραμμα όπως εκείνο του Σχήματος [Σχήμα Ρ.1]. Η επίλυση του προβλήματος επιλογής της τεχνικής μπορεί να γίνει μέσα στο πλαίσιο του οικονομικού συστήματος ως συνόλου»[1]. Ως συνέπεια του συμπεράσματος αυτού, του συμπεράσματος δηλ. ότι ο έλεγχος των τιμών στις οποίες οδηγούν οι εναλλακτικές διαδικασίες παραγωγής των εμπορευμάτων δεν μπορεί να αποτελεί ένα γενικό κριτήριο επιλογής τεχνικής, ο Pasinetti περνάει στη χρησιμοποίηση του κριτηρίου της w-r-σχέσης[2].

Η άμεση χρήση του κριτηρίου ελαχιστοποίησης [3] του κόστους στα πλαίσια γειτονικών τεχνικών οι οποίες διαφέρουν ως προς τον τρόπο παραγωγής κάποιου βασικού εμπορεύματος έγινε από τον Levhari στο Levhari (1965) στα πλαίσια της λεγόμενης «διένεξης» των Cambridge -στο άρθρο αυτό αναφέρεται παραπάνω και ο Bidard. Συγκεκριμένα σε σχέση με το πώς εισάγει ο Levhari την έννοια της ελαχιστοποίησης του κόστους θα αναφέρουμε τα ακόλουθα: Ο Levhari εκθέτει το εξής θεώρημα. Για δεδομένο $\boldsymbol{\lambda}$, όπου $\boldsymbol{\lambda} = \frac{1}{1+\mathbf{r}}$, μεταξύ των τεχνικών μιας δεδομένης τεχνολογίας υπάρχει τεχνική, η οποία ελαχιστοποιεί όλα τα στοιχεία του διανύσματος των τιμών της, όπου οι τιμές εκφράζονται σε αγοραζόμενη εργασία[4]. Για την απόδειξη του θεωρήματος αυτού αποδεικνύει δύο σημεία: Πρώτον, ότι η ελαχιστοποιούσα τις τιμές τεχνική οδηγεί σε ένα διάνυσμα τιμών κάθε στοιχείο του οποίου είναι μικρότερο ή ίσο με το διάνυσμα των τιμών μιας οποιαδήποτε γειτονικής της τεχνικής και δεύτερον, ότι το ίδιο αυτό διάνυσμα είναι μικρότερο ή ίσο με το διάνυσμα των τιμών μιας οποιαδήποτε τεχνικής που προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός των γειτονικών της τεχνικών. Έχοντας ολοκληρώσει μάλιστα την απόδειξή του αυτή, δηλώνει ότι έχει αποδείξει ότι η ελαχιστοποιούσα τις σε αγοραζόμενη εργασία τιμές τεχνική είναι και η μεγιστοποιούσα το πραγματικό ωρομίσθιο τεχνική. Γράφει, «we have proved that in each rate of interest r there exists a matrix a -(=[A,L])- composed of pure activities which will minimize prices in terms of wages , or rather , maximize real wages»[5]. Το ότι το κριτήριο επιλογής τεχνικής του Levhari είναι το κριτήριο ελαχιστοποίησης προκύπτει στο πρώτο μερος της απόδειξής του. Στο μέρος αυτό εκθέτει τα εξής. Έστω μια τεχνική a=[A,L] της δεδομένης τεχνολογίας, για δεδομένο $\boldsymbol{\lambda} = \frac{1}{1+\mathbf{r}}$ οι τις τιμές της τεχνικής αυτής προσδιορίζονται από το σύστημα $\mathbf{p^a} = \mathbf{L}[\boldsymbol{\lambda}\mathrm{I} - \mathbf{A}]^{-1}$. Έστω επίσης ότι υπάρχει μια εναλλακτική διαδικασία παραγωγής για την παραγωγή του εμπορεύματος 1 της εν λόγω τεχνικής. Στη βάση αυτών, ο Levhari ελέγχει το κόστος παραγωγής της νέας αυτής διαδικασίας χρησιμοποιώντας τις από την a προσδιορισμένες τιμές. Αν το κόστος της διαδικασίας αυτής είναι μικρότερο, τότε, δηλώνει, εισάγουμε τη διαδικασία αυτή στην τεχνική a αντικαθιστώντας (την από αυτή χρησιμοποιούμενη για την παραγωγή του εμπορεύματος 1 διαδικασία παραγωγής). Αν, συνεχίζει, η με αυτόν τον τρόπο προκύπτουσα νέα τεχνική είναι μη διασπώμενη, τότε θα ξεκινήσει μια συγκλίνουσα διαδικασία μείωσης των τιμών. Η τελευταία αυτή διαδικασία

[1] Pasinetti (1991) σελ.172.
[2] Pasinetti (1991) σελ.172-183.
[3] Το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους ανάγεται στους Bortkievicz, Okihio, Levhari, [δες Σταμάτης (1997) σελ.239]
[4] Levhari (1965) σελ.101.
[5] Levhari (1965) σελ.102.

μείωσης των τιμών, δηλώνει ο Levhari, είναι μια διαδικασία την οποία αναμένουμε να την επιφέρει το «αόρατο χέρι». Γράφει χαρακτηριστικά:

> If for some altrnative activity, say activity $(\mathbf{b}_{01}, \mathbf{b}_1)$ used for producing good 1 we find $\overline{\mathbf{p}}_1 = \mathbf{b}_{01}(1+\mathbf{r}) + \mathbf{b}_{11}(1+\mathbf{r})\mathbf{p}_{\mathbf{a}1} + \mathbf{b}_{21}\mathbf{p}_{\mathbf{a}2}(1+\mathbf{r}) + \ldots + \mathbf{b}_{\mathbf{n}1}(1+\mathbf{r})\mathbf{p}_{\mathrm{a\,n}}$ and $\overline{\mathbf{p}}_1 < \mathbf{p}_{1\mathbf{a}}$, we then introduce this activity instead of the activity that has been used for producing good 1.Taking the new lower price, $\overline{\mathbf{p}}_1$, into unit costs of activities 2,...,n we get lower prices for 2,...,n; we then must take the new lower prices' feedback and so on . . This is essentially a proccess that we expect the ''invisible hand'' to produce[1].

Από την αναφορά αυτή, βλέπουμε ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους ήταν για τον Levhari ένα κριτήριο επιλογής τεχνικής. Βλέπουμε επίσης, ότι αυτός δεν θέτει θέμα τυπικού εμπορεύματος, καθώς και ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους είναι ισοδύναμο με το κριτήριο της w-r-σχέσης, υπό την έννοια ότι μεγιστοποιεί το «πραγματικό ωρομίσθιο». Να σημειωθεί πως ο λόγος της τιμής του ονομαστικού ωρομισθίου προς την τιμή ενός εμπορεύματος έχει το χαρακτήρα δείκτη. Ενός δείκτη που εκφράζει πόσες μονάδες του εμπορεύματος αυτού μπορούν να αγοραστούν με το ονομαστικό ωρομίσθιο. Δεδομένου όμως ότι τα εμπορεύματα είναι περισσότερα του ενός, υπάρχουν άπειρα καλάθια που μπορούν να αγοραστούν με το ονομαστικό ωρομίσθιο. Ως εκ τούτου, ο λόγος ονομαστικού ωρομισθίου και τιμής δεν μπορεί να δηλώσει το καλάθι εμπορευμάτων που αποτελεί το πραγματικό ωρομίσθιο, αλλά ένα δείκτη της ανταλλακτικής ικανότητας του ονομαστικού ωρομισθίου.

Στη αναφορά μας αυτή στον Levhari, εκτίθεται και η άποψη του εν λόγω για τον τρόπο λειτουργίας του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους ως κριτηρίου επιλογής τεχνικής. Ως εκ τούτου και ο τρόπος με τον οποίο μια καπιταλιστική οικονομία επιλέγει εκείνη την τεχνική την οποία πρόκειται να χρησιμοποιήσει για να ικανοποιήσει τη ζήτηση της. Η λειτουργία του κριτηρίου, έτσι όπως εκτίθεται, παρουσιάζει ορισμένες πτυχές που βρίσκονται σε αντίθεση με την έννοια της καπιταλιστικής οικονομίας. Παράλληλα, δεν αποτελεί εγγύηση ότι η οικονομία μπορεί να συγκλίνει στην χρησιμοποίηση μιας συγκεκριμένης τεχνικής, ακόμα και στη περίπτωση που η τεχνολογία που χαρακτηρίζει μια δεδομένη καπιταλιστική οικονομία αποτελείται από μη διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής. Πριν όμως ασχοληθούμε με το ζήτημα αυτό, θα αναφερθούμε στη χρήση του κριτηρίου αυτού από μια άλλη πλευρά.

Το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους ως κριτήριο «επιλογής τεχνικής» είχε χρησιμοποιηθεί πρωταρχικά και για την κατάρριψη εκείνης της άποψης του Μαρξ, σύμφωνα με την οποία στις καπιταλιστικές οικονομίες υφίσταται μια τάση πτώσης του γενικού ποσοστού κέρδους. Συγκεκριμένα ο Μαρξ γράφει:

> «Κανένας κεφαλαιοκράτης δεν χρησιμοποιεί μια νέα μέθοδο παραγωγής, όσο παραγωγική και αν είναι, όσο και αν αυξάνει το ποσοστό της υπεραξίας, εφόσον μειώνει το ποσοστό κέρδους. Αλλά κάθε τέτοια νέα μέθοδος παραγωγής φτηναίνει τα εμπορεύματα. Για αυτό στην αρχή ο κεφαλαιοκράτης τα πουλά πάνω από την τιμή παραγωγής, ίσως και πάνω από την αξία τους. Τσεπώνει την διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στα έξοδα παραγωγής τους και στην αγοραία την τιμή των υπολοίπων εμπορευμάτων, που έχουν παραχθεί με υψηλότερο κόστος παραγωγής. Μπορεί να το κάνει αυτό γιατί ο μέσος όρος του κοινωνικού απαιτούμενου χρόνου εργασίας για την παραγωγή αυτών είναι μεγαλύτερος από τον χρόνο

[1] Levhari (1965) σελ.101.

εργασίας που απαιτείται με την νέα μέθοδο παραγωγής. Η διαδικασία παραγωγής του στέκει πάνω από τον μέσο όρο της κοινωνίας. Ο συναγωνισμός όμως τη γενικεύει και την υποτάσσει στο γενικό νόμο. Τότε αρχίζει η γενική πτώση του γενικού ποσοστού κέρδους - ίσως πρώτα σε αυτήν την σφαίρα παραγωγής, που εξισώνεται με τις άλλες.. Έτσι η πτώση αυτή είναι ανεξάρτητη από την θέληση του κεφαλαιοκράτη. Πάνω στο σημείο αυτό πρέπει ακόμα να παρατηρηθεί , ότι αυτός ο ίδιος ο νόμος κυριαρχεί και στις σφαίρες εκείνες της παραγωγής, που το προϊόν τους ούτε άμεσα ούτε έμμεσα μπαίνει στην κατανάλωση του εργάτη ή στους όρους παραγωγής των μέσων συντήρησης του.»[1]

Σε αντίθεση με την εν λόγω άποψη του Μαρξ, ο von Bortkiewicz, [δες Bortkiewicz (1952)] χρησιμοποιώντας το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους, όπως το εξετάσαμε προηγουμένως, θεώρησε ότι απόδειξε το ακριβώς αντίθετο, θεώρησε δηλαδή ότι το «φτήνεμα» των νέων μεθόδων παραγωγής θα οδηγούσε στην αύξηση του γενικού ποσοστού κέρδους. Το μοντέλο που χρησιμοποιεί ο von Bortkievicz είναι ένα αυστριακό μοντέλο με μοναδικό πρωτογενή συντελεστή τον συντελεστή εργασία. Για το λόγο ότι το μοντέλο αυτό είναι αυστριακό και για να μην εμπλακούμε στην ανάλυση του μοντέλου[2], αρκούμαστε να παρατηρήσουμε ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης στο εν λόγω άρθρο έχει ως εξής:

έστω $\mathbf{p}_i = (1+\mathbf{d}_i\boldsymbol{\rho})\mathbf{A}_i\boldsymbol{\lambda}$, η τιμή του εμπορεύματος *i* και $\mathbf{d}_i, \mathbf{A}_i$ εκείνες οι παράμετροι, που εκφράζουν τις συνθήκες παραγωγής του εμπορεύματος *i*,

έστω $\boldsymbol{\rho}$ το ποσοστό κέρδους στα πλαίσια μιας δεδομένης ισχύουσας τεχνικής - όπως αυτή εκφράζεται στο αυστριακό μοντέλο του von Bortkievicz - μέρος της οποίας αποτελούν και οι προηγούμενες παράμετροι και $\boldsymbol{\lambda}$ η τιμή του ενός συγκεκριμένου πραγματικού ωρομισθίου αποτιμημένου στις υπάρχουσες τιμές παραγωγής της δεδομένης τεχνικής,

ο συγγραφέας, στα πλαίσια μοντέλου του, θεωρεί ότι η εισαγωγή μιας νέας μεθόδου παραγωγής, η οποία χρησιμοποιεί λιγότερη ποσότητα από τον αρχικό συντελεστή παραγωγής εργασία, θα έχει ως συνέπεια ότι $\mathbf{p}_i > (1+\mathbf{d}'_i\boldsymbol{\rho})\mathrm{A}'_i\boldsymbol{\lambda}$. Εδώ η εισαγωγή της νέας μεθόδου, εκφρασμένης από τα $\mathbf{d}'_i, \mathbf{A}'_i$ και αποτιμημένης στις τιμές της προηγούμενης τεχνικής, οδηγεί σε χαμηλότερο κόστος.

Την ικανοποίηση της τελευταίας σχέσης ο Bortkievicz τη χρησιμοποιεί για να δείξει ότι το ποσοστό κέρδους, σε αντίθεση με τους ισχυρισμούς του Μαρξ, τείνει να αυξάνει και όχι να πέφτει[3].Η τελευταία σχέση όμως, δεν είναι τίποτε άλλο από τη χρησιμοποίηση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους. Το ότι το εν λόγω μοντέλο είναι αυστριακό, ως γνωστό, δεδομένου του ότι ένα αυστριακό μοντέλο μπορεί εύκολα να μετατραπεί σε ένα γραμμικό σύστημα παραγωγής σαν αυτά που εξετάζονται στα πλαίσια της εργασίας αυτής, δεν επηρεάζει τη φύση του κριτηρίου[4]. Να παρατηρήσουμε ότι και στα πλαίσια της πραγμάτευσης αυτής δεν έχει τεθεί ζήτημα κάποιας συγκεκριμένης σύνθεσης για το τυπικό εμπόρευμα.

[1] Δες Μαρξ (1978) τόμος 3, σελ.334-335

[2] Για μια ανάπτυξη των αυστριακών μοντέλων, καθώς και του ότι ό,τι ισχύει στα γραμμικά συστήματα παραγωγής με πρωτογενή συντελεστή παραγωγής την εργασία ισχύει και στα αυστριακά μοντέλα με επίσης πρωτογενή συντελεστή την εργασία δες Μαριόλης (1996α) σελ.57-91, και Μαριόλης (1996β) σελ.175-218.

[3] Δες von Bortkievicz (1952) σελ.41-42

[4] Δες πχ στη παραπομπή της υποσημείωσης 2.

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στο κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους όπως αυτό τίθεται από τον Okishio στο New palgrave στο λήμμα «choice of technique and the rate of profit»[1] . Η διατύπωση του Okishio σχετικά με το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους αποτελεί απόδοση του κριτηρίου αυτού όπως το είχε εκθέσει ο ίδιος στο άρθρο του «Technical changes and the rate of profit»[2]. Αρχίζοντας την έκθεση του λόγω κριτηρίου γράφει , «In a capitalistic economy the main production decisions are made by private capitalists. The choice of technique is one of decisions in their hands, and the criterion for that choice is to maximaze the expected profit rate»[3]. Στη συνέχεια, εξηγώντας πώς οι καπιταλιστές υπολογίζουν το μέγιστο ποσοστό κέρδους προβαίνει στην ακόλουθη ανάλυση. Εν πρώτοις, δηλώνει ότι ο υπολογισμός του μέγιστου ποσοστού κέρδους γίνεται στην βάση των προσδοκιών των καπιταλιστών για το ύψος των τιμών των εμπορευμάτων και του πραγματικού ωρομισθίου. Δεύτερον, τοποθετεί την ανάλυση του στα πλαίσια μιας δεδομένης γραμμικής τεχνολογίας. Συγκεκριμένα, θεωρεί ότι η οικονομία αποτελείται από ένα σύνολο τομέων παραγωγής, καθένας από τους οποίους έχει στη διάθεση του περισσότερες της μιας διαδικασίες παραγωγής. Έτσι, αν ο τομέας *i* της οικονομίας έχει στη διάθεση του *Ti* διαδικασίες παραγωγής, οι διαδικασίες του εν λόγω τομέα μπορούν να παρασταθούν στην ακόλουθη παράσταση $\mathbf{a}_{i1}(\mathbf{k}_i), \mathbf{a}_{i2}(\mathbf{k}_i), ..., \mathbf{a}_{in}(\mathbf{k}_i), \mathbf{t}_i(\mathbf{k}_i) \qquad \mathbf{k}_i = 1,2,..., \mathbf{T}_i$. Αν συμβολίσουμε με $\mathbf{p}_1^e, \mathbf{p}_2^e, ..., \mathbf{p}_n^e, \mathbf{w}^e$ τις προσδοκώμενες από τους καπιταλιστές τιμές των εμπορευμάτων και το προσδοκώμενο ύψος του ονομαστικού ωρομισθίου, τότε το προσδοκώμενο από κάθε διαδικασία παραγωγής ποσοστό κέρδους, $\mathbf{r}_i^e(\mathbf{k}_i)$, προκύπτει από στα πλαίσια της ακόλουθης παράστασης $\mathbf{p}_i^e = [1 + \mathbf{r}_i^e(\mathbf{k}_i)]\left[\sum \mathbf{a}_{ij}(\mathbf{k}_i)\mathbf{p}_j^e + \mathbf{t}_i(\mathbf{k}_i)\mathbf{w}^e\right]$.[4] Η εύρεση και η χρησιμοποίηση από τους καπιταλιστές κάθε τομέα εκείνης της διαδικασίας παραγωγής, που μεγιστοποιεί το ποσοστό κέρδους, αποτελεί το καπιταλιστικό κριτήριο και την διαδικασία στη βάση των οποίων επιλέγεται από τη δεδομένη οικονομία η χρησιμοποιηθείσα τεχνική παραγωγής. Το κριτήριο αυτό όμως, παρατηρεί ο Okishio, είναι ισοδύναμο με το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του αναλωθέντος κόστους για την παραγωγή μιας μονάδας ενός εμπορεύματος. Αν δηλαδή ισχύει

$$\mathbf{r}_i^e(\mathbf{k}_i{*}) \geqq \mathbf{r}_i^e(\mathbf{k}_i) \qquad \mathbf{k}_i = 1,2,...., \mathbf{T}_i$$

ταυτόχρονα ισχύει και

$$\sum \mathbf{a}_{ij}(\mathbf{k}_i{*})\mathbf{p}_j^e + \mathbf{t}_i(\mathbf{k}_i{*})\mathbf{w}^e \leqq \sum \mathbf{a}_{ij}(\mathbf{k}_i)\mathbf{p}_j^e + \mathbf{t}_i(\mathbf{k}_i)\mathbf{w}^e \quad \mathbf{k}_i = 1,2,..., \mathbf{T}_i$$

Στη βάση της τελευταίας αυτής διαπίστωσης ο Okishio συμπεραίνει ότι στην απλή παραγωγή *«the maximum profit rate criterion* is equivalent to *the minimum unit cost criterion»*[5]. Στη συνέχεια χρησιμοποιεί το εν λόγω κριτήριο στα πλαίσια ενός σραφαϊκού μοντέλου επιλογής τεχνικής. Έχοντας στα πλαίσια ενός τέτοιου μοντέλου εκθέσει την άποψη ότι σε μια δεδομένη τεχνική οι διαδικασίες παραγωγής των μη βασικών εμπορευμάτων δεν επηρεάζουν το γενικό ποσοστό κέρδους της τεχνικής αυτής, εκφράζει περαιτέρω και την άποψη ότι αν εμφανιστεί μια νέα διαδικασία παραγωγής, τότε η διερεύνηση του αν πρέπει η νέα αυτή διαδικασία να χρησιμοποιηθεί θα γίνει με κριτήριο το «κριτήριο της ελαχιστοποίησης του μοναδιαίου κόστους». Ως προσδοκώμενες τιμές στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούνται οι

---

[1] Δες Okishio (1987) σελ.418-421
[2] Δες Okishio (1961)
[3] Okishio (1987) σελ.418
[4] Okishio (1987) σελ.418
[5] Δες Okishio (1987) σελ.418.

τιμές της αρχικής τεχνικής, της τεχνικής δηλαδή που υπήρχε πριν την εμφάνιση της νέας διαδικασίας παραγωγής[1]. Στη βάση αυτών καταλήγει και στην άποψη ότι σε αντίθεση με τον μαρξικό νόμο της πτωτικής τάσης του γενικού ποσοστού κέρδους, η υιοθέτηση του καπιταλιστικού κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους οδηγεί σε αύξηση το ποσοστού κέρδους[2]. Να πούμε εδώ ότι στο αρχικό άρθρο του Okishio οι τιμές ήταν εκφρασμένες σε αγοραζόμενη εργασία.

Από την αναφορά μας αυτή στον Okishio, διαπιστώνουμε τα εξής:

a) το κριτήριο της ελαχιστοποίησης θεωρείται, για άλλη μια φορά, ένα κριτήριο επιλογής τεχνικής και ένα κριτήριο που εκφράζει ότι οι κύριες οικονομικές αποφάσεις μιας δεδομένης καπιταλιστικής οικονομίας παίρνονται από τους ιδιωτικούς καπιταλιστές αυτής της οικονομίας.

b) ο Okishio θεωρεί πως το γενικό ποσοστό κέρδους στα πλαίσια μιας τεχνικής απλής παραγωγής δεν εξαρτάται από τις συνθήκες παραγωγής των μη βασικών εμπορευμάτων.

g) βλέπουμε επίσης ότι και ο Okishio δεν θέτει ζήτημα τυπικού εμπορεύματος

Ένα περαιτέρω συμπέρασμα, το οποίο προκύπτει από την έκθεση του Okishio και σε αντίθεση με όσα συμπεραίνει ο ίδιος, είναι ότι δεν υπάρχει ένα γενικό ποσοστό κέρδους ανεξάρτητο από τον μη βασικό τομέα αλλά ένα γενικό ποσοστό κέρδους που θεωρείται εξ ορισμού ως γενικό ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα. Αυτό έπεται ως εξής: αν υπάρχει ένα γενικό ποσοστό κέρδους το οποίο για δεδομένο ποσοστό κέρδους προσδιορίζεται μόνο από τα βασικά εμπορεύματα, τότε η εισαγωγή μιας διαδικασίας ενός μη βασικού εμπορεύματος που παράγεται με λιγότερο κόστος, επειδή θα χρησιμοποιηθεί για να αντικαταστήσει μια ήδη υπάρχουσα, θα έχει ως συνέπεια είτε ότι το ήδη υπάρχον γενικό ποσοστό κέρδους το οποίο προσδιορίζεται από τον βασικό τομέα θα μεταβληθεί, είτε θα μεταβληθεί η τιμή του εμπορεύματος της νεοεισαχθείσας διαδικασίας. Στην πρώτη περίπτωση θα πάψουμε να μιλάμε για ένα γενικό ποσοστό κέρδους ανεξάρτητο από τον μη βασικό τομέα, ενώ στη δεύτερη για τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων που απαιτούμε να διατηρήσουν το προσδιορισθέν στο βασικό τομέα ενιαίο ποσοστό κέρδους.

Να τονίσουμε επίσης ότι η κρατούσα άποψη, όπως αναπτύχθηκε κατά τις δεκαετίες 60’ , 70’ και αν εξαιρέσουμε τους Kurz/Salvadori, των οποίων η άποψη είναι μεταγενέστερη από αυτή των Sraffa, Levhari, Botkiewizc, Okishio –καθώς επίσης και του Garegnani [3] -, θεωρεί, άλλοτε ρητά άλλοτε άρρητα, ότι τόσο το κριτήριο της w-r-σχέσης όσο και το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους είναι τουλάχιστον στην απλή παραγωγή ισοδύναμα κριτήρια επιλογής τεχνικής, ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος, και σε καμία περίπτωση δεν μας εκθέτει το ζήτημα της μη ισοδυναμίας των δύο αυτών κριτηρίων. Κατά τις δεκαετίες 60΄, 70΄ δεν τέθηκε και δεν αναλύθηκε αν το κριτήριο της w-r-σχέσης είναι ισοδύναμο του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους. Άλλοτε χρησιμοποιούταν το κριτήριο της w-r-σχέσης και άλλοτε της ελαχιστοποίησης του κόστους. Τα συμπεράσματα δε που εξάγονταν είχαν γενική ισχύ, δεν ίσχυαν δηλαδή μόνο στα πλαίσια του κριτηρίου που χρησιμοποιούνταν.

[1] Δες Okishio (1987) σελ.419.
[2] Δες Okishio (1987) σελ.419
[3] Ο Garegnani, καίτοι χρησιμοποιεί το κριτήριο της w-r-σχέσης, έχει παρατηρήσει ότι τα δύο υπό θεώρηση κριτήρια , ήτοι το κριτήριο της w-r-σχέσης και το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους, είναι ισοδύναμα, Χωρίς να θέσει και αυτός θέμα τυπικού εμπορεύματος. Δες Garegnani (1970) , σελ.411.

Όσον αφορά τώρα το αν το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους είναι ένα κατάλληλο καπιταλιστικό κριτήριο, θα αναφέρουμε τις απόψεις των Bidard και Σταμάτη. Ο Bidard γράφει

> «Όπως η βαλρασιανή διαδικασία της διαδοχικής προσέγγισης του συστήματος στην κατάσταση της ισορροπίας (tâtonnement) , αυτός ο αλγόριθμος [- δηλαδή ο αλγόριθμός του Bidard, του οποίου ο πυρήνας στην απλή παραγωγή είναι μόνο το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους] είναι προτιμότερο να ερμηνεύεται ως διαδικασία ανταλλαγής πληροφοριών, ανάμεσα σε μια κεντρική επιστασία (auctioneer ή υπουργείο Προγραμματισμού) και σε αποκεντρωμένες μονάδες (επιχειρήσεις), του οποίου μόνον η τελική κατάσταση, εάν υπάρχει τέτοια , υλοποιείται. Ως εκ τούτου, περιγράφει μια διαδικασία προγραμματισμού δύο επιπέδων με δύο χαρακτηριστικά: η κεντρική επιστασία «εκφωνεί» δοκιμαστικές (ενδεικτικές) τιμές και, εν συνεχεία οι επιχειρήσεις ανακοινώνουν τις διαδικασίες εκείνες, οι οποίες, στις τιμές αυτές αποφέρουν υπερκέρδη»[1].

Σύμφωνα με τον Bidard το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους «είναι προτιμότερο να ερμηνεύεται» στα πλαίσια της ύπαρξης μιας «κεντρικής επιστασίας». Μιας «κεντρικής επιστασίας» η οποία ανακοινώνει ορισμένες τιμές και στη συνέχεια οι ατομικοί καπιταλιστές με βάση τις τιμές αυτές υπολογίζουν το κόστος των διαδικασιών παραγωγής που έχουν στη διάθεσή τους. Συνεπώς, η κατανόηση της καπιταλιστικής οικονομίας την οποία εκθέτει ο Bidard και η οποία λειτουργεί στην βάση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους, προϋποθέτει την ύπαρξη μιας «κεντρικής επιστασίας» η οποία διαδραματίζει έναν ουσιαστικό οικονομικό ρόλο. Το ρόλο του να υπολογίζει και να ανακοινώνει τις τιμές των εμπορευμάτων. Ένάν ρόλο χωρίς τον οποίο θα ήταν, αν όχι αδύνατο, πολύ δύσκολο να οδηγηθεί μια οικονομία στην επιλογή εκείνης της τεχνικής, η οποία ελαχιστοποιεί το κόστος. Η προσέγγιση της επιλογής τεχνικής στη βάση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους χωρίς αυτό να κατανοείται στα πλαίσια μιας «κεντρικής επιστασίας» μας οδηγεί στην κατανόηση η οποία εκτίθεται από τον Levhari και τον Okishio. Η κατανόηση την οποία εκθέτουν οι τελευταίοι στηρίζεται είτε στην έννοια του «αόρατου χεριού» είτε στις εκτιμώμενες από τους καπιταλιστές τιμές παραγωγής - ex ante τιμές παραγωγής.

Σε αντίθεση όμως και με τις τελευταίες αυτές απόψεις, πρέπει να παρατηρήσουμε τα ακόλουθα: στα πλαίσια μιας καπιταλιστικής οικονομίας, όπως αυτή κατανοείται από τους σύγχρονους νεορικαρδιανούς, δεδομένη δεν είναι απλώς μια τεχνική όπου στη συνέχεια εμφανίζεται μια εναλλακτική διαδικασία παραγωγής. Αντιθέτως, δεδομένη είναι μια τεχνολογία από την οποία πρέπει για δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή ονομαστικό ωρομίσθιο) να επιλεγεί εκείνη που ελαχιστοποιεί το κόστος. Η επιλογή αυτή συνίσταται στην από τους καπιταλιστές επιλογή εκείνων των διαδικασιών, που για δεδομένες τιμές εμπορευμάτων και ποσοστό κέρδους (ή ονομαστικό ωρομίσθιο) είτε ελαχιστοποιούν το κόστος είτε μεγιστοποιούν τα υπερκέρδη. Το ζήτημα όμως που τίθεται είναι πως υπολογίζονται οι τιμές των εμπορευμάτων. Οι τιμές στα πλαίσια μιας τεχνολογίας δεν μπορεί παρά να είναι άγνωστες. Για να ήταν γνωστές πρέπει πέρα από την τεχνολογία να είναι δεδομένο και το σύστημα παραγωγής και η τεχνική που χρησιμοποιείται. Το τελευταίο όμως σημαίνει ότι για να πραγματοποιηθεί η χρήση του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης, πρέπει η εκτίμηση των τιμών να στηρίζεται στη γνώση των καπιταλιστών για ορισμένες από τις διαδικασίες παραγωγής που έχουν στη διάθεσή τους όλοι οι υπόλοιποι καπιταλιστές, ώστε στη συνέχεια για δεδομένο τυπικό εμπόρευμα να συνδυάσουν τις γνωστές αυτές διαδικασίες με τις δικές τους και με τον τρόπο αυτό να βρουν εκείνες τις διαδικασίες που είτε ελαχιστοποιούν το

[1] Δες Bidard (1996) σελ.122-123

κόστος είτε μεγιστοποιούν τα υπερκέρδη. Ταυτόχρονα πρέπει να είναι και γνώστες όλων των διαδικασιών που έχουν στη διάθεσή τους οι υπόλοιποι καπιταλιστές. Το τελευταίο αυτό πρέπει να συμβαίνει γιατί αλλιώς δεν είναι δυνατόν να ευρεθεί εκείνη η τεχνική που, στα πλαίσια της δεδομένης τεχνολογίας, ελαχιστοποιεί το κόστος γενικά, η τεχνική εκείνη δηλαδή στις τιμές της οποίας καμία άλλη διαδικασία δεν οδηγεί σε υπερκέρδη. Για να βρεθεί η τεχνική αυτή, οι καπιταλιστές πρέπει να συνδυάσουν όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των διαδικασιών που άλλοι καπιταλιστές έχουν στη διάθεσή τους και στη συνέχεια για αυτούς τους συνδυασμούς –για δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο) και δεδομένο τυπικό εμπόρευμα- να ελέγξουν ποια από τις δικές τους διαδικασίες οδηγεί στα μεγαλύτερα υπερκέρδη. Ωστόσο μια τέτοια γνώση δεν συμβιβάζεται τα όσα συμβαίνουν στις πραγματικές καπιταλιστικές οικονομίες. Στις πραγματικές καπιταλιστικές οικονομίες ο ατομικός καπιταλιστής δεν είναι σε θέση να γνωρίζει όλες τις εναλλακτικές διαδικασίες παραγωγής για την παραγωγή κάθε εμπορεύματος και πολύ περισσότερο ποια από αυτές θα χρησιμοποιήσουν οι άλλοι καπιταλιστές. Η επιλογή εκείνης της τεχνικής που ελαχιστοποιεί το κόστος γενικά θα προϋπέθετε έναν «συλλογικό» καπιταλιστή, «μια κεντρική επιστασία»[1]. Είναι επίσης φανερό ότι ο αλγόριθμος του Bidard εισάγει την «κεντρική επιστασία» προκειμένου να αποφύγει το ενδεχόμενο οι εκτιμήσεις των καπιταλιστών να είναι τέτοιας φύσης, ώστε να μην εγγυώνται ότι τελικά θα χρησιμοποιήσουν εκείνη την τεχνική που ελαχιστοποιεί το κόστος. Ο μόνος τρόπος εκτίμησης των τιμών που οδηγεί στην ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνικής είναι αυτός που στηρίζεται στη δυνατότητα γνώσης από μέρους των ατομικών καπιταλιστών όλων των διαδικασιών που έχουν οι άλλοι ατομικοί καπιταλιστές στη διάθεσή τους καθώς και της γνώσης ποιας από αυτές χρησιμοποιούν. Περαιτέρω, στη βάση του ότι -όπως έχουμε ήδη δείξει στα πλαίσια του κριτηρίου της w-r-σχέσης και πρόκειται να δείξουμε και για το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους -, όταν δεδομένες είναι και διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής, οι εκτιμηθείσες από τους ατομικούς καπιταλιστές τιμές παραγωγής εξαρτώνται από το επιλεγέν τυπικό εμπόρευμα, το ζήτημα περιπλέκεται περισσότερο, αφού αυτό σημαίνει την αδυναμία των εν λόγω ατομικών καπιταλιστών να επιλέξουν την ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνική ανεξαρτήτως του τυπικού εμπορεύματος.

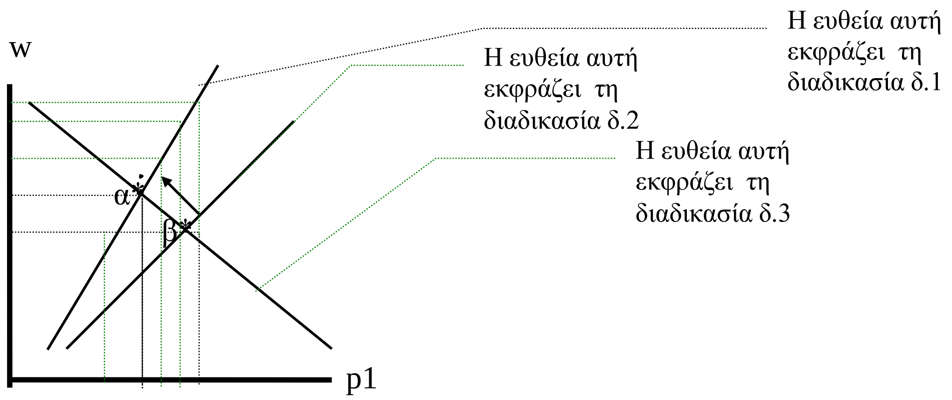
Ακόμα και αν αντιπαρέλθουμε τα ζητήματα αυτά, υπάρχει και παραμένει ένα επιπλέον ζήτημα, το οποίο στα πλαίσια της κρατούσας άποψης είτε δεν τίθεται καν είτε τίθεται ελλιπώς. Το ζήτημα αυτό είναι το ζήτημα της διαδικασίας προσαρμογής των τιμών αφού διαπιστωθεί ότι κάποια τεχνική παραγωγής είναι αυτή που ελαχιστοποιεί το κόστος. Πάνω σε αυτό ο Σταμάτης παρατηρεί:

> «Κατά την επιλογή τεχνικής με το κριτήριο της w-r-σχέσης, περνάμε από μια τεχνική σε μια άλλη τεχνική χωρίς καμιά εξελισσόμενη στο χρόνο διαδικασία προσαρμογής των τιμών και -για δεδομένο ποσοστό κέρδους - του ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου. Κατά την επιλογή τεχνικής με κριτήριο το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους , όταν περνάμε από μια τεχνική α σε μια γειτονική τεχνική b , η οποία διαφέρει μόνο κατά τη ν-οστή διαδικασία παραγωγής από την τεχνική α, υπάρχει μια εξελισσόμενη στο χρόνο διαδικασία προσαρμογής των τιμών και - για δεδομένο ποσοστό κέρδους - των ονομαστικών ωρομισθίων των επιμέρους διαδικασιών παραγωγής ...Τι θα συμβεί όμως, αν κατά την διάρκεια αυτής της διαδικασίας προσαρμογής και πριν φθάσουμε στη νέα ισορροπία, εμφανισθεί μια τεχνική c, η οποία είναι γειτονική της b, και διαφέρει από αυτήν μόνον κατά τη μ-οστή διαδικασία παραγωγής ($\mu \neq \nu$); Πώς θα αποτιμήσουμε -για το δεδομένο r - το κόστος της διαδικασίας παραγωγής $\mu^{(b)}$ και το κόστος της εναλλακτικής διαδικασίας παραγωγής $\mu^{(c)}$ για να τα συγκρίνουμε , αφού για την τεχνική b δεν έχουν ακόμη διαμορφωθεί ένα ενιαίο ονομαστικό

[1]Δες και σελ.104 της παρούσας εργασίας καθώς και Σταμάτης (1996β) σελ.104-109.

ωρομίσθιο και αντίστοιχες τιμές ισορροπίας; Η σύγκριση των δύο γειτονικών τεχνικών b και c είναι προφανώς δυνατή μόνον στην κατάσταση ισορροπίας. Συνεπώς η σύγκριση δύο γειτονικών τεχνικών με κριτήριο το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους μόνον στην κατάσταση ισορροπίας είναι δυνατή»[1].

Χαρακτηριστικά, όσον αφορά την κρατούσα προσέγγιση αναφέρουμε τους Salvadori, Bidard και Levhari. Από τη μια μεριά, ο Salvadori και ο Bidard είναι από τους συγγραφείς οι οποίοι αποσιωπούν το ζήτημα αυτό και αρκούνται απλώς στην διαπίστωση εκείνων των συνθηκών που πρέπει να ικανοποιούνται ώστε να υπάρχει μια τεχνική η οποία να ελαχιστοποιεί το κόστος, ενώ από την άλλη, ο Levhari θέτει το ζήτημα αυτό, αλλά το θέτει ελλιπώς. Στο σημείο αυτό θα δούμε αφενός πώς ο Salvadori υπεκφεύγει του ζητήματος αυτού και αφετέρου, πώς ο Levhari καίτοι θέτει το ζήτημα αυτό, ωστόσο το θέτει ελλιπώς με συνέπεια το ζήτημα αυτό να παραμένει ουσιαστικά άλυτο. Ο Salvadori επιχειρώντας να διερευνήσει το ζήτημα της επιλογής τεχνικής ,παραθέτει ένα διάγραμμα σαν το παρακάτω:



Κάθε ευθεία στο διάγραμμα αυτό αναπαριστά μια διαδικασία απλής παραγωγής από την πλευρά των τιμών. Καθεμία από αυτές τις διαδικασίες παράγει είτε το εμπόρευμα 1 είτε το εμπόρευμα 2. Τις εν λόγω διαδικασίες τις ονομάζουμε δ.1, δ.2, δ.3. Οι ευθείες οι οποίες έχουν την ίδια κατεύθυνση αναπαριστούν δύο διαφορετικές εναλλακτικές διαδικασίες παραγωγής που αφορούν την παραγωγή του ιδίου εμπορεύματος. Έστω για παράδειγμα ότι οι διαδικασίες δ.1,δ.2 αφορούν την παραγωγή του εμπορεύματος 1. Η άλλη ευθεία, η οποία τέμνει τις δύο προηγούμενες στα σημεία α, β, είναι εκείνη η διαδικασία η οποία εκφράζει την παραγωγή του εμπορεύματος 2. Επιπρόσθετα, οι ευθείες αυτές παράγονται με τη χρήση ως τυπικού εμπορεύματος του εμπορεύματος 2. Ειδικότερα, κάθε ευθεία εκφράζει την σχέση που υπάρχει μεταξύ της τιμής του εμπορεύματος 1 και του ονομαστικού ωρομισθίου, όταν σε κάθε διαδικασία έχει ορισθεί για ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους ως τυπικό εμπόρευμα το εμπόρευμα 1. Τα σημεία α, β εκφράζουν τις τιμές οι οποίες προσδιορίζονται στη βάση των δεδομένων διαδικασιών παραγωγής για το δεδομένο ποσοστό κέρδους και το δεδομένο τυπικό εμπόρευμα. Το σημείο α εκφράζει την τιμή την οποία λαμβάνει το εμπόρευμα 1 και το ονομαστικό ωρομίσθιο για μια δεδομένη τιμή του ποσοστού κέρδους όταν τα ονομαστικά μεγέθη αυτά προσδιορίζονται από τις διαδικασίες δ.1,δ.3. Αντιστοίχως για το σημείο β. Τώρα, αν αρχικώς δεδομένες ήταν μόνο οι διαδικασίες δ.2,δ.3, τότε τα ονομαστικά μεγέθη θα προσδιορίζονταν από το σημείο β. Αν περαιτέρω εμφανιζόταν και η διαδικασία δ.1, τότε το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους μας δηλώνει απλώς ότι η δ.1 στις τιμές του σημείου β μας οδηγεί σε υπερκέρδη και συνεπώς ότι η δ.2 πρέπει να αντικατασταθεί από την τεχνική δ.1. Ο Salvadori αρκείται μόνο στο να παρατηρήσει ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους θα οδηγήσει στην εισαγωγή

[1] Σταμάτης (1997) σελ.311-312.

της νέας αυτής διαδικασίας. Το ποια όμως θα είναι η διαδικασία προσαρμογής των τιμών όχι μόνο παραμένει ανερμήνευτη, αλλά δεν τίθεται καν. Πολύ περισσότερο παραμένει ανερμήνευτο το τι θα συμβεί αν πριν φτάσουμε στο σημείο α εισαχθεί μια νέα επιπλέον διαδικασία.

Πιο περιεκτικός από τον Salvadori είναι ο Levhari στο απόσπασμα που εκθέσαμε παραπάνω. Ο Levhari εκφράζει την άποψη ότι, όταν στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής διαπιστωθεί, για ένα δεδομένο ποσοστό κέρδους και δεδομένης μιας τυποποίησης της μορφής w=1, μια νέα εναλλακτική για κάποιο εμπόρευμα διαδικασία παραγωγής, παράγουσα με λιγότερο κόστος, η οικονομία θα χρησιμοποιήσει την εναλλακτική αυτή διαδικασία και στη συνέχεια θα μειώσει την τιμή του εμπορεύματος της στο επίπεδο του κόστους του. Το κόστος αυτό προσδιορίζεται από τα μέσα παραγωγής της εν λόγω νέας διαδικασίας στις ήδη όμως υπάρχουσες τιμές. Περαιτέρω, αυτή η μείωση θα συμπαρασύρει σε μείωση και τις τιμές των υπόλοιπων εμπορευμάτων, αφού και το εμπόρευμα της νέας αυτής διαδικασίας είναι βασικό και ως τέτοιο εισέρχεται ως μέσο παραγωγής στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων. Στη συνέχεια η δεύτερη αυτή κατά σειρά μείωση θα τροφοδοτήσει ένα νέο κύκλο μειώσεων των τιμών των εμπορευμάτων. Οι συνεχείς δε αυτές μειώσεις θα εκμηδενιστούν όταν οι τιμές φτάσουν σε ένα ορισμένο επίπεδο. Στα πλαίσια της εν λόγω ανάλυσης, ο Levhari προβαίνει στη διάκριση της σταθερής κατάστασης μιας οικονομίας και, άρρητα, της μη σταθερής κατάστασης μιας οικονομίας. Η διαδικασία προσαρμογής της οικονομίας λαμβάνει χώρα, σύμφωνα με το εν λόγω άρθρο του Levhari, στα πλαίσια αυτής της μη σταθερής κατάστασης. Η ανάλυση του Levhari είναι όμως περιορισμένη. Ειδικότερα, το περιορισμένο της ανάλυσης έγκειται στο ότι δεν διερευνάται η παραπάνω τεθείσα περίπτωση, η περίπτωση δηλαδή κατά την οποία πριν φτάσουμε σε μια νέα σταθερή κατάσταση, ή με άλλα λόγια σε μια νέα κατάσταση ισορροπίας, εμφανισθεί μια νέα επιπλέον διαδικασία παραγωγής. Ακόμα δεν εξηγείται τι θα συμβεί, αν, είτε έχει εισαχθεί είτε δεν έχει εισαχθεί ή νέα επιπλέον διαδικασία παραγωγής, μεταβληθούν κατά κάποιο τυχαίο τρόπο οι ήδη υπάρχουσες τιμές μη ισορροπίας. Μεταβολή η οποία είναι πάρα πολύ πιθανή σε μια κατάσταση μη ισορροπίας. Συνεπώς, δεν εξηγείται και τι θα συμβεί, όταν, αφού έχει εισαχθεί μια νέα διαδικασία παραγωγής και η οικονομία βρίσκεται σε κατάσταση μη ισορροπίας, μεταβάλλονται ταυτόχρονα και το ποσοστό κέρδους και το ονομαστικό ωρομίσθιο από παράγοντες που προσιδιάζουν σε καταστάσεις μη ισορροπίας και δεν σχετίζονται με το πλαίσιο της παραγωγής. Π.χ. ως συνέπεια αποκλίσεων στην προσφορά και στη ζήτηση, ως συνέπεια κερδοσκοπικών παραγόντων, υπερεκτίμησης της δύναμης των εργατικών οργανώσεων, κλπ. Στην περίπτωση αυτή το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους αδυνατεί να μας εξηγήσει το πώς θα γίνει η επιλογή της εν γένει ελαχιστοποιούσας το κόστος τεχνικής. Σε μια τέτοια περίπτωση οι μεταβολές των τιμών δεν είναι σίγουρο ότι θα βρίσκονται σε μια πορεία σύγκλισης που θα οδηγεί στην ελαχιστοποιούσα το κόστος τεχνική.

Συνοψίζοντας τα όσα εκτέθηκαν στο μέρος αυτό αναφέρουμε τα εξής: είδαμε α) ότι η έννοια του κριτηρίου της ελαχιστοποίησης του κόστους εντάσσεται στα πλαίσια μιας διερεύνησης για το κόστος της διαφέρουσας διαδικασίας ενός συνόλου γειτονικών ως προς την αυτή διαδικασία τεχνικών, β) ότι το κριτήριο τίθεται στο επίπεδο ενός (ατομικού η συλλογικού) καπιταλιστή οποίος εκφράζει ένα μόνον κλάδο παραγωγής, γ) ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους δεν είναι ένα επαρκές καπιταλιστικό κριτήριο επιλογής τεχνικής. Και δεν είναι ένα τέτοιο επαρκές κριτήριο, γιατί ούτε είναι σε θέση να μας διαβεβαιώσει ότι η οικονομία χρησιμοποιεί εκείνη την τεχνική, που ελαχιστοποιεί το κόστος, ούτε μπορεί να εκφράσει ικανοποιητικά πώς μια καπιταλιστική οικονομία κατευθύνεται σε μια κατάσταση ισορροπίας στην οποία θα ελαχιστοποιείται το κόστος. Ισχυριστήκαμε επίσης ότι το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του κόστους δεν είναι κριτήριο επιλογής τεχνικής, αλλά κριτήριο επιλογής τυπικών υποσυστημάτων. Στη συνέχεια θα προβούμε στην απόδειξη του ισχυρισμού αυτού. Επίσης θα προβούμε και στην απόδειξη ότι με το κριτήριο αυτό αν δεν εισαχθούν επιπρόσθετες προϋποθέσεις, μόνο τεχνικές απλής παραγωγής μπορούν να συγκριθούν.