

ΤΙΜΑΡΙΘΜΟΙ Η ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΙ ΔΕΙΚΤΑΙ

‘Υ π ό ‘

Κ. Α. ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΗ

‘Ιστορία τῶν τιμαρίθμων ἢ οἰκον. δεικτῶν.

Γενικώτερον οἰκονομικοὺς δείκτας καλοῦμεν τοὺς ἀριθμοδείκτας τῶν τιμῶν ἢ καὶ ἄλλως τιμαρίθμους ὀνομαζομένους, καίτοι ὁ ὅρος ἀριθμοδείκται τιμῶν θὰ ἦτο, καθ’ ἡμᾶς, ὁ μᾶλλον προσήκων, ἂν μὴ ἐν τῇ εὐρυτέρᾳ αὐτοῦ ἐννοίᾳ δὲν περιελάμβανεν, ὡς γνωστόν, τὴν ἐφαρμογὴν τῆς μεθόδου τοῦ τόσον τοῖς $\%$, εἰς ἣν, ὡς γνωστόν, ἀριθμὸς τις ἢ σειρά ἀριθμῶν παρίσταται δι’ ἀριθμῶν ἀναλόγων, οἵτινες ἀναφέρονται εἰς ἄλλο ποσόν, ὅπερ ἔχει γίνεαι δεκτὸν ὡς ὅρος συγκρίσεως.

Ἡ ἔννοια ὁμοίως τοῦ οἰκ. δείκτου δὲν εἶναι τόσον ἀπλή, καθ’ ὅσον διὰ ταύτης παρίσταται ἀριθμητικὴ ἐργασία ἀρκετὰ πολὺπλοκος, συνεπαγομένη πλείστους ὑπολογισμοὺς, ἀποσκοπούντας νὰ προσδιορίσουν τὰς μέσας τιμὰς σειρᾶς τινος ἀγαθῶν καὶ ἅς τιμὰς ὑποτυποῦμεν περιοδικῶς, ὥστε τὸ σύνολον τῶν μέσων τούτων, ἐν ἐκάστη χρονικῇ περιόδῳ, νὰ συνοψίξη ἢ μᾶλλον νὰ συγκεφαλαιοῖ τὴν κίνησιν αὐτῶν ἐν τῷ συνόλῳ, ὡς πρὸς τινὰ σειρὰν παρατηρήσεων ὁμοειδῶν, ληφθεισῶν ὡς σημεῖον συγκρίσεως. Κατ’ ἀκολουθίαν ἡ μέθοδος τοῦ τόσον τοῖς $\%$ ὑπεισέρχεται ἐν τῷ λογισμῷ τοῦ οἰκον. δείκτου παρομαρτούντως καὶ διὰ νὰ εὐκολύνῃ τὰ ἐπιτυγχανόμενα ἀποτελέσματα, συναρτήσῃ μιᾶς τεχνικῆς κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἦττον πολυπλόκου.

Αὐτονόητον τυγχάνει ὅτι ἡ ἔννοια τοῦ οἰκ. δείκτου ὡς στατιστικοῦ συστήματος ἱκανοῦ νὰ καταγράφη τὰς γενικὰς μεταβολὰς τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν εἶναι τὰ μάλα πολυσύνθετος, δεδομένου ὅτι ἡ τιμὴ οὐδὲν ἕτερον εἶναι ἢ ἡ ἀξία ἀνταλλαγῆς εἰς νόμισμα καὶ συνεπῶς κατὰ βάθος ἡ στατιστικὴ τῆς παρακολουθήσεως τῶν τιμῶν διὰ τοῦ συστήματος τῶν οἰκον. δεικτῶν ἀποβαίνει στατιστικὴ τῶν ἀξιῶν, καθ’ ὅσον παριστᾷ τοὺς λόγους τῶν ἀξιῶν μεταξὺ ἀριθμοῦ τινος ἀγαθῶν ἀναγκαίων ἢ χρησίμων εἰς τὴν ζωὴν τοῦ ἀνθρώπου. Τὸ πρόβλημα τῶν τιμῶν ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται ὅτι εἶναι ἀρρήκτως συνδεδεμένον πρὸς τὸ νομισματικὸν πρόβλημα, ἐπειδὴ τὸ νόμισμα διὰ τῆς ἀφθονίας του ἢ, ἀντιθέτως διὰ τῆς σπάνιός αὐτοῦ, ἀσκεῖ ταύτοχρόνως ἐπίδρασιν, ὑψωτικὴν ἢ πτωτικὴν, ἐφ’ ὅλων τῶν τιμῶν. Οὐχ ἦττον ὁμοίως τοῦτο δὲν

συμβαίνει εἰς τὴν πραγματικότητα πάντοτε, ὡς πλειστάκις ἔχει διαπιστωθῆ ἄχρι τοῦδε (ἴδε A. Aftalion, Monnaie, Prix, et Change, σελὶς 26 καὶ ἐφεξῆς).

Καίπερ αἱ τιμαὶ δύνανται νὰ ἀυξάνωσι ἢ νὰ ἐλαττωθῶσι ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἰδιογενῶν αἰτιῶν, ἀλοκληρωτικῶς ξένων πρὸς τὰς γενικὰς καὶ ἐκτεταμένους τροποποιήσεις τοῦ νομίσματος, πάντως, ὅσῳδήποτε πολυάριθμοι καὶ ἂν εἶναι αἱ ἰδιογενεῖς αἰτίαι αἵτινες ἐπιδρῶσι ἐπὶ τῶν τιμῶν, δύνανται νὰ ζητηθῆ ἔάν αὗται εἶναι γενικαὶ καὶ ἔάν εἶναι δυνατόν νὰ μετρηθῆ ἡ ἐπίδρασις τούτων διὰ τοῦ ἀποτελέσματος αὐτῶν.

Ἐπειδὴ τὸ νόμισμα εἶναι τὸ κοινὸν μέτρον τῶν ἀξιῶν, ἴσως, θὰ ἦτο δυνατόν νὰ πιστευθῆ ὅτι αὐτὴ αὕτη ἡ ἀξία τοῦ νομίσματος νὰ μὴ δύνανται νὰ προσδιορισθῆ. Πράγματι, ἐλλείψει αὐτῆς ταύτης τῆς ἀξίας τοῦ νομίσματος, θὰ ἦτο ἐφικτὸν νὰ δοκιμάσωμεν νὰ ἐξεύρωμεν τὰς μεταβολὰς ἃς αἱ τιμαὶ ὑφίστανται ἐν τῷ συνόλῳ αὐτῶν, σχηματιζομένου οὕτως εἴδους μέσου μετροῦντος τὰς ὑποτυπούμενας διακυμάνσεις διὰ τῆς παρατηρήσεως. Κατ' ἀκολουθίαν ὁ οἶκ. δείκτης ἀπαρτίζει σύνθεσιν ἐκφράζουσαν τὴν γενικὴν, οἰονεῖ, φυσιογνωμίαν τοῦ συνόλου τῶν τιμῶν ἐξ ὧν προέρχεται.

Πῶς ὅμως ἐγεννήθη ἡ ἰδέα τῆς διὰ τῶν οἶκ. δεικτῶν παρακολουθήσεως τῆς ἐν τῷ χρόνῳ ἀνεξίσεως τῶν τιμῶν ;

Πρῶτος φαίνεται ὅτι τὴν ἰδέαν ταύτην συνέλαβεν ὁ ταμίης τῆς Ἑταιρίας τῶν Ἰνδιῶν Dutot τὸ 1738, διὰ νὰ συγκρίνη τὰς τιμὰς τῆς ἐποχῆς τοῦ Λουδοβίκου IB' πρὸς τὰς τιμὰς τῆς ἐποχῆς τοῦ Λουδοβίκου ID'. Ὁ Dutot ἀφορμᾶται ἐκ τῆς σκέψεως ὅτι διὰ νὰ γνωρίσῃ ἔάν ὁ Βασιλεὺς (ἢ Κυβέρνησις) διαθέτῃ περισσότερα χρήματα τῶν προκατόχων του, γνωστοῦ ὄντος τοῦ βασιλικοῦ εἰσοδήματος εἰς λίβρας μεταξὺ δύο ἐποχῶν, πρέπει «νὰ ἀνατρέξῃ εἰς τὰς τιμὰς τῶν τροφίμων ἐκάστης Βασιλείας, καὶ ὅστις μετὰ τοῦ εἰσοδήματός του θὰ δυνηθῆ νὰ ἔχῃ πλείονα τρόφιμα, ἐπὶ τῇ τιμῇ τῆς ἐποχῆς του, θὰ εἶναι συνεπῶς ὁ πλουσιώτερος».

Πρὸς σύγκρισιν ὁ Dutot ἐχρησιμοποίησε τὰ δεδομένα τοῦ Ἰωάννου Bodin, ἀφορῶντα τὸ ἔτος 1508, καὶ τὰ ἔθιμα τῆς Μπουρμπὸν καὶ Καμπανίας καὶ ἐζήτησε ποῖαι ἦσαν αἱ τότε (1735) τιμαὶ διὰ τὰ αὐτὰ τρόφιμα. Προσθέτει τὰς τιμὰς, πρὸς ἐξεύρεσιν, τῶν δύο ἐποχῶν κεχωρισμένως, καὶ συγκρίνει τὰ μερικὰ σύνολα. Γράφει κατὰ ταῦτα ὅτι «Δύναμαι ὅθεν νὰ εἶπω ὅτι ὅ,τι ἐστοίχιζεν 171 sous καὶ 3 δηνάρια ἐπὶ Λουδοβίκου IB', τῷ 1508, θὰ στοιχίζῃ σήμερον ἐπὶ Λουδοβίκου ID', τῷ 1735, 3771 sous, ἦτοι 22 φορὰς πε-

ρισσότερον καὶ συνεπῶς ἔκτοτε τὰ τρόφιμα ὑψώθησαν 22 φορές.

Βραδύτερον τοῦ Dutot, τῷ 1747, ὁ Massachusetts καταρτίζει πρότυπον μέτρον διὰ τὴν πληρωμὴν τῶν δανείων, τὸ ὁποῖον σκοπὸν εἶχε τὴν ἀποφυγὴν τῆς ὑποτιμῆσεως τοῦ χαρτονομίσματος καὶ πρὸς τοῦτο χρησιμοποιοεῖ μέσον συνολικὸν σταθμικόν, ἐν ᾧ ἐκάστη ἀπόλυτος τιμὴ, ἀναλόγως τοῦ ἐνδιαφέροντος τοῦ ἀντιστοίχου ἐμπορεύματος, ἐλαμβάνετο ἀπλῆ ἕως πενταπλῆ.

Ἡ παλαιότερα ἐνδιαφέρουσα κίνησις τῶν τιμῶν, ἥτις εἶναι ἀρκετὰ γνωστὴ εἰς ἡμᾶς, εἶναι ἡ τῆς ὑψώσεως τῶν τιμῶν τοῦ 16 αἰῶνος. Τῷ 1764 ὁ Ἴταλὸς G. Carli, ἀναζητῶν τὴν αἰτίαν τῆς κινήσεως ταύτης καὶ διερευνῶν τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ἀνακαλύψεως τῆς Ἀμερικῆς ἐπὶ τῆς ἀγοραστικῆς ἱκανότητος τοῦ νομίσματος, ἔσχε τὴν ἰδέαν νὰ σχηματίσῃ τὸν λόγον τῶν τιμῶν τοῦ σίτου, τοῦ οἴνου, καὶ τοῦ ἐλαίου μεταξὺ τῶν ἐτῶν 1750 καὶ 1500 καὶ νὰ λάβῃ τὸν μέσον ἀριθμητικὸν τῶν τριῶν λόγων.

Ἡ περίοδος ὅμως τῶν ἀποτόμων διακυμάνσεων τῶν τιμῶν σημειοῦται κατὰ τὰς ἀρχὰς τοῦ 19ου αἰῶνος, ἰδίᾳ δὲ ἐν Ἀγγλίᾳ, ὡς ἐκ τῆς ἐπιδράσεως τῶν Ναπολεοντίων πολέμων καὶ τῆς ἀφθόνου ἐκδόσεως χαρτονομίσματος ἐπὶ ἀναγκαστικῇ κυκλοφορίᾳ. Τότε χρονολογοῦνται καὶ αἱ βαθεῖαι καὶ σοβαραὶ παρὰ τοῖς οἰκονομολόγοις τῆς κλασικῆς σχολῆς μελέται τοῦ προβλήματος τῆς μετρήσεως τῶν τιμῶν.

Οἱ Arthur Young, Schuckburg-Evelyn καὶ δὴ ὁ Poulett-Scrope ἠσχολήθησαν μὲ τὸ ζήτημα τοῦτο. Ὁ τελευταῖος μάλιστα προέτεινε «νὰ διορθώνεται τὸ νόμιμον - πρότυπον τῆς ἀξίας ἢ τοῦλάχιστον νὰ παρέχωνται εἰς τὰ ἄτομα τὰ μέσα τοῦ προσδιορισμοῦ τῶν σφαλμάτων των, διὰ τῆς περιοδικῆς δημοσιεύσεως τιμῆς τινος τρεχούσης, αὐθεντικῆς, περιεχούσης πίνακας μεγάλου τινος ἀριθμοῦ εἰδῶν καθημερινῆς χρήσεως, διατεταγμένων εἰς ποσότητας ἀντιστοιχοῦσας πρὸς τὴν σχετικὴν αὐτῶν κατανάλωσιν, ὥστε νὰ δίδεται ἀπὸ καιροῦ εἰς καιρὸν ἢ αὔξεις ἢ ἐλάττωσις τῆς μέσης τῶν τιμῶν, τοῦθ' ὅπερ θὰ ἐσημείου, μετὰ πάσης τῆς ἐπιθυμητῆς ἀκριβείας, δι' ἐμπορικοὺς σκοποὺς, τὰς μεταβολὰς ἐν τῇ ἀξίᾳ τοῦ νομίσματος, καὶ θὰ ἐπέτρεπεν εἰς τὰ ἄτομα, ἐὰν κρίνωσιν ὀρθόν, νὰ διακανονίζωσι τὰς χρηματικὰς των ὑποχρεώσεις μετὰ διόρθωσιν τούτων, ἐπὶ βάσει τοῦ προτύπου τούτου πίνακος».

Ὁ G. Porter προέτεινε τὸν σχηματισμὸν πινάκων τῶν τιμῶν, διατεταγμένων συστηματικῶς, ὥστε νὰ ἀναπαριστῶσι τὴν γενικὴν κίνησιν τῶν τιμῶν, καὶ ἐδημοσίευε κατὰ μῆνα ἀπὸ τὸ 1833 ἕως τὸ 1837 τὴν μέσιν σχετικὴν τιμὴν 50 εἰδῶν.

Νέα τις ὕψωσις τῶν τιμῶν, ἀπότοκος τῆς ἀνακαλύψεως χρυσοῦ εἰς Καλιφορνίαν καὶ Αὐστραλίαν, ἤγαγε τοὺς Soetbeer εἰς Γερμανίαν καὶ Jevons εἰς Ἀγγλίαν νὰ ἐφαρμόσουν τὴν μέθοδον τῶν ἀριθμοδεικτῶν εἰς τὴν σπουδὴν τῶν λόγων μεταξὺ τῶν τιμῶν, τῆς μάξης τοῦ χρυσοῦ καὶ τῶν κυκλοφορούντων ἐμπορευμάτων.

Ὁ Jevons ὑπολογίζει τὴν μέσην τῶν σχετικῶν τιμῶν 118 εἰδῶν καὶ συμπεραίνει ὑποτίμησιν τοῦ νομίσματος ἴσην τουλάχιστον πρὸς 9% καὶ πιθανῶς ἕως 15%.

Ὁ Laspeyres, κρίνων τὰς παλαιότερας ἐργασίας τοῦ Newmarch καὶ τοῦ Soetbeer, αἵτινες, ὄντως, δὲν συνεπάγονται τὸν ὑπολογισμόν δείκτου, ἀναζητεῖ τοὺς συνδέσμους μεταξὺ ὑψώσεως τῶν τιμῶν ἀπὸ τοῦ 1850 ἄφ' ἑνὸς καὶ τῶν μεταβολῶν ἐν τῇ παραγωγῇ τῶν ἐμπορευμάτων καὶ τοῦ χρυσοῦ ἄφ' ἑτέρου. Διερευνᾷ τὸ ἀποκληθὲν παράδοξον τῶν δύο ἐμπορευμάτων, εἰς ἃ ἡ μὲν χρῆσις τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ ἄγει εἰς φαινομενικὴν ὑψωσιν τῶν τιμαρίθμων, ἡ δὲ χρῆσις τοῦ μέσου γεωμετρικοῦ ἀφήνει τοῦτον σταθερὸν μεταξὺ τῶν δύο ἐποχῶν, καθ' ἃς τὸ μὲν ἐμπόρευμα ὑπέστη διπλασιασμόν τῆς τιμῆς, τὸ δὲ ἕτερον ὑποδιπλασιασμόν ταύτης, καὶ καταλήγει, παρὰ τὴν προτίμησιν τοῦ S. Jevons πρὸς τὸν μέσον γεωμετρικόν, νὰ ὑποδεικνύη τὴν χρῆσιν τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ.

Μετά τινα ἔτη συζήτησις ἠγέρθη μεταξὺ τῶν Laspeyres καὶ Drobisch, καίτοι οὗτοι, κατ' ἀρχὴν, συνεφώνουν περὶ τῆς ἀνάγκης ὅπως λαμβάνηται ὑπ' ὄψιν τὸ σχετικὸν ἐνδιαφέρον τῶν ἐμπορευμάτων, δηλ. ὁ Drobisch ἐπεζήτει τὸν σχηματισμὸν ἀριθμοδείκτου διὰ τῆς συγκρίσεως τῆς μέσης τιμῆς μεταξὺ δύο ἐποχῶν, ἐνῶ ἀντιθέτως ὁ Laspeyres συνίστα τὴν σύγκρισιν τῆς ὀλικῆς ἀξίας μεταξὺ τῶν δύο ἐποχῶν, καθοριζομένης ἐπὶ βάσει τιμῶν μὲν μεταβλητῶν, ποσοτήτων δὲ σταθερῶν, τῶν τοῦ ἔτους τῆς βάσεως. Εἰς τὸν τύπον τοῦ Drobisch ἀπέδιδε τὸ μέγα μειονέκτημα ὅτι καθίστα τὸν τιμάριθμον συνάρτησιν τῆς ἐκλογῆς τῶν μονάδων ποσότητος, τοῦθ' ὅπερ ἠδύνατο νὰ ἀποφευχθῆ, ἂν ἐλαμβάνετο ἡ ποσότης ἐκάστου ἐμπορεύματος ὡς μονάς, ἢ ἀντιστοιχοῦσα εἰς μίαν (δεδομένην ἢ τὴν ἐθνικὴν) νομισματικὴν μονάδα, τοῦθ' ὅπερ τὸ τοιοῦτον κατέληγεν εἰς τὴν χρησιμοποίησιν τοῦ τύπου τοῦ Laspeyres ἢ καὶ τοῦ τύπου τῆς ὀλικῆς ἀξίας μεταξὺ τῶν δύο ἐποχῶν, ἐπὶ βάσει τιμῶν μεταβλητῶν καὶ ποσοτήτων σταθερῶν, τῶν τοῦ ἔτους δι' ὃ ἡ ἀναζήτησις τοῦ τιμαρίθμου,

Ταύτοχρόνως ὁ Held ὑπεδείκνυεν ὅτι ἡ κυριώτερα ἀφορμὴ τῆς ἀνακριβείας τοῦ δείκτου τῶν τιμῶν εἶναι, ἀσχέτως τῆς θεωρή-

σεως ἢ μὴ τῶν ποσοτήτων ἢ τῆς χρησιμοποίησεως τοῦ α ἢ β μαθηματικοῦ τύπου, τὰ χρησιμοποιούμενα δεδομένα (στατιστικαὶ παρατηρήσεις), ἅτινα δὲν ἀναφέρονται οὔτε ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν ἀγορῶν οὔτε ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν ἐμπορευμάτων,

Μετὰ τὰς συζητήσεις ταύτας, καθ' ἃς διηρουνήθησαν τὰ κυριώτερα ζητήματα ἅτινα θέτει ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ τιμαρίθμου : ἐκλογή μεταξὺ λόγων (πηλίκων) μέσων καὶ τῶν μέσων λόγων (πηλίκων), χρησιμότης ἢ μὴ τῆς σταθμίσεως, ἐκλογή μεταξὺ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ καὶ τοῦ μέσου γεωμετρικοῦ, σχετικὴ σημασία τοῦ τύπου καὶ τῆς ἐκλογῆς τῶν δεδομένων κ.λ.π., τὸ ὅλον ζήτημα παρέμεινεν στάσιμον, ὡς εἶχεν, ἐπὶ ὀλόκληρον δεκαπενταετίαν, ὅτε καὶ αὐθις ἐτέθη ἐπὶ τάπητος τοῦτο, οὐχὶ πλέον λόγῳ ὑψώσεως τῶν τιμῶν, ἀλλὰ τὸναντίον λόγῳ μεγίστης πτώσεως τούτων καὶ ἀνεζητήθη τότε ἡ σχέσις, ἢ ἐξάρτησις, μετὰ τῶν καθορισθέντων περιορισμῶν ἐν τῇ ἐλευθέρᾳ νομισματοκοπῇ τοῦ ἀργύρου.

Ἡ Βρεττανικὴ Ἑταιρία διὰ τὴν προαγωγὴν τῶν ἐπιστημῶν ἀνέθηκεν εἰς ἐπιτροπὴν νὰ ἀναζητήσῃ τὰς καλυτέρας μεθόδους προσδιορισμοῦ καὶ μετρήσεως τῶν μεταβολῶν ἐν τῇ ἀξίᾳ τοῦ νομισματικοῦ προτύπου (*Étalon monétaire*).

Ὁ Καθηγητὴς Edgeworth, γραμματεὺς τῆς ἐπιτροπῆς, ὑπέβαλε τρία ὑπομνήματα ἐπὶ τοῦ τεθέντος προβλήματος κατὰ τὰ ἔτη 1887, 1888, καὶ 1889. Τὰ ὑπομνήματα ταῦτα ἀποτελοῦσι, σήμερον ἔτι, ἔργα θεμελιώδη διὰ τὴν θεωρίαν τῶν ἀριθμοδεικτῶν τῶν τιμῶν. Εἰς τὸ πρῶτον τῶν ὑπομνημάτων ὁ Edgeworth ἐρευνᾷ κατὰ βάθος τοὺς διαφόρους σκοποὺς (*quaesita*) οὓς δυνατὸν νὰ ἐπιτύχωμεν διὰ τοῦ λογισμοῦ τῶν δεικτῶν, τὴν φύσιν τῶν πρὸς ὑποτύπωσιν τιμῶν ἐν ἐκάστη περιπτώσει, καὶ τὸν ἐφαρμοστέον μαθηματικὸν τύπον. Ἀναλόγως τοῦ ὑπ' ὄψει σκοποῦ, ὁ Edgeworth συνιστᾷ τὴν χρῆσιν τοῦ μέσου ἀντιρροπικοῦ (σταθμικοῦ) ἀριθμητικοῦ, τοῦ μέσου ἀπλοῦ γεωμετρικοῦ ἢ τῆς ἀντιρροπικῆς διαμέσου διαιρεθείσης διὰ τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τοῦ ἀριθμοῦ τῶν παρατηρήσεων. Παρομοιάζει τὴν κατανομὴν τῶν σχετικῶν τιμῶν περὶ τὸν μέσον αὐτῶν πρὸς τὴν κατανομὴν τῶν σφαλμάτων παρατηρήσεως (Νόμος Gauss) καὶ ὑποδεικνύει τὴν ἐφαρμογὴν τῶν ἀρχῶν τοῦ λογισμοῦ τῶν πιθανοτήτων.

Κατόπιν τῶν ὑπομνημάτων τούτων, ἡ Βρεττανικὴ Ἑταιρία συνέστησε τὴν χρῆσιν τῶν τιμῶν χονδρικοῦ ἐμπορίου, ἐλλείψει τιμῶν λιανικοῦ ἐμπορίου καὶ ἀπεφάνθη ὅτι ἡ ἀντιρρόπησις εἶναι χρήσιμος, οὐχὶ ὅμως καὶ ἀπαραίτητος, τέλος δὲ κατέληξεν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι οἱ διάφοροι μαθηματικοὶ τύποι ὑπολογισμοῦ τιμα-

ρίθμων δίδουσι ἐξαγόμενα ἐλάχιστα ἀπ' ἀλλήλων διαφέροντα.

Εἰς τὸ δεύτερον ὑπόμνημα ὁ Edgeworth διετύπωσε τὸ μὲν θεωρητικὴν ἔρευναν, τὸ δὲ μελέτην πειραματικὴν, τῆς ἀκριβείας δηλ. τῶν δεικτῶν, ζήτημα πρωταρχικὸν καὶ δύσκολον, ὅπερ μόνον, μετὰ τοῦτον, ὁ Ἀμερικανὸς στατιστικὸς Truman Kelley ἐπεχείρησε καὶ ὅπερ μέχρι σήμερον μερικῶς μόνον ἔχει λυθῆ. Ἐν τῷ ὑπομνήματι τούτῳ ἀπέδειξεν ὁ Edgeworth «ὅτι εἰς τοὺς σταθμικοὺς τύπους, ἡ ἀκρίβεια τῶν συντελεστῶν σταθμίσεως ἔχει ἀσθενεστάτην ὅλως ἐπίδρασιν, κατὰ πολὺ δὲ μικροτέραν τῆς ἀκριβείας τῶν τιμῶν». Τὸ τρίτον ὑπόμνημα ἀποτελεῖ συμπλήρωμα τοῦ πρώτου, ἐξετάζονται δὲ ἐν αὐτῷ αἱ διάφοροι ἀπόψεις ἐπὶ τῶν τιμαρίθμων.

Τῷ 1890 ὁ Westergaard διετύπωσε τὴν ἄποψιν «ὅτι ἵνα τύπος τιμαρίθμου τινὸς εἶναι ἀκριβῆς, δεόν νὰ ἐπαληθεύη τὴν κληθεῖσαν «κυκλικὴν συνθήκην», καθ' ἣν δεόν νὰ εὐρίσκωμεν τὸ αὐτὸ ἐξαγόμενον ἢ συγκρίνοντες ἀπ' εὐθείας ἔτος τι πρὸς ἄλλο ἢ καὶ συγκρίνοντες τοῦτο, ἐμμέσως, συναρτήσῃ τρίτου τινὸς ἔτους». Τὴν συνθήκην ταύτην, ἐπειδὴ ὁ μέσος γεωμετρικὸς, ἀπλοῦς ἢ μῆ, ὡς γνωστόν, μόνος πληροῖ, διὰ τοῦτο τὴν χρῆσιν τούτου συνιστᾷ.

Ἡ ἐπιστημονικὴ συζήτησις καὶ αὖθις ἐπὶ τινὰ ἔτη διεκόπη, μεχρὶς οὗ ὁ Ὀλλανδὸς Pierson διὰ τῶν ἐργασιῶν του ἔδωκε νέαν ὠθησιν εἰς ταύτην καὶ ἐπιστημονικὴ ἔρις ἀνεφύη μεταξὺ τούτου καὶ τοῦ Sauerbeck, περὶ ἧς κατωτέρω προσθέτομεν ὀλίγα τινά. Τὴν κατ' ἀντιμωλίαν, τρόπον τινά, ἐπιστημονικὴν ταύτην ἔριδα Pierson-Sauerbeck διεδέχθη νέα τοιαύτη, μὲ πρωταγωνιστὰς τοὺς Pierson καὶ Edgeworth, καθ' ὅσον ὁ πρῶτος ἐπανέλαβε καὶ ἀνέπτυξεν τὸ παράδοξον τῶν δύο ἐμπορευμάτων καὶ ἀπέδειξε ὅτι ἡ ἐφαρμογὴ εἴτε τοῦ μέσου γεωμετρικοῦ εἴτε τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ δύναται νὰ ἀγάγῃ εἰς συμπεράσματα ἀπολύτως ἀσυμβίβαστα καὶ κατέληξεν ὅτι οἱ τιμάριθμοι δεόν νὰ μὴ ἀπολαύωσιν ἐμπιστοσύνης ὡς ἐκ τούτου. Ἀντιθέτως ἀμύντωρ τῶν τιμαρίθμων ἀνεδείχθη ὁ Edgeworth, παρατηρῶν ὅτι αἱ ἐμφανιζόμεναι διαφοραὶ δὲν ἦσαν σοβαραί, ἐκτὸς ἂν ἐλαμβάνοντο παραδείγματα τεχνικῶς ἀπλοποιημένα, καὶ καθίσταντο ἀσήμαντοι, ἐὰν ἀφορμώμεθα ἐκ πραγματικῶν σχετικῶν τιμῶν, σποραδικῶς ἀποκλινουσῶν.

Τῷ 1909 ὁ Ἀμερικανὸς οἰκονομολόγος Correa Moylan Walsh ἐξέδωκε βιβλίον ἐπὶ τῆς ἀγοραστικῆς ἱκανότητος τοῦ νομίσματος, οὗ τὸ οὐσιωδέστερον καὶ αὖθις μέρος τούτου περιελήφθη ἐν τῷ κατὰ τῷ 1921 ἐκδοθέντι «The problem of Estimation».

Τῷ 1911 ὁ γνωστὸς Ἀμερικανὸς οἰκονομολόγος, μαθηματι-

κός καὶ στατιστικὸς Irving Fisher ἐδημοσίευσε τὸ κλασικὸν ἀποῦ ἔργον ἐπὶ τῆς ἀγοραστικῆς ἰκανότητος τοῦ νομίσματος. Ἐν αὐτῷ ἐκτίθεται διατὶ καὶ πῶς αἱ διάφοροι σχετικαὶ τιμαὶ διασπείρονται (κατανέμονται) καὶ ἀναζητεῖ τὸν καλύτερον δείκτην τῆς ἀγοραστικῆς ἰκανότητος τοῦ νομίσματος. Παραθέτει τοὺς διαφόρους σκοποὺς οὓς δυνάμεθα νὰ ἐπιδιώξωμεν διὰ τοῦ λογισμοῦ τῶν δεικτῶν καὶ ὑποστηρίζει ὅτι, ἀνεξαρτήτως σκοποῦ, ὁ ἄριστος δείκτης εἶναι ἐκεῖνος ὅστις ἐκφράζει τὴν στάθμην τῶν τιμῶν αἰτινες ὑπαισέρχονται ἐν τῇ ἐξισώσει τῶν συναλλαγῶν καὶ περὶ οὗ κατωτέρω θὰ διαλάβωμεν ἐν ἐκτάσει.

Διὰ πρώτην φοράν καὶ κατὰ τρόπον συστηματικὸν ὁ Fisher ἀναζητεῖ ὅλους τοὺς μαθηματικοὺς τύπους οἵτινες εἶναι δυνατὸν νὰ ἐφαρμοσθῶσιν εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἀριθμοδεικτῶν τῶν τιμῶν.

Ἀκολουθῶς προσδιορίζει τὰς συνθήκας ἅς οἱ τύποι οὔτοι δέον νὰ πληρῶσιν, ὧν τρεῖς ἐφαρμόζονται εἰς τὰς ποσοτήτας, καὶ διερευνᾷ ἐὰν οἱ τύποι οὔτοι ἐπαληθεύωνται, εἴτε διὰ δύο οἰοδήποτε ἔτη, εἴτε διὰ δύο ἔτη ὧν τὸ ἓν εἶναι ἔτος βάσεως. Παρέχει τότε ἓνα βαθμὸν εἰς ἕκαστον τύπον ἐπαληθεύοντα πλήρως τὴν συνθήκην καὶ ἥμισυ βαθμὸν εἰς τὸν ἐπαληθεύοντα ταύτην μερικῶς. Κατ' ἐξοχὴν δέ, καταλήγων, συνιστᾷ τὴν χρησιμοποίησιν τῶν ἀκολουθῶν τύπων

$$\frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}, \quad \frac{\sum P_1 (q_0 + q_1)}{\sum P_0 (q_0 + q_1)}, \quad \frac{\sum P_1 \sqrt{q_0 q_1}}{\sum P_0 \sqrt{q_0 q_1}}$$

τῶν δύο τελευταίων κυρίως εἰς τὴν περίπτωσιν βάσεων ἐν ἀλληλουχίᾳ εὐρισκομένων. Διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς συνιστᾷ τὴν χρησιμοποίησιν τῆς ἀντιρροπικῆς διαμέσου.

Μετά τινα χρόνον ὁ τότε Διευθυντὴς τῆς Αὐστραλιανῆς Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας Knibbs ἐδημοσίευσεν ἐπὶ τῶν τιμαρίθμων ὑπόμνημα, συμπληρωθὲν τῷ 1919 δι' ἐργασίας σχετικῆς πρὸς τὸ αὐτὸ θέμα. Οὗτος ἐκθέτει τὴν μέθοδον τῆς «συνολικῆς ἀξίας», ἣτις συνίσταται εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν μεταβολῶν τοῦ κόστους ἐνός «τύπου—διατροφῆς», τοῦθ' ὅπερ ἀνάγεται εἰς τὴν ἐφορμογὴν τύπου ἀναλόγου πρὸς τοὺς τύπους τοῦ Lespeyres καὶ Paasche, εἰς οὓς αἱ ποσότητες προσδιορίζονται ἐκ τῶν προτέρων, ἅπαξ διὰ παντός, ἄνευ οὐδεμιᾶς παραπομπῆς εἰς τε τὸ ἔτος βάσεως ἢ τὸ θεωρούμενον ἔτος. Τὸ μόνον πλεονέκτημα τῆς μεθόδου ταύτης εἶναι ὅτι ἀποβαίνει ὁ τιμάρηθμος ἀνεξάρτητος τοῦ ἔτους βάσεως,

λόγω τῆς εἰσαγωγῆς, ἐν τῷ λογισμῷ του, ποσοτήτων ἀνεξαρτήτων τούτων.

Τῷ 1915 εἶδε τὸ φῶς τὸ πληρέστερον τῶν ἄχρι τοῦδε ἐκδοθέντων ἔργων περὶ τιμαρίθμων, ἡ μελέτη δηλονότι τοῦ Ἀμερικανοῦ στατιστικοῦ Wesley Mitchell, ὡς εἰσαγωγή εἰς τὸ ὑπ' ἀριθ. 173 Δελτίον τοῦ Bureau of Labor Statistics. Εἰς τὴν μελέτην ταύτην ὁ Mitchell, ἐφορμῶζων αὐστηρῶς τὴν ἐμπειρικὴν ἢ πειραματικὴν μέθοδον, παραθέτει ὄλα τὰ σχετικὰ προβλήματα πρὸς τὸν λογισμὸν τῶν τιμαρίθμων, ἐπίσης δὲ καὶ προβλήματα τάξεως θεωρητικῆς καὶ τάξεως πρακτικῆς ἦτοι : αἱ σχέσεις μεταξὺ τῶν ἐν ὄψει σκοπῶν καὶ τῶν ἐφαρμοστέων μεθόδων, ἡ συνάθροισις τῶν σχετικῶν δεδομένων πρὸς τὰς τιμὰς καὶ ἐνδεχομένως πρὸς τὰς ποσότητας, ἡ ἐκλογή τῶν πηγῶν ἐξ ὧν δύνανται νὰ ἀντληθῶσι τὰ δεδομένα ταῦτα, τὰ τῆς περιόδου τῆς βάσεως, ὁ ἀριθμὸς καὶ τὸ εἶδος τῶν περιλαμβανομένων ἐμπορευμάτων, ἡ μορφή τοῦ μέσου καὶ ἡ πρὸς ἀντιστάθμισιν μέθοδος. Ἀφ' οὗ τοιουτοτρόπως χωρίζει τὰ προβλήματα ὁ Mitchell, ἐρευνᾷ τὸ παραγόμενον ἀποτέλεσμα ὑπὸ τῆς μεταβολῆς τοῦ ἐξεταζομένου παράγοντος, τῶν ἄλλων παραγόντων τηρουμένων σταθερῶν. Τὰ συμπεράσματα τούτου παρουσιάζουσι χαρακτηῆρα βεβαιότητος, ὃν αἱ παλαιότεραι ἐρευναι, στηριζόμεναι ἐπὶ πειραμάτων λίαν περιορισμένων, οὐδόλως παρεῖχον.

Διαρκούντος τοῦ Εὐρωπαϊκοῦ πολέμου καὶ κατὰ τὰ ἀμέσως μετ' αὐτὸν πρῶτα ἔτη, προβλήματα ἀπείρως μᾶλλον ζωτικότερα τοῦ προβλήματος τῶν τιμαρίθμων ἀνέκυψαν καὶ ἀπησχόλησαν τὴν προσοχὴν τῶν οἰκονομολόγων καὶ στατιστικῶν ὄλου τοῦ Κόσμου.

Τῷ 1921 ὁ Flux, ἐξ ἀφορμῆς τῆς ἀναπροσαρμογῆς τοῦ τιμαρίθμου τοῦ Board of Trade, ἀρχικῶς ἀντιρροπικοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ, χρησιμοποιούντος κυρίως πληροφορίας τῆς στατιστικῆς τοῦ ἐξωτερικοῦ ἐμπορίου εἰς ἀπλοῦν μέσον γεωμετρικόν, διὰ τῆς χρησιμοποίησεως κυρίως τῶν ἐμπορικῶν τιμῶν, ἐκάστου ἐμπορεύματος λαμβάνοντος ἀριθμὸν τινα τιμῶν ἀνάλογον πρὸς τὴν σημασίαν αὐτοῦ, ἐδημοσίευσε σχετικὴν μελέτην.

Βραδύτερον ὁ προμνημονευθεὶς Walsh ἀφιέρωσε τόμον εἰς τὸ πρόβλημα τῆς ἐκτιμήσεως καὶ κατέληξε, μετὰ μακρὰν ἀναζήτησιν ἐπὶ τοῦ χρησιμοποιητέου τύπου διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀγοραστικῆς ἀξίας τοῦ νομίσματος, νὰ διατυπώσῃ «ὅτι τὸ πρόβλημα τοῦτο εἶναι ἐξ ἴσου ἄλυτον ὡς τὸ πρόβλημα τοῦ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου, ἐφ' ὅσον ζητοῦμεν ἀκρίβειαν εἰς τὰ δεδομένα».

Τὸ μᾶλλον δύσκολον καὶ τὸ πλέον ἐνδιαφέρον τῆς θεωρίας τῶν τιμαρίθμων εἶναι τὸ τῆς ἀκριβείας τῶν εὕρισκομένων ἐξαγομένων. Μετὰ τὸν Edgeworth, ὡς προελέχθη, ὁ Ἀμερικανὸς στατιστικὸς Truman Kelley ἐπελήφθη τῆς μελέτης τοῦ προβλήματος τούτου, πιστεύων ὀρθῶς ὅτι, ἐν τῇ ἐκλογῇ τύπου τινός, εἶναι ἀνάγκη νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν τὸ μέγεθος τοῦ πιθανοῦ σφάλματος ὡς ἐκ τοῦ ὅτι τὰ δεδομένα τοῦ ὑπολογισμοῦ εἶναι ἀτελῆ. Δὲ τούτους πλείστους τῶν τύπων τὸ πιθανὸν σφάλμα καθορίζεται ἐμμέσως διὰ τοῦ τύπου τοῦ δίδοντος τοῦτο συναρτήσῃ τῆς συσχετίσεως καὶ τοῦ μέσου σφάλματος τετραγώνου τῶν δύο ὑποδεικτῶν εἰς οὓς ὑποδιαιρεῖται ὁ γενικὸς δείκτης.

Ταῦτοχρόνως ὁ πέρυσι ἀποθανὼν ἐπίτιμος διευθυντὴς τῆς Γαλλικῆς Γενικῆς Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας L. March ἐδημοσίευσεν τῷ 1921 εἰς τὴν Διεθνῆ Ἰταλικὴν Στατιστικὴν Ἐπιθεώρησιν *Metron* ἄρθρον περὶ τῶν διαφόρων τρόπων μετρήσεως τῆς γενικῆς κινήσεως τῶν τιμῶν, διαστείλας, πρῶτος οὗτος, σαφῶς τὴν νομισματικὴν ἀντίληψιν τῆς προϋπολογιστικῆς τοιαύτης τῶν τιμαρίθμων καὶ περὶ ὧν κατωτέρω θὰ ἀναφέρωμεν σχετικῶς.

Ὁ March θέτει, ὡς ὁ Fisher, τὰς συνθήκας ἅς δέον νὰ πληροῖ ὁ νομισματικὸς τιμάρηθος καὶ αἱ ὁποῖαι εἶναι αἱ ἑξῆς :

1ον. **Συνθήκη εὐαισθησίας :** Ὄταν τιμὴ τις μεταβάλληται, ὁ τιμάρηθος δέον νὰ ὑφίσταται μεταβολὴν τινά, ἄνευ ἧς ὁ τιμάρηθος δὲν θὰ ἠδύνατο νὰ ἐξομοιωθῇ πρὸς ὄργανον φυσικῆς μετρήσεως.

2ον. **Συνθήκη συμμετρίας :** Τοῦ τιμαρίθμου ὀφείλοντος νὰ εἶναι ἀνεξαρτήτου τῶν μονάδων μετρήσεως τῶν ποσοτήτων.

3ον. **Συνθήκη ἀναλογίας :** Ὄταν ὅλαι αἱ τιμαὶ ὑφίστανται ἀνάλογον μεταβολὴν, ὁ τιμάρηθος δέον νὰ δείξῃ ἰσόποσον μεταβολὴν.

4ον. **Συνθήκη κυκλικότητος :** Ὁ τύπος δέον νὰ εἶναι τοιοῦτος ὥστε τὸ πηλίκον τῶν σχετικῶν δεικτῶν εἰς δύο στιγμὰς οἷα σδήποτε νὰ εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς περιόδου τῆς βάσεως, διότι ὄργανόν τι μετρήσεως οὐδὲν πρέπει νὰ καταλίπη εἰς τὴν αὐθαιρεσίαν τοῦ παρατηρητοῦ.

5ον. **Συνθήκη ἀπλότητος :** Ὁ τύπος δέον νὰ εἶναι ὅσω τὸ δυνατόν ἀπλούστερος.

Αἱ συνθήκαι τοῦ Fisher, περισσότεραι τὸν ἀριθμὸν, εἶναι αἱ ἑξῆς:

1ον. **Συνθήκη ἀναλογίας τῶν τιμῶν:** Ἡ συνθήκη 3 τοῦ March.

2ον. **Συνθήκη ἀναλογίας τῶν ποσοτήτων:** Ὁ τύπος ἀριθμοδείκτου τιμῶν δέον νὰ εἶναι τοιοῦτος ὥστε ὁ συσχετικὸς ἀριθμο-

δείκτης τῶν ποσοτήτων νὰ μεταβάλληται ὡς αἰ σχετικαὶ ποσότητες, ὅταν αὐταὶ μεταβάλλωνται κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν.

3ον. **Συνθήκη προσδιορισμοῦ τῶν τιμῶν :** Τιμάρηθμός τις δὲν πρέπει νὰ καθίσταται οὔτε ἀπροσδιόριστος οὔτε μηδὲν οὔτε ἄπειρος, ὅταν μία τῶν τιμῶν γίνεται μηδὲν ἢ ἄπειρος.

4ον. **Συνθήκη προσδιορισμοῦ ποσοτήτων :** Συσχετικὴ συνθήκη διὰ τὸν συσχετικὸν δείκτην.

5ον. **Συνθήκη προσθέσεως ἢ ἀφαιρέσεως τιμῆς τινος :** Τιμάρηθμός τις δέον νὰ εἶναι τοιοῦτος ὥστε, ἐὰν εἰσάγηται ἢ ἀφαιρῆται ἐμπόρευμά τι, οὔτινος ἢ σχετικὴ τιμὴ εἶναι ἴση πρὸς τὸν δείκτην, οὔτος νὰ μὴ μεταβάλληται.

6ον. **Συνθήκη προσθέσεως ἢ ἀφαιρέσεως ποσότητος :** Συσχετικὴ συνθήκη τοῦ συσχετικοῦ δείκτου.

7ον. **Συνθήκη ἀλλαγῆς βάσεως :** Συνθήκη 4 τοῦ March.

8ον. **Συνθήκη ἀλλαγῆς μονάδος μετρήσεως :** Συνθήκη 2 τοῦ March.

Ὁ March ἀποδεικνύει ἐπίσης πῶς ὁ νομισματικὸς τιμάρηθμος, ὁ πληρῶν τὰς παρ' αὐτοῦ τεθείσας συνθήκας καὶ ὅστις θεωρεῖ τὸ ἰνδικὸν π.χ. ὡς ἔχων τὴν αὐτὴν οἰκονομικὴν σημασίαν μετὰ τοῦ σίτου, εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπαληθευθῇ διὰ τῆς θεωρίας τῶν πιθανοτήτων καὶ τοῦ νόμου τῶν μεγάλων ἀριθμῶν.

Πράγματι δε οὔτος πρῶτος ἀνεζήτησε νὰ διαπιστώσῃ ἐὰν ἡ ἐφαρμογὴ τοῦ λογισμοῦ τῶν πιθανοτήτων ἐπηληθεύετο, δηλ. ἐὰν ἡ κατανομὴ τῶν σχετικῶν τιμῶν περὶ τὸν μέσον αὐτῶν ἦτο σύμμορφος ἢ ὄχι πρὸς τὸν νόμον τοῦ Gauss.

Βραδύτερον ὁ I. Fisher, συμπληρώσας τὴν εἰς τὸ 82ον συνέδριον τῆς Ἀμερικανικῆς Στατιστικῆς Ἑταιρίας γενομένην ἀνακοίνωσιν τοῦ ἐπὶ τῶν τιμαρίθμων, ἐξέδωκε, τῷ 1922, τὸ «The Making of Index Numbers» ἐκ 526 σελίδων. Τὸ ἔργον τοῦτο εἶναι ἀφιερωμένον εἰς τὴν ἀναζήτησιν τοῦ τύπου τοῦ «ἰδανικοῦ τιμαρίθμου». Ὑφίστανται δὲ ἕξ μορφαὶ μέσων καὶ τέσσαρα συστήματα ἀντιροπίσεως (κατὰ τὰς τιμὰς τοῦ ἔτους βάσεως, τὰς τιμὰς τοῦ θεωρουμένου ἔτους, ἢ τὰς ὑποθετικὰς τιμὰς, ἅς εὐρίσκομεν πολλαπλασιάζοντες τὴν τιμὴν τοῦ ἔτους βάσεως ἐπὶ τὴν ποσότητα τοῦ θεωρουμένου ἔτους ἢ ἀντιστρόφως). Ἐξ ἑτέρου πᾶς τύπος δέον νὰ πληροῖ τὰς δύο συνθήκας, ἧτοι : 1ον ἐφαρμοζόμενος διαδοχικῶς κατὰ τὰς δύο ἐννοίας μεταξὺ τῶν δύο συγκρινομένων ἐποχῶν, δέον νὰ παρέχῃ ἐξαγόμενα ἀντίστροφα. 2ον. Ἐὰν πολ/σθῇ ὁ τύπος τοῦ ἀριθμοδείκτου τῶν τιμῶν ἐπὶ τὸν εὐρεθέντα τύπον διὰ τῆς ἐναλλαγῆς τῶν τιμῶν καὶ ποσοτήτων, δέον νὰ εὐρίσκηται ὁ λόγος τῶν

τιμῶν μεταξύ τῶν δύο ἐποχῶν. Ὁ συνδυασμῶς τῶν θεμελιωδῶν μορφῶν τῶν μέσων καὶ τῆς ἀντισταθμίσεως καὶ δύο τρόπων διασταυρώσεως τούτων ἐπιτρέπει εἰς τὸν I. Fisher νὰ σχηματίσῃ 170 τύπους, ὧν 134 διακεκριμένοι ἀλλήλων. Ἐκ τῶν τύπων τούτων παραλίπει κατὰ πρῶτον ὄλους ἐκείνους οἵτινες προκύπτουν ἐκ τῆς **κυριαρχούσης ἢ τοῦ σημείου μεγίστης συχνότητος** καὶ τῆς **διαμέσου**, ἔπειτα πάντας τοὺς συνεπαγομένους ἀπόκλισίν τινα. Ἀπομένουσι 47, ὧν 13 μόνον πληροῦσι τὴν συνθήκην τῆς ἀναστρεψιμότητος, ὡς πρὸς τε τὸν χρόνον καὶ τοὺς παράγοντας. Ἐκ τῶν 13 τελευταίων ὁ Fisher θέτει ἀφ' ἑνὸς τῶν τύπων

$$\sqrt{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \cdot \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}}$$

ὅστις εἶναι ὁ **ιδανικὸς τύπος**, ἀφ' ἑτέρου δὲ ὄλους τοὺς ὑπολοίπους, ὧν ἡ ἀξία διαπιστοῦται διὰ συγκρίσεως πρὸς τὸν τύπον τοῦτον.

Ὁ ιδανικὸς τύπος μόνον τὴν συνθήκην τῆς κυκλικότητος τοῦ Westergaard δὲν πληροῖ, συνθήκην ἣτις, ὡς εἰκόσ, εἶναι γενίκευσις τῆς συνθήκης τῆς ἀναστρεψιμότητος ὡς πρὸς τὸν χρόνον. Οὐχ ἦττον ἡ συνθήκη τῆς κυκλικότητος δὲν ἔχει ἀποδειχθῆ θεωρητικῶς, ἐξ ἄλλου δὲ ὁ ιδανικὸς τύπος δὲν ἀπέχει πολὺ ταύτης διὰ νὰ εἶναι σύμμορφος καὶ πρὸς τὴν ὡς εἴρηται συνθήκην.

Τὸ Διεθνὲς Ἰνστιτοῦτον τῆς Στατιστικῆς κατὰ τὴν ἐν Βρυξέλλαις σύνοδόν του κατὰ τὸ 1923, ἐμελέτησε τὸ πρόβλημα τῶν τιμαρίθμων, οὐχ ἦττον ἀπέφυγε νὰ συστήσῃ τὴν προτίμησιν ὠρισμένου τύπου διὰ τὸν ὑπολογισμὸν αὐτῶν. Ἐθεώρησε μόνον παραλλήλως τὰς δύο μορφὰς τῶν τιμαρίθμων χονδρικοῦ ἐμπορίου, τὴν νομισματικὴν μορφήν, ἣν καλεῖ «Δείκτην ἀναπαριστῶντα τὴν κίνησιν τῆς ἀξίως τῆς νομισματικῆς μονάδος» καὶ τὴν προϋπολογιστικὴν μορφήν, ἣν καλεῖ «Δείκτην τῆς κινήσεως τῶν χονδρικῶν τιμῶν».

Ὁ δημιουργὸς κατὰ τὸ 1921 τοῦ ἀριθμοδείκτου τῶν Financial Times, Norman Grump, πιστεύων ὅτι διὰ τὴν σταθεροποίησιν τῶν τιμῶν δὲν ἀρκεῖ νὰ τηρῆται γενικὴ στάθμη τῶν τιμῶν ἐντὸς περιορισμένων ὁρίων, ἀλλὰ εἶναι ἐξ ἴσου ἀναγκαῖον ὅπως ἡ διασπορὰ τῶν τιμῶν μὴ ὑπερβαίνῃ ὅ,τι ἡ ἐμπειρία ἀπέδειξεν ὡς πιθανὸν εἰς τὰς κανονικὰς ἐποχάς, κατήρτισε πληρεστάτην μελέτην ἐπὶ τῆς διασπορᾶς τῶν τιμῶν εἰς τὴν Μεγάλην Βρετανίαν, πρὸ καὶ μετὰ τὸν πόλεμον, καὶ ἐμελέτησε τὰς σχέσεις μεταξύ τῶν διαφορῶν μορφῶν τῶν μέσων.

Τελευταία ἐργασία εἶναι ἡ τοῦ Γάλλου Divisia ἐπὶ τῆς θεω-

ρίας τοῦ νομισματικοῦ τιμαρίθμου καὶ τοῦ νομίματος. Ἐπὶ ταύτης θὰ ἐπανέλθωμεν κατωτέρω. Ὁ Divisia ἀποδεικνύει ὅτι «ὁ νομισματικὸς δείκτης δύναται νὰ καθορισθῇ, ἐὰν στηριχθῶμεν ἐπὶ τινοῦ ἐξωτερικοῦ ἀξιώματος καὶ τὸ ἀξίωμα τοῦτο δέον νὰ ἀναζητηθῇ οὐχὶ ἐν τῇ ἐφαρμογῇ τοῦ **Νόμου τῶν μεγάλων ἀριθμῶν**, ὡς πάντες οἱ ἄχρι τοῦδε περὶ τιμαρίθμων ἀσχοληθέντες ἐπίστευον, ἀλλὰ ἐν τῷ ποσοτικῷ νόμῳ τοῦ νομίματος, ὅστις ἐπιτρέπει νὰ προσδιορίσωμεν ἀκριβέστατον νομισματικὸν ἀριθμοδείκτην, ἱκανὸν νὰ ὑπολογισθῇ ἀριθμητικῶς, τὸ καὶ κυριώτερον.

Πρέπει νὰ προστεθῇ ἐπ' εὐκαιρία ὅτι πάντες οἱ ἀσχοληθέντες περὶ τιμαρίθμων δύνανται νὰ ὑποδιαιρεθῶσιν εἰς δύο μεγάλας ομάδας, ἥτοι α) τοὺς θεωρητικοὺς καὶ β) τοὺς πρακτικοὺς.

Διὰ τοὺς πρώτους, τὸ θεμελιῶδες πρόβλημα εἶναι ἡ ἐκλογή τῆς μορφῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ συστήματος τῆς ἀντισταθμίσεως, προσδιοριζομένων ἐπαγωγικῶς ἢ διὰ συγκρίσεως τῶν δεδομένων ἐξαγομένων ὑπὸ τῶν διαφόρων τύπων.

Πρέπει ὁμως οὐχ ἥττον νὰ ἀναγνωρισθῇ ὅτι εἶναι πολὺ εὐκολώτερον νὰ ἀσχολούμεθα ἐπὶ τῶν μαθηματικῶν ἰδιοτήτων τῶν μέσων ἢ τῶν πρακτικῶν προβλημάτων, τῶν συγκεκριμένων, ὧν ἡ πολλαπλότης καὶ ἡ ποικιλία προδιαθέτουσι κακῶς διὰ γενικὴν τινα διερεύνησιν.

Οὐχ ἥττον οἱ πρακτικοί, ἐκεῖνοι δηλ. οἵτινες ἀναλαμβάνουσι τὴν διεύθυνσιν τοῦ πραγματικοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν σειρῶν τῶν δεικτῶν, πιστεύουσιν ὅτι ἡ πλειονότης τῶν κλασικῶν τύπων δίδει ἱκανοποιητικὰ ἐξαγόμενα καὶ ὅτι τὰ θεμελιωδέστερα προβλήματα εἶναι α) ἡ ἐκλογή τῶν ἐμπορευμάτων, β) ἡ πηγὴ τῶν τιμῶν κ.λ.π. Τὴν ἀποψιν ταύτην ἐκπροσωπεῖ ὁ Snow, Γραμματεὺς τῆς Βρετανικῆς Ἑταιρίας τῶν βιομηχάνων δέρματος, ἣν καὶ ὑπεστήριξε διὰ ἄρθρου του, δημοσιευθέντος εἰς τὴν Διεθνή Ἐπιθεώρησιν τῆς Ἐργασίας τῷ 1925 καὶ ἀπέδειξε ταύτην διὰ σειρᾶς πειστικῶν παραδειγμάτων, ἀναφερομένων πάντοτε εἰς τὴν βιομηχανίαν δέρματος.

Οἱ κατὰ χώρας δείκται τῶν τιμῶν.

Ἐξ ὄλων τῶν τιμαρίθμων χονδρικῶν τιμῶν, οἵτινες καὶ σήμερον δημοσιεύονται, ἀρχαιότερος εἶναι ὁ μηνιαῖος δείκτης τῆς Ἑβδομαδιαίας Ἀγγλικῆς Ἐπιθεωρήσεως Economist. Ὁ τιμάριθμος οὗτος ἔχει ἀφετηρίαν τὰς ὑπὸ τοῦ Newmarch κατὰ τὸ 1859 δημοσιευθείσας ἐργασίας εἰς τὴν Ἐφημερίδα τῆς Βασιλικῆς Στατιστικῆς Ἑταιρίας τοῦ Λονδίνου ἐπὶ τῶν σχέσεων μεταξὺ τῆς παραγωγῆς τοῦ χρυσοῦ καὶ τῆς στάθμης τῶν τιμῶν.

Ὁ Newmarch εἶχε καταρτίσει πίνακα περιέχοντα τὰς σχετικὰς τιμὰς 19 ἔμπορευμάτων, κατὰ τὰς τιμὰς τῆς Ἀγορᾶς τοῦ Λονδίνου καὶ ὡς πρὸς τὰς μέσας τιμὰς τῆς περιόδου 1845—1850, ληφθείσας ὡς τιμὰς ἔτους βάσεως (περιόδου βάσεως). Κατὰ τὸ 1861 ὁ Newmarch προσέθηκε τρία ἔτι ἔμπορεύματα. Ἐκ τῶν σχετικῶν ὁμῶς τιμῶν τῶν 22 τούτων ἔμπορευμάτων, οὐδεὶς δείκτης εἶχεν ὑπολογισθῆ. Κατὰ Φεβρουάριον 1864, τὸ Economist ἐπανάλαβε τοὺς ὑπολογισμοὺς τοῦ Newmarch ἐπὶ τῶν τιμῶν τοῦ ἔτους 1863 καὶ ἀπὸ τοῦ ἔτους 1868 ἐδημοσίευε τακτικῶς δείκτην ὑπολογιζόμενον ὡς μέσον ἀριθμητικὸν τῶν 22 σχετικῶν τιμῶν. Ὁ δείκτης κατέστη μηνιαῖος ἀπὸ τοῦ 1899 καὶ ἐτροποποιήθη τῷ 1911, ἐν ᾧ ὁ ἀριθμὸς τῶν χρησιμοποιουμένων σχετικῶν τιμῶν ηὔξθη εἰς 44, ληφθείσης τῆς περιόδου 1901—1905 ὡς βάσεως.

Μετὰ τὸν ὡς ἄνω ἀριθμοδείκτην, δεύτερος ἐνεφανίσθη τὸν Σεπ/βριον τοῦ 1886, διὰ τῆς ἡμερίδος τῆς Βασιλικῆς Στατιστικῆς Ἑταιρίας τοῦ Λονδίνου, ὁ ὑπὸ τοῦ ἐμπόρου μαλλίνων νημάτων Αὐγούστου Sauerbeck ὑπολογισθεὶς εἰς τὴν δημοσιευθεῖσαν τότε μελέτην του ἐπὶ τῆς σχέσεως μεταξὺ τῶν τιμῶν καὶ τῆς κυκλοφοροῦσης ποσότητος τοῦ χρυσοῦ.

Ὁ Sauerbeck, διαπιστώσας πόσον ἡ στατιστικὴ ὑποτύπωσις ἐπὶ τῶν τιμῶν ἦτο ἀνεπαρκής, ἀπεφάσισε νὰ ὑπολογίσῃ τιμὰριθμὸν χονδρικῶν τιμῶν διὰ τὴν Μεγάλην Βρεττανίαν. Ἀνήγαγεν ἀναδρομικῶς τὸν ὑπολογισμόν του μέχρι τοῦ ἔτους 1846 καὶ ἐδημοσίευε τοῦ λοιποῦ τακτικῶς τὸν δείκτην του καθ' ἕλα τὰ μέχρι τοῦ 1912 ἔτη, ὅτε οὗτος ἀπεσύρθη τῆς ἐργασίας, συνεχισθείσης αὐτῆς μετὰ ταῦτα ὑπὸ Sir George Paish, διευθυντοῦ τῆς ἐβδομαδιαίας ἐπιθεωρήσεως The Statist. Παρεκτὸς τῆς μηνιαίας δημοσιεύσεως τοῦ τιμαρίθμου ἐν τῇ Statist, ἐτησίᾳ ἐπιθεώρησις τῶν κινήσεων τῶν χονδρικῶν τιμῶν δημοσιεύεται καὶ εἰς τὴν Ἐφημερίδα τῆς Β. Στατιστικῆς Ἑταιρίας.

Περίοδος βάσεως εἶναι ἡ ἀπὸ 1866—1877, ἐπειδὴ περιελάμβανε κατάλληλον ἀριθμὸν ἐτῶν τιμῶν λίαν ὑψηλῶν καὶ ἐτῶν τιμῶν λίαν χαμηλῶν καὶ ἐπὶ πλέον διότι ὁ γενικὸς μέσος τῶν τιμῶν διὰ τὴν 11ετῆ ταύτην περίοδον εὔρέθη ἴσος πρὸς τὸν μέσον τῆς 25ετοῦς περιόδου 1853—1877.

Ἀρχικῶς ὁ ἀριθμὸς τῶν χρησιμοποιηθέντων ἔμπορευμάτων ἦτο 43, ἀπὸ δὲ τοῦ 1873 ἀνήλθον εἰς 45, εἶναι δὲ ταῦτα ἀπολύτως πρῶται ὕλαι.

Οἱ δύο οὗτοι τιμὰριθμοὶ εἶναι εἰδικῶς ἐνδιαφέροντες, διότι ἐχρησιμοποιήθησαν μεταγενεστέρως ὡς πρότυπα διὰ πολυαρίθμους

σειράς, τοῦ δείκτου τοῦ Sauerbeck διὰ τὸν Αὐστριακὸν δείκτην τοῦ Janconich, τοῦ δείκτου τοῦ Economist διὰ τὸν Ἰταλικὸν δείκτην Bachi κ. λ. π.

Τῷ 1893 ἡ Ἐπιτροπὴ τῶν Οἰκονομικῶν τῆς Ἀμερικανικῆς Γερουσίας ἐδημοσίευσεν ὀγκῶδες ὑπόμνημα ἐπὶ τῆς κινήσεως τῶν χονδρικῶν τιμῶν εἰς τὰς Ἡνωμ. Πολιτείας ἀπὸ 1840—1891. Τρεῖς ἀριθμοδείκται ὑπελογίσθησαν, ὁ εἷς μέσος ἀπλοῦς ἀριθμητικὸς τῶν σχετικῶν τιμῶν, ἐνῶ οἱ ἄλλοι δύο ἦσαν μέσοι ἀντιρροπικοὶ ἀριθμητικοί, ἀποδοθείσης εἰς ἕκαστον εἶδος ἐπιδράσεως ἴσης πρὸς τὸ ἐνδιαφέρον αὐτοῦ ἐν τῇ οἰκογενειακῇ καταναλώσει. Εἶναι ἡ πρώτη ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τῆς σταθμίσεως, ἣτις ἔκτοτε ἐφαρμόζεται ἐν εὐρυτάτῃ κλίμακι.

Αἱ δημοσιευθεῖσαι σειραὶ ἔμειναν ἄνευ συνεχείας· οὐχ ἦττον αὗται ἀποτελοῦσι τὴν ἀρχὴν τῶν ὑπὸ τοῦ Bureau of Labor Statistics δημοσιευθεισῶν ἔκτοτε.

Ἡ Ἀμερικανικὴ Ἐμπορικὴ καὶ Οἰκονομικὴ Ἐπιθεώρησις τοῦ Bradstreet ἐδημοσίευσεν διὰ πρώτην φοράν κατὰ τὸ 1895 πίνακα τῶν τιμῶν 110 εἰδῶν κατὰ τριμηνίαν ἀπὸ τῆς 1ης 8/βρίου 1890.

Ἀπὸ τοῦ Μαΐου 1897, ἀριθμοδείκτης ὑπελογίσθη συναρτήσῃ τῶν δημοσιευθεισῶν τιμῶν, προστιθεμένης δι' ἕκαστον ἐμπόρευμα τῆς τιμῆς κατὰ λίβραν βάρους. Ὁ ἀριθμοδείκτης οὗτος εἶναι, μετὰ τοῦ τιμαρίθμου χονδρικῶν τιμῶν εἰσαγωγῆς καὶ ἐξαγωγῆς, ὁ δημοσιεύόμενος ἀπὸ τινῶν ἐτῶν ὑπὸ τῆς National City Bank τῆς Νέας Ὑόρκης καὶ ἀποτελεῖ τὸ μόνον παράδειγμα τοῦ λόγου (πηλίκου) μέσων

Παρὰ δὲ τὰ μεγάλα σφάλματα τοῦ χρησιμοποιουμένου μαθηματικοῦ τύπου, ἀναγνωρίζεται παρὰ πάντων ὅτι ὁ τιμάρηθος οὗτος ἐξεικονίζει κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἦττον πιστῶς τὰς κινήσεις τῶν χονδρικῶν τιμῶν εἰς τὰς Ἡνωμ. Πολιτείας καὶ τοῦτο διότι τὰ εἶδη ἅτινα χρησιμοποιοεῖ εἶναι λίαν παραστατικά, ἐξ ἄλλου δὲ σχετικῶς πολυάριθμα.

Τῷ 1897 ὁ Bela von Janconich ἐδημοσίευσεν τιμάρηθμον διὰ τὴν Αὐτρο-Οὐγγαρίαν, πιστὸν ἀντίγραφον, ἐφ' ὅσον τὸ δυνατόν, τοῦ Ἀγγλικοῦ τιμαρίθμου τοῦ Sauerbeck, τοῦ ὑπολογισμοῦ δι' ἀναδρομῆς ἀναχθέντος μέχρι τοῦ 1867 καὶ ἐξακολουθησάσης τῆς δημοσιεύσεώς του μέχρι τοῦ 1909.

Νῦν, ἐξ ὅλων τῶν δημοσιευομένων τιμαρίθμων, τρεῖς μόνον χρονολογοῦνται πρὸ τοῦ ΧΧ αἰῶνος, δηλ. ὁ τοῦ Economist, τοῦ Sauerbenk, καὶ ὁ τοῦ Bradstreet, ὑπολογισθέντες εἴτε ὑπὸ ὀτόμων εἴτε ὑπὸ ἰδιωτικῶν ἐπιχειρήσεων. Ἀπὸ τοῦ ΧΧ αἰῶνος τὴν κατάρ-

τισιν πλέον τῶν τιμαρίθμων κατὰ χώρας ἀναλαμβάνουσι κατὰ μέγιστον μέρος αἱ ἔθνικαὶ τούτων δημόσiai στατιστικαὶ ὑπηρεσίαι.

Τῷ 1902 τὸ Ἀμερικανικὸν Bureau of Labor ἄρχεται τῆς τακτικῆς δημοσιεύσεως τιμαρίθμου, οὗτινος ὁ ὑπολογισμὸς, ὡς προελέχθη, ἤρξατο ἀπὸ τὸ 1890, διὰ νὰ συνεχίσῃ τὴν σειρὰν τῶν ἀριθμοδεικτῶν τῆς Γερουσίας.

Ὁ τιμάριθμος οὗτος καταρτίζεται ἐπὶ βάσει τῶν τιμῶν τῶν συναλλαγῶν, ἀναφέρεται δὲ εἰς πλεῖστα εἶδη, τάνυν 404.

Τῷ 1903 τὸ Ἀγγλικὸν Board of Trade ἀκολουθεῖ τὸ ἄνω παράδειγμα, τοῦ παρ' αὐτοῦ ὑπολογισθέντος δείκτου ἀρχομένου ἀπὸ τοῦ 1871 καὶ ὄντος μέσου ἀντιρροπικοῦ ἀριθμητικοῦ κατὰ τὴν ἀξίαν τῆς καταναλώσεως.

Τῷ 1904 ἡ Γενικὴ Στατιστικὴ τῆς Γαλλίας ἄρχεται τῆς δημοσιεύσεως ἐν τῇ Στατιστικῇ Ἐπετηρίδι ἐτησίου τιμαρίθμου, στηριζομένη ἐπὶ πληροφοριῶν παρεχομένων ὑπὸ τῆς Στατιστικῆς τοῦ Ἐξωτερικοῦ Ἐμπορίου. Ὁ ὡς εἴρηται τιμάριθμος καθίσταται μηνιαῖος ἀπὸ τοῦ 1914 καὶ ὑπολογίζεται ὡς ἀπλοῦς μέσος ἀριθμητικὸς τῶν σχετικῶν τιμῶν.

Ἀπὸ τοῦ 1905 τὸ Αὐτοκρατορικὸν Γερμανικὸν Ἰδρυμα τῆς Στατιστικῆς δημοσιεύει ἐτήσιον τιμάριθμον, οὗτινος ὁ ὑπολογισμὸς ἐξίκετο δι' ἀναδρομῆς μέχρι τοῦ ἔτους 1899.

Τῷ 1910 τὸ Ὑπουργεῖον Ἐργασίας τοῦ Καναδᾶ ἄρχεται τῆς δημοσιεύσεως ἐτησίου δείκτου, ἀκολουθῶν δὲ μηνιαίου, ἀρχομένου ἀπὸ τοῦ 1890. Ὁ δείκτης οὗτος παραλλήλως ὑπολογίζεται ὑπὸ διπλὴν μορφήν, ὡς ἀπλοῦς δηλ. μέσος ἀριθμητικὸς καὶ ὡς ἀντιρροπικὸς τοιοῦτος.

Ἀπὸ τοῦ 1914 ἡ Ὁλλανδικὴ Στατιστικὴ Ὑπηρεσία δημοσιεύει τιμάριθμον χονδρικῶν τιμῶν, οὗ ὁ ὑπολογισμὸς, δι' ἀναδρομῆς, ἄρχεται ἀπὸ τοῦ 1885.

Ἐν Ἑλλάδι ἡ δημοσίευσις ἐτησίου τιμαρίθμου ἄρχεται ἀπὸ τοῦ 1911, ὑπὸ τῆς τότε ἀρτισυστάτου Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας τοῦ Ὑπουργείου Ἐθνικῆς Οἰκονομίας (εἰσηγητῆς, ἂν δὲν ἀπατώμεθα, ὁ κ Βαρβαρέσσος). Ὁ τιμάριθμος οὗτος εἶναι ἀπλοῦς μέσος ἀριθμητικὸς τῶν λιανικῶν τιμῶν, μετ' ἀποπείρας τινὸς στοιχειώδους σταθμίσεως συναρτήσῃ τοῦ πληθυσμοῦ. Οὗτος βραδύτερον μετατρέπεται εἰς μηνιαῖον καί, ἀναθεωρηθεὶς πρό τινων ἐτῶν, ὑπολογίζεται τοῦ λοιποῦ ὡς μέσος ἀντιρροπικὸς γεωμετρικὸς, ἐπὶ βάσει τῆς καταναλώσεως τυπικῆς οἰκογενείας,

Μεταπολεμικῶς ἴδιον τιμάριθμον κόστους ζωῆς ὑπελόγησεν ἡ

Ἐθνική Τράπεζα, βραδύτερον δὲ συνέχισεν αὐτὸν ἡ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος.

Τὸ Ἀνώτατον Οἶκ. Συμβούλιον κατήρτισε τέλος τιμάρηθμον χονδρικοῦ ἐμπορίου, μὲ ἔτος βάσεως τὰς μέσας χονδρικές τιμὰς τῶν ἐτῶν 1913 ἕως Ἰουλίου 1914· δυστυχῶς, ἐλλείψει στοιχείων, ἔχουσιν ὑπολογισθῆ οἱ μέχρι τοῦ 1928 μόνον μηνιαῖοι τιμάρηθμοι δι' ἀναδρομῆς.

Εἰς τὴν Ἀμερικὴν δέον νὰ σημειωθῆ ὅτι κατὰ τὴν ἱστορηθεῖσαν περίοδον τρεῖς ἐμπορικαὶ ἐπιθεωρήσεις, ἡ Dun's Review, ἡ ἐπιθεώρησις Gibson, καὶ τὸ Annalist, ἐπεχείρησον κατὰ τὰ ἔτη 1901, 1910, καὶ 1913 τὴν δημοσίευσιν τιμαρίθμων μέσου ἀντιρροπικοῦ σταθμικοῦ, κατὰ τὴν μέσην κατανάλωσιν (τιμάρηθμος Dun καὶ Gibson) καὶ ἀπλοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ (διὰ τὸν τιμάρηθμον τοῦ Annalist.) Ἐκ τούτων οἱ δείκται τοῦ Gibson καὶ Dun ἦσαν ἐβδομαδιαῖοι καὶ περιελάμβανον μόνον εἶδη διατροφῆς.

Κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ Μεγάλου Πολέμου ἐν Ἰταλίᾳ ὑπελογίσθη ὁ Ἰταλικὸς τιμάρηθμος τοῦ καθηγητοῦ Ricardo Bachi.

Μεταπολεμικῶς ὑπελογίσθησαν καὶ πλεῖσται ἄλλαι σειραί. Οὕτως εἰς Γερμανίαν ὁ ἐπίσημος τιμάρηθμος καὶ ὁ τῆς Frankfurter Zeitung, εἰς Ἰταλίαν ὁ τοῦ Ἐμπορικοῦ Ἐπιμελητηρίου τοῦ Μιλάνου, εἰς Μεγάλην Βρεττανίαν ὁ τοῦ Financial Times, εἰς Βελγίον ὁ ἐπίσημος, εἰς Ἑλβετίαν ὁ τοῦ δόκτωρος Lorenz, εἰς Δανίαν ὁ τοῦ Finanstidende, εἰς Σουηδίαν ὁ τοῦ Kommerskollegium καὶ Göteborgs-Handelstidning, εἰς Νορβηγίαν ὁ τῆς Okonomisk Revue καὶ τοῦ Farmand, εἰς Ἰσπανίαν, Πολωνίαν, Βουλγαρίαν, Τουρκίαν ἐπίσημοι τιμάρηθμοι.

Εἰς τὰς ἐξωτικὰς χώρας ἦτοι : Εἰς Αὐστραλίαν (ἀπὸ τοῦ 1912) ἐπίσημος τιμάρηθμος, εἰς Νέαν Ζηλανδίαν, Αἴγυπτον ὁμοίως, εἰς Ἰαπωνίαν εἷς ἐπίσημος καὶ εἷς δημοσιευόμενος ὑπὸ τῆς Τραπεζῆς τῆς Ἰαπωνίας, εἰς Κίναν τιμάρηθμος δημοσιευόμενος εἰς Σαγκάην ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Ἐμπορίου καὶ Οἰκονομικῶν, εἰς τὰς Ἀγγλικὰς Ἰνδίας διάφοροι ἐπίσημοι δείκται, εἰς τὰς Ὀλλανδικὰς Ἰνδίας ἐπίσημος δείκτης, εἰς Ἀργεντινὴν ὁ τοῦ δόκτωρος Bunge, εἰς Περουβίαν, Χιλὴν δείκται ἐπίσημοι κ. λ. π. Περὶ τῶν ἤδη δημοσιευομένων τιμαρίθμων καὶ τῶν διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τούτων χρησιμοποιοιούμενων τύπων, τὰς ἀπαιτουμένας πληροφορίας δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν εἰς τὸ περὶ τιμαρίθμων χονδρικοῦ ἐμπορίου δημοσίευμα τῆς Κοινωνίας τῶν Ἐθνῶν.

Καθορισμός τιμαρίθμων ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ Νόμου τῶν Μεγάλων Ἀριθμῶν.

Ἀντικειμενικὸς σκοπός, ὡς προελέχθη, τῶν τιμαρίθμων εἶναι ἡ παρακολούθησις τῆς μεταβολῆς τῶν τιμῶν. Ὁ σκοπὸς οὗτος εἶναι ὁ ἄμεσος, ὁ ἔμμεσος, εἶναι ἡ διὰ τούτων διαπίστωσις τῆς ἀγοραστικῆς ἐκάστοτε ἰκανότητος τοῦ νομίσματος. Κατ' ἀκολουθίαν ἡ παρακολούθησις τῶν μεταβολῶν τῶν τιμῶν καταντᾷ οὐσιαστικῶς παρακολούθησις τῶν μεταβολῶν τῆς ἀγοραστικῆς ἰκανότητος τοῦ νομίσματος, δεδομένου ὅτι στάθμη τῶν τιμῶν καὶ ἀγοραστικὴ ἰκανότης τοῦ νομίσματος εἶναι δύο ποσότητες ἀντίστροφοι, ἐκατέρα ἐκατέρας. Τὸ τοιοῦτον ὅμως ἐπιτυγχάνεται λαμβανομένων ἀδιακρίτως τῶν τιμῶν ὅσωνδῆποτε ἀγαθῶν ἢ ὑφίσταται πρὸς τοῦτο κριτήριόν τι :

Ὁ Ὀλλανδὸς Pierson, κατὰ τὴν πρὸς τὸν Sauerbeck ἐπιστημονικὴν ἔριδα, διετύπου ὅτι «ὁ τελειότερος πίναξ, κατὰ τὴν γνώμην τοῦ Sauerbeck, εἶναι ἐκεῖνος ὅστις δεικνύει τὰς μεταβολὰς τῆς ἀγοραστικῆς ἰκανότητος τοῦ χρυσοῦ, εἶναι δὲ πίναξ περιλαμβάνων ἐμπορεύματα ἐνδιαφέροντα, ἐνῶ, κατ' ἐμέ, ἀπαραίτητος τυγχάνει ὁ μέγας ἀριθμὸς τῶν ἐμπορευμάτων, ἀριθμὸς ὅσω τὸ δυνατόν μεγαλύτερος. Πῶς ἄλλως τε εἶναι δυνατόν νὰ τηρηθῇ λογαριασμὸς τῆς σχετικῆς σημασίας, ἣτις ποικίλλει ἀπὸ ἀτόμου εἰς ἄτομον καὶ διὰ τὸ αὐτὸ ἔτι ἄτομον ἀπὸ στιγμῆς εἰς στιγμήν, ἐφ' ὅσον μάλιστα λαμβάνουσι χώραν ὑποκαταστάσεις ἐμπορευμάτων . . .»

Κατὰ τὸν Ἰταλὸν Ottolenghi, κριτήρια εἶναι δυνατόν νὰ ὑπάρξωσι· καὶ ταῦτα εἶναι τὰ ἐπόμενα.

1ον. Ἡ τεχνικοοικονομικὴ σημασία τῶν ἀγαθῶν εἰς τὴν οἰκονομικὴν ζωὴν τοῦ πληθυσμοῦ.

2ον. Ἡ οἰκονομικὴ σημασία τῶν ἀγαθῶν ὡς πρὸς τὴν παραγωγὴν τῆς χώρας· καὶ

3ον. Ἡ ὀλικὴ ἀξία τῶν ἐκλεγομένων πρὸς κατάρτισιν τοῦ τιμαρίθμου εἰδῶν ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν ὀλικὴν ἀξίαν τῶν ἐμπορευμάτων τῆς χώρας.

Ἀνεξαρτήτως ὅμως τοῦ ἄνω τριπλοῦ κριτηρίου, ἐπεκράτησεν ἐν τῇ πρακτικῇ ἢ διαστολῇ τῶν δεικτῶν τῶν τιμῶν, κατὰ τὴν διατυπωθεῖσαν ἄποψιν τοῦ March, εἰς δείκτας νομισματικούς (ἄποψις Pierson) καὶ εἰς δείκτας προϋπολογιστικούς (ἄποψις Sauerbeck).

Κατὰ τὸν Aftalion, ὁ νομισματικὸς τιμαριθμὸς προορίζεται νὰ ἀποκαλύψῃ τὴν κοινὴν ἐπίδρασιν ἣτις ἀσκεῖται ἐφ' ὅλων τῶν

κατὰ μέρος τιμῶν καὶ παριστᾷ τὴν ἀγοραστικὴν ἰκανότητα τοῦ νομίσματος εἰς ἀγαθὰ ἀόριστα (ἐμπορεύματα ἢ ὑπηρεσίας οἷα σ-δήποτε). Ὑποτίθεται δηλ. ὅτι αἱ τιμαὶ ὑπέικουσιν εἰς ἰδιογενεῖς, δι' ἐκάστην τούτων, παράγοντας, οἷτινες ὅμως, ταύτοχρόνως, ὑφίστανται γενικὴν τινα ἐπίδρασιν, ἥτις ἀσκεῖται μεταξὺ ὄλων. Ὡστε ἂν αἱ ἐπιδράσεις αὗται (αἱ ἰδιογενεῖς) δὲν ὑφίσταντο, θὰ ἦτο δυνατόν νὰ ληφθῶσι, τυχαίως, διὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ δείκτου, αἱ τιμαὶ ὅσωνδήποτε ἀγαθῶν. Ἐπειδὴ ὅμως τοῦτο δὲν συμβαίνει παριστάται ἀνάγκη χρησιμοποιοῦσθαι ὅσῳ τὸ δυνατόν μείζονος ἀριθμοῦ ἀγαθῶν (δηλ. τῶν τιμῶν αὐτῶν).

Ὁ προϋπολογιστικὸς δείκτης εἶναι ἐπίσης, κατὰ τοῦτον, δείκτης τῶν τιμῶν ἢ μᾶλλον τῆς ἀγοραστικῆς ἰκανότητος τοῦ νομίσματος εἰς ἀγαθὰ ὠρισμένα, δηλ. ἀγαθὰ τελείως προσδιωρισμένα κατὰ ποσότητα καὶ ποιότητα, ἀγαθὰ ἔχοντα σημασίαν διὰ τὴν οἰκονομικὴν ζωὴν συνόλου τινὸς καὶ κατὰ τὴν ἄποψιν τοῦ Sauerbeck.

Παρὰ ταῦτα, ὁ νομισματικὸς τιμάριθμος, κατὰ τοὺς ἐκδότας τοῦ Economist, δίδει «ἀτελεῖ καὶ ἀνακριβῆ εἰκόνα τῶν ἐπερχομένων μεταβολῶν εἰς τὰς τιμὰς, καθ' ὅσον οὐδόλως λαμβάνει ὑπ' ὄψιν τὴν σχετικὴν σημασίαν τῶν διαφόρων ἀγαθῶν. Ὁ σίτος π.χ. δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν περισσότερο τοῦ ἰνδικοῦ καὶ κατὰ τὰ ἔτη καθ' ἃ ἡ τιμὴ τοῦ βάμβακος καὶ τῶν βαμβακερῶν εἰδῶν ὑψώθη, ὁ γενικὸς τιμάριθμος, ὡς ἐκ τῆς ἰδιογενοῦς ταύτης αἰτίας, ὑψώθη δυσαναλόγως. Ἡ ἄποψις τῶν νομισματικῶν τιμαρίθμων στηρίζεται ἐπὶ τοῦ γνωστοῦ ἐκ τῆς θεωρίας τῶν πιθανοτήτων νόμου, τοῦ **Νόμου τῶν μεγάλων ἀριθμῶν**, καὶ συνεπῶς ἐφ' ὅσον μεγαλύτερος ὁ ἀριθμὸς τῶν λαμβανομένων εἰδικῶν τιμῶν, ἐπὶ τοσοῦτον ὁ γενικὸς τιμάριθμος ἀπηχεῖ ἀκριβέστερον τὴν ἀγοραστικὴν ἰκανότητα τοῦ νομίσματος».

Ὁ προϋπολογιστικὸς ὅμως τιμάριθμος χρησιμοποιῶν τὰ μείζονος σημασίας ἀγαθὰ, δὲν ἔχει, ἐπομένως, ἀνάγκην τῆς ἀτέρμονος σειρᾶς τῶν εἰδικῶν τιμῶν τῶν διαφόρων ἀγαθῶν, ὧν αἱ πλειῆσται δύσκολον εἶναι νὰ ὑποτυπωθῶσιν.

Ἐρωτητέον νῦν : Τί ἢ τιμὴ παριστᾷ ; Τί πράγματι αὕτη ἐκφράζει ; Ἡ τιμὴ αὕτη αὕτη εἶναι εἷς λόγος, πηλῖκον δηλ., ἥτοι ὁ λόγος ὅστις ὑφίσταται μεταξὺ δεδομένης ποσότητος ἀγαθοῦ τινος καὶ ποσότητός τινος τοῦ νομίσματος. Οὐχ ἦττον καὶ ἀντιστρόφως, ὁ ρηθεὶς λόγος δύναται νὰ θεωρηθῆ εἴτε ὡς ἡ τιμὴ ἐνὸς ὠρισμένου ἀγαθοῦ εἴτε ὡς ἡ ἀγοραστικὴ ἰκανότης τοῦ νομίσματος ὡς πρὸς τὸ ἀγαθὸν τοῦτο.

Ἐκ τούτου προκύπτει καὶ ὁ πρωταρχικὸς τῶν τιμαρίθμων σκοπός, ὅπως ἐκφρασθῆ διὰ τούτων ἡ ἀγοραστικὴ ἱκανότης τοῦ νομίσματος οὐχὶ πρὸς ὠρισμένα ἀγαθὰ, ἀλλὰ πρὸς ἀόριστα τοιαῦτα. Ἐν ἄλλαις λέξεσιν, ὅπως μετρηθῆ ἡ γενικὴ στάθμη τῶν τιμῶν, δεδομένου, ὡς προελέχθη, ὅτι τὰ δύο ταῦτα μεγέθη εἶναι ἀντίστροφα ἀλλήλων.

Κατὰ τὸ πλεῖστον, αἱ γενικαὶ μεταβολαὶ τῶν τιμῶν προέρχονται, ὡς εἶναι γνωστόν, ἐκ λόγων νομισματικῶν, καίτοι καὶ πλεῖστα ἄλλα φαινόμενα δύνανται νὰ ἐπιφέρωσι γενικὰς μεταβολὰς εἰς τὰς τιμὰς εἴτε ἐν τῷ συνόλῳ αὐτῶν εἴτε εἰς τινὰς ομάδας ἐκ τούτων (αὔξεις τῆς κατανομῆς τῆς ἐργασίας, ἐπίτασις τοῦ μηχανισμοῦ, καλυτέρευσις τῶν μεταφορικῶν μέσων, καὶ γενικῶς τελειοποιήσις τῶν μεθόδων παραγωγῆς, ἀντιστρόφως δὲ ἐκδήλωσις τοῦ νόμου τῆς φθινούσης ἀποδόσεως ἐπὶ τῆς γεωργικῆς παραγωγῆς κ.λ.π.).

Ὁ γενικὸς ὄθεν τιμάρηθος δέον ν' ἀφήνη κατὰ μέρος τὰς σχετικὰς κινήσεις τῶν τιμῶν, τὰς σχετικὰς πρὸς ἀλλήλας, καὶ νὰ ἐμφανίζῃ μόνον ἐκτύπως τὴν κοινὴν τάσιν τῶν τιμῶν, εἴτε πρὸς αὔξεις εἴτε πρὸς ἐλάττωσις.

Ἡ κοινὴ αὕτη τάσις δυνατὸν νὰ προέρχεται ἐκ δύο αἰτιῶν, εἴτε δηλ. ἀπὸ τοῦ νομίσματος εἴτε ἀπὸ τῶν ἀγαθῶν. Οὐχ ἦττον ὁ τιμάρηθος οὐδεμίαν τῶν ἄνω ὑποθέσεων θὰ ἀπηχῆ, θὰ πρέπη νὰ ἐκφράζῃ ἀπλῶς καὶ μόνον τὴν διακύμανσιν τῶν τιμῶν—κοινὴν τούτων τάσιν—ἀνεξαρτήτως τῆς κατάγωγῆς αὐτῆς, ἐμμέσως δέ, ὡς προελέχθη, τὴν ἀγοραστικὴν ἱκανότητα τοῦ νομίσματος εἰς ἀγαθὰ ἀόριστα.

Ἡ τελευταῖα ὁμῶς αὕτη ἔννοια εἰς ἀγαθὰ ἀόριστα εἶναι καθαρὰ λογικὴ ἀφαίρεσις. Παρὰ τοῦτο, διὰ πάντα ἄνθρωπον, ἡ ἀγοραστικὴ ἱκανότης τοῦ νομίσματος εἶναι ἡ ἰδιότης τούτου δι' ἧς ἐξασφαλίζεται ἡ ἱκανοποίησις τῶν ἀναγκῶν του.

Ἐὰν ἡ ἀξία τοῦ νομίσματος ἠϋξήθη ἢ ἠλαττώθη μεταξὺ δύο ὠρισμένων ἐποχῶν, τότε ἡ ἱκανοποίησις τῶν ἀναγκῶν του θὰ ἀπαιτῆ τὴν χρῆσιν ἐλάσσονος ποσοῦ κατὰ τὴν πρώτην περίπτωσιν, μείζονος κατὰ τὴν δευτέραν, καὶ τὸ τοιοῦτον ὑπὸ τὴν ἀπαραίτητον προϋπόθεσιν ὅτι αἱ ἀνάγκαι τοῦ θεωρηθέντος ἀτόμου παρέμειναν ἀμετάβλητοι ὑπὸ ἔποψιν ποσότητος καὶ ποιότητος τῶν χρησιμοποιουμένων ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν πρὸς ἱκανοποίησιν αὐτῶν.

Ἐὰν αἱ ἀνάγκαι μετεβλήθησαν κατὰ ποσότητα ἢ κατὰ ποιότητα ἐν τῷ μεταξὺ ἢ ταύτοχρόνως καὶ κατὰ ποσότητα καὶ κατὰ ποιότητα. ἐρωτᾶται : ἡ σύγκρισις τότε πῶς θὰ γίνῃ ;

Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ θὰ δημιουργηθῆ ἴδιος τιμάρηθος, οὐχὶ ὁμωσ πλέον τῶν τιμῶν, ἀλλὰ τῶν δαπανῶν, καὶ τοῦ ὁποίου ὁμωσ ἡ πρακτικὴ χρησιμοποίησις δὲν εἶναι καὶ μεγάλης σημασίας.

Ἐὰν ὅθεν τεθῆ ὡς ἀξίωμα ὅτι αἱ ποσότητες τῶν ἀγαθῶν μεταξὺ τῶν δύο ἐποχῶν, τοῦ ἔτους δηλ. συγκρίσεως καὶ τοῦ ἔτους βάσεως, εἶναι σταθερῶσ αἱ αὐταί, ὁ καθοριζόμενος τιμάρηθος εἶναι τοιοῦτος τιμῶν καὶ εἶναι ὁ καλούμενος προῦπολογιστικός. Εἶναι δείκτης συγκεκριμένος τοῦ κόστους μεταξὺ δύο ἐποχῶν συλλογῆς (πλήθους) τινος ὠρισμένων ἀγαθῶν καὶ διὰ τοῦτο δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς ὁ προῦπολογισμὸς τοῦ θεωρουμένου ἀτόμου καὶ κατ' ἐπέκτασιν τοῦ κοινωνικοῦ συνόλου ἐν ᾧ τὸ ἄτομον διαβιοῖ, τοῦ συνόλου δὲ τοῦ γεωγραφικῶσ ἐντετοπισμένου εἰς τινὰ περιοχὴν τῆσ Γῆσ, ὑπὸ τὴν σύγχρονον ἔννοιαν τοῦ ὠργανωμένου Κράτους.

Μέθοδος ὑπολογισμοῦ τιμαρίθμων.

Θὰ καλῶμεν ἔτος 0 τὸ ἔτος βάσεως καὶ ἔτος 1 τὸ θεωρούμενον ἔτος, θὰ παριστῶμεν δὲ τὰσ τιμὰσ τοῦ ἔτους μηδὲν συμβολικῶσ P_0 , τὰσ δὲ τοῦ ἔτους 1 ὁμοίωσ P_1 .

Ὁ γενικώτερον χρησιμοποιούμενος μέσος εἰς τοὺσ πρακτικοὺσ ὑπολογισμοὺσ εἶναι ὁ μέσος ἀριθμητικός, οὔτινος ὁ ὑπολογισμὸς, στηριζόμενος ἐπὶ προσθέσεων καὶ μιᾶσ διαιρέσεως, εἶναι ἀπλούστατος.

Οὔτος δίδεται ὑπὸ τοῦ συμβολικοῦ τύπου.

$$\frac{1}{v} \sum_{i=1}^{i=v} \frac{P_1^{(i)}}{P_0^{(i)}} = \frac{1}{v} \left[\frac{P_1^{(1)}}{P_0^{(1)}} + \frac{P_1^{(2)}}{P_0^{(2)}} + \frac{P_1^{(3)}}{P_0^{(3)}} + \dots + \frac{P_1^{(v)}}{P_0^{(v)}} \right]$$

καὶ παρίσταται ὑπὸ τοῦ συμβόλου A , δηλ

$$A = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^{i=v} \frac{P_1^{(i)}}{P_0^{(i)}} = \frac{1}{v} \sum \frac{P_1}{P_0}$$

ἐπὶ τὸ ἀπλούστερον.

Ἀντὶ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ, δύναται ὡσ μέσος νὰ ληφθῆ τῶν v μεγεθῶν ὁ ἀντίστροφος τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ τῶν ἀντιστρόφων τῶν μεγεθῶν τούτων, δηλ. ὁ μέσος ἀρμονικός, ὃν παριστῶμεν διὰ τοῦ συμβόλου H , ὡσ κάτωθι κατὰ τὸν ὄρισμὸν

$$H = \frac{1}{\frac{1}{v} \sum \frac{P_0}{P_1}} = \frac{v}{\sum \frac{P_0}{P_1}}$$

Ὁ μέσος γεωμετρικός θὰ δίδεται ὑπὸ τῆς νυσοστής ρίζης, προκειμένου περὶ v μεγεθῶν, τοῦ γινομένου τῶν v τούτων μεγεθῶν δηλ.

$$\Gamma = \sqrt[v]{\frac{P_1^{(1)}}{P_0^{(1)}} \cdot \frac{P_1^{(2)}}{P_0^{(2)}} \cdots \frac{P_1^{(v)}}{P_0^{(v)}}} = \sqrt[v]{\prod_{i=1}^{i=v} \left(\frac{P_1^{(i)}}{P_0^{(i)}} \right)}$$

καὶ χρησιμοποιοῦντες τοὺς λογαρίθμους

$$\log \Gamma = \frac{1}{v} \sum \log \left(\frac{P_1}{P_0} \right)$$

ἐξ οὗ ἔπεται ὅτι «ὁ μέσος γεωμετρικός v μεγεθῶν εἶναι ὁ ἀριθμὸς ὅστις ἔχει διὰ λογάριθμον τὸν μέσον ἀριθμητικὸν τῶν λογαρίθμων τῶν μεγεθῶν τούτων».

Ἡ διάμεσος εἶναι μέσος οὐχὶ τῆς κεντρικῆς τῶν μεγεθῶν τάσεως, ἀλλὰ μέσος θέσεως, καθ' ὅσον δὲν λαμβάνει ὑπ' ὄψιν τὸ μέγεθος τῶν ἀριθμῶν ὧν εἶναι ὁ μέσος, ἀλλὰ μόνον τῆς ἀντιστοίχου τούτων θέσεως. Ἐὰν οἱ ἀριθμοὶ ὑποτεθῶσι τεταγμένοι κατὰ τάξιν αὐξουσῶν μεγέθους, ἡ διάμεσος εἶναι ὁ κεντρικὸς ὄρος τῆς σειρᾶς ταύτης, καθ' ὅσον ταύτης προηγούνται τόσοι ὄροι ὅσοι καὶ ἔπονται. Ὁ ὀρισμὸς οὗτος ἐφαρμόζεται ἐφ' ὅσον τὸ πλῆθος τῶν ὄρων τῆς σειρᾶς εἶναι ἀριθμὸς περιττός. Ἐὰν τὸ πλῆθος τῶν ὄρων εἶναι ἄρτιον, τότε ἡ διάμεσος δίδεται ὑπὸ τοῦ ἡμιαθροίσματος τῶν δύο κεντρικῶν ὄρων, παρίσταται δὲ συμβολικῶς ὑπὸ $\Delta\mu$.

Ἡ κυριαρχοῦσα ἢ σημεῖον μεγίστης συχνότητος εἶναι ἐκεῖνο τὸ μέγεθος, ἐξ ὧν προσδιορίζεται αὕτη, τὸ συχνότερον ἀπαντῶμενον.

Σπανίως ἀπαντᾷ ἡ μορφή αὕτη τοῦ μέσου ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τῶν τιμαρίθμων, καίπερ ἡ τιμὴ ἐκάστου ἐμπορεύματος, ἥτις χρησιμοποιεῖται διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν σχετικῶν τιμῶν εἶναι πρακτικῶς ἡ κυριαρχοῦσα τιμὴ. Ὁμοίως ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τῶν ἀριθμοδεικτῶν ἡμερομισθίων χρησιμοποιεῖται τὸ κυριαρχοῦν ἡμερομισθίον διὰ δεδομένην κατηγορίαν ἐργατῶν καὶ ὠρισμένον χρονικὸν διάστημα, παρίσταται δὲ συμβολικῶς ὑπὸ K .

Τὰ Σ καὶ Π , κατὰ τὸν παραδεδομένον διεθνῆ συμβολισμόν, παριστῶσιν ἀντιστοίχως ἀθροίσματα καὶ γινόμενα τῶν ὧν προτάσσονται ποσοτήτων.

Εἰς τοὺς πέντε τούτους τύπους ὑπολογισμοῦ ὁ Irving Fisher προσέθηκε καὶ ἕκτον (The Making of Index Numbers), τὸν κληθέντα **ἀθροιστικὸν μέσον** (agregative), ὅστις εἶναι τὸ πηλίκον τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ τῶν διαιρετέων (ἀθροίσματος τιμῶν ἔτους 1) διὰ τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ τῶν διαιρετῶν (ἀθροίσματος τιμῶν ἔτους 0) δηλ.

$$\frac{\frac{1}{v} \sum P_1}{\frac{1}{v} \sum P_0} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0}$$

ἢ, ἐν ἄλλαις λέξεσιν, ὁ λόγος τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ τῶν ἀπολύτων τιμῶν μεταξὺ τῶν δύο ἐποχῶν (ἔτους 1 καὶ ἔτους 0).

Ἐνταῦθα εὐρισκόμεθα, διὰ τοῦ τύπου τούτου, πρὸ νέας ἀντιλήψεως περὶ τοῦ δείκτου, ὅτι δηλ. οὗτος δὲν εἶναι μέσος πηλίκων, ἀλλὰ πηλίκον μέσων.

Οἱ ἄνω τύποι ἀφορῶσι τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἄνευ σταθμίσεως δεικτῶν.

Ἦδη θὰ ἀναφέρωμεν τοὺς ἀντιρροπικοὺς ἢ καὶ ἄλλως σταθμικοὺς δείκτας, ὧν ἡ στάθμισις γίνεται ὡς κάτωθι.

Ἐὰν διὰ τὸ ἔτος 0 ἡ τιμὴ εἶναι p_0 καὶ ἡ καταναλωθεῖσα, παραχθεῖσα, εἰσαχθεῖσα, κλπ. ποσότης q_0 , τὸ γινόμενον $p_0 q_0$ θὰ παριστᾷ τὴν ἀξίαν τῆς καταναλώσεως κλπ. καὶ συνεπῶς τὸ ἄθροισμα $A_{00} = \sum p_0 q_0$ θὰ παριστᾷ τὴν ὅλικὴν ἀξίαν τῆς καταναλώσεως κλπ. τῶν ἐν τῇ συλλογῇ περιλαμβανομένων ἀγαθῶν.

Ἐὰν p_1 εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ἀγαθοῦ κατὰ τὸ ἔτος 1, ὑποτεθῆ δὲ ἡ κατανάλωσις σταθερά, $p_1 q_0$ θὰ παριστᾷ τὴν ἀξίαν τῆς καταναλώσεως, παραγωγῆς, εἰσαγωγῆς, κλπ. κατὰ τὸ ἔτος 0 ἐπὶ τιμῇ ἔτους 1 καὶ συνεπῶς τὸ $A_{10} = \sum p_1 q_0$ θὰ παριστᾷ τὴν ὅλικὴν ἀξίαν τῆς καταναλώσεως κατὰ τὸ ἔτος 0 ἐπὶ τιμαῖς ἔτους 1. Οὐχ ἦττον ὁ τιμάριθμος μεταξὺ τῶν ἐποχῶν 0 καὶ 1 δίδεται ὑπὸ

$$T_{10} = \frac{p_1}{p_0} \quad \text{ἢ} \quad p_0 T_{10} = p_1$$

Ἐὰν νῦν ἐν τῷ τύπῳ $A_{10} = \sum p_1 q_0$ ἀντικατασταθῆ τὸ p_1 διὰ τοῦ ἴσου του, θὰ ἔχωμεν $A_{10} = \sum T_{10} p_0 q_0$

καὶ κατ' ἀκολουθίαν, ἐπειδὴ ὁ τιμάριθμος τοῦ συνόλου τῆς συλλογῆς δίδεται ὑπὸ $T'_{10} = \frac{A_{10}}{A_{00}}$, θὰ ἔχωμεν $T'_{10} = \sum T_{10} \frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$ (1)

ὅπου $\frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$ εἶναι ὁ **συντελεστὴς ἐνδιαφέροντος** ἢ τὸ βάρος ἐκάστου εἰδικοῦ τιμαρίθμου T_{10} , εἶναι δὲ οὗτος, ἐν ἄλλαις λέξε-

σι, τὸ πηλίκον ἢ ποσοστὸν τῆς μερικῆς ἀξίας ἐκάστης καταναλώσεως, παραγωγῆς, εἰσαγωγῆς, κλπ. κατὰ τὸ ἔτος 0 διὰ τῆς συνολικῆς ἀξίας τῆς καταναλώσεως κατὰ τὸ αὐτὸν ἔτος 0. Ἐπειδὴ δὲ τὰ μερικὰ γινόμενα $p_0 q_0$ διαιροῦνται διὰ τοῦ $\Sigma p_0 q_0$, τὰ δὲ μερικὰ πηλίκια, ἀθροιζόμενα, δίδουσι ἐξαγόμενον ἴσον πρὸς τὴν 1, τὸ $\Sigma p_0 q_0$ ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα ἢ παρίσταται ἀναλόγως διὰ 10, 100, 1000, .. συνήθως δὲ διὰ 100.—Ὁ τύπος (1) ἀναλυτικώτερον γράφεται ἂν ἕκαστον βᾶρος παρασταθῇ δι' ἐπίτηδες γράμματος ὡς ἐξῆς

$$\alpha = \frac{p_0^{(1)} q_0^{(1)}}{\Sigma p_0 q_0}, \quad \beta = \frac{p_0^{(2)} q_0^{(2)}}{\Sigma p_0 q_0}, \quad \gamma = \frac{p_0^{(3)} q_0^{(3)}}{\Sigma p_0 q_0}, \dots$$

ἔτι δὲ οἱ μερικοὶ ἀριθμοδείκται ὡς κάτωθι

$${}^1T_{10} = \frac{{}^1p_1}{{}^1p_0}, \quad {}^2T_{10} = \frac{{}^2p_1}{{}^2p_0}, \quad {}^3T_{10} = \frac{{}^3p_1}{{}^3p_0}, \dots$$

ὅτε ἔχομεν

$$T'_{10} = \alpha ({}^1T_{10}) + \beta ({}^2T_{10}) + \gamma ({}^3T_{10}) + \dots$$

ὅπου πλέον ὁ τιμάριθμος δίδεται ὑπὸ μορφήν γραμμικῆς συναρτήσεως.

Ὡς φαίνεται ὁ τύπος (1) εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν δίδοντα τὸ κέντρον βαρύτητος τῶν μαζῶν m , αἵτινες κατανέμονται ἐπὶ τοῦ

$$\text{ἄξονος τῶν } x \text{ δηλ. } \bar{x} = \frac{\Sigma mx}{\Sigma m}$$

Ὡς ὑπάρχει μέσος σταθμικὸς ἀριθμητικὸς, ὑφίσταται καὶ τοιοῦτος μέσος γεωμετρικὸς, τῶν συντελεστῶν ἀντισταθμίσεως καθοριζομένων ὡς ἀνωτέρω ἐξετέθη. Ὁ τοιοῦτος μέσος δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\log T'_{10} = \alpha \log ({}^1T_{10}) + \beta \log ({}^2T_{10}) + \gamma \log ({}^3T_{10}) + \dots \quad (2)$$

$$\text{ἢ } T'_{10} = \left(({}^1T_{10})^\alpha \cdot ({}^2T_{10})^\beta \cdot ({}^3T_{10})^\gamma \cdot \dots \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta+\gamma+\dots}}$$

$$\text{ὅπου } \alpha + \beta + \gamma + \dots = \Sigma p_0 q_0 = 1 \text{ ἢ } 10 \text{ ἢ } 100, \dots$$

$$\text{ἢ καὶ τέλος } T'_{10} = \sqrt[\Sigma p q]{({}^1T_{10})^\alpha ({}^2T_{10})^\beta ({}^3T_{10})^\gamma \dots} \text{ ἢ λογαριθμικῶς ὑπὸ}$$

τῆς (2), ὅπου ὁ τιμάριθμος δίδεται καὶ πάλιν ὑπὸ μορφήν γραμμικῆς συναρτήσεως.

Ὁμοίως ὑφίσταται καὶ μέσος ἀρμονικὸς σταθμικὸς, ὅστις καὶ καθορίζεται κατὰ τὰς αὐτὰς ὡς ἄνω συνθήκας.

Ὁ μέσος σταθμικὸς ἀθροιστικὸς θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου.

$$\frac{\sum^{(i)} p_1 \cdot \frac{p_0^{(i)} q_0^{(i)}}{\sum p_0^{(i)} q_0^{(i)}}}{\sum^{(i)} p_0 \cdot \frac{p_0^{(i)} q_0^{(i)}}{\sum p_0^{(i)} q_0^{(i)}}} = \frac{\sum p_1 p_0 q_0^{(i)}}{\sum p_0 p_0 q_0^{(i)}} \quad (2)$$

οὐχ ἦττον ὁμως τὰ βάρη ἐν τῷ τελευταίῳ τύπῳ δὲν θὰ εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ προηγούμενα βάρη, ἐπειδὴ ταῦτα ἐφαρμόζονται εἰς τὰς σχετικὰς τιμὰς (μερικοὺς τιμαρίθμους), ἐνῶ τὰ τοῦ τύπου (2) εἰς τὰς ἀπολύτους τιμὰς.

Μέσος σταθμικὸς ἀριθμητικὸς κατὰ τὰς ἀξίας τῆς ἐποχῆς βάσεως εἶναι

$$\frac{1}{\sum p_1 q_0} \sum \frac{p_1}{p_0} p_0 q_0 = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_1 q_0}$$

ἐπὶ τοῦ τελευταίου τούτου τύπου θὰ ἐπανέλθωμεν ἐν ἐκτάσει κατωτέρω.

Ὁ μέσος ἀρμονικὸς σταθμικὸς κατὰ τὰς ἀξίας τῆς θεωρουμένης ἐποχῆς θὰ εἶναι

$$\frac{1}{\frac{1}{\sum p_1 q_1} \sum \frac{p_0}{p_1} \cdot p_1 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἀθροιστικοῦ μέσου, ἡ σημασία ἐκάστου ἐμπορεύματος θὰ μετρηταὶ ὑπὸ τῆς παραχθείσης ποσότητος, ἀνταλλαγείσης, καταναλωθείσης, κ.λ.π. Ἐὰν οὗτος σταθμίζεται κατὰ τὰς ποσότητας τῆς ἐποχῆς βάσεως, ὁ τύπος ἔσται

$$\frac{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum q_0}}{\frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

τύπος περί οὗ καὶ αὐθις θὰ ἀσχοληθῶμεν κατωτέρω ἐν ἐκτάσει.

Ἐὰν σταθμίζονται κατὰ τὰς ποσότητας τῆς θεωρουμένης ἐποχῆς ὁ τύπος ἔσται

$$\frac{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1}}{\frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_1}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

τύποι ἀνάλογοι πρὸς τοὺς προηγουμένους. Πρὸς ἀπλοποίησιν δυνάμεθα νὰ παραστήσωμεν διὰ β τὸν μέσον σταθμικὸν ἀριθμητικὸν

τῶν σχετικῶν τιμῶν κατὰ τὰς ἀξίας τῆς ἐποχῆς βάσεως καὶ διὰ γ τὸν μέσον ἄρμονικὸν σταθμικὸν τῶν σχετικῶν τιμῶν κατὰ τὰς ἀξίας τῆς θεωρουμένης ἐποχῆς, ὅτε θὰ ἔχωμεν τοὺς δύο τύπους

$$\beta = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, \quad \gamma = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Ἐπειδὴ δὲ τὰ p_0 παριστῶσι τὴν τιμὴν μονάδος ἐκάστης ποσότητος τὰ δὲ q_1 τὰς ποσότητας ἐκάστου ἀγαθοῦ ἢ ὑπηρεσίας, τὰς καταναλωθείσας, παραχθείσας, εἰσαχθείσας, κλπ. ὑπὸ τοῦ ἀτόμου εἰς δεδομένην ἐποχὴν, τὸ β θὰ παριστᾷ τὴν μεταβολὴν τοῦ κόστους τῆς ζωῆς μεταξὺ τῆς ἐποχῆς βάσεως καὶ τῆς θεωρουμένης ἐποχῆς, ὑποτιθεμένου ὅτι τὸ ὑπ' ὄψει ἄτομον ἔχει τὴν αὐτὴν δίαιταν ζωῆς κατ' ἀμφοτέρας τὰς ἐποχάς, βάσεως δηλ. καὶ θεωρουμένου ἔτους 1. Τὸ γ θὰ παριστᾷ τὴν αὐτὴν μεταβολὴν, ὑποτιθεμένου ὅτι τὸ ὑπ' ὄψει ἄτομον εἶχε τὴν αὐτὴν δίαιταν ὑπάρξεως κατὰ τὴν ἐποχὴν βάσεως ἢν καὶ κατὰ τὴν θεωρουμένην ἐποχὴν. Συνεπῶς οἱ ἀριθμηταὶ εἰς ἀμφοτέρους τοὺς τύπους παριστῶσι τοὺς προϋπολογισμοὺς δαπανῶν τοῦ ὑποθετικοῦ ἀτόμου, ὁ μὲν τοῦ β εἰς ἐποχὴν μηδὲν ἐπὶ τιμαῖς ἔτους 1, ὁ δὲ τοῦ γ εἰς ἐποχὴν 1 ἐπὶ τιμαῖς ἔτους 1, ἐνῶ οἱ παρονομασται παριστῶσι τοὺς αὐτοὺς προϋπολογισμοὺς ἐπὶ τιμαῖς ἔτους 0 καὶ ποσότητας ἔτους 0 (τύπος β) καὶ ἔτους 1 (τύπος γ) ἐπὶ τιμαῖς ἔτους 0 καὶ ποσότητας ἔτους 1.

Πρὸς τὴν ἀντίληψιν ταύτην ἀπέβλεψε τὸ Διεθνὲς Ἰνστιτούτον Στατιστικῆς, ὅταν κατὰ τὸ ἐν Βρυξέλλαις συνέδριον τῷ 1923 παρεδέξατο τὴν ἀκόλουθον ἄποψιν: «Ὁ τιμὰριθμος ἢ δείκτης τῆς κινήσεως τῶν χονδρικῶν τιμῶν δέον νὰ ἀναπαριστᾷ τὴν κίνησιν τοῦ τοῦ λ/σμοῦ ἀγορᾶς ἢ πωλήσεως ἀγαθῶν ὠρισμένων, τῆς κινήσεως ἐξαρτωμένης μοναδικῶς ἐκ τῆς μεταβολῆς τῶν τιμῶν».

Τὸ μὴ ἀναστρέψιμον τοῦ ἀπλοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ ἐμφαίνει τὸ ἀδύνατον τῆς ἀλλαγῆς τῆς περιόδου τῆς βάσεως τοῦ τιμαρίθμου δι' ἀπλῆς διαιρέσεως, διότι, ἂν θεωρηθῇ μεμονωμένως ἐμπόρευμά τι, οὔτινος ἡ τιμὴ εἶναι p_0 κατὰ τὴν ἐποχὴν μηδέν, p_1 κατὰ τὴν ἐποχὴν 1, p_2 κατὰ τὴν ἐποχὴν 2, ἡ σχετικὴ τούτου τιμὴ κατὰ τὴν ἐποχὴν 1 ὡς πρὸς τὴν ἐποχὴν μηδέν ἔσται $T_{10} = \frac{p_1}{p_0}$ κατὰ τὴν ἐποχὴν 2, ὡς πρὸς τὴν ἐποχὴν μηδέν ἔσται $T_{20} = \frac{p_2}{p_0}$. Ἐὰν νῦν ληφθῇ ὡς βάσις συγκρίσεως ἡ ἐποχὴ 1, ἡ σχετικὴ τιμὴ τῆς ἐποχῆς 2 ὡς πρὸς τὴν ἐποχὴν 1 ἔσται $T_{21} = \frac{p_2}{p_1}$. Ἡ σχετικὴ αὕτη τιμὴ ἰσοῦται πρὸς τὴν σχετικὴν τιμὴν ὡς πρὸς τὴν ἐποχὴν 0, διαιρεθεῖσαν διὰ τῆς σχετικῆς τιμῆς εἰς τὴν ἐποχὴν 1 ὡς πρὸς τὴν ἐποχὴν 0, δηλ.

$$\frac{P_2}{P_0} : \frac{P_1}{P_c} = T_{20} : T_{10} = \frac{P_2}{P_1} = T_{21}$$

Ἡ ἰδιότης ἕως αὕτη δὲν ὑφίσταται πλέον ὅταν ἐκ τῆς μιᾶς μεμονωμένης τιμῆς θεωρήσωμεν πλείονας σχετικὰς τιμὰς, διότι ὄντως δὲν ἔχομεν πράγματι

$$\frac{1}{v} \sum \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{v} \sum \frac{p_2}{p_0} : \frac{1}{v} \sum \frac{p_1}{p_0}$$

Πρὸς ἀλλαγὴν ὅθεν τῆς περιόδου τῆς βάσεως τοῦ δείκτου ἄνευ τῆς εἰσαγωγῆς σφάλματος, μία μόνη μέθοδος ἀκριβῆς ὑφίσταται, τοῦ ἐξ ὑπαρχῆς δηλ. ὑπολογισμοῦ ὅλων τῶν σχετικῶν τιμῶν ὡς πρὸς τὰς τιμὰς τῆς νέας βάσεως. Ἔργασία, ὡς εἰκόσ, λίαν κοπιώδης καὶ ἐκνευριστική.

Τὸ ἴδιον μειονέκτημα τῆς ἐλλείψεως ἀναστρεψιμότητος τῆς βάσεως τοῦ μέσου ἀριθμητικοῦ ἐμφανίζει, ὡς ἐκ τῆς φύσεώς του, ἐπίσης ὁ μέσος ἀρμονικός, ἐνῶ ἀντιθέτως ὁ μέσος γεωμετρικός ἔχει τὸ πλεονέκτημα τοῦτο. Πράγματι ἔχει παρατηρηθῆ ὅτι ὁ μέσος γεωμετρικός εἶναι ἡ φυσικὴ μορφή διὰ τὸν συνδυασμὸν γινομένων καὶ πηλίκων ὡς ὁ μέσος ἀριθμητικός εἶναι ἡ φυσικὴ μορφή διὰ τὸν συνδυασμὸν ἀθροισμάτων καὶ διαφορῶν ἢ γραμμικῶν συναρτήσεων οἰωνδήποτε. Ἐὰν ὅθεν παραστήσωμεν τὰς μεταβολὰς τῶν τιμῶν διὰ πηλίκων πρὸς τινὰ θέσιν τῆς βάσεως, εἶναι φυσικὸν νὰ παραστήσωμεν ταύτας διὰ τοῦ μέσου των γεωμετρικοῦ· ὁμοίως ἂν αἱ μεταβολαὶ αὗται παρασταθῶσι διὰ διαφορῶν ὡς πρὸς ὠρισμένην στάθμην, θὰ εἶναι φυσικὸν νὰ παραστήσωμεν ταύτας διὰ τοῦ μέσου των ἀριθμητικοῦ.

Αἱ δύο αὗται ἀπόψεις ἔχουσιν ἰδιάζουσαν σημασίαν ὅταν πρόκειται περὶ τιμαρίθμων νομισματικοῦ τύπου· διὰ τοὺς προϋπολογιστικοὺς τιμαρίθμους δὲν θὰ ἀρκῆ ἢ χρῆσις μόνον τοῦ μέσου γεωμετρικοῦ.

Τὸ ἀνατρέψιμον ὡς πρὸς τὸν χρόνον ἰσχύει, ὡς προελέχθη, διὰ τὸν μέσον γεωμετρικόν, διότι ἔχομεν

$$\Gamma_{10} = \sqrt[v]{\frac{1}{P_0} \cdot \frac{P_1}{\Gamma_0} \cdot \frac{P_1}{P_0} \dots}$$

ὁμοίως

$$\Gamma_{01} = \sqrt[v]{\frac{1}{P_1} \cdot \frac{P_0}{P_1} \cdot \frac{P_0}{P_1} \dots}$$

καὶ κατὰ συνέπειαν

$$\sqrt[\nu]{\frac{1}{\frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_1}{p_0} \dots}} = \frac{1}{\sqrt[\nu]{\frac{1}{\frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{p_0}{p_1} \dots}}}$$

$$\Gamma_{10} = \frac{1}{\Gamma_{01}}, \text{ ὡσαύτως } \Gamma_{20} = \sqrt[\nu]{\frac{1}{\frac{p_2}{p_0} \cdot \frac{p_2}{p_0} \cdot \frac{p_2}{p_0} \dots}} \text{ καὶ } \Gamma_{21} = \sqrt[\nu]{\frac{1}{\frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_2}{p_1} \dots}}$$

διαιροῦντες νῦν τὸ Γ_{20} διὰ Γ_{10} , ἔχομεν

$$\frac{\Gamma_{20}}{\Gamma_{10}} = \frac{\sqrt[\nu]{\frac{1}{\frac{p_2}{p_0} \cdot \frac{p_2}{p_0} \cdot \frac{p_2}{p_0} \dots}}}{\sqrt[\nu]{\frac{1}{\frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_1}{p_0} \dots}}} = \sqrt[\nu]{\frac{1}{\frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_2}{p_1} \dots}} = \Gamma_{21}$$

ὅθεν ὁ μέσος γεωμετρικὸς ἀπολαύει καὶ τῆς ἀναστρεψιμότητος ὡς πρὸς τὸν χρόνον καὶ τῆς μεταβιβαστικότητος, ὧν ἀπολαύουσι αἱ κατὰ μέρος σχετικαὶ τιμαί, δι' ὃ καὶ προτιμᾶται κατ' ἐξοχὴν ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τῶν τιμαρίθμων, παρὰ τὸ κοπιῶδες τοῦ ὑπολογισμοῦ τοῦ διὰ τῶν λογαρίθμων.

Κατὰ τὸν Irving Fisher ἡ συνθήκη τῆς ἀναστρεψιμότητος δίδεται ὑπὸ τῶν δύο κατωθι σχέσεων.

$$\Gamma_{10} \cdot \Gamma_{01} = 1 \text{ καὶ } P_{10} \cdot Q_{10} = V_{10}$$

ὅπου Q ὁ τύπος ὅστις εὑρίσκεται δι' ἐναλλαγῆς τιμῶν καὶ ποσοτήτων εἰς τινὰ τύπον P δείκτου τιμῶν, V ὁ δείκτης τῶν ἀξιῶν $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ διὰ τινὰς δὲ τύπους μέσων καὶ τινὰς μεθόδους ἀντισταθμίσεως τὸ γινόμενον $P_{10} \cdot P_{01}$ εἶναι συστηματικῶς εἴτε μείζων εἴτε ἔλασσων τῆς 1.

Ἐὰν νῦν δοθῇ ὁ τύπος P_{10} , ὁ ἀντιθετικὸς τούτου, κατὰ Fisher, ἔσται ὁ $1/P_{01}$, διότι ἂν ἀναχωρήσωμεν ἐκ τοῦ τελευταίου τύπου, εὑρίσκομεν τὸν ἀντιθετικόν του ὡς πρὸς τὸν χρόνον, ἐναλλάσσοντες τὰς περιόδους, ἐξ οὗ $1/P_{01}$, εἶτα δὲ λαμβάνοντες τὸν ἀντίστροφόν του ἀγόμεθα εἰς τὴν P_{10} . Ἐξ ἑτέρου ὁ ἀντιθετικὸς τοῦ P_{10} ὡς πρὸς τοὺς παράγοντας εὑρίσκεται διαιροῦντες τὸν δείκτην τῶν ἀξιῶν διὰ τοῦ συνισταμένου δείκτου ἐκ τῆς ἐναλλαγῆς τῶν p καὶ q

ἐν τῷ τύπῳ, ἦτοι
$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} : Q_{10}$$

Ἐὰν νῦν ληφθῆ ὁ μέσος γεωμετρικὸς τύπου τινὸς καὶ ὁ τοῦ ἀντιθετικοῦ του ὡς πρὸς τὸν χρόνον, ὁ νέος τύπος εἶναι ἀνατρέψιμος ὡς πρὸς τὸν χρόνον, διότι

$$\sqrt{\frac{P_{10}}{P_{01}} \cdot \frac{P_{01}}{P_{10}}} = 1$$

Ὁσαύτως ἂν ληφθῆ ὁ μέσος γεωμετρικὸς τύπου τινος καὶ ὁ τοῦ ἀντιθετικοῦ του ὡς πρὸς τοὺς παράγοντας, εὐρίσκομεν νέον τύπον ἀναστρέψιμον ὡς πρὸς τοὺς παράγοντας, διότι

$$\sqrt{P_{10} \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} : Q_{10}} \cdot \sqrt{Q_{10} \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} : P_{10}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \quad (*)$$

Διὰ τὴν διόρθωσιν τῶν ἐκ τῶν τύπων ἐξαγομένων καὶ πρὸς ἀπαλοιφὴν τῶν σφαλμάτων χρησιμοποιεῖται ὁ τύπος

$$\sqrt{\beta \cdot \gamma} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}} \quad \text{ἢ καὶ ὁ} \quad \frac{\beta + \gamma}{2} = \frac{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}}{2}$$

ὅστις πρῶτος ἀποτελεῖ, τὸν ὑπὸ τοῦ Fisher κληθέντα, ἰδανικὸν τύπον.

Ἐξ ὅλων τῶν τύπων, περὶ ὧν ἀνωτέρω, ὁ Fisher κατήρτισε πίνακα τῆς ἀξίας αὐτῶν, ἔχοντα ὡς κάτωθι, μετὰ σφάλματος ὡς πρὸς τὸν ἰδανικὸν τύπον ($\sqrt{\beta \cdot \gamma}$)

Δεῖκται ἐσφαλμένοι (μεταξὺ ὧν ὁ μέσος ἀπλοῦς ἀρμονικὸς, ὁ ἀπλοῦς μέσος γεωμετρικὸς, ὁ τύπος σφάλμα
11,7%

$$\sum \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_1 q_1}{\sum p_1 q_1} \quad \text{καὶ ὁ ἀνάλογος τύπος}$$

* Ἐστω P_{01} τύπος δεδομένος. Ὁ ἐκ τῆς ἐναλλαγῆς ἀντιθετικὸς εἶναι $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} : Q_{01}$. Ὁ μέσος γεωμετρικὸς αὐτῶν εἶναι

$$\sqrt{P_{01} \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} : Q_{01}} \quad (1)$$

ὁ τελευταῖος οὗτος τύπος πληροῖ τὴν τεθειμένην συνθήκην, διότι ὁ ἐκ τῆς ἐναλλαγῆς τῶν p καὶ q ἀντιθετικὸς εἶναι

$$\sqrt{Q_{01} \cdot \frac{\sum q_1 p_1}{\sum p_0 q_0} : P_{01}} \quad (2)$$

ἐξ' οὗ διὰ πολλαπλασιασμοῦ τῶν (1) καὶ (2) προκύπτει ὁ τύπος $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$ κλπ.

$$\sum \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_1 q_0}{\sum p_1 q_0}, \text{ ἢ ἀπλῆ διάμεσος)}$$

$$\text{Ἄριστοι δείκται (}\beta = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, \gamma = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}\text{)} \quad 0,8\%$$

$$\text{Δείκται ὑπερθετικοὶ (}\frac{\beta + \gamma}{2}, \text{ ἰδανικὸς } \sqrt{\beta \cdot \gamma}\text{)} \quad 0,1\%$$

Ταῦτα ὡς πρὸς τὴν χρῆσιν τῶν τύπων εἶναι τὰ θεωρητικὰ καὶ πρακτικὰ συμπεράσματα εἰς ἃ κατέληξεν ὁ Fisher, χωρὶς νὰ παραλείψωμεν νὰ ἀναφέρωμεν ὅτι ταῦτα διηγείρον τὴν θύελλαν πολυαρίθμων ἀντιθέτων ἀπόψεων. Πάντως ὁ τύπος δέον νὰ εἶναι ἀπλοῦς, ἐφ' ὅσον τὸ δυνατόν, ἀπλοῦς διὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτός καὶ ἀπλοῦς διὰ νὰ ὑπολογισθῇ εὐκόλως. Ὁ Fisher ἐπειραματίσθη ἐπὶ διαφόρων τύπων ὅσον ἀφορᾷ τὴν χρονικὴν διάρκειαν ὑπολογισμοῦ διὰ τούτων, ὑποθέσας ὅτι αἱ ποσότητες καὶ αἱ ἀπόλυτοι τιμαὶ ἦσαν δεδομένα, 36 τὸν ἀριθμόν, ἐπὶ πλέον δὲ ὅτι διέθετεν ὑπολογιστικὰς μηχανάς. Τοὺς ὑπολογισμοὺς ἐπανέλαβεν ὁ Olivier δι' 100 ἐμπορεύματα καὶ κατέληξεν εἰς τὰ ἐξῆς ἀποτελέσματα, ἐπικυρώσας τὰ συμπεράσματα τοῦ Fisher

τύπος	χρόνος
$\frac{\sum p_1}{\sum p_0}$	0 ὥραι 35'
$\frac{\sum p_1 q}{\sum p_0 q}$	1 ὥρα
$\frac{1}{v} \sum \frac{p_1}{p_0} = A$	3 ὥραι
$\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \beta$	3 » 30'
$\sqrt{\frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p'_1}{p'_0} \cdot \frac{p''_1}{p''_0} \dots} = \Gamma$	4 »
Διάμεσος ἀπλῆ	4 » 30'
$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \gamma$	5 »
$\frac{\sum p_1 (q_0 + q_1)}{\sum p_0 (q_0 + q_1)}$	5 ὥραι 30'
ἰδανικὸς τύπος $\sqrt{\beta \cdot \gamma}$	9 »

δηλαδή ὁ ἀπλοῦς μέσος 36 ἐμπορευμάτων ἀπαιτεῖ μίαν ὥραν, ἐνῶ ὁ ἀπλοῦς μέσος γεωμετρικὸς τὸ 4πλάσιον, διότι οὗτος ἀπαιτεῖ τὴν εὐρεσιν 36 λογαρίθμων τῶν p_1 , 36 συλλογαρίθμων τῶν p_0 ,

τὴν πρόσθεσιν τούτων κεχωρισμένως, τὴν εὕρεσιν τῆς διαφορᾶς τῶν δύο ἄθροισμάτων, τὸ πηλίκον τῆς διαφορᾶς, τὴν εὕρεσιν τοῦ εἰς τὸ πηλίκον ἀντιστοιχοῦντος φυσικοῦ ἀριθμοῦ, κ.λ.π.

Προσδιορισμὸς ἀριθμητικῶν στοιχείων δείκτου.

Μετὰ τὴν ἐκλογὴν τοῦ ἀριθμητικοῦ τύπου ὅστις θὰ χρησιμοποιηθῆ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ τιμαρίθμου, ἐπιβάλλεται νὰ καθορισθῶσιν οἱ κανόνες καθ' οὓς θὰ προσδιορισθῶσι τὰ ἀριθμητικὰ στοιχεία τοῦ δείκτου εἰς ἃ ἐφαρμοσθήσεται ὁ γενόμενος παραδεκτὸς τύπος. Τὸ πρόβλημα τοῦτο, ὡς εἰκός, εἶναι μᾶλλον φύσεως πρακτικῆς, πάντες δὲ οἱ ὅπωςδήποτε ἀσχοληθέντες εἰς ὑπολογισμοὺς σειρῶν τιμαρίθμων, ὡς οἱ Mitchell, Meeker, Knibs, March, Dugé de Bernonville, κλπ, ἀπεφάνθησαν μὲ τὸν κατηγορηματικώτερον τρόπον ὅτι τὸ ζήτημα τῆς ἐκλογῆς τοῦ μαθηματικοῦ τύπου ἔχει μικροτέραν σημασίαν τῆς ἐκλογῆς τῶν στοιχείων καὶ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν σχετικῶν τιμῶν. Πάντως ἡ ἐκλογὴ τῶν ἐμπορευμάτων, ὧν αἱ τιμαὶ χρησιμοποιηθήσονται διὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ δείκτου, ἀποτελεῖ ἴδιον πρόβλημα, ὅπως εἰδικὸν δι' ἕκαστον δείκτην· γενικοὶ κανόνες συνεπῶς δὲν δύνανται νὰ διατυπωθῶσι. Ὁ ἀριθμὸς τῶν χρησιμοποιουμένων ἐμπορευμάτων διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν διαφόρων τιμαρίθμων χονδρικῶν τιμῶν εἶναι λίαν μεταβλητός." Ἀρχεταὶ ἀπὸ τῶν 22 ἐμπορευμάτων τοῦ Economist, διὰ νὰ καταλήξῃ εἰς τὰ 1366 τοῦ Ἀμερικανικοῦ τιμαρίθμου τοῦ War Industries Board.

Αἱ πλεῖστα τῶν σειρῶν τιμαρίθμων χρησιμοποιοῦσιν 50άδα τιμῶν, ἄλλαι ὅμως ὑπερβαίνουσι τὰς 100.

Παρ' ἡμῖν τὸ Ἀνώτ. Οἶκ. Συμβούλιον, ἐπειδὴ καθορίζει σταθμικὸν καὶ ἀπλοῦν τιμάριθμον χονδρικοῦ ἐμπορίου, χρησιμοποιεῖ διὰ μὲν τὸν πρῶτον 60 εἶδη, διὰ δὲ τὸν δεύτερον 51.

Πάντως ὁ ἀκριβῆς προσδιορισμὸς τῶν ληπτέων εἰδῶν ἐν τῷ ὑπολογισμῷ ἐνὸς τιμαρίθμου εἶναι πολλάκις δύσκολον νὰ καθορισθῆ ἐπειδὴ πλειστάκις διὰ ἐμπορεύματα σημασίας, πολλαὶ ποικιλίαι τοῦ αὐτοῦ ἐμπορεύματος δίδονται μετὰ τιμῶν διαφόρων, ὡς ἐὰν ἐπρόκειτο περὶ ἐντελῶς διαφόρων ἐμπορευμάτων. Ἀντιθέτως ἀθροίζομεν τὰς σχετικὰς τιμὰς σειρᾶς ὁμοειδῶν ἐμπορευμάτων εἰς μέσην σχετικὴν τιμὴν, ἣν καὶ χρησιμοποιοῦμεν μόνον ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τοῦ τιμαρίθμου. Θὰ ἔδει ὅθεν νὰ τηρηθῆ λογαριασμὸς τῶν δύο τούτων διορθώσεων κατ' ἀντίστροφον ἔννοιαν, διὰ νὰ προσδιορισθῆ ὁ ἀκριβῆς ἀριθμὸς ἐμπορευμάτων ἅτινα χρησιμοποιοῦνται ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τοῦ δείκτου, ἀλλὰ τοῦτο, ὡς εἰκός, πλειστάκις εἶναι ἀδύνατον, ὡς ἐκ τῆς ἀνεπαρκείας ἢ τῆς

ἐλλείψεως ἀκριβείας τῶν δημοσιευομένων πληροφοριῶν ὑπὸ τῶν ὑπολογιστῶν τῶν δεικτῶν.

Κατὰ ταῦτα ἀνακύπτει τὸ ἐρώτημα : ποῖος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐμπορευμάτων ἅτινα δέον νὰ χρησιμοποιῶμεν ;

Διὰ τιμὰριθμον νομισματικόν, στηριζόμενον ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως τοῦ συμψηφισμοῦ τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν ἰδιογενῶν αἰτιῶν ἐκάστου ἐμπορεύματος, τὴν ἀπόκρισιν δίδει μόνον ὁ **νόμος τῶν μεγάλων ἀριθμῶν** ὅστις ἐφαρμόζεται καὶ ἐπὶ πάσης ἐπιστημ. παρατηρήσεως, δηλ. ἀπαιτοῦνται ὅσω τὸ δυνατόν πολυαριθμότερα ἐμπορεύματα, ὥστε νὰ ἐπιτυγχάνηται συμψηφισμὸς ἐπίσης ἀκριβῆς ὅσον καὶ δυνατὸς τῶν τυχαίων (συμπτωματικῶν) ἀποκλίσεων. Ὁ νομισματικὸς τιμὰριθμος ἔσται ὁ μέσος πολυαρίθμου σειρᾶς εἰδικῶν τιμῶν, μετὰ μόνης τῆς ἀπαραιτήτου συνθήκης ὅτι αἱ εἰδικαὶ αὗται τιμαὶ θὰ εἶναι ἀνεξάρτητοι ἀλλήλων. Αἱ συνθήκαι ὅμως αὗται εἶναι ἐν τοῖς πράγμασιν ἀσυμβίβαστοι.

Ἀντιθέτως εἰς τοὺς προὑπολογιστικοὺς τιμαρίθμους ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐμπορευμάτων ἔχει δευτερεύουσαν σημασίαν, διότι τιμὰριθμος προὑπολογιστικὸς, περιλαμβάνων 20 λίαν ἐνδιαφέροντα ἐμπορεύματα, παρέχει μείζονα κατὰ πολὺ ἐμπιστοσύνην ἔναντι ἄλλου τιμαρίθμου, περιλαμβάνοντος 200 ἐμπορεύματα, ἄνευ ἐξαιρετικῆς σημασίας. Τὸ μόνον ἐνδιαφέρον εἶναι ἡ ἀναλογία μεταξὺ τοῦ ὅλικου ἐνδιαφέροντος τῶν εἰς τὸν δείκτην χρησιμοποιουμένων ἐμπορευμάτων καὶ τοῦ τῶν μὴ χρησιμοποιουμένων πρὸς ὑπολογισμὸν αὐτοῦ.

Τὸ ζήτημα τῆς ἐκλογῆς τοῦ ἀριθμοῦ προκύπτει ἰδίᾳ εἰς τοὺς προὑπολογιστικοὺς τιμαρίθμους, τοὺς μὴ σταθμικοὺς ὅμως, καθ' ὅσον τὸ μεγαλείτερον μειονέκτημα τῶν μὴ σταθμικῶν τύπων διὰ τοὺς προὑπολογιστικοὺς τιμαρίθμους εἶναι ὅτι οὗτοι οὐδὲν παρέχουσι κριτήριον διὰ τὸν ὄρισμὸν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στοιχείων ἅτινα δέον νὰ ληφθῶσι πρὸς ὑπολογισμὸν αὐτῶν.

Ἐκ τῶν διαφόρων ἐργασιῶν αἵτινες ἐγένοντο σχετικῶς πρὸς τὴν διαπίστωσιν τῆς ἐπιδράσεως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στοιχείων ἐπὶ τῆς ἀξίας τῶν ἀπλῶν δεικτῶν, ὑπὸ τῶν Bowley, Mitchell, Olivier προκύπτουσι τὰ ἑξῆς συμπεράσματα :

1ον. **Νομισματικὸς δείκτης** : ἀριθμὸς στοιχείων ὅσον τὸ δυνατόν μεγαλύτερος ἀρκεῖ τὰ στοιχεῖα ταῦτα νὰ εἶναι ἀνεξάρτητα ἀλλήλων.

2ον. **Προὑπολογιστικὸς σταθμικὸς δείκτης** : τὸ ἔχον οὐσιώδη σημασίαν δὲν εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν στοιχείων, ἀλλὰ τὸ σχετικὸν ἐνδιαφέρον τῶν ἐν τῷ δείκτη παριστωμένων στοιχείων ἐν σχέσει πρὸς τὰ ἐλλείποντα ἐκ τούτου.

3ον. Προϋπολογιστικὸς ἀστάθμητος δείκτης : οὐδὲν κριτήριον ὑφίσταται προσδιορισμοῦ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στοιχείων ἅτινα δέον νὰ χρησιμοποιηθῶσιν, ἐξ οὗ ἐν τῶν σοβαρωτέρων μειονεκτημάτων τοῦ εἴδους τούτου τῶν δεικτῶν.

Δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ εἰσαγωγή μεγάλου ἀριθμοῦ στοιχείων, διότι ἡ ὑπόθεσις τῆς ἰσότητος τοῦ ἐνδιαφέροντος τῶν διαφόρων στοιχείων ἀποκλίνει τοσοῦτον μᾶλλον τῆς πραγματικότητος ὅσον ὁ ἀριθμὸς τῶν στοιχείων εἶναι μεγαλύτερος. Ἐξ ἐτέρου εἶναι ἀδύνατον νὰ συνενώσωμεν μικρὸν ἀριθμὸν στοιχείων, ὧν αἱ μέσαι μεταβολαὶ δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς ἀναπαριστῶσαι τὴν μέσην μεταβολὴν τοῦ συνόλου. Λόγω τοῦ ἀσυμβιβάστου τῶν δύο τούτων συνθηκῶν, μεγάλη ἐμπιστοσύνη εἰς τοιοῦτους τιμαρίθμους δὲν πρέπει νὰ ἀποδίδηται.

Προκειμένου νῦν περὶ τῆς φύσεως τῶν στοιχείων, θὰ πρέπη προγενεστέρως νὰ λεχθῆ ὅτι, ἐπειδὴ ἡ μέτρησις τῶν τιμῶν σκοπὸν ἔχει τὴν σύγκρισιν εἴτε ἐν τῷ χρόνῳ εἴτε ἐν τῷ διαστήματι, εἶναι ἀπαραίτητον ὅπως γίνηται ἐπὶ ἐμπορευμάτων ἅτινα δύνανται πραγματικῶς νὰ συγκριθῶσιν.

Ἡ σύγκρισις αὕτη, ὡς εἶναι φανερόν, ἐξαρτᾶται ἐνίοτε ἐκ τῶν ἐμπορικῶν ἐθίμων, διότι ἡ τιμὴ τῶν σφαγίων π. χ. δυνατὸν νὰ δίδηται κατὰ κεφαλὴν, κατὰ μονάδα καθαροῦ βάρους, κατὰ μονάδα μικτοῦ βάρους κ.λ.π. Πάντως αὐστηρὰ σύγκρισις εἶναι, σχεδὸν πάντοτε, ἀδύνατος καὶ τοῦτο ἐφ' ὅσον ἀναφέρεται εἰς χρόνον ἢ τόπον ἀπέχοντα πολὺ τοῦ παρόντος χρόνου ἢ τόπου.

Εἰς πλείονας τιμαρίθμους ἡ ἐκλογή τῶν στοιχείων ἔχει γίνεαι ἐμπειρικῶς, χωρὶς νὰ ἀσχοληθῶσι προγενεστέρως νὰ μάθωσι ἐὰν αἱ μεταβολαὶ τῶν τιμῶν τῶν ἐμπορευμάτων ἅτινα ἔχουσι περιληφθῆ εἰς αὐτοὺς ἀναπαριστῶσι προσηκόντως τὴν μεταβολὴν τοῦ συνόλου ἢν ἐπιδιώκουσι νὰ μετρήσωσιν. Ἀσφαλῶς ὁ Snow δὲν μεγαλοποιεῖ τὰ πράγματα ὅταν γράφῃ ὅτι «ἡ μέθοδος τῆς καταρτίσεως τῶν τιμαρίθμων ἠκολούθησε μέχρι τότε τὸν Νόμον τοῦ ἐλαχίστου κόπου. Ἐχρησιμοποίησαν ἄνευ διαπιστώσεως καὶ βασάνου τῆς ἀξίας των, τὰ μᾶλλον εὐκόλως δυνάμενα νὰ συλλεγῶσι δεδομένα καὶ χρησιμοποιηθῶσι . . . Προκύπτει ὅτι εἰς δείκτης τιμῶν εἶναι πράγματι εἶδος μέσου τιμῶν εὐκόλων νὰ εὑρεθῶσι καὶ οὐχὶ τῶν τιμῶν αἵτινες ἔχουσιν ἀτομικὴν πραγματικὴν σημασίαν».

Ἀπαραίτητον εἶναι νὰ ἀναζητηθῶσι μεθοδικῶς τὰ ἀξιώματα ἐφ' ὧν δέον νὰ στηρίζεται ἡ ἐκλογή τῶν χρησιμοποιητέων ἐμπορευμάτων.

Ὁ Ottolenghi, ὅστις ἀπέδωσε μείζονα σημασίαν καὶ προσο-

χὴν εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο, προκειμένου περὶ τιμαρίθμου χονδρικών τιμῶν προέτεινε τὰ ἐπόμενα, ὡς προελέχθη, τρία κριτήρια :

1ον. Ἐνδιαφέρον τεχνικὸν οἰκονομικὸν τῶν ἐμπορευμάτων εἰς τὴν οἰκονομικὴν ζωὴν τοῦ πληθυσμοῦ.

2ον. Ἐνδιαφέρον οἰκονομικὸν τῶν ἐμπορευμάτων ὡς πρὸς τὴν παραγωγὴν τῆς χώρας.

3ον. Ποσοστὸν τοῦ μέρους ἐμπορεύματα εἰς τὴν ὀλικὴν ἀξίαν τοῦ ἐμπορίου τῆς χώρας.

Ἐπειδὴ ὁ ὀρισμὸς οὗτος εἶναι λίαν περιορισμένος, πρέπει κατὰ τὸν Olivier νὰ θεωρῶνται ἐκεῖνα τὰ ἐμπορεύματα ἅτινα ἔχουσι σημασίαν 1ον εἰς τὴν παραγωγὴν, 2ον εἰς τὸ ἐμπόριον (Ἐσωτερικὸν - Ἐξωτερικόν), 3ον εἰς τὴν κατανάλωσιν τῆς χώρας.

Πράγματι ἡ παραχθεῖσα ποσότης ἐμπορεύματός τινος εἴτε καταναλίσκεται ἐπιτοπίως εἴτε παρέχεται εἰς τὸ ἐμπόριον. Ἡ καταναλωθεῖσα ποσότης εἴτε προέρχεται ἐκ τῆς ἐπιτοπίου παραγωγῆς εἴτε ἐξ ἀγορᾶς ἐν τῷ ἐμπορίῳ. Ἐκ τῶν τριῶν ὄθεν κριτηρίων διὰ γενικὸν δείκτην ἀρκοῦσι τὰ δύο, οὐχὶ ὅμως καὶ τὸ ἓν, καθ' ὅσον μέρος τῆς παραγωγῆς ἐξάγεται καὶ δὲν εἰσέρχεται εἰς τὴν κατανάλωσιν τῆς χώρας. Ἀντιστρόφως μέρος τῆς καταναλώσεως τῆς χώρας δὲν προέρχεται ἐκ τῆς παραγωγῆς τῆς χώρας, ἀλλὰ ἐκ τῆς εἰσαγωγῆς. Τέλος τὸ ἐμπόριον δὲν ἀσκεῖται ἐπὶ τοῦ μέρους τῆς παραγωγῆς ὅπερ καταναλίσκεται ἐπιτοπίως. Ἐπομένως δύναται νὰ διατυπωθῇ ἡ ἐξῆς ταυτότης

παραγωγή + εἰσαγωγή = κατανάλωσις + ἐξαγωγή

καὶ νὰ ληφθῶσι διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ δείκτου τῆς γενικῆς κινήσεως τῶν χονδρικών τιμῶν ὅλα τὰ ἐνδιαφέροντα ἐμπορεύματα, εἴτε τὴν ἐθνικὴν κατανάλωσιν καὶ τὴν εἰσαγωγὴν, εἴτε τὴν ἐθνικὴν κατανάλωσιν καὶ τὴν ἐξαγωγήν. Μοναδικὸν κριτήριον ἔσται : ἡ λήψις ὅλων τῶν ἐμπορευμάτων ἅτινα κατέχουσιν ἐξαιρετικὴν σημασίαν εἰς τὸ ἐσωτερικὸν ἢ ἐξωτερικὸν ἐμπόριον τῆς χώρας.

Ἐπειδὴ δὲ αἱ στατιστικαὶ τοῦ ἐσωτερικοῦ ἐμπορίου εἶναι αἰ μᾶλλον ἀτελεῖς ὅλων τῶν στατιστικῶν τῆς παραγωγῆς, εἶναι προτιμότερον, διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ τιμαρίθμου χονδρικών τιμῶν, νὰ λαμβάνωμεν ὅλα τὰ ἐνδιαφέροντα ἐμπορεύματα, εἴτε τὴν ἐθνικὴν παραγωγὴν εἴτε τὴν εἰσαγωγὴν.

Τὰ λαμβανόμενα ἐμπορεύματα ἐρωτητέον πρέπει νὰ λαμβάνωνται ὁμοτίμως ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τοῦ δείκτου ; Εἶναι γνωστὸν ὅτι αἱ μεταβολαὶ τῶν τιμῶν ἐνίων ἐμπορευμάτων συνέχονται πρὸς τὰς μεταβολὰς ἄλλων ἐμπορευμάτων καὶ ὅτι ὅλαι αἱ

μεταβολαὶ δὲν εἶναι ἀνεξάρτητοι αἱ μὲν τῶν δέ. Τοῦτο κυρίως προκειμένου περὶ παραγῶγων ἐμπορευμάτων, διότι αἱ μεταβολαὶ τῆς τιμῆς τοῦ ἀλεύρου λ. χ. συνέχονται πρὸς τὰς μεταβολὰς τῆς τιμῆς τοῦ σίτου. Σύγχρονος εἰσαγωγή ἐν τῇ συνθέσει τοῦ δείκτου τῶν σχετικῶν τιμῶν τοῦ σίτου καὶ τοῦ ἀλεύρου, εἶναι δυνατόν, προφανῶς, εἰς δείκτην σταθμικόν, νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ ἀπλή χρῆσις, εἰς δείκτην ὅμως ἀπλοῦν θὰ ἀποδοθῇ εἰς τὸν σίτον σημασία δις μεγαλειτέρα.

Εὐλογον εἶναι νὰ προτιμῶνται διὰ ταῦτα αἱ πρῶται ὕλαι ὡς στοιχεῖα τῶν τιμαρίθμων τῆς κινήσεως τῶν τιμῶν, καθ' ὅσον εἶναι εὐκόλον νὰ εὐρίσκειται διὰ ταύτας ὀρισμὸς ἀκριβῆς, ἢ ταὐτοποιήσις, ἣτις εἶναι ἀπαραίτητος διὰ πᾶσαν σύγκρισιν. Τὸ πρόβλημα καθίσταται ὀλιγώτερον εὐκόλον δι' ὅ,τι ἀφορᾷ προϊόντα ἡμικατεργασμένα. Διὰ τοὺς λόγους τούτους ὁ March εἰς τὸ Διεθνὲς Συνέδριον τῆς Στατιστικῆς τῶν Βρυξελλῶν προέτεινε νὰ ἐξαιρεθῶσι τὰ κατεργασμένα προϊόντα ὡς μὴ παρουσιάζοντα εὐστάθειαν ὑπὸ ἔποψιν ποιότητος. Ὁ Colson παρετήρησεν ὅτι αἱ τιμαὶ τῶν κατεργασμένων προϊόντων διαφέρουσι τῶν τιμῶν τῶν πρώτων ὑλῶν καὶ τῶν ἡμικατεργασμένων προϊόντων, ἅτινα περιλαμβάνουσι καὶ τὰ ἡμερομίσθια καὶ συνεπῶς ἂν τὰ ἡμερομίσθια καὶ αἱ τιμαὶ τῶν πρώτων ὑλῶν ἐκινήθησαν κατὰ τρόπον αἰσθητῶς διάφορον, αἱ μεταβολαὶ τῶν τιμῶν τῶν κατεργασμένων προϊόντων παρουσιάζουσι καμπύλην ἐντελῶς διακεκριμένην τῆς καμπύλης τῶν μεταβολῶν τῶν τιμῶν τῶν πρώτων ὑλῶν.

Διὰ ταῦτα τὸ Διεθνὲς Ἰνστιτούτον Στατιστικῆς ἠρκέσθη νὰ συστήσῃ τὴν λήψιν κυρίως πρώτων ὑλῶν καὶ ἡμιπροϊόντων καὶ οὐχὶ προϊόντων ὧν οἱ τύποι καὶ αἱ ποιότητες μεταβάλλονται διὰ τοῦ χρόνου.

Περίοδος Βάσεως.

Ἐπειδὴ οἱ τιμάριομοι εἶναι ὄργανα συγκρίσεως ἐν τῷ χρόνῳ ἢ τῷ διαστήματι, δέον νὰ καθορισθῇ πῶς ἡ βάσις τῆς συγκρίσεως θὰ πρέπη νὰ ληφθῇ καὶ ποῖον εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ἐκλογῆς ἐπὶ τοῦ δείκτου.

Ὁ Δείκτης λογίζεται διὰ συγκρίσεως τῆς τιμῆς ἐκάστου ἐμπορεύματος, διὰ τὴν ὑπ' ὄψει ἐποχὴν, πρὸς τὴν τιμὴν τῆς ἐποχῆς τῆς βάσεως, ἣτις ὡς περίοδος δύναται νὰ ἔχη τὴν ἡμέραν, ἑβδομάδα, μῆνα, ἔτος, περίοδον ἐτῶν. Ἐὰν διὰ τινὰ αἰτίαν ἡ τιμὴ τῆς ληφθείσης περιόδου βάσεως εἶναι ἀνωμάλως λίαν χαμηλή, ὁ εὐρεθησόμενος δείκτης ἔσται ἀνωμάλως λίαν ὑψηλὸς καὶ συνεπῶς ἐσφαλμένος. Προκειμένου περὶ σταθμικοῦ δείκτου, ἀνωμαλῖαι περὶ τὰς τιμὰς ἢ ποσότητας τῆς περιόδου βάσεως ἐμφαίνουσι γενικῶς

άνωμαλίας εἰς τὴν στάθμισιν. Ἐὰν ὁ δείκτης χρησιμοποιῆ τὰς ἀξίας τῆς περιόδου βάσεως ὡς συντελεστὰς σταθμίσεως, πᾶν ἐμπόρευμα οὐτινος ἢ τιμῆ ἢ ἢ ποσότης θὰ εἶναι ἀνωμάλως ὑψηλαὶ κατὰ τὴν περίοδον ταύτην θὰ ἔχη συντελεστὴν σταθμίσεως ἀνωμάλως ὑψηλὸν καὶ συνεπῶς θὰ ἔχη ἐπὶ τοῦ δείκτου ἐπίδρασιν ὑπερβολικὴν καὶ ἀντιστρόφως.

Κατ' ἀνάγκην πρέπει νὰ ἐκλεγῆ ὡς περίοδος - Βάσις τοιαύτη «κανονική».

Αἱ ἀνωμαλῖαι εἰς τὰς τιμὰς ἐπειδὴ γενικῶς εἶναι μεταβατικαί, θὰ μετριασθῆ προφανῶς τὸ ἀποτέλεσμα, λαμβανομένης ὡς βάσεως τοῦ μέσου τῶν τιμῶν ἐπὶ περίοδον χρόνου ἀρκετὰ ἐκτεταμένην. Ὡς περίοδος δύναται νὰ ληφθῆ, προκειμένου περὶ μηνιαίου δείκτου, εἴτε αἱ μέσαι τιμαὶ τοῦ ἀντιστοιχοῦντος μηνὸς τοῦ προηγουμένου ἔτους εἴτε αἱ μέσαι τιμαὶ τοῦ προηγουμένου μηνός. Τὰ ἀποτελέσματα τῶν δύο μεθόδων, εἶναι αὐτονόητον, θὰ διαφέρωσι. Προπολεμικῶς τὸ Διεθνὲς Ἰνστιτούτον Στατιστικῆς εἶχεν ὑποδείξει νὰ λαμβάνηται ὡς βάσις περίοδος 10ετής. Ἡ λύσις αὕτη ἦτο ἢ καλυτέρα, καθ' ὅσον εἶχε παρατηρηθῆ ὅτι γενικῶς ἢ οἰκονομικὴ δραστηριότης καὶ αἱ τιμαὶ εἰδικῶς ἐνεφάνιζον περιοδικὰς μεταβολὰς περιόδου ὡς ἔγγιστα 10ετοῦς. Αἱ μέσαι τιμαὶ ἑνὸς οἰκονομικοῦ κύκλου ἀποτελοῦσιν ἕξοχον βάσιν διὰ σύγκρισιν μεταγενεστέρων τιμῶν.

Ὁ Εὐρωπαϊκὸς πόλεμος ἐδημιούργησε εἰδικὴν κατάστασιν ὅσον ἀφορᾷ τὴν ἐκλογὴν τῆς περιόδου τῆς βάσεως τῶν τιμαρίθμων τῆς κινήσεως τῶν τιμῶν. Διὰ τοὺς πλείστους μεταπολεμικοὺς τιμαρίθμους ὡς βάσις λαμβάνονται αἱ μέσαι τιμαὶ τοῦ 1913, δι' ἄλλους αἱ μέσαι τιμαὶ τοῦ μηνὸς Ἰουλίου 1914, τελευταίου προπολεμικοῦ μηνός.

Πάντως βραχυτέρα περίοδος τῆς μονοετοῦς δὲν δύναται νὰ νοηθῆ.

Ἡ ἀπομάκρυνσις διὰ τοῦ χρόνου ἀπὸ τῆς περιόδου τῆς βάσεως ἔχει ἓν μειονέκτημα, ἰδίᾳ προκειμένου περὶ σταθμικῶν δεικτῶν. Τὸ μειονέκτημα τοῦτο εἶναι ὅτι τὸ ἐνδιαφέρον τῶν διαφορῶν ἐμπορευμάτων μεταβάλλεται διὰ τοῦ χρόνου ὡς ἐκ τῶν τροποποιήσεων αἵτινες παράγονται ἀκαταπαύστως εἰς τὸν οἰκονομικὸν κόσμον. Ἀληθῶς, ἐκτὸς ὅλων ἐξαιρετικῶς περιπτώσεων, τὸ ἐνδιαφέρον τοῦτο μεταβάλλεται βραδέως κατὰ τὴν μίαν ἢ τὴν ἄλλην ἔννοιαν (θετικῶς ἢ ἀρνητικῶς). Τοῦτο παρετηρήθη παρ' ἡμῖν προκειμένου περὶ βενζίνης κατὰ τὴν κατάρτισιν τοῦ δείκτου ὑπὸ τοῦ Ἀνωτ. Οἰκονομικοῦ Συμβουλίου, ὅστις ἐσταθμίσθη συναρτή-

σει τῶν ποσοτήτων τοῦ ἔτους 1913/1914, καθ' ὅσον ή βενζίνη τότε ἐνεφάνιζε τὸ ἀστεῖον ποσὸν τῆς εἰσαγωγῆς τῶν 6 τόννων δι' ὀλόκληρον τὸ Κράτος, ἐκτάσεως περίπου ἴσης πρὸς τὴν σημερινήν, ἐνῶ τὸ ἐνδιαφέρον τῆς βενζίνης εἰς τὴν οἰκονομικὴν ζωὴν τοῦ τόπου σήμερον εἶναι μέγα (συγκοινωνία-κίνησις μικρᾶς βιομηχανίας). Διὰ ταῦτα, ἐφ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα τῆς περιόδου τῆς βάσεως καθ' ἣν ὠρίσθη τὸ σύστημα τῆς ἀντισταθμίσεως, τὸ σύστημα τοῦτο ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον καθίσταται ἄχρηστον καὶ παρίσταται ἀνάγκη ἀναθεωρήσεως ἢ μᾶλλον ἀναπροσαρμογῆς του. Τὸ μειονέκτημα τῆς ἀπομακρύνσεως ἀπὸ τῆς περιόδου τῆς βάσεως ἐνέχει καὶ ἕτερον μειονέκτημα, τὸ τῆς ποιότητος καὶ τοῦ τύπου τῶν ἐμπορευμάτων, διότι οὐδὲν εἶναι βέβαιον, ἐκτὸς τῶν πρώτων ὑλῶν, ὅτι ἐμπόρευμά τι τῆς αὐτῆς ὀνομασίας κατὰ ἀμφοτέρας τὰς ἐποχὰς εἶναι ἀπολύτως ὑπ' ἔποψιν τύπου καὶ ποιότητος τὸ αὐτό, ὡς ἐκ τῆς ἐπερχομένης ἐν τῷ μεταξὺ ἀενάου τεχνικῆς τελειοποιήσεως. Διὰ πάντα ταῦτα ἢ ἐπὶ μακρὸν χρόνον διατήρησις τῆς αὐτῆς περιόδου βάσεως ἀποκλείεται, καθ' ὅσον

1ον. Ἐκεῖνοι οἵτινες χρησιμοποιοῦσι τοὺς τιμαρίθμους τῆς κινήσεως τῶν τιμῶν ἐνδιαφέρονται διὰ συγκρίσεις μετὰ περιόδων μᾶλλον γειτονικῶν ἢ διὰ συγκρίσεις ἀπομακρυσμένων περιόδων.

2ον. Τὸ σχετικὸν ἐνδιαφέρον τῶν διαφόρων ἐμπορευμάτων μεταβάλλεται μετὰ τοῦ χρόνου.

3ον. Τὸ συγκρίσιμον τῶν διαφόρων ἐμπορευμάτων ἐλαττοῦται μετὰ τοῦ χρόνου.

Πρὸς ἀποφυγὴν τῶν δυσκολιῶν τῆς ἀπομακρύνσεως ἀπὸ τῆς περιόδου τῆς βάσεως Ἕλληνοὶ καὶ Ἀμερικανοὶ Στατιστικοὶ ὑπέδειξαν εἰδικὴν μέθοδον Λογισμοῦ τιμαρίθμων, τὴν κληθεῖσαν «Chain Method» ἀλυσωτὴν μέθοδον ἢ ἀλυσωτὸν σύστημα καὶ ἦν πρῶτος προέτεινεν, φαίνεται, ὁ Ἀλφρέδος Marshall τῷ 1887. Αὕτη συνίσταται εἰς τὴν μέτρησιν τῶν σχετικῶν τιμῶν ἐκάστης περιόδου ὡς πρὸς τὴν ἀμέσως προηγουμένην περίοδον, σχηματιζομένων τρόπον τινα κρίκων ἀλύσου τινὸς καὶ ἡ ἄλυσος αὕτη εὐρίσκειται πολ/ζομένων τῶν διαδοχικῶν δεικτῶν τῶν μὲν ἐπὶ τοὺς δέ. Ἐπειδὴ δὲ αἱ σχετικαὶ τιμαὶ ὡς πρὸς τὴν προηγουμένην περίοδον εἶναι λίαν συγκεντρωμέναι περὶ τὸν μέσον αὐτῶν, ἕκαστος κρίκος ἔχει μεγάλην παραστατικὴν ἀξίαν. Ἡ μέθοδος αὕτη ἔχει τὸ πλεονέκτημα ὅπως μετὰ τῆς μεγαλειτέρας εὐκόλιας διαγράψωμεν ἐμπόρευμά τι ἀπολέσαν τὸ ἐνδιαφέρον του, ἢ ἀντικαθιστῶμεν ποιότητά τινα δι' ἄλλης μᾶλλον ζητουμένης, ἢ τροποποιῶμεν κατὰ τὴν μίαν ἢ τὴν ἄλλην ἔννοιαν τὸν ἀποδιδόν-

μενον συντελεστήν ἐνδιαφέροντος εἰς τι ἐμπόρευμα, ἢ προσθέτωμεν ἐμπόρευμά τι καταστάν ἐνδιαφέρον, ἀρκεῖ πρὸς τοῦτο νὰ ἐπιφέρωμεν τὴν αὐτὴν τροποποίησιν εἰς τὸν πίνακα τῶν εἰδῶν ἢ τῶν συντελεστῶν τῆς σπουδαζομένης περιόδου, ὡς καὶ τῆς ἀμέσως προηγούμενης τοιαύτης. Εἶναι φανερόν ὅτι δι' ἄλυσον δεικτῶν εἰδῶν ἐποχιακῶν, οὔτοι ἔχουσι ἐνδιαφέρον διὰ βραχεῖαν χρονικὴν περίοδον. Ἐκτὸς ὅμως τῶν ἄνω πλεονεκτημάτων ἔχουσιν οἱ ἄλυσωτοὶ τιμὰριθμοὶ καὶ μειονεκτήματα. Πράγματι ὅταν λάβῃ χώραν σφάλμα τι εἰς δείκτην βάσεως σταθερᾶς, εἰς μόνον δείκτης εἶναι ἐσφαλμένος· ὅταν τὸ σφάλμα λάβῃ χώραν εἰς ἓνα κρίκον τῆς ἀλύσου ὁ ἀντιστοιχῶν δείκτης καὶ ὅλοι οἱ ἐπόμενοι τούτου δείκται τῆς ἀλύσου εἶναι ἐσφαλμένοι.

Ἐπὶ πλέον διὰ τὴν πλειονότητα τῶν τύπων, ὁ λογισμὸς ἀλύσου δεικτῶν ἀπαιτεῖ περισσότερον χρόνον τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν δεικτῶν βάσεως σταθερᾶς.

Συμβολικῶς τὸ Chain-System, ἂν χρησιμοποιητῆται ὁ τύπος τοῦ μέσου ἀπλοῦ ἀριθμητικοῦ τῶν σχετικῶν τιμῶν, θὰ παρίσταται ὡς ἔπεται

$$T_{10} = \frac{\sum \left(\frac{P_1}{P_0} \right)}{v}, \quad T_{21} = \frac{\sum \left(\frac{P_2}{P_0} \right)}{v}, \quad T_{32} = \frac{\sum \left(\frac{P_3}{P_2} \right)}{v}, \dots \dots \dots \text{κ.λ.π.}$$

Ἀκρίβεια τῶν τιμαρίθμων.

Ἐπειδὴ ὁ τιμὰριθμος, ὡς προελέχθη, δὲν εἶναι μόνον ὄργανον συγκρίσεως, ἀλλὰ καὶ μετρήσεως τῆς γενικῆς κινήσεως τῶν τιμῶν, γεννᾶται τὸ ἐρώτημα ποῖαν ἐμπιστοσύνην δέον νὰ ἀποδίδωμεν εἰς αὐτόν, ἐν ἄλλαις λέξεσι ποία ἢ ἀκρίβεια τούτου ὡς ὄργανου μετρήσεως ;

Ἡ προσθήκη δεκαδικῶν δὲν ἀποδίδει μήπως τὴν ζητούμενην ἀκρίβειαν, ἔστω καὶ ἂν περιλαμβάνῃ χιλιοστὰ ἢ δεκακιχλιοστὰ ;

Τὸ πρόβλημα τῆς ἀκριβείας τῶν τιμαρίθμων τίθεται ἄλλως, ὡς ἑξῆς :

Ἐὰν δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν καὶ χρησιμοποιήσωμεν ὅλα τὰ δυνατὰ στοιχεῖα ἐνὸς δείκτου, γνωρίζοντες τὰς σχετικὰς τιμὰς κατὰ προσέγγισιν $v\%$ καὶ τοὺς συντελεστὰς σταθμίσεως κατὰ προσέγγισιν $v'\%$, ποῖον θὰ εἶναι τὸ πιθανὸν σφάλμα τοῦ ἀντιστοιχοῦντος τιμαρίθμου ;

Τὸ πρόβλημα ἐλύθη ὑπὸ τοῦ Edgeworth δι' ἓνα μόνον τύπον, τὸν τοῦ μέσου σταθμικοῦ ἀριθμητικοῦ.

Ὁ τιμὰριθμος εἶναι ἐσφαλμένος κυρίως διὰ δύο λόγους :

1ον. Διότι τὰ χρησιμοποιούμενα δεδομένα πρὸς ὑπολογισμόν του εἶναι ἀτελῆ.

2ον. Διότι αὐτὰ ταῦτα τὰ δεδομένα εἶναι ἀνακριβῆ.

Τὸ πρῶτον σφάλμα εἶναι δυσκολώτατον νὰ ἐκτιμηθῆ. Θὰ πρέπη νὰ ὑπολογισθῆ ἢ συσχέτισις (συνάφεια) ἣτις ὑφίσταται μεταξὺ τῶν χρησιμοποιουμένων διὰ τὸν ὑπολογισμόν τοῦ δείκτου δεδομένων καὶ τῶν παραλειπομένων ἐξ αὐτοῦ τοιούτων.

Ἄλλὰ ἡ συσχέτισις αὕτη ἢ εἶναι ἄγνωστος ἢ ἀτελῶς γίνεται γνωστή. Πρακτικῶς πάντως εἶναι δύσκολον νὰ μετρηθῆ. Ὁ Ἀμερικανὸς Truman Kelley ἐζήτησε νὰ ἴδῃ πόσον προσήγγιζε, διὰ τῆς διαιρέσεως εἰς τμήματα, τὸν ἀριθμὸν ὃν θὰ εὔρισκεν ἐὰν ἐχρησιμοποίει ὅλα τὰ δυνατὰ δεδομένα. Καὶ πρὸς τοῦτο διήρесе τυχαίως τὰ n ἐμπορεύματα, ἅτινα ἐχρησιμοποιήθησαν διὰ τὸν ὑπολογισμόν τοῦ δείκτου, εἰς δύο ἰσοπληθεῖς ὁμάδας, εἶτα ὑπελόγισεν ἐκάστης τῶν ὁμάδων τούτων τοὺς δείκτας διὰ τινὰ ἀριθμὸν χρονικῶν περιόδων, τέλος ὑπελόγισεν τὸν συντελεστὴν συσχέτισεως ρ μεταξὺ τῶν δύο ὑποδεικτῶν. Τὸ μεταξὺ τῶν διαδοχικῶν στιγμῶν διάστημα δέον νὰ εἶναι ἀρκετὰ μέγα ὥστε νὰ εἶναι δυνατόν νὰ θεωρηθῶσιν αἱ διαδοχικαὶ τιμαὶ ὡς ἀνεξάρτητοι ἀλλήλων.

Τούτων οὕτως ἐχόντων ἂν σ_1, σ_2 εἶναι τὰ μέσα σφάλματα τετραγώνου τῶν δύο σειρῶν τῶν ὑποδεικτῶν I_1 καὶ I_2 , Δ ἡ ἀπόκλισις (διαφορὰ) εἰς τὸν δείκτην I , δηλ. τὸ σφάλμα ὡς πρὸς τὸν ἀκριβῆ δείκτην I' , d_1 , ἀπόκλισις εἰς τὸν ὑποδείκτην I_1 , d_2 ὁμοίως εἰς τὸν ὑποδείκτην I_2 . Θὰ ἔχωμεν $I = \frac{I_1 + I_2}{2}$ ἐξ οὗ $\Delta = \frac{d_1 + d_2}{2}$ καὶ ἐπομένως, ὑψοῦντες εἰς τὸ τετράγωνον, ἀθροίζοντες καὶ διαιροῦντες διὰ n καὶ παριστῶντες διὰ ρ τὸν συντελεστὴν συσχέτισεως τῶν δύο ὑποδεικτῶν, θὰ ἔχωμεν διαδοχικῶς $4\sum\Delta^2 = \sum d_1^2 + 2\sum d_1 d_2 + \sum d_2^2$ ἀλλὰ $\sum d_1 d_2 = n\rho\sigma_1\sigma_2$, $\sum d_1^2 = n\sigma_1^2$, $\sum d_2^2 = n\sigma_2^2$, $\sum\Delta^2 = n\sigma'^2$, ὅθεν

$$4\sigma'^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 \quad (1)$$

σ_1 ἐπειδὴ ἐλάχιστα διαφέρει τοῦ σ_2 ἀντικαθίστανται ταῦτα ὑπὸ τοῦ μέσου των ἀριθμητικοῦ δηλ. $2\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ καὶ ἡ σχέσις ὅθεν (1)

γράφεται
$$\sigma' = \sigma \sqrt{\frac{1 + \rho}{2}}$$

Ἄφ' ἐτέρου τὸ μέσον σφάλμα τετραγώνου τῶν δεικτῶν I διὰ τὴν περίοδον τοῦ θεωρουμένου χρόνου καὶ τὸ μέσον σφάλμα τετραγώνου τῶν ἀληθῶν τιμῶν I' συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως

$$\sigma_v = \sigma' \sqrt{1 - \frac{2\rho}{1 + \rho}} = \sigma \sqrt{\frac{1 - \rho}{2}}$$

τὸ πιθανὸν ὅμως σφάλμα τοῦ δείκτου I εἶναι 0,6745 σ. Παρίσταται ὅθεν τοῦτο συναρτήσῃ τοῦ συντελεστοῦ τῆς συσχετίσεως ρ καὶ τοῦ μέσου σφάλματος τετραγώνου τῶν ὑποδεικτῶν ὑπὸ τῆς ἐκφράσεως

$$0,6745 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{1-\rho}{2}}$$

Κατὰ τὸν Truman Kelley, ἀρκοῦσι 16 ζεύγη τριμηνιαίων ὑποδεικτῶν διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ πιθανοῦ σφάλματος, τοῦ ὁποίου, ὡς γνωστὸν, ἡ σημασία εἶναι ὅτι ἐμφάνιζει πιθανότητα 50% νὰ ὑπάρχη σφάλμα μείζων τούτου καὶ 50% μικρότερον αὐτοῦ.

Ὁ I. Fisher διὰ τῆς γραφικῆς σπουδῆς τῶν ἐμπειρικῶν νόμων μεταξὺ σφάλματος καὶ ἀριθμοῦ ἐμπορευμάτων κατέληξεν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι ἀρκεῖ 50τὰς ἐμπορευμάτων, καλῶς ἐκλεγομένων καὶ ὅτι πέρα τῶν 200 ἐμπορευμάτων τὸ κέρδος τῆς ἐπιτυχανομένης ἀκριβείας διὰ τῆς αὐξήσεως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στοιχείων, δὲν ἰσοφαρίζεται ὑπὸ τοῦ κόπου καὶ τῆς πρὸς τοῦτο δαπάνης.

Κατὰ τὸν Edgeworth, διὰ τιμὰριθμον ὑπολογιζόμενον βάσει τοῦ τύπου β (27 στοιχεῖα), προκύπτουσι τὰ ἑξῆς :

1ον. Ἐὰν οἱ συντελεσταὶ σταθμίσεως μόνον εἶναι ἐσφαλμένοι, τὸ μέσον σφάλμα ἐπὶ τοῦ ἐξαγομένου εἶναι 20άκις μικρότερον τοῦ σφάλματος εἰς ὃ ὑποκείμενος εἶναι κάθε συντελεστής.

2ον. Ἐὰν αἱ σχετικαὶ τιμαὶ εἶναι ἐσφαλμένοι μόνον, τὸ σφάλμα ἐπὶ τοῦ ἐξαγομένου εἶναι 4½ μικρότερον τοῦ σφάλματος πρὸς ὃ ἕκαστον στοιχεῖον εἶναι ὑποκείμενον.

3ον. Ἐὰν οἱ συντελεσταὶ καὶ αἱ σχετικαὶ τιμαὶ εἶναι ἐσφαλμένοι καὶ ἐὰν τὸ σφάλμα εἶναι τὸ αὐτὸν δι' ἕκαστον εἶδος δεδομένων, τὸ σφάλμα ἐπὶ τοῦ ἐξαγομένου εἶναι 4½ μικρότερον τοῦ σφάλματος ἐπὶ τῶν στοιχείων.

Κ. Ἀ. Ἀθανασιάδης

(Ἐπεταὶ συνέχεια)