Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΤΩΝ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΩΝ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

«ΚΑΤΑΝΟΜΗ – ΕΘΝΙΚΟΝ ΕΙΣΟΔΗΜΑ»

Ὑπὸ

Κ. ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΗ

Ι. ΠΡΟΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

Ἡ μαθηματικὴ ἔκφρασις τοῦ νόμου τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος, γνωστὴ ἐπίσης καὶ ὡς τύπος τοῦ B. Pareto, εἶναι $z=Ax^{-\alpha}$, κατὰ τὴν ἁπλουστέραν αὐτῆς μορφήν, ἔνθα z ὁ ἀριθμὸς τῶν προσώπων τῶν ἐχόντων εἰσόδημα ἀνώτερον τοῦ x, A καὶ α σταθεραί, ποικίλλουσαι κατὰ χῶρον καὶ χρόνον.

Ὁ ἄνω τύπος καίτοι ἐμπειρικὸν ἐξαγόμενον, ἐν τούτοις μεθ' ἱκανῆς προσεγγίσεως ἀναπαριστᾷ τὴν καμπύλην τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος ἐν τῷ χώρῳ διὰ δεδομένον χρόνον, μετὰ σφάλματος μὴ ὑπερβάντος, τὸ μέγιστον, τὰ 3,6%.

Εἶναι γνωστὸν ὅτι τὴν μαθηματικὴν διατύπωσιν τοῦ ὡς εἴρηται νόμου ἔδωκε πρῶτος ὁ πολὺς B. Pareto, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν στατιστικῶν δεδομένων τοῦ Griffen διὰ τὴν Ἀγγλίαν καὶ διὰ τὰ ἔτη 1879-1880 τὸ πρῶτον, καταλήξας εἰς ταύτην ἀρχικῶς μὲν διὰ λογαριθμικοῦ διαγράμματος, ἀκολούθως διὰ παρεμβολῆς, συναρτήσει γραμμικῆς ἐξισώσεως κατὰ τὴν μέθοδον τοῦ Gauchy.

Οὐχ ἧττον, ἐπειδὴ ἡ ἀπόλυτος τιμὴ τοῦ α, κατὰ τὰς ἐρεύνας αὐτοῦ, ἐλάχιστα μεταβάλλετο ἐν τῷ χρόνῳ καὶ χώρῳ, κατέληξεν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι ἡ διὰ τοῦ φερωνύμου αὐτῷ τύπου ἐπιτυγχανομένη προσέγγισις ἀναπαραστάσεως τῶν ἐμπειρικῶν (στατιστικῶν) δεδομένων δὲν ἦτο ἀποτέλεσμα τῆς *τύχης* μόνον, ἀλλ' ὠφείλετο εἰς αἰτίαν *ἄγνωστον*, προκαλοῦσαν τὴν τάσιν τῶν εἰσοδημάτων νὰ διατίθενται κατά τινα *νόμον*, οὗ ἡ βραχυλογικὴ ἀναλυτικὴ ἔκφρασις παρέχεται ὑπὸ τοῦ ὡς εἴρηται τύπου $z=Ax^{-\alpha}$.

Ἐὰν ὅθεν δεχθῶμεν ὅτι ὁ παραστατικὸς νόμος τῆς ἐκφράσεως τῆς κατανομῆς τῶν εἰσοδημάτων, κατὰ κλίμακα αὐθαιρέτως ὁριζομένην, οἱανδήποτε, ἐν τῷ χώρῳ καὶ δεδομένῃ στιγμῇ εἶναι ὁ $z=Ax^{-\alpha}$, ἕπεται ὅτι ἐπειδὴ ἀναλυτικῶς ἐκφράζεται ἡ ὑφισταμένη αἰτιώδης σχέσις μεταξὺ ἀριθμοῦ εἰσοδηματιῶν z καὶ ἐπιπέδου εἰσοδήματος x αὐτῶν (δηλ. τῶν κεκτημένων εἰσόδημα ἀνώτερον τοῦ x), τὰ ἐκ τῆς μαθηματικῆς διασκοπήσεως τούτου πορίσματα δὲν θὰ ὦσι μόνον μαθηματικῶς ὀρθά, ἀλλὰ καὶ συμβιβαστὰ κοινωνικῶς καὶ οἰκονομικῶς καὶ κατ'ἀκολουθίαν ἡ ἔκφρασις $z=Ax^{-\alpha}$, ἔνθα α καὶ A εἶναι ἀνεξάρτητα τῶν z καὶ x, δύναται ν'ἀποτελέσῃ τὴν ἀφετηρίαν πολυαρίθμων ἐρευνῶν.

II. ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΣ

Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ διαφορικὴ ἐξίσωσις τοῦ K. Pearson

$$\frac{dy}{ydx}=\frac{x+\delta}{b_0+b_1x+b_2x^2}=\frac{x+\delta}{\Phi(x)}$$

δύναται νὰ ἐκφράσῃ πληθὺν καμπύλων συχνοτήτων, τοῦ τοιούτου ἐξαρτωμένου ἰδιαίτατα ἐκ τῶν ῥιζῶν τοῦ τριωνύμου Φ(x). *

'Εὰν ὅθεν ὑποτεθῇ $b_0=0$, τότε $b_1x+b_2x^2=(b_0+b_1x)x$ καὶ αἱ δύο ῥίζαι τῆς Φ(x), εἶναι $x=0$ καὶ $x=-\frac{b_1}{b_2}$, οὐχ ἧττον ἡ διαφορικὴ ἐξίσωσις μηδενίζεται διὰ $x=-\delta$, ὅθεν

$$b_2=\frac{b_1}{\delta} \text{ καὶ τιθεμένου } \frac{b_1}{\delta}=-\frac{1}{v}$$

λαμβάνομεν

$$\frac{dy}{y}=-\frac{v}{x}dx \tag{1}$$

καθ' ὅσον ἡ δοθεῖσα διαφορικὴ ἐξίσωσις γράφεται

$$\frac{dy}{ydx}=\frac{x+\delta}{b_1x+b_2x^2}=\frac{x+\delta}{b_1x+\frac{b_1}{\delta}x^2}=\frac{(x+\delta)\delta}{b_1(x+\delta)x}=-\frac{v}{x}$$

'Ολοκληροῦντες νῦν τὴν (1) λαμβάνομεν

$$\text{λογ}\, y=-v\,\text{λογ}\, x+\text{λογ}\, \Gamma$$

ἢ

$$y=\Gamma x^{-v} \tag{2}$$

ἀλλὰ τὸ ἐμβαδὸν τῆς (2) μεταξὺ τῶν ὁρίων x καὶ ∞, δηλ. μεταξὺ

---

* Περὶ τοῦ τρόπου τῆς μορφώσεως τῆς ἄνω ἐξισώσεως ἴδε E. Czuber «Wahrscheinlichkeitsrechnung» κλπ. 1921. Teubner σελὶς 21, II τόμος § 240, 241, ὡς καὶ Thornton Fry «Probability and its Engineering uses» § 91 σελὶς 244 καὶ ἐφεξῆς εἰς «Pearsons curves» κλπ.

τοῦ κατωτάτου, διὰ τῆς στατιστικῆς γνωστοῦ, εἰσοδήματος καὶ τοῦ μεγίστου, ἔσται

$$Z=\int_x^\infty y dx=\Gamma \int_x^\infty x^{-v} dx=\Gamma \left[\frac{x^{1-v}}{1-v}\right]_x^\infty = \frac{\Gamma x^{1-v}}{v-1}, \text{ ἐὰν } v > 1$$

πρὸς ἁπλοποίησιν θέτομεν

$$\alpha = v-1 \text{ ἢ } v=\alpha+1 \text{ καὶ } A=\frac{\Gamma}{v-1} \text{ ἢ } A(v-1)=A\alpha=\Gamma$$

ἐπομένως ἡ ἐξίσωσις (2) γράφεται

$$y=A\alpha x^{-(\alpha+1)}=\frac{A\alpha}{x^{\alpha+1}} \qquad (3)$$

ἡ δὲ ἄλλη

$$Z=Ax^{-\alpha}=\frac{A}{x^\alpha} \qquad (4)$$

Ἐκ τούτων ἡ μὲν (3) παριστᾷ «τὸ ἄθροισμα τῶν εἰσοδημάτων διὰ εἰσόδημα ὡρισμένον x ἤ, μᾶλλον ὀρθότερον, τὸ ἄθροισμα τὸ μεταξὺ τῶν εἰσοδημάτων x καὶ x+1 περιλαμβανόμενον».

Ἡ δὲ (4) «τὸν ἀριθμὸν τῶν εἰσοδηματιῶν τῶν ἐχόντων εἰσόδημα ἀνώτερον τοῦ x ».

Ἡ διαφορικὴ ἐξίσωσις ἔχει ἓν μέχιστον διὰ $x=-\delta$, αἱ δὲ συνθῆκαι, ὑφ' ἃς ταῦτα παρουσιάζονται, εὑρίσκονται λαμβανομένων τῶν παραγώγων ὡς πρὸς x, ἀμφοτέρων τῶν μελῶν ταύτης. Οὕτω ἔχομεν

$$y''\Phi(x)+y'\Phi(x)=(x+\delta)y'+y$$

διὰ $x=-\delta$, ἔχομεν $y''=\frac{y}{\Phi(-\delta)}$, διότι $y'=0$, τοῦ $y>0$, ἐὰν ὅθεν $\Phi(-\delta)<0$, ἔχομεν ὡσαύτως $y''<0$ καὶ συνεπῶς ἓ ν μ έ γ ι σ τ ο ν εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον. Ἐὰν $\Phi(-\delta)>0$, τοὐναντίον, ὑπάρχει ἓν ἐλάχιστον.

III. ΜΕΣΟΝ ΕΙΣΟΔΗΜΑ

Ὁ προσδιορισμὸς τοῦ μέσου εἰσοδήματος συναρτήσει τῶν ὑπ' ὄψει τιμῶν τοῦ x ἐπιτελεῖται εὐκόλως διὰ τῆς θεωρίας τῶν ῥοπῶν, καθ' ὅτι ἡ πρώτη ῥοπὴ περὶ τὴν αὐθαίρετον ἀρχὴν εἶναι αὐτὸς οὗτος ὁ μέσος τῆς κατανομῆς. Ὅθεν

$$M=\int_x^\infty yxdx : \int_x^\infty ydx, \text{ ἀλλὰ } Z=\int_x^\infty ydx = \frac{A}{x^\alpha}$$

καὶ $$\int_{x}^{\infty} \frac{A\alpha x}{x^{\alpha+1}}\, dx = A\alpha \int_{x}^{\infty} x^{-\alpha} dx = \frac{A\alpha}{\alpha-1}\, x^{1-\alpha},$$ ἑπομένως

$$M = \frac{A\alpha x^{1-\alpha}}{\alpha-1} : \frac{A}{x^{\alpha}} = \frac{\alpha}{\alpha-1}\, x \qquad (5)$$

Κατ'ἀκολουθίαν τὸ μέσον εἰσόδημα ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου x μέχρι τοῦ ἀπείρου (μεγίστου εἰσοδήματος) δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου (5).

IV. ΕΛΑΧΙΣΤΟΝ ΕΙΣΟΔΗΜΑ

Καὶ τοῦ ἐλαχίστου εἰσοδήματος ὁ προσδιορισμὸς εὐκόλως διενεργεῖται, καθ'ὅσον, ἂν τοῦτο κληθῇ ε, εἶναι δὲ Π τὸ σύνολον τοῦ πληθυσμοῦ, τοῦ ἔχοντος εἰσόδημα ἀνώτερον ἢ ἴσον τῷ ε, τότε

$$\Pi = \int_{\varepsilon}^{\infty} A x^{-\alpha} dx = \frac{A\varepsilon^{1-\alpha}}{\alpha-1} \qquad (6)$$

κατ' ἀκολουθίαν

$$\lambda o\gamma\, \varepsilon = \frac{\lambda o\gamma\, \Pi + \lambda o\gamma\, (\alpha-1) - \lambda o\gamma\, A}{(1-\alpha)} \qquad (6\beta)$$

Ἡ ὑφισταμένη σχέσις μεταξὺ ἐλαχίστου καὶ μέσου εἰσοδήματος καθορίζεται διὰ τοῦ τύπου (5), ἂν ἐν αὐτῷ τεθῇ x=ε, ὅτε

$$M = \frac{\alpha}{\alpha-1}\, \varepsilon \qquad (7)$$

Πρὸς καθορισμὸν ὅθεν τοῦ μέσου εἰσοδήματος ἑνὸς κοινωνικοῦ συνόλου ἀπαιτεῖται προγενεστέρως ὁ προσδιορισμὸς τῆς σταθερᾶς α καὶ τοῦ ἐλαχίστου εἰσοδήματος ε, ὅτε διδομένων δύο τῶν τριῶν ποσοτήτων προσδιορίζεται ἡ ἄλλη.

V. ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΑΡΙΘΜΟΥ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΙΩΝ

Ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰσοδηματιῶν τῶν κεκτημένων εἰσόδημα ἀνώτερον τοῦ x, ὡς ἐδείχθη ἀνωτέρω, παρέχεται ὑπὸ

$$Z = A x^{-\alpha}$$

εἶναι δηλ. συνάρτησις τοῦ ἑκάστοτε ἐπιπέδου τοῦ εἰσοδήματος.

Διὰ πᾶσαν ὅθεν αὔξησιν τοῦ εἰσοδήματος x ἀντιστοιχεῖ μείωσις τοῦ ἀριθμοῦ τῶν εἰσοδηματιῶν z. Ὄντως, ἡ ἔκφρασις $z = A x^{-\alpha}$ διαφοριζομένη ὡς πρὸς x δίδει

$$dz = -\alpha A x^{-(\alpha+1)} dx = -\frac{\alpha A}{x^{\alpha}}\, x^{-1} dx = -\alpha z x^{-1} dx = -\frac{\alpha z}{x}\, dx$$

Ἡ σχέσις

$$dz = -\frac{\alpha z}{x}dx \quad \text{ἢ} \quad -\frac{dx}{z} = \alpha\frac{dx}{x}$$

ἐμφαίνει ὅτι ἡ σχετικὴ αὔξησις τοῦ εἰσοδήματος ἐμφαίνει σχετικὴν μείωσιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν εἰσοδηματιῶν διαρκῶς ἐπιταχυνομένην.

VI. ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΜΕΣΟΥ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ

Τὸ μέσον εἰσόδημα συνδέεται πρὸς τὸ ἐλάχιστον διὰ τῆς σχέσεως

$$M = \frac{\alpha}{\alpha - 1}\varepsilon$$

ἐὰν ὅθεν α θεωρηθῇ ὡς μετοβλητὸν μόνον, τότε ἐπειδὴ ὁ ἄνω τύπος γράφεται

$$M = \frac{1}{1-\frac{1}{\alpha}}\varepsilon$$

καὶ συνεπῶς

1) ὅριον Μ διὰ α αὐξάνον καὶ τεῖνον πρὸς τὸ ἄπειρον ἔσται τὸ ε.
2) ὅριον Μ διὰ α ἐλαττούμενον καὶ τεῖνον πρὸς τὴν μονάδα ἔσται τὸ ἄπειρον

ἐὰν δώσωμεν εἰς τὸ α τὰς κάτωθι τιμὰς

α=	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	κλπ.
Μ=	∞	6ε	3,5ε	2,7ε	2,2ε	2ε	κλπ.

Ἀλλὰ ποία ἡ ἔννοια τῶν ἄνω;

Ἡ ἐξίσωσις $z = Ax^{-\alpha}$ ἐπειδὴ γράφεται $\lambda o\gamma z = \lambda o\gamma A - \alpha\lambda o\gamma x$ καὶ θέτοντες $\Psi = \lambda o\gamma z$, $\lambda o\gamma A = m$, $\lambda o\gamma x = X$, ἔχομεν

$$\Psi = m - \alpha x$$

ἥτις παριστᾷ, ὡς γνωστόν, εὐθεῖαν γραμμήν.

Ἐν τῇ εὐθείᾳ ταύτῃ ὁ συντελεστὴς α παριστᾷ τὴν κλίσιν τῆς εὐθείας πρὸς τὸν ἄξονα τῶν x (εἰσοδημάτων) καί, ἐπειδὴ εἶναι ἀρνητικός, ἡ γωνία, ἣν αὕτη σχηματίζει μετ' αὐτοῦ εἶναι ἀμβλεῖα, καθ' ὅτι, ὡς γνωστόν, $\alpha = \varepsilon\varphi\Theta$, ἔνθα Θ ἡ γωνία, ἣν σχηματίζει ἡ εὐθεῖα μετὰ τοῦ ἄξονος τῶν x, τῶν ἀξόνων ὄντων ὀρθογωνίων.

Τὸ α, κατ' ἀκολουθίαν, ἐκφράζει τὴν ταχύτητα, μεθ' ἧς ἐλαττοῦται ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰσοδηματιῶν, ἐφ' ὅσον ἀ.ερχόμεθα εἰς ἐπίπεδα εἰσοδήματος ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μεγαλύτερα. Ἡ κλίσις ὅθεν τῆς εὐθείας εἶναι μείζων ἐφ' ὅσον α ἔχει μείζονα τιμήν. Ἡ ταχεῖα κάθοδος τῆς εὐθείας ἐμφαίνει ὅτι εἰς τὰς διαφόρους τάξεις εἰσοδημάτων, τὰς μᾶλλον ὑψηλάς, ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰσοδηματιῶν ἐλαττοῦται ταχέως. Ἀντιθέτως, ἡ βραδεῖα κάθοδος τῆς εὐθείας δηλοῖ ὅτι ὁ εἰς τὰς μεγαλυτέρας τάξεις εἰσοδημάτων ἀριθμὸς τῶν εἰσοδηματιῶν ἐλαττοῦται λίαν βραδέως. Κατ'ἀκολουθίαν τῶν ἄνω, ἐφ'ὅσον τὸ α κατ' ἀπόλυτον τιμὴν εἶναι μεγαλύτερον, ἐπὶ τοσοῦτον μικροτέρα εἶναι ἡ ἀνισότης τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος καὶ συνεπῶς τοῦ πλούτου, ἐὰν ἀποβλέψωμεν εἰς μόνα τὰ ἐκ κεφαλαίων εἰσοδήματα.

Αὔξησις ὅμως τοῦ α συνεπάγεται μείωσιν τοῦ μέσου εἰσοδήματος καὶ ἀντιστρόφως. Ἑπομένως ἡ ἀνισότης τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος συνέχεται κατ'εὐθὺν λόγον πρὸς τὸ μέσον εἰσόδημα.

VII. ΜΕΡΙΚΟΝ ΜΕΣΟΝ ΕΙΣΟΔΗΜΑ

Τὸ μερικὸν μέσον εἰσόδημα, τὸ μεταξὺ δηλ.τῶν ἐπιπέδων x_1, καὶ x_2 περιλαμβανόμενον, καθορίζεται ὁμοίως ὡς ἑξῆς :

$$M_t = \int_{x_1}^{x_2} yx\,dx : \int_{x_1}^{x_2} y\,dx = A\alpha \int_{x_1}^{x_2} x^{-\alpha}dx : A\alpha \int_{x_1}^{x_2} x^{-(\alpha+1)}dx$$

$$\text{ἢ} \quad M_t = \frac{A\alpha}{1-\alpha}\left[x_2^{1-\alpha}-x_1^{1-\alpha}\right] : -\frac{A\alpha}{\alpha}\left[x_2^{-\alpha}-x_1^{-\alpha}\right]$$

$$\text{ἢ} \quad M_t = \frac{\alpha}{\alpha-1} \cdot \frac{x_2^{1-\alpha}-x_1^{1-\alpha}}{x_2^{-\alpha}-x_1^{-\alpha}} \quad \text{καὶ ἐπειδὴ } x_2^{1-\alpha} = \frac{1}{x_2^{1-\alpha}} \quad \text{κλπ.}$$

$$\text{τελικῶς} \quad M_t = \frac{\alpha}{\alpha-1} \cdot x_2 \frac{\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{\alpha-1}-1}{\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{\alpha}-1}$$

ἂν δὲ τεθῇ $\dfrac{x_2}{x_1} = b$, τότε

$$M_t = \frac{\alpha}{\alpha-1} \cdot x_2 \frac{b^{\alpha-1}-1}{b^{\alpha}-1}$$

Αἱ μεταβολαὶ τοῦ μερικοῦ μέσου εἰσοδήματος M_t ἐξαρτῶνται καὶ αὖθις ἐκ τῶν μεταβολῶν τοῦ α, αὐξανομένου τοῦ M_t ὅταν α ἐλαττῶται καὶ ἐλαττουμένου ὅταν α αὐξάνῃ.

VIII. ΑΝΙΣΟΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ

Αὕτη δύναται νὰ μετρηθῇ ὑπὸ τοῦ λόγου τοῦ συνόλου τῶν ἀπὸ τοῦ μέσου μέχρι τοῦ μεγίστου τῶν εἰσοδημάτων διὰ τοῦ συνόλου τῶν ἀπὸ τοῦ ἐλαχίστου μέχρι τοῦ μέσου τῶν εἰσοδημάτων τῆς θεωρουμένης κατανομῆς.

Καλοῦμεν Ε τὸ σύνολον τῶν ἀπὸ τοῦ ἐλαχίστου μέχρι τοῦ μέσου εἰσοδημάτων,

θὰ ἔχωμεν $$E = \int_{\varepsilon}^{M} yx dx = A\alpha \int_{\varepsilon}^{M} x^{-\alpha} dx = A\alpha \left[\frac{x^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right]_{\varepsilon}^{M} \quad \text{ἢ}$$

$$E = \frac{A\alpha}{1-\alpha} \left[M^{1-\alpha} - \varepsilon^{1-\alpha} \right] = \frac{A\alpha}{\alpha-1} \left[\varepsilon^{1-\alpha} - M^{1-\alpha} \right]$$

ἢ $$E = \frac{A\alpha}{\alpha-1} \left[\frac{1}{\varepsilon^{\alpha-1}} - \frac{1}{M^{\alpha-1}} \right] = \frac{A\alpha}{\alpha-1} \left[\left(\frac{M}{\varepsilon} \right)^{\alpha-1} - 1 \right] \cdot \frac{1}{M^{\alpha-1}}$$

ἀλλὰ $M = \frac{\alpha}{\alpha-1} \cdot \varepsilon$, ὅθεν $\left(\frac{M}{\varepsilon} \right)^{\alpha-1} = \left(\frac{\alpha}{\alpha-1} \right)^{\alpha-1}$

Ἔστω νῦν Ε′ τὸ σύνολον τῶν ἀπὸ τοῦ μέσου μέχρι τοῦ μεγίστου εἰσοδημάτων

$$E' = \int_{M}^{\infty} yx dx = A\alpha \int_{M}^{\infty} x^{-\alpha} dx = \frac{A\alpha}{\alpha-1} M^{1-\alpha} = \frac{A\alpha}{(\alpha-1) M^{\alpha-1}}, \quad \text{ὅθεν}$$

καλοῦντες ρ τὸν λόγον τοῦ Ε′ πρὸς Ε ἔχομεν

$$\rho = \frac{E'}{E} = \frac{A\alpha}{(\alpha-1)M^{\alpha-1}} : \frac{A\alpha}{(\alpha-1)M^{\alpha-1}} \left[\left(\frac{\alpha}{\alpha-1} \right)^{\alpha-1} - 1 \right] \quad \text{ἢ}$$

$$\rho = \frac{1}{\left(\frac{\alpha}{\alpha-1} \right)^{\alpha-1} - 1} \qquad (7\alpha)$$

ἐὰν νῦν δώσωμεν εἰς τὸ α διαφόρους τιμάς, καταρτίζομεν τὸν ἑπόμενον πίνακα

α =	1,2	1,4	1,6	1,8	2	κλπ.
ρ =	$\frac{1}{0{,}432}$	$\frac{1}{0{,}65}$	$\frac{1}{0{,}81}$	$\frac{1}{0{,}88}$	1	κλπ.
ἤτοι ρ =	2,32	1,53	1,23	1,36	1	κλπ.

Κατ᾽ἀκολουθίαν τῶν ἄνω ἡ ἀνισότης τῆς κατανομῆς τῶν εἰσοδημάτων ἐλαττοῦται, ἐφ᾽ὅσον ἡ τιμὴ τοῦ α αὐξάνει, καθίσταται δὲ ἐπὶ τοσούτῳ μικροτέρα, ὅσῳ τὸ α αὐξάνει περισσότερον.

Ὁ ἄνω πίναξ τῶν τιμῶν τοῦ ρ συναρτήσει τῶν τῆς α καθιστᾷ ἀπολύτως ἐναργὲς τὸ διατυπούμενον, χωρὶς διὰ τὴν ἀπόδειξιν ταύτην νὰ παρίσταται ἀνάγκη μείζονος κυρώσεως διὰ τοῦ μαθηματικοῦ λογισμοῦ.

IX. ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΙΣ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΩΝ

Ὁ λόγος τοῦ συνόλου τῶν εἰσοδημάτων, ἀπό τινος τάξεως εἰσοδήματος καὶ ἐφεξῆς, πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ εἰσοδήματος τούτου ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐχόντων εἰσόδημα ἀνώτερον τῆς τάξεως ταύτης, καλεῖται δείκτης συγκεντρώσεως καὶ ἀπαρτίζει ἐπίσης κριτήριον τῆς ἀνισότητος ἐν τῇ κατανομῇ.

Ὄντως, ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰσοδηματιῶν οἵτινες ἔχουσιν εἰσόδημα ἀνώτερον τοῦ x δίδεται ὑπὸ

$$z = \frac{A}{x^\alpha} \quad \text{ἢ} \quad z = \frac{A \cdot x}{x^\alpha \cdot x} \quad \text{ἢ} \quad zx = Ax^{1-\alpha}$$

ἀλλὰ τὸ σύνολον τῶν εἰσοδημάτων τῶν ἀνωτέρων τοῦ x εἶναι

$$K = \int_x^\infty yx dx = \frac{A\alpha}{\alpha-1} x^{1-\alpha} \qquad \text{ἐπομένως}$$

$$K : Zx = \frac{A\alpha}{\alpha-1} \cdot x^{1-\alpha} : Ax^{1-\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha-1}$$

ἢ καὶ
$$\frac{K}{Z \cdot x} = \frac{\alpha}{\alpha-1}$$

τὸν ἄνω λόγον κατὰ Frechet καλοῦμεν «δείκτην συγκεντρώσεως» καὶ παριστῶμεν, διὰ τοῦ συμβόλου δ, ἤτοι

$$\delta = \frac{\alpha}{\alpha-1}$$

διαφορίζοντες τὴν ἄνω ἔκφρασιν ὡς πρὸς α λαμβάνομεν

$$d\delta = - \frac{d\alpha}{(1-\alpha)^2}$$

ἤτοι διὰ πᾶσαν αὔξησιν τοῦ α ἀντιστοιχεῖ μείωσις τοῦ δείκτου συγκεντρώσεως, ἐπὶ τοσούτῳ δὲ μεγαλυτέρα, ἐφ' ὅσον μείζων εἶναι ἡ αὔξησις τοῦ α.

X. ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ–ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΙΩΝ

Τὸ σύνολον τοῦ εἰσοδήματος ἀπὸ x_1 ἕως ∞ (μεγίστου) εἶναι ὡς γνωστὸν

$$\int_{x_1}^\infty yx dx = A\alpha \int_{x_1}^\infty x^{-\alpha} dx$$

ὁμοίως τοῦ ἀπὸ x_2 εἰς ∞

$$\int_{x_2}^{\infty} yx dx = A\alpha \int_{x_2}^{\infty} x^{-\alpha} dx$$

κατ' ἀκολουθίαν τὸ μεταξὺ x_1 καὶ x_2 περιλαμβανόμενον

$$\frac{A\alpha}{(\alpha-1)x_1^{\alpha-1}} - \frac{A\alpha}{(\alpha-1)x_2^{\alpha-1}} = \sigma(\alpha), \quad \text{ἔνθα } x_1 < x_2$$

ἤ

$$\sigma(\alpha) = \frac{A\alpha}{\alpha-1}\left[\frac{1}{x_1^{\alpha-1}} - \frac{1}{x_2^{\alpha-1}}\right] \tag{8}$$

ἐὰν x_1 καὶ x_2 παραμένωσι σταθερά, τὸ $\sigma(\alpha)$ θὰ ἐλαττῶται τοῦ α αὐξάνοντος καὶ θὰ αὐξάνῃ τοῦ α ἐλαττουμένου.

Ὄντως

$$\sigma'(\alpha) = A\left[-\frac{1}{(\alpha-1)^2}\left(x_1^{1-\alpha} - x_2^{1-\alpha}\right) + \frac{\alpha}{\alpha-1}\left(-x_1^{1-\alpha}\log x_1 + x_2^{1-\alpha}\log x_2\right)\right]$$

$$\sigma'(\alpha) = \frac{A}{(\alpha-1)^2}\left[x_2^{1-\alpha} - x_1^{1-\alpha}\right] + \frac{\alpha A}{\alpha-1}\left(x_2^{1-\alpha}\log x_2 - x_1^{1-\alpha}\log x_1\right),$$

$$\left[\text{ὅπου } \log x = \text{Νεπέρειος λογάριθμος } x\right]$$

ἤτοι «ὅταν α α ὐ ξ ά ν ῃ, τ ὸ σ ύ ν ο λ ο ν τ ῶ ν ἔ ν τ ι ν ι δ ι α σ τ ή μ α τ ι ε ἰ σ ο δ η μ ά τ ω ν ἐ λ α τ τ ο ῦ τ α ι κ α ὶ δ ὴ ἐ φ' ὅ σ ο ν ἀ ν ε ρ χ ό μ ε θ α τ ὴ ν κ λ ί μ α κ α τ ῶ ν ε ἰ σ ο- δ η μ ά τ ω ν».

Ἐὰν νῦν z_1 εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐχόντων εἰσόδημα μεῖζον τοῦ x_1, z_2 ὁ τῶν ἐχόντων εἰσόδημα μεῖζον τοῦ x_2, ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐχόντων εἰσόδημα μεταξὺ x_1 καὶ x_2 τοῦ $x_1 < x_2$, εἶναι

$$z_1 - z_2 = Ax_1^{-\alpha} - Ax_2^{-\alpha} = A\left[\frac{1}{x_1^{\alpha}} - \frac{1}{x_2^{\alpha}}\right] \tag{9}$$

ἐὰν δὲ τεθῇ ἐν τοῖς τύποις (8) καὶ (9), $x_1 = \varepsilon$ (ἐλάχιστον ἀπαιτούμενον εἰσόδημα) $x_2 = M$ (μέγιστον εἰσόδημα ὁμοίως), τὸ μέσον εἰσόδημα μεταξὺ ε καὶ M ἔσται

$$\mathcal{M} = \frac{\frac{A\alpha}{\alpha-1}\left[\frac{1}{\varepsilon^{\alpha-1}} - \frac{1}{M^{\alpha-1}}\right]}{A\left[\frac{1}{\varepsilon^{\alpha}} - \frac{1}{M^{\alpha}}\right]}$$

Τὸ $\mathcal{M}$, ὑποτιθεμένων τῶν ε καὶ M σταθερῶν καὶ τοῦ α μόνον μεταβλητοῦ, θὰ αὐξάνῃ τοῦ α ἐλαττουμένου καὶ θὰ ἐλαττῶται τοῦ α αὐξανομένου.

«Τὸ μέσον ὅθεν εἰσόδημα, κατά τι ἔτος, τὸ μεταξὺ τοῦ ἐλαχίστου καὶ μεγίστου, συνδέεται πρὸς τὴν ἀνισότητα τῆς κατανομῆς τῶν εἰσοδημάτων κατ' ἀντίστροφον λόγον».

Ἂν νῦν ὑπολογίσωμεν τὸ μέσον εἰσόδημα κατὰ τάξεις εἰσοδήματος $x_1 x_2$, $x_2\,x_3, \ldots$ $x_{\nu-1}\,x_\nu$, θὰ ἔχωμεν

$$\frac{M_1}{x_1} = \frac{\alpha}{\alpha-1}, \quad \frac{M_2}{x_2} = \frac{\alpha}{\alpha-1}, \ldots \quad \frac{M_\nu}{x_\nu} = \frac{\alpha}{\alpha-1}$$ καὶ συνεπῶς τοῦ α παραμένοντος σταθεροῦ καὶ μεταβαλλομένων τῶν M_i καὶ x_i $(i=1, 2, \ldots \nu)$ θὰ ἔχωμεν

$$\frac{dM_1}{dx_1} = \frac{\alpha}{\alpha-1}, \qquad \frac{dM_2}{dx_2} = \frac{\alpha}{\alpha-1}, \ldots\ldots$$

ἤτοι «Πᾶσαι αἱ κοινωνικαὶ τάξεις συνέχονται ἔν τε τῇ δυσπραγίᾳ καὶ ἀνθήσει» καὶ «ἐὰν τὰ εἰσοδήματα αὐξάνωνται κατὰ τὴν αὐτὴν ἔννοιαν, πᾶσαι αἱ κοινωνικαὶ τάξεις ἀλληλεγγύως ἔχονται τῆς αὐξήσεως κατὰ τὴν αὐτὴν ἔννοιαν».

Ἐκ τοῦ τύπου (7α) προκύπτει ὅτι «ἡ ἀνισότης τῆς κατανομῆς τῶν εἰσοδημάτων αὐξάνει ὅτε ὁ γενικὸς πλοῦτος αὐξάνει».

Ἐκ τοῦ τύπου (9) προκύπτει διὰ διαφορίσεως, ἂν $z_1 - z_2 = f(\alpha)$

$$f'(\alpha) = A\left[-x_1^{-\alpha}\log x_1 + x_2^{-\alpha}\log x_2\right]$$

ἢ
$$f'(\alpha) = A\left[x^{-\alpha}\log x_2 - x_1^{-\alpha}\log x_1\right] \tag{10}$$

κατ' ἀκολουθίαν ἡ σχετικὴ αὔξησις $f(\alpha) : f'(\alpha)$ ἔσται

$$\frac{f'(\alpha)}{f(\alpha)} = \frac{A\,[x_2^{-\alpha}\log x_2 - x_1^{-\alpha}\log x_1]}{A[x_1^{-\alpha} - x_2^{-\alpha}]} = \frac{x_2^{-\alpha}\log x_2 - x_1^{-\alpha}\log x_1}{x_1^{-\alpha} - x_2^{-\alpha}}$$

ἐξ ἧς ἕπεται ὅτι τοῦ α αὐξανομένου (τύπος 10) ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰσοδηματιῶν τῶν ἐν τῇ τάξει x_1 ἕως x_2 περιλαμβανομένων ἐλαττοῦται καὶ ἀντιστρόφως.

Ἐν συμπεράσματι, τὸ πρωτεῦον στοιχεῖον ἐν τῇ ἐρεύνῃ τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος τυγχάνει ἡ σταθερὰ α, πρὸς ἣν συνέχονται τὸ μέσον καὶ ἐλάχιστον εἰσόδημα, ἡ ἀνισότης τῆς κατανομῆς καὶ ὁ δείκτης συγκεντρώσεως ταύτης.

XI. ΕΛΛΗΝΙΚΟΝ ΕΘΝΙΚΟΝ ΕΙΣΟΔΗΜΑ

Παρ'ἡμῖν δυστυχῶς αἱ φορολογικαὶ στατιστικαὶ δὲν ὑπάρχουσιν ἢ μᾶλλον τὰ ὑφιστάμενα στοιχεῖα δὲν ἐμπνέουσι πλήρη ἐμπιστοσύνην, καθ'ὅσον πλεῖσται φορολογικαί, νομοθετικῶς, εὐκολίαι παρεσχέθησαν τὸ μέν, τὸ δὲ διότι ὁ ἀριθμὸς τῶν παρατηρήσεων εἶναι λίαν μικρός.

Οὕτω, διὰ τὴν συνθετικὴν φορολογίαν τοῦ ἔτους 1930--31 ὁ ἀριθμὸς τῶν φορολογουμένων εἶναι μόλις 8880 ἄτομα, ἀριθμός, ὡς εἰκός, παντελῶς ἀνεπαρκὴς διὰ στατιστικὴν ἐπεξεργασίαν.

Οὐχ ἧττον ὅμως παρὰ πάντα τὰ ἀνωτέρω καὶ οἱονεὶ πειραματικῶς ἐπεχείρησα τῆς ἐπεξεργασίας τῶν δεδομένων, παρεχομένων ὑπὸ τοῦ πίνακος Α.

Πίναξ Α

Κλῖμαξ εἰσοδημάτων	Ἀριθμὸς εἰσοδηματιῶν ἐχόντων εἰσόδημα περιλαμβανόμενον ἐν τῇ πρόσθεν στήλῃ
100.000 - 150.000	4705
150.000 - 250.000	2796
250.000 - 500.000	1090
500.000 -1.000.000	933
1.000.000-2.000.000	49
2.000.000 καὶ πλέον	7
Σύνολον	8880

Πίναξ Β

x Εἰσόδημα ἄνω τῶν	z Ἀριθμὸς εἰσοδηματιῶν ἐχόντων εἰσόδημα μεῖζον τοῦ ἐν τῇ προηγουμένῃ στήλῃ
100.000	8880
150.000	4179
250.000	1379
500.000	289
1.000.000	56
2.000.000	7

Διὰ τοῦ πίνακος Β, παραγώγου τῶν στατιστικῶν δεδομένων, καθώρισα τὰς σταθερὰς Α καὶ α, διὰ τῆς μεθόδου παρεμβολῆς τοῦ Gauchy. Οὕτω, εὗρον λογ Α= 15,66504 καὶ α= −2,33. Οὐχ ἧττον, ἐπειδὴ αἱ θεωρητικαὶ τιμαί, ἃς καθώρισα ἀκολούθως συναρτήσει τῆς ἐξισώσεως λογ z =λογ Α − α λογx, διὰ τὰς διαφόρους τοῦ x τιμάς, παρέχουσιν ἔναντι τῶν ἐκ παρατηρήσεως τιμῶν τοῦ z ἀποκλίσεις κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον σοβαράς, ἐπροτίμησα διὰ τοῦτο ἄλλην μέθοδον καθορισμοῦ αὐτῶν, μᾶλλον ἐμπειρικήν.

Οὕτω, συναρτήσει τῶν δεδομένων τοῦ πίνακος Α καθώρισα τὸ συνολικὸν εἰσόδημα ἀνερχόμενον εἰς δρ. 1.711.967.375 καὶ συναρτήσει τοῦ ἀριθμοῦ, τῶν εἰσοδηματιῶν 8880, τὸ μέσον εἰσόδημα αὐτῶν Μ = 192.789.

Ἀκολούθως, ὑποθέτοντες ὅτι ἰσχύει ὁ νόμος τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος διά τε τὰ χαμηλὰ καὶ ὑψηλὰ εἰσοδήματα, εὑρίσκομεν διὰ τοῦ τύπου

$$M = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot x$$

ὅπου Μ = 192.789, $x = 100.000$.
ὅτι $\alpha = 2{,}07$.

Πρὸς ἔλεγχον τῶν ἄνω διὰ τοῦ τύπου

$$E = \frac{A\alpha}{(\alpha - 1)x^{\alpha - 1}}$$

καθώρισα τὸ σύνολον τῶν ἀπὸ $x = 100.000$ καὶ ἄνω εἰσοδημάτων, ἀφ' οὗ προγενεστέρως διὰ τῆς σχέσεως $z = Ax^{-\alpha}$, ἔνθα $x = 100.000$, $z = 8880$ καὶ $\alpha = 2{,}07$ ὑπελόγισα τὴν τιμὴν τοῦ Α εὑρεθεῖσαν ἴσην πρὸς λογ Α = 14, 2984130.

Οὕτω τὸ σύνολον τῶν εἰσοδημάτων εὑρέθη Ε = 1711.966.520.

Ἐν συνεχείᾳ καθώρισα τὸ ἐλάχιστον εἰσόδημα ὁλοκλήρου τοῦ πληθυσμοῦ $\varepsilon = 4163$ δρ. διὰ τοῦ τύπου $\Pi = \frac{A}{x^{\alpha}}$, ὅπου Π = 6.400.000 ὁ πληθυσμὸς τῷ 1930.

Συναρτήσει τῶν α καὶ ε ὑπελόγισα εἶτα τὸ μέσον εἰσόδημα ὁλοκλήρου τοῦ πληθυσμοῦ διὰ τῆς σχέσεως

$$M = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot \varepsilon = 8022 \quad .$$

Ἐπ' εὐκαιρίᾳ δέον νὰ τονισθῇ ὅτι ὁ κ. Π. Ρεδιάδης ἐν τῇ ἐκθέσει αὐτοῦ ὡς εἰσηγητοῦ τῆς μειοψηφίας εἰς τὸν προϋπολογισμὸν 1930-31 ὑπολογίζει τὸ μὲν μέσον εἰσόδημα εἰς 72 δολλάρια, τὸ δὲ ἐλάχιστον εἰς 60,2 δολλάρια, δεχόμενος ἐν πάσῃ περιπτώσει ὅτι τοῦτο δὲν δύναται νὰ ᾖ κατώτερον τοῦ διὰ τὴν Ἰταλίαν ὡς κατωτάτου θεωρουμένου τῶν 48 δολλαρίων.

Ὅθεν κατὰ τοὺς ὑπολογισμούς μου τὸ ἐλάχιστον συντηρήσεως εἶναι 54 δολ. ἀντὶ 60,2 τοῦ κ. Π. Ρεδιάδου καὶ τὸ μέσον εἰσόδημα δρχ. 104,18 ἀντὶ 72.

Ἑπομένως τὸ μὲν Ὁλικὸν Ἐθνικὸν Εἰσόδημα ἀνέρχεται εἰς δραχμὰς σταθεροποιήσεως 51.340.800.000, ὁ δὲ φαινόμενος ὁλικὸς ἐθνικὸς πλοῦτος εἰς δρ. σταθεροποιήσεως $K=855.680.000.000$, ὑπολογισθεὶς διὰ τοῦ τύπου $K=\frac{E}{i}$, ἔνθα $i=6\,\%$ ὁ τόκος κεφαλαιοποιήσεως, $E=51.340.800.000$, τὸ Ἐθνικὸν εἰσόδημα.

Ἡ ἀνισότης τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος δίδεται ὑπὸ

$$\rho=\frac{E}{E'}=\frac{1}{\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1}-1}=0{,}982 \quad \text{ἢ}$$

$$\frac{E+E'}{E'}=\frac{1{,}982}{1} \quad \text{ἢ} \quad \frac{E'}{E+E'}=\frac{1}{1{,}982}$$

ἀλλὰ $E+E'=51.340.800.000$, ὅθεν

$$\left.\begin{aligned} E' &= 25.903.128.153 \\ E &= 25.437.671.847 \end{aligned}\right\} = 51.340.800.000$$

Τὸ ἀνωτέρω ὅμως εὑρεθὲν ποσὸν ὡς ἐθνικὸν εἰσόδημα εἶναι ὄντως ἄραγε τὸ πραγματικόν; Προλαβόντες ἐτονίσαμεν ὅτι τὰ δεδομένα τῆς φορολογικῆς στατιστικῆς εἶναι ὅλως ἀνεπαρκῆ, ὅπως στηρίξωσιν ἀδιάσειστον στατιστικὴν ἔρευναν, οὐχ ἧττον ὅμως, ἐπειδὴ διὰ τὸ ἔτος 1926, τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα λαμβάνεται, ἐπὶ βάσει σχετικῆς ἐργασίας τοῦ κ. Ξ. Ζολώτα, Καθηγητοῦ τοῦ Ἐθνικοῦ Πανεπιστημίου, ἴσον πρὸς 47.000.000 000, ἡ παραδοχὴ τοῦ παρ' ἐμοῦ καθορισθέντος ποσοῦ τῶν 51.340.800.000 ὡς ἐθνικοῦ εἰσοδήματος διὰ τὸ ἔτος 1930 θὰ ἦγεν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα ἀπὸ τοῦ ἔτους 1926 ηὔξανεν ἐτησίως κατὰ 1,477%, ποσοστὸν ἀσφαλῶς ὄχι ὑπερβολικόν.

Ἐὰν νῦν δεχθῶμεν ὅτι τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα διὰ τὸ ἔτος 1926 εἶναι τὸ καθορισθὲν ὑπὸ τοῦ κ. Ξ. Ζολώτα, ὁμοίως διὰ τὸ ἔτος 1930 τὸ παρ' ἐμοῦ ὑπολογισθέν, ἀποβλέψωμεν ἐξ ἄλλου καὶ πρὸς τὴν ἐν τῷ μεταξὺ ἐπισυμβᾶσαν αὔξησιν τοῦ πληθυσμοῦ, βλέπομεν ὅτι ἐνῷ ὁ πληθυσμὸς ηὔξανεν ἐτησίως κατὰ 0,939% τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα ηὔξανεν ἐκ παραλλήλου κατὰ 1,477 $^0/_0$ δηλ. τὸ τελευταῖον τοῦτο ηὔξανε ταχύτερον τοῦ πληθυσμοῦ. Ἡ διαπιστουμένη ἄποψις συμβιβάζεται ἄλλως τε πρὸς τὰ πράγματα, διότι ἐν ἐναντίᾳ περιπτώσει ἀλλοία θὰ ἦτο ἡ οἰκον. κατάστασις τοῦ πληθυσμοῦ διὰ τὸ 1930.

Ὅσον ἀφορᾷ νῦν τὴν φορολογικὴν ἐπιβάρυνσιν, αὕτη κατὰ μὲν τὸν κ. Ξ. Ζολώταν ἀνέρχεται εἰς 8.891.000.000 κατὰ δὲ τὸν κ. Π. Ῥεδιάδην εἰς 9.662.000.000 ἄνευ τῶν Δημοτικῶν κλπ. φόρων, ὑπολογιζομένων τούτων ὑπὸ τοῦ δευτέρου λεπτομερῶς ἐν τῇ ἐκθέσει τῆς μειοψηφίας ἐπὶ τοῦ προϋπολογισμοῦ 1930-31 εἰς 2.000.000.000. Ἐὰν ὅθεν δεχθῶμεν τὴν μέσην τῶν ἀπόψεων τῶν τῶν κ.κ. Ζολώτα καὶ Ῥεδιάδη, τὸ σύνολον τῶν εἰς βάρος τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος εἰσφορῶν ἀνέρχεται εἰς 11.250.000.000. Τὸ φορολογικὸν βάρος τότε δίδεται ὑπὸ

$$\varphi = \frac{\Phi}{E-\varepsilon} = \frac{11.250.000.000}{24.697.600.000} = 45,55\ ^0/_0$$

ἔνθα $\Phi = 11.250.000.000$, Σύνολον Φορολογίας
$E = 51.340.800.000$, Ἐθνικὸν Εἰσόδημα
$\varepsilon = 41 \times 63.640\,000 = 26.643.200.000$ Ἐλάχιστον συντηρήσεως.

Ἐὰν τοὐναντίον θεωρήσωμεν τὴν φοροπίεσιν παρεχομένην ὑπὸ τοῦ λόγου τῶν φόρων πρὸς τὸ ὁλικὸν ἐθνικὸν εἰσόδημα, τότε αὕτη ἀνέρχεται εἰς 21,91 $^0/_0$ τούτου, ποσοστὸν ὡς εἰκὸς καὶ ἐν τῇ εὐνοϊκῇ ταύτῃ περιπτώσει ὅλως δυσβάστακτον, δεδομένου ὅτι αὕτη δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνῃ τὰ 14 $_0/^0$, ὅτε τὸ σύνολον τῶν φόρων θὰ ἔδει νὰ ἀνήρχετο εἰς 7.200.000.000.

Ἐπειδὴ δὲ ἐκ τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος δημιουργεῖται τὸ παραγωγικὸν κεφάλαιον καὶ τὸ πρὸς ἀναδημιουργίαν τῶν φθειρομένων κεφαλαίων τοιοῦτον, τὸ ἄθροισμα τούτων Π θὰ ἰσῶται πρὸς

$$\Pi = E-(\Phi+\varepsilon) = 13.447.600.000.$$

Κατ' ἀκολουθίαν καταλήγομεν ὅτι τὸ ἐθνικὸν εἰσόδημα τοῦ 1930 διετέθη ὡς ἕπεται

Διὰ	κατανάλωσιν	(ἐλ. συντηρήσεως) τὰ	51.88 $^0/_0$
Διὰ	φορολογίαν	»	21,91 $^0/_0$
Διὰ	νέον κεφάλαιον	»	26,21 $^0/_0$

Κατὰ τὸν πίνακα τοῦ κ. Ξ. Ζολώτα (σελὶς 100. Νομισματικὴ σταθεροποίησις, σελὶς 29. Φορολογικὴ ἐπιβάρυνσις) ἡ Ἑλλὰς εἶναι μία τῶν βαρύτερον φορολογουμένων χωρῶν τοῦ Κόσμου.

Τὰ ἀνωτέρω ὅμως, ἀναγκαζόμεθα καὶ αὖθις νὰ προσθέσωμεν τοῦτο, δὲν πρέπει νὰ θεωρηθῶσιν ὡς ἀπολύτως ἀκριβῆ, ἀλλὰ δέον νὰ ληφθῶσι μόνον ὡς εἷς δείκτης προσεγγίζων, καθ'ὅσον τὰ στοιχεῖα ἐφ'ὧν ἐστηρίχθημεν δὲν παρέχουσι τὴν ἀπόλυτον βεβαιότητα ὅτι ἐξεικονίζουσι πιστότατα τὴν ὅλην πραγματικότητα.

Πάντως, ἀνεξαρτήτως ὅλων τῶν ἄλλων, ἓν προκύπτει, ὅτι δηλ. τὸ Ἐθνικὸν εἰσόδημα ὑφίσταται φορολογικὴν ἐπιβάρυνσιν δυσβάστακτον. Πρὸς διαπίστωσιν δὲ τούτου παρέλκει οἱαδήποτε στατιστικὴ ἔρευνα, ἐφ'ὅσον λίαν εὐγλώττως λαλοῦσιν οἱ ἰσχύοντες φορολογικοὶ συντελεσταί.

K. A. 'Αθανασιάδης

Ὑποπλοίαρχος Οἰκ. Π. Ν.
Τμημ. Στατιστικῆς Γεν. Ἐπιτελείου Π. Ν.
Καθηγητὴς Ν. Σχολῆς Δοκίμων