Μαθηματικά και Ιδεαλισμός στη Σύγχρονη Φυσική

Περίληψη

Το άρθρο αναπτύσσει έναν προβληματισμό που συνήθως αποσιωπείται, ή, χειρότερα, θεωρείται κάπως αφελής: Φιλοσοφούμε για τη Φυσική - τα θεμέλιά της, τις ανθρωπολογικές συνέπειές της, κ.λπ. - θεωρώντας αυτονόητο ότι η Φυσική δημιουργείται και γράφεται με μαθηματική γλώσσα. Όμως, *γιατί τα Μαθηματικά αποδίδουν "σωστά" τον φυσικό κόσμο; Κι αν αυτό δεν συμβαίνει;!*

Αποτελεί ο Πλατωνικός Κόσμος των Ιδεών απλώς ένα φιλοσοφικό αξιοθέατο; Όσοι νομίζουμε ότι ένας Κόσμος, που κατοικείται από το ιδεατό τρίγωνο και κύκλο, από την ιδεατή δικαιοσύνη και ομορφιά, ήταν - στην καλύτερη περίπτωση - ένα διανοητικό παιχνίδι, θα εκπλαγούμε βλέποντας τις πρόσφατες απόψεις του διακεκριμμένου μαθηματικού-φυσικού Roger Penrose[1]:

"Φαντάζομαι ότι, όταν ο νους συλλαμβάνει μια μαθηματική ιδέα, έρχεται σε επαφή με τον πλατωνικό κόσμο των μαθηματικών εννοιών... Αφού κάθε μαθηματικός μπορεί να έλθει άμεσα σε επαφή με τον πλατωνικό κόσμο, η επικοινωνία των μαθηματικών μεταξύ τους είναι πιο εύκολη από όσο φαίνεται. Οι νοητικές εικόνες που ο καθένας τους σχηματίζει από αυτήν την πλατωνική επαφή διαφέρουν από τον ένα στον άλλο, όμως *η επικοινωνία* μεταξύ τους είναι εφικτή, αφού ο καθένας είναι σε άμεση επαφή με τον *ίδιον* εξωτερικά υπαρκτό πλατωνικό κόσμο."

Ίσως, λοιπόν, ενοχληθούμε λιγότερο, αν διαβάσουμε τις παραπάνω γραμμές ως *μία* εξήγηση μιας γνωσιοθεωρητικής απορίας: Πως είναι δυνατό, μαθηματικοί, με διαφορετικά μαθηματικά εργαλεία και από διαφορετικές αφετηρίες να προσεγγίζουν με ομοφωνία νέα, άγνωστα μαθηματικά αντικείμενα;

Βέβαια, ο "πρακτικός νους" θα είχε μια εύκολη απάντηση: Που υπάρχει το πρόβλημα;! Μήπως απορούμε, γιατί ανεξάρτητοι μεταξύ τους τεχνίτες κατέληξαν, π.χ.,στην ανακάλυψη ενός ορισμένου τύπου τροχαλίας; Η "επικοινωνία" δεν

Ο Νίκος Ταμπάκης είναι Πολιτικός Μηχανικός και Διδάκτωρ Φιλοσοφίας.

είναι παρά φυσικό επακόλουθο της πολιτισμικής συνέχειας σε χώρο και χρόνο (μολονότι η συνέχεια αυτή, συχνά, δεν είναι καθόλου προφανής).

Στην απάντηση αυτή του πρακτικού νου θα αντιτασσόταν πάντως, ότι τα μαθηματικά αντικείμενα διαφέρουν πολύ από τροχαλίες! (αν και οι δεύτερες υποθέτουν κάποια γεωμετρική γνώση). Ο θεωρητικός νους δέχεται το πρόβλημα, και στην άποψη του Penrose βλέπει μια λύση του: τα μαθηματικά αντικείμενα είναι διανοητικές κατασκευές και συνιστούν έναν δικό τους "κόσμο" - όπως αποτελούν έναν δικό τους κόσμο και οι ιδέες των ποιητών, με τη διαφορά ότι ο πρώτος διαφέρει ασύγκριτα από τον δεύτερο σε ακρίβεια διατύπωσης και αποδεικτική εμπλοκή.

Με όχημα τη λέξη "κόσμος" ο θεωρητικός νους είναι τώρα έτοιμος να παρασύρει τον πρακτικό νου μακρυά από τον εφησυχασμό του. 'Οταν η λέξη "κόσμος" χάσει τα εισαγωγικά της, αρχίζει να φιλοξενεί παράδοξα αντικείμενα και σχέσεις: αφού ένας τέτοιος κόσμος *υπάρχει*, είναι δυνατό σε μερικούς να τον θυμούνται - όχι μόνον ο επαγγελματίας μαθηματικός αλλά και ο σωκρατικός δούλος, αν κατάλληλα χειραγωγηθεί[2].

Η μετατροπή του "κόσμου" σε Πλατωνικό Κόσμο είναι σχεδόν φυσική στον μαθηματικό, εξαιτίας της ιδιόμορφα επίπονης παιδείας του: αφομοίωση ενός εκπληκτικού πλήθους εννοιών που συνδέονται *όλες* μεταξύ τους *χωρίς* αντιφάσεις. Η χρόνια απασχόληση μαζί τους - και ιδίως όταν ως ερευνητής εισάγει ο ίδιο και *νέες* έννοιες - τις μετατρέπει υποσυνείδητα σε ένα είδος πραγματικότητας, ένα είδος όνειρου που με ένταση καθημερινά ζει σε δημιουργικό πυρετό.

Οι δύο αυτές ψυχολογικές συνιστώσες - εξαιρετικά έντονη σκέψη και δημιουργική χαρά - αρκούν συνήθως να μετατρέψουν σε "πραγματικότητα" το αντικείμενο της μαθηματικής φαντασίας. Το ψυχολογικό αυτό φαινόμενο - το σύνδρομο Πυγμαλίωνα, του γλύπτη που ερωτεύεται το δημιούργημά του - είναι περίπου τόσο παλιό όσο και ο Πλατωνικός Κόσμος.

Στην εποχή μας, ακόμη πιο επιρρεπής να ανακηρύξει τα προϊόντα του φορμαλισμού σε πραγματικότητα - αυτή τη φορά "υλική" - είναι ο θεωρητικός φυσικός. Κάποια μαθηματικά σύμβολα και σχέσεις ενός φυσικομαθηματικού μοντέλου - το οποίο, βέβαια, ενσωματώνει και ορισμένα αποτελέσματα παρατηρήσεων - μετατρέπονται σε υπαρκτές οντότητες (απειροελάχιστα σωματίδια, μέχρις αντικείμενα κοσμολογικών διαστάσεων).

Για τη μεθόδευσή του πάντως αυτήν, ο θεωρητικός φυσικός διαθέτει ένα ισχυρότατο επιστημολογικό άλλοθι: αυτή είναι η μέθοδος που στήριξε την καταπληκτική εξέλιξη των φυσικών επιστημών, η αρχή της οποίας επικράτησε να οροθετείται με τον Γαλιλαίο. Δύο μόνο στιγμιότυπα από την εντυπωσιακή σειρά επιτυχιών των φυσικομαθηματικών μοντέλων (ΦΜΜ):

(i) Δύο δεκαετίες περίπου περνούν από την πρόβλεψη του Maxwell για ηλεκτρομαγνητικά κύματα - και μάλιστα με ένα μάλλον μηχανιστικό φυσικό μοντέλο

- μέχρι τη σύλληψή τους από την πρωτόγονη αντένα του Hertz. (ii) Το μοντέλο μητρών του Heisenberg, ενώ αρχικά κατασκευάζεται για το άτομο υδρογόνου, εφαρμόζεται με μοναδική επιτυχία και σε άλλα βαρύτερα άτομα. Ο ίδιος ο Heisenberg νοιώθει σχεδόν μαγεμένος από την επιτυχία της θεωρίας του: "... έβλεπα στους τύπους αυτούς ... μαθηματικά που κατά κάποιον τρόπο δούλευαν *αυτόματα, ανεξάρτητα από κάθε φυσικό μοντέλο*. Το μαθηματικό αυτό σχήμα μου έδειχνε μια μαγική αφαίρεση...[3]".

Τέτοια παραδείγματα είναι αναρίθμητα, όμως συγχρόνως παρατηρεί κανείς, ότι ενώ η παραγωγή ΦΜΜ αυξάνει μάλλον εκθετικά στο πέρασμα των ετών, εντούτοις ο αριθμός των πράγματι επιτυχημένων μειούται δραστικά. Οι φυσικές θεωρίες γίνονται βραχύβιες και ζουν συνήθως πολύ λιγότερο από τους δημιουργούς τους. Στο παραπάνω επιστημολογικό κίνητρο κατασκευής ΦΜΜ πρέπει, βέβαια, να προσθέσουμε και ένα πιο ανθρώπινο,την επιδίωξη επιστημονικής αναγνώρισης.

Αυτό πάντως που μας απασχολεί εδώ είναι η *εγκυρότητα* του επιστημολογικού κινήτρου: Γιατί τα ΦΜΜ αναπαριστούν με ακρίβεια - συχνά εντυπωσιακή, όπως στην περίπτωση της κβαντικής μηχανικής - διάφορα φυσικά φαινόμενα; Γιατί ένα ΦΜΜ προβλέπει νέα φαινόμενα και εξηγεί άλλα για τα οποία δεν είχε κατασκευαστεί; Πιό σύντομα, *γιατί τα μαθηματικά εξηγούν με επιτυχία τον φυσικό κόσμο;* (Ο πρακτικός νους θα είχε και πάλι τις κακόβουλες αντιρρήσεις του: Θαυμάζετε τα επιτυχημένα ΦΜΜ, παραβλέποντας τις μυριάδες που οδεύουν στα πανεπιστημιακά καλάθια! Ο θαυμασμός σας μοιάζει με τη μακάρια πεποίθηση ότι "ουδέν έγκλημα κρυπτόν..." - ξεχνώντας τα εγκλήματα που δεν μαθεύτηκαν ποτέ!

Τα παραπάνω ερωτήματα δεν ταράζουν πάντως τον ύπνο της συντριπτικής πλειοψηφίας των θεωρητικών επιστημόνων, που η καθημερινή δουλειά τους **είναι** να κατασκευάζουν ΦΜΜ. Γι' αυτούς είναι δεδομένο και αυτονόητο ότι ένα φυσικό μοντέλο - ένα δυναμικό σώμα θεωρητικών και πειραματικών στοιχείων - θα διατυπωθεί *μαθηματικά*. Κανείς δεν εντυπωσιάζεται σήμερα από τη διακήρυξη του Γαλιλαίου: "Το βιβλίο της Φύσης είναι γραμμένο σε μαθηματική γλώσσα".

Βέβαια υπάρχουν και θεωρητικοί φυσικοί (ο Penrose ένας από αυτούς) που εκτιμούν ως πολύ σημαντικό το πρόβλημα της συμφωνίας των μαθηματικών με τον φυσικό κόσμο. Ο Eugene Wigner αναφέρθηκε στη συμφωνία αυτή ως "...το θαύμα να είναι η γλώσσα των μαθηματικών τόσο κατάλληλη για τη διατύπωση των νόμων της φυσικής, είναι ένα θαυμάσιο δώρο που ούτε το καταλαβαίνουμε, ούτε το αξίζουμε". Μη διακρίνοντας κάποια ασφαλή εξήγηση, πρότεινε ως *εμπειρική* τη χαρισματική ύπαρξη της συμφωνίας αυτής και την ονόμασε *Εμπειρικό Νόμο της Επιστημολογίας* (ΕΝΕ) - ένα όνομα που θα υιοθετήσουμε στο σύντομο άρθρο μας[4], αφού οι παρατηρήσεις του Wigner μνημονεύονται πάντα σε κάθε μεταγενέστερη δημοσίευση για την αρμονία μαθηματικών-φυσι-

κής.

Για να ταράξουμε περισσότερο τον εφησυχασμό του πρακτικού νου, ή του αφιλοσόφητου θεωρητικού φυσικού, ας προσθέσουμε δύο πιο δραματικές επισημάνσεις του ΕΝΕ.

Η πρώτη είναι του K.F. von Weizsäcker: "...υπάρχουν διανοητικές κατασκευές που στηρίζονται σε ψευδαισθήσεις, αλλά οι περισσότερες ναυαγώντας αποκαλύπτουν τον απατηλό χαρακτήρα τους. Οι ψευδαισθήσεις γίνονται επικίνδυνες όταν περιέχουν ένα σπέρμα αλήθειας, οπότε το ναυάγιό τους αργεί. Μήπως η μαθηματική φυσική είναι μια τέτοια ψευδαίσθηση;"[5]

Ακόμη πιο επιγραμματικός ο A.N. Whitehead νομιμοποιεί την υποψία: "... Μήπως ολόκληρη η μαθηματική φυσική δεν είναι παρά ένα τεράστιο παραμύθι;"![6].

Αρχίζουμε, λοιπόν, να βλέπουμε ότι *υπάρχει* πρόβλημα - σχεδόν αίνιγμα! Η θέση του Penrose, που λίγο δεικτικά σχολιάσαμε στην αρχή του άρθρου μας, είναι μια ενδεχόμενη λύση. Ιδού πως με συντομία και σαφήνεια εκθέτει την ιδεαλιστική άποψη στο πρόβλημα του ΕΝΕ: "Η αναφορά στον πλατωνικόν κόσμο σημαίνει ότι του αποδίδεται μια πραγματικότητα, κατά κάποιον τρόπο συγκρίσιμη με την πραγματικότητα του φυσικού κόσμου. Από την άλλη πλευρά, η πραγματικότητα του φυσικού κόσμου καθαυτού φαίνεται πιο αέρινη από όσο φαινόταν πριν εμφανιστούν οι υπέροχες θεωρίες της σχετικότητας και της κβαντικής μηχανικής. Η εξαιρετική ακρίβεια των θεωριών αυτών δημιούργησε μια σχεδόν αφηρημένη μαθηματική ύπαρξη της ίδιας της φυσικής πραγματικότητας. Υπάρχει εδώ κάτι παράδοξο; Πρόκειται για την άλλη όψη του νομίσματος στην ερώτηση του πως αφηρημένες μαθηματικές έννοιες αποκτούν σχεδόν μια χειροπιαστή πραγματικότητα στον πλατωνικόν κόσμο. Μήπως, κατά κάποιο τρόπο, οι δύο κόσμοι είναι αληθινά *ένας*;"

Κατά πόσον άραγε, η αποδοχή, ή όχι, μιας τέτοιας θέσης μπορεί να αφεθεί απλά στην ιδιοσυγκρασία μας - στον αρχαίο διχασμό μας σε "ιδεαλιστές" και "υλιστές";

Στο υπόλοιπο μέρος του άρθρου επιχειρώ να δείξω σύντομα την πραγματική *έκταση* του προβλήματος. Αν αυτό μάλιστα γίνει *συστηματικά*, θα εκπλαγεί κανείς, όχι τόσο για το "θαύμα" του ΕΝΕ, όσο για το πλήθος και τη δυσκολία των γνωσιοθεωρητικών, αλλά και καθαρά τεχνικών, προβλημάτων που ορθώνονται. Εξηγείται, έτσι, γιατί οι λύσεις που έχουν προταθεί είναι μάλλον θέσεις - εντεταγμένες στην όποια φιλοσοφική προσχώρηση του συγγραφέα - παρά αναλύσεις του προβλήματος.

Ας παρατηρήσουμε πρώτα ότι το πρόβλημα δεν είναι καθόλου νέο. Δεν είμαι βέβαιος αν "ολοκληρη η δυτική φιλοσοφία αποτελεί υποσημειώσεις στο Πλάτωνα", εντόπισα όμως μια πλατωνική διατύπωση για την αξία της

Αριθμητικής όμοια σχεδόν κατά λέξη με του Wigner: "... Θεόν δ' αυτόν μάλλον ή τινα τύχην ηγούμαι δόντα ημίν σώζειν ημάς"[7].

Το επόμενο βήμα μετά τον θαυμασμό είναι η πίστη - και πάλι ο Wigner διατυπώνει εύγλωττα τους κινδύνους της: "... είναι δυνατόν οι θεωρίες - οι οποίες μας φαίνονται "αποδειγμένες" από ένα πλήθος αριθμητικών συμφωνιών που θεωρούμε αρκετό - να είναι ψευδείς επειδή συγκρούονται με μια ενδεχόμενη ευρύτερη θεωρία, που βρίσκεται όμως πέραν από τις δυνατότητες ανακάλυψης. Αν αυτό είναι σωστό, θα πρέπει να περιμένουμε συγκρούσεις μεταξύ των θεωριών μας μόλις το πλήθος τους ξεπεράσει κάποιο όριο κι ευθύς μόλις καλύψουν κάποιο μεγάλο αριθμό φαινομένων. Σε αντίθεση με το παραπάνω άρθρο πίστεως (ΕΝΕ) του θεωρητικού φυσικού, κάτι τέτοιο θα ήταν ο εφιάλτης του θεωρητικού"[8].

Το απόσπασμα αυτό του Wigner για τον "εφιάλτη του θεωρητικού" εκφράζει τον φόβο για μια *διάψευση* του ΕΝΕ. Αφορά τη δραματική περίπτωση όπου το σύμπλεγμα των φυσικών θεωριών μας καταρρέει, όχι από κάποιο επαναστατικό πείραμα αλλά επειδή η "αποτελεσματικότητα" των μαθηματικών αποδεικνύεται τελικά "παράλογη"!

Βέβαια, σε μια πρώτη εκτίμηση, η περίπτωση αυτή μοιάζει μάλλον με σενάριο επιστημονικής φαντασίας - ιδίως για τον πειραματικό φυσικό και τον μηχανικό που, πετώντας στο καλάθι την τελευταία τους θεωρητική κατασκευή, πιστεύουν ότι η αποτυχία της οφειλόταν σε ελλιπή δεδομένα, σε κακές υποθέσεις, σε υπολογιστικά λάθη, κ.λπ., ποτέ όμως σε κάποια εγγενή ακαταλληλότητα των ίδιων των μαθηματικών.

Η αποδοχή του ΕΝΕ ως *εμπειρικού* μας οδηγεί κατευθείαν στο μεγάλο, πάντα ανοικτό, πρόβλημα της *επαγωγής*. Κι αν ακόμη δεν είμαστε οπαδοί της ποππεριανής "διαψευσιμότητας", η ιστορία των επιστημών υποδεικνύει ότι, συχνά, μέσα από τις εξαιρέσεις αναδύεται η νέα επιστήμη. Η διαπίστωση αυτή αρκεί να μετριάσει τον "θαυμασμό" στον ΕΝΕ και να μας κάνει επιφυλακτικούς για τις δυνατότητες του φορμαλισμού να περιγράψει τέλεια, και μια για πάντα, το περιεχόμενο μιας θαυμαστά πλούσιας πραγματικότητας.

Αλλά και η ίδια η διατύπωση του ερωτήματος "Γιατί τα Μαθηματικά εξηγούν τόσο καλά τον Φυσικό Κόσμο;" είναι αρκετή να μας οδηγήσει στον ευρύτατο χώρο του προβλήματος, αν εστιάσουμε την προσοχή μας στην κάθε λέξη της μικρής αυτής ερώτησης.

Και πρώτα, το ρήμα "εξηγούν"! Απλοϊκά ορισμένη η έννοια της εξήγησης σημαίνει, βέβαια, μια αιτιολογική πρόταση - μια απάντηση σε ένα "γιατί;".

'Ομως γίνεται γρήγορα φανερό ότι η ποικιλία των "γιατί;" εμποδίζει κάθε σοβαρή ανάλυση, αφού θα πρέπει να συστεγάσουμε αφελείς ερωτήσεις, του είδους "γιατί ο ήλιος ανατέλλει στην ανατολή;", μαζί με ουσιαστικές ερωτήσεις,

όπως "γιατί ο ήλιος ανατέλλει;". Αλλά οι πραγματικές δυσκολίες αρχίζουν, αν συγκρίνουμε, π.χ., δύο ενδεχόμενες απαντήσεις στη δεύτερη ερώτηση. Σε αυτήν ο μέσος άνθρωπος απαντά, "επειδή η γη στρέφεται στον άξονά της". Όμως η απάντηση αυτή για έναν φυσικό δεν είναι παρά μια *περιγραφή* στην οποία χρωστά μια νέα *εξήγηση* - "επειδή διατηρείται η στροφορμή της γης".

Το δίδαγμα είναι πως ό,τι για τον έναν είναι μια εξήγηση, για τον άλλον είναι απλώς μια περιγραφή. Το πέρασμα αυτό από την περιγραφή στην εξήγηση είναι συχνό και σαν διαχρονικό φαινόμενο: η παραπάνω απάντηση-περιγραφή της περιστροφής της γης - θα ήταν ασφαλώς μια ριζοσπαστική εξήγηση όταν πρωτοπαρουσιάστηκε. Από αυτήν την άποψη θα μπορούσαμε μάλιστα να θεωρήσουμε την πρόοδο κάθε επιστήμης σαν αλλεπάλληλα περάσματα από την περιγραφή στην εξήγηση. Ο R. Feynman χαρακτήρισε εύστοχα το παιχνίδι αυτό, αναφερόμενος στις δυσκολίες της σύγχρονης βαρυτικής θεωρίας: "άλλοτε οι άγγελοι έσπρωχναν τους πλανήτες από πίσω, ενώ τώρα προς το κέντρο!"[9]

Η διάκριση μεταξύ περιγραφής και εξήγησης γίνεται πιο προβληματική, όταν η πρώτη παίρνει μαθηματικό ένδυμα. Για παράδειγμα, τι είναι ο βαρυτικός νόμος του Νεύτωνα, μια περιγραφή ή μια εξήγηση; Αναμφίβολα, για τον ίδιο τον Νεύτωνα ήταν μια περιγραφή, αφού ο ίδιος δήλωνε ότι "hypotheses non fingo". Αυτό το "δεν κάνω υποθέσεις" σημαίνει σε σύγχρονη γλώσσα, ότι ο Νεύτων **δεν** είχε κάποιο *φυσικό μοντέλο* που εξηγούσε τον βαρυτικό νόμο του.

Βλέπουμε έτσι, ότι απαραίτητο μέρος μιας επιστημονικής εξήγησης είναι η ύπαρξη κάποιου μοντέλου, κάποιας *οντολογίας* συμβιβαστής με τη θεωρία. Ας υπογραμμίσουμε, ότι η οντολογία στην οποία αναφέρεται το μοντέλο μπορεί να είναι δοκιμαστική, δηλαδή μια υπόθεση - όπως ήσαν, π.χ., κάποτε και τα άτομα του Δημόκριτου.

Είναι λοιπόν φανερό, ότι έχουμε οδηγηθεί εμπρός στο γενικό οντολογικό πρόβλημα, την έννοια της *Πραγματικότητας* -που αναφέρεται ως "Φυσικός Κόσμος" στο ερώτημα "γιατί τα μαθηματικά...;". Ας περιοριστούμε εδώ σε ένα μικρό, αλλά ουσιαστικό σχόλιο:

Η μεταμφίεση μιας περιγραφής σε εξήγηση - τα διαδοχικά *επίπεδα εξήγησης* - δεν σημαίνει αναγκαστικά έναν οντολογικό σχετικισμό, μια απόρριψη της έννοιας της πραγματικότητας. Η προβολή φυσικών υποθέσεων, μοντέλων, αποτελεί την ουσία της επιστημονικής έρευνας και προόδου. Μια υπόθεση δεν κατασκευάζεται για να διαψευστεί - αν και συχνά, αυτή είναι η τύχη της. Αντίθετα, κατασκευάζεται ελπίζοντας ότι θα μπορέσει να ισχυροποιηθεί με τη συγκέντρωση υποστήριξης από *διαφορετικές* θεωρητικές ή εμπειρικές προσεγγίσεις. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα: ακόμη και στις αρχές του αιώνα μας η ύπαρξη των ατόμων αμφισβητείτο έντονα όχι μόνον από πολλούς φιλοσόφους αλλά και αρκετούς φυσικούς. Οι αμφιβολίες ξεπεράστηκαν, και η πραγματικότητα των ατόμων εγκαθιδρύθηκε, με ένα κλασσικό άρθρο του J. Perrin[10] στο οποίο παρουσίασε

δεκατρείς διαφορετικούς(!) τρόπους υπολογισμού του αριθμού Avogadro.

Η ανάλυση, λοιπόν, της έννοιας της Εξήγησης οδήγησε απευθείας στο αρχαίο πρόβλημα της φύσης της Πραγματικότητας, αλλά και σε ένα κεντρικό θέμα της σύγχρονης επιστημολογίας, την έννοια του *Μοντέλου* (που αποτελεί τη σημερινή εξέλιξη της έννοιας της *αναλογίας)*. Τα δύο αυτά μεγάλα θέματα δεν είναι βέβαια, τα μόνα που συνδέονται με την έννοια της εξήγησης. Ας σχολιάσουμε μόνον τα είδη εξήγησης:

Το καθιερωμένο είδος επιστημονικής εξήγησης, η *αναγωγική*, συνδέει *θεωρητικούς όρους* με *φυσικούς νόμους* - και, βέβαια, η ιδεολογικά φορτισμένη έννοια του νόμου απαιτεί πολύ προσεχτική εξέταση, αφού συνδέεται άμεσα με τις πολυσυζητημένες έννοιες της *αιτιοκρατίας* και της *αιτιότητας*. Το πρόβλημα, επίσης, της σύνθεσης των φυσικών νόμων εμφανίζεται οξύτερο σήμερα, όπου οι διάφορες Μεγάλες Ενοποιημένες Θεωρίες πλειοδοτούν μεταξύ τους για την "οριστική" περιγραφή της πραγματικότητας.

'Ενα άλλο είδος εξήγησης, η *τελεολογική*, με ρίζες στην αριστοτελική "εντελέχεια", δεν έχει ποτέ ολοκληρωτικά αποσυρθεί από τη φυσική. Οι ιδέες, π.χ., του O. Spengler για τον "Νόμο του Προορισμού" και το "νεκρό χέρι του Νόμου της Αιτιότητας" επηρέασαν αρκετούς από τους μεγάλους φυσικούς της προπολεμικής Γερμανίας. Η αιτιοκρατία βρέθηκε τότε να ασφυκτιά ανάμεσα στις ετερόκλητες συμπληγάδες του ανορθολογισμού του Spengler και του θετικιστικού ρεύματος που υιοθετούσε την απροσδιοριστία του Heisenberg. Την τελεολογική εξήγηση εντοπίζουμε και σήμερα στις λεγόμενες Ολιστικές Θεωρίες - σοβαρών εργασιών, όπως του D. Bohm[11], αλλά και μυστικιστικών παραπροϊόντων.

Αλλά ας περάσουμε, πολύ σύντομα, στο υποκείμενο της ερώτησης "Γιατί τα Μαθηματικά εξηγούν τόσο καλά τον Φυσικό Κόσμο;" - στα *Μαθηματικά*.

Σε άμεση σχέση με τον ΕΝΕ βρίσκονται δύο σπουδαία, και πάντα ανοιχτά ερωτήματα[12] για τα Μαθηματικά:

(i) *Τι είναι τα Μαθηματικά;* (ii) *Ποιά είναι η θεμελίωσή τους;* Είναι φανερό, λοιπόν, ότι μια λύση στο πρόβλημα του ΕΝΕ θα έδινε αυτόματα και απαντήσεις στα δύο αυτά ερωτήματα.

Το πρώτο, που αφορά τη φύση των μαθηματικών, παίρνει συνήθως τη μορφή διλήμματος:

Που υπάγονται τα μαθηματικά, στις φυσικές ή στις επιστήμες του ανθρώπου; -ή, ισοδύναμα, τα μαθηματικά είναι γλώσσα της φύσης ή γλώσσα του ανθρώπου; Πιο χαρακτηριστικά, τα μαθηματικά ανήκουν στον χώρο της *Επιστήμης* ή της *Τέχνης*;

Αλλά και η *θεμελίωση των μαθηματικών* παραμένει ανοιχτή. Οι διάφορες σχολές κατατάσσονται ανάλογα με την αναγωγή που επιδιώκουν: η *Συνολοθεωρητική* σε μια αξιωματική θεωρία συνόλων, η *Λογικιστική* στη λογική,

η *Φορμαλιστική* στην τυποποιημένη παραγωγή σχέσεων και η *Ενορατική* στη χρήση της μαθηματικής ενόρασης και κατασκευής.

Στη διατύπωση του H. Weyl, "το ερώτημα της τελικής θεμελίωσης και ουσίας των μαθηματικών παραμένει ανοιχτό· αγνοούμε προς τα που θα βρει την τελική του λύση, ή ακόμη και αν υπάρχει μια οριστική, αντικειμενική απάντηση".

Είναι επίσης φανερό, ότι η στάση στη θεμελίωση των μαθηματικών είναι συγχρόνως καθοριστική και για το πρόβλημα του ΕΝΕ.

Από τότε που ο Γαλιλαίος διακήρυξε ότι "το βιβλίο της Φύσης είναι γραμμένο σε μαθηματική γλώσσα", οι φυσικές επιστήμες μπήκαν σε μια περίοδο εκπληκτικής ανάπτυξης μέσα από τη μαθηματικοποίησή τους. Η Μαθηματική Φυσική στον αιώνα μας, με την επιρροή μεγάλων θεωρητικών και "δασκάλων", όπως ο Sommerfeld, αποκτά ανεξάρτητη ακαδημαϊκή υπόσταση ξεχωρίζοντας από την Πειραματική Φυσική. Η σπουδαία αυτή πνευματική δραστηριότητα έχει πάντως και μια αρνητική πλευρά: οι περισσότεροι φυσικοί σήμερα αρκούνται σε ένα πλήθος μαθηματικών μοντέλων, θεωρώντας άσκοπη "φιλοσοφική" ενασχόληση κάθε ερώτημα έξω από αυτά.

Περιοριζόμενοι σε αυτά τα ελάχιστα για τα Μαθηματικά και τη *μαθηματικοποίηση* της Φυσικής, ας υποβάλουμε και τη σκέψη για μία *αντιστροφή* του προβλήματος του ΕΝΕ - τη μετατροπή του αρχικού ερωτήματος σε: "Γιατί ο Φυσικός Κόσμος εξηγεί τα Μαθηματικά;" Η πρότασή μου αυτή φαίνεται, ίσως, παράδοξη και δεν θα αναπτυχθεί εδώ[13], όμως ας προσέξουμε κάτι.

Η πρωτοφανής σε έκταση και επιτυχία μαθηματικοποίηση της φυσικής μας κάνει να παραβλέπουμε ότι το ανθρώπινο γένος δοκίμασε κάποτε και μια πολύ διαφορετική πορεία: επιχειρήθηκε μέσω μεθόδων και προτάσεων της Φυσικής (κυρίως της Μηχανικής) η επινόηση μαθηματικών προτάσεων και η λύση ορισμένων καθαρώς μαθηματικών προβλημάτων. Για παράδειγμα, οι νόμοι ισορροπίας των μοχλών χρησίμευσαν στον Αρχιμήδη για την ανακάλυψη γεωμετρικών προτάσεων. Είναι ακόμη γνωστές ιδιοφυείς, μηχανικές επινοήσεις, όπως η "τετραγωνίζουσα" του Ιππία που χρησιμοποιήθηκε για την τριχοτόμηση της γωνίας, και τον (κατά Δεινόστρατο) τετραγωνισμό του κύκλου.

Στο αρχικό μικρό ερώτημα "Γιατί τα Μαθηματικά εξηγούν τόσο καλά τον Φυσικό Κόσμο;" απέμεινε, σε μια πρώτη οριοθέτηση, αυτό το "*τόσο καλά*"! Δύο, λοιπόν, τουλάχιστο, διαφορετικές αλλά συνδεδεμένες έννοιες εντοπίζει κανείς εδώ.

Πρώτον, περνώντας από την Πραγματικότητα στη *μαθηματική* περιγραφή της, απαιτούμε η περιγραφή αυτή να είναι *πιστή* - ακριβής. Με άλλα λόγια, πρέπει τα πειραματικά αποτελέσματα να συμφωνούν, όσο καλύτερα γίνεται, με τις προβλέψεις της μαθηματικής θεωρίας.

Δεύτερον, περνώντας από την Πραγματικότητα στη *φυσική* περιγραφή της,

φιλοδοξούμε το φυσικό αυτό μοντέλο να διαθέτει *αλήθεια* - οι φυσικές οντότητες που το μοντέλο προτείνει να αποτελούν οντολογικές κατηγορίες και της ίδιας της Φύσης.

Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι η αξιολόγηση των δύο αυτών κριτηρίων επιτυχίας - πιστότητα και αλήθεια - εξαρτάται από τη φιλοσοφική μας τοποθέτηση. Στην ωφελιμιστική εποχή μας, αυτό που κυρίως ενδιαφέρει είναι η πιστότητα (ακρίβεια), αφού από αυτήν εξαρτάται το πέρασμα από την επιστήμη στην τεχνολογία. Το κριτήριο της αλήθειας - ταλαιπωρημένο από τις συγκρούσεις των φιλοσοφικών ρευμάτων σε όλες τις εποχές, και αποκηρυγμένο από τον σύγχρονο επιστημολογικό θετικισμό - περνά σε δεύτερη μοίρα.

Είναι χαρακτηριστικό, ότι η επιτυχέστερη φυσική θεωρία του αιώνα μας, η κβαντική μηχανική, κυριάρχησε χάρι στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων της, μολονότι στερείται κάποιου ικανοποιητικού φυσικού μοντέλου. Για τις έννοιες που δημιούργησε - όπως, κβαντική επαλληλία, κβαντικό άλμα, εν δυνάμει μεταβάσεις (virtual transitions), με αποκορύφωμα τη μη τοπικότητα - δεν έχει βρεθεί κάποιο ικανοποιητικό οντολογικό σχήμα. Ακόμη χειρότερα, σχεδόν κυριάρχησε η άποψη ότι δεν υπάρχει (ή, μετριοπαθέστερα, δεν μπορεί να βρεθεί) κάποια οντολογία: η Αλήθεια τελειώνει στις μαθηματικές εξισώσεις![14]

Αποσύνδεση πιστότητας και αλήθειας - όμως αυτή τη φορά *σκόπιμα*! - παρατηρούμε και σε μια ειδική κατηγορία φυσικών μοντέλων, όπου εν γνώσει μας εισάγουμε φανταστικές οντότητες, οι οποίες όμως διευκολύνουν τη μαθηματικοποιήση του μοντέλου. Για παράδειγμα, στην ακουστική χρησιμοποιούνται ενίοτε φανταστικά σωματίδια (phonons), τα οποία εξυπηρετούν καλύτερα τους υπολογισμούς σε σύγκριση με τα υπαρκτά ηχητικά κύματα.

Προσπάθησα στο άρθρο αυτό να θέσω το πρόβλημα του ΕΝΕ, παρουσιάζοντας μερικές πτυχές του. Δεν αναφέρθηκα σε καμιά σχεδόν από τις απόπειρες λύσεις του - εκτός βέβαια από την εμπειρική του αναγνώριση ως "θαύματος".

Ας σημειωθεί, ότι ο ΕΝΕ εμφανίζεται στη λεγόμενη "ισχυρή ανθρωπική αρχή" (anthropic principle), η οποία διατείνεται[15] ότι οι διάφορες φυσικές σταθερές είναι αυτές που είναι μόνον και μόνο για να εξασφαλίσουν την εμφάνιση του ανθρώπινου είδους. Πιο γενικά μάλιστα, το "θαύμα" του ΕΝΕ προτείνεται[16] ως το κύριο, σύγχρονο θεολογικό επιχείρημα - σε αντικατάσταση του πιο ταπεινού και γνήσιου "τα πάντα εν σοφία...".

'Ισως έλεγε κανείς, ότι παρόμοιες αιτιάσεις αφήνουν αδιάφορο το "πρακτικό νού" - ο οποίος, μάλιστα, στην αρχή του άρθρου μας έσπευσε σε μια εύκολη λύση του ΕΝΕ! Θα τελειώσω, λοιπόν, επίσης με έναν προβληματισμό του περίφημου πρακτικού νου - ο οποίος όμως τώρα απροσδόκητα διαπιστώνει τη σημασία του ΕΝΕ και στον ίδιον!

Στις Η.Π.Α αρχίζει τώρα με δύο ειδικά ραδιοτηλεσκόπια ένα δεκαετές πρό-

γραμμα - προϋπολογισμού 100 εκατομμυρίων δολλαρίων! - ανίχνευσης τυχόν εξωγήινης νοημοσύνης[17]. Προϋπόθεση του προγράμματος: οι εξωγήινοι έχουν αναπτύξει περίπου τις *ίδιες* με μας μαθηματικές και φυσικές θεωρίες - μια υπόθεση, προφανώς, καθαρά πλατωνική. Η μεθόδευση, λοιπόν, αυτή αντιμετωπίζει σκληρή κριτική και από τον φιλόσοφο N. Rescher που θεωρεί χαμένα τα 100 εκατομμύρια, (ποιός είπε, ότι ένας φιλόσοφος δεν διαθέτει "πρακτικό νου"!). Τα επιχειρήματά του - ουσιαστικά μια γενική λύση του ΕΝΕ - είναι ότι τα Μαθηματικά και η Φυσική, και στη συνέχεια η Τεχνολογία, αποτελούν ένα συγκεκριμένο προϊόν μιας συγκεκριμμένης φυσιολογίας, η οποία διαμορφώνεται σε ένα δεδομένο φυσικό και πολιτισμικό περιβάλλον. Οι μικροί, πράσινοι άνθρωποι δεν θα καταλαβαίνουν τα Μαθηματικά μας!

Σημειώσεις

1. R. Penrose, *The Emperor's New Mind*, Penguin Books, 1991. Βλ. ιδιαίτερα στις σελ. 116, 428-430. (Υπογραμμίσεις όπως στο πρωτότυπο).

2. Στον αριστουργηματικό πλατωνικό διάλογο, ο Σωκράτης πείθει τους μαθητές του ότι ο δούλος έφτασε στην ανάμνηση του θεωρήματος. Μια άλλη πάντως εκδοχή δεν συζητείται: οι μαθηματικοί συλλογισμοί εδράζονται στην "κοινή λογική" - αυτήν που ο δούλος διέθετε και ο Σωκράτης την έκανε να κινηθεί βήμα προς βήμα.

3. Η φιλοσοφική τοποθέτηση των πρωταγωνιστών της νεώτερης φυσικής και σχετική βιβλιογραφία στο F. Selleri, *Die Bebatte um die Quantentheorie*, Vieweg, 1984, και σε μετάφραση, Gutenberg, Αθήνα, 1986, κεφ. 3 και 4.

4. E. Wigner, "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Science", στο *Symmetries and Reflections*, MIT Press, 1970.

5. Ο Whitehead παρουσιάζει το πρόβλημα κάπως διαφορετικά από τον Wigner: η απαίτηση να περιγράψουμε τον κόσμο ανεξάρτητα από εμάς έρχεται σε αντίθεση με τη δυνατότητά μας να τον περιγράψουμε μέσω των αισθήσεων και διανοημάτων μας. A.N. Whitehead, An *Introduction to Mathematics*, Oxford Univ. Press, (1911) 1982, σ. 33.

6. C.F. von Weizsäcker, *The Unity of Nature*, Farrar Inc. 1980, σ. 88.

7. ΕΠΙΝΟΜΙΣ, 97e. Ο Πλάτων αναφέρεται στην Αριθμητική και προχωρεί στον ηθικό στόχο του: η μαθηματική γνώση είναι ο προθάλαμος της αρετής.

8. ό.π., σ. 12.

9. R. Feynman, *The Character of Physical Law*, MIT Press, 1967. (Και σε Ελληνική μετάφραση).

10. *Les atomes, une anthologie historique*, ed. AGORA, Paris, 1991: τα σημαντικότερα άρθρα, υπέρ και κατά της ατομικής θεωρίας.

11. D. Bohm, *Wholeness and the Implicate Order*, Routledge, 1980. (Και σε ελληνική μετάφραση).

12. *Η Φιλοσοφία των Μαθηματικών, από τον Frege ως τον Kreisel*, 1884-1979, Επιλογή

Άρθρων, επιμ. Π. Χριστοδουλίδη, Εγνατία, Θεσ/νίκη, 1980. Επίσης, *Εισαγωγή στη Φιλοσοφία των Μαθηματικών*, Δ. Αναπολιτάνου, Νεφέλη 1985.

13. Ν. Ταμπάκη, Διδακτ. Διατριβή, Πανεπ. Ιωαννίνων, 1987.

14. Βλ. π.χ., F. Selleri, ό.π. σημ.3

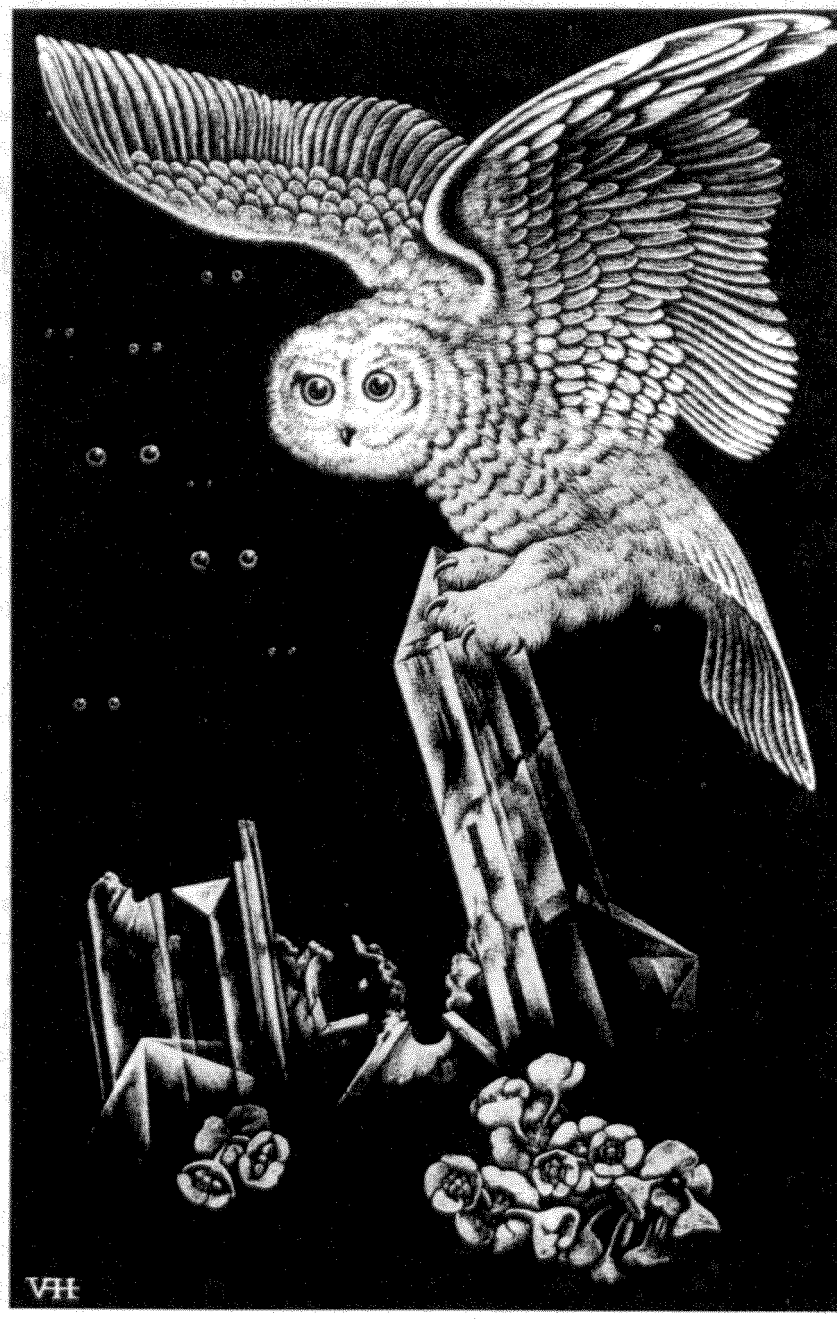
15. J. Barrow, *Pi in the Sky*, Clarendon, 1992. Το νέο βιβλίο του Άγγλου αστρονόμου J. . Barrow παρουσιάζει επιδέξια τον πλατωνικό κόσμο.

16. Paul Davies, *God and the New Physics*, Penguin, 1984. (Και σε Ελληνική μετάφραση με εισαγωγή Ε. Μπιτσάκη).

17. *Scient. American*, Febr. '93, Science and the Citizen, p. 8. Το νέο πρόγραμμα αποτελεί συνέχεια του γνωστού SETI (Search for Extraterrestrial Intelligence).



H Leonora Carrington στο St. Martin d' Ardèche
φωτ. Lee Miller, 1939



Valentine Hugo «Λευκή κουκουβάγια του χιονιού», 1932