

ΝΡ: 11980

ΠΑΝΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΚοΕ: 11851 Τμήμα Οικονομικής και Περιφερειακής Ανάπτυξης



29 ΝΟΕ. 2000

ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ
ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ
ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ Ν. ΚΑΡΑΓΑΝΗ

ΑΘΗΝΑ
1999

Η έγκριση της διδακτορικής διατριβής από το Πάντειο Πανεπιστήμιο Κοινωνικών και Πολιτικών
Επιστημών δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα (Άρθρο 202 του Ν. 53 43/1932)

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Κεφάλαιο 1

Βασικές έννοιες και περιεχόμενο της χωρικής οικονομετρίας.	1
1. Η χωρική οικονομετρία και η περιφερειακή επιστήμη	2
2. Οι σχέσεις της χωρικής οικονομετρίας και της κλασικής οικονομετρίας	3
3. Η χωρική οικονομετρία και η χωρική στατιστική	5
4. Οι χωρικές επιδράσεις	5
5. Το περιεχόμενο της διατριβής	8

Κεφάλαιο 2

Ζητήματα τόπου εγκατάστασης και παράγοντες ανάπτυξης των τραπεζικών υπηρεσιών	12
1. Δίκτυα διανομής τραπεζικών υπηρεσιών στην ελληνική τραπεζική αγορά	13
2. Τραπεζικές υπηρεσίες	14
3. Μορφές τραπεζικών καταστημάτων	17
4. Εντοπισμός περιοχών αγορών για δημιουργία καταστημάτων και στρατηγική ανάπτυξης δικτύου	18
5. Περιοχές ενδιαφέροντος – ζήτηση τραπεζικών υπηρεσιών	19

Κεφάλαιο 3

Θεωρητικά ζητήματα Χωρικής Οικονομετρίας	23
1. Είδη υποδειγμάτων	24
1.1. Σύντομη επισκόπηση της προσέγγισης των χωρικών υποδειγμάτων	24

1.2 Χωρικά γραμμικά υποδείγματα για διαστρωματικά στοιχεία	28
2. Εκτίμηση του γενικού χωρικού υποδείγματος	33
2.1 Παρέκβαση: η ακαταλληλότητα της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων	33
2.2 Η μέθοδος της μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας	34
3. Στατιστικός έλεγχος του γενικού χωρικού υποδείγματος	41
3.1 Γενικά	41
3.2 Συντελεστής Moran I	42
3.3 Κριτήριο Wald	43
3.4 Κριτήριο λόγου πιθανοφανειών LR	44
3.5 Κριτήριο πολλαπλασιαστή Lagrange	45
 Κεφάλαιο 4	
Η τυπική έκφραση των χωρικών επιπτώσεων	45
1. Η τυπική έκφραση της συνεκτικότητας στο χώρο	46
2. Γειτνίαση στο χώρο και Μήτρες Χωρικής Συνέχειας.	46
3. Η μεταβατική σχέση εξάρτησης.	49
4. Γενικές Μήτρες Χωρικών Σταθμίσεων και Τελεστές Χωρικής Υστέρησης.	50
 Κεφάλαιο 5	
Θεωρητικές παραδοχές για την οικονομική ερμηνεία των συντελεστών του χωρικού υποδείγματος.	51
1. Εξειδικεύσεις υποδειγμάτων	52
1.1 Γενικά περί επεκτάσεων του γραμμικού υποδείγματος	52
1.2 Αντίστροφο υπόδειγμα	53
1.3 Υπόδειγμα σταθερών ελαστικότητων	54

1.4 Το γραμμικό υπόδειγμα	55
2. Τελεστής χωρικής υστέρησης.	56

Κεφάλαιο 6

Δεδομένα και διαδικασία κατασκευής δεδομένων	64
1. Η διαδικασία παραγωγής των στατιστικών στοιχείων	65
1.1 Τα γεωγραφικά συστήματα πληροφοριών	65
1.2 Η φύση των χωρικών στοιχείων	67
2. Τα στατιστικά δεδομένα της εμπειρικής εφαρμογής	68
2.1 Η διαδικασία κατασκευής των χωρικών στοιχείων	68
2.2 Τα στατιστικά στοιχεία της εμπειρικής έρευνας	71
2.3 Περιορισμοί στην ανάλυση	72

Κεφάλαιο 7

Εξειδίκευση και έλεγχος υποθέσεων	73
1. Εξειδίκευση του χωρικού υποδείγματος	74
2. Στατιστικός έλεγχος και επιλογή υποδείγματος	87

Κεφάλαιο 8

Εμπειρική εφαρμογή του χωρικού αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος για την εκτίμηση της ανάπτυξης των τραπεζικών υπηρεσιών στο χώρο. Η περίπτωση του Λεκανοπεδίου Αττικής	89
1. Αποτελέσματα εκτίμησης	90
1.1 Το αντίστροφο υπόδειγμα με την χρησιμοποίηση μη κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων	90
1.2 Το υπόδειγμα σταθερών ελαστικοτήτων με την χρησιμοποίηση μη κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων	92

1.3 Το αντίστροφο υπόδειγμα με την χρησιμοποίηση μη κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων	94
1.4 Το αντίστροφο υπόδειγμα με την χρησιμοποίηση κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων	99
1.5 Το υπόδειγμα σταθερών ελαστικότητων με την χρησιμοποίηση κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων	98
1.6 Το γραμμικό υπόδειγμα με την χρησιμοποίηση κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων	99
2. Επιλογή του καταλληλότερου υποδείγματος. Συμπεράσματα	101
2.1 Επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης	101
2.2 Συνοπτική παρουσίαση της επιλεγείσας εξίσωσης	102

Κεφάλαιο 1

Βασικές έννοιες και περιεχόμενο

της χωρικής οικονομετρίας.

Περιληπτική παρουσίαση της διατριβής

Το πρώτο κεφάλαιο της διατριβής ασχολείται κυρίως με το περιεχόμενο της χωρικής οικονομετρίας, καθώς και των μεθόδων της. Διαιρείται σε πέντε ενότητες. Η πρώτη ενότητα περιγράφει τις σχέσεις της χωρικής οικονομετρίας και της περιφερειακής επιστήμης. Η δεύτερη ενότητα περιγράφει τις διαφορές της χωρικής οικονομετρίας από την κλασική οικονομετρία. Η τρίτη ενότητα περιγράφει τη σχέση της χωρικής οικονομετρίας και της χωρικής στατιστικής. Η τέταρτη ενότητα τέλος περιγράφει το κατεξοχήν αντικείμενο της χωρικής οικονομετρίας, τις χωρικές επιδράσεις. Τέλος η πέμπτη ενότητα δίνει συνοπτικά το περιεχόμενο των κεφαλαίων της διατριβής.

1. Η χωρική οικονομετρία και η περιφερειακή επιστήμη

Η σχέση της χωρικής οικονομετρίας με την περιφερειακή επιστήμη παρότι γίνεται εύκολα αντιληπτή είναι πολύ νέα και ως τέτοια χρειάζεται σύσταση και ταυτότητα. Τούτο γίνεται ευκολότερα αντιληπτό αν ληφθεί υπόψιν η καθυστέρηση στην ανάπτυξη της χωρικής οικονομετρίας και κατά επέκταση της σχέσης της με την περιφερειακή επιστήμη.

Η περιφερειακή επιστήμη εξετάζει ζητήματα που αφορούν χωρικές οντότητες (πόλεις, περιφέρειες κλπ). Υπάρχει μια πληθώρα αναλυτικών εργαλείων που εξετάζουν την ανθρώπινη συμπεριφορά στο χώρο ή καλύτερα τον τρόπο με τον οποίο διαφοροποιείται η ανθρώπινη συμπεριφορά στο χώρο. Προς αυτήν την κατεύθυνση έχουν δημιουργηθεί αναλυτικά υποδείγματα. Τα υποδείγματα αυτά δίνουν μαθηματικές σχέσεις μεταξύ μεταβλητών που αναπαριστούν την ανθρώπινη συμπεριφορά στο χώρο. Η εξειδίκευση και ο ακριβής καθορισμός αυτών των σχέσεων βασίζεται στην στατιστική και στην οικονομετρία.

Οι μέθοδοι και οι τεχνικές που εφαρμόζονται στη στατιστική ανάλυση των υποδειγμάτων της περιφερειακής επιστήμης αποτελούν το αντικείμενο της χωρικής οικονομετρίας. Αρχικά ο όρος χωρική οικονομετρία χρησιμοποιήθηκε από τον Paelinck στην αρχή της δεκαετίας του 1970 και αναφερόταν στις μεθόδους εκτίμησης των πολυπεριφερειακών οικονομετρικών υποδειγμάτων. Τα πέντε κύρια ζητήματα που αντιμετώπιζαν αυτά τα υποδείγματα ήταν:

- Ο ρόλος των χωρικών αλληλεξαρτήσεων στα χωρικά υποδείγματα
- Η ασυμμετρία των χωρικών σχέσεων
- Η ερμηνευτική δύναμη παραγόντων που βρίσκονται σε άλλες χωρικές μονάδες

- Οι διαφορές μεταξύ εκ των προτέρων (*ex ante*) και εκ των υστέρων εκτιμήσεων (*ex post*)
- Η άμεση υποδειγματοποίηση του χώρου

2. Οι σχέσεις της χωρικής οικονομετρίας και της κλασικής οικονομετρίας

Η πρώτη διάκριση μπορεί να γίνει στη βάση του πεδίου ενασχόλησης της χωρικής οικονομετρίας σε σχέση με την κλασική οικονομετρία. Έτσι, όλες οι στατιστικές αναλύσεις των οικονομικών υποδειγμάτων της περιφερειακής επιστήμης εμπίπτουν στη χωρική οικονομετρία. Σε αυτό το πλαίσιο μπορεί να θεωρηθεί ότι εμπίπτει στο γνωστικό πεδίο της χωρικής οικονομετρίας η εκτίμηση υποδειγμάτων χωρικής αλληλεπίδρασης, η στατιστική ανάλυση συναρτήσεων αστικής πυκνότητας καθώς και τα εμπειρικά οικονομετρικά υποδείγματα στα οποία η διάσταση του χώρου είναι ξεχωριστή μεταβλητή.

Μία δεύτερη διάκριση μπορεί να γίνει λαμβάνοντας υπόψιν τη χωρική διάσταση των στατιστικών στοιχείων και των υποδειγμάτων που χρησιμοποιούνται στην περιφερειακή επιστήμη. Η χωρική διάσταση καθιστά δύσκολη την άμεση εφαρμογή των παραδοσιακών οικονομετρικών μεθόδων. Στα υποδείγματα *χωρική επίδραση* καλείται εκείνη η διάσταση που καθιστά δυσχερή την εφαρμογή των παραδοσιακών οικονομετρικών μεθόδων. Οι χωρικές επιδράσεις διαιρούνται στις *χωρικές εξαρτήσεις* και στη *χωρική ετερογένεια*. Από αυτές η πιο συνήθης μορφή είναι οι χωρικές εξαρτήσεις ή η χωρική αυτοσυσχέτιση (Cliff και Ord 1973). Τεχνικά, η χωρική αυτοσυσχέτιση

είναι η έλλειψη ανεξαρτησίας που συνήθως απαντάται σε διαστρωματικά στοιχεία. Η αλληλεξάρτηση αυτή μπορεί να θεωρηθεί ότι βρίσκεται στον πυρήνα της περιφερειακής επιστήμης και της γεωγραφίας (Tobler, 1979). Η σχέση μεταξύ των χωρικών μονάδων αποτελεί τον πρώτο νόμο της γεωγραφίας και τονίζει ότι όλες οι γεωγραφικές μονάδες συσχετίζονται μεταξύ τους, περισσότερο όμως συσχετίζονται αυτές που βρίσκονται πλησιέστερα η μία με την άλλη. Η χωρική εξάρτηση μπορεί να προκληθεί και από διάφορα προβλήματα μέτρησης των μεταβλητών που απαντώνται συχνά στις εμπειρικές εφαρμογές. Τέτοια προβλήματα οφείλονται συνήθως στον αυθαίρετο διαχωρισμό των γεωγραφικών μονάδων η παρουσία εξωτερικών οικονομικών και οι επιδράσεις διάχυσης.

Το ζήτημα της χωρικής εξάρτησης δεν μπορεί να αντιμετωπισθεί αποτελεσματικά με τις μεθόδους της κλασικής οικονομετρίας. Αυτό οφείλεται κυρίως στον προσανατολισμό της κλασικής οικονομετρίας στην εξέταση χρονολογικών σειρών. Οι μέθοδοι αυτοί δεν μπορούν να εξετάσουν αποτελεσματικά την πολυδιάστατη φύση της χωρικής εξάρτησης για την οποία απαιτείται ένα άλλο μεθοδολογικό πλαίσιο.

Η δεύτερη κατηγορία χωρικών επιπτώσεων αφορά τη χωρική ετερογένεια. Αυτή οφείλεται στην έλλειψη σταθερής συμπεριφοράς στο χώρο. Εδικότερα, αυτό υπονοεί ότι οι συναρτησιακές σχέσεις και ο εμπλεκόμενες παράμετροι αλλάζουν σε σχέση με το πρόβλημα της χωρικής αλληλεξάρτησης. Το ζήτημα της ετερογένειας μπορεί να αντιμετωπισθεί με κλασικές οικονομετρικές τεχνικές. Το πρόβλημα εδώ είναι η έλλειψη ενός θεωρητικού πλαισίου που θα κατευθύνει την εφαρμοσμένη έρευνα. Επιπροσθέτως, το πρόβλημα της ετερογένειας μπορεί να συνυπάρχει με εκείνο της εξάρτησης. Ο διαχωρισμός είναι πολύ δύσκολος και έτσι η εφαρμογή κλασικών οικονομετρικών τεχνικών δεν δίνει αξιόπιστες λύσεις.

Κατά συνέπεια η χωρική οικονομετρία αποτελείται από μεθόδους και τεχνικές που εξυπηρετούν την τυπική αναπαράσταση και εξέταση φαινομένων χωρικής εξάρτησης και χωρικής ετερογένειας.

3. Η χωρική οικονομετρία και η χωρική στατιστική

Ο διαχωρισμός της χωρικής οικονομετρίας από τη χωρική στατιστική δεν είναι εύκολος και συχνά έχει υποκειμενικά στοιχεία. Τυπικά, μπορεί να ειπωθεί ότι η χωρική στατιστική ασχολείται με την ανάλυση των χωρικών στατιστικών στοιχείων, ενώ η χωρική οικονομετρία εξετάζει υποδείγματα που περιλαμβάνουν άμεσα τη μεταβλητή του χώρου.

Συμπερασματικά μπορεί να ειπωθεί ότι η χωρική οικονομετρία έχει συνδεθεί με την περιφερειακή επιστήμη και ειδικότερα με την περιφερειακή και αστική οικονομική. Σε αντιδιαστολή η χωρική στατιστική προσανατολίζεται στην ανάλυση φυσικών φαινομένων στη βιολογία και στη γεωλογία.

4. Οι χωρικές επιδράσεις

Οι χωρικές επιδράσεις αποτελούν την αιτία ύπαρξης της χωρικής οικονομετρίας και έτσι αποτελούν τον πυρήνα αυτής. Στις περισσότερες εμπειρικές μελέτες της περιφερειακής επιστήμης τα στατιστικά δεδομένα έχουν χωρική διάσταση ή χωρική και χρονική ταυτόχρονα. Η χωρική διάσταση είναι είτε άμεση είτε έμμεση. Άμεση είναι όταν τα στοιχεία αναφέρονται σε συγκεκριμένες γεωγραφικές μονάδες και έμμεση όταν τα στοιχεία διαφοροποιούνται σε σχέση με μία χωρική μονάδα μέτρησης

(απόσταση κλπ). Παραδείγματα άμεσης χωρικής διάστασης είναι τα στοιχεία πληθυσμού, απασχόλησης κλπ που αναφέρονται σε συγκεκριμένες γεωγραφικές μονάδες, ενώ παράδειγμα έμμεσης χωρικής διάστασης είναι η τεχνητή ψηφιακή απεικόνιση σε γεωγραφικό σύστημα πληροφοριών.

Γενικά κάθε κατάσταση όπου τα στοιχεία δομούνται σύμφωνα με την χωρική τοποθεσία ή την απόσταση θα μπορούσε να ειπωθεί ότι εμπίπτουν στο ενδιαφέρον της περιφερειακής ανάλυσης και ενέχουν το στοιχείο της χωρικής εξάρτησης. Το κύριο μεθοδολογικό ζήτημα με αυτά τα στοιχεία είναι η παρουσία της χωρικής εξάρτησης η οποία ουσιαστικά δεν επιτρέπει τη εφαρμογή των κλασικών οικονομετρικών μεθόδων. Η χωρική εξάρτηση συνίσταται στην ύπαρξη συναρτησιακής σχέσης μεταξύ της συμπεριφοράς μιας μεταβλητής σε μια χωρική οντότητα με την ίδια μεταβλητή στις υπόλοιπες χωρικές οντότητες. Δύο αίτια θεμελιώνουν τη συναρτησιακή σχέση.

- Πρώτον, τα σφάλματα μέτρησης στις χωρικές οντότητες.
- Δεύτερον, η ύπαρξη διαφόρων χωρικών φαινομένων αλληλεπίδρασης.

Θεμελιακής σημασίας για την περιφερειακή επιστήμη είναι η δεύτερη αιτία. Αυτή συνίσταται στη σημασία του χώρου και στο πως ο χώρος συνκαθορίζει την συμπεριφορά σε διάφορα κοινωνικά φαινόμενα. Στην ουσία η περιφερειακή επιστήμη και η γεωγραφία εξετάζουν την σημασία της χωροθέτησης, εγκατάστασης και της απόστασης στα κοινωνικά φαινόμενα. Έτσι, το τι συμβαίνει σε ένα σημείο του χώρου καθορίζεται από κοινού με το τι συμβαίνει σε άλλα σημεία. Αυτό μπορεί τυπικά να εκφρασθεί από την παρακάτω σχέση :

$$Y_i = f(Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$$

Η ανωτέρω σχέση υποδηλώνει ότι κάθε παρατήρηση στην μεταβλητή Y στην χωρική μονάδα i σχετίζεται ουσιαστικά μέσω της συνάρτησης f με τις τιμές της μεταβλητής Y σε άλλες χωρικές μονάδες $(1, 2, N)$.

Υπάρχουν δύο προσεγγίσεις εξέτασης της χωρικής εξάρτησης. Η πρώτη ξεκινά με ένα θεωρητικό υπόβαθρο για τις χωρικές εξαρτήσεις. Το θεωρητικό υπόβαθρο εξειδικεύεται σε ένα τυπικό υπόδειγμα για την εξειδίκευση του οποίου χρησιμοποιείται η στατιστική ανάλυση.

Η δεύτερη προσέγγιση ξεκινά από την ανάλυση των στοιχείων και προσπαθεί να καθορίσει συναρτησιακές σχέσεις με την βοήθεια στατιστικών τεχνικών.

Όσον αφορά τη Χωρική Ετερογένεια τόσο στην περιφερειακή επιστήμη όσο στην γεωγραφία υπάρχουν αποδείξεις για την ύπαρξη ετερογένειας στα χωρικά φαινόμενα. Διάφοροι παράγοντες όπως οι κεντρικές θέσεις, η ύπαρξη προηγμένων και υστερούντων περιφερειών συνιστούν στην ύπαρξη ετερογενών χωρικών επιδράσεων. Επιπροσθέτως οι χωρικές μονάδες είναι κατά κανόνα ετερογενείς. Στον βαθμό που η ετερογενεία ωφείλεται σε σφάλματα μέτρησης οδηγεί σε ετεροσκεδαστικότητα.

Η συνεισφορά της χωρικής οικονομετρίας συνίσταται στην εφαρμογή των συμπερασμάτων της περιφερειακής επιστήμης σχετικά με τις χωρικές δομές και αλληλεξαρτήσεις. Η εφαρμογή γίνεται μέσω της δημιουργίας κατάλληλων περιορισμών και παραμέτρων. Με άλλα λόγια η περιφερειακή επιστήμη προσφέρει το υπόβαθρο για την ερμηνεία σχέσεων που δεν θα μπορούσαν να καθορισθούν κάτω από άλλες προϋποθέσεις.

5. Το περιεχόμενο της διατριβής

Η διατριβή αποτελείται από οκτώ κεφάλαια. Τα πρώτα τέσσερα θέτουν γενικώς θεωρητικά ζητήματα, ενώ τα δεύτερα τέσσερα ασχολούνται κυρίως με την εμπειρική εφαρμογή των πορισμάτων της θεωρητικής θεμελίωσης του πρώτου μέρους. Πιο συγκεκριμένα το δεύτερο κεφάλαιο ασχολείται με θέματα επιλογής θέσεων για τη λειτουργία τραπεζικών καταστημάτων, καθώς και με τις αρχές που διέπουν αυτές τις αποφάσεις. Εξετάζονται δηλαδή οι προσδιοριστικοί παράγοντες ανάπτυξης των τραπεζικών υπηρεσιών στο χώρο. Στόχος του κεφαλαίου είναι να δώσει το θεωρητικό υπόβαθρο στο εμπειρικό υπόδειγμα τόσο για την επιλογή των μεταβλητών, όσο και για την αξιολόγηση των συναρτησιακών μορφών που τελικά θα επιλεγούν. Το κεφάλαιο διαιρείται σε πέντε ενότητες. Στην πρώτη ενότητα παρουσιάζονται τα δίκτυα διανομής των τραπεζικών υπηρεσιών στην Ελλάδα. Η δεύτερη ενότητα αναλύει τις παρεχόμενες υπηρεσίες από το τραπεζικό σύστημα. Στην τρίτη ενότητα εξετάζονται οι μορφές και τα είδη των τραπεζικών καταστημάτων. Η τέταρτη ενότητα περιλαμβάνει όψεις της στρατηγικής ανάπτυξης του δικτύου των τραπεζών καθώς και θέματα εντοπισμού αγορών για δημιουργία καταστημάτων. Η πέμπτη ενότητα τέλος διερευνά τους προσδιοριστικούς παράγοντες για την ανάδειξη κατ' αρχήν περιοχών ενδιαφέροντος για τη λειτουργία τραπεζικών καταστημάτων.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται η θεωρητική θεμελίωση του γενικού χωρικού οικονομετρικού υποδείγματος. Το κεφάλαιο χωρίζεται σε τρία μέρη. Στο πρώτο μέρος παρουσιάζονται οι κατηγορίες των οικονομετρικών υποδειγμάτων και αναλύονται τα υποδείγματα μίας εξίσωσης. Τα υποδείγματα αυτά που είναι τα υποδείγματα διαστρωματικών στοιχείων της κλασικής οικονομετρίας, ενσωματώνουν

την επίδραση του παράγοντα χώρου και έτσι διαφοροποιούνται ποιοτικά από τα προηγούμενα. Το δεύτερο μέρος του κεφαλαίου παρουσιάζει τη διαδικασία εκτίμησης του γενικού χωρικού υποδείγματος καθώς και τον τρόπο με τον οποίο προκύπτουν όλες οι μερικές περιπτώσεις αυτού. Τέλος στο τρίτο μέρος παρουσιάζονται οι πρόσθετοι στατιστικοί έλεγχοι που απαιτούνται από τη χωρική φύση της ανάλυσης, όπως αυτή υπεισέρχεται στη μήτρα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων.

Το τέταρτο κεφάλαιο περιγράφει τη διαδικασία ποσοτικοποίησης του παράγοντα χώρος. Το κεφάλαιο χωρίζεται σε τέσσερις ενότητες. Η πρώτη ενότητα θέτει τον προβληματισμό για την έννοια της ποσοτικοποίησης του χώρου. Η δεύτερη ενότητα αναλύει το βασικό ζήτημα για την ποσοτικοποίηση, αυτό της έννοιας της γειτνίασης δύο χωρικών ενότητων, καθώς και την έννοια της χωρικής συνέχειας. Στην Τρίτη ενότητα αναλύεται το κεντρικό ζήτημα της χωρικής οικονομετρίας, δηλαδή οι σχέσεις εξάρτησης και τέλος στην τέταρτη ενότητα παρουσιάζεται η διαδικασία σχηματισμού των μητρών χωρικών σταθμίσεων, που είναι το βασικό σημείο διάκρισης της χωρικής οικονομετρίας από την κλασική οικονομετρία.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι θεωρητικές παραδοχές για την οικονομική ερμηνεία των συντελεστών του χωρικού υποδείγματος. Το κεφάλαιο αποτελείται από δύο ενότητες. Η πρώτη ενότητα παρουσιάζει τα οικονομετρικά υποδείγματα που θα χρησιμοποιηθούν στην εμπειρική εφαρμογή καθώς και τη διαδικασία προσαρμογής τους στις απαιτήσεις του γενικού χωρικού υποδείγματος. Παρουσιάζονται τρία είδη υποδειγμάτων, συγκεκριμένα το αντίστροφο το σταθερών ελαστικότητων και το γραμμικό υπόδειγμα. Στο δεύτερο μέρος διευρύνεται το υπόδειγμα μερικής προσαρμογής, που χρησιμοποιείται στις χρονολογικές σειρές με τρόπο ώστε να εκφράσει τα χωρικά

φαινόμενα. Στόχος της ενότητας είναι να συνδεθεί το γενικό χωρικό υπόδειγμα με οικονομική συμπεριφορά.

Το έκτο κεφάλαιο περιλαμβάνει δύο ενότητες και περιγράφει τη διαδικασία παραγωγής των στατιστικών δεδομένων. Η πρώτη ενότητα σκιαγραφεί τη μεθοδολογία χρησιμοποίησης γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών από τη σκοπιά της κοινωνικής και ιδίως οικονομικής ανάλυσης. Συγκεκριμένα, η πρώτη ενότητα περιγράφει τη διαδικασία σχηματισμού στατιστικών στοιχείων κατάλληλων για κοινωνικοοικονομική ανάλυση αφενός και τα ιδιαίτερα προβλήματα που συνοδεύουν αυτά τα στοιχεία, που κύριο γνώρισμα τους είναι η χωρική αναφορά αφετέρου. Η δεύτερη ενότητα του κεφαλαίου παρουσιάζει τις λύσεις που δόθηκαν στο πλαίσιο της εμπειρικής εφαρμογής του ογδού κεφαλαίου και υποδιαιρείται και αυτή σε δύο τμήματα ανάλογα με εκείνα της πρώτης που ασχολούνται με τα ίδια με εκείνα θέματα.

Το έβδομο κεφάλαιο αποτελείται από δύο ενότητες και ασχολείται με την εμπειρική εξειδίκευση και τον έλεγχο υποθέσεων των εξισώσεων. Η πρώτη ενότητα περιγράφει το μετασχηματισμό του μη γραμμικού χωρικού υποδείγματος σε ένα ισοδύναμο που ενώ δεν είναι γραμμικό, μπορεί εύκολα να εκτιμηθεί. Στην ίδια ενότητα παρουσιάζεται και το πρόγραμμα στη ψευδογλώσσα του SPSS για την εκτίμηση του εν λόγω υποδείγματος. Η δεύτερη ενότητα θέτει το πλαίσιο του στατιστικού ελέγχου του υποδείγματος καθώς και τη διαδικασία για την επιλογή της καλύτερης εξίσωσης από όσες εκτιμήθηκαν.

Το όγδοο κεφάλαιο υποδιαιρείται σε δύο ενότητες και είναι η εμπειρική εφαρμογή της διατριβής. Η πρώτη ενότητα περιλαμβάνει την αξιολόγηση όλων των διαφορετικών εξειδικεύσεων και των χωρικών παραλλαγών τους. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται η αξιολόγηση για εννέα διαφορετικά υποδείγματα. Παρουσιάζεται επίσης και το αποτέλεσμα για

κάθε εξειδίκευση που έδωσε το ειδικά για το σκοπό αυτό πρόγραμμα στη ψευδογλώσσα μητρών του SPSS. Το δεύτερο μέρος περιλαμβάνει την επιλογή της πλέον κατάλληλης εξειδίκευσης σύμφωνα με τα κριτήρια που τέθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο καθώς και τα συμπεράσματα από την εφαρμογή του χωρικού υποδείγματος στο ερευνώμενο φαινόμενο και από την απόδοση των δύο μητρών χωρικών σταθμίσεων στις ίδιες εξισώσεις.

Θεωρητικά ζητήματα Χωρικής Οικονομετρίας

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η θεωρητική θεμελίωση του γενικού χωρικού οικονομετρικού υποδείγματος. Το κεφάλαιο χωρίζεται σε τρία μέρη. Στο πρώτο μέρος παρουσιάζονται οι κατηγορίες των οικονομετρικών υποδειγμάτων και αναλύονται τα υποδείγματα μιάς εξίσωσης. Τα υποδείγματα αυτά που είναι τα υποδείγματα διαστρωματικών στοιχείων της κλασικής οικονομετρίας, ενσωματώνουν την επίδραση του παράγοντα χώρου και έτσι διαφοροποιούνται ποιοτικά από τα προηγούμενα. Το δεύτερο μέρος του κεφαλαίου παρουσιάζει τη διαδικασία εκτίμησης του γενικού χωρικού υποδείγματος καθώς και τον τρόπο με τον οποίο προκύπτουν όλες οι μερικές περιπτώσεις αυτού. Τέλος στο τρίτο μέρος παρουσιάζονται οι πρόσθετοι στατιστικοί έλεγχοι που απαιτούνται από τη χωρική φύση της ανάλυσης, όπως αυτή υπεισέρχεται στη μήτρα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων.

1. Είδη υποδειγμάτων

1.1. Σύντομη επισκόπηση της προσέγγισης των χωρικών υποδειγμάτων

Η χωρική οικονομετρία διαφοροποιείται από την κλασική οικονομετρία στον τρόπο με τον οποίο ενσωματώνει στα υποδείγματα της επιδράσεις του χώρου. Αυτό βέβαια προϋποθέτει πως ο χώρος έχει αναπαρασταθεί τυπικά, δηλαδή με αριθμητική μορφή με κάποιο τρόπο. Τούτο επιτυγχάνεται με τη χρησιμοποίηση μητρών χωρικών σταθμίσεων. Με τον τρόπο αυτό λαμβάνεται υπόψιν η χωρική εξάρτηση, που αναπαριστάται με τα στοιχεία των μητρών και που αντιστοιχεί στο πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης της κλασικής οικονομετρίας, ενώ η χωρική ετερογένεια λαμβάνεται υπόψιν με την κατάλληλη εξειδίκευση του υποδείγματος.

Τα υποδείγματα που αναλύουν χωρικές ανελίξεις χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με την εξειδίκευση των χωρικών αλληλεπιδράσεων που χρησιμοποιούν. Η πρώτη κατηγορία βασίζεται σε υπό συνθήκη κατανομές του υπό μελέτη φαινομένου, ενώ η δεύτερη στην ταυτόχρονη εξέταση των εξισώσεων όλων των χωρικών μονάδων. Η διάκριση αυτή έχει ως συνέπεια σημαντικές επιπτώσεις τόσο στην εκτίμηση, όσο και στον στατιστικό έλεγχο των υποδειγμάτων. Σε στατιστικούς όρους τα υπό συνθήκη υποδείγματα βασίζονται στην υπό συνθήκη εξειδίκευση της κατανομής του φαινομένου σε κάθε γεωγραφική μονάδα, όπου συνθήκη θεωρείται η κατάσταση του υπόλοιπου γεωγραφικού συστήματος, ενώ τα υποδείγματα ταυτόχρονων εξισώσεων βασίζονται στην από κοινού μελέτη των κατανομών του φαινομένου σε κάθε γεωγραφική μονάδα. Και οι δύο κατηγορίες υποδειγμάτων παρουσιάζονται με τη μορφή αυτοπαλίνδρομων σχημάτων όπου η τιμή

της μεταβλητής που αναπαριστά το υπό μελέτη φαινόμενο σε μία γεωγραφική μονάδα συσχετίζεται με τις τιμές της, στις υπόλοιπες γεωγραφικές μονάδες του συστήματος.

Τα υποδείγματα ταυτόχρονων εξισώσεων ανάγονται στην εργασία του Whittle το 1954. Στην εργασία αυτή χρησιμοποιήθηκε κανονικό πλέγμα, τα κελιά του οποίου περιέγραφαν τυχαία πεδία που στατιστικά αναπαραστήθηκαν από μία στοχαστική εξίσωση διαφοράς των συντεταγμένων του πλέγματος, την ακόλουθη:

$$\sum_s \sum_t \alpha_{m-s} \alpha_{n-t} y_{j+s, k+t} = \varepsilon_{j,k}$$

όπου $j, k = \dots, -1, 0, 1, \dots$ είναι οι χωρικοί δείκτες ως προς το κάθε φορά κελί αναφοράς, y είναι η μεταβλητή που περιγράφει το υπό εξέταση φαινόμενο, α είναι οι παράμετροι που περιγράφουν το γεωγραφικό σύστημα και το ε είναι η συνήθης ανεξάρτητη και τυχαία κατανεμόμενη μεταβλητή. Σε όρους μητρών το υπόδειγμα αυτό είναι ισοδύναμο με το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα πρώτης τάξης:

$$Y = \rho W Y + \varepsilon, \text{ και με αναδιάταξη των όρων του υποδείγματος}$$

$$(I - \rho W) Y = \varepsilon,$$

όπου Y και ε είναι τα διανύσματα της μεταβλητής που περιγράφει το υπό εξέταση φαινόμενο, ε το διάνυσμα του τυχαίου όρου και W η μήτρα χωρικών σταθμίσεων. Η αντιστοιχία των όρων στα δύο υποδείγματα είναι προφανής για τα Y και ε , ενώ τα α του υποδείγματος Whittle αντιστοιχούν στους όρους της μήτρας $(I - \rho W)$. Η εκτίμηση όμως του εν λόγω υποδείγματος περιλαμβάνει την εξειδίκευση της από κοινού κατανομής όλων των εξισώσεων για όλες τις γεωγραφικές μονάδες και απαιτείται μη γραμμική αριστοποίηση.

Το υπό συνθήκη υπόδειγμα του Besag (1974) ως εναλλακτική λύση στο υπόδειγμα του Whittle. Αποτελείται από μία γραμμική σχέση ανάμεσα στην υπό συνθήκη αναμενόμενη τιμή της εξαρτημένης

μεταβλητής και των τιμών της στο υπόλοιπο χωρικό σύστημα.
Συγκεκριμένα:

$$E[y_i / y_j \forall j \in S, j \neq i] = \rho W y,$$

όπου S αναπαριστά το σύνολο των γεωγραφικών μονάδων και κατά συνέπεια το γεωγραφικό σύστημα και W είναι ένα σύστημα κωδικογράφησης για την ποσοτική αναπαράσταση του γεωγραφικού συστήματος. Η υπό συνθήκη εξειδίκευση του υποδείγματος επιτρέπει την εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων με την κατάλληλη κωδικοποίηση του γεωγραφικού συστήματος, δηλαδή της μήτρας W . Η κωδικοποίηση αυτή στην ουσία είναι η απαλοιφή παρατηρήσεων, δηλαδή γεωγραφικών μονάδων, με τέτοιο τρόπο ώστε οι εναπομείνουσες παρατηρήσεις να είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες, δηλαδή όχι γειτονικές. Αυτή η προσέγγιση συναντά πολλές δυσκολίες σε εμπειρικές εφαρμογές που αναλύουν γεωγραφικά συστήματα με μικρό αριθμό μονάδων. Ένα άλλο σημαντικό πρόβλημα είναι ο ακριβής τρόπος κωδικοποίησης του γεωγραφικού συστήματος, επειδή το γεωγραφικό σύστημα μπορεί να κωδικοποιηθεί με διαφορετικούς τρόπους. Δηλαδή μπορεί να κατασκευασθούν με την ίδια θεωρητική υπόθεση απεικόνισης του χώρου διαφορετικές μήτρες W , οπότε από τα ίδια δεδομένα προκύπτουν διαφορετικές εκτιμήσεις.

Το ενδιαφέρον σημείο της υπό συνθήκη προσέγγισης, είναι ότι προσπαθεί να παρακάμψει τα προβλήματα που σχετίζονται με την εξειδίκευση της μήτρας χωρικών σταθμίσεων. Ωστόσο, στις περισσότερες περιπτώσεις είναι ευκολότερο να εξειδικευθούν τα χωρικά υποδείγματα με τη μορφή των υποδειγμάτων ταυτόχρονων εξισώσεων. Αλλωστε περισσότερο προσεγγίζουν στην τυπική οικονομετρική προσέγγιση, ενώ η δυσκολία κατάσχευής της μήτρας χωρικών σταθμίσεων διευκολύνεται

σημαντικά από την τεχνολογία GIS και τα νέα ισχυρά υπολογιστικά συστήματα και στατιστικά – οικονομετρικά πακέτα.

Μέχρι στιγμής έχει παρουσιασθεί το υπόδειγμα χωρικής αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης. Έτσι, κατά αναλογία με την προσέγγιση Box – Jenkins των χρονολογικών σειρών, έχουν προταθεί και στην εξειδίκευση χωρικών υποδειγμάτων ανεπίξεις αυτοπαλινδρομων σχημάτων, μορφών κινητού μέσου καθώς και συνδυασμού των μορφών αυτών. Συνεπώς ένα χωρικό υπόδειγμα κινητού μέσου έχει τη γενική μορφή:

$$Y = \varepsilon + \rho W \varepsilon$$

όπου Y είναι το διάνυσμα της μεταβλητής του υπό εξέταση φαινομένου, ε το διάνυσμα των ανεξάρτητα κατανεμημένων τυχαίων όρων και W η μήτρα χωρικών σταθμίσεων. Το υπόδειγμα του κινητού μέσου διευρύνει ακόμα περισσότερο την οπτική που αναλύονται οι χωρικές ανεπίξεις, ενώ ταυτόχρονα δεν κάνει περιπλοκότερη τη διαδικασία εξειδίκευσης, εκτίμησης και ελέγχου του υποδείματος, αφού σχεδόν όλες οι ενέργειες για την εκτίμηση και τον έλεγχο γίνονται με τον ίδιο τρόπο με αυτόν που γίνονται και για τα αυτοπαλινδρομα σχήματα.

Ένα επιπλέον θέμα που πρέπει να εξετάζεται πριν από την εξειδίκευση των υποδειγμάτων είναι η διαθεσιμότητα των στατιστικών στοιχείων που αναφέρονται στις μονάδες του εξεταζόμενου γεωγραφικού συστήματος. Έτσι, αναπτύσσονται διαφορετικές εξειδικεύσεις των υποδειγμάτων ανάλογα με το αν διατίθενται διαστρωματικά στοιχεία ή χρονολογικές σειρές. Σημαντικό στοιχείο επίσης είναι και ο ποσοτικός ορισμός του χώρου, δηλαδή η περιγραφή του χώρου με κανονικό πλέγμα, όπου είναι αυτονόητες οι καρτεσιανές συντεταγμένες, ή το συνηθισμένο φαινόμενο στις εμπειρικές οικονομικές εφαρμογές όπου η διαμέριση του

χώρου αντιστοιχεί σε οικονομικές ή διοικητικές επιφάνειες χωρίς κανονικό γεωμετρικό σχήμα.

1.2 Χωρικά γραμμικά υποδείγματα για διαστρωματικά στοιχεία

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται το γενικό χωρικό οικονομετρικό υπόδειγμα για διαστρωματικά στοιχεία. Σημειώνεται ότι το γενικό οικονομετρικό υπόδειγμα για διαστρωματικά στοιχεία αποτελεί εκτίμηση μίας εξίσωσης και αντιστοιχεί στην κλασική οικονομετρία της μίας εξίσωσης. Όταν υπάρχουν διαθέσιμα στοιχεία για την κάθε μονάδα του γεωγραφικού συστήματος με χρονολογικό βάθος, δηλαδή διαστρωματικά στοιχεία χρονολογικών σειρών, τότε η εκτίμηση των εξισώσεων γίνεται με τη βοήθεια οικονομετρικών συστημάτων. Στην τελευταία αυτή περίπτωση γίνεται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο η μελέτη του προβλήματος της ετερογένειας του χώρου που αντιστοιχεί στο οικονομετρικό πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας. Τα υποδείγματα που χωρικής αυτοσυσχέτισης και κινητού μέσου όρου που εισήχθησαν στην προηγούμενη ενότητα αποτελούν ειδικές περιπτώσεις του γενικού χωρικού υποδείματος. Προκύπτουν από αυτό όταν τεθούν μηδενικοί περιορισμοί στις κατάλληλες κάθε φορά παραμέτρους του γενικού χωρικού υποδείματος.

Το γενικό χωρικό οικονομετρικό υπόδειγμα έχει σε όρους μητρών τη μορφή:

$$Y = \rho W_1 Y + X \beta + \varepsilon$$

$$\varepsilon = \lambda W_2 \varepsilon + \mu$$

όπου το διάνυσμα μ ακολουθεί την κανονική κατανομή με $\mu \sim N(0, \Omega)$.

Η πρώτη εξίσωση περιγράφει το χωρικό αυτοπαλίνδρομο σχήμα και η

δεύτερη το σχήμα χωρικού κινητού μέσου όρου. Στην εξειδίκευση αυτή το β είναι ένα $(K \times 1)$ διάνυσμα που περιγράφει τους συντελεστές των ερμηνευτικών μεταβλητών. Πρέπει να σημειωθεί εδώ, ότι για τις χωρικές ανάγκες της ανάλυσης οι ερμηνευτικές μεταβλητές χωρίζονται ρητά από την εξαρτημένη μεταβλητή με χωρική υστέρηση. Η μήτρα X είναι διαστάσεων $(N \times K)$ και απεικονίζει τις K ερμηνευτικές μεταβλητές για τις N γεωγραφικές μονάδες. Το βαθμωτό ρ που είναι ο συντελεστής της εξαρτημένης μεταβλητής με χωρική υστέρηση, είναι ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης στο υπόδειγμα χωρικής αυτοσυσχέτισης. Το βαθμωτό λ είναι ο συντελεστής χωρικής αυτοπαλινδρόμησης του τυχαίου όρου ε στο υπόδειγμα χωρικού κινητού μέσου. Η μήτρα Ω είναι η γνωστή μήτρα διακυμάνσεων συνδυακυμάνσεων διάστασης $(K \times K)$, τα διαγώνια στοιχεία της οποίας έχουν τη μορφή:

$$\Omega_{jj} = h_j(z_j), \quad h_j > 0,$$

τούτο προκειμένου να είναι δυνατή η μελέτη της ετερογένειας του χώρου, που οικονομικά ισοδυναμεί με την μελέτη της ετεροσκεδαστικότητας. Κάθε διαγώνιο στοιχείο της μήτρας Ω είναι συνάρτηση των P εξωγενών μεταβλητών z και ενός σταθερού όρου, δηλαδή συνολικά $P + 1$ συντελεστές. Η κατασκευή των διαγώνιων στοιχείων με αυτόν τον τρόπο επιτρέπει την εξειδίκευση υποδειγμάτων για την μελέτη της ετεροσκεδαστικότητας. Τούτο διότι όταν οι P παράμετροι a που αντιστοιχούν στις εξωγενείς μεταβλητές z τεθούν ίσοι με το μηδέν τότε για το κάθε διαγώνιο στοιχείο jj ισχύει:

$$h_{jj} = \sigma^2$$

που είναι η περίπτωση της ομοσκεδαστικότητας στην κλασική οικονομετρία.

Οι δύο μήτρες W_1 και W_2 είναι μήτρες χωρικών σταθμίσεων και απεικονίζουν τις χωρικές αλληλεπιδράσεις στην εξίσωση της χωρικής

αυτοσυσχέτισης και του χωρικού κινητού μέσου όρου αντίστοιχα. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατόν να εφαρμοσθεί η υπόθεση ότι οι δύο ανεξίτηεις οφείλονται σε διαφορετικές επιδράσεις του παράγοντα χώρος και κατά συνέπεια ο παράγων αυτός εκφράζεται στις δύο ανεξίτηεις με διαφορετικό τρόπο, δηλαδή με διαφορετικές μήτρες χωρικών σταθμίσεων. Σημειώνεται ακόμα πως η μορφή των μητρών δεν υφίσταται περιορισμούς, μπορεί δηλαδή να είναι κανονικοποιημένη ή όχι, να είναι μήτρα γειτριάσεων οποιουδήποτε τύπου, ή τα στοιχεία της να είναι κάποια συνάρτηση αποστάσεων. Συνολικά λοιπόν το υπόδειγμα έχει $3 + K + P$ παραμέτρους που συνοπτικά σε μορφή διανύσματος γραμμής είναι:

$$\theta' = [\rho, \beta', \lambda, \sigma^2, \alpha']$$

Από το γενικό χωρικό οικονομικό υπόδειγμα προκύπτουν όλα τα άλλα υποδείγματα ως υποπεριπτώσεις. Τούτο επιτυγχάνεται όπως έχει αναφερθεί με το να τίθενται τα κατάλληλα υποδιανύσματα γραμμής του διανύσματος γραμμής θ' ίσα με το μηδέν. Έτσι, θέτοντας το $\rho=0$, το $\lambda=0$ και το $\alpha'=0$ ($P + 2$ περιορισμοί) προκύπτει το γραμμικό υπόδειγμα της κλασικής οικονομίας, χωρίς χωρικές επιδράσεις, αυτοσυσχέτιση και ετεροσκεδαστικότητα. Επομένως, το γενικό χωρικό υπόδειγμα σε όρους μητρών παίρνει τη μορφή:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

και εκτιμάται με τις μεθόδους της κλασικής οικονομίας. Θέτοντας τώρα, το $\lambda=0$ και το $\alpha'=0$, ($P + 1$ περιορισμοί) προκύπτει το υπόδειγμα χωρικής αυτοσυσχέτισης. Επομένως, το γενικό χωρικό υπόδειγμα σε όρους μητρών παίρνει τη μορφή:

$$Y = \rho W_1 Y + X\beta + \varepsilon$$

το οποίο δεν μπορεί να εκτιμηθεί με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Θέτοντας τώρα, το μόνο το $\alpha'=0$, (P περιορισμοί) προκύπτει το μικτό υπόδειγμα χωρικής αυτοσυσχέτισης και κινητού μέσου, ως εξής:

$$Y = \rho W_1 Y + X\beta + \varepsilon$$

$$\varepsilon = \lambda W_2 \varepsilon + \mu$$

και επιλύοντας τη δεύτερη εξίσωση ως προς ε και αντικαθιστώντας το διάνυσμα ε με το ίσο του :

$$\varepsilon = (I - \lambda W_2)^{-1} \mu,$$

το γενικό χωρικό υπόδειγμα σε όρους μητρών παίρνει τη μορφή:

$$Y = \rho W_1 Y + X\beta + (I - \lambda W_2)^{-1} \mu$$

Η ανάλυση μέχρι στιγμής εστιάζει το ενδιαφέρον της στην εξειδίκευση της χωρικής αλληλεξάρτησης. Η χωρική ετερογένεια και το οικονομετρικό ισοδύναμο της η ετεροσκεδαστικότητα μπορούν εξίσου εύκολα να εξειδικευθούν θέτοντας ανάλογους περιορισμούς στο διάνυσμα γραμμή θ' . Η πιο συνηθισμένη συνέπεια της ετεροσκεδαστικότητας είναι οι μεταβαλλόμενες τιμές των παραμέτρων του υποδείματος από μονάδα σε μονάδα του γεωγραφικού συστήματος. Η μελέτη τώρα της ετεροσκεδαστικότητας είναι στην ουσία η ανάλυση των διαγώνιων στοιχείων της μήτρας Ω , δηλαδή η εξειδίκευση της συναρτησιακής μορφής $h_i(z\alpha)$. Η μεθοδολογία που προτείνει ο Casetti για τον ακριβή προσδιορισμό αυτής της συνάρτησης είναι η μέθοδος επέκτασης (expansion method). Η μέθοδος αυτή είναι στην ουσία μία τεχνική κατασκευής μαθηματικών-ντετερμινιστικών και κατόπιν στοχαστικών υποδειγμάτων. Ξεκινά από ένα αρχικό υπόδειγμα και κατόπιν σύμφωνα με τις θεωρητικές απαιτήσεις της υποκείμενης θεωρίας επαναπροσδιορίζει τις τιμές των παραμέτρων, εισάγει νέες μεταβλητές και τροποποιεί συναρτησιακές μορφές. Συγκεκριμένα για κάθε συντελεστή προσδιορίζει μία στοχαστική συνάρτηση η οποία αντικαθιστά στο αρχικό υπόδειγμα τους συντελεστές β . Για το διάνυσμα των συντελεστών β ισχύει:

$$\beta = Z\gamma + v,$$

όπου β είναι το $(K \times 1)$ διάνυσμα των συντελεστών, Z είναι η μήτρα των μεταβλητών που ερμηνεύουν την κύμανση του κάθε συντελεστή β_j από μονάδα σε μονάδα του γεωγραφικού συστήματος με διαστάσεις $(K \times \Xi)$, γ το $(\Xi \times 1)$ διάνυσμα των συντελεστών της εξίσωσης και v το ανεξάρτητο διάνυσμα των τυχαίων όρων που ακολουθεί την κανονική κατανομή. Διακρίνονται δύο περιπτώσεις, μία για υποδείγματα κινητού μέσου και μία για αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα Αντικαθιστώντας σε ένα υπόδειγμα της πρώτης κατηγορίας με τη μορφή:

$$y = X\beta + \mu$$

προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$y = X(Z\gamma + v) + \mu$$

Με την εκτέλεση των πράξεων ισχύει:

$$y = XZ\gamma + Xv + \mu$$

Το υπόδειγμα που προέκυψε έχει τελικά ετεροσκεδαστικό τυχαίο όρο, που εξαρτάται από την κύμανση των ερμηνευτικών μεταβλητών, συγκεκριμένα τον

$$\zeta = Xv + \mu,$$

η διακύμανση του οποίου με δεδομένο ότι ο τυχαίος όρος v κατανέμεται ανεξάρτητα και τυχαία είναι το σταθμισμένο άθροισμα των διακυμάνσεων, δηλαδή

$$\text{var}(\zeta) = X^2\sigma_v^2 + \sigma_\mu^2,$$

έτσι, με τον τρόπο αυτό μπορεί να διορθωθεί η ετεροσκεδαστικότητα στο υπόδειγμα, αφού είναι πλέον γνωστή η συναρτησιακή της μορφή.

Η εφαρμογή της μεθόδου στα υποδείγματα της δεύτερης κατηγορίας έχει ως συνέπεια να εξαλείφει τη χωρική αυτοσυσχέτιση. Το φαινόμενο αυτό είναι αποτέλεσμα εσφαλμένης εξειδίκευσης του αρχικού υποδείματος και είναι ανάλογο με αυτό που παρατηρείται στις χρονολογικές σειρές, όταν από εσφαλμένη εξειδίκευση του υποδείματος γίνονται στατιστικά σημαντικά τα κριτήρια για την αυτοσυσχέτιση.

Συνεπώς το ζήτημα δεν είναι αν η μέθοδος επέκτασης εξαλείφει την χωρική αυτοσυσχέτιση, αλλά η ορθή εξειδίκευση του υποδείγματος.

2. Εκτίμηση του γενικού χωρικού υποδείγματος

2.1 Παρέκβαση: η ακαταλληλότητα της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων

Η εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων δεν είναι κατάλληλη για την εκτίμηση των συντελεστών του γενικού χωρικού υποδείγματος. Η μέθοδος είναι ακατάλληλη και για τα αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα, δηλαδή τα υποδείγματα με χωρική υστέρηση και για τα υποδείγματα χωρικού κινητού μέσου. Στην περίπτωση των πρώτων υποδειγμάτων η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων δίνει μεροληπτικούς και ασυνεπείς εκτιμητές, ενώ στη δεύτερη περίπτωση οι εκτιμητές είναι μεν αμερόληπτοι αλλά είναι ασυνεπείς. Το φαινόμενο συμβαίνει εξ αιτίας της δομής της μήτρας διακυμάνσεων συνδυακυμάνσεων που επηρεάζεται από τη μήτρα χωρικών σταθμίσεων.

Τούτο φαίνεται στις εκφράσεις για τις αναμενόμενες τιμές του τυχαίου όρου με την εξαρτημένη μεταβλητή, όπου καταλήγουν αφενός σε τετραγωνική μορφή της μήτρας χωρικών σταθμίσεων στον όρο σφάλματος, ενώ ταυτόχρονα η αναμενόμενη τιμή δεν είναι μηδέν. Συγκεκριμένα για το απλό αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα:

$$Y = \rho W Y + \varepsilon$$

η εκτίμηση του ρ δίνεται από την έκφραση

$$r = (Y'W'WY)^{-1}Y'W'Y$$

αντικαθιστώντας το Y από τη σχέση στο πληθυσμό, την προηγούμενη εξίσωση δηλαδή διαδοχικά προκύπτει:

$$\begin{aligned} r &= (Y'W'WY)^{-1}Y'W'(\rho WY + \varepsilon), \\ r &= \rho (Y'W'WY)^{-1} Y'W'WY + (Y'W'WY)^{-1} WY' \varepsilon, \\ r &= \rho + (Y'W'WY)^{-1} W'Y' \varepsilon \end{aligned}$$

γιατί η παράσταση $(Y'W'WY)^{-1} Y'W'WY$ ισούται με τη μοναδιαία μήτρα. Έτσι, φαίνεται η αναμενόμενη τιμή δεν ισούται με το ρ γιατί ο όρος $(Y'W'WY)^{-1} W'Y' \varepsilon$ εξαρτάται από τη μήτρα χωρικών σταθμίσεων και δεν μηδενίζεται. Το όριο πιθανότητας επίσης δεν μηδενίζεται εξ αιτίας του δεύτερου παράγοντα του γινομένου. Πραγματικά, ο όρος

$$\text{plim}N^{-1}(Y'W' \varepsilon)$$

με την αντικατάσταση του Y με το ίσο του

$$Y = (I - \rho W) \varepsilon$$

γίνεται

$$\text{plim}N^{-1}(\varepsilon'W'(I - \rho W)^{-1}\varepsilon),$$

που είναι η πραοαναφερθείσα τετραγωνική μορφή, που δεν μηδενίζεται.

2.2 Η μέθοδος της μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται κυρίως για την εκτίμηση των συντελεστών του γενικού χωρικού υποδείγματος είναι η μέθοδος της μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας. Τούτο διότι θεωρείται πως οι ασυμπτωτικές ιδιότητες των εκτιμητών της μεθόδου προσιδιάζουν στα χωρικά υποδείγματα. Οι απαιτήσεις της μεθόδου είναι η ύπαρξη συνεχούς και διαφοροποιήσιμης συνάρτησης πιθανοφάνειας τουλάχιστον μέχρι το τρίτο βαθμό για τις εκτιμώμενες παραμέτρους, οι παράγωγοι της συνάρτησης αυτής να είναι φραγμένες, η μήτρα διακυμάνσεων

συνδυακυμάνσεων που θα προκύψει να είναι θετικά ή ημιθετικά ορισμένη και οι όλες οι τετραγωνικές μορφές να είναι πεπερασμένες.

Στις εμπειρικές εφαρμογές η μη ικανοποίηση των απαιτήσεων της μεθόδου εμφανίζεται με τη μορφή προβλημάτων όπως η απόκλιση στις διαδικασίες μη γραμμικής αριστοποίησης, οι αρνητικά ορισμένες ή οι ιδιάζουσες μήτρες διακυμάνσεων-συνδυακυμάνσεων και η δημιουργία μορφών απροσδιοριστίας με διαιρέσεις με το μηδέν. Στα χωρικά υποδείγματα τέτοια προβλήματα παρουσιάζονται εξ αιτίας της δομής της μήτρας χωρικών σταθμίσεων, της τιμής του συντελεστή χωρικής αυτοσυσχέτισης καθώς και της αλληλεπίδρασης αυτών των δύο παραγόντων και έχουν τη μορφή αποκλίνουσας ακολουθίας στη διαδικασία της μη γραμμικής αριστοποίησης της συνάρτησης πιθανοφάνειας για τις τιμές του συντελεστή χωρικής αυτοσυσχέτισης ρ και του συντελεστή του χωρικού κινητού μέσου όρου λ .

Η διαδικασία εκτίμησης βασίζεται στην εξειδίκευση του γενικού χωρικού υποδείγματος που παρουσιάστηκε στην ενότητα 2.1. Το υπόδειγμα μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$AY = X\beta + \varepsilon \quad (2.1)$$

$$B\varepsilon = \mu \quad (2.2)$$

Όπου οι μήτρες A και B συμβολίζουν τις μήτρες $(I - \rho W_1)$ και $(I - \lambda W_2)$ που προκύπτουν από τις λύσεις των εξισώσεων χωρικής αυτοπαλινδρόμησης και κινητού μέσου όρου αντίστοιχα ως προς Y και ε και είναι ίδιου βαθμού με αυτές. Επίσης η μήτρα διακυμάνσεων-συνδυακυμάνσεων

$$\Omega = E[\mu\mu']$$

είναι διαγώνια (τα εκτός κυρίας διαγωνίου στοιχεία είναι μηδέν), δηλαδή το διάνυσμα μ δεν αυτοσυσχετίζεται και κατά συνέπεια υπάρχει και το ομοσκεδαστικό διάνυσμα v των τυχαίων όρων που ορίζεται ως:

$$v = \Omega^{-1/2} \mu$$

και λύνοντας ως προς μ ισχύει

$$\mu = \Omega^{1/2} v,$$

οπότε αντικαθιστώντας στη σχέση (2.1) τη (2.2) αφού επιλυθεί πρώτα ως προς μ , καθώς και το μ με το ίδιο του η σχέση (2.1) γίνεται:

$$AY = X\beta + B^{-1}\Omega^{1/2}v,$$

που με τη σειρά της όταν επιλυθεί ως προς v γίνεται:

$$\Omega^{-1/2}B (AY - X\beta) = v \quad (2.3)$$

Η σχέση (2.3) είναι μη γραμμική στις παραμέτρους. Το διάνυσμα v ακολουθεί την κανονική κατανομή. Παρόλα αυτά και ενώ το διάνυσμα πληρεί όλες τις απαιτήσεις¹ (well behaved) των από κοινού κατανομών δεν υπάρχει στην παρατήρηση και ως εκ τούτου η μέθοδος μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας πρέπει να εφαρμοσθεί στην μεταβλητή Y , οι τιμές της οποίας μπορούν να παρατηρηθούν. Τούτο επιτυγχάνεται με την εξαγωγή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της Y από τη v με τη διαδικασία του μετασχηματισμού των μεταβλητών². Η Ιακωβιανή ορίζουσα που χρησιμοποιείται στη διαδικασία αλλαγής αποτελείται από όλες τις μερικές παραγώγους της σχέσης (2.3) ως προς Y . Σε όρους γραμμικής άλγεβρας η Ιακωβιανή ορίζουσα είναι το αποτέλεσμα των ακόλουθων διαδοχικών πράξεων:

$$|J| = \left| \frac{\partial v}{\partial y} \right| = \left| \Omega^{1/2} B A \right| = \left| \Omega^{1/2} \right| |B| |A| \quad \underline{\text{Block diagonal } L} \quad (2.4)$$

¹ Το διάνυσμα v πληρεί τις απαιτήσεις ώστε το πρόβλημα μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας να καλείται κανονικό (regular). Οι συνθήκες αυτές είναι.

- i. το εύρος των τιμών των μεταβλητών να είναι ανεξάρτητο του διανύσματος των παραμέτρων θ .
- ii. η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας να είναι συνεχής και παραγωγίσιμη τουλάχιστον μέχρι το τρίτο βαθμό και οι παράγωγοι να είναι φραγμένες. Βλέπε Dhrymes, Ph., Econometrics, σελ. 115, 1970.

² Λεπτομερής περιγραφή της διαδικασίας αλλαγής των μεταβλητών υπάρχει στον Λαμπράκη, Δ., Στατιστική, 1980, σελ. 140-151

Με την υπόθεση της από κοινού ^{κανονική} κατανομής της μεταβλητής y προκύπτει η ακόλουθη λογαριθμοποιημένη συνάρτηση πιθανοφάνειας για τις πιθανότητες εμφάνισης από κοινού των παρατηρήσεων της μεταβλητής y :

$$L = -\frac{N}{2} \ln \pi - \frac{1}{2} \ln |\Omega| + \ln |B| + \ln |A| - \frac{1}{2} v'v \quad (2.5)$$

$$v'v = (AY - X\beta)' B' \Omega^{-1} B (AY - X\beta) \quad (2.6)$$

Οι σχέσεις (2.5) και (2.6) φανερώουν την αιτία που οι εκτιμητές της μεθόδου μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας, διαφέρουν από τους αντίστοιχους της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. Η διαφορά οφείλεται στην διόρθωση που επιφέρουν οι ορίζουσες που προκύπτουν από την Ιακωβιανή ορίζουσα και συγκεκριμένα οι ορίζουσες των μητρών A , B και Ω . Το μέγεθος της διαφοράς των εκτιμήσεων εξαρτάται από την τιμή των οριζουσών των μητρών A , και B που με τη σειρά του για δεδομένες κάθε φορά μήτρες χωρικών σταθμίσεων εξαρτάται από τις τιμές των συντελεστών ρ και λ .

Το χαρακτηριστικό σημείο των σχέσεων (2.5) και (2.6) είναι ότι η συνάρτηση πιθανοφάνειας είναι τετραγωνική μορφή των όρων σφάλματος. Αυτό σημαίνει πως αν πληρούνται οι συνθήκες κανονικότητας τότε το πρόβλημα της μεγιστοποίησης λύνεται. Κατά τα γνωστά το πρόβλημα μπορεί να δημιουργηθεί από τους όρους που συμπεριλαμβάνουν τις ορίζουσες των μητρών Ω , A και B . Για να μη συμβεί πρέπει η Ιακωβιανή ορίζουσα να είναι θετικά ορισμένη, δηλαδή να ισχύει:

$$|\Omega^{1/2} AB| > 0 \quad (2.7)$$

η σχέση (2.7) ισοδυναμεί με την ικανοποίηση των ακόλουθων σχέσεων

$$|I - \rho W_1| > 0 \quad (2.8)$$

$$|I - \lambda W_2| > 0 \quad (2.9)$$

$$h_i(z\alpha) > 0, \forall i \quad (2.10)$$

οι οποίες δεν είναι ανάγμη να ικανοποιούνται όλες ταυτόχρονα. Το σημείο μεγιστοποίησης της σχέσης (2.5) βρίσκεται από τις συνθήκες πρώτης τάξης, δηλαδή την εξίσωση των πρώτων μερικών παραγωγών με το μηδέν. Το διάνυσμα των πρώτων μερικών παραγωγών είναι το ακόλουθο:

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = v'(\Omega^{1/2}BX) \quad (2.10\alpha)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \rho} = -tr(A^{-1}W_1) + v'\Omega^{-1/2}BW_1y \quad (2.10\beta)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -tr(B^{-1}W_2) + v'\Omega^{-1/2}BW_2(Ay - X\beta) \quad (2.10\gamma)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_p} = -\frac{1}{2}tr(\Omega^{-1}H_p) + v'\Omega^{-3/2}H_pB(Ay - X\beta), \text{ για } p=1, 2, \dots, P \quad (2.10\delta)$$

Στο βαθμωτό της σχέσης (2.10) εμφανίζεται η μήτρα H_p που είναι διαγώνια μήτρα και διαστάσεων $(P \times P)$. Η μήτρα αυτή αποτελείται από τις μερικές παραγωγούς $\frac{\partial h(z\alpha)}{\partial \alpha_p}$, δηλαδή από τις μερικές παραγωγούς όλων των συναρτήσεων που προσδιορίζουν την ετεροσκεδαστικότητα ως προς κάθε παράμετρο.

Το σύστημα των εξισώσεων (2.7) – (2.10) είναι μη γραμμικό και ως εκ τούτου δεν έχει αναλυτική λύση και επιλύεται με αριθμητικές μεθόδους. Στις εμπειρικές εφαρμογές συνήθως χρησιμοποιούνται υποπεριπτώσεις του γενικού χωρικού υποδείγματος που καταλήγουν σε απλούστερες μορφές που συνήθως είναι μη γραμμικές συναρτήσεις ως προς μία παράμετρο κάθε φορά.

Η εύρεση του σημείου μεγιστοποίησης επιβεβαιώνεται από τις συνθήκες δεύτερης τάξης³. Η εύρεση των δεύτερων παραγώγων εξυπηρετεί ακόμα και το στατιστικό έλεγχο που θα ακολουθήσει. Ακολούθως παρουσιάζονται οι εκφράσεις των μερικών παραγώγων⁴ σε όρους άλγεβρας μητρών, προκειμένου να εξαχθούν οι αναμενόμενες τιμές τους και να σχηματισθεί η μήτρα πληροφοριών. Ισχύει λοιπόν:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta'} = -X' B' \Omega^{-1} B X$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \rho^2} = -tr(A^{-1} W_1 A W_1) - (B W_1 Y)' \Omega^{-1} B W_1 Y$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} = -tr(B^{-1} W_2 B W_2) - [W_2 (A Y - X \beta)]' \Omega^{1/2} W_2 (A Y - X \beta)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \rho} = \frac{\partial^2 L}{\partial \rho \partial \beta} = -(B X)' \Omega^{-1} B W_1 Y$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \lambda} = \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial \beta'} = -(B X)' \Omega^{-1} W_2 (A Y - X \beta) - \frac{1}{2} \nu' \Omega^{-1/2} W_2 B X$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \alpha_p} = \frac{\partial^2 L}{\partial \alpha_p \partial \beta'} = -\frac{1}{2} (B X)' \Omega^{-2} H_p B (A Y - X \beta) - \frac{1}{2} \nu' \Omega^{-3/2} H_p B X$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial \rho} = \frac{\partial^2 L}{\partial \rho \partial \lambda} = -[W_2 (A Y - X \beta)]' \Omega^{-1} B W_1 Y - \frac{1}{2} \nu' \Omega^{-1/2} W_2 W_1 Y$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \rho \partial \alpha_p} = \frac{\partial^2 L}{\partial \alpha_p \partial \rho} = -\frac{1}{2} (B W_1 Y)' \Omega^{-2} H_p B (A Y - X \beta) - \frac{1}{2} \nu' \Omega^{-3/2} H_p B W_1 Y$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial \alpha_p} = \frac{\partial^2 L}{\partial \alpha_p \partial \lambda} = & -\frac{1}{2} [W_2 (A Y - X \beta)]' \Omega^{-2} H_p B (A Y - X \beta) \\ & - \frac{1}{2} \nu' \Omega^{-3/2} H_p W_2 (A Y - X \beta) \end{aligned}$$

³ Η μήτρα πληροφοριών, δηλαδή η $[I(\theta)]^{-1} = -E \left[\frac{\partial^2 L}{\partial \theta \partial \theta'} \right]^{-1}$ επιτυγχάνει το κατώτερο

όριο της ανισότητας Cramer – Rao και κατά συνέπεια οι εκτιμητές που προκύπτουν από τη μέθοδο είναι ασυμπτωτικά αποτελεσματικοί. Βλέπε Anselin, L., (1988), Spatial Econometrics σελ. 64

⁴ Οπου προηγουμένως, σελ. 76.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L}{\partial \alpha_p \partial \alpha_q} &= \frac{1}{2} \text{tr}(\Omega^{-2} H_P H_Q) - \frac{1}{2} \text{tr}(\Omega^{-2} H_{PQ}) \\ &\quad - \frac{1}{4} [B(AY - X\beta)]' \Omega^{-3} H_Q H_P B(AY - X\beta) \\ &\quad - \frac{3}{4} \nu \Omega^{-5/2} H_Q H_P B(AY - X\beta) \\ &\quad + \frac{1}{2} \nu \Omega^{-3/2} H_{PQ} B(AY - X\beta) \end{aligned}$$

Το διάνυσμα ν υπολογίζεται από την έκφραση:

$$\nu = \Omega^{-1/2} B (AY - X\beta)$$

Οι όροι της μήτρας πληροφοριών, που είναι η μήτρα διακυμάνσεων – συνδυακυμάνσεων⁵, δηλαδή οι αναμενόμενες τιμές των ανωτέρω εκφράσεων είναι οι ακόλουθοι:

$$\begin{aligned} I_{\beta\beta} &= X' B' \Omega^{-1} B X \\ I_{\beta\rho} &= (B X)' \Omega^{-1} B W_1 A^{-1} X \beta \\ I_{\beta\lambda} &= 0 \\ I_{\beta\alpha} &= 0 \\ I_{\rho\rho} &= \text{tr}(W_1 A^{-1}) + \text{tr}[\Omega(B W_1 A^{-1} B^{-1})' \Omega^{-1} (B W_1 A^{-1} B^{-1})] \\ &\quad + (B W_1 A^{-1} X \beta)' \Omega^{-1} (B W_1 A^{-1} X \beta) \\ I_{\rho\lambda} &= \text{tr}(W_2 B^{-1})' \Omega^{-1} B W_1 A^{-1} B^{-1} \Omega + \text{tr}(W_2 W_1 A^{-1} B^{-1}) \\ I_{\rho\alpha(p)} &= \text{tr}(\Omega^{-1} H_P B W_1 A^{-1} B^{-1}) \\ I_{\lambda\lambda} &= \text{tr}(W_2 B^{-1})^2 + \text{tr}[\Omega(W_2 B^{-1})' \Omega^{-1} W_2 B^{-1}] \\ I_{\lambda\alpha(p)} &= \text{tr}(\Omega^{-1} H_P W_2 B^{-1}) \\ I_{\alpha(p)\alpha(q)} &= (1/2) \text{tr}(\Omega^{-2} H_P H_Q) \end{aligned}$$

Η ασυμπτωτική μήτρα που συνήθως χρησιμοποιείται στις εμπειρικές εφαρμογές είναι απλούστερη γιατί αναφέρεται σε υποπεριπτώσεις του γενικού χωρικού υποδείγματος. Κατά τα άλλα οι όροι της χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή στατιστικών συμπερασμάτων.

⁵ Βλέπε Dhrymes (1970), σελ. 115-116.

3. Στατιστικός έλεγχος του γενικού χωρικού υποδείγματος

3.1 Γενικά

Ο στατιστικός έλεγχος των επιμέρους παραμέτρων, με δεδομένη την χρησιμοποίηση της μεθόδου μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας, πραγματοποιείται με τη βοήθεια της μήτρας διακυμάνσεων – συνδυακυμάνσεων που παρουσιάσθηκε στην προηγούμενη ενότητα. Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι στη χωρική οικονομετρία έχουν μελετηθεί οι ασυμπτωτικές ιδιότητες των κριτηρίων, ενώ έχουν παραμεληθεί σχετικά οι ιδιότητες των κριτηρίων για μικρά δείγματα.

Τα συνηθισμένα κριτήρια που χρησιμοποιούνται είναι ο συντελεστής Moran, I , και τα κριτήρια Wald, δηλαδή το ασυμπτωτικό t -test, ο πολλαπλασιαστής Lagrange LM και ο λόγος μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας LR. Χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με την αυστηρότητα στην διατύπωση της εναλλακτικής υπόθεσης. Στην πρώτη κατηγορία ανήκει ο συντελεστής Moran I και στη δεύτερη οι υπόλοιποι. Η διαφορά των υπολοίπων βρίσκεται στο σχετικό τους μέγεθος που έχει ως συνέπεια το διαφορετικό βαθμό αυστηρότητας στην απόρριψη ή την αποδοχή των στατιστικών υποθέσεων. Γενικά ισχύει $W \geq LR \geq LM$, δηλαδή το κριτήριο Wald είναι το πιο αυστηρό όσον αφορά την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης. Τα κριτήρια αυτά θα περιγραφούν με συντομία για το γενικό χωρικό υπόδειγμα και στην εμπειρική εφαρμογή θα εκτιμηθούν για το συγκεκριμένο υπόδειγμα που θα εφαρμοσθεί.

3.2 Συντελεστής Moran I

Ο συντελεστής Moran I θεωρείται το κλασικό μέτρο χωρικής αυτοσυσχέτισης και μπορεί να εφαρμοσθεί κατευθείαν στα κατάλοιπα της παλινδρόμησης. Υπολογίζεται από την έκφραση

$$I = \frac{N}{S} \frac{e'We}{e'e}$$

όπου N είναι το πλήθος των μονάδων του γεωγραφικού συστήματος, S ένας παράγοντας κανονικοποίησης που ισούται με το άθροισμα όλων των στοιχείων της μήτρας χωρικών σταθμίσεων και e είναι το διάνυσμα των καταλοίπων της παλινδρόμησης των ελαχίστων τετραγώνων.

Η ασυμπτωτική κατανομή του στατιστικού αναπτύχθηκε από τους Cliff και Ord και τείνει στην κανονική κατανομή για μία κατάλληλα μετασχηματισμένη μεταβλητή z, επιτρέποντας έτσι τον κλασικό στατιστικό έλεγχο. Η εν λόγω μεταβλητή υπολογίζεται από την έκφραση

$$z = \frac{I - E[I]}{V[I]^{1/2}}$$

όπου E[I] είναι η αναμενόμενη τιμή του στατιστικού και V[I] είναι η διακύμανση. Οι ποσότητες αυτές υπολογίζονται από τις εκφράσεις

$$E[I] = \frac{N}{S} \text{tr} \left(\frac{MW}{N-K} \right)$$

$$V[I] = \left(\frac{N}{S} \right)^2 \frac{\text{tr}(MWMW') + \text{tr}(MW)^2 + [\text{tr}(MW)]^2}{(N-K)(N-K-2)} - [E[I]]^2$$

όπου M είναι η μήτρα $[I - X(X'X)^{-1}X']$. Σημειώνεται εδώ, ότι η μήτρα χωρικών σταθμίσεων έχει γενική μορφή και όχι αναγκαστικά κανονικοποιημένη κατά γραμμή. Το κλάσμα N/S λειτουργεί ως παράγον κλίμακας και έτσι στην περίπτωση των κανονικοποιημένων μητρών ισούται με τη μονάδα αφού $\Sigma S = 1$.

Η ερμηνεία του συντελεστή Moran I ενώ είναι σαφής στην περίπτωση ύπαρξης χωρικής αυτοσυσχέτισης (Υπόθεση μηδέν) δεν είναι το ίδιο στην περίπτωση απόρριψης της υπόθεσης μηδέν. Τούτο διότι υπολογίζεται για συγκεκριμένη μήτρα χωρικών σταθμίσεων και ως εκ τούτου δεν στοιχειοθετείται μία και μόνο αποκλειστική εναλλακτική υπόθεση. Δηλαδή η αποδοχή της εναλλακτικής υπόθεσης σημαίνει ότι δεν υπάρχει χωρική αυτοσυσχέτιση για τη συγκεκριμένη ποσοτική έκφραση του χώρου, όπως αυτή περιγράφηκε από τη μήτρα χωρικών σταθμίσεων. Συνεπώς ο δείκτης έχει και χαρακτήρα εέγχου της εσφαλμένης εξειδίκευσης, κατά αναλογία με το συντελεστή Durbin – Watson.

3.3 Κριτήριο Wald

Η γενική μορφή του κριτηρίου για το γενικό χωρικό υπόδειγμα δίνεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$W = g'[G'VG]^{-1} g,$$

όπου g είναι ένα διάνυσμα που περιγράφει τους περιορισμούς που τυχόν τίθενται στο γενικό χωρικό υπόδειγμα. Έτσι, θέτει την τιμή μηδέν για την υπό περιορισμό παράμετρο και τη μονάδα για τις υπόλοιπες. Η μήτρα G είναι η μήτρα των πρώτων μερικών παραγώγων για όλες τις παραμέτρους και V είναι η γνωστή μήτρα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων. Το κριτήριο ακολουθεί τη Χ-τετράγωνο κατανομή. Για το συντελεστή χωρικής αυτοσυσχέτισης ρ στο υπόδειγμα χωρικής αυτοπαλινδρόμησης το κριτήριο είναι:

$$W = \frac{r^2}{v_{\rho\rho}} \sim X^2(1),$$

όπου r είναι η εκτίμηση του συντελεστή χωρικής αυτοσυσχέτισης από το δείγμα και v_{pp} είναι το αντίστοιχο διαγώνιο στοιχείο της μήτρας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων.

3.4 Κριτήριο λόγου πιθανοφανειών LR

Το κριτήριο βασίζεται στη μεταβολή που προκαλείται στη συνάρτηση πιθανοφάνειας όταν τίθενται περιορισμοί σε σχέση με την τιμή της συνάρτησης χωρίς περιορισμούς. Η γενική μορφή του κριτηρίου για το γενικό χωρικό υπόδειγμα δίνεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$LR = 2[L(\theta) - L(\theta_R)],$$

όπου το L συμβολίζει τη συνάρτηση πιθανοφάνειας το θ τις υπό έρευνα παραμέτρους στην χωρίς περιορισμούς εκδοχή της συνάρτησης πιθανοφάνειας και το θ_R στην εκδοχή με περιορισμούς. Το κριτήριο ακολουθεί τη Χ-τετράγωνο κατανομή με βαθμούς ελευθερίας όσους οι περιορισμοί.

3.5 Κριτήριο πολλαπλασιαστή Lagrange

Το κριτήριο πολλαπλασιαστή Lagrange βασίζεται στη διαδικασία μεγιστοποίησης. Η γενική μορφή του κριτηρίου για το γενικό χωρικό υπόδειγμα δίνεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$LM = d_R' I(\theta_R)^{-1} d_R,$$

όπου d_R είναι η μερική παράγωγος της συνάρτησης πιθανοφάνειας ως προς θ στη μηδενική υπόθεση, δηλαδή με τους περιορισμούς και $I(\theta_R)$ είναι συνεπής εκτιμητής της μήτρας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων επίσης για τη μηδενική υπόθεση. Το κριτήριο ακολουθεί τη Χ-τετράγωνο κατανομή με βαθμούς ελευθερίας όσους οι περιορισμοί.

Η τυπική έκφραση των χωρικών επιπτώσεων

Το τέταρτο κεφάλαιο περιγράφει τη διαδικασία ποσοτικοποίησης του παράγοντα χώρος. Το κεφάλαιο χωρίζεται σε τέσσερις ενότητες. Η πρώτη ενότητα θέτει τον προβληματισμό για την έννοια της ποσοτικοποίησης του χώρου. Η δεύτερη ενότητα αναλύει το βασικό ζήτημα για την ποσοτικοποίηση, αυτό της έννοιας της γειννίας δύο χωρικών ενοτήτων, καθώς και την έννοια της χωρικής συνέχειας. Στην Τρίτη ενότητα αναλύεται το κεντρικό ζήτημα της χωρικής οικονομετρίας, δηλαδή οι σχέσεις εξάρτησης και τέλος στην τέταρτη ενότητα παρουσιάζεται η διαδικασία σχηματισμού των μητρών χωρικών σταθμίσεων, που είναι το βασικό σημείο διάκρισης της χωρικής οικονομετρίας από την κλασική οικονομετρία.

1. Η τυπική έκφραση της συνεκτικότητας στο χώρο

Το κρισιμότερο πρόβλημα στη προσέγγιση της Χωρικής Οικονομετρίας είναι η λειτουργική ενσωμάτωση της δομής της χωρικής εξάρτησης στα υποδείγματα της. Αντίθετα, με την πρακτική στην ανάλυση χρονοσειρών όπου η έννοια της μεταβλητής υστέρησης είναι σχετικά μη διαφορούμενη στη χωρική ανάλυση τα πράγματα φαίνονται να περιπλέκονται σημαντικά. Στη χωρική ανάλυση, οι ορισμοί της χωρικής υστέρησης, αφενός, είναι, λίγο ως πολύ, αυθαίρετοι ενώ, αφετέρου, η επέκταση της έννοιας σε υστερήσεις ανωτέρας τάξεως παρουσιάζει σημαντικά προβλήματα.

Ο Anselin αν και φαίνεται να μην λαμβάνει υπόψη σημαντικές εφαρμογές των υποδειγμάτων χωρικής αλληλεπίδρασης, παρατηρεί εντούτοις, ότι οι υιοθετούμενες προσεγγίσεις απέχουν σημαντικά και από το να θεωρηθούν ενιαίες ενώ παράλληλα υφίσταται μια τεράστια ποικιλία χρησιμοποιούμενων ορων και τεχνικών (βλ. Anselin 1988, σελ.16).

2. Γειτνίαση στο χώρο και Μήτρες Χωρικής Συνέχειας.

Η γειτνίαση στο χώρο μπορεί να θεωρηθεί :

- α. *Άμεσα*, εφόσον δίδεται ένα μητρώο ροών. Στην περίπτωση αυτή σε ένα κύκλο χωρικών μονάδων $N (1, 2, \dots, i, j, \dots, N)$ δύο χωρικές μονάδες i και j θεωρούνται γειτονικές ή 1-γειτονικές, εφόσον υπάρχουν πραγματικές ροές f_{ij} ή/και f_{ji} μεταξύ των χωρικών μονάδων. Εφόσον, η σχέση γειτνίασης ορίζονται ως συμμετρική σχέση σε 0-1 μήτρες τότε θεωρείται απαραίτητη η ύπαρξη πραγματικών ροών τόσο από το i στο j (f_{ij}) όσο και από το j στο i

$f_{(ji)}$ είτε απόλυτα είτε μέσω κάποιας πύλης εφόσον η 0-1 μήτρα προέρχεται από, αρχικά, αριθμητικά δεδομένα. Εφόσον, δεν είναι απαραίτητη η συμμετρικότητα της σχέσης γειτνίασης γενικά τότε υπάρχει η δυνατότητα η μήτρα f_{ij} 0-1 ή αριθμητική, να περιέχει το f_{ij} χωρίς να περιέχει το f_{ji} ή και αντίστροφα.

β. Έμμεσα με τη χρήση κάποιας σχέσης γειτνίασης ή εξάρτησης .

Η σχέση χωρικής εξάρτησης ή χωρικής αυτοσυσχέτισης όπως αναπτύχθηκαν από τους Moran (1948) και Geary (1954) στηρίχτηκε στην έννοια της χωρικής συνέχειας ή γειτνίασης (spatial contiguity) μεταξύ δύο χωρικών μονάδων (δυναδική σχέση γειτνίασης). Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση η δομή της γειτνίασης εκφράζονται με τιμές 0-1 (μη γείτονες/γείτονες, αντίστοιχα) στη μήτρα των N χωρικών μονάδων.

Εφόσον δύο χωρικές μονάδες i και j έχουν κοινό όριο (σύνορο) μη μηδενικού μήκους, θεωρούνται ως γειτονικές και τα φαινόμενα της σχετικής μήτρας παίρνουν την τιμή 1 ($a_{ij} = a_{ji} = 1$). Προφανώς η σχέση αυτή είναι συμμετρική.

Σε ένα συνηθισμένο φυσικό χώρο η σχέση γειτνίασης προσδιορίζεται αυτονόητα. Ωστόσο, όταν οι χωρικές μονάδες προέρχονται από την εφαρμογή κάποιου καννάβου στον χώρο, ο προσδιορισμός της συνέχειας δεν είναι μοναδικός.

Η έννοια του κοινού ορίου μπορεί να αποδοθεί με πολλούς τρόπους, συγκεκριμένα να παίρνει την μορφή της κοινής πλευράς των δύο μονάδων, ή να παίρνει την μορφή της κοινής κορυφής των μονάδων, ενώ θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και ο συνδυασμός των δύο εννοιών. Δηλαδή τα δύο φαινόμενα να θεωρείται ότι γειτνιάζουν είτε αν έχουν κοινή ακμή, είτε κοινή κορυφή. Αντίστοιχα προς το σκάκι οι τρεις περιπτώσεις

θα μπορούσαν να αποδοθούν ως η περίπτωση του πύργου, του τρελλού και της βασίλισσας.

Όταν οι χωρικές μονάδες απεικονίζονται χωρικά ως κεντροειδή (όπως πόλεις, κέντρα περιφερειών, αστικών ζωνών, κλπ), η έννοια της γειτνίασης μπορεί να προσεγγιστεί από την άποψη του συντομότερου διαδρόμου (shortest path) σε ένα δίκτυο ή γράφημα. Οι γείτονες της τυχαίας γεωγραφικής μονάδας a προκύπτουν εδώ από τον ορισμό μιας πύλης γειτνίασης (περιφέρειας) που ορίζεται μέσω της απόστασης από το a . Η έννοια της εξάρτησης, προέρχεται από τις θεωρίες των συσχετικών υποδειγμάτων στην χωρική ανάλυση. Εάν κάποια μεταβλητή X παρατηρείται επί των χωρικών μονάδων $1, 2, \dots, N$ τότε, οι γείτονες της χωρικής μονάδας I προσδιορίζονται ως το σύνολο των μονάδων J (υποσύνολο του N) για τις οποίες η X_J περιλαμβάνει στην τυπική έκφραση της, τις υπό συνθήκη πιθανότητες X_I . Αυτός ο προσδιορισμός παράγει το σύνολο των γειτόνων της. Δηλαδή το σύνολο των γειτόνων J του I είναι το σύνολο των χωρικών μονάδων για τις οποίες η υπό συνθήκη πιθανότητα του X_I δεν ισούται προς την πιθανότητα :

$$\{\forall J \mid P(X_I) \neq P(X_I|X_J)\}$$

Είναι φανερό ότι ο προηγούμενος προσδιορισμός δεν εμπεριέχει την διάσταση της θέσης στην σχέση των χωρικών μονάδων που εξαντλείται στην θεώρηση των πιθανοτήτων. Η ενσωμάτωση της χωρικής διάστασης στον προηγούμενο ορισμό επιχειρείται από τον Anselin μέσω του εμπλουτισμού της ανωτέρω σχέσης με την απόσταση d_{ij} μεταξύ των χωρικών μονάδων.

$$\{\forall J \mid P(X_I) \neq P(X_I|X_J), d_{ij} < \varepsilon_{ij}\}$$

όπου ε_{ij} είναι το σημείο-τομή (κρίσιμο σημείο) για κάθε χωρική μονάδα.

Η απόσταση d_{ij} πληρεί τις ιδιότητες της συνηθισμένης μετρικής απόστασης.

$$\forall d_{ij}=0 \text{ τότε } i=j$$

$$d_{ij}=d_{ji}$$

$$\forall d_{ik}+d_{jk} \geq d_{ji}$$

και ανάλογα με την δύναμη με την p της γενικευμένης απόστασης Minskowski $0 < p < 1$ ή $p > 1$ μπορεί να υπό- ή υπέρ- τονίζει, αντίστοιχα, την σημασία των μεγάλων σχετικά αποστάσεων έναντι των μικρών.

3. Η μεταβατική σχέση εξάρτησης.

Είτε τα δεδομένα (αρχικές μήτρες) αναφέρονται σε ροές είτε σε γειτνίαση, η έννοια της εξάρτησης μπορεί να επεκταθεί, έτσι ώστε να συμπεριλάβει τις μη άμεσες (έμμεσες ή μεταβατικές) σχέσεις εξάρτησης που μπορεί να υφίστανται μεταξύ των χωρικών μονάδων. Προκειμένου να συναχθούν σχέσεις μεταβατικής εξάρτησης είναι απαραίτητη η θεώρηση της μήτρας ως μήτρας συνάφειας, ή κανονικοποιημένη μήτρα.

Μια αρχική μήτρα με στοιχεία 0-1 μπορεί να θεωρηθεί - απευθείας- ως μήτρα συνάφειας ή να υποστεί κάποιους από τους μετασχηματισμούς που περιγράφονται παρακάτω. Μία μήτρα αριθμητικών δεδομένων πρέπει να μετασχηματισθεί, ώστε να θεωρηθεί μήτρα συνάφειας εφόσον τα στοιχεία της είναι τέτοια ώστε τα αθροίσματα γραμμών ή στηλών να είναι διαφορετικά από τη μονάδα. Ο συνηθέστερος μετασχηματισμός είναι αυτός του Nystum και Dacey (1961) όπου το αρχικό μετρώ μετασχηματίζεται με τη διαίρεση κάθε στοιχείου του με τα αθροίσματα στήλης. Παραλλαγές αυτού του μετασχηματισμού είναι η διαίρεση με το συνολικό άθροισμα του πίνακα, ή της γραμμής κλπ.

Σύμφωνα με κάποιον από τους προηγούμενους μετασχηματισμούς της αρχικής μήτρας, στη μήτρα συνάφειας είναι πλέον ευχερής η

συναγωγή των μεταβατικών σχέσεων εξάρτησης με την ύψωση της μήτρας συνάφειας σε δυνάμεις.

Έτσι, π.χ., η ύψωση της μήτρας συνάφειας στην δύναμη 2 δίνει τις γειτνιάσεις -2 της μήτρας, η ύψωση της στη δύναμη 3 δίνει τις γειτνιάσεις -3 κ.ο.κ.

Με τους όρους γειτνίαση -2, γειτνίαση-3 κλπ. νοείται ο αριθμός των μεταβατικών σταδίων που απαιτούνται, έτσι ώστε δύο χωρικές μονάδες των μητρώων που δεν διαθέτουν γειτνίαση 1-1 (δεν είναι γειτονικές στο μητρώο συνάφειας) να γειτονέψουν).

4. Γενικές Μήτρες Χωρικών Σταθμίσεων και Τελεστές Χωρικής Υστέρησης.

Η απλή έννοια της δυαδικής γειτνίασης επεκτάθηκε από τους Cliff & Ord (1973,1981) με την ενσωμάτωση μέτρων «δυνάμει» αλληλεξάρτησης μεταξύ των χωρικών μονάδων. Η έννοια εκφράζεται με τη μήτρα χωρικού βάρους W που αναφέρεται ως μήτρα Cliff & Ord.

Ο ορισμός των ιδιοτήτων των στοιχείων της μήτρας W αποτελεί πολύπλοκο μεθοδολογικό πρόβλημα της χωρικής οικονομετρίας. Η αρχική διατύπωση του Cliff-Ord συνδυάζει μέτρα απόστασης (αντίστροφη απόσταση ή αρνητικές εκθετικές συναρτήσεις απόστασης) αφενός, και, αφετέρου το σχετικό μήκος του κοινού ορίου μεταξύ των χωρικών μονάδων. Στο ίδιο πνεύμα ο Dacey (1968) προτείνει βάρη που παίρνουν υπόψη και την επιφάνεια a , της μονάδας.

Θεωρητικές παραδοχές για την οικονομική ερμηνεία των συντελεστών του χωρικού υποδείγματος.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι θεωρητικές παραδοχές για την οικονομική ερμηνεία των συντελεστών του χωρικού υποδείγματος. Το κεφάλαιο αποτελείται από δύο ενότητες. Η πρώτη ενότητα παρουσιάζει τα οικονομετρικά υποδείγματα που θα χρησιμοποιηθούν στην εμπειρική εφαρμογή καθώς και τη διαδικασία προσαρμογής τους στις απαιτήσεις του γενικού χωρικού υποδείγματος. Παρουσιάζονται τρία είδη υποδειγμάτων, συγκεκριμένα το αντίστροφο το σταθερών ελαστικότητων και το γραμμικό υπόδειγμα. Στο δεύτερο μέρος διευρύνεται το υπόδειγμα μερικής προσαρμογής, που χρησιμοποιείται στις χρονολογικές σειρές με τρόπο ώστε να εκφράσει τα χωρικά φαινόμενα. Στόχος της ενότητας είναι να συνδεθεί το γενικό χωρικό υπόδειγμα με οικονομική συμπεριφορά.

1. Εξειδικεύσεις υποδειγμάτων

1.1 Γενικά περί επεκτάσεων του γραμμικού υποδείγματος

Οι οικονομικές σχέσεις που αντιστοιχούν στα υποδείγματα που έχουν εξεταστεί μέχρι

στιγμής θεωρούνται ότι είναι γραμμικές. Τούτο ισχύει γιατί η μήτρα X και το διάνυσμα β , τόσο στο γενικό χωρικό υπόδειγμα όσο και στις υποπεριπτώσεις αυτού συνδέονται γραμμικά. Αλλωστε η πρώτη παράγωγος των υποδειγμάτων που παρουσιάστηκαν ως προς X είναι σταθερά. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι η εξεταζόμενη σχέση ανάπτυξης τραπεζικών υπηρεσιών και των παραγόντων που την προσδιορίζουν είναι γραμμική και προσθετική όπως υπονοείται από το υπόδειγμα. Η σχέση που συνδέει τις ερμηνευτικές μεταβλητές είναι δυνατόν να έχει πολυωνυμική πολλαπλασιαστική ή οποιαδήποτε μορφή. Ο ακριβής προσδιορισμός απαιτεί την εφαρμογή εναλλακτικών ειδικεύσεων στα διαθέσιμα στατιστικά στοιχεία και την υιοθέτηση εκείνης της σχέσης που πληρεί καλύτερα τις οικονομικές στατιστικές και οικονομετρικές ιδιότητες.

Συνήθως όταν παρουσιάζονται οι ιδιότητες υποδειγμάτων, χρησιμοποιούνται γραμμικά υποδείγματα τόσο ως προς τις ερμηνευτικές μεταβλητές, όσο και ως προς τις παραμέτρους των. Αυτό σημαίνει πως οι πρώτες μερικοί παράγωγοι είτε ως προς τις ερμηνευτικές μεταβλητές είτε ως προς τις παραγώγους είναι σταθερές. Το γεγονός αυτό στην πράξη δεν επιφέρει δυσκολίες στην εξειδίκευση μη γραμμικών σχέσεων, γιατί με κατάλληλους μετασχηματισμούς στα στατιστικά στοιχεία οι μη γραμμικές μορφές μπορούν εύκολα να μετατραπούν σε γραμμικές και κατόπιν να

εκτιμηθούν με τις προαναφερθείσες τεχνικές. Στα επόμενα θα παρουσιασθούν οι τρεις μορφές υποδειγμάτων που θα χρησιμοποιηθούν στην εμπειρική εφαρμογή του ογδού κεφαλαίου και θα συζητηθούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε μίας από αυτές από ερμηνευτική σκοπιά. Σε αυτές περιλαμβάνεται και το γραμμικό υπόδειγμα. Τα άλλα δύο υποδείγματα είναι το αντίστροφο υπόδειγμα και το υπόδειγμα σταθερών ελαστικότητων τύπου Cobb Douglas.

1.2 Αντίστροφο υπόδειγμα

Το υπόδειγμα αυτό είναι κατάλληλο για την ανάλυση οικονομικών φαινομένων όπου η μέση τιμή της ενδογενούς μεταβλητής τείνει προς ένα ασυμπτωτικό όριο όταν οι τιμές των ενδογενών μεταβλητών αυξάνονται.

Το υπόδειγμα έχει τη μορφή

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{X_1} + \beta_2 \frac{1}{X_2} + \dots + \varepsilon$$

Το ασυμπτωτικό όριο του Y , όταν οι μεταβλητές X τείνουν στο άπειρο είναι ο συντελεστής β_0 . Η ασύμπτωτος αυτή έχει το νόημα της οροφής της δραστηριότητας Y όταν οι συντελεστές των X είναι μικρότεροι του μηδενός και του κατωφλιού έναρξης της δραστηριότητας όταν αυτοί είναι αρνητικοί. Οι σταυροειδείς περιπτώσεις, δηλαδή ο ένας συντελεστής θετικός και άλλος αρνητικός, φυσικά διατηρούν την προηγούμενη ιδιότητα ο καθένας για τον εαυτό του. Τέλος η εισαγωγή του παράγοντα χώρου γίνεται προσθετικά, προστίθεται δηλαδή ο όρος ρWY .

Το υπόδειγμα μετατρέπεται εύκολα σε γραμμικό αν κατασκευασθεί μία νέα μεταβλητή Z για κάθε παλιά X σύμφωνα με τη σχέση:

$$Z = \frac{1}{X}$$

Τότε, το υπόδειγμα παίρνει τη μορφή:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 Z_1 + \beta_2 Z_2 + \dots + \varepsilon$$

και μπορεί μετατρέπεται πλέον σε γραμμικό. Από οικονομικής πλευράς ενδιαφέρουν οι ελαστικότητες οι οποίες για το συγκεκριμένο υπόδειγμα είναι:

$$\eta_j = \frac{\beta_j}{Y},$$

όπου j η ερμηνευτική μεταβλητή και β ο συντελεστής της. Από τη μορφή της ελαστικότητας συνάγεται το συμπέρασμα πως η άμεση απόκριση της εξαρτημένης μεταβλητής στις αλλαγές των ερμηνευτικών μεταβλητών εξαρτάται από το επίπεδο ανάπτυξης της ίδιας της δραστηριότητας στην περιοχή.

1.2 Υπόδειγμα σταθερών ελαστικοτήτων

Το υπόδειγμα αυτό είναι κατάλληλο όταν οι σχέσεις των ερμηνευτικών μεταβλητών εμφανίζονται να είναι πολλαπλασιαστικές. Το υπόδειγμα αυτό καλείται σταθερών ελαστικοτήτων γιατί η ελαστικότητα της εξαρτημένης μεταβλητής ως προς κάθε ανεξάρτητη είναι σταθερή και ίση με το συντελεστή της εν λόγω μεταβλητής. Το υπόδειγμα έχει τη γενική μορφή:

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \dots \varepsilon$$

Το υπόδειγμα μετασχηματίζεται εύκολα σε γραμμικό με τη λογαρίθμηση και των δύο μελών της εξίσωσης. Τότε παίρνει μετά την εκτέλεση των πράξεων στους λογαρίθμους τη μορφή:

$$\ln Y = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2 + \dots + \ln \varepsilon$$

Το υπόδειγμα μπορεί να εκτιμηθεί με τις μεθόδους που αναφέρθησαν αν μετασχηματισθούν οι αρχικές μεταβλητές στους λογαρίθμους των. Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι ο παράγων χώρος υπεισέρχεται στο υπόδειγμα πολλαπλασιαστικά και σε όρους αρχικής σχέσης έχει τη μορφή:

$$Y = \beta_0 Y^{\rho W} X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \dots \varepsilon,$$

οπότε λογαρίθμηση χρειάζεται μόνο η εξαρτημένη μεταβλητή και παράλληλα οι υπόλοιποι συντελεστές διατηρούν την εννοιολογική τους σημασία.

1.3 Το γραμμικό υπόδειγμα

Το γραμμικό υπόδειγμα είναι το ευκολότερο στην εφαρμογή και στην ερμηνεία. Αυτό που πρέπει να σημειωθεί είναι ότι οι ελαστικότητες της ενδογενούς μεταβλητής εξαρτώνται από το ύψος τόσο της ίδιας της ενδογενούς όσο και της ερμηνευτικής μεταβλητής ως προς την οποία υπολογίζεται. Συγκεκριμένα η μορφή που έχει η ελαστικότητα ως προς τη j μεταβλητή δίνεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$\eta_j = \beta_j \frac{X}{Y}$$

Η μορφή με την οποία υπεισέρχεται στο παράδειγμα ο παράγων χώρος είναι όπως έχει ήδη αναφερθεί η προσθετική, δηλαδή προστίθεται ο όρος ρWY .

2. Τελεστής χωρικής υστέρησης.

Σύμφωνα με την κλασική οικονομετρία στα υποδείγματα με διαστρωματικά στοιχεία, θεωρείται ότι οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής επηρεάζονται από τις τιμές των ερμηνευτικών μεταβλητών που αναφέρονται στην ίδια οντότητα. Στην περίπτωση των χωρικών οικονομετρικών υποδειγμάτων οντότητα είναι κάποια γεωγραφική μονάδα αναφοράς στην οποία έχουν γίνει οι μετρήσεις των μεταβλητών που αφορούν το υπό μελέτη φαινόμενο. Έτσι, θα έπρεπε η επίδραση των ερμηνευτικών μεταβλητών να περιορίζεται μέσα στα όρια της αντίστοιχης γεωγραφικής μονάδας αναφοράς. Τούτο όμως έρχεται σε αντίθεση με το νόμο της γεωγραφίας που διατύπωσε ο Tobler, αφού το υπόδειγμα όπως έχει διατυπωθεί θεμελιώνεται στην ακριβώς αντίθετη υπόθεση. Συγκεκριμένα θεωρείται ότι η ανέλιξη του υπό μελέτη φαινομένου σε κάθε γεωγραφικό σημείο είναι ανεξάρτητη από την ανέλιξη του ίδιου φαινομένου σε άλλο σημείο και επιπλέον οι αλλαγές που πραγματοποιούνται στο φαινόμενο στο χώρο δεν επιδρούν στη διαμόρφωση των τιμών στην ερευνώμενη γεωγραφική μονάδα αναφοράς. Οι υποθέσεις αυτές είναι η οικονομική ερμηνεία των υποθέσεων για την αυτοσυσχέτιση της κλασικής οικονομετρίας.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναπτύχθηκε η έννοια της ποσοτικής απεικόνισης του χώρου. Κεντρικό σημείο στην ανάλυση των χωρικών αλληλεπιδράσεων είναι ο τελεστής χωρικής αλληλεξάρτησης, που είναι αντίστοιχος με τον τελεστή χρονικής υστέρησης στα υποδείγματα χρονολογικών σειρών. Η ουσιαστική εννοιολογική διαφορά τους βρίσκεται στο γεγονός ότι ο τελεστής χρονικής υστέρησης εφαρμόζεται σε μία διάσταση, αυτή των παρελθόντων χρονικών στιγμών αναφοράς της σειράς, ενώ ο τελεστής χωρικής αλληλεξάρτησης εφαρμόζεται σε άπειρες

διαστάσεις, όσος είναι δηλαδή ο πιθανός αριθμός γειτονικών σημείων στο χώρο.

Ετσι, η ερμηνεία των συντελεστών του υποδείγματος ξεκινά από την παραδοχή, ότι η επίδραση στην ενδογενή μεταβλητή σε μια δεδομένη μεταβολή των ερμηνευτικών μεταβλητών δεν περιορίζεται από την μεταβολή που παρατηρήθηκε στην γεωγραφική ενότητα αναφοράς, αλλά προέρχεται από οποιαδήποτε μεταβολή του υπό εξέταση φαινομένου στο χώρο από όλες τις κατευθύνσεις. Αυτό σημαίνει πως η μεταβολή στην τιμή της ενδογενούς μεταβλητής της γεωγραφικής μονάδας j οφείλεται τόσο στη μεταβολή των τιμών των ερμηνευτικών μεταβλητών που παρατηρήθηκε στην ίδια γεωγραφική μονάδα, όσο και στις γειτονικές με αυτήν, στις γειτονικές μονάδες με τις γειτονικές της μονάδας αναφοράς και ούτω καθεξής. Ετσι, με την υπόθεση αυτή ενσωματώνεται στο υπόδειγμα ο θεμελιώδης νόμος της γεωγραφίας για την αλληλεπίδραση των φαινομένων στο χώρο.

Η υπόθεση περί χωρικής συσχέτισης δεν περιορίζεται αναγκαστικά, στις επιδράσεις που οφείλονται σε αλλαγές που προέρχονται μόνο από γειτονικές γεωγραφικές μονάδες. Μπορεί να εξειδικευθεί το υπόδειγμα με τέτοιο τρόπο που να λαμβάνονται υπόψιν οι αλλαγές που προέρχονται από γεωγραφικές μονάδες που είναι μόνο γειτονικές, που είναι γειτονικές των γειτονικών και ούτω καθεξής. Αυτό επιτυγχάνεται με τη κατάλληλη κατασκευή της μήτρας σταθμίσεων των χωρικών αλληλεπιδράσεων. Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως η υπόθεση για η επίδραση στην ενδογενή μεταβλητή οφείλεται στην γεωγραφική μονάδα αναφοράς και στις γειτονικές με αυτήν δεν αναιρεί την θεμελιώδη υπόθεση της γεωγραφίας. Αυτό συμβαίνει γιατί στις επιδράσεις που προέρχονται από τις γειτονικές γεωγραφικές μονάδες ενσωματώνονται οι επιδράσεις των γειτονικών σε αυτές, και φυσικά με τον τρόπο αυτό οι επιδράσεις ολόκληρου του

γεωγραφικού συστήματος. Συμπερασματικά λοιπόν οι αλλαγές που σημειώνονται σε κάποιο γεωγραφικό σημείο διαχέονται σε ολόκληρο το γεωγραφικό σύστημα.

Το μεθοδολογικό πλαίσιο που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του υποδείγματος βασίζεται στην υπόθεση ότι η ενδογενής μεταβλητή είναι συνάρτηση της προσδοκώμενης τιμής της ίδιας της εξαρτημένης μεταβλητής. Σημειώνεται εδώ ότι το μεθοδολογικό αυτό πλαίσιο παρουσιάζει σημαντικές αναλογίες με το υπόδειγμα μερικής αναπροσαρμογής των γενικών υποδειγμάτων κατανεμομένων υστερήσεων. Διαφέρει όμως από εκείνο γιατί το πλαίσιο εδώ έχει χωρική αναφορά και όχι χρονική. Έτσι η ανάλυση των εμπειρικών εφαρμογών του ανάγεται στα υποδείγματα χωρικής αυτοσυσχέτισης και όχι στο υπόδειγμα Koyck. Συνεπώς μπορεί να χαρακτηριστεί ως πλαίσιο χωρικών προσαρμογών. Ας υποτεθεί τώρα ότι υπάρχει κάποια τιμή που αποτελεί στόχο για την ενδογενή μεταβλητή για κάθε γεωγραφική μονάδα αναφοράς. Εννοιολογικά αυτό ερμηνεύεται ως το επιθυμητό ύψος του υπό μελέτη φαινομένου στην εν λόγω γεωγραφική μονάδα αναφοράς. Χωρίς μείωση της γενικότητας υποτίθεται επίσης ότι η σχέση που συνδέει τις ερμηνευτικές με την ενδογενή μεταβλητή είναι γραμμική. Αλλωστε το γραμμικό υπόδειγμα μπορεί εύκολα να τροποποιηθεί και να περιγράψει μη γραμμικές μορφές. Έτσι, το υπόδειγμα που περιγράφει τη σχέση ανάμεσα στην ενδογενή και την εξωγενή μεταβλητή δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$Y_r^* = \alpha + \beta X_r + \varepsilon_r \quad \text{Όπου: } Y_r^* \text{ το επιθυμητό επίπεδο της ενδογενούς μεταβλητής στη γεωγραφική μονάδα } r$$

- X_r η τιμή της ερμηνευτικής μεταβλητής
στη γεωγραφική μονάδα r
- ε_r Ο γνωστός τυχαίος όρος από την
κλασική οικονομετρία

Το πιο πάνω υπόδειγμα με τον τρόπο που έχει διατυπωθεί δεν μπορεί να εκτιμηθεί, γιατί οι τιμές της ενδογενούς μεταβλητής δεν είναι υλοποιήσεις της μεταβλητής ώστε να μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο της παρατήρησης αλλά προσδοκώμενες ή επιθυμητές τιμές και ως εκ τούτου δεν καταμετρούνται. Έτσι, προκειμένου να γίνει δυνατή η ποσοτικοποίηση του επιθυμητού επιπέδου της ενδογενούς μεταβλητής πρέπει να αναλυθεί ο μηχανισμός που δημιουργούνται οι προσδοκίες και να αντιστοιχισθεί σε μεταβλητές που μπορούν να καταμετρηθούν. Σύμφωνα με τις γεωγραφικές παραδοχές, υποτίθεται πως η τιμή της ενδογενούς μεταβλητής που αποτελεί στόχο για την εν λόγω γεωγραφική μονάδα, επηρεάζεται από τις υπόλοιπες μονάδες του γεωγραφικού συστήματος. Συνεπώς είναι δυνατόν να μην επιτυγχάνεται το επιθυμητό επίπεδο τιμής, πράγμα που συμβαίνει στις εμπειρικές περιπτώσεις. Έτσι, υποτίθεται πως η διαφορά από την επιθυμητή τιμή της ενδογενούς οφείλεται στις επιδράσεις που ασκεί το γεωγραφικό σύστημα. Οι επιδράσεις αυτές για ένα ζεύγος γεωγραφικών μονάδων περιγράφονται από την ακόλουθη σχέση:

$$Y_r - \sum w_s Y_s = \gamma (Y_r^* - \sum w_s Y_s) + \varepsilon_r$$

λύνοντας ως προς Y_r και αναδιατάσσοντας τους όρους

$$Y_r = \gamma Y_r^* + (1 - \gamma) \sum w_s Y_s + \varepsilon_r$$

όπου w_s είναι ο τελεστής χωρικής αλληλεξάρτησης που περιγράφηκε στο τέταρτο κεφάλαιο, Y είναι η τιμή της ενδογενούς μεταβλητής που καταμετρήθηκε στις γεωγραφικές μονάδες r και s , το γ κυμαίνεται στο

ανοικτό διάστημα $0 < \gamma < 2$ και το e_r είναι μια τυχαία μεταβλητή. Σημειώνεται πως το δεύτερο μέλος της ανωτέρω σχέσης είναι οι επιδράσεις που ασκούνται από ολόκληρο το γεωγραφικό σύστημα. Η πιο πάνω σχέση είναι ανάλογη της γνωστής συνάρτησης προσαρμογής. Αποτελεί δε το χωρικό ανάλογό της, δηλαδή τη χωρική συνάρτηση προσαρμογής. Έτσι, σύμφωνα με την σχέση αυτή η κύμανση των τιμών της ενδογενούς μεταβλητής ($Y_r - w_s Y_s$), σε μία γεωγραφική μονάδα είναι μέρος μόνο της επιθυμητής κύμανσης ($Y_r^* - w_s Y_s$). Το κλάσμα αυτό εξαρτάται από το μέγεθος του συντελεστή γ που καλείται συντελεστής χωρικής προσαρμογής και είναι ανάλογος του συντελεστή μερικής προσαρμογής. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του εν λόγω συντελεστή, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η επίδραση των υπόλοιπων μονάδων του γεωγραφικού συστήματος στην εξεταζόμενη μονάδα. Ο συντελεστής αυτός περιορίζεται στο ανοικτό διάστημα $(0, 2)$ προκειμένου να ικανοποιηθούν οι νόμοι της γεωγραφίας. Έτσι, με το να μην γίνεται μηδέν ικανοποιείται η υπόθεση περί αλληλεξάρτησης των φαινομένων που λαμβάνουν χώρα στο γεωγραφικό σύστημα. Παράλληλα με το να γίνεται μεγαλύτερος της μονάδας επιτρέπει την ερμηνεία του όρου $(1 - \gamma)$ ως συντελεστή συσχέτισης.

Επιλύοντας τη συνάρτηση χωρικής προσαρμογής ως προς Y_r^* επιτυγχάνεται η έκφραση των προσδοκιών σε όρους μεταβλητών των οποίων οι τιμές μπορούν να καταμετρηθούν και συγκεκριμένα στο ζεύγος των τιμών της ενδογενούς μεταβλητής που τελικά καταμετρήθηκαν (Y_r, Y_s). Για το ζεύγος των χωρικών μονάδων r και s , ισχύει:

$$Y_r^* = \frac{1}{\gamma} Y_r - \frac{1-\gamma}{\gamma} \sum w_s Y_s - \frac{1}{\gamma} e_r$$

Συνεπώς το επιθυμητό επίπεδο της ενδογενούς μεταβλητής είναι συνάρτηση της παρατηρούμενης τιμής στην ίδια την γεωγραφική ενότητα και στην από κοινού επίδραση του υπόλοιπου γεωγραφικού συστήματος. Σημειώνεται εδώ ότι ο όρος στη μήτρα χωρικών σταθμίσεων w_s για τα διαγώνια στοιχεία είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει πως το δεύτερο μέλος του ζεύγους συμβολίζει την από κοινού επίδραση του γεωγραφικού συστήματος στην εξεταζόμενη κάθε φορά γεωγραφική μονάδα.

Ακολούθως η εξίσωση για τον προσδιορισμό των επιθυμητών τιμών της ενδογενούς μεταβλητής γράφεται για όλες τις μονάδες του γεωγραφικού συστήματος (1, 2, . . . , N). Δημιουργείται έτσι το πιο κάτω σύνολο εξισώσεων:

$$\begin{aligned}
 Y_1^* &= \frac{1}{\gamma} Y_1 - \frac{1-\gamma}{\gamma} \sum w_s Y_s - \frac{1}{\gamma} e_1 \\
 Y_2^* &= \frac{1}{\gamma} Y_2 - \frac{1-\gamma}{\gamma} \sum w_s Y_s - \frac{1}{\gamma} e_2 \\
 &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 Y_N^* &= \frac{1}{\gamma} Y_N - \frac{1-\gamma}{\gamma} \sum w_s Y_s - \frac{1}{\gamma} e_N
 \end{aligned}$$

Οι πιο πάνω εξισώσεις γράφονται συνοπτικά με μορφή μητρών. Έτσι οι εξισώσεις με μορφή μητρών είναι:

$$Y^* = \frac{1}{\gamma} Y - \frac{1-\gamma}{\gamma} WY - \frac{1}{\gamma} e$$

Σημειώνεται ότι το διάνυσμα γραμμή w_r που αντιστοιχούσε στη r-ιοστή γραμμή της μήτρας χωρικών σταθμίσεων έχει αντικατασταθεί με ολόκληρη τη μήτρα. Με όμοιο τρόπο αναπτύσσεται για κάθε γεωγραφική

μονάδα και η αρχική εξίσωση του υπό μελέτη φαινομένου. Έτσι δημιουργείται ένα δεύτερο σύνολο εξισώσεων

$$Y^*_1 = \alpha + \beta X_1 + \varepsilon_1$$

$$Y^*_2 = \alpha + \beta X_2 + \varepsilon_2$$

.....

$$Y^*_N = \alpha + \beta X_N + \varepsilon_N$$

Ακολούθως, όπως και προηγουμένως αναπαριστάται συνοπτικά με μορφή μητρών. Έτσι, ισχύει:

$$Y^* = \alpha + X\beta + \varepsilon$$

Αντικαθιστώντας στην ανωτέρω εξίσωση τις προσδοκώμενες τιμές της ενδογενούς μεταβλητής με τις αντίστοιχες υπολογισμένες τιμές από την παρατήρηση προκύπτει το ακόλουθο σύνολο εξισώσεων για όλες τις γεωγραφικές μονάδες σε μορφή μητρών:

$$\frac{1}{\gamma}Y - \frac{1-\gamma}{\gamma}WY - \frac{1}{\gamma}e = X\beta + \varepsilon$$

Επιλύοντας ως προς Y και εκτελώντας τις πράξεις προκύπτει η ακόλουθη μορφή:

$$Y = X\beta\gamma + (1-\gamma)WY + \gamma\varepsilon - e$$

Που είναι η γενική μορφή του υποδείγματος χωρικής αυτοσυσχέτισης που αναλύθηκε στο τρίτο κεφάλαιο. Ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης είναι ο όρος (1-γ). Η ερμηνεία του συντελεστή αυτού εξαρτάται εκτός από το πρόσημο του και από το βαθμό της χωρικής συγγένειας που απεικονίζεται στη μήτρα χωρικών σταθμίσεων. Συγκεκριμένα, ενδιαφέρον παρουσιάζει η τάξη της υιοθετούμενης χωρικής αυτοσυσχέτισης. Στον ακόλουθο πίνακα¹ παρουσιάζονται ομαδοποιημένες οι επι μέρους περιπτώσεις τιμών και εξειδικεύσεων του

συντελεστή καθώς και η γεωγραφική ερμηνεία της περιοχής μελέτης, δηλαδή του χαρακτήρα του γεωγραφικού συστήματος υπό μελέτη:

	Τάξη χωρικής αλληλεξάρτησης	
	Χαμηλή	Υψηλή
Θετική αυτοσυσχέτιση	1. Διασπορά γύρω απομονωμένα σημεία 2. Μεγάλες ομοιογενείς περιοχές 3. Μίμηση περιοχών	1. Συμμετρική οργάνωση του χώρου 2. Οργάνωση του χώρου κατά συστάδες
Αρνητική αυτοσυσχέτιση	1. ετερογενής περιοχή μελέτης 2. Οργάνωση του χώρου κατά μικρές συστάδες	1. Μίμηση περιοχών

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι η ακριβής ερμηνεία του συντελεστή χωρικής αυτοσυσχέτισης πρέπει να λαμβάνει υπόψιν της το σχετικό μέγεθος των γεωγραφικών μονάδων αναφοράς καθώς και τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά.

¹ Cliff, A., D., Ord, J., K., *Spatial processes. Models and applications*, σελ.22.

Κεφάλαιο 6

Δεδομένα και διαδικασία κατασκευής δεδομένων

Το έκτο κεφάλαιο περιλαμβάνει δύο ενότητες. Η πρώτη ενότητα σκιαγραφεί τη μεθοδολογία χρησιμοποίησης γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών από τη σκοπιά της κοινωνικής και ιδίως οικονομικής ανάλυσης. Συγκεκριμένα, η πρώτη ενότητα περιγράφει τη διαδικασία σχηματισμού στατιστικών στοιχείων κατάλληλων για κοινωνικοοικονομική ανάλυση αφενός και τα ιδιαίτερα προβλήματα που συνοδεύουν αυτά τα στοιχεία, που κύριο γνώρισμα τους είναι η χωρική αναφορά αφετέρου. Η δεύτερη ενότητα του κεφαλαίου παρουσιάζει τις λύσεις που δόθηκαν στο πλαίσιο της εμπειρικής εφαρμογής του ογδού κεφαλαίου και υποδιαιρείται και αυτή σε δύο τμήματα ανάλογα με εκείνα της πρώτης που ασχολούνται με τα ίδια με εκείνα θέματα.

1. Η διαδικασία παραγωγής των στατιστικών στοιχείων

1.1 Τα γεωγραφικά συστήματα πληροφοριών

Τα γεωγραφικά συστήματα πληροφοριών συνδυάζουν πληροφορίες από διάφορες πηγές, τις οργανώνουν με βάση χωρικά σημεία αναφοράς, τις μετασχηματίζουν ανάλογα με τις ανάγκες της ανάλυσης, τις καταχωρούν σε βάσεις δεδομένων, επιτρέπουν τη διαχείριση του συστήματος αυτού και τέλος παράγουν αναφορές και χαρτογραφικές απεικονίσεις. Η ουσιαστική τους χρησιμότητα έγκειται στη διαχείριση μεγάλου όγκου δεδομένων από ποικιλία πηγών. Συγκεκριμένα, μπορούν να αναλύσουν ταυτόχρονα στοιχεία από ετερογενείς βάσεις δεδομένων, δηλαδή στοιχεία που αναφέρονται σε διαφορετικές χωρικές μονάδες, τόσο από άποψη θέσης όσο και από άποψη ιδιοτήτων. Οι ιδιότητες αυτές καθορίζονται από τη φυσική μορφή των ερευνώμενων γεωγραφικών αντικειμένων, όπως το αν είναι δρόμοι, οικοδομικά τετράγωνα κλπ. Τα γεωγραφικά συστήματα πληροφοριών συνδέουν ποιοτικές, ποσοτικές και γενικότερα μη γεωγραφικές πληροφορίες με τις προαναφερθείσες γεωγραφικές μονάδες. Επίσης μπορούν να δημιουργήσουν νέες οντότητες από τις ενώσεις, τομές ή επιθέσεις των αρχικών γεωγραφικών χαρακτηριστικών.

Αυτή ακριβώς η δυνατότητα των γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών να διαχειρίζονται χωρικά στοιχεία τα διαφοροποιεί από τα άλλα πληροφοριακά συστήματα. Τα χωρικά στοιχεία λοιπόν παρέχουν δύο ειδών πληροφορίες:

- Περιγράφουν επακριβώς τη γεωγραφική θέση, το γεωμετρικό σχήμα και την εξέλιξη των ιδιοτήτων αυτών των χωρικών μονάδων στο χώρο και στο χρόνο. Με άλλα λόγια περιγράφουν την τοπολογία των

γεωγραφικών μονάδων και καλούνται συνήθως χωρικά χαρακτηριστικά.

- Περιγράφουν μη γεωγραφικά χαρακτηριστικά τα οποία όμως συνδέονται, αποτελούν μέρος, ή προσδιορίζουν τις εν λόγω χωρικές μονάδες και καλούνται συνήθως θεματικά χαρακτηριστικά.

Η χωρική αναφορά μπορεί να πάρει διάφορες μορφές. Η μονάδα αναφοράς, δηλαδή η γεωγραφική μονάδα μπορεί να είναι ένα διακριτό σημείο(π.χ. η ακριβής θέση μιας επιχείρησης), ή ένα σύνολο σημείων (π.χ. ένας δρόμος ή μια διοικητική περιφέρεια). Έτσι ορίζονται τριών ειδών στοιχειώδη γεωγραφικά χαρακτηριστικά, εκείνα που αναφέρονται σε σημεία, σε γραμμές και σε επιφάνειες. Η διαδικασία επεξεργασίας των χωρικών στοιχείων ακολουθεί τα πιο κάτω βήματα:

- καταχώρηση των γεωγραφικών στοιχείων, δηλαδή δημιουργία συστήματος συντεταγμένων (layers στην ορολογία των γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών) ανά κατηγορία αντικειμένου (σημείο, γραμμή, επιφάνεια),
- σύνδεση των διαφόρων layers μεταξύ τους καθώς και με το βασικό layer,
- καταχώρηση των θεματικών πληροφοριών στα layer που αντιστοιχούν,
- δημιουργία παράγωγων γεωγραφικών μονάδων που να συνοδεύονται και από τη χωρική και από τη θεματική πληροφορία
- προσδιορισμός τοπολογικών σχέσεων μεταξύ των γεωγραφικών μονάδων,
- δημιουργία χωρικών δομών κατάλληλων για ανάλυση στο επίπεδο του layer που ενδιαφέρει την ανάλυση, δηλαδή δημιουργία νέων θεματικών δεδομένων που βασίζονται στις τοπολογικές σχέσεις των γεωγραφικών μονάδων. Οι τοπολογικές σχέσεις που συνήθως ενδιαφέρουν την ανάλυση είναι αποστάσεις, περίμετροι, γειτονιές κλπ

- εξαγωγή των πληροφοριών και σύνδεση τους με λογισμικό ανάλυσης, δηλαδή με στατιστικά και οικονομετρικά πακέτα.

Συμπερασματικά λοιπόν η λειτουργία των γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών στην οικονομική και περιφερειακή ανάλυση είναι η διευκόλυνση της ανάλυσης όσον αφορά τον ταυτόχρονο χειρισμό χωρικών και θεματικών πληροφοριών.

1.2 Η φύση των χωρικών στοιχείων

Η χρησιμοποίηση γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών διευκολύνει μεν τη διαχείριση των στατιστικών δεδομένων και διευρύνει τις δυνατότητες της ανάλυσης, δεν επιλύει όμως τα προβλήματα που οφείλονται στα ίδια γνωρίσματα των χωρικών στοιχείων. Η διαφορά των στατιστικών δεδομένων που έχουν χωρική αναφορά από αχωρικά στατιστικά δεδομένα, έχει επιπτώσεις σε όλους τους τομείς ανάλυσης τους, όπως έχει ήδη αναφερθεί στο πρώτο κεφάλαιο. Η χωρική αναφορά προσδίδει στα στατιστικά δεδομένα δύο εντελώς ξεχωριστές ιδιότητες, η πρώτη βασίζεται στο θεμελιώδη νόμο της γεωγραφίας του Tobler, ότι όλα τα αντικείμενα έχουν σχέση μεταξύ τους, αλλά στα κοντινά αντικείμενα η σχέση αυτή είναι εντονότερη και η δεύτερη στον τρόπο με τον οποίο υποδιαιρείται, ή καλύτερα αναπαριστάται ο χώρος. Το πρώτο γνώρισμα αντιμετωπίζεται με την κατάλληλη εφαρμογή αναλυτικών μεθόδων. Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάστηκε η οικονομετρική προσέγγιση για την επίλυση του εν λόγω προβλήματος που δεν τίποτα άλλο παρά η χωρική αυτοσυσχέτιση. Το δεύτερο όμως πρόβλημα δεν έχει αναλυτική λύση. Το μέγεθος και το γεωμετρικό σχήμα των υποδιαιρέσεων του χώρου, δηλαδή των γεωγραφικών μονάδων ενσωματώνουν σε αυτές θεματική

πληροφορία, το μέγεθος ή η ποιότητα της οποίας θα ήταν εντελώς διαφορετική σε μία άλλη διαμέριση του χώρου. Τούτο σημαίνει πως η ανάλυση στοιχείων που έχουν χωρική αναφορά εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο αναπαριστάται ο χώρος.

Η διοικητική διαμέριση του χώρου είναι από οικονομική σκοπιά αυθαίρετη, άλλωστε ο ιστορικός χαρακτήρας που έχουν οι διοικητικές χωρικές μονάδες δεν λαμβάνεται εν πολλοίς υπόψιν από τις οικονομικές μονάδες, απρά μόνο αν συνοδεύεται από οικονομικούς λόγους (π.χ. νόμοι για τα κίνητρα). Τα διαθέσιμα στατιστικά στοιχεία συνήθως όμως αναφέρονται σε τέτοιες μονάδες (π.χ. Δήμους, Ταχυδρομικούς Κωδικούς κλπ). Έτσι, τα διαθέσιμα στατιστικά στοιχεία έχουν εγγενή και τα δύο είδη των χωρικών προβλημάτων –την εξάρτηση και την ετερογένεια. Η μορφή και ο αυθαίρετος ορισμός από οικονομική άποψη των γεωγραφικών μονάδων προκαλεί τα εν λόγω προβλήματα. Όσο μάλιστα μικρότερες σε μέγεθος είναι οι μονάδες τόσο περισσότερο αυξάνει η πιθανότητα να αλληλεξαρτάται η μία από την άλλη. Το ίδιο φυσικά ισχύει και για τη σχετική απόσταση που χωρίζει δύο γεωγραφικές μονάδες. Στο θέμα της μορφής των στοιχείων, ισχύει ότι όσο μεγαλύτερες είναι οι κοινές ακμές τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η εξάρτηση των όμορων αυτών περιοχών. Η χωρική ετερογένεια προκύπτει όταν δεν υπάρχει ομοιομορφία στη χωρική εξάρτηση, με άλλα λόγια μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελεί ειδική περίπτωση της χωρικής εξάρτησης. Ένας άλλος λόγος βέβαια που μπορεί να προκύψει είναι η κακή εξειδίκευση του υποδείγματος ή η κακή επιλογή στατιστικών σειρών, πέρα βέβαια από το βασικό πρόβλημα της αναπαράστασης του χώρου σε όρους μεγέθους γεωμετρίας και σχετικής θέσης.

Συμπερασματικά λοιπόν, η διαχείριση των στοιχείων που έχουν χωρική αναφορά μπορεί να θεωρηθεί ως η στρατηγική για την αποφυγή

των συνεπειών της χωρικής εξάρτησης. Η διαχείριση των χωρικών στοιχείων σε ένα γεωγραφικό σύστημα πληροφοριών είναι ουσιαστικά η κατάλληλη δημιουργία παράγωγων γεωγραφικών μονάδων με την ένωση ή την τομή των στοιχειωδών με τέτοιο τρόπο που να ελαχιστοποιεί τα προαναφερθέντα προβλήματα.

2. Τα στατιστικά δεδομένα της εμπειρικής εφαρμογής

2.1 Η διαδικασία κατασκευής των χωρικών στοιχείων

Τα χωρικά στοιχεία που απαρτίζουν τα layers της εμπειρικής έρευνας είναι διαφορετικά μεταξύ τους. Στην εμπειρική έρευνα χρησιμοποιούνται τρεις στατιστικές σειρές οι οποίες έχουν διαφορετικό layer αναφοράς η κάθε μία. Συγκεκριμένα για την κάθε σειρά ισχύει:

ΤΡΑΠΕΖΕΣ Το layer αναφοράς είναι ο ταχυδρομικός κωδικός και πηγή είναι το Διατραπεζικό Σύστημα Συναλλαγών. Το θεματικό χαρακτηριστικό που αντιστοιχεί είναι ο συνολικός αριθμός τραπεζικών καταστημάτων που βρίσκονται στον εν λόγω ταχυδρομικό κωδικό και το έτος αναφοράς το 1998. Το διανυσματικό layer που χρησιμοποιήθηκε (ttomeis.tab) έχει σχεδιασθεί από την ΟΜΑΣ και λειτουργεί σε περιβάλλον MapInfo.

ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ Το layer αναφοράς είναι το οικοδομικό τετράγωνο και πηγή είναι η ΕΣΥΕ. Το θεματικό χαρακτηριστικό που αντιστοιχεί είναι ο συνολικός πληθυσμός που κατοικεί στον εν λόγω οικοδομικό τετράγωνο που βασίζεται στις δημογραφικές προβολές των απογραφικών

στοιχείων του 1991. Το διανυσματικό layer που χρησιμοποιήθηκε (tetrag.tab) έχει σχεδιασθεί από την ΟΜΑΣ και λειτουργεί σε περιβάλλον MapInfo.

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ Το layer αναφοράς είναι η ακριβής θέση της έδρας της επιχείρησης και πηγή είναι η βάση δεδομένων επιχειρήσεων της DATAROM. Το θεματικό χαρακτηριστικό που αντιστοιχεί είναι στοιχεία της επιχείρησης οικονομικού κυρίως χαρακτήρα που εδρεύει στη συγκεκριμένη διεύθυνση (οδός και αριθμός) και το έτος αναφοράς το 1998. Το διανυσματικό layer που χρησιμοποιήθηκε (odorama.tab) έχει σχεδιασθεί από την ΟΜΑΣ και λειτουργεί σε περιβάλλον MapInfo.

Η μονάδα αναφοράς της έρευνας που επελέγη είναι ο Δήμος. Η Αθήνα και ο Πειραιάς λόγω μεγέθους υποδιαιρέθηκαν σε γειτονιές για την αποφυγή των προβλημάτων που συζητήθηκαν στην ενότητα 1.2 του κεφαλαίου. Για τις ανάγκες της ανάλυσης δημιουργήθηκε κατάλληλο προς τούτο παράγωγο layer στο οποίο αντιστοιχήθηκαν όλα τα διαθέσιμα θεματικά στοιχεία των αρχικών layer, σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε στην ενότητα 1.1 του κεφαλαίου. Από το layer αυτό σχηματίστηκαν όλες οι στατιστικές σειρές καθώς και οι μήτρες χωρικών σταθμίσεων που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση του ογδού κεφαλαίου. Η βάση δεδομένων του γεωγραφικού συστήματος της εμπειρικής έρευνας, επικοινωνεί με το λογισμικό ανάλυσης (SPSS v.8.0) μέσω ODBC driver και ως εκ τούτου το σύστημα πληροφόρησης και ανάλυσης της εμπειρικής έρευνας είναι ημιαυτόματο.

2.2 Τα στατιστικά στοιχεία της εμπειρικής έρευνας

Για τις ανάγκες της στατιστικής ανάλυσης σχηματίστηκε η σύνθετη σειρά της πυκνότητας του τραπεζικού δικτύου. Αυτή προέκυψε από τη διαίρεση του αριθμού των τραπεζικών καταστημάτων προς την επιφάνεια της χωρικής μονάδας αναφοράς (Δήμος στο Λεκανοπέδιο, ή γειτονιά στην Αθήνα και στον Πειραιά). Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως στο λογισμικό ανάλυσης οι εν λόγω μεταβλητές μετασχηματίστηκαν σύμφωνα με τους κανόνες της οικονομετρίας προκειμένου να εξασφαλισθούν οι προϋποθέσεις εκτίμησης των ποδειγμάτων. Ένας επιπλέον μετασχηματισμός ήταν μετατόπιση της σειράς που λογαριθμείται κατά Box-Cox κατά μία μονάδα έτσι ώστε να μην είναι δυνατόν να υπάρξει λογάριθμος του μηδενός.

Η ουσιαστική συμβολή όμως του γεωγραφικού συστήματος πληροφοριών ήταν η δημιουργία των μητρών χωρικών σταθμίσεων, σύμφωνα με την ανάλυση του τέταρτου κεφαλαίου. Συγκεκριμένα δημιουργούνται δύο μήτρες χωρικών σταθμίσεων. Η πρώτη είναι κανονικοποιημένη σύμφωνα με την παράγραφο 4 του τέταρτου κεφαλαίου, ενώ η δεύτερη είναι η πρωταρχική μήτρα 0-1 χωρικής γειτνίασης. Οι δύο μήτρες δίνονται στο παράρτημα του κεφαλαίου, μαζί με τη χαρτογραφική απεικόνιση της περιοχής μελέτης.

2.3 Περιορισμοί στην ανάλυση

Οι περιορισμοί στην ανάλυση οφείλονται σε δύο κυρίως λόγους. Ο πρώτος είναι η διαθεσιμότητα των στατιστικών στοιχείων. Τα στοιχεία συνήθως διατίθενται σε σειρές που η χωρική αναφορά τους είναι ιδιαίτερα μεγάλη με αποτέλεσμα να έχουν εγγενή όλα τα προβλήματα που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 1.2.

Ο δεύτερος λόγος είναι ο περιορισμένος αριθμός χωρικών στοιχείων. Συγκεκριμένα, στην πρ΄αξη υπάρχουν τεχνικές ασυμβατότητες στα layer που αναπτύσσονται σε διαφορετικές πλατφόρμες (π.χ. MapInfo, ArcInfo κλπ).

Εξειδίκευση και έλεγχος υποθέσεων

Το έβδομο κεφάλαιο αποτελείται από δύο ενότητες. Η πρώτη ενότητα περιγράφει το μετασχηματισμό του μη γραμμικού χωρικού υποδείγματος σε ένα ισοδύναμο που ενώ δεν είναι γραμμικό, μπορεί εύκολα να εκτιμηθεί. Στην ίδια ενότητα παρουσιάζεται και το πρόγραμμα στη ψευδογλώσσα του SPSS για την εκτίμηση του εν λόγω υποδείγματος. Η δεύτερη ενότητα θέτει το πλαίσιο του στατιστικού ελέγχου του υποδείγματος καθώς και τη διαδικασία για την επιλογή της καλύτερης εξίσωσης από όσες εκτιμήθηκαν.

1. Εξειδίκευση του χωρικού υποδείγματος

Η οικονομική θεμελίωση για την οικονομετρική εξειδίκευση του χωρικού υποδείγματος που έγινε στο πέμπτο κεφάλαιο για τη συμπεριφορά του υπό μελέτη φαινομένου καθώς και η διαθεσιμότητα των στατιστικών στοιχείων επιβάλλουν την επιβολή περιορισμών στο γενικό χωρικό υπόδειγμα. Πρώτα λοιπόν πρέπει να παρουσιασθεί η ακριβής μορφή του υποδείγματος, έτσι ώστε να εφαρμοσθεί η μέθοδος της μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας που αναπτύχθηκε στο τρίτο κεφάλαιο και να προκύψουν οι εκτιμήσεις των συντελεστών. Η διαδικασία εκτίμησης στις περιπτώσεις των υποπεριπτώσεων του γενικού χωρικού υποδείγματος, όταν τεθούν δηλαδή περιορισμοί, ανάγεται συνήθως στην εκτίμηση μίας μόνο παραμέτρου υπό τη συνθήκη των δεδομένων τιμών των υπολοίπων παραμέτρων.

Κατά τα γνωστά, οι εκτιμητές μεγίστης πιθανοφάνειας προκύπτουν από τη μεγιστοποίηση της λογαριθμισμένης συνάρτησης πιθανοφάνειας ως προς τις παραμέτρους β (K συντελεστές), α (P+1 συντελεστές, ρ και λ). Η μορφή που έχει η συνάρτηση πιθανοφάνειας είναι σύμφωνα με του συμβολισμούς του τρίτου κεφαλαίου:

$$L = -\frac{N}{2} \ln \pi - \frac{1}{2} \ln |\Omega| + \ln |A| + \ln |B| - \frac{1}{2} (AY - X\beta)' B' \Omega^{-1} B (AY - X\beta) \quad (7.1)$$

Από τα αποτελέσματα του πέμπτου κεφαλαίου γίνεται αναγκαία η επιβολή εκείνων των περιορισμών που θα εξάγουν από το γενικό χωρικό υπόδειγμα (7.1) το υπόδειγμα χωρικής αυτοπαλινδρόμησης με υστέρηση της εξαρτημένης μεταβλητής και την παρουσία άλλων ερμηνευτικών μεταβλητών. Τούτο προκύπτει θέτοντας τους ακόλουθους περιορισμούς στο υπόδειγμα (7.1):

$$\lambda = 0 \quad (7.2)$$

$$\Omega = \sigma^2 I \quad (7.3)$$

Ο περιορισμός (7.2) έχει ως συνέπεια την απαλοιφή του μερικού υποδείγματος του χωρικού κινητού μέσου όρου γιατί η μήτρα B εξισώνεται με τη μοναδιαία μήτρα μιάς και ο όρος λW_2 μηδενίζεται. Τούτο είναι επιθυμητό προκειμένου να ικανοποιηθεί η οικονομική θεμελίωση της οικονομετρικής εξειδίκευσης του πέμπτου κεφαλαίου. Ο περιορισμός (7.3) σημαίνει πως οι γεωγραφικές μονάδες δεν είναι ετερογενείς από την άποψη της ανέλιξης του υπό μελέτη φαινομένου. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχουν καταρχήν προτιμήσεις στην επιλογή περιοχών για την ανάπτυξη των τραπεζικών υπηρεσιών, αλλά η ανάπτυξη εξαρτάται από τους προσδιοριστικούς παράγοντες μόνο. Έτσι το υπόδειγμα (7.1) μετασχηματίζεται στο ακόλουθο υπόδειγμα:

$$L = -\frac{N}{2} \ln \pi - \frac{1}{2} \ln \sigma^2 + \ln |A| - \frac{1}{2\sigma^2} (AY - X\beta)' (AY - X\beta) \quad (7.2)$$

Εφαρμόζοντας τους ίδιους περιορισμούς στις συνθήκες πρώτης τάξης (2.10α)-(2.10δ) του τρίτου κεφαλαίου για τον εκτιμητή b του διάνυσματος β διαδοχικά ισχύουν:

$$b = (X'X)^{-1} X'AY$$

αντικαθιστώντας τη μήτρα A με την ίση της $(I - \rho W)$ και εκτελώντας τις πράξεις ισχύει:

$$b = (X'X)^{-1} X'AY - \rho (X'X)^{-1} X'WY$$

Οι δύο όρους του αθροίσματος είναι εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων που προκύπτουν από δύο βοηθητικές παλινδρομήσεις. Η πρώτη βοηθητική παλινδρόμηση έχει ως εξαρτημένη μεταβλητή την Y και ανεξάρτητες τις X , ενώ η δεύτερη έχει ως εξαρτημένη μεταβλητή τις υστερήσεις της Y , δηλαδή το γινόμενο της μήτρας χωρικών σταθμίσεων W επί το διάνυσμα της Y και ανεξάρτητες τις X . Συνεπώς ο εκτιμητής μεγίστης πιθανοφάνειας του β είναι συνάρτηση αυτών των βοηθητικών παλινδρομήσεων, καθώς και του ρ . Έτσι, ο εκτιμητής β μπορεί να

υπολογισθεί αμέσως μόλις καθορισθεί τιμή για το ρ , το οποίο βέβαια δεν υπολογίζεται αναλυτικά. Τούτο είναι εφικτό γιατί το διάνυσμα β είναι συνάρτηση μόνο του ρ από τις αρχικές παραμέτρους του υποδείγματος.

Η εκτίμηση της διακύμανσης των καταλοίπων για την εξίσωση που θα πρέκυπτε από τη μέθοδο μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας γίνεται με τη βοήθεια των καταλοίπων των βοηθητικών παλινδρομήσεων καθώς και με τις προαναφερθείσες συνθήκες πρώτης τάξης. Έτσι, τα δύο διανύσματα συντελεστών b παράγουν δύο σύνολα καταλοίπων τα e_0 και e_1 για τη βοηθητική παλινδρόμηση με εξαρτημένη μεταβλητή τη Y και τη WY αντίστοιχα, που εξαρτώνται από τη μήτρα X , τη Y και τη WY μόνο και είναι τα:

$$e_0 = Y - Xb_0$$

$$e_1 = WY - Xb_1$$

όπου ο δείκτης μηδέν συμβολίζει τα αναφερόμενα στην πρώτη βοηθητική παλινδρόμηση και ο δείκτης ένα στα αναφερόμενα στη δεύτερη βοηθητική παλινδρόμηση. Ακολουθώντας όπως και προηγουμένως στην εκτίμηση των β , για την εκτίμηση της διακύμανσης εφαρμόζονται οι συνθήκες πρώτης τάξης και χρησιμοποιούνται τα κατάλοιπα από τις βοηθητικές παλινδρομήσεις ως εκτιμήσεις των καταλοίπων της εξίσωσης (7.4). Έτσι, ισχύει:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} (e_0 - \rho e_1)' (e_0 - \rho e_1)$$

όπως προηγουμένως η διακύμανση προκύπτει εύκολα από τη στιγμή που θα καθορισθεί τιμή για το ρ .

Η εκτίμηση για το ρ προκύπτει με την αντικατάσταση των εκτιμήσεων για τους συντελεστές παλινδρόμησης και τη διακύμανση, που είναι συναρτήσεις του, στη συνάρτηση πιθανοφάνειας και κατόπιν η εύρεση του μέγιστου σημείου της ως προς τις τιμές του ρ . Άλλωστε το ρ είναι πλέον η μόνη μεταβλητή στην εν λόγω συνάρτηση. Το πρόβλημα

που υπάρχει είναι ότι η συνάρτηση αυτή δεν είναι γραμμική ως προς το ρ και επομένως δεν μπορεί να προκύψει αναλυτική λύση. Το πρόβλημα επιλύεται με την εφαρμογή αριθμητικών αλγορίθμων εύρεσης των ακροτάτων της συνάρτησης. Έτσι, με την αντικατάσταση των β και της σ^2 στην (7.2) προκύπτει η ακόλουθη συνάρτηση:

$$L = -\frac{N}{2} \ln \pi - \frac{N}{2} \ln \left[\frac{1}{N} (e_0 - \rho e_1)' (e_0 - \rho e_1) \right] + \ln |I - \rho W| \quad (7.3)$$

Συνοπτικά τα βήματα για τη διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων είναι τα εξής

- 1 Παλινδρόμηση της X στη Y για την εκτίμηση των b_0
- 2 Παλινδρόμηση της X στη WY για την εκτίμηση των b_1
- 3 Υπολογισμός των καταλοίπων e_0 και e_1
- 4 Εφαρμογή αλγορίθμου αριθμητικής αριστοποίησης για την εύρεση του ρ , με τη χρησιμοποίηση των καταλοίπων που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο βήμα
- 5 Υπολογισμός των β και σ^2 με τη τιμή του ρ που προέκυψε από το διχοτομικό αλγόριθμο

Για την αριστοποίηση της (7.3) ο Anselin πρότεινε την εφαρμογή ενός επαναληπτικού αλγορίθμου που τον καλεί διχοτομικό¹. Η διαδικασία που προτείνεται είναι να βρίσκεται κάποια τιμή που προσεγγίζει την άριστη με κάποια προκαθορισμένη ακρίβεια μέσα σε ένα διάστημα τιμών. Καλείται διχοτομικός γιατί τα όρια του διαστήματος σε κάθε επανάληψη της διαδικασίας υπολογίζονται ως μεσοδιαστήματα των αμέσως προηγούμενων ορίων. Ο αλγόριθμος εκτελείται σε δύο στάδια. Το πρώτο στάδιο υπολογίζει τις αρχικές τιμές του αλγορίθμου και το δεύτερο στάδιο εκτελεί τον ίδιο τον αλγόριθμο.

¹ Anselin, L., *Spatial Econometrics*, 1988, σελ. 216-217.

Το πρώτο στάδιο αποτελείται από δέκα βήματα που περιγράφονται ακολούθως:

1. Υπολογισμός του ρ από την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων στην εξίσωση $Y = \rho WY + X\beta + \epsilon$
2. Υπολογισμός του συντελεστή Moran I από τα κατάλοιπα της προηγούμενης σχέσης
3. Έλεγχος της εκτίμησης του ρ . Αν είναι μεγαλύτερος από τη μονάδα κατά απόλυτη τιμή τότε το άνω όριο (α_0 από τώρα και στο εξής) του διαστήματος εξισώνεται με μία ποσότητα τέτοια ώστε να μην αλλάζει πρόσημο και να μη μηδενίζεται η Ιακωβιανή ορίζουσα. Συγκεκριμένα το $(\alpha_0) = \varphi(1-\delta)$, όπου το φ είναι $+1$ ή -1 έτσι ώστε το (α_0) να έχει το ίδιο πρόσημο με το συντελεστή της παλινδρόμησης, ενώ το δ να είναι τόσο μικρό ώστε η Ιακωβιανή ορίζουσα για αυτή τη τιμή να μην εξαλείφεται. Αν δεν είναι τότε $\alpha_0 = \rho$.
4. Το κάτω όριο (κ_0 από τώρα και στο εξής) εξισώνεται με το συντελεστή Moran I
5. Υπολογίζεται η παράγωγος (π από τώρα και στο εξής) της συνάρτησης πιθανοφάνειας για τα δύο όρια
6. Αν $\pi(\alpha_0) \times \pi(\kappa_0) < 0$ και $\pi(\alpha_0) > 0$, τότε $\kappa_0 = \kappa_0$ και $\alpha_0 = \alpha_0$, αλλιώς $\kappa_0 = \alpha_0$ και $\alpha_0 = \kappa_0$
7. Αν $\pi(\alpha_0) > 0$ και $\pi(\alpha_0) > \pi(\kappa_0)$, τότε $\kappa_0 = -(1-\delta)$ και $\alpha_0 = \alpha_0$
8. Αν $\pi(\alpha_0) > 0$ και $\pi(\alpha_0) < \pi(\kappa_0)$, τότε $\kappa_0 = \alpha_0$ και $\alpha_0 = 1-\delta$
9. Αν $\pi(\alpha_0) < 0$ και $\pi(\alpha_0) > \pi(\kappa_0)$, τότε $\kappa_0 = \alpha_0$ και $\alpha_0 = 1-\delta$
10. Αν $\pi(\alpha_0) < 0$ και $\pi(\alpha_0) < \pi(\kappa_0)$, τότε $\kappa_0 = -(1-\delta)$ και $\alpha_0 = \kappa_0$

Το δεύτερο στάδιο είναι η εκτέλεση του διχοτομικού αλγορίθμου. Σε κάθε βήμα του αλγορίθμου αυτού η κεντρική τιμή του προηγούμενου βήματος είναι το κατώτερο όριο, αν η παράγωγος της συνάρτησης πιθανοφάνειας είναι αρνητική και το ανώτερο αν είναι θετική. Ο

αλγόριθμος συνεχίζει να εκτελείται μέχρις ότου επιτευχθεί η επιθυμητή ακρίβεια που είναι η διαφορά των δύο ορίων.

Στο πρόγραμμα που αναπτύχθηκε στη ψευδιγλώσσα προγραμματισμού SPSS, σχεδιάστηκε μία απλούστερη παραλλαγή του αλγορίθμου αυτού, προκειμένου να αποφευχθούν στον προγραμματισμό οι πολλές δομές DO IF. Τούτο επιτεύχθη με τον μεγάλο αριθμό επαναλήψεων του αλγορίθμου, καθώς και τις δοκιμαστικές εφαρμογές του. Στη συνέχεια παρατίθεται εν λόγω πρόγραμμα.

```

**** SPSS environment modifications ****.
set mxloops=999.

**** Functional form determination ****.
compute const=1.
compute bj=banks/areasqkm.
compute pj=1000/realpop.
compute fj=1/firms.

**** Analysis ****.
matrix.

**** Data Input and Matrix creation ****.

get one / variables const.
get y / variables bj.
get xdat / variables pj fj.
get w / variables byron to kamin.

compute x={one,xdat} /* Regressors matrix */.
compute wy=w*y /* Spatially lagged dependent variable */.
compute m=(ident(nrow(x))-x*(inv(t(x)*x)*t(x))) /* projection matrix estimation */.

```

```

**** Coefficient estimation for the OLS model ****.

compute b0=inv(t(x)*x)*t(x)*y
compute e0=y-x*b0
compute sigmaLS2=(t(m*e0)*m*e0)/(nrow(x)-rank(x))
compute sigmaML2=(t(m*e0)*m*e0)/nrow(x)
compute tb0=make(rank(x),2,0)
compute Varb0LS=sigmaLS2*inv(t(x)*x)
loop counter=1 to rank(x)
  compute tb0(counter,1)=abs(b0(counter)/sqrt(Varb0LS(counter,counter)))
  compute tb0(counter,2)=sqrt(Varb0LS(counter,counter))
end loop.
compute R2=1-mssq(e0)/mssq(y-(msum(y)/nrow(y))) /* R square estimation */.
compute R2A=1-(1-R2)*(nrow(x)-1)/(nrow(x)-rank(xdat)) /* Adjusted R square estimation */.

print b0
/ title "OLS coefficient estimations with no lagged variable"
/ format "f14.8".
print sigmaLS2
/ title "Least squares: Residual Variance"
/ format "f14.8".
print sigmaML2
/ title "Maximum Likelihood: Residual Variance"
/ format "f14.8".
print tb0
/ title "Estimated t-statistics and standard deviations"
/ format "f14.8".
print R2
/ title "Least squares R square"
/ format "f14.8".
print R2A
/ title "Least squares Adjusted R square"
/ format "f14.8".

/* Coefficient estimation */.
/* Residuals estimations */.
/* OLS Residual variance estimation */.
/* ML Residual variance estimation */.
/* t-statistics matrix */.
/* Variance-covariance matrix */.
/* Loop for arithmetic calculations */.

```

```

**** Spatial autocorrelation coefficient estimation and statistical test ****.

compute ns=nrow(x)/msum(w) /* Correction factor for symmetry estimation */.
compute I=((t(m*e0)*w*m*e0)/(t(m*e0)*m*e0))*ns /* Moran I estimation */.
compute EI=trace(m*w)/(nrow(x)-rank(x)) /* Expected Value of Moran I */.
compute VI=(ns**2)*(trace(m*w*m*t(w))+trace((m*w)**2)+((trace(m*w)**2))/ /* Variance of Moran I */.
              ((nrow(x)-rank(x))*(nrow(x)-rank(x)+2))-EI**2 /* Z score */.
compute z=(I-EI)/(VI**(1/2))

print I
/ title "Moran I"
/ format "f14.8".
print EI
/ title "Expected value of Moran E(I)"
/ format "f14.8".
print VI
/ title "Variance of Moran Var(I)"
/ format "f14.8".
print z
/ title "Z score"
/ format "f14.8".

**** Coefficient estimation with spatially lagged dependent variable ****.

compute b1=inv(t(x)*x)*t(x)*wy /* Coefficient estimation on lagged dependent variable */.
compute e1=wy-x*b1 /* OLS lagged dependent variable residual estimation */.

print b1
/ title "OLS coefficient estimations of lagged variable on regressors"
/ format "f14.8".

```

```

**** Optimization process - Mixed spatial autoregressive model ****.
compute optm=make(50,3,0) /* Iteration score matrix */.

compute xopt={wy, one, xdat} /* Data Matrix for the initial optimization values estimation */.
compute bu=inv(t(xopt)*xopt)*t(xopt)*y /* Initial values estimated vector */.
print bu / title "Initial upper bound (bu)" / format "f14.8".

compute rho=(bu(1)+0.2*bu(1))/2 /* Initial value of spatial autocorrelation coefficient */.
compute rupper=bu(1) /* Initial upper bound */.
compute rlower=bu(1)*0.2 /* Initial lower bound */.

loop counter=1 to 50.

compute alfa=ident(nrow(x))-rho*w).
compute deriv=-nrow(x)*(-(t(e0)*e1)+(rho*t(e1)*e1))/(t(e0-rho*e1))-trace(inv(alfa)*w).

do if deriv>0.
  compute rlower=rho.
else if deriv<0.
  compute rupper=rho.
else.
  break.
end if.

compute optm(counter,1)={counter} /* Iteration number */.
compute optm(counter,2)={deriv} /* Jacobian determinant value */.
compute optm(counter,3)={rho} /* Current spatial autocorrelation coefficient value */.

compute rho=(rupper+rlower)/2.

end loop.

print optm
/ title "Iteration history"
/ format "f14.8" /* Iteration history */.

**** Final estimations ****.

```

```

compute b=b0-rho*b1 /* Mixed autoregressive model coefficient estimations */.
compute bML={rho; b} /* Mixed autoregressive model coefficient estimations matrix form */.
compute xfin={wy, x} /* Mixed autoregressive model data set with lagged dependent variable */.
compute u=y-xfin*bML /* Mixed autoregressive model residual estimation */.

print b
/ title "Spatially adjusted coefficient estimations"
/ format "f14.8".

print rho
/ title "Optimized spatial autocorrelation coefficient"
/ format "f14.8".

print bML
/ title "ML equivalent spatially adjusted coefficient estimations"
/ format "f14.8".

**** Spatial autocorrelation coefficient estimation and statistical tests ****.

* Final projection matrix estimation (lagged variable included).
compute ml=(ident(nrow(xfin))-xfin*(inv(t(xfin)*xfin)*t(xfin))).

* correction factor for symmetry estimation.
compute nsl=nrow(xfin)/msum(w).

compute R2fin=1-mssq(u)/mssq(y-(msum(y)/nrow(y))) /* R square estimation */.
compute R2Afin=1-(1-R2fin)*(nrow(xfin)-1)/(nrow(xfin)-rank(xfin-1)) /* Adjusted R square estimation */.
print r2fin
/ title "Maximum likelihood R square"
/ format "f14.8".

print r2afin
/ title "Maximum likelihood Adjusted R square"
/ format "f14.8".

compute sigma2=(t(u)*u)/nrow(x) /* Final ML Residual variance estimation */.
print sigma2
/ title "Final ML Residual variance estimation"
/ format "f14.8".

```

```

*      Variance-Covariance Matrix.
compute tbML=make(rank(xfin),2,0)
compute VarML=sigma2*inv(t(xfin)*xfin)
/* t-statistics matrix */.
/* Variance-covariance matrix */.

loop counter=1 to rank(xfin)
/* Loop for arithmetic calculations */.
  compute tbML(counter,1)=abs(bML(counter)/sqrt(VarML(counter,counter))) /* t-statistic calculation */.
  compute tbML(counter,2)=sqrt(VarML(counter,counter)) /* St.deviation calculation*/.

end loop.
print tbML
/ title "ML estimated t-statistics and standard deviations"
/ format "f14.8".

```



```

* Moran computations.
compute Iifin=((t(u)**w*u)/(t(u)*u))*nsl.
compute Eifin=nsl*trace(ml*w)/(nrow(xfin)-rank(xfin)).
compute Vifin=(nsl**2)*(trace(ml*w*ml*t(w))+trace(ml*w)**2)+((trace(ml*w)**2))/
  ((nrow(xfin)-rank(xfin))*(nrow(xfin)-rank(xfin)+2))-Eifin**2.
compute zfin=(Iifin-Eifin)/(Vifin**(1/2)).

print Iifin
/ title "Final Moran I"
/ format "f14.8".
print Eifin
/ title "Final Moran E(I)"
/ format "f14.8".
print Vifin
/ title "Final Moran Var(I)"
/ format "f14.8".
print zfin
/ title "Final Z score"
/ format "f14.8".

**** Evaluation vectors ****.
compute yOLS=x*b0
compute yML=xfin*bML
compute rvect={y, yOLS, yML, e0, u}
print rvect
/ title "OLS and ML results"
/ format "f14.8".

/* Estimated y by OLS */.
/* Estimated y by ML */.
/* Result matrix construction */.

```

```
end matrix.
```

2. Στατιστικός έλεγχος και επιλογή υποδείγματος

Ο στατιστικός έλεγχος των υποδειγμάτων αποτελείται στην ουσία από τέσσερα στάδια. Στο πρώτο στάδιο ελέγχεται η καλή προσαρμογή του υποδείγματος στα διαθέσιμα δεδομένα. Στο δεύτερο στάδιο ελέγχεται η στατιστική αξιοπιστία των εκτιμησεων του υποδείγματος. Στο τρίτο στάδιο γίνεται ο έλεγχος για την ύπαρξη χωρικής αυτοσυσχέτισης. Τέλος, στο τέταρτο στάδιο επιλέγεται το πιο κατάλληλο υπόδειγμα για την μελέτη του υπό έρευνα φαινομένου. Φυσικά, πέρα από τα στατιστικά αποτελέσματα το υπόδειγμα που θα επιλεγεί πρέπει να μην έρχεται σε αντίθεση με την οικονομική θεμελίωση του δεύτερου κεφαλαίου.

Ο έλεγχος καλής προσαρμογής επιτυγχάνεται κατ'αρχήν με τη χρησιμοποίηση των συντελεστών προσδιορισμού. Για την ακρίβεια χρησιμοποιείται ο προσηρμοσμένος συντελεστής προσδιορισμού, επειδή τα δύο είδη υποδειγμάτων, χωρικό υπόδειγμα και υπόδειγμα κλασικής οικονομετρίας, και οι τρεις συναρτησιακές μορφές χρησιμοποιούν διαφορετικό αριθμό ερμηνευτικών μεταβλητών και ο συγκεκριμένος συντελεστής λαμβάνει υπόψιν του τους βαθμούς ελευθερίας.

Ο στατιστικός έλεγχος πραγματοποιείται με τον κλασικό οικονομετρικό τρόπο, με τη βοήθεια της κατανομής t . Τούτο διότι το υπόδειγμα σχεδιάστηκε ώστε να συνεισφέρει στον κατ'αρχήν σχεδιασμό του δικτύου και κατά συνέπεια στην αξιολόγηση των ανεξάρτητων μεταβλητών – προσδιοριστικών παραγόντων.

Ο έλεγχος της ύπαρξης χωρικής γίνεται με το συντελεστή του Moran. Η αξιολόγηση του στατιστικού γίνεται με τη βοήθεια της τυποποιημένης κανονικής κατανομής που ακολουθεί το στατιστικό.

Η επιλογή του καλύτερου υποδείγματος γίνεται με τη βοήθεια των συντελεστών προσδιορισμού. Στο σημείο αυτό όμως προκύπτει το

πρόβλημα της άμεσης συγκρισιμότητας των συντελεστών που υπολογίστηκαν από υποδείγματα με διαφορετικές αλγεβρικές μορφές. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα ανακύπτει όταν η εξαρτημένη μεταβλητή εκφράζεται σε διαφορετικές μονάδες από υπόδειγμα σε υπόδειγμα. Στην συγκεκριμένη εμπειρική εφαρμογή τούτο συμβαίνει, διότι στο υπόδειγμα σταθερών ελαστικοτήτων η εξαρτημένη μεταβλητή είναι εκφρασμένη σε λογαρίθμους. Έτσι, σύμφωνα με τον Κιντή, ο συντελεστής προσδιορισμού του εν λόγω υποδείγματος μπορεί να γίνει συγκρίσιμος με τους άλλους με τον πιο κάτω τρόπο. Από τις θεωρητικές τιμές της λογαριθμησμένης εξίσωσης υπολογίζονται οι αντιλογάριθμοι τους. Κατόπιν, υπολογίζεται ο απλός συντελεστής προσδιορισμού ανάμεσα στην αντιλογαριθμησμένη θεωρητική τιμή και στην πραγματική τιμή από παρατήρηση της εξαρτημένης μεταβλητής. Ο συντελεστής αυτός είναι συγκρίσιμος με τους αντίστοιχους συντελεστές των άλλων υποδειγμάτων. Τέλος, υπάρχουν και άλλα εναλλακτικά μέτρα που βασίζονται στα κατάλοιπα των παλινδρομήσεων. Ο Μακρυδάκης προτείνει σαν καλύτερα από αυτά το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και το μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα. Όμως προκρίνεται ο συντελεστής προσδιορισμού γιατί και απλούστερος είναι και ισοδύναμος στην ερμηνευτική ικανότητα.

Εμπειρική εφαρμογή

**του χωρικού αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος
για την εκτίμηση της ανάπτυξης των τραπεζικών
υπηρεσιών στο χώρο.**

Η περίπτωση του Λεκανοπεδίου Αττικής

Το όγδοο κεφάλαιο υποδιαιρείται σε δύο ενότητες. Η πρώτη ενότητα περιλαμβάνει την αξιολόγηση όλων των διαφορετικών εξειδικεύσεων και των χωρικών παραλλαγών τους. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται η αξιολόγηση για εννέα διαφορετικά υποδείγματα. Παρουσιάζεται επίσης και το αποτέλεσμα για κάθε εξειδίκευση που έδωσε το ειδικά για το σκοπό αυτό πρόγραμμα στη ψευδογλώσσα μητρών του SPSS. Το δεύτερο μέρος περιλαμβάνει την επιλογή της πλέον κατάλληλης εξειδίκευσης καθώς και τα συμπεράσματα από την εφαρμογή του χωρικού υποδείγματος και των μητρών χωρικών σταθμίσεων.

1. Αποτελέσματα εκτίμησης

1.1 Το αντίστροφο υπόδειγμα με την χρησιμοποίηση μη κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων

Η εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων (OLS) στο αντίστροφο υπόδειγμα έγινε με εξαρτημένη μεταβλητή την πυκνότητα του τραπεζικού δικτύου και ερμηνευτικές τον πραγματικός πληθυσμός της γεωγραφικής μονάδας αναφοράς σε χιλιάδες κατοίκους και τον αριθμό των επιχειρήσεων που εδρεύουν στην εν λόγω γεωγραφική μονάδα. Σύμφωνα με την ενότητα 1.1 του πέμπτου κεφαλαίου οι ερμηνευτικές μεταβλητές εξειδικεύονται σε αντίστροφη μορφή. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης δίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 8.1

Αποτελέσματα εφαρμογής OLS στο αντίστροφο υπόδειγμα

BANKS=	6,39 (5,16) (1,25)	+22,50 (1/REALPOP) (15,35) (1,45)	-294,75 (1/FIRMS) (2,80) (105,30)
R ²	0,7471	σ ² (OLS)	64,39
ΠΡΟΣΗΡΜΟΣΜΕΝΟ R ²	0,7443	σ ² (ML)	62,27

Σημειώνεται ότι οι τιμές σε παρένθεση κάτω από τους συντελεστές της εξίσωσης είναι οι τιμές του στατιστικού t και της τυπικής απόκλισης της κατανομής δειγματοληψίας. Ο στατιστικός έλεγχος του υποδείγματος δείχνει ότι όλοι οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί και ταυτόχρονα η προσαρμογή του υποδείγματος στα στατιστικά δεδομένα είναι πολύ ικανοποιητική, αφού ο συντελεστής προσδιορισμού (R²) ξεπερνά το 74%.

Ο έλεγχος ύπαρξης αυτοσυσχέτισης πραγματοποιείται με το συντελεστή αυτοσυσχέτισης του Moran (I). Ο συντελεστής έχει την τιμή $I=0,16$ που είναι στατιστικά σημαντικά διαφορετική από το μηδέν ($z=4,96$) και οδηγεί στο συμπέρασμα πως υπάρχει χωρική αυτοσυσχέτιση.

Ο οικονομικός έλεγχος δείχνει ότι ο λόγος $\beta_0/\beta_{\text{FIRMS}}$ δείχνει το όριο ανάπτυξης ή σημείο κορεσμού των τραπεζικών υπηρεσιών (ο συντελεστής των επιχειρήσεων είναι αρνητικός). Το αντίθετο ακριβώς συμβαίνει με τον πληθυσμό όπου ο δείκτης $\beta_0/\beta_{\text{REALPOP}}$ δείχνει το πληθυσμιακό κατώφλι για τη ανάπτυξη των τραπεζικών υπηρεσιών σε μία περιοχή. Η συμπεριφορά των τραπεζών σε τυχούσα μεταβολή του αριθμού τόσο των επιχειρήσεων όσο και του πληθυσμού είναι σύμφωνα με τις ελαστικότητες στο σημείο του μέσου όρου της εξαρτημένης μεταβλητής ελαστική ($\eta > 1$).

Η στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή Moran κάνει αναγκαία την εκτίμηση της αντίστροφης εξίσωσης με το χωρικό υπόδειγμα αυτοσυσχέτισης. Η εκτίμηση με το υπόδειγμα αυτό περιλαμβάνει την εκτίμηση ενός επιπλέον όρου, του όρου της χωρικής επίδρασης που ασκούν στην ερευνώμενη κάθε φορά μονάδα οι γειτονικές μονάδες. Οι υπόλοιπες μεταβλητές του υποδείγματος είναι οι ίδιες με το υπόδειγμα χωρίς χωρική υστέρηση. Το υπόδειγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας με τη διαδικασία που περιγράφηκε στο έβδομο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης δίνονται στον πίνακα 8.2 που ακολουθεί.

Πίνακας 8.2

Αποτελέσματα εφαρμογής ML στο αντίστροφο χωρικό υπόδειγμα

BANKS=	0,05	W BANKS	+4,24	+20,68 (1/REALPOP)	-228,4 (1/FIRMS)
	(2,64)		(2,98)	(13,48)	(2,24)
	(0,02)		(1,42)	(1,53)	(101,63)
R ²	0,7713				
ΠΡΟΣΗΡΜΟΣΜΕΝΟ R ²	0,7661		σ ² (ML)	56,32	

Όπως και στο προηγούμενο υπόδειγμα όλοι οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί, ενώ παράλληλα έχει βελτιωθεί οριακά και η προσαρμογή στα στατιστικά δεδομένα. Τα πρόσημα των ερμηνευτικών μεταβλητών δεν αλλάζουν, ενώ ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης έχει στατιστικά σημαντική αλλά χαμηλή τιμή. Τούτο ερμηνεύεται πως υπάρχουν μεγάλες ομοιογενείς περιοχές. Μετά την εφαρμογή της μεθόδου μεγίστης πιθανοφάνειας η χωρική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα εξαλήφθηκε, όπως φαίνεται από την στατιστικά ασήμαντη τιμή του δείκτη Moran ($I=0,039$ και $z=0,8588$).

1.2 Το υπόδειγμα σταθερών ελαστικοτήτων με την χρησιμοποίηση μη κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων

Η εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων (OLS) στο υπόδειγμα σταθερών ελαστικοτήτων έγινε με εξαρτημένη μεταβλητή το λογάριθμο της πυκνότητας του τραπεζικού δικτύου και ερμηνευτικές τους λογαρίθμους του πραγματικού πληθυσμού της γεωγραφικής μονάδας αναφοράς σε χιλιάδες κατοίκους και του αριθμού των επιχειρήσεων που εδρεύουν στην εν λόγω γεωγραφική μονάδα. Σύμφωνα με την ενότητα 1.2 του πέμπτου κεφαλαίου οι ερμηνευτικές μεταβλητές εξειδικεύονται με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι δυνατή η χρησιμοποίηση γραμμικών υποδειγμάτων. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης δίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 8.3

Αποτελέσματα εφαρμογής OLS στο υπόδειγμα σταθερών ελαστικοτήτων

	$\ln(\text{BANKS}) =$	$-0,471 \ln(\text{REALPOP})$	$+0,771 \ln(\text{FIRMS})$
	-1,38		
	(2,04)	(5,30)	(6,72)
	(0,675)	(0,088)	(0,115)
R^2	0,4645	σ^2 (OLS)	0,9157
ΠΡΟΣΗΡΜΟΣΜΕΝΟ R^2	0,4584	σ^2 (ML)	0,8855

Σημειώνεται ότι οι τιμές σε παρένθεση κάτω από τους συντελεστές της εξίσωσης είναι οι τιμές του στατιστικού t και της τυπικής απόκλισης της κατανομής δειγματοληψίας. Ο στατιστικός έλεγχος του υποδείματος δείχνει ότι όλοι οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί αλλά η προσαρμογή του υποδείματος στα στατιστικά δεδομένα δεν είναι ικανοποιητική, αφού ο συντελεστής προσδιορισμού (R^2) είναι μικρότερος του 50% (περίπου 45%).

Ο έλεγχος ύπαρξης αυτοσυσχέτισης πραγματοποιείται με το συντελεστή αυτοσυσχέτισης του Moran (I). Ο συντελεστής έχει την τιμή $I=0,35$ που είναι στατιστικά σημαντικά διαφορετική από το μηδέν ($z=16,87$) και οδηγεί στο συμπέρασμα πως υπάρχει χωρική αυτοσυσχέτιση.

Ο οικονομικός έλεγχος δείχνει ότι η ανάπτυξη των τραπεζικών υπηρεσιών συνδέεται θετικά με την επιχειρηματική δραστηριότητα (θετική ελαστικότητα) και αρνητικά με τον πληθυσμό.

Η στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή Moran κάνει αναγκαία την εκτίμηση της εξίσωσης σταθερών ελαστικοτήτων με το χωρικό υπόδειγμα αυτοσυσχέτισης. Η εκτίμηση με το υπόδειγμα αυτό περιλαμβάνει την εκτίμηση ενός επιπλέον όρου, του όρου της χωρικής επίδρασης που ασκούν στην ερευνώμενη κάθε φορά μονάδα οι γειτονικές μονάδες. Οι υπόλοιπες μεταβλητές του υποδείματος είναι οι ίδιες με το υπόδειγμα χωρίς χωρική υστέρηση. Το υπόδειγμα εκτιμήθηκε με τη

μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας με τη διαδικασία που περιγράφηκε στο έβδομο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης δίνονται στον πίνακα 8.4 που ακολουθεί.

Πίνακας 8.4

Αποτελέσματα εφαρμογής ML στο υπόδειγμα σταθερών ελαστικοτήτων

$\ln(\text{BANKS})$	$0,09\ln(\text{BANKS})$	$-1,37$	$-0,30\ln(\text{REALPOP})$	$0,56\ln(\text{FIRMS})$
	(4,96)	(2,44)	(3,75)	(5,31)
	(0,02)	(0,56)	(0,08)	(0,10)
R^2	0,6162			
ΠΡΟΣΗΡΜΟΣΜΕΝΟ R^2	0,6075		σ^2 (ML)	0,6346

Όπως και στο προηγούμενο υπόδειγμα όλοι οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί, ενώ παράλληλα έχει βελτιωθεί σημαντικά η προσαρμογή στα στατιστικά δεδομένα. Τα πρόσημα των ερμηνευτικών μεταβλητών δεν αλλάζουν, ενώ ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης έχει στατιστικά σημαντική θετική αλλά χαμηλή τιμή. Τούτο ερμηνεύεται πως υπάρχουν μεγάλες ομοιογενείς περιοχές. Μετά την εφαρμογή της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας η χωρική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα εξαλήφθηκε, όπως φαίνεται από την στατιστικά ασήμαντη τιμή του δείκτη Moran ($I=0,059$ και $z=1,2424$).

1.3 Το αντίστροφο υπόδειγμα με την χρησιμοποίηση μη κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων

Η εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων (OLS) στο γραμμικό υπόδειγμα έγινε με εξαρτημένη μεταβλητή την πυκνότητα του τραπεζικού δικτύου και ερμηνευτικές τον πραγματικός πληθυσμός της γεωγραφικής μονάδας αναφοράς σε χιλιάδες κατοίκους και τον αριθμό

των επιχειρήσεων που εδρεύουν στην εν λόγω γεωγραφική μονάδα. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης δίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 8.5

Αποτελέσματα εφαρμογής OLS στο γραμμικό υπόδειγμα

	BANKS=	1,40	-0,17REALPOP	0,04FIRMS
		(0,64)	(4,52)	(7,91)
		(2,18)	(0,04)	(0,01)
R ²	0,4496		σ ² (OLS)	140,17
ΠΡΟΣΗΡΜΟΣΜΕΝΟ R ²	0,4434		σ ² (ML)	135,55

Σημειώνεται ότι οι τιμές σε παρένθεση κάτω από τους συντελεστές της εξίσωσης είναι οι τιμές του στατιστικού t και της τυπικής απόκλισης της κατανομής δειγματοληψίας. Ο στατιστικός έλεγχος του υποδείματος δείχνει ότι όλοι οι συντελεστές εκτός του σταθερού όρου είναι στατιστικά σημαντικοί αλλά η προσαρμογή του υποδείματος στα στατιστικά δεδομένα δεν είναι ικανοποιητική, αφού ο συντελεστής προσδιορισμού (R²) είναι περίπου 44%.

Ο έλεγχος ύπαρξης αυτοσυσχέτισης πραγματοποιείται με το συντελεστή αυτοσυσχέτισης του Moran (I). Ο συντελεστής έχει την τιμή I=0,16 που είναι στατιστικά σημαντικά διαφορετική από το μηδέν (z=7,97) και οδηγεί στο συμπέρασμα πως υπάρχει χωρική αυτοσυσχέτιση.

Ο οικονομικός έλεγχος δείχνει ότι ο λόγος δείχνει ότι η ανάπτυξη των τραπεζικών υπηρεσιών συμβαδίζει με την ανάπτυξη των επιχειρήσεων και έχει αντίστροφη σχέση με με το μέγεθος του πληθυσμού στην περιοχή.

Η στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή Moran κάνει αναγκαία την εκτίμηση της αντίστροφης εξίσωσης με το χωρικό υπόδειγμα αυτοσυσχέτισης. Η εκτίμηση με το υπόδειγμα αυτό περιλαμβάνει την εκτίμηση ενός επιπλέον όρου, του όρου της χωρικής

επίδρασης που ασκούν στην ερευνώμενη κάθε φορά μονάδα οι γειτονικές μονάδες. Οι υπόλοιπες μεταβλητές του υποδείγματος είναι οι ίδιες με το υπόδειγμα χωρίς χωρική υστέρηση. Το υπόδειγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας με τη διαδικασία που περιγράφηκε στο έβδομο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης δίνονται στον πίνακα 8.6 που ακολουθεί.

Πίνακας 8.6

Αποτελέσματα εφαρμογής ML στο γραμμικό χωρικό υπόδειγμα

BANKS=	0,06 W BANKS	-0,11	-0,14 (REALPOP)	0,04 (FIRMS)
	(1,94)	(0,04)	(3,55)	(6,01)
	(0,03)	(2,20)	(0,04)	(0,01)
R ²	0,4911			
ΠΡΟΣΗΡΜΟΣΜΕΝΟ R ²	0,4796		σ ² (ML)	56,32

Όπως και στο προηγούμενο υπόδειγμα όλοι οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί εκτός του σταθερού όρου, ενώ παράλληλα έχει βελτιωθεί οριακά και η προσαρμογή στα στατιστικά δεδομένα χωρίς όμως να ξεπερνά το 50%. Τα πρόσημα των ερμηνευτικών μεταβλητών δεν αλλάζουν, ενώ ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης έχει στατιστικά σημαντική αλλά χαμηλή τιμή. Τούτο ερμηνεύεται πως υπάρχουν μεγάλες ομοιογενείς περιοχές. Μετά την εφαρμογή της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας η χωρική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα εξαλήφθηκε, όπως φαίνεται από την στατιστικά ασήμαντη τιμή του δείκτη Moran ($I=0,051$ και $z=1,083$).

1.4 Το αντίστροφο υπόδειγμα με την χρησιμοποίηση κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων

Στην ενότητα αυτή, η εκτίμηση του χωρικού υποδείγματος γίνεται με κανονικοποιημένη μήτρα χωρικών σταθμίσεων, δηλαδή οι τελεστές

χωρικής υστέρησης έχουν κανονικοποιηθεί έτσι ώστε το άθροισμα τους κατά γραμμή να είναι μονάδα. Τούτο διότι, στο υπόδειγμα που περιγράφηκε στην πρώτη ενότητα του κεφαλαίου η στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή Moran κάνει αναγκαία την εκτίμηση της αντίστροφης εξίσωσης με το χωρικό υπόδειγμα αυτοσυσχέτισης και δεύτερον να ελεγχθεί η ποιότητα της προσαρμογής των δύο χωρικών υποδειγμάτων. Η εκτίμηση με το υπόδειγμα αυτό περιλαμβάνει όπως και στο ομόλογο του την εκτίμηση ενός επιπλέον όρου, του όρου της χωρικής επίδρασης που ασκούν στην ερευνώμενη κάθε φορά μονάδα οι γειτονικές μονάδες. Οι υπόλοιπες μεταβλητές του υποδείγματος είναι οι ίδιες με το υπόδειγμα χωρίς χωρική υστέρηση. Το υπόδειγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας με τη διαδικασία που περιγράφηκε στο έβδομο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης δίνονται στον πίνακα 8.7 που ακολουθεί.

Πίνακας 8.7

Αποτελέσματα εφαρμογής ML στο χωρικό υπόδειγμα

BANKS=	0,28	W BANKS	+4,15	+20,42 (1/REALPOP)	-238,3 (1/FIRMS)
	(2,64)		(2,89)	(12,98)	(2,37)
	(0,02)		(1,42)	(1,53)	(101,63)
R ²	0,7733				
ΠΡΟΣΗΜΟΣΜΕΝΟ R ²	0,7681			σ ² (ML)	55,83

Όπως και στο προηγούμενο υπόδειγμα όλοι οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί, ενώ παράλληλα έχει βελτιωθεί οριακά και η προσαρμογή στα στατιστικά δεδομένα. Επιπλέον, το υπόδειγμα αυτό παρουσιάζει την καλύτερη προσαρμογή από τα τρία υποδείγματα με την ίδια θεωρητική εξειδίκευση. Τα πρόσημα των ερμηνευτικών μεταβλητών δεν αλλάζουν, ενώ ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης έχει στατιστικά σημαντική και σχετικά υψηλή τιμή. Τούτο ερμηνεύεται πως ο χώρος έχει συμμετρική οργάνωση, ή είναι οργανωμένος κατά μεγάλες

γεωγραφικές ενότητες. Μετά την εφαρμογή της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας η χωρική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα εξαλήφθηκε, όπως φαίνεται από την στατιστικά ασήμαντη τιμή του δείκτη Moran ($I=0,027$ και $z=0,6678$).

1.5 Το υπόδειγμα σταθερών ελαστικοτήτων με την χρησιμοποίηση κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων

Στην ενότητα αυτή, η εκτίμηση του χωρικού υποδείγματος γίνεται με κανονικοποιημένη μήτρα χωρικών σταθμίσεων, δηλαδή οι τελεστές χωρικής υστέρησης έχουν κανονικοποιηθεί έτσι ώστε το άθροισμα τους κατά γραμμή να είναι μονάδα. Τούτο διότι, στο υπόδειγμα που περιγράφηκε στην δεύτερη ενότητα του κεφαλαίου η στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή Moran κάνει αναγκαία την εκτίμηση της εξίσωσης σταθερών ελαστικοτήτων με το χωρικό υπόδειγμα αυτοσυσχέτισης και δεύτερον να ελεγχθεί η ποιότητα της προσαρμογής των δύο χωρικών υποδειγμάτων. Η εκτίμηση με το υπόδειγμα αυτό περιλαμβάνει όπως και στο ομόλογο του την εκτίμηση ενός επιπλέον όρου, του όρου της χωρικής επίδρασης που ασκούν στην ερευνώμενη κάθε φορά μονάδα οι γειτονικές μονάδες. Οι υπόλοιπες μεταβλητές του υποδείγματος είναι οι ίδιες με το υπόδειγμα χωρίς χωρική υστέρηση. Το υπόδειγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας με τη διαδικασία που περιγράφηκε στο έβδομο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης δίνονται στον πίνακα 8.8 που ακολουθεί.

Πίνακας 8.8

Αποτελέσματα εφαρμογής ML στο χωρικό υπόδειγμα

$\ln(\text{BANKS})$	0,61	$\ln(\text{BANKS})$	-1,73	$-0,25\ln(\text{REALPOP})$	$+0,57\ln(\text{FIRMS})$
	(6,14)		(3,32)	(3,33)	(6,05)
	(0,10)		(0,52)	(0,08)	(0,09)
R^2	0,6748				
ΠΡΟΣΗΡΜΟΣΜΕΝΟ R^2	0,6674			σ^2 (ML)	

Όπως και στο προηγούμενο υπόδειγμα όλοι οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί, ενώ παράλληλα έχει βελτιωθεί σημαντικότητα και η προσαρμογή στα στατιστικά δεδομένα. Επιπλέον, το υπόδειγμα αυτό παρουσιάζει την καλύτερη προσαρμογή από τα τρία υποδείγματα με την ίδια θεωρητική εξειδίκευση. Τα πρόσημα των ερμηνευτικών μεταβλητών δεν αλλάζουν, ενώ ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης έχει στατιστικά σημαντική και υψηλή τιμή. Τούτο ερμηνεύεται πως ο χώρος έχει συμμετρική οργάνωση, ή είναι οργανωμένος κατά μεγάλες γεωγραφικές ενότητες. Μετά την εφαρμογή της μεθόδου μεγίστης πιθανοφάνειας η χωρική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα εξαλήφθηκε, όπως φαίνεται από την στατιστικά ασήμαντη τιμή του δείκτη Moran ($I=0,015$ και $z=0,0092$).

1.6 Το γραμμικό υπόδειγμα με την χρησιμοποίηση κανονικοποιημένης μήτρας χωρικών σταθμίσεων

Στην ενότητα αυτή, η εκτίμηση του χωρικού υποδείγματος γίνεται με κανονικοποιημένη μήτρα χωρικών σταθμίσεων, δηλαδή οι τελεστές χωρικής υστέρησης έχουν κανονικοποιηθεί έτσι ώστε το άθροισμα τους κατά γραμμή να είναι μονάδα. Τούτο διότι, στο υπόδειγμα που περιγράφηκε στην τρίτη ενότητα του κεφαλαίου η στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή Moran κάνει αναγκαία την εκτίμηση της

εξίσωσης σταθερών ελαστικότητων με το χωρικό υπόδειγμα αυτοσυσχέτισης και δεύτερον να ελεγχθεί η ποιότητα της προσαρμογής των δύο χωρικών υποδειγμάτων. Η εκτίμηση με το υπόδειγμα αυτό περιλαμβάνει όπως και στο ομόλογο του την εκτίμηση ενός επιπλέον όρου, του όρου της χωρικής επίδρασης που ασκούν στην ερευνώμενη κάθε φορά μονάδα οι γειτονικές μονάδες. Οι υπόλοιπες μεταβλητές του υποδείματος είναι οι ίδιες με το υπόδειγμα χωρίς χωρική υστέρηση. Το υπόδειγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας με τη διαδικασία που περιγράφηκε στο έβδομο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης δίνονται στον πίνακα 8.9 που ακολουθεί.

Πίνακας 8.9

Αποτελέσματα εφαρμογής ML στο χωρικό υπόδειγμα

BANKS	0,38	BANKS	-0,92	-0,13	REALPOP	0,03	FIRMS	
	(2,41)		(0,41)		(3,34)		(6,23)	
	(0,15)		(2,23)		(0,04)		(0,01)	
R ²	0,5166							
ΠΡΟΣΗΡΜΟΣΜΕΝΟ R ²	0,5057						σ ² (ML)	119,03

Όπως και στο προηγούμενο υπόδειγμα όλοι οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί εκτός του σταθερού όρου, ενώ παράλληλα έχει βελτιωθεί και η προσαρμογή στα στατιστικά δεδομένα, φεπέρασε το 50%. Επιπλέον, το υπόδειγμα αυτό παρουσιάζει την καλύτερη προσαρμογή από τα τρία υποδείγματα με την ίδια θεωρητική εξειδίκευση. Τα πρόσημα των ερμηνευτικών μεταβλητών δεν αλλάζουν, ενώ ο συντελεστής χωρικής αυτοσυσχέτισης έχει στατιστικά σημαντική και μάλλον υψηλή τιμή. Τούτο ερμηνεύεται πως ο χώρος έχει συμμετρική οργάνωση, ή είναι οργανωμένος κατά μεγάλες γεωγραφικές ενότητες. Μετά την εφαρμογή της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας η χωρική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα εξαλήφθηκε, όπως φαίνεται από την στατιστικά ασήμαντη τιμή του δείκτη Moran ($I=0,039$ και $z=0,8605$).

2. Επιλογή του καταλληλότερου υποδείγματος. Συμπεράσματα

2.1 Επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης

Μετά την ανάλυση των οικονομετρικών εκτιμήσεων που αφορούν στις εννέα εξειδικεύσεις για τη ανάπτυξη των τραπεζικών στο χώρο, επιλέγεται στην ενότητα αυτή η επιλογή του πιο κατάλληλου υποδείγματος. Το κριτήριο είναι οι συντελεστές προσδιορισμού. Εδώ πρέπει να σημειωθούν δύο μετασχηματισμοί που έχουν γίνει στα δεδομένα των λογαριθμικών υποδειγμάτων.

Ο πρώτος μετασχηματισμός είναι η κατά Box - Cox μετατόπιση κατά μία μονάδα προκειμένου να είναι δυνατή η λογαριθμοποίηση του λόγου της πυκνότητας του τραπεζικού δικτύου. Ο δεύτερος μετασχηματισμός είναι ο προταθείς στο έβδομο κεφάλαιο προκειμένου να είναι συγκρίσιμοι οι συντελεστές προσδιορισμού.

Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό, η καλύτερη εξίσωση είναι το αντίστροφο υπόδειγμα με χωρικές επιδράσεις που χρησιμοποιεί τη κανονικοποιημένη μήτρα χωρικών σταθμίσεων. Σε γενικές γραμμές τα αντίστροφα υποδείγματα συμπεριφέρονται καλύτερα από όλα τα άλλα ανεξάρτητα από την υπόθεση περί χωρικής εξάρτησης και της ακριβούς εξειδίκευσης της. Βέβαια, η εισαγωγή της χωρικής μεταβλητής βελτιώνει την επίδοση όλων των υποδειγμάτων ανεξαιρέτως. Περισσότερο όμως αυτών που χωρίς την εισαγωγή της μεταβλητής του χώρου σημειώνουν φτωχές επιδόσεις.

2.2 Συνοπτική παρουσίαση της επιλεγείσας εξίσωσης

Η συγκεκριμένη εξίσωση είναι ενδεικτική της συμπεριφοράς των τραπεζών να αντιμετωπίζουν τον πληθυσμό κυρίως ως πηγή κεφαλαίων και τις επιχειρήσεις ως χρήση των αντληθέντων κεφαλαίων. Αυτό βέβαια παρά τη σύνθετη λειτουργία και των δύο παραγόντων.

Η αρνητική ελαστικότητα των επιχειρήσεων δείχνει ότι ως προς τις επιχειρήσεις στο Λεκανοπέδιο οι τράπεζες δείχνουν μία τάση να μην επεκτείνουν απεριόριστα τη δραστηριότητα τους. Τούτο έρχεται σε συμφωνία με την τάση των τραπεζών που επισημάνθηκε στο δεύτερο κεφάλαιο να συρρικνώνουν το δίκτυο τους, ή να αλλάζουν τη μορφή των καταστημάτων τους (π.χ. περιορισμός των θυρίδων και λιγότερα μεγάλα καταστήματα).

Το άλλο σημαντικό συμπέρασμα που συνάγεται είναι ότι καλύτερη συμπεριφορά είχαν τα χωρικά υποδείγματα που χρησιμοποίησαν την κανονικοποιημένη μήτρα των χωρικών σταθμίσεων. Τα αναλυτικά αποτελέσματα που επιβεβαιώνουν αυτό το γεγονός δίνονται στο παράρτημα του κεφαλαίου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ

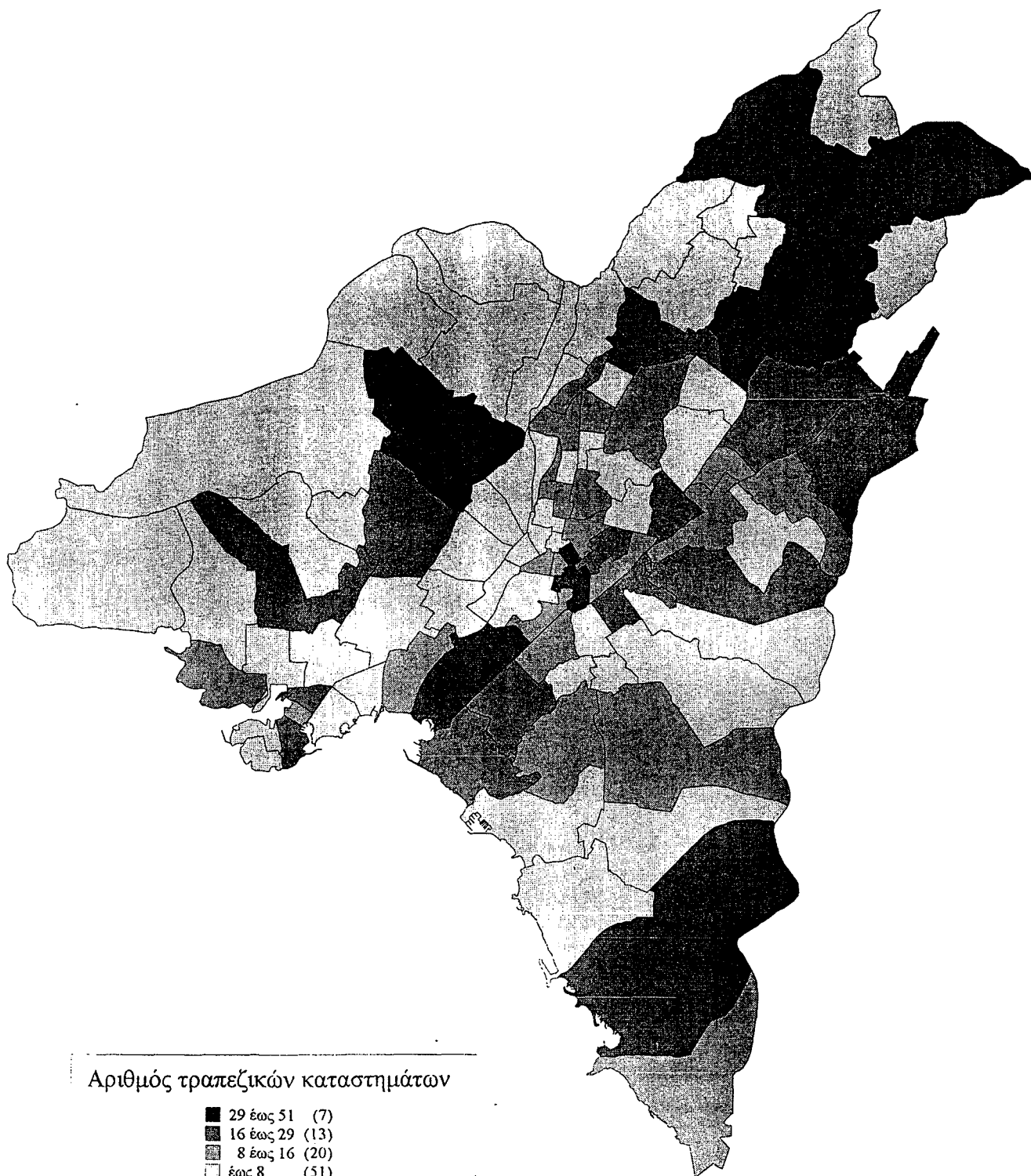
- Αιγυπτιάδης, Α., *Εισαγωγή στις χρηματοδοτήσεις, Οργανισμός Προώθησης Εξαγωγών, Ινστιτούτο Εξαγωγικών Σπουδών, Αθήνα 1991.*
- Αναστασιάδης, Α., Ι., *Μαθηματικά μοντέλα του αστικού χώρου, ΑΠΘ 1986.*
- Δρεττάκης, Μ., *Γραμμική Αλγεβρα, Παπαζήσης, Αθήνα 1975.*
- Δρεττάκης, Μ., *Θεωρητική Οικονομετρία, Παπαζήσης, Αθήνα 1975, 1979, τομ. Α και Β.*
- Κούσια, Β. *Βασικές αρχές του μάρκετινγκ τραπεζικών υπηρεσιών, Αγροτική Τράπεζα της Ελλάδος, Αθήνα 1992.*
- Κιντής, Α., Α., *Οικονομετρία τομ. Α, Gutenberg, 1997.*
- Λαμπράκη, Δ., Π., *Στατιστική, Αθήνα, 1980.*
- Παπαδασκαλόπουλου, Α., Δ., *Ποσοτικές μέθοδοι περιφερειακής ανάλυσης, Παπαζήσης, 1996.*
- Παρασκευάς, Μ., *Τραπεζικές Εργασίες, Εθνική Τράπεζα της Ελλάδας.*
- Πολυδωρίδη, Ν., *Ερευνητική Ομάδα Πανεπιστημίου, Η αξία γης στον αστικό χώρο, Θέματα Προγραμματισμού, ΚΕΠΕ, 1985.*
- Ρόκου, Κ., *Σημειώσεις Περιφερειακής Ανάλυσης: Ταξονομική Ανάλυση, Εκδοση Ινστιτούτου περιφερειακής Ανάπτυξης, 1988.*
- Σάλλας, Μ., Ραγκούση, Στ., *Χρήμα και χρηματοπιστωτικό σύστημα , φορείς και προϊόντα στην αγορά χρήματος και κεφαλαίου, Πάντειο Πανεπιστήμιο, Πανεπιστημιακές Παραδόσεις, Αθήνα 1988.*
- Στενημαχίτης, Κ., *Τραπεζικές καταθέσεις, Εθνική Τράπεζα της Ελλάδος, Αθήνα 1991.*

ΞΕΝΗ.

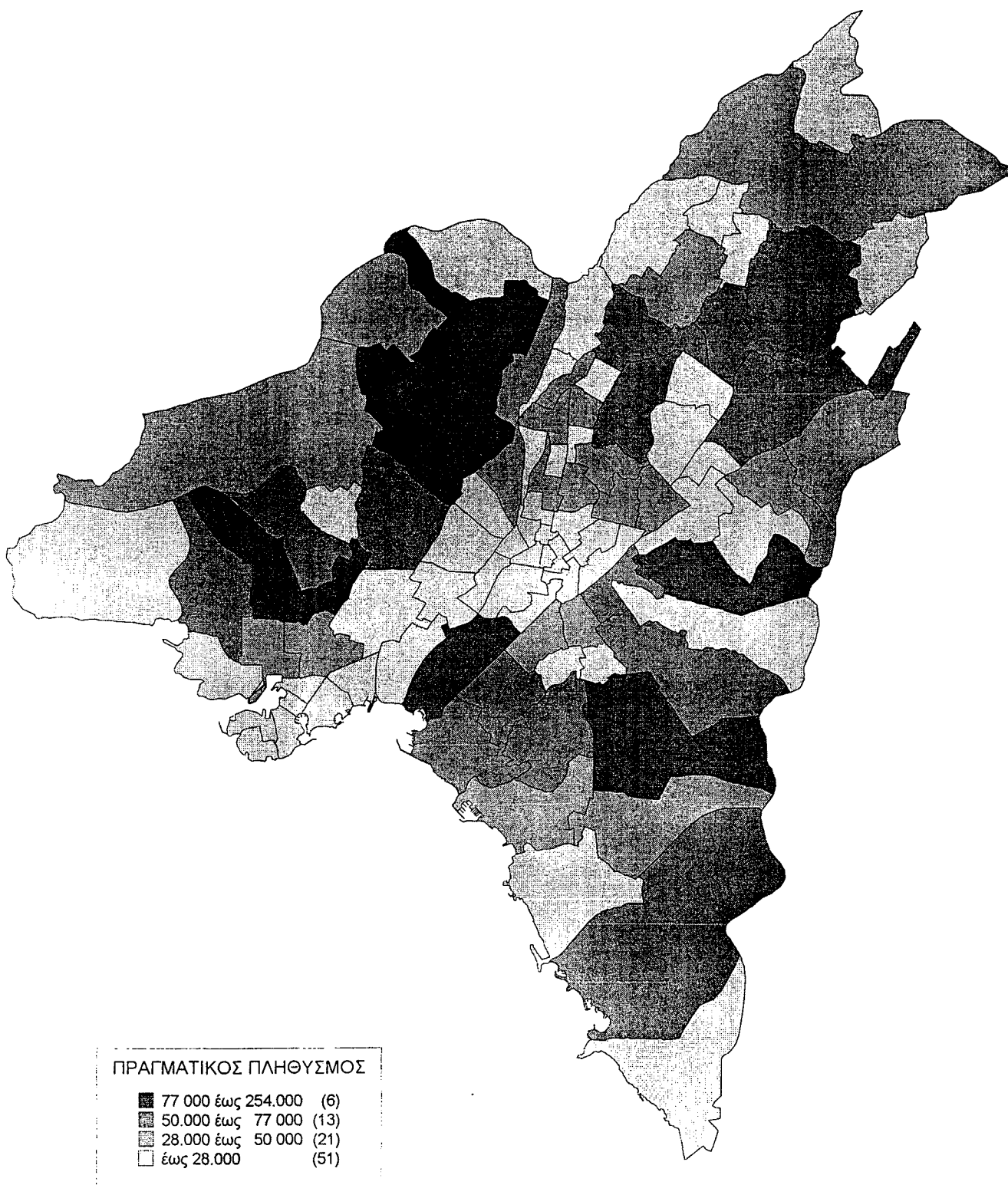
- Anselin, L., *Spatial Econometrics, Methods and Models*, Kluwer, 1988.
- Anselin, L., Getis, A., Spatial statistical analysis and geographic information systems, *The Annals of Regional Science*, Vol. 26, 1992, No. 1.
- Bailly, A., S., Coffey, W., J., Paelinck, J., H., P., Polese, M., *Spatial Econometrics of Services*, Avebury, 1992.
- Bennett, *Spatial Time Series*, Pion, 1979.
- Blommstein, H., J., *Specification and Estimation of Spatial Econometric models*, *Regional Science and Urban Economics*, 13, 251-270, 1983.
- Cliff, A., D., Ord, J., K., *Spatial processes, models and applications*, Pion, 1981.
- Dicken, P., Lloyd, P., E., *Location in space, Theoretical perspectives in Economic Geography*, Harper Collins Publishers, 1990.
- Casetti, E., The expansion method, mathematical modeling and spatial econometrics, *International Regional Science Review*, Vol. 20, No. 1, 1997.
- Fischer, M., M., Nijkamp, P., Geographic information systems and spatial analysis, *The Annals of Regional Science*, Vol. 26, 1992, No. 1.
- Goldberger, A., S., *Econometrics*, Harvard University Press, 1994.
- Griffith, D., The boundary problem in Spatial Statistical analysis, *Journal of Regional Science*, Vol. 23, No. 3, 1983.
- Lewis, P., *Maps and Statistics*, Methuen, London, 1977.
- Makrydakis, Wheelwright, McGee, *Forecasting, Methods and Applications*, John Wiley, 1983.
- Sheppard, J., B., Boots, B., N., Gravity parameter estimation, *Economic Geography*, Vol. 54, No., 1, 1979.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ
ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 6

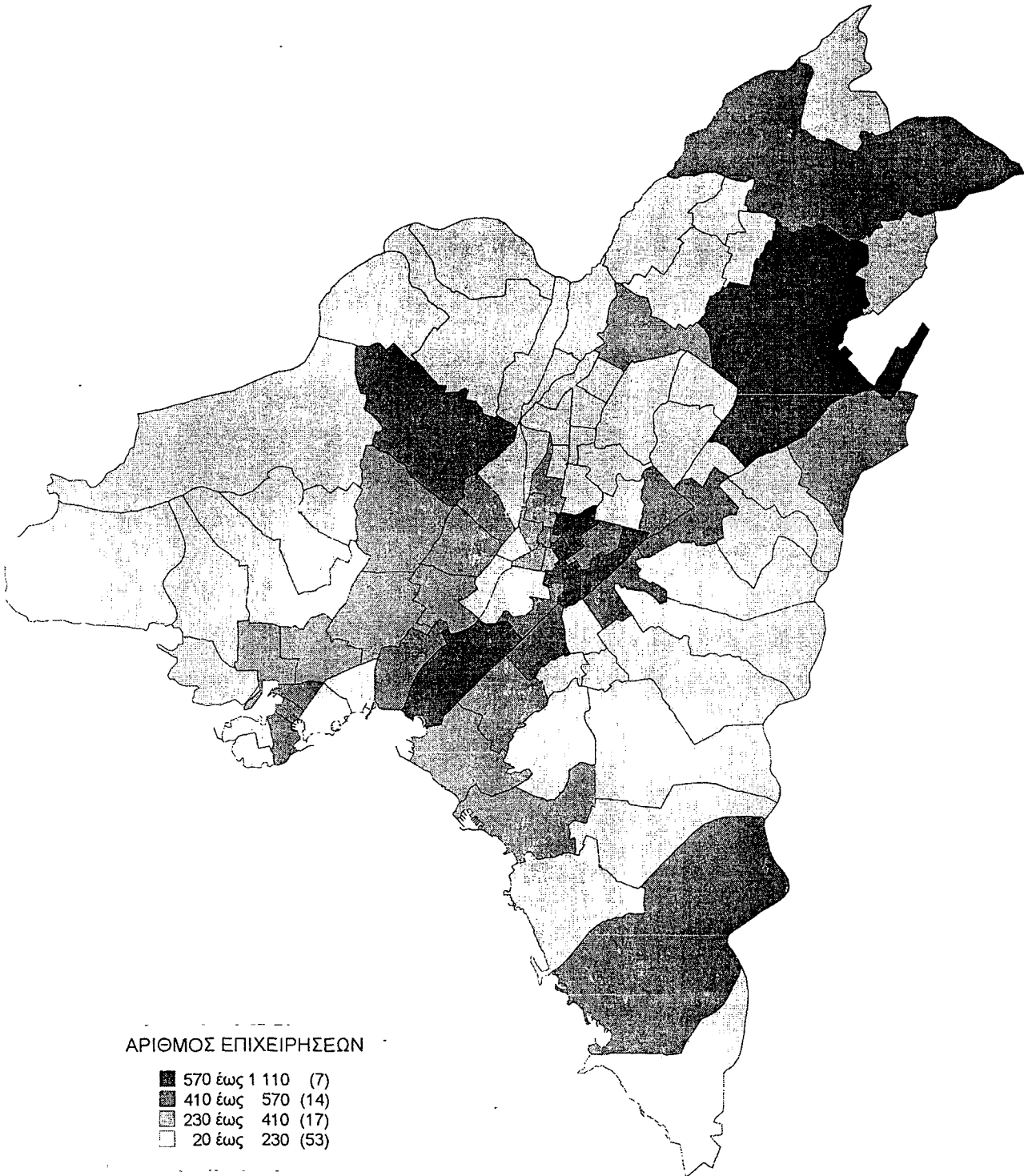
ΧΑΡΤΗΣ 1
ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΡΑΠΕΖΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΩΝ



ΧΑΡΤΗΣ 2
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ



ΧΑΡΤΗΣ 3
ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ



ΠΕΡΙΟΧΗ	ΟΜΟΡΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ	ΤΡΑΠΕΖΕΣ	ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΔΙΚΤΥΟΥ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	ΧΕΙΡΗΣΕΙΣ	ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ	ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ
ΒΥΡΩΝΑΣ	5	7	0,78	59744	122	9,00	15,39
ΓΑΛΑΤΣΙΟΝ	7	9	2,06	54791	162	4,37	10,32
ΔΑΦΝΗ	5	5	4,57	20859	60	1,09	5,37
ΖΩΓΡΑΦΟΣ	5	16	2,20	83863	124	7,27	15,04
ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ	5	11	0,89	77550	220	12,35	18,49
ΚΑΙΣΑΡΙΑΝΗ	3	7	0,90	27481	106	7,77	16,63
ΝΕΑ ΦΙΛΑΔΕΛΦΕΙΑ	5	5	1,76	24420	167	2,84	8,57
ΝΕΑ ΧΑΛΚΗΔΩΝ	4	2	2,29	9877	84	0,87	5,85
ΤΑΥΡΟΣ	6	5	2,08	14544	273	2,40	8,36
ΥΜΗΤΤΟΣ	7	1	0,95	11294	52	1,06	5,04
ΑΓΙΑ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ	2	18	2,46	46446	318	7,31	13,00
ΑΜΑΡΟΥΣΙΟΝ	7	31	2,30	60871	753	13,47	18,66
ΗΡΑΚΛΕΙΟΝ	5	7	1,53	40812	158	4,58	11,13
ΚΗΦΙΣΙΑ	6	30	1,25	35468	412	24,03	29,38
ΜΕΛΙΣΣΙΑ	2	2	0,50	11968	66	4,03	10,15
ΜΕΤΑΜΟΡΦΩΣΙΣ	5	3	0,54	20568	109	5,58	12,02
ΝΕΑ ΕΡΥΘΡΑΙΑ	1	6	1,01	12358	92	5,93	13,61
ΝΕΑ ΙΩΝΙΑ	8	19	4,52	58547	279	4,20	11,55
ΝΕΟΝ ΨΥΧΙΚΟΝ	4	15	13,41	10521	183	1,12	5,18
ΠΑΠΑΓΟΣ	3	1	0,26	13485	41	3,92	11,40
ΠΕΥΚΗ	4	6	3,20	17513	54	1,88	7,60
ΦΙΛΟΘΗ	5	0	0,00	7174	52	2,18	6,47
ΧΑΛΑΝΔΡΙΟΝ	6	22	2,40	67897	628	9,18	19,60
ΧΟΛΑΡΓΟΣ	5	11	2,78	33014	159	3,96	11,49
ΨΥΧΙΚΟΝ	6	0	0,00	9496	83	3,03	7,40
ΛΥΚΟΒΡΥΣΙΣ	4	1	0,54	5655	84	1,84	7,06
ΑΓΙΑ ΒΑΡΒΑΡΑ	4	3	1,45	27538	20	2,06	6,57
ΑΓΙΟΙ ΑΝΑΡΓΥΡΟΙ	6	5	1,60	30681	108	3,12	10,63
ΑΙΓΑΛΕΩ	6	16	2,44	76521	330	6,55	11,07
ΚΑΜΑΤΕΡΟΝ	2	1	0,17	16864	36	5,96	11,88
ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ	3	6	1,17	61069	69	5,12	12,58
ΝΕΑ ΛΙΟΣΙΑ	4	6	0,61	81777	125	9,85	20,32

ΠΕΡΙΟΧΗ	ΟΜΟΡΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ	ΤΡΑΠΕΖΕΣ	ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΔΙΚΤΥΟΥ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	ΧΕΙΡΗΣΕΙΣ	ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ	ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ
ΠΕΡΙΣΤΕΡΙΟΝ	7	30	2,70	253497	539	11,10	16,03
ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΙΣ	3	4	0,59	37409	27	6,83	11,53
ΧΑΙΔΑΡΙΟΝ	8	5	0,22	40919	100	22,66	27,25
ΑΓΙΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ	4	10	1,87	55862	228	5,33	11,91
ΑΛΙΜΟΣ	5	7	1,21	32508	314	5,81	19,76
ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΙΣ	4	7	0,88	38327	194	7,95	16,76
ΒΟΥΛΑ	1	8	0,84	18362	90	9,55	20,49
ΓΛΥΦΑΔΑ	3	29	1,21	64641	492	24,03	28,40
ΕΛΛΗΝΙΚΟΝ	3	4	0,52	11659	109	7,67	17,39
ΚΑΛΛΙΘΕΑ	7	34	6,98	110521	879	4,87	11,76
ΝΕΑ ΣΜΥΡΝΗ	5	21	5,94	76908	354	3,53	8,94
ΠΑΛΑΙΟΝ ΦΑΛΗΡΟΝ	4	20	4,08	63509	370	4,90	14,69
ΠΕΡΑΜΑ	2	2	0,14	19305	90	14,81	16,30
ΔΡΑΠΕΤΣΩΝΑ	2	9	2,94	12536	108	3,06	9,23
ΣΕΠΟΛΙΑ	5	3	3,58	24524	87	0,84	5,76
ΛΑΜΠΡΙΝΗ	3	0	0,00	17900	72	0,91	4,35
ΝΕΟΣ ΚΟΣΜΟΣ	6	9	4,80	46087	435	1,87	6,20
ΠΑΓΚΡΑΤΙ	6	21	10,72	51063	565	1,96	9,53
ΓΟΥΔΙ	6	13	4,30	23967	419	3,02	10,47
ΑΜΠΕΛΟΚΗΠΟΙ	5	22	12,57	49883	538	1,75	6,09
ΓΚΥΖΗ-ΑΛΕΞΑΝΔΡΑΣ	6	6	4,15	44221	135	1,45	5,72
ΑΝΩ ΚΥΨΕΛΗ	6	6	3,43	42235	82	1,75	7,43
ΚΥΨΕΛΗ-Φ. ΝΕΥΡΗ	4	15	12,62	30522	207	1,19	4,83
ΚΥΨΕΛΗ-ΚΟΛΙΑΤΣΟΥ	6	3	5,97	16416	57	0,50	3,60
ΑΝΩ ΠΑΤΗΣΙΑ	6	9	5,11	34994	217	1,76	8,80
ΚΑΤΩ ΠΑΤΗΣΙΑ	7	10	8,02	41315	155	1,25	5,59
ΠΛΑΤΕΙΑ ΑΜΕΡΙΚΗΣ	4	7	14,86	21634	84	0,47	2,89
ΠΛΑΤΕΙΑ ΒΙΚΤΩΡΙΑΣ	7	11	11,52	38350	317	0,95	6,32
ΚΟΛΩΝΟΣ	4	6	3,11	42227	152	1,93	7,27
ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΠΛΑΤΩΝΟΣ	4	4	2,44	19615	296	1,64	5,45
ΒΟΤΑΝΙΚΟΣ	5	3	1,15	5591	321	2,61	6,75
ΚΑΤΩ ΠΕΤΡΑΛΩΝΑ	5	3	3,03	18995	97	0,99	5,06

ΠΕΡΙΟΧΗ	ΟΜΟΡΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ	ΤΡΑΠΕΖΕΣ	ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΔΙΚΤΥΟΥ	ΠΑΝΘΥΣΜΟΣ	ΧΕΙΡΗΣΕΙΣ	ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ	ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ
ΑΝΩ ΠΕΤΡΑΛΩΝΑ	6	6	3,26	19225	85	1,84	6,62
ΚΟΥΚΑΚΙ	4	13	14,18	20333	412	0,92	6,34
ΓΟΥΒΑ	7	6	4,56	28097	156	1,32	5,03
ΣΥΝΤΑΓΜΑ	6	30	42,00	1307	621	0,71	5,08
ΨΥΡΗ-ΜΟΝΑΣΤΗΡΑΚΙ	6	10	24,56	1534	243	0,41	2,91
ΚΕΡΑΜΕΙΚΟΣ	5	2	4,04	8484	107	0,49	2,92
ΜΕΤΑΘΟΥΡΓΕΙΟ	5	3	7,10	6894	238	0,42	3,60
ΠΛΑΤΕΙΑ ΒΑΘΗΣ	5	7	12,57	19413	279	0,56	3,56
ΧΑΥΤΕΙΑ	6	7	28,68	1141	537	0,24	2,47
ΑΓΟΡΑ	4	15	67,57	240	387	0,22	2,22
ΕΞΑΡΧΕΙΑ	7	8	8,48	21851	704	0,94	5,02
ΝΕΑΠΟΛΗ	5	19	17,40	16787	562	1,09	5,59
ΚΟΛΩΝΑΚΙ	6	11	8,44	13673	591	1,30	6,71
ΚΛΑΥΘΜΩΝΟΣ	6	51	117,87	274	1101	0,43	3,93
ΤΕΡΨΙΘΕΑ	3	14	42,58	4314	471	0,33	2,63
ΥΔΡΑΪΙΚΑ	2	4	5,14	10619	157	0,78	7,02
ΚΑΛΛΙΠΟΛΗ	2	2	2,56	21850	32	0,78	4,34
ΝΕΟ ΦΑΛΗΡΟ	4	4	3,02	9958	69	1,32	7,94
ΤΑΜΠΟΥΡΙΑ-ΜΑΝΙΑΤΙΚΑ	5	4	1,75	33522	299	2,28	9,06
ΚΑΣΤΕΛΛΑ-ΠΡΟΦΗΤΗΣ ΗΛΙΑΣ	3	3	2,32	25534	164	1,29	8,12
ΒΡΥΩΝΗ-ΦΡΕΑΤΤΥΛΑ	3	20	23,45	26128	547	0,85	6,22
ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΘΕΑΤΡΟ-ΛΙΜΑΝΙ	4	22	34,36	9863	463	0,64	4,27
ΜΟΣΧΑΤΟΝ	4	8	2,91	21441	412	2,75	8,05
ΚΕΡΑΤΣΙΝΙΟΝ	5	2	0,32	71982	99	6,27	13,05
ΝΙΚΑΙΑ	8	17	2,37	85895	145	7,18	18,22
ΑΓΙΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ ΡΕΝΤΗΣ	6	6	1,32	13334	319	4,54	10,88
ΚΑΜΙΝΙΑ	5	2	0,73	40838	232	2,74	41,44

ΑΑ ΧΩΡΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1 ΒΥΡΩΝΑΣ	0	0	0	0	0,2	0,2	0	0	0	0,2	0
2 ΓΑΛΑΤΣΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3 ΔΑΦΝΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0
4 ΖΩΓΡΑΦΟΣ	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0	0
5 ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0
6 ΚΑΙΣΑΡΙΑΝΗ	0,333333333	0	0	0,333333333	0	0	0	0	0	0	0
7 ΝΕΑ ΦΙΛΑΔΕΛΦΕΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0
8 ΝΕΑ ΧΑΛΚΗΔΩΝ	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0
9 ΤΑΥΡΟΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10 ΥΜΗΤΤΟΣ	0,142857143	0	0,142857143	0	0,142857143	0	0	0	0	0	0
11 ΑΓΙΑ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12 ΑΜΑΡΟΥΣΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13 ΗΡΑΚΛΕΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14 ΚΗΦΙΣΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15 ΜΕΛΙΣΣΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16 ΜΕΤΑΜΟΡΦΩΣΙΣ	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0
17 ΝΕΑ ΕΡΥΘΡΑΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18 ΝΕΑ ΙΓΝΙΑ	0	0,125	0	0	0	0	0,125	0	0	0	0
19 ΝΕΟΝ ΨΥΧΙΚΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20 ΠΑΠΑΓΟΣ	0	0	0	0,333333333	0	0	0	0	0	0	0
21 ΠΕΥΚΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22 ΦΙΛΟΘΕΗ	0	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23 ΧΑΛΑΝΔΡΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24 ΧΟΛΑΡΤΟΣ	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0	0	0,166666667
25 ΨΥΧΙΚΟΝ	0	0,166666667	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2
26 ΛΥΚΟΒΡΥΣΙΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27 ΑΓΙΑ ΒΑΡΒΑΡΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28 ΑΓΙΟΙ ΑΝΑΓΥΡΟΙ	0	0	0	0	0	0,166666667	0,166666667	0	0	0	0
29 ΑΙΓΡΑΕΩ	0	0	0	0	0	0	0	0,166666667	0	0	0
30 ΚΑΜΑΤΕΡΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31 ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32 ΝΕΑ ΛΙΘΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33 ΠΕΡΙΣΤΕΡΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34 ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΙΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35 ΧΑΙΔΑΡΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36 ΑΓΙΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0,25	0
37 ΑΛΙΜΟΣ	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0	0

ΑΑ ΧΩΡΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
1 ΒΥΡΩΝΑΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2 ΓΑΛΑΤΕΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3 ΔΑΦΝΗ	0	0,2	0,2	0	0	0	0	0	0	0,2	0
4 ΖΩΓΡΑΦΟΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5 ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ	0	0,2	0,2	0,2	0,2	0	0	0	0	0	0
6 ΚΑΙΣΑΡΙΑΝΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7 ΝΕΑ ΦΙΛΑΔΕΛΦΕΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8 ΝΕΑ ΧΑΛΚΗΔΩΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9 ΤΑΥΡΟΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0,166666667	0	0
10 ΥΜΗΤΤΟΣ	0	0,142857143	0,142857143	0	0	0	0	0	0	0	0
11 ΑΓΙΑ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12 ΑΜΑΡΟΥΣΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13 ΗΡΑΚΛΕΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14 ΚΗΦΙΣΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15 ΜΕΛΙΣΣΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16 ΜΕΤΑΜΟΡΦΩΣΙΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17 ΝΕΑ ΕΡΥΘΡΑΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18 ΝΕΑ ΙΩΝΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19 ΝΕΟΝ ΨΥΧΙΚΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20 ΠΑΠΑΓΟΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21 ΠΕΥΚΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22 ΦΙΛΟΘΕΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23 ΧΑΛΑΝΔΡΙΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24 ΧΟΛΑΡΙΟΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25 ΨΥΧΙΚΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26 ΛΥΚΟΒΡΥΕΙΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27 ΑΓΙΑ ΒΑΡΒΑΡΑ	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28 ΑΓΙΟΙ ΑΝΑΓΥΡΟΙ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29 ΑΙΓΑΛΩ	0	0,166666667	0,166666667	0	0	0	0	0	0	0	0
30 ΚΑΜΑΤΕΡΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31 ΚΟΥΔΑΛΛΟΣ	0	0,333333333	0,333333333	0	0	0	0	0	0	0	0
32 ΝΕΑ ΛΙΟΣΙΑ	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33 ΠΕΡΙΣΤΕΡΙΟΝ	0,142857143	0,142857143	0,142857143	0	0	0	0	0	0	0	0
34 ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΙΣ	0	0,333333333	0,333333333	0	0	0	0	0	0	0	0
35 ΧΑΙΔΑΡΙΟΝ	0,125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36 ΑΓΙΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25
37 ΑΛΙΜΟΣ	0	0	0,2	0	0,2	0	0	0,2	0	0	0,2

	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
ΑΑ ΧΩΡΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ											
38 ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΙΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39 ΒΟΥΛΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40 ΓΛΥΦΑΔΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41 ΕΛΛΗΝΙΚΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42 ΚΑΛΛΙΘΕΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43 ΝΕΑ ΣΜΥΡΝΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44 ΠΑΛΛΙΟΝ ΦΑΛΗΡΟΝ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45 ΠΕΡΑΜΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
46 ΔΡΑΠΕΤΣΩΝΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47 ΣΕΠΟΛΙΑ	0	0	0	0	0,2	0,2	0	0	0	0	0
48 ΛΑΜΠΡΙΝΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49 ΝΕΟΣ ΚΟΣΜΟΣ	0,16666667	0,16666667	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50 ΠΑΓΚΡΑΤΙ	0,16666667	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16666667
51 ΓΟΥΔΙ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16666667
52 ΑΜΠΕΛΟΚΗΠΟΙ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2
53 ΓΚΥΖΗ-ΑΛΕΞΑΝΔΡΑΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16666667	0,16666667	0,16666667
54 ΑΝΩ ΚΥΨΕΛΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55 ΚΥΨΕΛΗ-Φ. ΝΕΓΡΗ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56 ΚΥΨΕΛΗ-ΚΟΛΙΑΤΣΟΥ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57 ΑΝΩ ΠΑΤΗΣΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58 ΚΑΤΩ ΠΑΤΗΣΙΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59 ΠΛΑΤΕΙΑ ΑΜΕΡΙΚΗΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60 ΠΛΑΤΕΙΑ ΒΙΚΤΩΡΙΑΣ	0	0	0	0	0,142857143	0,142857143	0	0	0,142857143	0	0
61 ΚΟΛΩΝΟΣ	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0
62 ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΠΛΑΤΩΝΟΣ	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0
63 ΒΟΤΑΝΙΚΟΣ	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0	0	0
64 ΚΑΤΩ ΠΕΤΡΑΛΩΝΑ	0	0	0	0,2	0	0	0	0,2	0	0	0
65 ΑΝΩ ΠΕΤΡΑΛΩΝΑ	0	0,16666667	0,16666667	0	0	0	0	0,16666667	0	0	0
66 ΚΟΥΚΑΚΙ	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0
67 ΓΟΥΒΑ	0	0,142857143	0	0	0	0	0	0	0	0,142857143	0
68 ΣΥΝΤΑΓΜΑ	0,16666667	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16666667	0
69 ΨΥΡΗ-ΜΟΝΑΣΤΗΡΑΚΙ	0	0	0	0,16666667	0,16666667	0	0,16666667	0,16666667	0	0	0
70 ΚΕΡΑΜΕΙΚΟΣ	0	0	0,2	0	0,2	0	0	0	0	0	0
71 ΜΕΤΑΘΟΥΡΓΕΙΟ	0	0	0,2	0,2	0	0,2	0,2	0	0	0	0
72 ΠΛΑΤΕΙΑ ΒΑΘΗΣ	0	0	0	0	0,2	0	0,2	0	0,2	0	0
73 ΧΑΥΤΕΙΑ	0	0	0,16666667	0	0,16666667	0,16666667	0	0,16666667	0,16666667	0	0
74 ΑΓΟΡΑ	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0,25	0	0

AA ΧΩΡΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
75 ΕΞΑΡΧΕΙΑ	0,142857143	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
76 ΝΕΑΠΟΛΗ	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
77 ΚΟΛΩΝΑΚΙ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
78 ΚΛΑΥΘΜΟΝΟΣ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
79 ΤΕΡΨΙΘΕΑ	0	0	0	0	0	0	0,333333333	0,333333333	0,333333333	0	0
80 ΥΔΡΑΪΙΚΑ	0	0	0	0,5	0	0	0	0,5	0	0	0
81 ΚΑΛΛΙΠΟΛΗ	0	0	0,5	0	0	0	0	0,5	0	0	0
82 ΝΕΟ ΦΑΛΗΡΟ	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0,25	0
83 ΤΑΜΠΟΥΡΙΑ-ΜΑΝΙΑΤΙΚΑ	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0,2
84 ΚΑΣΤΕΛΛΑ-ΠΡΟΦΗΤΗΣ ΗΛΙΑΣ	0	0,333333333	0	0	0,333333333	0	0	0	0,333333333	0	0
85 ΒΡΥΩΝΗ-ΦΡΕΑΤΤΥΔΑ	0	0,333333333	0,333333333	0,333333333	0	0	0	0	0	0	0
86 ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΘΕΑΤΡΟ-ΛΙΜΑΝΙ	0	0,25	0	0	0	0,25	0,25	0	0	0	0
87 ΜΟΕΧΑΤΟΝ	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0
88 ΚΕΡΑΤΣΙΝΙΟΝ	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0
89 ΝΙΚΑΙΑ	0	0	0	0	0	0,125	0	0	0	0	0,125
90 ΑΓΙΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ ΠΕΝΤΗΣ	0	0	0	0	0,166666667	0	0	0	0	0,166666667	0
91 ΚΑΜΙΝΙΑ	0	0	0	0	0,2	0,2	0	0	0,2	0	0

AA ΧΩΡΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ	89	90	91
1 ΒΥΡΩΝΑΣ	0	0	0
2 ΓΑΛΑΤΣΙΟΝ	0	0	0
3 ΔΑΦΝΗ	0	0	0
4 ΖΩΓΡΑΦΟΣ	0	0	0
5 ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ	0	0	0
6 ΚΑΙΣΑΡΙΑΝΗ	0	0	0
7 ΝΕΑ ΦΙΛΑΔΕΛΦΕΙΑ	0	0	0
8 ΝΕΑ ΧΑΛΚΗΔΩΝ	0	0	0
9 ΤΑΥΡΟΣ	0	0,166666667	0
10 ΥΜΗΤΤΟΣ	0	0	0
11 ΑΓΙΑ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ	0	0	0
12 ΑΜΑΡΟΥΣΙΟΝ	0	0	0
13 ΗΡΑΚΛΕΙΟΝ	0	0	0
14 ΚΗΦΙΣΙΑ	0	0	0
15 ΜΕΛΙΣΣΙΑ	0	0	0
16 ΜΕΤΑΜΟΡΦΩΣΙΣ	0	0	0
17 ΝΕΑ ΕΡΥΘΡΑΙΑ	0	0	0
18 ΝΕΑ ΙΩΝΙΑ	0	0	0
19 ΝΕΟΝ ΨΥΧΙΚΟΝ	0	0	0
20 ΠΑΠΑΓΟΣ	0	0	0
21 ΠΕΥΚΗ	0	0	0
22 ΦΙΛΟΘΕΗ	0	0	0
23 ΧΑΛΑΝΔΡΙΟΝ	0	0	0
24 ΧΟΛΑΡΓΟΣ	0	0	0
25 ΨΥΧΙΚΟΝ	0	0	0
26 ΛΥΚΟΒΡΥΣΙΣ	0	0	0
27 ΑΓΙΑ ΒΑΡΒΑΡΑ	0,25	0	0
28 ΑΓΙΟΙ ΑΝΑΡΤΥΡΟΙ	0	0	0
29 ΑΙΤΑΛΕΣ	0	0,166666667	0
30 ΚΑΜΑΤΕΡΟΝ	0	0	0
31 ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ	0,333333333	0	0
32 ΝΕΑ ΛΙΟΣΙΑ	0	0	0
33 ΠΕΡΙΣΤΕΡΙΟΝ	0	0	0
34 ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΙΣ	0	0	0
35 ΧΑΙΔΑΡΙΟΝ	0,125	0	0
36 ΑΓΙΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ	0	0	0
37 ΑΛΙΜΟΣ	0	0	0

ΑΑ ΧΩΡΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ	89	90	91
38 ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΙΣ	0	0	0
39 ΒΟΥΛΑ	0	0	0
40 ΓΛΥΦΑΔΑ	0	0	0
41 ΕΛΛΗΝΙΚΟΝ	0	0	0
42 ΚΑΛΛΙΘΕΑ	0	0	0
43 ΝΕΑ ΣΜΥΡΝΗ	0	0	0
44 ΠΑΛΑΙΟΝ ΦΑΛΗΡΟΝ	0	0	0
45 ΠΕΡΑΜΑ	0	0	0
46 ΔΡΑΠΕΤΣΩΝΑ	0	0	0
47 ΣΕΠΟΛΙΑ	0	0	0
48 ΛΑΜΠΡΙΝΗ	0	0	0
49 ΝΕΟΣ ΚΟΣΜΟΣ	0	0	0
50 ΠΑΓΚΡΑΤΙ	0	0	0
51 ΓΟΥΔΙ	0	0	0
52 ΑΜΠΕΛΟΚΗΠΟΙ	0	0	0
53 ΓΚΥΖΗ-ΔΕΞΑΝΔΡΑΣ	0	0	0
54 ΑΝΩ ΚΥΨΕΛΗ	0	0	0
55 ΚΥΨΕΛΗ-Φ. ΝΕΓΡΗ	0	0	0
56 ΚΥΨΕΛΗ-ΚΟΛΙΑΤΣΟΥ	0	0	0
57 ΑΝΩ ΠΑΤΗΣΙΑ	0	0	0
58 ΚΑΤΩ ΠΑΤΗΣΙΑ	0	0	0
59 ΠΛΑΤΕΙΑ ΑΜΕΡΙΚΗΣ	0	0	0
60 ΠΛΑΤΕΙΑ ΒΙΚΤΟΡΙΑΣ	0	0	0
61 ΚΟΛΩΝΟΣ	0	0	0
62 ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΠΛΑΤΩΝΟΣ	0	0	0
63 ΒΟΤΑΝΙΚΟΣ	0	0	0
64 ΚΑΤΩ ΠΕΤΡΑΛΩΝΑ	0	0	0
65 ΑΝΩ ΠΕΤΡΑΛΩΝΑ	0	0	0
66 ΚΟΥΚΑΚΙ	0	0	0
67 ΓΟΥΒΑ	0	0	0
68 ΣΥΝΤΑΓΜΑ	0	0	0
69 ΨΥΡΗ-ΜΟΝΑΣΤΗΡΑΚΙ	0	0	0
70 ΚΕΡΑΜΕΙΚΟΣ	0	0	0
71 ΜΕΤΑΘΟΥΡΓΕΙΟ	0	0	0
72 ΠΛΑΤΕΙΑ ΒΑΘΗΣ	0	0	0
73 ΧΑΥΤΕΙΑ	0	0	0
74 ΑΓΟΡΑ	0	0	0

ΑΑ ΧΩΡΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ	89	90	91
75 ΕΞΑΡΧΕΙΑ	0	0	0
76 ΝΕΑΠΟΛΗ	0	0	0
77 ΚΟΛΟΝΑΚΙ	0	0	0
78 ΚΛΑΥΘΜΩΝΟΣ	0	0	0
79 ΤΕΡΨΙΘΕΑ	0	0	0
80 ΥΔΡΑΙΙΚΑ	0	0	0
81 ΚΑΛΛΙΠΟΛΗ	0	0	0
82 ΝΕΟ ΦΑΛΗΡΟ	0	0,25	0,25
83 ΤΑΜΠΟΥΡΙΑ-ΜΑΝΙΑΤΙΚΑ	0,2	0	0,2
84 ΚΑΣΤΕΛΛΑ-ΠΡΟΦΗΤΗΣ ΗΛΙΑΣ	0	0	0
85 ΒΡΥΩΝΗ-ΦΡΕΑΤΤΥΔΑ	0	0	0
86 ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΘΕΑΤΡΟ-ΛΙΜΑΝΙ	0	0	0,25
87 ΜΟΣΧΑΤΟΝ	0	0,25	0
88 ΚΕΡΑΤΣΙΝΙΟΝ	0,2	0	0
89 ΝΙΚΑΙΑ	0	0,125	0,125
90 ΑΓΙΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ ΡΕΝΤΗΣ	0,166666667	0	0,166666667
91 ΚΑΜΙΝΙΑ	0,2	0,2	0

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 8

Matrix - Inverse model using unstandardized first order contiguity matrix

Run MATRIX procedure:

OLS coefficient estimations with no lagged variable

6,38909229
22,50195445
-294,74747424

Least squares: Residual Variance

64,39078448

Maximum Likelihood: Residual Variance

62,26801137

Estimated t-statistics and standard deviations

5,12504368	1,24664153
15,34922574	1,46599932
2,79921261	105,29656569

Least squares R square

,74717400

Least squares Adjusted R square

,74433326

Moran I

,16381035

Expected value of Moran E(I)

-,04900976

Variance of Moran Var(I)

,00184324

Z score

4,95702717

OLS coefficient estimations of lagged variable on regressors

42,06453163
35,57385799
-1299,24601829

Initial upper bound (bu)

,06080460
3,83137548
20,33890042
-215,74734627

Iteration history

Iteration	Determinant	Optimized r
1,00000000	45,64678542	,03648276
2,00000000	7,86364211	,04864368
3,00000000	-11,59706359	,05472414
4,00000000	-1,82797178	,05168391
5,00000000	3,02818048	,05016379
6,00000000	,60260823	,05092385
7,00000000	-,61206613	,05130388
8,00000000	-,00457375	,05111386
9,00000000	,29905620	,05101886
10,00000000	,14725095	,05106636
11,00000000	,07134103	,05109011
12,00000000	,03338425	,05110199
13,00000000	,01440540	,05110792
14,00000000	,00491586	,05111089
15,00000000	,00017107	,05111238
16,00000000	-,00220134	,05111312
17,00000000	-,00101513	,05111275
18,00000000	-,00042203	,05111256
19,00000000	-,00012548	,05111247
20,00000000	,00002279	,05111242
21,00000000	-,00005134	,05111245
22,00000000	-,00001428	,05111244
23,00000000	,00000426	,05111243
24,00000000	-,00000501	,05111243
25,00000000	-,00000038	,05111243
26,00000000	,00000194	,05111243
27,00000000	,00000078	,05111243
28,00000000	,00000020	,05111243
29,00000000	-,00000009	,05111243
30,00000000	,00000006	,05111243
31,00000000	-,00000001	,05111243
32,00000000	,00000002	,05111243
33,00000000	,00000000	,05111243
34,00000000	,00000000	,05111243
35,00000000	,00000000	,05111243
36,00000000	,00000000	,05111243
37,00000000	,00000000	,05111243
38,00000000	,00000000	,05111243
39,00000000	,00000000	,05111243
40,00000000	,00000000	,05111243
41,00000000	,00000000	,05111243
42,00000000	,00000000	,05111243
43,00000000	,00000000	,05111243
44,00000000	,00000000	,05111243
45,00000000	,00000000	,05111243
46,00000000	,00000000	,05111243
47,00000000	,00000000	,05111243
48,00000000	,00000000	,05111243
49,00000000	,00000000	,05111243
50,00000000	,00000000	,05111243

Spatially adjusted coefficient estimations

4,23907179
20,68368807
-228,33985084

Optimized spatial autocorrelation coefficient

,05111243

ML equivalent spatially adjusted coefficient estimations

,05111243
4,23907179
20,68368807
-228,33985084

Maximum likelihood R square

,77133085

Maximum likelihood Adjusted R square

,76613382

Final ML Residual variance estimation

56,31847028

ML estimated t-statistics and standard deviations

2,64007159	,01936024
2,98075765	1,42214574
13,48091070	1,53429457
2,24661749	101,63717315

Final Moran I

,03938639

Final Moran E(I)

-,01550402

Final Moran Var(I)

,00408426

Final Z score

,85889403

OLS and ML results

	Y	OLS Y	ML Y	OLS residual	ML residual
	,77797525	4,34976896	3,63441440	-3,57179371	-2,85643915
	2,05967460	4,98035050	4,17991576	-2,92067589	-2,12024116
	4,57489721	2,55539917	2,35150091	2,01949805	2,22339630
	2,19952036	4,28041456	3,61273551	-2,08089419	-1,41321514
	,89090213	5,33949165	3,75847044	-4,44858951	-2,86756830
	,90119420	4,42727436	3,53752047	-3,52608016	-2,63632627
	1,76355162	5,54559331	4,43775038	-3,78204170	-2,67419877
	2,29275171	5,15841131	4,45823861	-2,86565960	-2,16548690
	2,07927122	6,85659530	5,73586014	-4,77732408	-3,65658892
	,94653951	2,71325294	3,12046854	-1,76671343	-2,17392904
	2,46332200	5,94668906	4,23078573	-3,48336706	-1,76746374
	2,30198959	6,36732764	4,96014238	-4,06533805	-2,65815280
	1,52990143	5,07495828	3,86817079	-3,54505685	-2,33826936
	1,24864646	6,30811556	4,68141332	-5,05946909	-3,43276686
	,49621379	3,80339815	2,71447076	-3,30718435	-2,21825696
	,53766995	4,77901437	3,64090654	-4,24134442	-3,10323659
	1,01194397	5,00615651	3,49464662	-3,99421254	-2,48270265
	4,52276968	5,71698974	4,45396889	-1,19422007	,06880079
	13,41229867	6,91721611	5,44140353	6,49508256	7,97089514
	,25525789	,86879502	,67767064	-,61353713	-,42241275
	3,19743332	2,21567723	1,47902594	,98175609	1,71840738
	,00000000	3,85746969	3,30770759	-3,85746969	-3,30770759
	2,39738049	6,25116227	5,25110867	-3,85378178	-2,85372818
	2,77623628	5,21692284	4,48893194	-2,44068656	-1,71269567
	,00000000	5,20754243	5,39747835	-5,20754243	-5,39747835
	,54279538	6,85931925	5,51126172	-6,31652387	-4,96846635
	1,45397069	-7,53115765	-6,10976885	8,98512833	7,56373954
	1,60162567	4,39336561	3,34305407	-2,79173994	-1,74142840
	2,44274288	5,78998060	4,27375684	-3,34723772	-1,83101395
	,16783365	-,46401862	-,76421670	,63185227	,93205035
	1,17171460	2,48585748	1,47512027	-1,31414287	-,30340566
	,60890525	4,30627489	2,92387400	-3,69736964	-2,31496875
	2,70384518	5,93101713	4,45975834	-3,22717194	-1,75591316
	,58599444	-3,92596904	-3,48445167	4,51196348	4,07044611
	,22066220	3,99153213	3,03260523	-3,77086992	-2,81194303
	1,87469951	5,49915348	4,40242039	-3,62445396	-2,52772088
	1,20567203	6,14260351	4,56966618	-4,93693148	-3,36399415
	,88047876	5,45687992	3,79721720	-4,57640116	-2,91673844
	,83793826	4,33958351	2,89007771	-3,50164525	-2,05213945
	1,20666423	6,13811860	4,20943149	-4,93145436	-3,00276726
	,52149277	5,61499427	4,08656791	-5,09350149	-3,56507514
	6,97534758	6,25736984	6,07070551	,71797774	,90464207
	5,94471997	5,84905506	5,00308655	,09566490	,94163342
	4,07947751	5,94678877	4,76543962	-1,86731126	-,68596212
	,13508380	4,27972276	2,80096093	-4,14463897	-2,66587713
	2,94148827	5,45493581	3,88062828	-2,51344753	-,93914000
	3,57983334	3,91873859	4,62135371	-,33890525	-1,04152037
	,00000000	3,55246980	2,82092575	-3,55246980	-2,82092575
	4,80134398	6,19976139	8,16165756	-1,39841741	-3,36031358
	10,71670880	6,30808578	5,32250918	4,40862301	5,39419961
	4,29858593	6,62451009	6,44222200	-2,32592416	-2,14363607
	12,57201248	6,29232919	5,26795463	6,27968329	7,30405785
	4,14822111	4,71462990	6,23259143	-,56640879	-2,08437032
	3,43183456	3,32739069	3,85410074	,10444387	-,42226618
	12,62041566	5,70242867	5,64231320	6,91798698	6,97810245
	5,96695838	2,58881707	3,84958476	3,37814131	2,11737362
	5,11192154	5,67383222	4,80555319	-,56191068	,30636836
	8,02322759	5,03213939	5,64010686	2,99108821	2,38312074
	14,85724805	3,92031372	4,42582835	10,93693434	10,43141970

11,52131329	6,04604193	7,13173147	5,47527136	4,38958182
3,10802111	4,98284490	3,87932719	-1,87482379	-,77130608
2,44168333	6,54050476	5,08457748	-4,09882143	-2,64289415
1,14819171	9,49555024	7,94457891	-8,34735853	-6,79638720
3,02779592	4,53508367	6,96591725	-1,50728776	-3,93812133
3,26252835	4,09192772	10,72028699	-,82939937	-7,45775864
14,18042846	6,78035744	7,61744913	7,40007101	6,56297932
4,55936182	5,30055221	7,43786945	-,74119039	-2,87850763
41,99882238	23,13095023	27,98056126	18,86787215	14,01826112
24,56154999	19,84494967	22,59352441	4,71660032	1,96802557
4,04393604	6,28672429	6,49966322	-2,24278825	-2,45572718
7,10196586	8,41464860	10,00937294	-1,31268274	-2,90740708
12,57317721	6,49176756	7,52030544	6,08140964	5,05287177
28,67927131	25,56147151	34,11434230	3,11779980	-5,43507100
67,56767514	99,38561447	97,71144295	-31,81793932	-30,14376781
8,48087531	7,00020751	15,32965514	1,48066781	-6,84877983
17,39579777	7,20506989	14,31330884	10,19072787	3,08248892
8,44248741	7,53608742	10,04434740	,90639998	-1,60186000
117,87207813	88,24530478	86,65317840	29,62677335	31,21889973
42,58357910	10,97933172	11,62243281	31,60424739	30,96114629
5,13672847	6,63074748	6,06191537	-1,49401901	-,92518690
2,55602540	-1,79192854	-,48858311	4,34795394	3,04460851
3,02101220	4,37707590	3,37915786	-1,35606370	-,35814567
1,75235764	6,07457409	6,17349145	-4,32221645	-4,42113381
2,32292964	5,47310618	7,74384784	-3,15017654	-5,42091821
23,45403716	6,71146858	7,18300633	16,74256858	16,27103083
34,35731064	8,03394001	8,26515455	26,32337063	26,09215609
2,90850694	6,72316831	5,33430802	-3,81466137	-2,42580108
,31898096	3,72445038	2,59908423	-3,40546942	-2,28010327
2,36798307	4,61832157	3,38620086	-2,25033850	-1,01821778
1,32189052	7,15268123	5,76701878	-5,83079070	-4,44512825
,72996314	5,66963434	5,94999236	-4,93967121	-5,22002922

----- END MATRIX -----

Matrix - Constant elasticities model using unstandardized first order contiguity

Run MATRIX procedure:

OLS coefficient estimations with no lagged variable

-1,37929213

-,46919504

,77621992

Least squares: Residual Variance

,91573456

Maximum Likelihood: Residual Variance

,88554551

Estimated t-statistics and standard deviations

2,04208773 ,67543236

5,30499103 ,08844408

6,72177544 ,11547841

Least squares R square

,46450611

Least squares Adjusted R square

,45848932

Moran I

,35545166

Expected value of Moran E(I)

-,06036106

Variance of Moran Var(I)

,00060717

Z score

16,87492029

OLS coefficient estimations of lagged variable on regressors

-,04273586

-1,68869566

2,19782940

Initial upper bound (bu)

,12063770

-1,37413658

-,26547467

,51107883

Iteration history

Iteration	Determinant	Optimized r
1,00000000	79,14275726	,07238262
2,00000000	5,19072170	,09651016
3,00000000	-36,66492961	,10857393
4,00000000	-15,33729323	,10254205
5,00000000	-4,97353292	,09952611
6,00000000	,13356207	,09801813
7,00000000	-2,41374919	,09877212
8,00000000	-1,13853391	,09839513
9,00000000	-,50209592	,09820663
10,00000000	-,18416942	,09811238
11,00000000	-,02527930	,09806526
12,00000000	,05414748	,09804170
13,00000000	,01443562	,09805348
14,00000000	-,00542146	,09805937
15,00000000	,00450717	,09805642
16,00000000	-,00045712	,09805790
17,00000000	,00202503	,09805716
18,00000000	,00078396	,09805753
19,00000000	,00016342	,09805771
20,00000000	-,00014685	,09805780
21,00000000	,00000829	,09805776
22,00000000	-,00006928	,09805778
23,00000000	-,00003050	,09805777
24,00000000	-,00001111	,09805776
25,00000000	-,00000141	,09805776
26,00000000	,00000344	,09805776
27,00000000	,00000101	,09805776
28,00000000	-,00000020	,09805776
29,00000000	,00000041	,09805776
30,00000000	,00000010	,09805776
31,00000000	-,00000005	,09805776
32,00000000	,00000003	,09805776
33,00000000	-,00000001	,09805776
34,00000000	,00000001	,09805776
35,00000000	,00000000	,09805776
36,00000000	,00000000	,09805776
37,00000000	,00000000	,09805776
38,00000000	,00000000	,09805776
39,00000000	,00000000	,09805776
40,00000000	,00000000	,09805776
41,00000000	,00000000	,09805776
42,00000000	,00000000	,09805776
43,00000000	,00000000	,09805776
44,00000000	,00000000	,09805776
45,00000000	,00000000	,09805776
46,00000000	,00000000	,09805776
47,00000000	,00000000	,09805776
48,00000000	,00000000	,09805776
49,00000000	,00000000	,09805776
50,00000000	,00000000	,09805776

Spatially adjusted coefficient estimations

-1,37510155
-,30360532
,56070569

Optimized spatial autocorrelation coefficient

,09805776

ML equivalent spatially adjusted coefficient estimations

,09805776
-1,37510155
-,30360532
,56070569

Maximum likelihood R square

,61625372

Maximum likelihood Adjusted R square

,60753222

Final ML Residual variance estimation

,63460069

ML estimated t-statistics and standard deviations

4,96366274	,01975512
2,44560861	,56227376
3,75601377	,08083179
5,31565479	,10548196

Final Moran I

,05902261

Final Moran E(I)

-,01943056

Final Moran Var(I)

,00398688

Final Z score

1,24249270

OLS and ML results

Y	OLS Y	ML Y	OLS residual	ML residual
-,11752918	,43064474	,54047415	-,54817391	-,65800333
,82790853	,69136699	,74921016	,13654154	,07869837
1,70290579	,37350580	,63929494	1,32939999	1,06361085
,84886394	,28415505	,41595575	,56470889	,43290820
-,02850932	,76591759	,48224548	-,79442691	-,51075480
,02949689	,68588685	,54256912	-,65638996	-,51307223
,74965130	1,09412964	1,00032806	-,34447834	-,25067677
1,23521782	,98544152	,93539294	,24977630	,29982489
,91433901	1,71877274	1,58150691	-,80443372	-,66716790
,63820461	,55028575	,89319107	,08791886	-,25498646
,95557806	1,29242016	,88914489	-,33684209	,06643318
,86552248	1,83463092	1,43835895	-,96910844	-,57283646
,55873470	,81016178	,67985116	-,25142708	-,12111646
,25484996	1,61996224	1,09417098	-1,36511228	-,83932102
-,29528330	,70814833	,30134792	-1,00343163	-,59663122
-,33282831	,84350341	,65169285	-1,17633171	-,98452116
,16602388	,95091146	,42192510	-,78488758	-,25590122
1,56041786	1,08222266	,91200615	,47819520	,64841171
2,66071062	1,56022374	1,07160223	1,10048687	1,58910839
-,67233373	,28260902	,25942590	-,95494275	-,93175963
1,31649908	,37375788	,16504205	,94274119	1,15145703
-,77786694	,76321032	,54249547	-1,54107726	-1,32036241
,91882844	1,64247504	1,31971359	-,72364660	-,40088515
1,10810753	,91454928	,86738839	,19355825	,24071914
-1,10963222	,99460263	1,16371940	-2,10423485	-2,27335162
,08212431	1,24709691	,75950910	-1,16497260	-,67738479
,66198029	-,60959259	-,61798907	1,27157288	1,27996936
,65334071	,64871483	,49188088	,00462588	,16145983
,95374616	1,08691504	,76883669	-,13316888	,18490947
-1,09163478	,07674567	-,19300706	-1,16838045	-,89862772
,31261883	-,02202636	-,22469286	,33464519	,53731169
-,34194193	,30220809	,02233205	-,64415002	-,36427398
1,02746472	,90575071	,66997572	,12171401	,35748900
-,31130142	-,52038072	-,68981700	,20907929	,37851558
-1,32880068	,45387098	,20080969	-1,78267167	-1,52961037
,72375857	,94755672	,99935875	-,22379816	-,27560018
,32056851	1,45000518	,96109464	-1,12943668	-,64052613
,00624192	,99896667	,48004813	-,99272475	-,47380621
-,05902782	,74805929	,28613526	-,80708711	-,34516308
,22176127	1,47608732	,78759946	-1,25432605	-,56583819
-,42791631	1,10984575	,56347715	-1,53776206	-,99139346
1,97136970	1,67487665	2,08772022	,29649304	-,11635052
1,82902344	1,13904204	1,33549278	,68998140	,49353067
1,45475908	1,26317289	1,15537482	,19158620	,29938426
-1,59639487	,72456162	,04660169	-2,32095649	-1,64299656
1,18427618	1,06866271	,48710181	,11561347	,69717438
1,56299832	,58597377	1,22735185	,97702455	,33564647
,09706517	,58680713	,55152262	-,48974196	-,45445745
1,67425639	1,53924639	2,20896099	,13501000	-,53470460
2,41832411	1,69410593	1,59036700	,72421818	,82795711
1,53239409	1,81694206	1,68562209	-,28454797	-,15322801
2,57592487	1,66706637	1,51335903	,90885851	1,06256584
1,57683027	,65040613	1,59244858	,92642414	-,01561831
1,38724566	,28497716	,79718507	1,10226850	,59006059
2,59985431	1,15615172	1,44242565	1,44370260	1,15742867
2,07391939	,44607676	1,17600078	1,62784263	,89791861
1,73693588	1,12862014	1,26429911	,60831574	,47263677
2,17765096	,78953432	1,62328052	1,38811665	,55437045
2,83201922	,61756571	1,09595923	2,21445351	1,73606000

2,53121003	1,37984302	2,12872263	1,15136700	,40248740
1,28813690	,76411891	,84560200	,52401799	,44253490
1,11583124	1,64121559	1,35748623	-,52538435	-,24165499
,42587035	2,29305657	1,94463012	-1,86718622	-1,51875976
1,39551701	,79029699	1,15481032	,60522001	,24070669
1,33665314	,68214250	1,92827398	,65451064	-,59162083
2,72597071	1,88101565	1,94465805	,84495506	,78131266
1,67133334	,97543026	1,81432891	,69590308	-,14299557
3,77043140	3,48721551	3,63083511	,28321589	,13959629
2,29649239	2,68377303	3,00175105	,61271937	,29474134
1,80268359	1,24462630	1,42751958	,55805730	,37516401
2,24805370	1,96254129	2,33692751	,28551241	-,08887381
2,66509714	1,60016092	2,06715441	1,06493622	,59794273
3,48970600	3,43813561	4,02470322	,05157039	-,53499722
4,27766821	3,91535173	3,54419624	,36231648	,73347197
2,25559670	2,26309661	3,38092049	-,00749991	-1,12532379
2,90752196	2,21193197	2,75149311	,69558999	,15602886
2,22028836	2,34725706	2,86786301	-,12696870	-,64757465
4,78901804	4,66476477	4,61142929	,12425327	,17758874
3,82046158	2,71233127	2,40831931	1,10813031	1,41214227
1,85955994	1,43692535	1,18859502	,42263459	,67096492
1,34391858	-,13621065	,12828143	1,48012923	1,21563715
1,32873549	,82891896	,57965630	,49981654	,74907919
,78410566	1,39759801	1,24888934	-,61349235	-,46478368
1,13051124	1,05912875	1,35682774	,07138249	-,22631651
3,20383280	1,98335968	1,85792416	1,22047313	1,34590864
3,58126659	2,31104479	1,94273118	1,27022180	1,63853541
1,18542290	1,85612026	1,52601653	-,67069735	-,34059362
-,73715876	,18105823	-,10062299	-,91821698	-,63653576
,91919698	,39436330	,17815643	,52483368	,74104055
,43321361	1,88040009	1,59978145	-1,44718649	-1,16656784
,09070387	1,10804190	1,24362265	-1,01733804	-1,15291878

----- END MATRIX -----

Matrix - Linear model using unstandardized first order contiguity matrix

Run MATRIX procedure:

OLS coefficient estimations with no lagged variable

1,40228712
-,17393660
,04738495

Least squares: Residual Variance

140,17607008

Maximum Likelihood: Residual Variance

135,55488096

Estimated t-statistics and standard deviations

,64212209	2,18383255
4,52201141	,03846443
7,91276923	,00598842

Least squares R square

,44960828

Least squares Adjusted R square

,44342410

Moran I

,16436798

Expected value of Moran E(I)

-,05866243

Variance of Moran Var(I)

,00078227

Z score

7,97418581

OLS coefficient estimations of lagged variable on regressors

25,37968371
-,54026724
,11808934

Initial upper bound (bu)

,08796139
-,83014512
-,12641394
,03699765

Iteration history

Iteration	Determinant	Optimized r
1,00000000	10,81607783	,05277683
2,00000000	-18,18141887	,07036911
3,00000000	-3,40946895	,06157297
4,00000000	3,77011754	,05717490
5,00000000	,19717967	,05937394
6,00000000	-1,60190912	,06047346
7,00000000	-,70130868	,05992370
8,00000000	-,25180084	,05964882
9,00000000	-,02724471	,05951138
10,00000000	,08498395	,05944266
11,00000000	,02887374	,05947702
12,00000000	,00081554	,05949420
13,00000000	-,01321432	,05950279
14,00000000	-,00619933	,05949849
15,00000000	-,00269187	,05949634
16,00000000	-,00093816	,05949527
17,00000000	-,00006131	,05949473
18,00000000	,00037712	,05949447
19,00000000	,00015791	,05949460
20,00000000	,00004830	,05949467
21,00000000	-,00000650	,05949470
22,00000000	,00002090	,05949468
23,00000000	,00000720	,05949469
24,00000000	,00000035	,05949470
25,00000000	-,00000308	,05949470
26,00000000	-,00000137	,05949470
27,00000000	-,00000051	,05949470
28,00000000	-,00000008	,05949470
29,00000000	,00000013	,05949470
30,00000000	,00000003	,05949470
31,00000000	-,00000003	,05949470
32,00000000	,00000000	,05949470
33,00000000	,00000001	,05949470
34,00000000	,00000001	,05949470
35,00000000	,00000000	,05949470
36,00000000	,00000000	,05949470
37,00000000	,00000000	,05949470
38,00000000	,00000000	,05949470
39,00000000	,00000000	,05949470
40,00000000	,00000000	,05949470
41,00000000	,00000000	,05949470
42,00000000	,00000000	,05949470
43,00000000	,00000000	,05949470
44,00000000	,00000000	,05949470
45,00000000	,00000000	,05949470
46,00000000	,00000000	,05949470
47,00000000	,00000000	,05949470
48,00000000	,00000000	,05949470
49,00000000	,00000000	,05949470
50,00000000	,00000000	,05949470

Spatially adjusted coefficient estimations

-,10766947
-,14179357
,04035926

Optimized spatial autocorrelation coefficient

,05949470

ML equivelant spatially adjusted coefficient estimations

,05949470
-,10766947
-,14179357
,04035926

Maximum likelihood R square

,49118838

Maximum likelihood Adjusted R square

,47962448

Final ML Residual variance estimation

125,31420166

ML estimated t-statistics and standard deviations

1,94937409	,03051990
,04882243	2,20532782
3,55090947	,03993162
6,01317222	,00671181

Final Moran I

,05096555

Final Moran E(I)

-,01750564

Final Moran Var(I)

,00399640

Final Z score

1,08311167

OLS and ML results

Y	OLS Y	ML Y	OLS residual	ML residual
,77797525	-3,20841727	-2,58337493	3,98639252	3,36135018
2,05967460	-,45151126	-,20608908	2,51118586	2,26576368
4,57489721	,61724057	,43465463	3,95765665	4,14024258
2,19952036	-7,30882428	-5,86705042	9,50834464	8,06657078
,89090213	-1,66180725	-1,88647400	2,55270939	2,77737613
,90119420	1,64514011	1,08851576	-,74394591	-,18732156
1,76355162	5,06804204	4,00662461	-3,30449042	-2,24307299
2,29275171	3,66465114	2,86369533	-1,37189943	-,57094362
2,07927122	11,80864468	9,90862498	-9,72937346	-7,82935375
,94653951	1,90186456	2,06710142	-,95532505	-1,12056192
2,46332200	8,39204197	6,44863437	-5,92871998	-3,98531238
2,30198959	26,49545998	22,44851155	-24,19347039	-20,14652197
1,52990143	1,79040870	1,14276404	-,26050727	,38713739
1,24864646	14,75570334	11,97240778	-13,50705688	-10,72376132
,49621379	2,44802060	1,09982247	-1,95180680	-,60360868
,53766995	2,98971869	1,94668502	-2,45204874	-1,40901507
1,01194397	3,61219404	1,92738551	-2,60025007	-,91544154
4,52276968	4,43922208	3,64253609	,08354760	,88023358
13,41229867	8,24374608	6,34981104	5,16855259	7,06248762
,25525789	,99953501	,18674820	-,74427712	,06850969
3,19743332	,91492273	-,07694161	2,28251059	3,27437493
,00000000	2,61848336	1,64499319	-2,61848336	-1,64499319
2,39738049	19,35026259	16,85723154	-16,95288211	-14,45985105
2,77623628	3,19415127	2,86147321	-,41791499	-,08523693
,00000000	3,68353604	3,91095331	-3,68353604	-3,91095331
,54279538	4,39901148	2,86819355	-3,85621610	-2,32539818
1,45397069	-2,43988002	-2,83614376	3,89385071	4,29011444
1,60162567	1,18331289	,53407794	,41831278	1,06754773
2,44274288	3,72951807	2,89185987	-1,28677519	-,44911699
,16783365	,17487848	-,91442790	-,00704483	1,08226155
1,17171460	-5,95028565	-5,74155753	7,12200025	6,91327214
,60890525	-6,89860757	-6,35721283	7,50751282	6,96611808
2,70384518	-17,14963135	-13,64325645	19,85347653	16,34710163
,58599444	-3,82511357	-4,11210562	4,41110801	4,69810007
,22066220	-,97652965	-1,20862480	1,19719185	1,42928700
1,87469951	2,48960938	2,09825268	-,61490986	-,22355316
1,20567203	10,62683053	8,44636907	-9,42115850	-7,24069704
,88047876	3,92849938	2,51505641	-3,04802061	-1,63457765
,83793826	2,47310878	,99284070	-1,63517052	-,15490244
1,20666423	13,47224690	10,71667188	-12,26558266	-9,51000764
,52149277	4,53931988	2,83422384	-4,01782711	-2,31273107
6,97534758	23,83001146	21,91350525	-16,85466388	-14,93815767
5,94471997	4,79944342	4,60152417	1,14527655	1,34319580
4,07947751	7,88817916	6,77203085	-3,80870166	-2,69255334
,13508380	2,30908656	,81944515	-2,17400277	-,68436135
2,94148827	4,33939253	2,59684025	-1,39790426	,34464802
3,57983334	1,25915658	2,44451481	2,32067676	1,13531853
,00000000	1,70053838	,95584525	-1,70053838	-,95584525
4,80134398	13,99852443	15,56825203	-9,19718045	-10,76690805
10,71670880	19,29305947	16,71495385	-8,57635067	-5,99824505
4,29858593	17,08784286	15,59875280	-12,78925693	-11,30016687
12,57201248	18,21891099	15,74152399	-5,64689852	-3,16951152
4,14822111	,10760496	2,81537738	4,04061615	1,33284373
3,43183456	-2,05835933	-,56370620	5,49019389	3,99554076
12,62041566	5,90207891	6,04743721	6,71833674	6,57297844
5,96695838	1,24788604	2,60808789	4,71907234	3,35887048
5,11192154	5,59808393	4,88457628	-,48616239	,22734527
8,02322759	1,56076374	3,05263238	6,46246386	4,97059522
14,85724805	1,61967851	2,48359317	13,23756954	12,37365488

11,52131329	9,75284775	10,82613340	1,76846554	,69517989
3,10802111	1,25997870	,79912682	1,84804241	2,30889430
2,44168333	12,01646603	9,71207033	-9,57478270	-7,27038700
1,14819171	15,64037670	12,88991916	-14,49218499	-11,74172745
3,02779592	2,69470156	5,76044123	,33309436	-2,73264531
3,26252835	2,08607674	10,01558822	1,17645161	-6,75305987
14,18042846	17,38823382	17,03071859	-3,20780536	-2,85029013
4,55936182	3,90724269	6,77467317	,65211913	-2,21531135
41,99882238	30,60100627	34,41250458	11,39781610	7,58631780
24,56154999	12,65001135	16,24566555	11,91153863	8,31588443
4,04393604	4,99679869	5,28532246	-,95286265	-1,24138642
7,10196586	11,48078641	12,86139725	-4,37882055	-5,75943139
12,57317721	11,24605707	11,93172500	1,32712014	,64145221
28,67927131	26,64954390	35,57256497	2,02972740	-6,89329366
67,56767514	19,69851820	24,65004991	47,86915695	42,91762523
8,48087531	30,96060362	37,39204437	-22,47972830	-28,91116906
17,39579777	25,11275559	30,95906496	-7,71695782	-13,56326720
8,44248741	27,02855774	27,25213170	-18,58607033	-18,80964430
117,87207813	53,52545905	52,59249680	64,34661907	65,27958132
42,58357910	22,97023633	21,86751571	19,61334278	20,71606340
5,13672847	6,99469158	6,27048944	-1,85796311	-1,13376097
2,55602540	-,88190922	-,21336360	3,43793462	2,76938900
3,02101220	2,93978802	1,69845636	,08122418	1,32255583
1,75235764	9,73968456	9,62891548	-7,98732691	-7,87655783
2,32292964	4,73212181	7,64800155	-2,40919217	-5,32507192
23,45403716	22,77723953	21,25523929	,67679763	2,19879787
34,35731064	21,62598252	19,99954256	12,73132812	14,35776808
2,90850694	17,19551206	14,27723177	-14,28700512	-11,36872483
,31898096	-6,42690727	-5,87738072	6,74588823	6,19636168
2,36798307	-6,66717949	-5,87495407	9,03516256	8,24293714
1,32189052	14,19881569	11,68238161	-12,87692517	-10,36049109
,72996314	5,29237269	6,01270935	-4,56240955	-5,28274621

----- END MATRIX -----

Matrix - Inverse model using standardized first order contiguity matrix

Run MATRIX procedure:

OLS coefficient estimations with no lagged variable

6,38909229
22,50195445
-294,74747424

Least squares: Residual Variance

64,39078448

Maximum Likelihood: Residual Variance

62,26801137

Estimated t-statistics and standard deviations

5,12504368	1,24664153
15,34922574	1,46599932
2,79921261	105,29656569

Least squares R square

,74717400

Least squares Adjusted R square

,74433326

Moran I

,20081698

Expected value of Moran E(I)

-,01293565

Variance of Moran Var(I)

,00473771

Z score

3,10547067

OLS coefficient estimations of lagged variable on regressors

7,92195785
7,36490687
-200,22461181

Initial upper bound (bu)

,35202062
3,60039981
19,90935539
-224,26428291

Iteration history

Iteration	Determinant	Optimized r
1,00000000	7,76722693	,21121237
2,00000000	,05797415	,28161649
3,00000000	-3,93837509	,31681856
4,00000000	-1,92996626	,29921752
5,00000000	-,93331892	,29041701
6,00000000	-,43698824	,28601675
7,00000000	-,18933415	,28381662
8,00000000	-,06563654	,28271656
9,00000000	-,00382030	,28216653
10,00000000	,02707965	,28189151
11,00000000	,01163036	,28202902
12,00000000	,00390520	,28209777
13,00000000	,00004249	,28213215
14,00000000	-,00188890	,28214934
15,00000000	-,00092320	,28214074
16,00000000	-,00044035	,28213645
17,00000000	-,00019893	,28213430
18,00000000	-,00007822	,28213322
19,00000000	-,00001787	,28213269
20,00000000	,00001231	,28213242
21,00000000	-,00000278	,28213255
22,00000000	,00000477	,28213248
23,00000000	,00000100	,28213252
24,00000000	-,00000089	,28213253
25,00000000	,00000005	,28213253
26,00000000	-,00000042	,28213253
27,00000000	-,00000018	,28213253
28,00000000	-,00000007	,28213253
29,00000000	-,00000001	,28213253
30,00000000	,00000002	,28213253
31,00000000	,00000001	,28213253
32,00000000	,00000000	,28213253
33,00000000	,00000000	,28213253
34,00000000	,00000000	,28213253
35,00000000	,00000000	,28213253
36,00000000	,00000000	,28213253
37,00000000	,00000000	,28213253
38,00000000	,00000000	,28213253
39,00000000	,00000000	,28213253
40,00000000	,00000000	,28213253
41,00000000	,00000000	,28213253
42,00000000	,00000000	,28213253
43,00000000	,00000000	,28213253
44,00000000	,00000000	,28213253
45,00000000	,00000000	,28213253
46,00000000	,00000000	,28213253
47,00000000	,00000000	,28213253
48,00000000	,00000000	,28213253
49,00000000	,00000000	,28213253
,00000000	,00000000	,00000000

Spatially adjusted coefficient estimations

4,15405031
20,42407467
-238,25759860

Optimized spatial autocorrelation coefficient

,28213253

ML equivalent spatially adjusted coefficient estimations

,28213253
4,15405031
20,42407467
-238,25759860

Maximum likelihood R square

,77332272

Maximum likelihood Adjusted R square

,76817096

Final ML Residual variance estimation

55,82789689

ML estimated t-statistics and standard deviations

2,64947113	,10648636
2,89491616	1,43494667
12,97343417	1,57429979
2,37457206	100,33706798

Final Moran I

,02763580

Final Moran E(I)

-,01810865

Final Moran Var(I)

,00469145

Final Z score

,66785898

OLS and ML results

	Y	OLS Y	ML Y	OLS residual	ML residual
	,77797525	4,34976896	3,55948595	-3,57179371	-2,78151070
	2,05967460	4,98035050	3,82322556	-2,92067589	-1,76355096
	4,57489721	2,55539917	2,18506395	2,01949805	2,38983326
	2,19952036	4,28041456	3,54532748	-2,08089419	-1,34580712
	,89090213	5,33949165	3,65523304	-4,44858951	-2,76433091
	,90119420	4,42727436	3,93740439	-3,52608016	-3,03621019
	1,76355162	5,54559331	4,35746170	-3,78204170	-2,59391008
	2,29275171	5,15841131	4,54931195	-2,86565960	-2,25656024
	2,07927122	6,85659530	5,52375147	-4,77732408	-3,44448025
	,94653951	2,71325294	2,51699920	-1,76671343	-1,57045969
	2,46332200	5,94668906	4,57437344	-3,48336706	-2,11105144
	2,30198959	6,36732764	4,71294336	-4,06533805	-2,41095377
	1,52990143	5,07495828	3,77301789	-3,54505685	-2,24311646
	1,24864646	6,30811556	4,53191710	-5,05946909	-3,28327063
	,49621379	3,80339815	2,75151870	-3,30718435	-2,25530490
	,53766695	4,77901437	3,50333018	-4,24134442	-2,96566023
	1,01194397	5,00615651	3,56927824	-3,99421254	-2,55733427
	4,52276968	5,71698974	4,11814102	-1,19422007	,40462866
	13,41229867	6,91721611	5,46146777	6,49508256	7,95083089
	,25525789	,86879502	,72966455	-,61353713	-,47440666
	3,19743332	2,21567723	1,30472748	,98175609	1,89270584
	,00000000	3,85746969	3,05572449	-3,85746969	-3,05572449
	2,39738049	6,25116227	5,06076252	-3,85378178	-2,66338203
	2,77623628	5,21692284	4,44381990	-2,44068656	-1,66758362
	,00000000	5,20754243	5,02707366	-5,20754243	-5,02707366
	,54279538	6,85931925	5,38876283	-6,31652387	-4,84596746
	1,45397069	-7,53115765	-6,57963658	8,98512833	8,03360727
	1,60162567	4,39336561	3,11419855	-2,79173994	-1,51257289
	2,44274288	5,78998060	4,11877096	-3,34723772	-1,67602808
	,16783365	-,46401862	-,94127998	,63185227	1,10911364
	1,17171460	2,48585748	1,41566871	-1,31414287	-,24395411
	,60890525	4,30627489	2,85459101	-3,69736964	-2,24568576
	2,70384518	5,93101713	4,23632269	-3,22717194	-1,53247751
	,58599444	-3,92596904	-3,79204144	4,51196348	4,37803589
	,22066220	3,99153213	2,66489992	-3,77086992	-2,44423772
	1,87469951	5,49915348	4,57115971	-3,62445396	-2,69646020
	1,20567203	6,14260351	4,48889881	-4,93693148	-3,28322678
	,88047876	5,45687992	3,72857862	-4,57640116	-2,84809986
	,83793826	4,33958351	2,95948409	-3,50164525	-2,12154583
	1,20666423	6,13811860	4,19639898	-4,93145436	-2,98973475
	,52149277	5,61499427	4,02965700	-5,09350149	-3,50816423
	6,97534758	6,25736984	5,56939421	,71797774	1,40595337
	5,94471997	5,84905506	5,00520768	,09566490	,93951229
	4,07947751	5,94678877	4,96026532	-1,86731126	-,88078782
	,13508380	4,27972276	2,64083723	-4,14463897	-2,50575343
	2,94148827	5,45493581	3,86939121	-2,51344753	-,92790294
	3,57983334	3,91873859	4,63668158	-,33890525	-1,05684824
	,00000000	3,55246980	3,08571375	-3,55246980	-3,08571375
	4,80134398	6,19976139	7,72820130	-1,39841741	-2,92685732
	10,71670880	6,30808578	5,12822008	4,40862301	5,58848871
	4,29858593	6,62451009	6,17184002	-2,32592416	-1,87325409
	12,57201248	6,29232919	5,26728220	6,27968329	7,30473028
	4,14822111	4,71462990	5,81077408	-,56640879	-1,66255297
	3,43183456	3,32739069	3,48913920	,10444387	-,05730464
	12,62041566	5,70242867	6,19569538	6,91798698	6,42472028
	5,96695838	2,58881707	3,38617051	3,37814131	2,58078786
	5,11192154	5,67383222	4,58516787	-,56191068	,52675367
	8,02322759	5,03213939	4,98292371	2,99108821	3,04030388

14,85724805	3,92031372	4,95128667	10,93693434	9,90596138
11,52131329	6,04604193	6,82309286	5,47527136	4,69822043
3,10802111	4,98284490	3,97089803	-1,87482379	-,86287692
2,44168333	6,54050476	5,16651990	-4,09882143	-2,72483658
1,14819171	9,49555024	7,85681216	-8,34735853	-6,70862045
3,02779592	4,53508367	7,18002115	-1,50728776	-4,15222523
3,26252835	4,09192772	9,85753320	-,82939937	-6,59500485
14,18042846	6,78035744	8,60330607	7,40007101	5,57712239
4,55936182	5,30055221	6,26603539	-,74119039	-1,70667357
41,99882238	23,13095023	27,01800778	18,86787215	14,98081459
24,56154999	19,84494967	21,83344638	4,71660032	2,72810361
4,04393604	6,28672429	6,49478120	-2,24278825	-2,45084516
7,10196586	8,41464860	10,23276883	-1,31268274	-3,13080297
12,57317721	6,49176756	7,70182403	6,08140964	4,87135318
28,67927131	25,56147151	32,80917520	3,11779980	-4,12990390
67,56767514	99,38561447	99,51329761	-31,81793932	-31,94562246
8,48087531	7,00020751	13,00511945	1,48066781	-4,52424414
17,39579777	7,20506989	15,15671666	10,19072787	2,23908111
8,44248741	7,53608742	9,54912196	,90639998	-1,10663455
117,87207813	88,24530478	85,04077953	29,62677335	32,83129860
42,58357910	10,97933172	14,03784466	31,60424739	28,54573445
5,13672847	6,63074748	8,22898030	-1,49401901	-3,09225183
2,55602540	-1,79192854	1,67643309	4,34795394	,87959231
3,02101220	4,37707590	3,26577666	-1,35606370	-,24476447
1,75235764	6,07457409	6,26392204	-4,32221645	-4,51156440
2,32292964	5,47310618	11,02108882	-3,15017654	-8,69815918
23,45403716	6,71146858	9,22836812	16,74256858	14,22566904
34,35731064	8,03394001	9,05271473	26,32337063	25,30459591
2,90850694	6,72316831	5,47329531	-3,81466137	-2,56478837
,31898096	3,72445038	2,44969437	-3,40546942	-2,13071341
2,36798307	4,61832157	3,08061290	-2,25033850	-,71262982
1,32189052	7,15268123	5,57601511	-5,83079070	-4,25412459
,72996314	5,66963434	6,04341639	-4,93967121	-5,31345325

----- END MATRIX -----

Matrix - Constant elasticities model using standardized first order
contiguity matrix

Run MATRIX procedure:

OLS coefficient estimations with no lagged variable

-1,37929213
-,46919504
,77621992

Least squares: Residual Variance

,91573456

Maximum Likelihood: Residual Variance

,88554551

Estimated t-statistics and standard deviations

2,04208773 ,67543236
5,30499103 ,08844408
6,72177544 ,11547841

Least squares R square

,46450611

Least squares Adjusted R square

,45848932

Moran I

,41587060

Expected value of Moran E(I)

-,01467315

Variance of Moran Var(I)

,00470278

Z score

6,27826829

OLS coefficient estimations of lagged variable on regressors

,58162445
-,35507105
,33704862

Initial upper bound (bu)

,77589751
-1,83057310
-,19369629
,51470474

Iteration history

Iteration	Determinant	Optimized r
1,00000000	18,08369421	,46553850
2,00000000	-2,23581578	,62071800
3,00000000	8,70934100	,54312825
4,00000000	3,44253147	,58192313
5,00000000	,65639315	,60132057
6,00000000	-,77621182	,61101929
7,00000000	-,05656679	,60616993
8,00000000	,30074498	,60374525
9,00000000	,12229751	,60495759
10,00000000	,03291752	,60556376
11,00000000	-,01181159	,60586684
12,00000000	,01055623	,60571530
13,00000000	-,00062686	,60579107
14,00000000	,00496489	,60575318
15,00000000	,00216906	,60577213
16,00000000	,00077111	,60578160
17,00000000	,00007213	,60578633
18,00000000	-,00027737	,60578870
19,00000000	-,00010262	,60578752
20,00000000	-,00001524	,60578693
21,00000000	,00002844	,60578663
22,00000000	,00000660	,60578678
23,00000000	-,00000432	,60578685
24,00000000	,00000114	,60578682
25,00000000	-,00000159	,60578683
26,00000000	-,00000023	,60578682
27,00000000	,00000046	,60578682
28,00000000	,00000011	,60578682
29,00000000	-,00000006	,60578682
30,00000000	,00000003	,60578682
31,00000000	-,00000001	,60578682
32,00000000	,00000001	,60578682
33,00000000	,00000000	,60578682
34,00000000	,00000000	,60578682
35,00000000	,00000000	,60578682
36,00000000	,00000000	,60578682
37,00000000	,00000000	,60578682
38,00000000	,00000000	,60578682
39,00000000	,00000000	,60578682
40,00000000	,00000000	,60578682
41,00000000	,00000000	,60578682
42,00000000	,00000000	,60578682
43,00000000	,00000000	,60578682
44,00000000	,00000000	,60578682
45,00000000	,00000000	,60578682
46,00000000	,00000000	,60578682
47,00000000	,00000000	,60578682
48,00000000	,00000000	,60578682
49,00000000	,00000000	,60578682
50,00000000	,00000000	,60578682

Spatially adjusted coefficient estimations

-1,73163256
-,25409767
,57204031

Optimized spatial autocorrelation coefficient

,60578682

ML equivalent spatially adjusted coefficient estimations

,60578682
-1,73163256
-,25409767
,57204031

Maximum likelihood R square

,67488196

Maximum likelihood Adjusted R square

,66749292

Final ML Residual variance estimation

,53764725

ML estimated t-statistics and standard deviations

6,14059675	,09865276
3,32550138	,52071323
3,33081875	,07628685
6,05171706	,09452529

Final Moran I

-,01525710

Final Moran E(I)

-,02153125

Final Moran Var(I)

,00460798

Final Z score

,09242714

OLS and ML results

Y	OLS Y	ML Y	OLS residual	ML residual
- ,11752918	,43064474	,55011914	- ,54817391	- ,66764832
,82790853	,69136699	,59133391	,13654154	,23657462
1,70290579	,37350580	,63055772	1,32939999	1,07234807
,84886394	,28415505	,43534691	,56470889	,41351703
- ,02850932	,76591759	,43854828	- ,79442691	- ,46705760
,02949689	,68588685	,73009854	- ,65638996	- ,70060165
,74965130	1,09412964	,97210875	- ,34447834	- ,22245745
1,23521782	,98544152	1,02636633	,24977630	,20885149
,91433901	1,71877274	1,43959956	- ,80443372	- ,52526055
,63820461	,55028575	,60881866	,08791886	,02938595
,95557806	1,29242016	1,20313802	- ,33684209	- ,24755995
,86552248	1,83463092	1,31959867	- ,96910844	- ,45407618
,55873470	,81016178	,64498313	- ,25142708	- ,08624844
,25484996	1,61996224	,98779856	-1,36511228	- ,73294860
- ,29528330	,70814833	,37364178	-1,00343163	- ,66892508
- ,33282831	,84350341	,57208677	-1,17633171	- ,90491508
,16602388	,95091146	,37051883	- ,78488758	- ,20449495
1,56041786	1,08222266	,73759208	,47819520	,82282578
2,66071062	1,56022374	1,02141552	1,10048687	1,63929510
- ,67233373	,28260902	,43622935	- ,95494275	-1,10856308
1,31649908	,37375788	,08949255	,94274119	1,22700653
- ,77786694	,76321032	,39905844	-1,54107726	-1,17692538
,91882844	1,64247504	1,25579104	- ,72364660	- ,33696260
1,10810753	,91454928	,85027354	,19355825	,25783399
-1,10963222	,99460263	,99077951	-2,10423485	-2,10041172
,08212431	1,24709691	,63492727	-1,16497260	- ,55280296
,66198029	- ,60959259	- ,73067709	1,27157288	1,39265738
,65334071	,64871483	,36624982	,00462588	,28709089
,95374616	1,08691504	,69898196	- ,13316888	,25476420
-1,09163478	,07674567	- ,30526659	-1,16838045	- ,78636819
,31261883	- ,02202636	- ,30344156	,33464519	,61606039
- ,34194193	,30220809	- ,04660523	- ,64415002	- ,29533670
1,02746472	,90575071	,63541083	,12171401	,39205390
- ,31130142	- ,52038072	- ,89649667	,20907929	,58519525
-1,32880068	,45387098	,05275413	-1,78267167	-1,38155481
,72375857	,94755672	1,20383796	- ,22379816	- ,48007939
,32056851	1,45000518	,88201484	-1,12943668	- ,56144633
,00624192	,99896667	,36832516	- ,99272475	- ,36208324
- ,05902782	,74805929	,23728381	- ,80708711	- ,29631163
,22176127	1,47608732	,65778465	-1,25432605	- ,43602338
- ,42791631	1,10984575	,43869624	-1,53776206	- ,86661255
1,97136970	1,67487665	1,91289628	,29649304	,05847342
1,82902344	1,13904204	1,43435229	,68998140	,39467115
1,45475908	1,26317289	1,33004087	,19158620	,12471821
-1,59639487	,72456162	- ,53554717	-2,32095649	-1,06084770
1,18427618	1,06866271	,31844263	,11561347	,86583355
1,56299832	,58597377	1,33186760	,97702455	,23113072
,09706517	,58680713	,81478155	- ,48974196	- ,71771639
1,67425639	1,53924639	2,15067003	,13501000	- ,47641364
2,41832411	1,69410593	1,51835562	,72421818	,89996849
1,53239409	1,81694206	1,57376076	- ,28454797	- ,04136668
2,57592487	1,66706637	1,55117998	,90885851	1,02474489
1,57683027	,65040613	1,51964961	,92642414	,05718066
1,38724566	,28497716	,70075929	1,10226850	,68648636
2,59985431	1,15615172	1,78670339	1,44370260	,81315092
2,07391939	,44607676	1,03743758	1,62784263	1,03648180
1,73693588	1,12862014	1,16557178	,60831574	,57136410
2,17765096	,78953432	1,35542634	1,38811665	,82222463
2,83201922	,61756571	1,44277850	2,21445351	1,38924072

2,53121003	1,37984302	2,07475366	1,15136700	,45645637
1,28813690	,76411891	1,02544338	,52401799	,26269352
1,11583124	1,64121559	1,45541030	-,52538435	-,33957906
,42587035	2,29305657	1,88153114	-1,86718622	-1,45566079
1,39551701	,79029699	1,19817933	,60522001	,19733768
1,33665314	,68214250	1,81913943	,65451064	-,48248629
2,72597071	1,88101565	2,27280022	,84495506	,45317049
1,67133334	,97543026	1,37455401	,69590308	,29677933
3,77043140	3,48721551	3,40436083	,28321589	,36607057
3,29649239	2,68377303	2,77095852	,61271937	,52553387
1,80268359	1,24462630	1,42573508	,55805730	,37694851
2,24805370	1,96254129	2,42772254	,28551241	-,17966884
2,66509714	1,60016092	2,20050587	1,06493622	,46459127
3,48970600	3,43813561	3,80272556	,05157039	-,31301956
4,27766821	3,91535173	3,80801183	,36231648	,46965638
2,25559670	2,26309661	3,01462555	-,00749991	-,75902884
2,90752196	2,21193197	2,94390400	,69558999	-,03638203
2,22028836	2,34725706	2,75639092	-,12696870	-,53610256
4,78901804	4,66476477	4,31958577	,12425327	,46943227
3,82046158	2,71233127	3,01612862	1,10813031	,80433296
1,85955994	1,43692535	1,93788524	,42263459	-,07832530
1,34391858	-,13621065	1,00088811	1,48012923	,34303047
1,32873549	,82891896	,53652116	,49981654	,79221433
,78410566	1,39759801	1,24723394	-,61349235	-,46312828
1,13051124	1,05912875	2,12535067	,07138249	-,99483944
3,20383280	1,98335968	2,46398047	1,22047313	,73985234
3,58126659	2,31104479	2,08011397	1,27022180	1,50115261
1,18542290	1,85612026	1,63762112	-,67069735	-,45219821
-,73715876	,18105823	-,19422369	-,91821698	-,54293507
,91919698	,39436330	,07235820	,52483368	,84683879
,43321361	1,88040009	1,45251060	-1,44718649	-1,01929699
,09070387	1,10804190	1,29525434	-1,01733804	-1,20455047

----- END MATRIX -----

Matrix Linear standardized

Run MATRIX procedure:

OLS coefficient estimations with no lagged variable

1,40228712
-,17393660
,04738495

Least squares: Residual Variance

140,17607008

Maximum Likelihood: Residual Variance

135,55488096

Estimated t-statistics and standard deviations

,64212209 2,18383255
4,52201141 ,03846443
7,91276923 ,00598842

Least squares R square

,44960828

Least squares Adjusted R square

,44342410

Moran I

,17253589

Expected value of Moran E(I)

-,01442574

Variance of Moran Var(I)

,00470901

Z score

2,72450599

OLS coefficient estimations of lagged variable on regressors

6,06897169
-,10941611
,02002392

Initial upper bound (bu)

,60746046
-2,28437321
-,10747064
,03522121

Iteration history

Iteration	Determinant	Optimized r
1,00000000	1,23486021	,36447627
2,00000000	-7,39216122	,48596837
3,00000000	-2,92059323	,42522232
4,00000000	-,80612396	,39484930
5,00000000	,22327231	,37966279
6,00000000	-,28916701	,38725604
7,00000000	-,03238688	,38345941
8,00000000	,09558231	,38156110
9,00000000	,03163268	,38251026
10,00000000	-,00036835	,38298484
11,00000000	,01563435	,38274755
12,00000000	,00763354	,38286619
13,00000000	,00363273	,38292551
14,00000000	,00163222	,38295517
15,00000000	,00063194	,38297001
16,00000000	,00013180	,38297742
17,00000000	-,00011828	,38298113
18,00000000	,00000676	,38297927
19,00000000	-,00005576	,38298020
20,00000000	-,00002450	,38297974
21,00000000	-,00000887	,38297951
22,00000000	-,00000105	,38297939
23,00000000	,00000285	,38297933
24,00000000	,00000090	,38297936
25,00000000	-,00000008	,38297938
26,00000000	,00000041	,38297937
27,00000000	,00000017	,38297937
28,00000000	,00000004	,38297937
29,00000000	-,00000002	,38297937
30,00000000	,00000001	,38297937
31,00000000	,00000000	,38297937
32,00000000	,00000001	,38297937
33,00000000	,00000000	,38297937
34,00000000	,00000000	,38297937
35,00000000	,00000000	,38297937
36,00000000	,00000000	,38297937
37,00000000	,00000000	,38297937
38,00000000	,00000000	,38297937
39,00000000	,00000000	,38297937
40,00000000	,00000000	,38297937
41,00000000	,00000000	,38297937
42,00000000	,00000000	,38297937
43,00000000	,00000000	,38297937
44,00000000	,00000000	,38297937
45,00000000	,00000000	,38297937
46,00000000	,00000000	,38297937
47,00000000	,00000000	,38297937
48,00000000	,00000000	,38297937
49,00000000	,00000000	,38297937
50,00000000	,00000000	,38297937

Spatially adjusted coefficient estimations

-,92200387
-,13203249
,03971620

Optimized spatial autocorrelation coefficient

,38297937

ML equivelant spatially adjusted coefficient estimations

,38297937
-,92200387
-,13203249
,03971620

Maximum likelihood R square

,51668871

Maximum likelihood Adjusted R square

,50570436

Final ML Residual variance estimation

119,03377634

ML estimated t-statistics and standard deviations

2,41127319	,15882869
,41320262	2,23136019
3,34460819	,03947622
6,23563772	,00636923

Final Moran I

,03978244

Final Moran E(I)

-,01899403

Final Moran Var(I)

,00466549

Final Z score

,86050764

OLS and ML results

Y	OLS Y	ML Y	OLS residual	ML residual
,77797525	-3,20841727	-2,58492388	3,98639252	3,36289913
2,05967460	-,45151126	-,68082361	2,51118586	2,74049822
4,57489721	,61724057	,09533040	3,95765665	4,47956681
2,19952036	-7,30882428	-5,61849795	9,50834464	7,81801832
,89090213	-1,66180725	-1,98808313	2,55270939	2,87898527
,90119420	1,64514011	1,40772815	-,74394591	-,50653394
1,76355162	5,06804204	3,56382288	-3,30449042	-1,80027127
2,29275171	3,66465114	2,68989351	-1,37189943	-,39714180
2,07927122	11,80864468	9,13797360	-9,72937346	-7,05870238
,94653951	1,90186456	1,19469861	-,95532505	-,24815911
2,46332200	8,39204197	6,56606212	-5,92871998	-4,10274012
2,30198959	26,49545998	21,68006090	-24,19347039	-19,37807131
1,52990143	1,79040870	,81506413	-,26050727	,71483729
1,24864646	14,75570334	11,27440280	-13,50705688	-10,02575634
,49621379	2,44802060	,79901092	-1,95180680	-,30279713
,53766995	2,98971869	1,42732555	-2,45204874	-,88965560
1,01194397	3,61219404	1,57843520	-2,60025007	-,56649123
4,52276968	4,43922208	3,06563940	,08354760	1,45713028
13,41229867	8,24374608	5,86386213	5,16855259	7,54843653
,25525789	,99953501	,10986300	-,74427712	,14539489
3,19743332	,91492273	-,55120874	2,28251059	3,74864206
,00000000	2,61848336	1,06017808	-2,61848336	-1,06017808
2,39738049	19,35026259	16,39264388	-16,95288211	-13,99526339
2,77623628	3,19415127	2,62161429	-,41791499	,15462199
,00000000	3,68353604	3,28278339	-3,68353604	-3,28278339
,54279538	4,39901148	2,29116202	-3,85621610	-1,74836664
1,45397069	-2,43988002	-3,16967539	3,89385071	4,62364607
1,60162567	1,18331289	-,00407929	,41831278	1,60570496
2,44274288	3,72951807	2,65094774	-1,28677519	-,20820485
,16783365	,17487848	-1,29552257	-,00704483	1,46335622
1,17171460	-5,95028565	-5,72859841	7,12200025	6,90031302
,60890525	-6,89860757	-6,27029753	7,50751282	6,87920278
2,70384518	-17,14963135	-12,38245827	19,85347653	15,08630345
,58599444	-3,82511357	-4,33779505	4,41110801	4,92378949
,22066220	-,97652965	-1,81779216	1,19719185	2,03845437
1,87469951	2,48960938	2,24610593	-,61490986	-,37140642
1,20567203	10,62683053	7,88846195	-9,42115850	-6,68278992
,88047876	3,92849938	2,08872869	-3,04802061	-1,20824993
,83793826	2,47310878	,69020140	-1,63517052	,14773686
1,20666423	13,47224690	10,36960256	-12,26558266	-9,16293833
,52149277	4,53931988	2,28805561	-4,01782711	-1,76656283
6,97534758	23,83001146	21,43451708	-16,85466388	-14,45916950
5,94471997	4,79944342	4,69170714	1,14527655	1,25301283
4,07947751	7,88817916	6,91969962	-3,80870166	-2,84022211
,13508380	2,30908656	,20690335	-2,17400277	-,07181955
2,94148827	4,33939253	2,10882681	-1,39790426	,83266146
3,57983334	1,25915658	2,53746867	2,32067676	1,04236467
,00000000	1,70053838	1,06708153	-1,70053838	-1,06708153
4,80134398	13,99852443	15,26320444	-9,19718045	-10,46186045
10,71670880	19,29305947	16,12753748	-8,57635067	-5,41082869
4,29858593	17,08784286	14,90880996	-12,78925693	-10,61022403
12,57201248	18,21891099	15,41565164	-5,64689852	-2,84363916
4,14822111	,10760496	2,61874704	4,04061615	1,52947407
3,43183456	-2,05835933	-,85651764	5,49019389	4,28835220
12,62041566	5,90207891	6,69485182	6,71833674	5,92556384
5,96695838	1,24788604	2,11720846	4,71907234	3,84974992
5,11192154	5,59808393	4,35944172	-,48616239	,75247983
8,02322759	1,56076374	2,31977315	6,46246386	5,70345445
14,85724805	1,61967851	3,20870059	13,23756954	11,64854747

11,52131329	9,75284775	10,52498737	1,76846554	,99632592
3,10802111	1,25997870	,76211757	1,84804241	2,34590354
2,44168333	12,01646603	9,29775080	-9,57478270	-6,85606747
1,14819171	15,64037670	12,16375983	-14,49218499	-11,01556812
3,02779592	2,69470156	6,40477131	,33309436	-3,37697540
3,26252835	2,08607674	10,02056299	1,17645161	-6,75803464
14,18042846	17,38823382	18,21755384	-3,20780536	-4,03712538
4,55936182	3,90724269	5,51738136	,65211913	-,95801954
41,99882238	30,60100627	33,91420150	11,39781610	8,08462087
24,56154999	12,65001135	15,78288082	11,91153863	8,77866916
4,04393604	4,99679869	5,13964727	-,95286265	-1,09571123
7,10196586	11,48078641	13,20911181	-4,37882055	-6,10714595
12,57317721	11,24605707	12,14265098	1,32712014	,43052623
28,67927131	26,64954390	35,45650540	2,02972740	-6,77723410
67,56767514	19,69851820	29,17813492	47,86915695	38,38954022
8,48087531	30,96060362	35,35860593	-22,47972830	-26,87773061
17,39579777	25,11275559	33,04152104	-7,71695782	-15,64572328
8,44248741	27,02855774	26,58806317	-18,58607033	-18,14557576
117,87207813	53,52545905	51,67787940	64,34661907	66,19419873
42,58357910	22,97023633	24,89146918	19,61334278	17,69210992
5,13672847	6,99469158	8,89204583	-1,85796311	-3,75531736
2,55602540	-,88190922	2,93884152	3,43793462	-,38281612
3,02101220	2,93978802	1,20097213	,08122418	1,82004006
1,75235764	9,73968456	9,64580455	-7,98732691	-7,89344691
2,32292964	4,73212181	12,42805566	-2,40919217	-10,10512603
23,45403716	22,77723953	23,77128079	,67679763	-,31724363
34,35731064	21,62598252	20,70159802	12,73132812	13,65571262
2,90850694	17,19551206	13,89290700	-14,28700512	-10,98440007
,31898096	-6,42690727	-5,92590673	6,74588823	6,24488769
2,36798307	-6,66717949	-6,05349627	9,03516256	8,42147935
1,32189052	14,19881569	10,85180572	-12,87692517	-9,52991520
,72996314	5,29237269	6,18009036	-4,56240955	-5,45012722

----- END MATRIX -----