

Η ΦΥΣΙΚΗ ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ ΥΠΟ ΤΟ ΦΩΣ ΤΩΝ ΝΕΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Υπό Κ. ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΗ

(Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς μελέτης τοῦ κ. Ε. Ἀβέρωφ).

Εἰς τὸ προηγούμενον τεῦχος τῆς «Ἐπιθεωρήσεως τῆς Κοινωνικῆς καὶ Δημοσίας Οἰκονομίας» ἐδημοσιεύθη ὑπὸ τὸν γενικὸν τίτλον «Ἡ Φυσικὴ Κίνησις τοῦ πληθυσμοῦ τῆς Ἑλλάδος ὑπὸ τὸ φῶς τῶν νέων μεθόδων» δημογραφικὴ μελέτη ὀφειλομένη εἰς τὸν κ. Ε. Ἀβέρωφ, οὗτινος, ἐν παρόδῳ εἰρήσθω, ἰδιαζόντως τιμῶ τὴν ἐπιστημονικὴν φιλεργίαν.

Μὲ τὴν ἄνω μελέτην θεωρῶ καθήκον μου νὰ ἀσχοληθῶ, κυρίως δέ, διότι εἶναι ἡ δευτέρα κατὰ σειρὰν¹ τὸ μὲν, τὸ δὲ διότι ἐπιζητεῖ νὰ ἐξετάσῃ τὸ ἐλληνικὸν δημογραφικὸν πρόβλημα ὑπὸ τὸ πρῖσμα τῶν νεωτέρων θεωριῶν καὶ μεθόδων.

Κατ' ἀκολουθίαν τῶν ἄνω, αἱ ἀπόψεις ἃς κατωτέρω θέλω ἐκθέσει μᾶλλον ὥς μικρὰ συμβολὴ πρέπει, ὥς ἄλλως τε καὶ πράγματι συμβαίνει, νὰ ληφθῶσιν οὐχὶ δὲ καὶ ὥς ἀποτελοῦσαι κριτικὴν τῶν παρὰ τοῦ κ. Ε. Ἀβέρωφ γραφέντων.

1ον. Πράγματι, ὁ πίναξ ζωῆς — ὀρθώτερον δέον νὰ ὀνομάζεται πίναξ ἐπιβιώσεως (table de survie), ὥς ἔχει ἀπὸ μακροῦ καθιερωθῇ νὰ ἀποδίδεται ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων ἀναλογιστῶν — ἐμφαίνει τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐπιζώντων ἐκ μεγάλης ὁμάδος, συνήθως 100.000 μετὰ 1, 2, 3, ... ὦ ἔτη ἀπὸ τῆς γεννήσεως αὐτῶν, ταῦτοχρόνου ὑποτιθεμένης. Συναρτήσῃ ὅθεν ἐπὶ τοιούτου πίνακος, καταρτιζομένου πάντοτε, προκειμένου περὶ τοῦ πληθυσμοῦ ἐνὸς Κράτους, ἐπὶ βάσει τῆς κατὰ τι ἔτος ἀπογραφῆς αὐτοῦ² ἔτι δὲ καὶ τῆς θνησιμότητος καὶ γεννητικότητος ὥς καὶ τῶν παλινοστήσεων καὶ τῆς μεταναστεύσεως κατ' αὐτό, καθορίζονται αἱ δύο περίπυστοι Βιομετρικαὶ Σταθεραί, ἡ μέση ζωὴ τὸ μὲν, ἡ πιθανὴ ζωὴ τὸ δέ, τοῦ πίνακος ἐπιβιώσεως καλουμένου καὶ πίνακος λαϊκῆς ἐπιβιώ-

¹ Ἡ πρώτη ὀφείλεται εἰς τὸν ἱατρὸν κ. Β. Βαλαώραν «Ἡ αὔξησις τοῦ πληθυσμοῦ τῆς Ἑλλάδος ὅπως περιγράφεται ὑπὸ τῆς Λογιστικῆς Καμπύλης. Πρακτικὰ Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν, Ἰανουάριος 1936.

² Ἰδε R. Risser «Applications de la Statistique à la Démographie et à la Biologie», μέρος Δεύτερον, Κεφάλαιον I σελὶς 53 καὶ ἐφεξῆς.

σεως, ἅτε παρέχοντες τῶν ἀριθμὸν τῶν ἐπιζώντων ἐν ἐκάστη ἡλικίᾳ (εἰς τὴν ἀρχὴν αὐτῆς), οἵτινες προέρχονται ἐκ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς πολυαρίθμου ὁμάδος ταύτοχρόνων γεννήσεων.

Ἐκ τῶν δύο ὡς ἄνω σταθερῶν, ἡ μέση διάρκεια ζωῆς εἰς ἡλικίαν μηδέν — ὡς ἔχει καθιερωθῇ ἐν τῇ ἀναλογιστικῇ καὶ οὐχὶ κατὰ τὴν γέννησιν — (*survie moyenne, espérance de vie, mean after-lifetime, average after-lifetime, mean duration of life, average duration of life*) ὀρθώτερον, πιθανῶς, θὰ ἀπεδίδετο ἐλληνιστὶ διὰ τοῦ προσδόκιμος ζωῆς εἰς ἡλικίαν μηδέν (κατὰ τὸ μαθηματικὸν προσδόκιμον, *espérance mathématique*, ὅρος εἰσαχθεὶς παρὰ τοῦ Ναυάρχου κ. Π. Ρεδιάδη ἐν τῇ θεωρίᾳ τῶν πιθανοτήτων) ἂν μὴ ὑπῆρχε φόβος παρανοήσεως τῆς σημασίας αὐτῆς, καθ' ὅσον ἡ μέση ζωὴ οὐδὲν ἕτερον ἐκφράζει ἢ τὴν μέσην ἐπιβίωσιν, εἰς ἔτη, πάντων τῶν κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν στιγμὴν γεννηθέντων ἀτόμων (τῶν ἀγόντων δηλ. ἡλικίαν μηδέν) τοῦ ὑπ' ὄψει πίνακος ἐπιβιώσεως. Διὰ νὰ γίνω περισσότερον καταληπτὸς προσθέτω ὅτι ἂν ὁ πίναξ ἐπιβιώσεως ἀναγράφῃ εἰς ἡλικίαν μηδέν 100.000 ἄτομα, ἐπειδὴ ταῦτα προβαίνοντα εἰς ἡλικίαν θὰ ἐλαττώνται διαδοχικῶς διὰ τοῦ θανάτου μέχρις οὗ πάντα ἐκλείψωσι ἐκ τῆς ζωῆς, ἡ μέση ζωὴ τούτων κατὰ τὴν ἡλικίαν μηδέν εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐτῶν ἅτινα ἐπέζησαν ἅπαντες οἱ εἰς τὸν πίνακα ἐπιβιώσεως ἀναγραφόμενοι εἰς ἡλικίαν μηδέν, διαιρεθὲν διὰ τοῦ πληθους αὐτῶν.

Ἐν ἄλλαις λέξεσιν ἡ μέση ζωὴ παριστᾷ τὰ ἔτη ἅτινα ἀναλογοῦσιν εἰς ἕκαστον ἐξ αὐτῶν, ἐὰν κατανεμηθῶσιν ἐξ ἴσου εἰς ἅπαντα τὰ ὁμήλικα ἄτομα (δηλ. τὰ ἄγοντα ἡλικίαν μηδέν).

Ὁ ὅρος ἐλπίς ζωῆς ἢ ἐλπιζομένη ζωὴ, ὃν ὁ κ. Ε. Ἀβέρωφ προκρίνει ἀντὶ τοῦ μέση ζωὴ, κατὰ πλήρη μετάφρασιν τοῦ *espérance de vie*, δύναται νὰ παραπλανήσῃ τὸν ἀναγνώστην, ὅστις, χωρὶς βαθύτερον νὰ σκεφθῇ, θὰ ἦναι δυνατόν νὰ ὑποθέσῃ ὅτι ἡ ἐλπίς ζωῆς ἐνὸς ἀνθρώπου παριστᾷ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐτῶν ἅτινα οὗτος δύναται εὐλόγως νὰ ἐλπίζῃ ὅτι θὰ ζήσῃ¹.

¹ Ἴδε *Text Book de l'Institut des Actuaire* τοῦ Λονδίνου ὁπερ ἀποτελεῖ τὸ μᾶλλον κλασσικὸν κείμενον τοῦ κόσμου ὅσον ἀφορᾷ

Πράγματι, ἂν ἀναλύσωμεν τὴν ἔκφρασιν τῆς εὐλόγου ἐλπίδος, παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη στερεῖται ἀκριβείας. Ἐὰν αὕτη ἔχῃ ἔννοιαν τινά, συνεπάγεται τὴν ιδέαν ὅτι ἡ πιθανότης ἵνα ἄτομόν τι ζήσῃ ὅρον ἴσον πρὸς τὴν ἐλπίδα ζωῆς εἶναι κατὰ πολὺ μείζων ἢ νὰ ζήσῃ τοῦτο κατὰ τινά ἄλλον ὅρον. Οὐχ' ἦττον τοῦτο δὲν συμβαίνει, καθ' ὅσον ἐλάχιστα ἄτομα ἀποθνήσκουσιν ἀκριβῶς, ἅμα τῇ συμπληρώσει τοῦ ὑπὸ τῆς ἐλπίδος ζωῆς παριστωμένου ὅρου· τινὰ ἐξ αὐτῶν θὰ ἀποθάνωσι ἐνωρίτερον, ἐνῶ ἄλλα θὰ ὑπερβῶσιν αὐτὸν κατὰ πολὺ. Ὅντως διὰ νὰ σχηματισθῇ ἡ ἐλπίς ζωῆς, λαμβάνεται ἡ ὑπεροχὴ τῶν ζώντων ἐπὶ μακρότερον καὶ κατανέμεται μεταξὺ τῶν θανόντων εἰς τὴν, οἶονεῖ, κατάλληλον στιγμὴν, ὥστε πάντες νὰ τεθῶσιν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου, ὑπὸ ἔποψιν ἰσότητος καὶ ἡ ἐλπίς ζωῆς δὲν ἔχει σχέσιν, κατ' οὐδένα τρόπον, μετὰ τοῦ πιθανωτέρου χρόνου ὃν θὰ ζήσῃ δεδομένον ἄτομον.

2ον. Ἡ ἐτέρα Βιομετρικὴ σταθερά, ἡ πιθανὴ ζωὴ (*vie probable, probable after-lifetime*) ἣτις καθ' ἡμᾶς ὀρθώτερον θὰ ἀπεδίδετο διὰ τοῦ ὅρου Διάμεσος ζωὴ (κατὰ τὴν Στατιστικὴν ὁρολογίαν) παριστᾷ τὸν χρόνον κατὰ τὸ τέλος οὕτινος, ἄτομόν τι ἄγον σήμερον ἡλικίαν x ἐτῶν, ἔχῃ ἴσας πιθανότητας νὰ ζῇ τότε ἢ νὰ ἔχῃ ἀποθάνῃ. Ἐν ἄλλαις λέξεσιν ἡ πιθανὴ ζωὴ εἰς ἡλικίαν x παριστᾷ τὰ ἔτη ἅτινα δέον νὰ παρέλθωσιν ἵνα ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐπιζώντων εἰς ἡλικίαν x ἐτῶν, κατὰ τὸν πίνακα ἐπιβιώσεως, περιορισθῇ ἀκριβῶς εἰς τὸ ἥμισυ.

Ἡ χρησιμότης τῶν δύο ἄνω βιομετρικῶν σταθερῶν ἀπὸ Δημογραφικῆς ἀπόψεως εἶναι τεραστία· διὰ τούτων ἐπιδιώκεται νὰ διαπιστωθῇ, μεταξὺ τῶν δύο χρονικῶν στιγμῶν καθ' ἃς, βάσει τῶν κατ' αὐτάς ἀπογραφῶν τοῦ πληθυσμοῦ, κατηρτίσθησαν πίνακες λαϊκῆς ἐπιβιώσεως, διὰ τὸ σύνολον τοῦ πληθυσμοῦ ἀδιακρίτως φύλου ὡς καὶ κατὰ φύλα, ἂν ἡ μέση ζωὴ καὶ ἡ πιθανὴ τοιαύτη ηὐξήθησαν, τοῦ τοιούτου ὀφειλομένου εἰς τὴν καλυτέρευσιν τῶν οἰκονομικῶν, κοινωνικῶν καὶ καθόλου ὑγιεινῶν ὁρῶν διαβιώσεως τοῦ συνόλου τοῦ πληθυσμοῦ¹.

τὴν κατάρτισιν πινάκων ἐπιβιώσεως, εἰς Γαλ. μετάφρασιν. σελ. 29 *Espérance de vie*, ἔτι δὲ καὶ τὸ Construction of mortality and sickness tables τῶν Elderton καὶ Fippard 1935.

¹ Ἰδε καὶ ἀνακοίνωσιν τοῦ ἱατροῦ κ. Βαλαώρα εἰς τὸ ἐν Ἀθήναις κατὰ τὸ 1936 Διεθνὲς Συνέδριον τῆς Στατιστικῆς «The gain in the expectation of life in Greece during the last fifty years».

Παρομαρτούντως δὲ ἡ μέση ζωὴ χρησιμοποιεῖται καὶ διὰ τινὰς ἄλλους ὑπολογισμοὺς Δημογραφικοὺς ὡς θὰ ἴδωμεν.

3ον. Κάθε πῖναξ ἐπιβιώσεως εἶτε δηλ. λαϊκὸς τοιοῦτος, εἶτε δι' ἐπιλογῆς, ὡς τῶν ἀσφαλιστικῶν ἐταιρειῶν, παριστᾷ πληθυσμὸν στάσιμον πάντοτε, δηλ. πληθυσμὸν ἐν ᾧ ὁ ἀριθμὸς τῶν κατ' ἔτος γεννωμένων ἰσοφαρίζεται ὑπὸ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν θνησκόντων, ἀπὸ ἡλικίας μηδὲν μέχρι τῆς μεγίστης δυνατῆς τοιαύτης, καὶ ὁ ὁποῖος δὲν διαταράσσεται οὔτε ὑπὸ μεταναστεύσεως οὔτε ὑπὸ παλιννοστήσεων.

Εἰς τοιοῦτον κλειστὸν πληθυσμὸν ὡς εἶναι φανερόν τὸ ποσοστὸν γεννητικότητος ἰσοῦται πρὸς τὸ ποσοστὸν θνησιμότητος, ἐν ᾧ ἀμφοτέρω εἶναι ἴσα πρὸς τὸν ἀντίστροφον τῆς μέσης ζωῆς¹.

¹ Διὰ νὰ μὴ διακόπτωμεν τὴν συνέχειαν τοῦ κειμένου τὸ μὲν, τὸ δὲ διὰ νὰ μὴν κουράζωμεν τοὺς ἀναγνώστας μὲ μαθηματικοὺς συμβολισμοὺς, οἵτινες ἄγουσιν εἰς ὠρισμένα πορίσματα θὰ παραθέτωμεν τούτους εἰς ὑποσημειώσεις, ὥστε νὰ δύνανται νὰ παραλείπωνται ὑπὸ τῶν ἐφευμένων.

Πράγματι, ἔστω N ὁ ἀριθμὸς τῶν κατὰ τινὰ χρονικὴν στιγμὴν γεννωμένων ἀτόμων ἐν τινὶ κλειστῷ πληθυσμῷ (στασίμῳ). Εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου x ἡ ὁμὰς τῶν N ἀτόμων περιορίζεται εἰς τὸ κλάσμα $l(x)$ τῆς ἀρχικῆς αὐτῆς τιμῆς, καθισταμένη ἴση πρὸς $N l(x)$. Κατὰ τὸ ἀπειροστὸν διάστημα ὅπερ χωρίζει τὸν x τοῦ $x + dx$, ἡ ὁμὰς περιορίζεται εἰς $N l(x) \mu(x)$, ὅπου $\mu(x)$ τὸ ποσοστὸν θνησιμότητος εἰς ἡλικίαν x . Τούτου τεθέντος $N l(x+dx) = N l(x) - N l(x) \mu(x)$, ἐξ οὗ κατὰ τὸν ὀρισμὸν τῶν παραγῶγων

$$\mu(x) = -\frac{l'(x)}{l(x)}, \text{ ὅπου } l'(x) \text{ ἡ παράγωγος τοῦ } l(x).$$

Ὁ ὁλικὸς ἀριθμὸς τῶν ἐτῶν, ἅτινα ἔζησεν ἡ ὑπ' ὅψει ὁμὰς μέχρι καὶ τῆς ἐξαφανίσεως ἐκ τῆς ζωῆς καὶ τῶν τελευταίων ἐκπροσώπων αὐτῆς διὰ τοῦ θανάτου εἶναι

$$N \int_0^{\omega} l(x) dx$$

ἐνθα ω ἡ μεγίστη δυνατὴ ἡλικία.

Ἡ μέση διάρκεια ζωῆς, κατὰ τὸν ὀρισμὸν αὐτῆς ἔσεται

$$\alpha = \frac{N \int_0^{\omega} l(x) dx}{N} = \int_0^{\omega} l(x) dx$$

Ἐπειδὴ δὲ ἡ κατανομὴ καθ' ἡλικίας, δίδεται ὑπὸ $N l(x) dx$, διὰ τοὺς ἄγοντας ἡλικίαν x ἕως $x + dx$

ὁ ὁλικὸς πληθυσμὸς Π θὰ δίδεται ὑπὸ

$$\Pi = N \int_0^{\omega} l(x) dx = N\alpha$$

Ἐκ τῶν ἄνω ἔπεται :

1ον. Εἰς στάσιμον πληθυσμόν, τὸ γινόμενον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κατ' ἔτος γεννήσεων ἐπὶ τὴν μέσην ζωὴν αὐτοῦ ἰσοῦται πρὸς τὸν ὅλικόν πληθυσμόν.

2ον. Εἰς στάσιμον πληθυσμόν, τὸ γινόμενον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κατ' ἔτος θανάτων ἐπὶ τὴν μέσην ζωὴν αὐτοῦ ἰσοῦται πρὸς τὸν ὅλικόν πληθυσμόν.

3ον. Εἰς στάσιμον πληθυσμόν τὸ ποσοστὸν τῶν κατ' ἔτος γεννήσεων ἰσοῦται πρὸς τὸ ποσοστὸν θνησιμότητος.

4ον. Ἡ ἐκδοχὴ τοῦ κ. Ε. Ἀβέρωφ ὅτι ἐφ' ὅσον γνωρίζομεν τὴν μέσην ἐλπιζομένην ζωὴν ἅμα τῇ γεννήσει, δυνάμεθα νὰ γνωρίζωμεν καὶ τὸ εἰς ταύτην ἀντιστοιχοῦν γενικὸν ποσοστὸν θνησιμότητος» ἐφαρμογὴν ἔχει μόνην ἐπὶ στασίμου πληθυσμοῦ οὐχὶ δὲ ἐπὶ πληθυσμοῦ αὐξανομένου ὡς ὁ Ἑλληνικός. Εἰς τὴν Γαλλίαν ἣτις ἔχει καταταχθῇ ὑπὸ ἔποψιν πληθυσμοῦ εἰς τὴν, οἶονεῖ, κατάστασιν τοῦ κορεσμοῦ ἔχομεν, προσεγγίζοντες, ἐπαλήθευσιν τοῦ τεθέντος κανόνος συναρτήσῃ τῆς μέσης ζωῆς ἐν αὐτῇ καὶ τοῦ μέσου ἀριθμοῦ γεννήσεων κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη.

Ὁ κ. Ε. Ἀβέρωφ πιστεύει, ἐπὶ βάσει τοῦ μέσου ὄρου τῶν θανάτων τῶν τελευταίων ἐτῶν καὶ τοῦ ἐντεῦθεν προκύπτοντος ποσοστοῦ θνησιμότητος ἀνερχομένου εἰς 15‰ περίπου

Ἀλλὰ ἐπειδὴ ὁ πληθυσμὸς εἶναι στάσιμος, ὁ ἀριθμὸς τῶν κατ' ἔτος γεννήσεων ἰσοῦται πρὸς τὸ πλῆθος τῶν κατ' αὐτὸ θανάτων ἥτοι $N = \Theta$ καὶ ἄρα

$$\Pi = N\alpha = \Theta\alpha$$

Ἐὰν νῦν παρασταθῇ διὰ ν τὸ ποσοστὸν τῶν γεννήσεων καὶ διὰ δ τὸ ποσοστὸν θνησιμότητος θὰ ἔχωμεν

$$v = \frac{N}{\Pi} = \frac{N}{N\alpha} = \frac{1}{\alpha}$$

καὶ

$$\delta = \frac{\Theta}{\Pi} = \frac{N}{N\alpha} = \frac{1}{\alpha}, \text{ δηλ.}$$

$$v = \delta = \frac{1}{\alpha}$$

ἐκ τῆς τελευταίας σχέσεως προκύπτουσιν αἱ ἐξῆς δύο

$$v\alpha = 1 \text{ καὶ } \delta\alpha = 1 \text{ ἢ καὶ } v\alpha = \delta\alpha = 1$$

αἵτινες ἐκφράζουσιν τὴν ἱκανὴν καὶ ἀναγκαίαν συνθήκην τῆς ἰσορροπίας ἐν ὁς πληθυσμοῦ, ἐν ἁλλαις λέξεσιν αἱ δύο τελευταῖαι σχέσεις ἀποτελοῦσι τὸ κριτήριον τῆς στασιμότητος ἐν ὁς πληθυσμοῦ.

τοῦ πληθυσμοῦ, ὅτι ὁ μέσος ἀριθμὸς τῶν θανάτων δὲν ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν ἐλληνικὴν θνησιμότητα, καθ' ὅσον τὸ ποσοστὸν τοῦτο κατατάσσει τὴν Ἑλλάδα, ὑπὸ ἔποψιν θνησιμότητος, μεταξὺ τῶν μᾶλλον προηγμένων χωρῶν τῆς Εὐρώπης, ἐν ᾧ εἶναι ὀφθαλμοφανὲς (κατὰ τὸν κ. Ἀβέρωφ) ὅτι ἔχομεν κατὰ πολὺ μείζονα θνησιμότητα τούτων. Τὴν ἐκδοχὴν του ταύτην στηρίζει ἐπὶ τοῦ γεγονότος, ὅτι, ἂν τὸ ποσοστὸν 15‰ θνησιμότητος ἦτο ἀκριβές, τότε ἡ μέση ζωὴ θὰ ἦτο παρ' ἡμῖν, καθ' ὃ ἀντίστροφος τούτου, 67 ἐτῶν, ἐνῶ αὕτη εὐρέθη, ὑπὸ τοῦ κ. Β. Βαλαώρα διὰ τὸ ἔτος 1928, ὅτι εἶναι μόνον 49 ἐτῶν.

Ἡ ἄποψις αὕτη τοῦ κ. Ἀβέρωφ εἶναι ἀπολύτως πεπλανημένη διὰ τοὺς ἐξῆς λόγους.

1) Ἡ μέση ζωὴ ἐξευρίσκεται, ὄντως, συναρτήσῃ τῆς ἀντιστρόφου θνησιμότητος μόνον ἐπὶ στασίμων πληθυσμῶν, ἐν οἷς ὁ ἀριθμὸς τῶν γεννήσεων ἰσοῦται πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν θανάτων, ἀλλὰ παρ' ἡμῖν, κατὰ τὸν κ. Ἀβέρωφ, ἔχομεν μέσον ἀριθμὸν γεννήσεων $N = 195.000$, μέσον ἀριθμὸν θανάτων $\Theta = 100.000$ ὥστε ἡ ἐκδοχὴ του ἐπὶ τῆς ἐφαρμογῆς τῶν ἰσχυόντων διὰ στάσιμον πληθυσμὸν εἶναι ἀστήρικτος.

2) Ἄν ἡ ἐκδοχὴ τοῦ κ. Ἀβέρωφ ἦτο ὀρθὴ θὰ κατελήγομεν εἰς τὰ ἐξῆς **περίεργα συμπεράσματα** ὑπὸ ἔποψιν ὄγκου πληθυσμοῦ.

Ἐπειδὴ εἰς μέσην θνησιμότητα 15‰ ἀντιστοιχεῖ μέση ζωὴ 67 ἐτῶν, ὁ ὀλικὸς πληθυσμὸς, βάσει τῶν ἐκτεθέντων, θὰ ἠδύνατο νὰ ὑπολογισθῇ διττῶς, κατὰ τὸ κάτωθι σχῆμα:

Πληθυσμὸς = Γεννήσεις ἐπὶ μέσην ζωὴν ἢ

Πληθυσμὸς = Θάνατοι ἐπὶ μέσην ζωὴν

καὶ συγκεκριμένως, κατὰ τὸν πρῶτον τύπον, θὰ ἔχωμεν

$$\text{Πληθυσμὸς} = 195.000 \cdot 67 = 13.065.000$$

καὶ κατὰ τὸν δεύτερον τύπον

$$\text{Πληθυσμὸς} = 100.000 \cdot 67 = 6.700.000$$

Ἐὰν δὲ ληφθῇ ἡ μέση ζωὴ τῶν ὑπολογισμῶν τοῦ κ. Β. Βαλαώρα τότε

$$\text{πληθυσμὸς} = 195.000 \cdot 49 = 9.555.000$$

$$\text{ἢ} \quad \text{πληθυσμὸς} = 100.000 \cdot 49 = 4.900.000$$

Ἐκ τοῦ κυκεῶνος τούτου τῶν ἀριθμῶν, οἵτινες προκύπτουσιν λόγῳ κακῆς χρήσεως ὀρθῶν μαθηματικῶν τύπων, ποῖος ὄντως παριστᾷ τὸν πραγματικὸν ἐλληνικὸν πληθυσμὸν;

Καθ' ἡμᾶς οὐδεὶς, διότι ἡ ὥς ἄνω μέθοδος δὲν δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ ἐλληνικοῦ πληθυσμοῦ, ἅτε μὴ ἀποτελοῦντες κλειστὸν τοιοῦτον (στάσιμον).

3) Τὸ ποσοστὸν θνησιμότητος ὅπερ ὁ κ. Ἀβέρωφ θεωρεῖ ὡς ὑπερβαλόντως μικρὸν καθ' ἡμᾶς εἶναι ἔτι μικρότερον, χωρὶς τοῦτο νὰ ἀναβιβάζῃ ἡμᾶς εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν λίαν προηγμένων τῆς Εὐρώπης χωρῶν. Ἡ θέσις ἣν ὑποστηρίζω, φαινομενικῶς ἐμφανίζεται ὡς ἀστήρικτος, ἐν τούτοις ἂν ἀναλογισθῶμεν ὅτι αἱ μὲν γεννήσεις, παρὰ τὴν αὐστηρότητα τῶν κυρώσεων ἃς προβλέπει ὁ νόμος περὶ ληξιαρχικῶν πράξεων, εἶναι ἐνδεχόμενον, κατὰ τι ποσοστὸν, νὰ διαφύγωσιν τῆς στατιστικῆς ὑποτυπώσεως, ἐνῶ διὰ τοὺς θανάτους τοῦτο εἶναι ἀνέφικτον, δεδομένου ὅτι ἡ ταφή πτώματος ἄνευ ἀδείας τῆς οἰκείας ἀρχῆς εἶναι ἀνθρωπίνως ἀδύνατος καὶ ἂν ἔτι λάβῃ χώραν, πιθανῶς τοιαύτη, αὕτη οὐδέποτε καθ' ὅλην τὴν ἐπικράτειαν θὰ εἶναι δυνατόν νὰ ὑπερβῇ τοὺς 100, ὧν ἡ ἐπίδρασις ἐπὶ τοῦ ποσοστοῦ θνησιμότητος θὰ εἶναι ἀσήμαντος ἂν μὴ ἀνύπαρκτος. Κατὰ ταῦτα διαφυγὴ καταγραφῆς θανάτων εἶναι ἀδύνατος. Ἐπειδὴ δὲ τὸ ποσοστὸν τῆς ἐτησίης θνησιμότητος δίδεται ὑπὸ τοῦ πηλίκου τοῦ ἀριθμοῦ τῶν θανάτων διὰ τοῦ συνόλου τοῦ πληθυσμοῦ, ἔπεται ἐπειδὴ ὑφίσταται, τὸ ἐνδόσιμον ὅτι κατὰ τὴν ἀπογραφὴν τοῦ 1928 ἐσημειώθησαν διαφυγαί, ὁ ὑπολογιζόμενος πληθυσμός, ἔκτοτε εἶναι μικρότερος τοῦ πραγματικοῦ καὶ ἐπομένως καὶ τὸ ποσοστὸν θνησιμότητος μικρότερον τοῦ πραγματικοῦ¹. Ποῖον τὸ ποσοστὸν διαφυγῆς κατὰ τὴν ἀπογραφὴν τοῦ 1928 ἄγνωστον, κατ' ἐμὲ τοῦτο δὲν εἶναι δυνατόν νὰ εἶναι μεῖζον τοῦ 5%.

Τὸν ἀριθμὸν τῶν 140.000 θανάτων ὃν ὑπολογίζει ὁ κ. Ἀβέρωφ ὡς προκύπτοντα ἐκ τῆς μέσης ζωῆς τῶν 49 ἐτῶν, θὰ φθάσωμεν καὶ θὰ ὑπερβῶμεν διὰ τοῦ χρόνου ἀναμφισβητήτως, σὺν τῇ ἀντιστοίχῳ ὅμως αὐξήσει τοῦ πληθυσμοῦ ἡμῶν, ὅχι δὲ μόνον διότι θὰ πυκνωθῶσιν ἐν τῷ μεταξὺ αἱ τάξεις τῶν ὑπερηλίκων, ἀλλὰ καὶ διότι θὰ συναυξήσῃ καὶ ἡ παιδικὴ θνησιμότης, αὐξανομένων τῶν ἀνηλίκων, ἀσχέτως πάσης προόδου τῆς ἱατρικῆς καὶ τῆς πρὸς τοῦτο ἀσκηθησομένης ὑγειονομικῆς πολιτικῆς (πρόληψις).

¹ Ἡ τιμὴ ἐνὸς κλάσματος αὐξάνει ἐὰν ἐλαττοῦται ὁ παρονομαστής (οὗτος ἐπὶ τοῦ προκειμένου εἶναι πληθυσμός), ἐλαττοῦται δὲ ἂν παρονομαστής αὐξάνῃ παραμένοντος σταθεροῦ τοῦ ἀριθμητοῦ.

5. Ἡ ἐκτίμησις τοῦ μέλλοντος ἐνὸς πληθυσμοῦ δυνατόν νὰ γίνῃ συναρτήσῃ σχετικῶν ὑποθέσεων ἐπὶ τῆς θνησιμότητος καὶ τῆς γεννητικότητος τούτου, τῶν ποσοστῶν τούτων ἐκτεινομένων ἐπὶ ὠρισμένης περιόδου καὶ ἀκολουθῶς νὰ ὑπολογισθῇ βάσει τῶν ὑπ' ὅψει κατανομῶν κατὰ φύλα, τίνες θὰ ἀποβῶσιν αἱ ὡς εἴρηται σημεριναὶ κατανομαὶ δι' ἀμφοτέρα τὰ φύλα κεχωρισμένως ὅμως, ἐν τῷ μέλλοντι ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς τε θνησιμότητος καὶ γεννητικότητος.

Ἡ φυσικὴ αὕτη κίνησις τοῦ πληθυσμοῦ, ἥτις δὲν λαμβάνει ὑπ' ὅψει τὰς μεταναστεύσεις, εἶναι σημαντικὴ συνιστώσα τῆς γενικῆς κινήσεως. Αἱ μεταβολαὶ εἶναι γενικῶς βραδύταται τῆς τε γεννητικότητος καὶ θνησιμότητος, δι' ὃ καθιστῶσιν ἐφικτὸν νὰ ἐλπίζωμεν, ὅτι οἱ ὑπολογισμοὶ οἵτινες ἐδράζονται ἐπὶ ὑποθέσεων, αἵτινες προεκτείνουσι κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἥττον τὰς ὑπ' ὅψει παρατηρήσεις θὰ εἶναι δυνατόν νὰ παράσχωσιν ἐκτιμήσεις δυναμένας νὰ ἰσχύσωσιν διὰ τὸ λίαν ἐγγὺς μέλλον μόνον.

Τοιοῦτοι ὑπολογισμοὶ ἐξετελέσθησαν εἰς Γερμανίαν καὶ ἄλλας χώρας, εἰς δὲ τὴν Γαλλίαν, ὡς γνωστόν, ὑπὸ τοῦ κ. Sauvy, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἐξῆς ὑποθέσεων.

1η Ὑπόθεσις: θνησιμότης. Τὰ ποσοστὰ θνησιμότητος βαίνουνσι μειουμένα. Ἀπὸ 0 ἕως 1 ἔτος, ἡ μείωσις προσεγγίζει τὰ 50 % εἰς 30 ἔτη, εἶτα παραμένει σταθερά. Ἀπὸ 1 ἕως 59 ἐτῶν, ἡ μείωσις προσεγγίζει τὰ 20 %. Ἀπὸ 60 ἐτῶν τὸ ποσοστὸν εἶναι σταθερόν.

Γεννητικότης. Τὰ ποσοστὰ γονιμότητος ἀμετάβλητα.

2α Ὑπόθεσις. Ἡ θνησιμότης ἐλαττοῦται ὁμοιοτρόπως. Ἡ γονιμότης μειοῦται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσοστὸν ὡς ἀκριβῶς εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ Sein.

Κατὰ τὴν πρώτην ὑπόθεσιν, ὁ ὁλικὸς Γαλλικὸς πληθυσμὸς αὐξάνει κατ' ἀρχάς, εἶτα ἐλαττοῦται διὰ νὰ καταλήξῃ τὸ 1980 νὰ ἀριθμῇ 38,9 ἐκ. κατοίκων, τοῦ ἀρχικοῦ πληθυσμοῦ ὄντος 40,7 ἐκ. Ἡ ἐλάττωσις αὕτη δὲν εἶναι οὐσιώδης, σημαντικὴ ὅμως καθίσταται ἡ ἀλλοίωσις τῆς συνθέσεως καθ' ἡλικίας τοῦ Γαλλικοῦ πληθυσμοῦ. Ἐν συμπεράσματι ὁ πληθυσμὸς ἐλαττοῦται ὀλίγον καὶ γηράσκει. Ἡ δευτέρα ὑπόθεσις καταλήγει εἰς πληθυσμὸν μόνον 29 ἐκ. κατὰ τὸ 1980, ἐνῶ τὸ πλῆθος τῶν ἀγόντων ἡλικίαν ἄνω τῶν 60 ἐτῶν ὑπερ-

βαίνει τὸ σύνολον τῶν παίδων. Κατὰ τὴν δευτέραν ὑπόθεσιν, φανερόν, ὁ λόκληρον τὸ Ἔθνος ἔχει γηράσει.

Ἐπειδὴ ὁμως οἱ δύο ἀνωτέρω ὑπολογισμοὶ δὲν ἱκανοποιοῦσι τὸν κ. Sauvy, διατυπώνει τὸ πρόβλημα τοῦτο ἀντιστρόφως ὡς ἑξῆς. Ποῖα τὰ ἀναγκαῖα ποσοστὰ θνησιμότητος καὶ γεννητικότητος, ἵνα ὁ πληθυσμὸς δύναται νὰ ἀνανεοῦται καὶ ἵνα εἰς τὴν ἀρχὴν γενεᾶς τινὸς εἶναι ἐπίσης πολυάριθμος ὡς καὶ εἰς τὴν τῆς προγενεστέρας; Ἐπειδὴ ὑφίστανται δύο ἄγνωστοι διὰ μίαν μόνην συνθήκην, τὸ πρόβλημα, ὡς εἰκός, ἐπιδέχεται ἀπειρίαν λύσεων, λύει δὲ τοῦτο ἐμπειρικῶς θέτων τὴν ἑξῆς ἄποψιν. Ὑφίσταται σήμερον ἀριθμὸς τις γυναικῶν εἰς ἡλικίαν ἀναπαραγωγῆς· αὗται γεννῶσι κατ' ἔτος ἀριθμὸν τινα κορῶν. Ὅταν αἱ κόραι ἐνηλικιωθῶσιν γεννᾶται τὸ ἐρώτημα θὰ εἶναι περισσότεραι ἢ ὀλιγώτεραι τῶν μητέρων αὐτῶν; Συναρτήσῃ τῆς μέσης ἡλικίας τῶν μητέρων καὶ τοῦ ἀριθμοῦ αὐτῶν καθορίζει ὅτι αἱ γεννώμεναι κόραι θὰ ᾤσιν πλείονες τῶν μητέρων αὐτῶν. Τὸν ἀριθμὸν τῶν θυγατέρων εἴτα περιορίζει ἀναλόγως τῆς θνησιμότητος μεταξὺ τῶν ἡλικιῶν μηδὲν καὶ τῆς μέσης ἡλικίας μητρότητος καὶ ἀκολουθῶς ζητεῖ βάσει τῶν ἄνω ποῖαι αἱ ἀναγκαῖαι ἐπενεκτέαι καλυτερεύσεις ὅσον ἀφορᾷ τὴν θνησιμότητα καὶ τὴν γεννητικότητα, διὰ νὰ ὑπάρξῃ ἰσορροπία. Ἀνεξαρτήτως τῶν λοιπῶν συμπερασμάτων του, εἰδικῶς ἀφορώντων τὸν Γαλλικὸν πληθυσμὸν μνημονεύομεν τὸ τελικὸν τοιοῦτον αὐτοῦ: *Jusqu'a present nous avons envisagé le cas d'une population fermée. Tel n'est pas, le cas de la France et on peut concevoir une amelioration de la situation par l'apport d'éléments jeunes venant combler nos excédents de décès*¹. Ἐφ' ὅσον καὶ διὰ τὴν Γαλλίαν τὰ ἀποτελέσματα τῶν ἄνω ὑπολογισμῶν γίνονται δεκτὰ μετ' ἐπιφυλάξεως καὶ τὰ ὅποια, εἰρήσθω, ἀπορρέουσιν ἐκ μόνων τῶν ἐκ τῆς σημερινῆς θνησιμότητος καὶ γονιμότητος γενομένων δεκτῶν ὑποθέσεων, ἐρωτῶ πῶς εἶναι δυνατόν διὰ τὴν Ἑλλάδα, ἥς ὁ πληθυσμὸς δὲν εἶναι στάσιμος νὰ τύχῃσιν ἐφαρμογῆς αἱ αὐταὶ ὑποθέσεις, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὴν Γαλλίαν ὅπου ὁ πληθυσμὸς ταύτης εἶναι σχεδὸν στάσιμος;

Ἡ χρησιμοποίησις ἄλλωστε τῶν ποσοστῶν τοῦ Kuczynski

¹: Ἴδε *Journal de Statistique de Paris* 1932, σελὶς 325

κατὰ τὸν ἴδιον κ. Sauvy¹ γίνεται ἐνδεικτικῶς μόνον καθ' ὅσον ταῦτα ἀπαιτοῦσι πίνακας θνησιμότητος οἵτινες καταρτίζονται μετὰ μεγάλην χρονικὴν ἐπιβράδυνσιν. Ἐκτὸς τούτου ἡ ἐρμηνεία τῶν ποσοστῶν τοῦ Kuczynski ἐφαρμόζεται κυρίως εἰς ἅς χώρας ἡ δημογραφικὴ κατάστασις τῶν εἶναι ἀνησυχαστικὴ, δύναται, οὐχ' ἦττον, ἐπίσης, νὰ ἐπεκταθῇ εἰς ὅλας τὰς χώρας, αἵτινες ἔχουσι δεδομένα τοιαῦτα ὥστε νὰ προβλέπωσι πτώσιν τῆς γεννητικότητος δεκτικὴν δημιουργίας ἰσορροπίας.

Τὸ τελευταῖον ὅμως συμβαίνει παρ' ἡμῖν; Τούναντίον, νομίζομεν καὶ πιστεύομεν ὅτι, εὐτυχῶς διὰ τὸ Ἔθνος, τὸ ἀντίθετον παρατηρεῖται.

6. Αἱ τοιαῦται ἀπαισιόδοξοι ὑποθέσεις μήπως εἶναι δυνατόν νὰ ἰσχύσωσιν καὶ παρ' ἡμῖν, δεδομένου ὅτι ἰσορροπήσις γεννήσεων ὑπὸ τῶν θανάτων δὲν ὑφίσταται; Ἀσφαλῶς ὄχι, διότι δὲν πρέπει νὰ λησμονῶμεν ἐπίσης ὅτι ὁ πληθυσμὸς μιᾶς χώρας εἶναι ὃν ζῶν, ὅπερ εἶναι δεκτικὸν ἀντιδράσεως ἔναντι τῶν ἐπιπροσθουμένων αὐτῷ κωλυμάτων, ἅτινα δυνατόν νὰ προέλθωσιν εἴτε ἐκ τῆς αὐξήσεως εἴτε ἐκ τῆς μειώσεως τοῦ πληθυσμοῦ εἴτε ἐκ τῶν οἰκονομικῶν εἴτε ἐκ τῶν ψυχολογικῶν μεταβολῶν καὶ συνεπῶς δὲν κατευθύνεται ὑπὸ τῶν σταθερῶν νόμων τῆς θνησιμότητος καὶ γονιμότητος.

Ὅτι ὁ ἰσχυρισμὸς μου εἶναι ἀκριβὴς καταδεικνύεται ἐκ τῶν γενομένων ἄχρι τοῦδε ἐπαληθεύσεων, ἰδίᾳ εἰς τὴν Γερμανίαν, ὅπου αἱ προβλέψεις ὑπερέβησαν τὴν πραγματικότητα, τοῦθ' ὅπερ ἀποδεικνύει ὅτι αἱ γενόμεναι δεκταὶ διὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς ὑποθέσεις στεροῦνται τῆς ἀπαιτουμένης εὐκαμψίας καὶ ἐπομένως αὗται δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἰσχύωσιν παρὰ μόνον διὰ τὸ λίαν ἐγγὺς μέλλον.

Μήπως ὅμως τὸ πρόβλημα τῆς ποσοτικῆς αὐξήσεως τοῦ πληθυσμοῦ, ἀνεξαρτήτως τῆς πιθανῆς κατανομῆς αὐτοῦ καθ' ἡλικίας, εἶναι δυνατόν νὰ θεωρηθῇ χωρὶς ἀμέσως νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ σημερινὴ θνησιμότης καὶ γεννητικότης;

Τὸ πρόβλημα τοῦτο ὄντως λύει ἱκανοποιητικῶς ὁ καλού-

¹: ἴδε, ἐπίσης Journal de Statistique de Paris, ἔτος 1934, σελὶς 54 «Sur les taux de Stabilisation d'une population».

μενος λογιστικὸς νόμος τῆς αὐξήσεως τοῦ πληθυσμοῦ ἢ καμπύλη τοῦ Verhulst¹. Κατ' αὐτὸν ὁ πληθυσμὸς αὐξάνει κατὰ τι διάστημα χρόνου κατὰ πρόοδον γεωμετρικὴν, σχεδόν, διὰ νὰ αὐξήσῃ ἀκολούθως, καὶ πάντοτε βραδύτερον, καὶ διὰ νὰ καταστῇ τέλος σχεδὸν στάσιμος.

Ὅταν ὁ πληθυσμὸς ἔχει ἀχθῇ εἰς τὸ ἥμισυ τοῦ ὀρικοῦ, κατὰ τὸν ἀντιστοιχοῦντα χρόνον τὸ ἥμισυ τῶν φυσικῶν πηγῶν τοῦ πλούτου τῆς ὑπ' ὄψει χώρας θὰ τελῇ ἤδη ὑπὸ ἐκμετάλλευσιν πρὸς διατροφήν τοῦ πληθυσμοῦ. Πρέπει νὰ σημειωθῇ, λαμβανομένης ὑπ' ὄψει τῆς σιγμοειδοῦς μορφῆς τῆς λογιστικῆς καμπύλης (λατινικοῦ S πεπλατυσμένου) ὅτι, κατ' αὐτήν, ὁ πληθυσμὸς αὐξάνεται κατ' ἀρχὰς βραδέως, διότι τὸ δημιουργικὸν τοῦ πληθυσμοῦ στοιχεῖον (γυναῖκες 15—49 ἐτῶν) εἶναι μικρόν, σὺν τῷ χρόνῳ ὅμως καὶ ἐφ' ὅσον ὁ εἰς τὴν παραγωγικὴν ἡλικίαν εὐρισκόμενος πληθυσμὸς αὐξάνει καὶ ἡ συνολικὴ τοῦ πληθυσμοῦ αὔξησις ἐπιταχύνεται καθισταμένη μεγίστη περὶ τὸν χρόνον x εἰς ὃν ὁ πληθυσμὸς ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ προβλεπομένου ὀρικοῦ τοιοῦτου. Πέραν τοῦ χρόνου τούτου ὁ ρυθμὸς τῆς αὐξήσεως ἐπιβραδύνεται μέχρις οὗ σχεδὸν μηδενισθῇ, ὅτε πλέον ὁ ἀριθμὸς τῶν θανάτων θὰ καταστῇ ἴσος πρὸς τὸν τῶν γεννήσεων. Τότε ὅλαι αἱ πηγαὶ τοῦ πλού-

¹ Κατὰ τὸν νόμον τοῦτον ἡ ἀπειροστή αὔξησις τοῦ πληθυσμοῦ εἶναι ἡ συνισταμένη δύο μερικῶν τοιοῦτων, μιᾶς σταθερᾶς καὶ ἄλλης ἀρνητικῆς τοιαύτης ἥτις εἶναι συνάρτησις τοῦ χρόνου καὶ ἐπιβραδύνει τὴν αὔξησιν.

Ἡ διαφορικὴ ὅθεν ἐξίσωσις εἶναι

$$\frac{dy}{ydx} = \delta - \Gamma y$$

$$\text{ἢς ἡ λύσις εἶναι } y = \frac{L\infty}{1 + e^{\frac{b-x}{a}}}$$

ἐκ τῆς ἄνω ἔπεται διὰ $x = -\infty$, $y = 0$

$$\text{διὰ } x = b, y = \frac{L\infty}{2}$$

διὰ $x = +\infty$, $y = L\infty$, ὅπερ παριστᾷ τὸν ὀρικὸν πληθυσμὸν (μέγιστον δυνατόν), a καὶ b σταθεραὶ προσδιοριστέαι.

Συνήθως ἡ λογιστικὴ ἐξίσωσις γράφεται καὶ ὥς ἐξῆς:

$$y = \frac{L\infty}{1 + e^{a+bx}}$$

ἐπὶ τὸ ἀπλούστερον.

του τῆς χώρας θὰ τελῶσιν ὑπὸ ἐκμετάλλευσιν πρὸς διατροφὴν τοῦ πληθυσμοῦ τοῦ ὑπ' ὄψει βιωτόπου, νέα αὔξεις θὰ σημειωθῇ μόνον ἂν λάβῃ χώρα τεχνητὴ μεταβολὴ ἐν τῇ ἐκμεταλλεύσει τῶν πηγῶν τοῦ πλούτου τοῦ ὑπ' ὄψει βιωτόπου, τοιαύτη δέ, ὥστε νὰ ἐπιτρέπῃ τὴν προσθήκην νέων μονάδων πληθυσμοῦ καὶ ἡ αὔξεις αὕτη θὰ ἐξακολουθήσῃ, μειουμένη ἐννοεῖται διαδοχικῶς, μέχρις οὔ ὁ βιώτοπος κορεσθῇ διὰ πληθυσμοῦ.

Τὴν λογιστικὴν καμπύλην ὁ Verhulst τὸ πρῶτον ἐφήρμοσε τὸ 1845 διὰ τὴν Γαλλίαν καὶ τὸ Βέλγιον. Διὰ τὸ τελευταῖον προέβλεψεν ὀρικὸν πληθυσμὸν 6,6 ἐκ. καὶ διὰ τὴν Γαλλίαν 40 ἐκ. περίπου. Ὁ πληθυσμὸς τοῦ Βελγίου τὸ 1930 ἀνῆρχετο εἰς 8,1 περίπου. Ἡ τοιαύτη διαφορὰ δύναται νὰ ἐρμηνευθῇ τὸ μὲν διὰ τῆς Βιομηχανικῆς ἐπιδόσεως τοῦ Βελγικοῦ λαοῦ (πλούσιον ὑπέδαφος), τὸ δὲ διὰ τῆς προσκλήσεως τοῦ Κογκό, ἅτινα παρέσχον εἰς τοῦτον συμπληρωματικὸν πλοῦτον, ἀρκοῦντα διὰ τὴν διατροφήν τοῦ πλεονάσματος τοῦ πληθυσμοῦ του.

Ὁ σημερινὸς πληθυσμὸς τῆς Γαλλίας, μὴ λαμβανομένων ὑπ' ὄψει τῶν ἀλλοδαπῶν, συμφωνεῖ κατὰ τρόπον θαυμαστὸν πρὸς τὰς προβλέψεις τοῦ Verhulst. Τὸ θεωρητικὸν μέγιστον ἐπετεύχθη, τοῦθ' ὅπερ ἐρμηνεύει τὴν μικρὰν γεννητικότητα καὶ τὰ λοιπὰ Δημογραφικὰ φαινόμενα τοῦ Γαλλικοῦ λαοῦ, ἅτινα τόσον ἀνησυχοῦσι αὐτόν. Ἡ κατάστασις αὕτη κατὰ τὸν διαπρεμῆ Ῥώσον Βιολόγον V. Kostitzin ' «ἀποτελεῖ πρόσκαιρον κακὸν ἢ μᾶλλον καχεξίαν, ἥτις ταχέως θὰ καταπαύσῃ μετὰ τῆς ἀξιοποιήσεως τῶν ἀποικιῶν καὶ τῆς ἀποσυμφορήσεως τῆς μητροπόλεως· ἀρκεῖ, ἄλλως τε, νὰ συγκριθῇ ἡ ταχεία αὔξεις τοῦ Γαλλικοῦ πληθυσμοῦ τοῦ Καναδᾶ μετὰ τὴν βραδυτάτην ἀνάπτυξιν τοῦ πληθυσμοῦ τῆς Γαλλίας, διὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτὴ ἡ βιολογικὴ καὶ οἰκονομικὴ σημασία τῶν φαινομένων τούτων». Ὅντως ὁ ἀριθμὸς τῶν γεννήσεων ἐν τινι ὁμάδι δὲν ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τοῦ πλήθους τῶν ἀτόμων ταύτης, ἀλλ' ἐπίσης ἐκ τῆς κατανομῆς αὐτῆς καθ' ἡλικίας, καθ' ὅσον ὑπὸ συνθήκας κοινωνικὰς ὀρισμένas, ἡ γονιμότης τῆς γυναικὸς ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἡλικίας αὐτῆς, ἐπομένως αὕτη εἶναι συνάρτησις τῆς ἡλικίας καὶ τῆς ἐποχῆς καὶ τὸ ποσοστὸν τῆς γονιμότη-

¹ Biologie Mathématique 1937 σελ. 55.

τητος μόνον δύναται, εἰς ἐποχὴν δεδομένην νὰ παράσχη προσεγγιζόντως ἀκριβῆ ἰδέαν κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἥττον, περὶ τῆς ποσοτικῆς ἐν τῷ λίαν ἐγγὺς μέλλοντι, ἐξελίξεως τῆς φυλῆς.

7. Παρ' ἡμῖν ὁ νόμος τοῦ Verhulst (ἢ καὶ λογιστικὸς νόμος, ἢ καμπύλη τῶν Pearl-Reed, Reed-Holland, Robertson) ἐφηρμόσθη τὸ πρῶτον τὸ 1936 παρὰ τοῦ κ. Β. Βαλαώρα, καθορισθεῖσων τῶν σταθερῶν τῆς ἐξισώσεως συναρτήσῃ τῆς μέσης πυκνότητος τοῦ ἑλληνικοῦ πληθυσμοῦ διὰ τὸ ἀπὸ 1828 — 1928 διάστημα¹. Κατὰ τὸν κ. Β. Βαλαώραν ὁ ὀρικός πληθυσμὸς ἔσται 7,486 ἐκ. καὶ ὁ τοιοῦτος περὶ τὸ 2.000 μ. Χ. 7,266 ἐκ. Ἀλλὰ τὸν τελευταῖον ἀριθμὸν πλησιάζει, κατὰ τὰ δεδομένα τῆς Γ. Στατιστικῆς Ὑπηρεσίας, νὰ ὑπερβῇ ὁ ἑλληνικὸς πληθυσμὸς ἐντὸς τριῶν καὶ ἡμίσεως ἐτῶν, ἂν διατηρηθῇ κατ' αὐτὰ τὸ αὐτὸ μέσον ποσὸν αὐξήσεως τῶν τελευταίων ἐτῶν τοῦ πληθυσμοῦ. Τί συμβαίνει ἐπὶ τοῦ προκειμένου; δὲν ἰσχύει παρ' ἡμῖν τυχὸν ὁ νόμος τοῦ Verhuist, ὅστις ὅμως ὡς ἀπέδειξαν αἱ ἄχρι τοῦδε ἐπαληθεύσεις, ἔχει ἐφαρμογὴν παγκόσμιον. Καθ' ἡμᾶς, ὁ νόμος τοῦ Verhulst ἰσχύει, ἢ δὲ παρατηρουμένη ἀσυμφωνία τῶν προβλέψεων δι' αὐτοῦ (πληθυσμὸς τὸ 1935, κατὰ τὴν Γενικὴν Στατιστικὴν Ὑπηρεσίαν, 6,840 ἐκ. πληθυσμὸς, κατὰ τὸ 1940, κατὰ τὸν κ. Β. Βαλαώραν, 6,498 ἐκ.) ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι ὡς ἀφετηρία θὰ ἔδει νὰ ληφθῇ τὸ ἔτος 1928, διορθουμένων τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς ἀπογραφῆς κατὰ τὸ εἰκαζόμενον ποσοστὸν διαφυγῆς (5% ὡς ἔγγιστα καθ' ἡμᾶς) καὶ χρησιμοποιουμένων ἀκολούθως τῶν δεδομένων τῶν ἐπομένων ἐτῶν πρὸς προσδιορισμὸν τῶν σταθερῶν τῆς ἐξισώσεως κατὰ τὴν μέθοδον τῶν διαδοχικῶν προσεγγίσεων².

¹ Ἴδε Β. Βαλαώρα «Ἡ λογιστικὴ καμπύλη κλπ» ο.π. cit.

² Ὁ προσδιορισμὸς τῶν σταθερῶν τῆς $y = \frac{L\infty}{a+bx} = \frac{\pi}{a+bx}$
 $1+e$ $1+e$

γίνεται ὡς κάτωθι, ἐκλέγεται τιμὴ τις τοῦ π αὐθαίρετως καὶ γράφεται ἡ ἄνω ἐξίσωσις ὡς κάτωθι

$$\left(\frac{\pi-y}{y}\right) = e^{a+bx} \quad \eta$$

$$\log\left(\frac{\pi-y}{y}\right) = (a+bx) \log e \quad \eta$$

$$\log\left(\frac{\pi-y}{y}\right) \frac{1}{M} = a+bx \quad \eta, \quad \text{ὅπου} \quad \frac{1}{M} = 2,30258, \quad M \text{ ὁ διαστολεὺς τῶν}$$

νεπερείων λογαρίθμων

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Ἐλλείπει στοιχείων ἀπηκριβωμένων ἢ πρόβλεψις τῆς φυσικῆς ἐξελίξεως τοῦ πληθυσμοῦ ἡμῶν μόνον ἐνδεικτικὸν χαρακτηριστῆρα δύναται νὰ ἔχῃ, ἄνευ οὐδεμιᾶς ἄλλης ἀξιώσεως.

Κ. Α. ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΗΣ

Πλωτ. Οἰκ. Β. Ν. Τμηματ. Στατιστικῆς Γ.Ε.Ν.

$$\log \left(\frac{\pi - y}{y} \right) 2,30258 = a + bx$$

$$\text{καὶ τιθεμένου } \psi = \log \left(\frac{\pi - y}{y} \right) 2,30258$$

$$\psi = a + bx$$

ἂν νῦν αἱ πρῶται διαφοραὶ τῆς $\psi = a + bx$ εἶναι, περίπου, σταθεραὶ ἢ ἐκλεγεῖσα τοῦ π τιμὴ εἶναι ἢ προσήκουσα, ἄλλως ἀντικαθιστῶμεν ταύτην δι' ἄλλης. Ὄταν εὑρεθῇ ἡ προσήκουσα τιμὴ τοῦ π προσδιορίζομεν τὰ a καὶ b διὰ μιᾶς τῶν ἐν χρήσει μεθόδων παρεμβολῆς (Cauchy, μέσων σημείων, ομάδων ἐξισώσεων, ἐλαχίστων τετραγώνων, ροπῶν κλπ.).