

Σχετικά με το Τυπικό Υποσύστημα*

του
Κώστα Γόγολου**

I. Το θέμα

Στα πλαίσια της σραφφαϊκής και της νεοκλασικής θεωρίας επικρατεί η άποψη ότι δεδομένης μιας γραμμικής τεχνικής παραγωγής, τα ονομαστικά μεγέθη τα οποία προκύπτουν για δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο) και δεδομένο μέτρο των τιμών είναι χαρακτηριστικά μεγέθη της τεχνικής. Οι τιμές δηλαδή που προκύπτουν από ένα σύστημα παραγωγής το οποίο χρησιμοποιεί την εν λόγω τεχνική χαρακτηρίζουν όχι μόνο αυτό το σύστημα παραγωγής, αλλά και όλα τα συστήματα παραγωγής που χρησιμοποιούν την τεχνική αυτή.

Σε αντίθεση ωστόσο με αυτή την άποψη, θα αποδείξουμε ότι τόσο η $w-r$ σχέση όσο και οι σχετικές και οι απόλυτες τιμές που προκύπτουν στα πλαίσια μιας δεδομένης γραμμικής τεχνικής για δεδομένο μέτρο των τιμών, δεν είναι χαρακτηριστικά μεγέθη της εν λόγω τεχνικής, αλλά χαρακτηριστικά μεγέθη του *τυπικού υποσυστήματος*. Τυπικό υποσύστημα καλούμε ένα σύστημα παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί ως τεχνική παραγωγής την υπό θεώρηση τεχνική και ως καθαρό προϊόν παράγει το *τυπικό εμπόρευμα*. Τυπικό εμπόρευμα ονομάζουμε εκείνο το εμπόρευμα (ή το καλάθι εμπορευμάτων), η τιμή του οποίου ορίζεται αυθαίρετα από την *εξίσωση τυποποίησης* των σχετικών τιμών. Ως γνωστόν, το μέτρο των τιμιακών μεγεθών, τα οποία προσδιορίζονται στα πλαίσια των γραμμικών τεχνικών παραγωγής, είναι άγνωστο και προσδιορίζεται μόνο έπειτα από την εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης. Δια της εξίσωσης τυποποίησης, συγκεκριμένα, η τιμή του τυπικού εμπορεύματος τίθεται ίση με μια θετική σταθερά, της οποίας η διάσταση είναι: μονάδες πλασματικού χρήματος ανά μονάδα τυπικού εμπορεύματος¹. Κατ' αυτόν τον τρόπο

* Για ορισμένες εύστοχες παρατηρήσεις ευχαριστώ δύο ανώνυμους κριτές.

** Διδάκτορας του Τμήματος Δημόσιας Διοίκησης του Παντείου Πανεπιστημίου.

1. Οι έννοιες “τυπικό εμπόρευμα” και “τυπικό υποσύστημα” έχουν εισαχθεί στη διεθνή βιβλιογραφία το 1983 από τον Γ. Σταμάτη. Βλέπε Stamatīs (1983) κεφ II, IV.

εισάγεται το πλασματικό χρήμα στο υπόδειγμα και καθίσταται, έτσι, δυνατός ο προσδιορισμός όλων των τιμιακών μεγεθών.

Η ανάπτυξη που ακολουθεί τίθεται στα πλαίσια των τεχνικών απλής παραγωγής και κατανέμεται στα Μέρη II, III, IV, V, VI. Ειδικότερα:

- Στο Μέρος II αναλύουμε το σύστημα των τιμών όταν σ' αυτό δεν έχει εισαχθεί εξίσωση τυποποίησης. Κατά την ανάλυση αυτή διερευνούμε το επίπεδο των σχετικών τιμών συναρτήσει του ποσοστού κέρδους. Στη συνέχεια, εκθέτουμε και αναλύουμε την έννοια της εξίσωσης τυποποίησης καθώς και το πώς η εξίσωση τυποποίησης οδηγεί στο προσδιορισμό της $w-r$ -σχέσης, της σχέσης δηλαδή του ποσοστού κέρδους με το ονομαστικό ωρομίσθιο.
- Στο Μέρος III εκθέτουμε την έννοια του τυπικού υποσυστήματος. Πιο συγκεκριμένα, δείχνουμε πώς προσδιορίζεται το τυπικό υποσύστημα μιας δεδομένης τεχνικής στην οποία έχει εισαχθεί μια εξίσωση τυποποίησης και πώς το τυπικό υποσύστημα διαφέρει από την ίδια την τεχνική. Έκθέτουμε επίσης την άποψη των νεορικαρδιανών και των νεοκλασικών ότι η $w-r$ -σχέση, η οποία προκύπτει στα πλαίσια μιας γραμμικής τεχνικής για δεδομένη τυποποίηση, είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της ίδιας της υπό θεώρηση τεχνικής.
- Στο Μέρος IV αναλύουμε τους παράγοντες που προσδιορίζουν την $w-r$ -σχέση στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής. Κατά την ανάλυση αυτή δείχνουμε ότι η $w-r$ -σχέση, τόσο ως προς την θέση της όσο και ως προς την κλίση της, προσδιορίζεται από χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος. Επίσης, δείχνουμε ότι, για κάθε τυπικό εμπόρευμα, το τυπικό υποσύστημα από πλευράς τεχνικής χρησιμοποιεί πάντα ολόκληρη την υπό θεώρηση τεχνική και όχι μέρος της.
- Στο Μέρος V αναπτύσσουμε την $w-r$ -σχέση και τις τιμές (σχετικές και απόλυτες) στα πλαίσια διασπώμενων τεχνικών. Κατά την ανάπτυξη αυτή δείχνουμε ότι στις διασπώμενες τεχνικές το τυπικό υποσύστημα και οι υπό θεώρηση τεχνικές, για ορισμένα τυπικά εμπορεύματα, ενδέχεται να μη συμπίπτουν και ότι μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος η $w-r$ -σχέση μεταβάλλεται όχι μόνο ως προς την κλίση της αλλά και ως προς τη θέση της. Δείχνουμε επίσης ότι οι μηδενικές και οι αρνητικές τιμές, οι οποίες ενδέχεται να προκύψουν για ορισμένες τιμές του ποσοστού κέρδους, δεν είναι τίποτε άλλο παρά εκείνες οι μαθηματικές συνθήκες, οι

οποίες πρέπει να ικανοποιούνται, ώστε το ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος να μπορεί να αναχθεί και σε γενικό ποσοστό κέρδους της ίδιας της υπό θεώρηση τεχνικής.

- Τέλος, στο Μέρος VI συνοψίζουμε τα συμπεράσματα της ανάλυσης και επιστούμε την προσοχή στις συνέπειες αυτών συμπερασμάτων για τη θεωρία των γραμμικών συστημάτων παραγωγής. Η απόδειξη ότι τα τιμιακά μεγέθη, τα οποία προκύπτουν στα πλαίσια γραμμικών συστημάτων παραγωγής, εξαρτώνται από το μέτρο των τιμών και το τυπικό υποσύστημα σημαίνει την αδυναμία των γραμμικών συστημάτων παραγωγής να παραστήσουν το χρήμα ως ουδέτερο μέτρο των τιμών.

II. Το σύστημα προσδιορισμού των τιμών παραγωγής

Έστω η παραγωγική τεχνική απλής παραγωγής $[A, L]$, όπου A μια $n \times n$ (ημι)θετική² μήτρα και L ένα αυστηρά θετικό διάνυσμα διάστασης $1 \times n$. Παραγωγική τεχνική απλής παραγωγής ονομάζουμε την τεχνική απλής παραγωγής, η οποία προκειμένου να παράγει ένα οποιοδήποτε θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν παράγει ένα θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν. Η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας A μιας παραγωγικής τεχνικής απλής παραγωγής είναι πάντα μικρότερη της μονάδας³. Οι τιμές παραγωγής της εν λόγω τεχνικής προσδιορίζονται από το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$p[I - (1 + r)A] = wL \quad (1)$$

όπου p το $1 \times n$ διάνυσμα των τιμών, w το ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο και r το ενιαίο ποσοστό κέρδους.

Το σύστημα αυτό είναι ένα σύστημα n εξισώσεων με $n + 2$ αγνώστους, για το οποίο ισχύουν τα εξής:

- Αν $w = 0$, τότε $p_i [I - (1 + R_i)A] = 0$, με $i = 1, 2, \dots, n$, όπου p_i το ιδιοδιάνυσμα της μήτρας A , το οποίο αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή λ_i^A , και $R_i = \frac{1 - \lambda_i^A}{\lambda_i^A}$.

Το ποσοστό κέρδους που αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας A

2. Θα λέμε ότι μια μήτρα (ένα διάνυσμα) είναι θετική (-ό) όταν κάθε στοιχείο της (του) είναι θετικό. Αντιστοίχως, θα λέμε ότι μια μήτρα (ένα διάνυσμα) είναι ημιθετική (-ό) όταν έχει και θετικά και μηδενικά στοιχεία.

3. Για κάθε θετική ή ημιθετική μήτρα A , η μέγιστη ιδιοτιμή της οποίας είναι μικρότερη της μονάδας, ισχύει $(I - A)^{-1} \geq 0$. Η μήτρα $(I - A)^{-1}$ δηλαδή είναι θετική ή ημιθετική.

θα το συμβολίζουμε με R , $R = \frac{1 - \lambda_m^A}{\lambda_m^A}$.

• Αν $w > 0$, τότε:

1. για κάθε r , $r \in [0, R)$, σύμφωνα με τα θεωρήματα των Perron-Frobenius⁴, ισχύει $[I - (1 + r)A]^{-1} \geq 0$ ⁵. Ως εκ τούτου, δεδομένου ότι $L > 0$, έπεται $p = wL[I - (1 + r)A]^{-1} > 0$.

2. Για $r = R$ έχουμε $p[I - (1 + r)A] = wL \Rightarrow p\underline{X} \frac{(R-r)}{(1+R)} = wL\underline{X} \Rightarrow 0p\underline{X} =$

$wL\underline{X}$, με $wL\underline{X} > 0$ ⁶, όπου \underline{X} το δεξιό ιδιοδιάνυσμα της μήτρας A που αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της. Η ισότητα όμως $0p\underline{X} = wL\underline{X}$, όπου $wL\underline{X} > 0$, ικανοποιείται μόνο στην περίπτωση που τουλάχιστον μία από τις συνιστώσες του p τείνει στο συν-πλην άπειρο. Περαιτέρω διερεύνηση μας δείχνει ότι στις μη διασπώμενες τεχνικές όλες οι τιμές τείνουν στο συν-πλην άπειρο. Αντιθέτως, στις διασπώμενες τεχνικές οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων μπορούν να είναι θετικές, ενώ στο συν-πλην άπειρο τείνουν μόνον οι τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων⁷.

3. $\forall r, r \in (R, +\infty)$, ο παράγοντας $\frac{(R-r)}{(1+R)}$ της παράστασης $p\underline{X} \frac{(R-r)}{(1+R)} =$

$= wL\underline{X}$ ⁸ είναι αρνητικός, ως εκ τούτου έπεται ότι το διάνυσμα των τιμών πρέπει να έχει τουλάχιστον και μία αρνητική συνιστώσα, πρέπει να ισχύει δηλαδή $p \not\geq 0$ ⁹.

4. Βλέπε το παράρτημα του Pasinetti (1977).

5. Όταν με το σύμβολο ≥ 0 ($=0$) αναφερόμαστε σε μήτρες και διανύσματα, εννοούμε ότι οι μήτρες αυτές και τα διανύσματα είναι θετικά ή ημιθετικά (μηδενικά). Επίσης, όταν με το σύμβολο > 0 αναφερόμαστε σε μήτρες και διανύσματα, εννοούμε ότι οι μήτρες αυτές και τα διανύσματα είναι θετικά.

6. Βλέπε Bidard (1986) και Μαριόλης (1992), (1993), κεφ. 4.

7. Στις μη διασπώμενες τεχνικές θα αναφερθούμε στην υποσημείωση 9 που εισάγεται στο σημείο 3. Στις διασπώμενες τεχνικές θα αναφερθούμε κατά την ανάλυση του Μέρους V.

8. Βλέπε υποσημείωση 4.

9. Θα δείξουμε ότι όταν στις μη διασπώμενες τεχνικές το ποσοστό κέρδους τείνει στο R και το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι θετικό, οι τιμές όλων των εμπορευμάτων τείνουν στο συν-πλην άπειρο.

- Για κάθε δεδομένο $r, r < R$, το σύστημα των τιμών δύναται να προσδιορίσει μόνο τις σχετικές τιμές παραγωγής. Αυτό συμβαίνει γιατί ισχύουν και οι ακόλουθες συνεπαγωγές:

$$A) \text{ για } w > 0, \lim_{r \rightarrow R^+} p = \lim_{r \rightarrow R^+} wL[I + (1+r)A + (1+r)^2 A^2 + \dots] = +\infty.$$

Συνεπώς, οι συνιστώσες του p , οι οποίες τείνουν στο πλην άπειρο, τείνουν στο πλην άπειρο μόνο όταν το ποσοστό κέρδους τείνει στο R από δεξιά.

B) για την τιμή ενός οποιουδήποτε εμπορεύματος ισχύει

$$p_i = w \frac{\det f^i(L, [I - (1+r)A])}{\det [I - (1+r)A]}$$

όπου $f^i(L, [I - (1+r)A])$ η μήτρα που προκύπτει όταν από την μήτρα $[I - (1+r)A]$ αφαιρέσουμε την γραμμή i και στην θέση της θέσουμε το διάνυσμα της εργασίας. Προφανώς, για $r > R$ και $r \neq \frac{1 - \lambda_i^A}{\lambda_i^A}$, η τιμή p_i είναι μονοσήμαντα προσδιορισμένη. Δεδομένης όμως της τιμής ενός εμπορεύματος, έστω του i , όπως αυτή προσδιορίζεται από την παραπάνω παράσταση, το σύστημα των τιμών μπορούμε να το γράψουμε και ως εξής:

$$\begin{pmatrix} (n-i) \\ p \end{pmatrix} [I - (1+r)A] = w L + p \Delta$$

όπου $\begin{pmatrix} (n-i) \\ p \end{pmatrix}$ εκείνο το διάνυσμα των τιμών, το οποίο προκύπτει όταν από το αρχικό διάνυσμα των p διαγράψουμε την συνιστώσα i ,

$[I - (1+r)A]$ εκείνη η μήτρα, η οποία προκύπτει όταν από την μήτρα $[I - (1+r)A]$ διαγράψουμε την γραμμή και την στήλη i ,

L το διάνυσμα που προκύπτει όταν από το διάνυσμα L διαγράψουμε την συνιστώσα i ,

Δ ένα $1 \times \kappa$, με $\kappa = n - 1$, διάνυσμα, το οποίο προκύπτει από την μήτρα $(1+r)A$ όταν διαγράψουμε την i στήλη αυτής και όλες τις γραμμές αυτής, εκτός της i .

Επειδή μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας A είναι αύξουσα συνάρτηση των στοιχείων της, έπεται ότι στη μήτρα $\begin{pmatrix} (n-i) \\ A \end{pmatrix}$ αντιστοιχεί μια μικρότερη μέγιστη ιδιοτιμή, αφού η τελευταία είναι υπομήτρα της A .

Το τελευταίο όμως σημαίνει ότι για $r, \frac{1 - \lambda_m^A}{\lambda_m^A} < r < \frac{1 - \lambda_m^A}{\lambda_m^A}$, υπάρχει η αντίστροφη

$$\begin{pmatrix} (n-i) \\ [I - (1+r)A] \end{pmatrix}^{-1}$$

Προφανώς για την εν λόγω αντίστροφη ισχύει επίσης $\begin{pmatrix} (n-i) \\ [I - (1+r)A] \end{pmatrix}^{-1} \geq 0$.

$$p[I - (1 + r)A] = wL \Rightarrow \frac{p}{w} = L[I - (1 + r)A]^{-1} \quad (2)$$

$$p[I - (1 + r)A] = wL \Rightarrow \frac{p_i}{p_j} = \frac{L[I - (1 + r)A]^{-1} s_i}{L[I - (1 + r)A]^{-1} s_j}, \quad (3)$$

όπου s_j (s_i) ένα διάνυσμα στήλης, στο οποίο το j -οστό (i -οστό) στοιχείο είναι ίσο με την μονάδα ενώ κάθε άλλο στοιχείο είναι ίσο με μηδέν.

Προφανώς η (2) ισχύει και για κάθε r , $r \neq R_i$. Επίσης η (3) ισχύει και για $r > R$ υπό τον όρο ότι $L[I - (1 + r)A]^{-1} s_j \neq 0$.

Να σημειωθεί εδώ ότι αν η μήτρα A είναι μη διασπώμενη, τότε για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο προκύπτει ένα μόνο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους. Κι αυτό γιατί στις μη διασπώμενες θετικές ή ημιθετικές τετράγωνες μήτρες μόνο ένα ιδιοδιάνυσμα $-$ τιμών $-$ p είναι θετικό. Συγκεκριμένα, θετικό ιδιοδιάνυσμα p είναι μόνο αυτό που αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της εν λόγω μήτρας. Όλα τα υπόλοιπα ιδιοδιανύσματα εμπεριέχουν και αρνητικές συνιστώσες.

Αντιθέτως, στην περίπτωση που η μήτρα A είναι διασπώμενη, τότε για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο είναι δυνατόν να προκύψουν τόσο αυστηρώς θετικά ιδιοδιανύσματα όσο και ημιθετικά. Έτσι λ.χ. στην περίπτωση που διερευνούμε μια τεχνική απλής παραγωγής, στην οποία η μήτρα A είναι της μορ-

φής $A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$, όπου A_{11} , A_{22} δύο τετράγωνες μη διασπώμενες θετικές

Για το όριο του διανύσματος των τιμών ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\lim_{r \rightarrow R^-} p^{(n-i)} = \lim_{r \rightarrow R^-} w L^{(n-i)} [I - (1 + r)A]^{-1} + \lim_{r \rightarrow R^-} p_i \Delta^{(n-i)} [I - (1 + r)A]^{-1}$$

Αν $\lim_{r \rightarrow R^-} p_i = +\infty$, τότε για κάθε συνιστώσα του $p^{(n-i)}$ ισχύει $\lim_{r \rightarrow R^-} p^{(n-i)} = +\infty$. Αυτό όμως είναι

άτοπο, αφού ξέρουμε ότι τουλάχιστον μία συνιστώσα του p τείνει στο πλην άπειρο.

Αν $\lim_{r \rightarrow R^-} p_i = 0$, τότε $\lim_{r \rightarrow R^-} p^{(n-i)} = \lim_{r \rightarrow R^-} w L^{(n-i)} [I - (1 + r)A]^{-1} > 0$. Το τελευταίο είναι και αυτό

άτοπο, αφού όπως είπαμε ότι τουλάχιστον μια συνιστώσα του p είναι αρνητική.

Αν $\lim_{r \rightarrow R^-} p_i = -\infty$, τότε για κάθε συνιστώσα του $p^{(n-i)}$ ισχύει $\lim_{r \rightarrow R^-} p^{(n-i)} = -\infty$. Η περίπτωση

αυτή είναι η μόνη που μπορεί να ισχύει.

ή ημιθετικές υπομήτρες, και ως εκ τούτου παράγονται και μη βασικά εμπορεύματα που εισέρχονται στην παραγωγή όλων των μη βασικών εμπορευμάτων, για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο έχουμε ένα σύστημα εξισώσεων της ακόλουθης μορφής:

$$p_I [I_{11} - (1 + r)A_{11}] = 0 \quad (4)$$

$$p_{II} [I_{22} - (1 + r)A_{22}] = (1 + r) p_I A_{12} \quad (5)$$

- όπου: p_I ένα διάνυσμα, τα στοιχεία του οποίου δηλώνουν τις τιμές των βασικών εμπορευμάτων,
 p_{II} ένα διάνυσμα, τα στοιχεία του οποίου δηλώνουν τις τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων,
 I_{11} μια μοναδιαία μήτρα, η οποία έχει την ίδια διάσταση με τη μήτρα A_{11} , και
 I_{22} μια μοναδιαία μήτρα, η οποία έχει την ίδια διάσταση με τη μήτρα A_{22} .

Για ένα τέτοιο σύστημα τιμών ισχύουν τα ακόλουθα:

a) Έστω ότι $\lambda_m^{A_{11}} > \lambda_m^{A_{22}}$. Στην περίπτωση αυτή

i. Αν $r = R_1 = \frac{1 - \lambda_m^{A_{11}}}{\lambda_m^{A_{11}}}$, το διάνυσμα των τιμών μπορεί να είναι ή αυστηρά θετικό ή μηδενικό. Ως εκ τούτου, για την εν λόγω τιμή του ποσοστού κέρδους, οι σχετικές τιμές είναι ή αυστηρά θετικές ή δεν ορίζονται.

ii. Αν $r = R_2 = \frac{1 - \lambda_m^{A_{22}}}{\lambda_m^{A_{22}}}$, το διάνυσμα των τιμών μπορεί να είναι ή μηδενικό ή ημιθετικό ή να έχει μηδενικές και αρνητικές συνιστώσες. Ως εκ τούτου, αν εξαιρέσουμε εδώ το μηδενικό διάνυσμα ως μη έχων οικονομικό νόημα, το διάνυσμα των σχετικών τιμών είναι ημιθετικό.

b) Έστω ότι $\lambda_m^{A_{11}} < \lambda_m^{A_{22}}$. Στην περίπτωση αυτή

i. Αν $r = R_1$ το διάνυσμα p_I μπορεί να είναι ή αρνητικό ή θετικό ή μηδενικό, παράλληλα το διάνυσμα p_{II} μπορεί να είναι ή ημιαρνητικό ή μηδενικό. Πιο συγκεκριμένα, όταν το p_I είναι μηδενικό, τότε μηδενικό είναι και το p_{II} , ενώ όταν το p_I είναι θετικό (αρνητικό) τότε το p_{II} έχει τουλάχιστον και μια αρνητική (θετική) συνιστώσα.

ii. Αν $r = R_2 = \frac{1 - \lambda_m^{A_{22}}}{\lambda_m^{A_{22}}}$, το διάνυσμα p_I μπορεί να είναι ή θετικό ή αρνητικό ή μηδενικό, παράλληλα το p_{II} μπορεί να είναι ή απροσδιόριστο ή θετικό ή αρνητικό. Πιο συγκεκριμένα, όταν το p_I είναι είτε θετικό είτε αρνητικό, το p_{II} είναι απροσδιόριστο, ενώ όταν το p_I είναι μηδενικό το p_{II} είναι ή θετικό ή αρνητικό.

- c) Έστω ότι $\lambda_m^{A_{11}} = \lambda_m^{A_{22}}$. Στην περίπτωση αυτή, αν $r = R_2 = R_1$, διακρίνουμε τις ακόλουθες δύο υποπεριπτώσεις: α) την υποπερίπτωση που το p_I είναι θετικό ή αρνητικό και β) την υποπερίπτωση που το p_I είναι μηδενικό. Στην πρώτη υποπερίπτωση το p_{II} καθίσταται απροσδιόριστο ενώ στην δεύτερη είτε θετικό είτε αρνητικό.
- d) Από τις αναλύσεις αυτές, διαπιστώνουμε ότι στην γενική περίπτωση τα τεχνικά δεδομένα της παραγωγής όχι μόνο αδυνατούν να οδηγήσουν σε απόλυτες τιμές, (πράγμα που είναι, βέβαια, αναμενόμενο από λογική άποψη), αλλά αδυνατούν επίσης να οδηγήσουν και σε μονοσήμαντα προσδιορισμένες σχετικές τιμές. Είδαμε ότι οι διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής που παράγουν και μη βασικά εμπορεύματα, τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή τους, αδυνατούν, για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο να μας οδηγήσουν τόσο σε μονοσήμαντα προσδιορισμένες μη αρνητικές σχετικές τιμές όσο και σε ένα μονοσήμαντα προσδιορισμένο ποσοστό κέρδους.¹⁰ Σε ένα πρώτο στάδιο ανάλυσης προκύπτει επίσης ότι ο προσδιορισμός της τιμής ενός εμπορεύματος καθορίζει επιπρόσθετα και τις σχετικές τιμές της τεχνικής και όχι μόνο το επίπεδο των απόλυτων τιμών. Συγκεκριμένα είδαμε ότι όταν $\lambda_m^{A_{11}} = \lambda_m^{A_{22}}$ και $r = R_2 = R_1$ τότε, αν $p_I > 0$, το p_{II} καθίσταται απροσδιόριστο, ενώ, αν το p_I είναι μηδενικό, το p_{II} καθίσταται είτε θετικό είτε αρνητικό. Ως εκ τούτου αν έχουμε μια τεχνική απλής παραγωγής, η οποία παράγει ένα μόνο βασικό εμπόρευμα και ένα μόνο μη βασικό εμπόρευμα που εισέρχεται στην παραγωγή του και για την οποία επιπρόσθετα ισχύει $\lambda_m^{A_{11}} = \lambda_m^{A_{22}}$, τότε για $r = R_2 = R_1$ και για θετική τιμή του βασικού εμπορεύματος η σχετική τιμή του μη βασικού εμπορεύματος σε όρους του βασικού εμπορεύματος είναι απροσδιόριστη. Αντιθέτως για $r = R_2 = R_1$ και θετική τιμή του μη βασικού εμπορεύματος η σχετική τιμή του βασικού εμπορεύματος σε όρους του μη βασικού εμπορεύματος είναι μηδενική.

10. Βλέπε Βουγιουκλάκης / Μαριόλης (1993).

Για τον προσδιορισμό απόλυτων τιμών εισάγουμε στο σύστημα των τιμών μια επιπρόσθετη εξίσωση, η οποία καλείται *εξίσωση τυποποίησης*. Η εξίσωση τυποποίησης είναι μια εξίσωση της μορφής¹¹

$$d_1 p_1 + d_2 p_2 + \dots + d_n p_n + d_{n+1} w = \alpha \quad (6)$$

με $d^T = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T \geq 0$,

$$d_{n+1} \geq 0$$

$$(d^T, d_{n+1}) \geq 0$$

Όπου d_i , με $i = 1, 2, \dots, n$, μια ορισμένη ποσότητα του εμπορεύματος i ανά μονάδα του καλαθιού εμπορευμάτων (d^T, d_{n+1}) , d_{n+1} μια ορισμένη ποσοτητα εργασίας ανά μονάδα του καλαθιού εμπορευμάτων (d^T, d_{n+1}) και α μια θετική (με ή χωρίς διάσταση) σταθερά. Το καλάθι εμπορευμάτων (d^T, d_{n+1}) το καλούμε *τυπικό εμπόρευμα*.

Επειδή στην συνέχεια θα εστιάσουμε την ανάλυση στους παράγοντες που προσδιορίζουν την w - r -σχέση, πρέπει να παρατηρήσουμε ότι δεν οδηγούν όλες οι εξισώσεις τυποποίησης σε w - r -σχέσεις. Συγκεκριμένα, αν στην εξίσωση τυποποίησης ισχύει $d^T = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T = 0$ και $d_{n+1} > 0$, τότε δεν υπάρχει w - r -σχέση, αλλά μόνον απόλυτες τιμές για δεδομένο ποσοστό κέρδους. Σε w - r -σχέση μας οδηγούν μόνο οι εξισώσεις τυποποίησης για τις οποίες ισχύει

$$d^T = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T \geq 0$$

αδιάφορο αν είναι

$$d_{n+1} > 0 \text{ ή } d_{n+1} = 0$$

Για να απλοποιήσουμε την ανάλυση, στην συνέχεια θα ασχοληθούμε μόνο με εξισώσεις τυποποίησης για τις οποίες ισχύει

$$d^T = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T \geq 0,$$

$$d_{n+1} = 0 \text{ και } \alpha = 1,$$

όπου το 1 είναι καθαρός αριθμός. Ήτοι με εξισώσεις τυποποίησης της μορφής

$$d_1 p_1 + d_2 p_2 + \dots + d_n p_n = 1. \quad (7)$$

11. Για τις εξισώσεις τυποποίησης αυτής της μορφής βλέπε επίσης Hahn (1982), σελ. 356-358.

Όταν στο σύστημα των τιμών μιας δεδομένης τεχνικής εισαχθεί μια εξίσωση τυποποίησης όπως η τελευταία, τότε οι τιμές εκφράζονται σε όρους του καλαθιού εμπορευμάτων d .

Ειδικότερα, όταν στο σύστημα εξισώσεων, το οποίο προσδιορίζει τις τιμές παραγωγής μιας δεδομένης τεχνικής απλής παραγωγής, εισάγουμε μια εξίσωση τυποποίησης –όπως λ.χ. την τελευταία–, τότε το εν λόγω σύστημα εξισώσεων καθίσταται ένα σύστημα $n+1$ εξισώσεων με $n+2$ αγνώστους. Όταν στο σύστημα αυτό δοθεί μια τιμή για το ποσοστό κέρδους, τότε οι τιμές των εμπορευμάτων και το ονομαστικό ωρομίσθιο προσδιορίζονται μονοσήμαντα. Σημειώνουμε ωστόσο ότι υπάρχουν και περιπτώσεις, στα πλαίσια των οποίων οι τιμές των εμπορευμάτων, δεδομένου του r , είναι απροσδιόριστες (αυτές τις περιπτώσεις θα τις αναπτύξουμε ειδικότερα στην συνέχεια). Όταν τώρα δεδομένο είναι το ονομαστικό ωρομίσθιο, τότε το σύστημα των τιμών μας προσδιορίζει έως και n διαφορετικά επίπεδα τόσο για τις (σχετικές και απόλυτες) τιμές των εμπορευμάτων όσο και για το ποσοστό κέρδους.

Η w - r -σχέση εξάγεται από το σύστημα των τιμών και την εξίσωση τυποποίησης ως εξής:

$$\left. \begin{array}{l} p[I - (1 + r)A] = wL \\ pd = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{για } r, r \neq R_i, i=1,2,\dots,n, L[I - (1 + r)A]^{-1} d \neq 0, \text{ έπεται } w = \frac{1}{L[I - (1 + r)A]^{-1} d} \\ \text{για } r = R_i, \text{ έπεται } w = 0 \\ \text{για } r, r \neq R_i, L[I - (1 + r)A]^{-1} d = 0, \text{ έπεται } w \rightarrow \pm\infty. \end{cases}$$

Η παράσταση αυτή παριστά το ονομαστικό ωρομίσθιο ως ρητή συνάρτηση του ποσοστού κέρδους. Προφανώς, η συνάρτηση αυτή, για δεδομένο ποσοστό κέρδους, προσδιορίζει μονοσήμαντα το ονομαστικό ωρομίσθιο, ενώ για δεδομένο ονομαστικό ωρομίσθιο ενδέχεται να οδηγεί έως και σε n (διαφορετικά) ποσοστά κέρδους.

III. Η έννοια του τυπικού υποσυστήματος.

Στα προηγούμενα επισημάναμε ότι τα τεχνικά δεδομένα της παραγωγής δεν επαρκούν παρά για τον υπό όρους προσδιορισμό των σχετικών τιμών (ή των λόγων τιμιακών μεγεθών). Στην συνέχεια, θα δείξουμε ότι τα ονομαστικά μεγέθη, τα οποία προσδιορίζουμε στα πλαίσια μιας δεδομένης τεχνικής για

δεδομένη τυποποίηση, δεν είναι χαρακτηριστικά μεγέθη της δεδομένης τεχνικής, αλλά χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος. Χαρακτηριστικά μεγέθη, δηλαδή, ενός συστήματος, το οποίο χρησιμοποιεί την εν λόγω τεχνική και παράγει ως καθαρό προϊόν το τυπικό εμπόρευμα.

Έτσι, στα πλαίσια μιας δεδομένης τεχνικής απλής παραγωγής $[A, L]$ και στα πλαίσια μιας εξίσωσης τυποποίησης $pd = 1$, το τυπικό υποσύστημα είναι το σύστημα $[A, L, x]$, όπου $x = (I - A)^{-1} d$ ¹².

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι: μια τεχνική $[A, L]$, όπου A μια $n \times n$ θετική ή ημιθετική μήτρα και L ένα $1 \times n$ θετικό διάνυσμα, είναι ένα άπειρο σύνολο συστημάτων παραγωγής της μορφής $[A, L, X]$, όπου $X, X = (I - A)^{-1} Y \geq 0$, το τυποποιημένο, έστω δια της $\sum_i X = 1$, διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας (activity levels) και $Y, Y \geq 0$, το καθαρό προϊόν του συστήματος. Επειδή η τεχνική είναι απλής παραγωγής, έπεται ότι το X παριστά και το ακαθάριστο προϊόν του συστήματος. Δηλαδή μια τεχνική παραγωγής είναι ένα σύνολο συστημάτων παραγωγής, στα πλαίσια του οποίου κάθε σύστημα παράγει μια μονάδα καθενός από τα παραγόμενα εμπορεύματα χρησιμοποιώντας τις ίδιες εισροές με τις εισροές που χρησιμοποιεί κάθε άλλο σύστημα του εν λόγω συνόλου. Διαφορετικά ειπωμένο, μια τεχνική απλής παραγωγής είναι μια παράσταση της μορφής $[A, L]$, η οποία παριστά ένα συγκεκριμένο σύνολο n διαδικασιών παραγωγής και εκφράζει όλα εκείνα τα συστήματα παραγωγής που χρησιμοποιούν τις εν λόγω n διαδικασίες παραγωγής. Μια διαδικασία παραγωγής είναι μια συγκεκριμένη παράσταση των εισροών που απαιτούνται για να παραχθεί μια μονάδα ενός ορισμένου εμπορεύματος. Επιμένουμε σε αυτόν το ορισμό της τεχνικής, γιατί στα πλαίσια της ανάπτυξης του τυπικού υποσυστήματος αποδεικνύουμε ότι η εξίσωση τυποποίησης, αφενός ορίζει ένα και μόνο ένα από τα άπειρα συστήματα παραγωγής μιας υπό θεώρηση τεχνικής, αφετέρου δε οδηγεί στο προσδιορισμό των τιμιακών μεγεθών αυτού και μόνο αυτού του υποσυστήματος¹³.

Η κρατούσα οικονομική θεωρία εκφράζει την άποψη ότι η εξίσωση τυποποίησης έχει ουδέτερο ρόλο. Υποστηρίζει, δηλαδή, ότι οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων προσδιορίζονται μονοσήμαντα από τα δεδομένα της υπό θεώρηση τεχνικής και ότι η εξίσωση τυποποίησης συμβάλλει απλώς και μόνον στον προσδιορισμό του απόλυτου ύψους των ήδη προσδιορισμένων σχετικών

12. Βλέπε Σταμάτης (1995) σελ. 252, 347.

13. Βλέπε Σταμάτης (1995) σελ. 42-44.

τιμών¹⁴. Κατ' αυτή την άποψη, η σχετική τιμή κάθε εμπορεύματος, το οποίο παράγεται από ένα σύστημα παραγωγής, είναι η ίδια σε όλα εκείνα τα συστήματα παραγωγής, τα οποία χρησιμοποιούν την ίδια τεχνική. Στη βάση αυτού του σκεπτικού, η κρατούσα αντίληψη θεωρεί ότι οποιοδήποτε τιμιακό μέγεθος προσδιοριστεί σε ένα από τα συστήματα παραγωγής, που παριστά μια δεδομένη τεχνική, αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος της τεχνικής και όχι χαρακτηριστικό μέγεθος του συστήματος από το οποίο προκύπτει. Παράλληλα, στα πλαίσια τόσο της νεορικαρδιανής θεωρίας όσο και της νεοκλασικής θεωρίας γίνεται λόγος για *w-r-σχέση της τεχνικής*¹⁵, κάτι το οποίο σημαίνει ότι τα ονομαστικά μεγέθη και η *w-r-σχέση* που προσδιορίζονται στα πλαίσια μιας δεδο-

-
14. Στα πλαίσια της νεοκλασικής θεωρίας η οικονομία χωρίζεται στον πραγματικό τομέα, στα πλαίσια του οποίου προσδιορίζονται οι σχετικές τιμές των εμπορευμάτων, και στον νομισματικό τομέα, όπου προσδιορίζονται οι χρηματικές τιμές των εμπορευμάτων. Ο νομισματικός τομέας όμως της νεοκλασικής θεωρίας, ο οποίος, ως γνωστόν, ορίζεται από τον πραγματικό τομέα συν μια δεδομένη ποσότητα χρήματος, ισοδυναμεί με την εισαγωγή στον τομέα της οικονομίας που προσδιορίζει τις σχετικές τιμές μιας εξίσωσης τυποποίησης. Ως εκ τούτου η ποσότητα χρήματος, διαμέσου της οποίας ορίζεται η εξίσωση τυποποίησης στην νεοκλασική θεωρία, δεν επιδρά στις σχετικές τιμές των εμπορευμάτων, αφού αυτές ορίζονται στον πραγματικό τομέα της οικονομίας. Βλέπε π.χ. Μπένος (1979), κεφ. I, II και Felderer/Homburg (1987) κεφ. VII. Για την ουδετερότητα της εξίσωσης τυποποίησης στα πλαίσια της νεορικαρδιανής θεωρίας βλέπε για παράδειγμα Kurz/Gehrke (1994) σελ.103.
15. Ως γνωστόν, τα συγγράμματα των νεορικαρδιανών, καθώς και όσων συμμετείχαν στην λεγόμενη "διένεξη των δύο Cambridge", χρησιμοποιούν φράσεις όπως «η *w-r-σχέση της τεχνικής*», «η *w-r-καμπύλη της τεχνικής*», «η *w-r-σχέση*» κλπ., θεωρώντας ότι η σχέση του ονομαστικού ωρομισθίου και του ποσοστού κέρδους, που προκύπτει για δεδομένη τυποποίηση τόσο στα πλαίσια μιας δεδομένης τεχνικής όσο και στα πλαίσια της τεχνικής που χρησιμοποιεί ένα δεδομένο σύστημα παραγωγής, αφορά αυτή την ίδια την τεχνική. Στα πλαίσια αυτής της αντίληψης, η *w-r-σχέση* έχει χρησιμοποιηθεί και ως *κριτήριο επιλογής τεχνικής*. Επίσης, στα πλαίσια της ίδιας αντίληψης, οι νεοκλασικοί [δες πχ Samueslon 1960] υποστήριξαν ότι η κλίση της *w-r-σχέσης* κάθε μιας από τις τεχνικές, που αναπαριστά η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής όταν θεωρείται ως έκφραση ενός συνόλου τεχνικών, είναι ίση με την επί μείον ένα πολλαπλασιασμένη τιμιακή ένταση κεφαλαίου της τεχνικής. Να σημειωθεί επίσης εδώ ότι, αν και οι νεορικαρδιανοί απέδειξαν ότι δεδομένης μιας τεχνικής, η κλίση της *w-r-σχέσης* στην γενική περίπτωση δεν είναι ίση με την με μείον ένα πολλαπλασιασμένη τιμιακή ένταση κεφαλαίου της τεχνικής, όπως ισχυρίζονται οι νεοκλασικοί, ακόμη και αυτοί, εμμένοντας στο να θεωρούν την *w-r-σχέση* ως *w-r-σχέση της τεχνικής*, δεν αποσαφήνισαν από ποιους παράγοντες τελικά προσδιορίζεται η θέση και η κλίση της *w-r-σχέσης*. [Βλέπε πχ Harcourt (1970), βλέπε επίσης Pasinetti (1991) σελ. 171-182, 185-194, καθώς και Kurz/Salvadori (1995) 48-55, 95-101, 114-115, 147-149, Biasco (1996) σελ. 150-151].

μένης τεχνικής, όταν τυποποιήσουμε τις τιμές, θεωρούνται χαρακτηριστικά μεγέθη αυτής της ίδιας της τεχνικής – και όχι χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος, το οποίο χρησιμοποιεί την δεδομένη τεχνική και παράγει ως καθαρό προϊόν του το δεδομένο τυπικό εμπόρευμα.

Σημειώνουμε εδώ ότι ο Sraffa εξέφρασε την άποψη ότι, δεδομένου ενός συστήματος παραγωγής, όταν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί το «Πρότυπο εμπόρευμα», ήτοι ένα εμπόρευμα το οποίο έχει την ίδια σύνθεση με τα μέσα παραγωγής του¹⁶, τότε η w-r-σχέση του δεδομένου συστήματος παραγωγής προσδιορίζεται από το «Πρότυπο σύστημα». Όπου πρότυπο σύστημα ονομάζει εκείνο το σύστημα παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί την τεχνική του δεδομένου συστήματος παραγωγής και παράγει ως καθαρό προϊόν του το «Πρότυπο εμπόρευμα». Το επιχείρημα που εκθέτει για την αιτιολόγηση της άποψης του αυτής είναι ότι: «το [δεδομένο σύστημα παραγωγής] αποτελείται από τις ίδιες βασικές εξισώσεις με το Πρότυπο σύστημα και μόνο οι αναλογίες διαφέρουν_ έτσι ώστε, δεδομένου του μισθού, το ποσοστό κέρδους προσδιορίζεται, και για τα δύο συστήματα, ανεξάρτητα από τις αναλογίες των εξισώσεων σε καθένα από αυτά. Ιδιαίτερες αναλογίες, όπως αυτές του Πρότυπου συστήματος, μπορούν να προσδώσουν διαφάνεια σε ένα [δεδομένο σύστημα] και να καταστήσουν ορατό ό,τι είναι κρυμμένο, δεν μπορούν όμως να αλλάζουν τις μαθηματικές του ιδιότητες.»¹⁷ Βέβαια, στην εν λόγω άποψη ο Sraffa α) συμπεριέλαβε τόσο συστήματα παραγωγής που χρησιμοποιούν μη διασπώμενες τεχνικές όσο και συστήματα παραγωγής που χρησιμοποιούν διασπώμενες τεχνικές και β) θεώρησε ότι το «Πρότυπο σύστημα» αποτελείται, πάντα, μόνο από τις διαδικασίες παραγωγής που παράγουν τα βασικά εμπορεύματα του δεδομένου συστήματος Ωστόσο, αν αποκλείσουμε τις διασπώμενες τεχνικές, τις οποίες θα αναλύσουμε ειδικότερα σε άλλο σημείο, η άποψη που εκφράζει ουσιαστικά ο Sraffa είναι η εξής: ότι η w-r-σχέση που προκύπτει στα πλαίσια ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής για δεδομένο τυπικό εμπόρευμα είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της τεχνικής του εν λόγω συστήματος. Κι αυτό γιατί το μόνο στοιχείο, κατά το οποίο διαφέρουν τα συστήματα παραγωγής, τα οποία αναπαριστά μια τεχνική, από το –για δεδομένο τυπικό εμπόρευμα– τυπικό υποσύστημα, είναι το επίπεδο δραστηριότητας που λειτουργούν οι διαδικασίες παραγωγής της εν λόγω τεχνικής.

16. Σε μια μη διασπώμενη τεχνική [A, L], το «Πρότυπο εμπόρευμα» είναι της ίδιας σύνθεσης με εκείνο το δεξιό ιδιοδιάνυσμα της μήτρας A το οποίο αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της.

17. Βλέπε Sraffa (1985) § 31.

Μια ειδικότερη διερεύνηση όμως των μη διασπώμενων τεχνικών μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ακόμα και στις μη διασπώμενες τεχνικές τα προκύπτοντα τιμιακά μεγέθη είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος και όχι χαρακτηριστικά μεγέθη της δεδομένης τεχνικής. Στην συνέχεια θα δείξουμε ότι η w - r -σχέση, η οποία προκύπτει στα πλαίσια μιας δεδομένης μη διασπώμενης τεχνικής, όταν σε αυτή εισαχθεί μια εξίσωση τυποποίησης, δεν είναι η w - r -σχέση αυτής της ίδιας της τεχνικής, αλλά η w - r -σχέση του τυπικού υποσυστήματος που προκύπτει στα πλαίσια της δεδομένης τεχνικής για το δεδομένο τυπικό εμπόρευμα. Το τελευταίο θα το δείξουμε αποδεικνύοντας ότι εκείνοι οι παράγοντες, που πράγματι προσδιορίζουν μια w - r -σχέση, είναι τελικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος. Υπό την ισχύ του τελευταίου, επειδή για δεδομένο ποσοστό κέρδους και ονομαστικό ωρομίσθιο οι τιμές των εμπορευμάτων είναι μονοσήμαντα προσδιορισμένες, έπεται ότι και οι τιμές που αντιστοιχούν στα πλαίσια μιας w - r -σχέσης είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος. Στη συνέχεια, θα επεκτείνουμε τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης και στην περίπτωση των διασπώμενων τεχνικών.

IV. Η w - r -σχέση ως χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος: Η περίπτωση των μη διασπώμενων τεχνικών

Έστω η μη διασπώμενη τεχνική $[A, L]$. Έστω επίσης η τυποποίηση $pd = 1$. Στη βάση των δεδομένων αυτών, η w - r -σχέση ορίζεται από τις ακόλουθες παραστάσεις¹⁸:

$$\left. \begin{array}{l} p[I - (1 + r)A] = wL \\ pd = 1 \\ r < R \end{array} \right\} \Rightarrow w = \frac{1}{L[I - (1 + r)A]^{-1}d} \quad (8)$$

$$\text{ή } w = \frac{1}{L[I - A]^{-1}d} - r \frac{pA[I - A]^{-1}d}{L[I - A]^{-1}d} \quad (9)$$

18. Το ότι η w - r -σχέση και τα τιμιακά μεγέθη, που προκύπτουν στα πλαίσια μιας δεδομένης τεχνικής είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος έχει εκτεθεί και αποδειχθεί ήδη από το 1983 από το Γ. Σταμάτη (βλέπε Stamatis 1983) με μια σειρά άρθρων και βιβλίων. Τα όσα θα αναπτυχθούν στην συνέχεια σχετικά με τα τιμιακά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος θα βασιστούν κυρίως στο Σταμάτης (1995) σελ. 297-373.

$$\eta \quad w = \frac{1}{Lx} - r \frac{pAx}{Lx} \quad (10)$$

$$w_{r=0} = \frac{1}{L[I-A]^{-1}d} = \frac{1}{Lx} = w_{\max} = \frac{pd}{Lx} \quad (11)$$

$$r_{w=0} = \frac{\frac{1}{L[I-A]^{-1}d}}{\frac{pA[I-A]^{-1}d}{L[I-A]^{-1}d}} = \frac{1}{pAx} = \frac{pd-pAd}{pAd} = r_{\max} \quad (12)$$

ή

$$p[I - (1 + r_{\max})A] = 0 \quad (13a)$$

$$pd = 1 \quad (13b)$$

Ισοδύναμα για $r < R$ η w - r -σχέση μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\left. \begin{array}{l} pd = 1 \\ p = wL[I - (1 + r)A]^{-1} \\ r < R \end{array} \right\} \Rightarrow wL[I + (1 + r)A + (1 + r)^2A^2 + \dots]d - 1 = 0 \quad (14)$$

$$\eta \quad w[LId + (1 + r)LAd + (1 + r)^2LA^2d + \dots] - 1 = 0 \quad (15a)$$

$$\eta \quad wL[d + (1 + r)Ad + (1 + r)^2A^2d + \dots] - 1 = 0 \quad (15b)$$

Όλες αυτές οι σχέσεις δηλούν ποιο πρέπει να είναι για δεδομένο ποσοστό κέρδους το ύψος του ονομαστικού ωρομισθίου, προκειμένου η τιμή του τυπικού εμπορεύματος να είναι ίση με αυτή που ορίζεται από την εξίσωση τυποποίησης. Δηλώνουν επίσης ότι, για δεδομένο ποσοστό κέρδους, μόνο ένα οικονομικά σημαντικό ύψος απόλυτων τιμών και ονομαστικού ωρομισθίου υπάρχει, το οποίο πληροί την εξίσωση τυποποίησης. Κατά συνέπεια, όπως και να μεταβληθεί το ποσοστό κέρδους, οι τιμές θα μεταβληθούν με τέτοιο τρόπο, ώστε η τιμή του τυπικού εμπορεύματος να παραμείνει ίση με αυτή που ορίζεται από την εξίσωση τυποποίησης. (Γι' αυτό ακριβώς οι Laibman and Nell (1977), σελ. 880-1, και οι Βουγιουκλάκης και Μαριόλης (1992), σελ. 144-8, έχουν ταυτοποιήσει την w - r -καμπύλη ως μια *ισοϋψή καμπύλη*). Το ποιοι παράγοντες προσδιορίζουν αυτό το ύψος των τιμών, θα το αναπτύξουμε αναλύοντας τους παράγοντες που προσδιορίζουν την w - r -σχέση, δεδομένου ότι η τιμή

καθενός εμπορεύματος εξαρτάται ευθέως ανάλογα από το ονομαστικό ωρομίθιο. Ως εκ τούτου, γνωρίζοντας ποιοι παράγοντες προσδιορίζουν την $w-r$ -σχέση, κατανοούμε και ποιοι παράγοντες προσδιορίζουν τις απόλυτες τιμές.

Από τις παραπάνω σχέσεις βλέπουμε ότι η $w-r$ -σχέση, η οποία προκύπτει για δεδομένη τεχνική στη βάση μιας δεδομένης τυποποίησης, δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της υπό θεώρηση τεχνικής, δηλαδή ενός άπειρου συνόλου συστημάτων παραγωγής, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος που αντιστοιχεί στην δεδομένη τεχνική. Στις παραστάσεις αυτές: i) το x δηλώνει το ακαθάριστο προϊόν του τυπικού υποσυστήματος, ii) το d δηλώνει το τυπικό εμπόρευμα ως το καθαρό προϊόν του τυπικού υποσυστήματος, του συστήματος δηλαδή $[A, L, x]$, iii) το Lx δηλώνει την άμεση εργασία που εισήλθε στην παραγωγή του ακαθάριστου προϊόντος x του τυπικού υποσυστήματος, iv) το Ax δηλώνει τα μέσα παραγωγής που χρησιμοποιεί το σύστημα παραγωγής $[A, L, x]$ v) το pAx δηλώνει την τιμή των εν λόγω μέσων παραγωγής, vi) τα Ld , d , και pd δηλώνουν αντίστοιχα την άμεση εργασία που χρησιμοποιεί το σύστημα παραγωγής $[A, L, x]$ για την παραγωγή του καλαθιού εμπορευμάτων d ως καθαρού προϊόντος, το καλάθι εμπορευμάτων d ως καθαρό προϊόν του εν λόγω συστήματος και την τιμή αυτού του καθαρού προϊόντος, vii) το LAd δηλώνει την εργασία που χρησιμοποιεί το σύστημα $[A, L, x]$ για να παράγει τα μέσα παραγωγής Ad , τα οποία απαιτούνται για την παραγωγή του καθαρού προϊόντος d , ενώ το pAd δηλώνει την τιμή αυτών των μέσων παραγωγής, τέλος viii) το $L(A^2d)$ αναπαριστά την άμεση εργασία που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή των μέσων παραγωγής (A^2d) τα οποία απαιτούνται για την παραγωγή των μέσων παραγωγής Ad (ανάλογα, για τους όρους $L(A^3d)$, $L(A^4d)$ κλπ.). Επίσης, στις παραστάσεις αυτές: ο λόγος της σχέσης (11) είναι ο λόγος της τιμής του καθαρού προϊόντος d του συστήματος $[A, L, x]$, για την οποία ισχύει $pd = 1$, προς την άμεση εργασία Lx την οποία χρησιμοποίησε για να το παράγει, ως εκ τούτου εκφράζει την μέση τιμακή παραγωγικότητα της εργασίας του τυπικού υποσυστήματος¹⁹. Κατ' αναλογία, ο λόγος της σχέσης (12) είναι ίσος με την τιμακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος.

Πιο συγκεκριμένα διαπιστώνουμε:

- 1) Η (11) μας δηλώνει ότι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίθιο της $w-r$ -σχέσης είναι ίσο με την μέση τιμακή παραγωγικότητα της εργασίας του τυπικού υποσυστήματος pd/Lx . Όμως, επειδή η μέση τιμακή παραγωγικότητα της

19. Βλέπε και Σταμάτης (1995) σελ. 67-76.

εργασίας του τυπικού υποσυστήματος είναι σταθερή για κάθε επίπεδο ποσοστού κέρδους, είναι και ίση με το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος. Το τελευταίο είναι προφανές, αφού, πρώτον, σε κάθε σύστημα παραγωγής ένα ονομαστικό ωρομίσθιο ίσο με την τιμακή παραγωγικότητα της εργασίας του συστήματος εκφράζει ότι όλο το καθαρό προϊόν του εν λόγω συστήματος αποτελείται από μισθούς και, δεύτερον, επειδή η τιμακή παραγωγικότητα της εργασίας του τυπικού υποσυστήματος είναι ανεξάρτητη των τιμών, το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος μπορεί να προσδιοριστεί ανεξαρτήτως των τιμών, ως ένας λόγος ο αριθμητής του οποίου έχει προσδιοριστεί εξωγενώς και ο παρονομαστής του οποίου είναι ανεξάρτητος από τις τιμές. Έτσι, για μηδενικό ποσοστό κέρδους, η $w-r$ -σχέση δίνει ένα ονομαστικό ωρομίσθιο, το οποίο είναι ίσο με το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος. Σε αντίθεση με όσα ισχύουν για την μέση τιμακή παραγωγικότητα της εργασίας στο τυπικό υποσύστημα, επειδή η τεχνική παριστά άπειρα συστήματα παραγωγής, δεν μπορεί να υπάρξει μέση τιμακή παραγωγικότητα της εργασίας της τεχνικής. Το ότι όμως δεν υπάρχει μέση τιμακή παραγωγικότητα της τεχνικής σημαίνει ότι δεν υπάρχει και μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο της δεδομένης τεχνικής. Επειδή όμως στα πλαίσια μιας δεδομένης γραμμικής τεχνικής θεωρείται ότι επικρατούν ενιαίες τιμές, ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο και ενιαίο ποσοστό κέρδους, οι τιμές που προσδιορίζονται σε ένα συγκεκριμένο σύστημα της εν λόγω τεχνικής, εν προκειμένω του τυπικού υποσυστήματος, *ανάγονται* και σε ονομαστικά μεγέθη όλων των συστημάτων παραγωγής που εκφράζει η εν λόγω τεχνική. Έτσι, το ονομαστικό ωρομίσθιο, που προκύπτει από την $w-r$ -σχέση για μηδενικό ποσοστό κέρδους, είναι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος, το οποίο *ανάγεται* σε μέγιστο ποσοστό κέρδους της δεδομένης τεχνικής διαμέσου της υπόθεσης ότι σε κάθε σύστημα παραγωγής της υπό θεώρηση τεχνικής επικρατούν ενιαίες τιμές, ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο και ενιαίο ποσοστό κέρδους, *ανάγεται* δηλαδή σε μέγιστο ποσοστό κέρδους της δεδομένης τεχνικής *αξιωματικά*. Έτσι λοιπόν, επειδή για μηδενικό ποσοστό κέρδους το μόνο ονομαστικό ωρομίσθιο, το οποίο μπορεί να προσδιοριστεί στα πλαίσια της υπό θεώρηση τεχνικής, είναι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος και επειδή οι τιμές και η $w-r$ -σχέση που προσδιορίζονται σε ένα σύστημα παραγωγής της υπό θεώρηση

τεχνικής θεωρούνται τιμές και w - r -σχέση κάθε συστήματος παραγωγής που χρησιμοποιεί την ίδια τεχνική, το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος *ανάγεται* και σε μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο της υπό θεώρηση τεχνικής^{20,21}.

- 2) Η (12) δηλώνει ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w - r -σχέσης είναι ίσο με την τιμακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος. Εδώ βέβαια η τιμακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος εξαρτάται από το ποσοστό κέρδους και το ονομαστικό ωρομίσθιο, αφού οι τιμές, στην βάση των οποίων προσδιορίζεται η τιμακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος, εξαρτώνται από το ποσοστό κέρδους και το ονομαστικό ωρομίσθιο. Ωστόσο, το μέγιστο ποσοστό κέρδους ως ίσο με την τιμακή παραγωγικό-

20. Τα όσα αναφέραμε στο σημείο αυτό για το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο θα μπορούσαμε να τα εκθέσουμε και ως εξής: Η w - r -σχέση του τυπικού υποσυστήματος μιας τεχνικής $[A, L]$ προσδιορίζεται και από την σχέση $w = (1/Lx) - r(pAx/Lx)$, συνεπώς το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο που προκύπτει, για $r = 0$, είναι ίσο με $w = (1/Lx)$. Αντιθέτως, το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο κάθε συστήματος παραγωγής που χρησιμοποιεί την υπό θεώρηση τεχνική προσδιορίζεται από την παράσταση $w = (pY/LX) - r(pAX/LX)$. Συνεπώς, όταν το ποσοστό κέρδους είναι μηδενικό, το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο αυτών των τελευταίων συστημάτων καθίσταται ίσο με την παράσταση $w = (pY/LX)$, η οποία είναι απροσδιόριστη, αφού η απόλυτη τιμή του καθαρού προϊόντος –δηλαδή του αριθμητή της παράστασης– και κυρίως η σύνθεση και το ύψος των καλαθιών εμπορευμάτων X, Y είναι μεγέθη μη προσδιορισμένα. Μη προσδιορισμένα βέβαια υπό την έννοια ότι μπορούν να έχουν οποιοδήποτε θετικό μέγεθος. Αν τώρα διερευνήσουμε την μέση τιμακή παραγωγικότητα της εργασίας ενός δεδομένου συστήματος παραγωγής, διαπιστώνουμε ότι το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο είναι ίσο με τη μέση -για μηδενικό ποσοστό κέρδους- τιμακή παραγωγικότητα της εργασίας αυτού του συστήματος. Όμως, και το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του εν λόγω συστήματος είναι απροσδιόριστο αφού για να μετρηθεί πρέπει προηγουμένως να οριστεί το μέτρο τιμών. Ωστόσο επειδή υπάρχουν άπειρα καλάθια τυπικών εμπορευμάτων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μέτρα τιμών, άπειρα είναι και τα πιθανά μέγιστα ονομαστικά ωρομίσθια του υπό θεώρηση συστήματος παραγωγής. Αυτό που μπορεί να προσδιοριστεί μονοσήμαντα είναι μόνο το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος αφού αυτό ορίζεται από τον λόγο $w = (px/Lx) = (1/Lx)$. Έτσι, όταν το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο που προκύπτει από την δεδομένη εξίσωση τυποποίησης το θεωρήσουμε ως μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο της δεδομένης τεχνικής, αυτό που κάνουμε είναι να απαιτούμε από τις τιμές κάθε συστήματος παραγωγής της υπό θεώρηση τεχνικής να έχουν τέτοια διάσταση και τέτοιο ύψος, ώστε για μηδενικό ποσοστό κέρδους να οδηγούν σε ένα ονομαστικό ωρομίσθιο το οποίο να είναι ίσο με το μέγιστο ονομαστικό ωρομίσθιο του τυπικού υποσυστήματος.

21. Βλέπε Σταμάτης (1995) σελ. 264.

τητα του κεφαλαίου, καίτοι η τιμακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος εξαρτάται από το ποσοστό κέρδους, δεν παύει να εκφράζει παρά το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος. Σε αντίθεση με το τυπικό υποσύστημα, το μέγιστο ποσοστό κέρδους της τεχνικής δεν ορίζεται, αφού α) η υπό θεώρηση τεχνική παριστά άπειρα συστήματα παραγωγής και β) επειδή η μέση τιμακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου ενός συστήματος παραγωγής έχει νόημα μόνο όταν αφορά απόλυτα ονομαστικά μεγέθη. Ως εκ τούτου το μέγιστο ποσοστό κέρδους της $w-r$ -σχέσης, η οποία εκφράζει απόλυτα ονομαστικά μεγέθη, έχει νόημα μόνο ως χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος. Εδώ πρέπει να παρατηρήσουμε ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους στις μη διασπώμενες τεχνικές προσδιορίζεται μονοσήμαντα, γιατί για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο στο σύστημα εξισώσεων (13a) μόνο μια “τιμή” του ποσοστού κέρδους αντιστοιχεί σε αυστηρά θετικές σχετικές τιμές, οι οποίες στην συνέχεια, δεδομένης της εξίσωσης τυποποίησης, καθίστανται απόλυτες. Αυτή είναι η “τιμή” r , $r = R$. Κάθε άλλη “τιμή” του ποσοστού κέρδους που ικανοποιεί την (13a) αντιστοιχεί σε διανύσματα τιμών που έχουν και αρνητικές συνιστώσες.

- 3) Οι (8) και (9) εκφράζουν ότι κάθε τιμή του ονομαστικού ωρομισθίου είναι μια συνάρτηση του ποσοστού κέρδους, η οποία ορίζεται αποκλειστικά και μόνο από χαρακτηριστικά μεγέθη του τυπικού υποσυστήματος. Συγκεκριμένα, η (9) ορίζει το ονομαστικό ωρομίσθιο ως τη διαφορά της μέσης τιμακής παραγωγικότητας της εργασίας του τυπικού υποσυστήματος από το γινόμενο του ποσοστού κέρδους και της μέσης τιμακής έντασης κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος – τα ίδια ισχύουν και για την (8).
- 4) Οι (14), (15a) και (15b) εκφράζουν ότι η $w-r$ -σχέση εξαρτάται από τους μισθούς οι οποίοι πληρώθηκαν στην άμεση και έμμεση εργασία που χρειάστηκε για να παραχθεί το τυπικό εμπόρευμα²². Παράλληλα, η σχέση (15b) εκφράζει ότι η $w-r$ -σχέση εξαρτάται από το γινόμενο του wL και εκείνου το καλαθιού εμπορευμάτων, που προκύπτει από το άθροισμα των ακόλουθων επιμέρους καλαθιών: α) του τυπικού εμπορεύματος ως καθαρού προϊόντος β) των μέσων παραγωγής που χρειάστηκαν για να παραχθεί το τυπικό εμπόρευμα ως καθαρό προϊόν πολλαπλασιασμένα με τον παράγοντα $(1+r)$, γ) των μέσων παραγωγής που χρειάστηκαν να παρα-

22. Βλέπε Μαριόλης (1996) σελ. 193-198.

χθούν τα τελευταία αυτά μέσα παραγωγής πολλαπλασιασμένα με τον παράγοντα $(1+r)^2$ και ούτω κάθε εξής. Η διαφορά μεταξύ του παραπάνω γινομένου και της μονάδος, την οποία παριστά η σχέση (15b), ορίζει την w - r -σχέση. Επειδή δε σε μια μη διασπώμενη τεχνική όλα τα εμπορεύματα που παράγονται εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή καθενός εμπορεύματος της ίδιας αυτής τεχνικής, έπεται ότι για να παραχθεί το τυπικό εμπόρευμα πρέπει να παραχθούν όλα τα εμπορεύματα της τεχνικής. Έτσι λοιπόν από τις σχέσεις αυτές, γίνεται σαφές ότι στον προσδιορισμό της w - r -σχέσης μιας υπό θεώρηση μη διασπώμενης τεχνικής δεν συμβάλλει κανένα άλλο σύστημα παραγωγής της εν λόγω τεχνικής, παρά μόνο το τυπικό υποσύστημα. Το τελευταίο συμβαίνει γιατί οι σχέσεις (14), (15a) (15b) προσδιορίζονται αποκλειστικά και μόνο από το τυπικό υποσύστημα -και όχι και από κάποιο άλλο σύστημα παραγωγής που χρησιμοποιεί την υπό θεώρηση τεχνική. Ως εκ τούτου, έπεται ότι η w - r -σχέση που προκύπτει στα πλαίσια μιας δεδομένης μη διασπώμενης τεχνικής είναι η w - r -σχέση του τυπικού υποσυστήματος της δεδομένης τεχνικής. Προκύπτει επίσης ότι το τυπικό υποσύστημα μιας μη διασπώμενης τεχνικής συμπίπτει ως προς τις διαδικασίες παραγωγής με ολόκληρη την τεχνική, αφού παράγει όλα τα εμπορεύματα της εν λόγω τεχνικής.

- 5) Από την (9) προκύπτει επίσης ότι η κλίση της w - r -σχέσης εξαρτάται από το ποσοστό κέρδους, από την ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος και από την παραγωγή της ως προς το ποσοστό κέρδους. Αυτό προκύπτει άμεσα, αφού η κλίση της w - r -σχέσης προσδιορίζεται είτε από την πρώτη παράγωγο της (8) είτε από την πρώτη παράγωγο της (9). Τέλος, ισχύουν τα εξής:

i) η πρώτη παράγωγος της (9) δίνεται από την σχέση

$$\frac{dw}{dr} = -\frac{pA[I-A]^{-1}d}{L[I-A]^{-1}d} - r \frac{d\left(\frac{pA[I-A]^{-1}d}{L[I-A]^{-1}d}\right)}{dr} = -k_n - r \frac{dk_n}{dr} \quad (16)$$

όπου k_n η μέση τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος.

ii) η πρώτη παράγωγος της (1) δίνεται από την σχέση

$$\frac{dw}{dr} = -\frac{pA[I-(1+r)A]^{-1}y}{L[I-(1+r)A]^{-1}y}, \quad \mu\epsilon \quad 0 \leq r \leq r_{\max} = \frac{1-\lambda_m^A}{\lambda_m^A} \quad (17)$$

η οποία προφανώς είναι συνεχής συνάρτηση του ποσοστού κέρδους, και
iii) επειδή ισχύει

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dr} [I - (1 + r_{\max})A] &= \underline{p}A + \frac{dw}{dr}L \Rightarrow \\ \frac{dp}{dr} [I - (1 + r_{\max})A]\underline{X} &= \underline{p}A\underline{X} + \frac{dw}{dr}L\underline{X} \Rightarrow \\ 0 \frac{dp}{dr} &= \underline{p}A\underline{X} + \frac{dw}{dr} \Rightarrow \frac{dw}{dr} = -\underline{p}A\underline{X} < 0 \end{aligned} \quad (18)$$

όπου \underline{X} , \underline{p} το δεξιό και αντιστοίχως το αριστερό ιδιοδιάνυσμα τα οποία συνδέονται με την μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας²³ A και $L\underline{X} = 1$ (εξίσωση τυποποίησης του \underline{X} , την οποία εισάγουμε χωρίς βλάβη της γενικότητας).

Συνεπώς η κλίση της w - r -σχέσης προσδιορίζεται από την τιμακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος, καθώς επίσης και από το γινόμενο του ποσοστού κέρδους με τον λόγο της μεταβολής της μέσης τιμακής έντασης κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος, η οποία επέρχεται συνεπεία μιας οριακής μεταβολής του ποσοστού κέρδους, προς την εν λόγω μεταβολή του ποσοστού κέρδους²⁴.

V. Η w - r -σχέση στα πλαίσια διασπώμενων τεχνικών

Στο σημείο αυτό θα αναπτύξουμε την w - r -σχέση στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών απλής παραγωγής. Κατά την ανάπτυξη αυτή τα όσα επισημάνθηκαν προηγουμένως για την w - r -σχέση παίρνουν περισσότερο καθαρή μορφή. Συγκεκριμένα, στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών α) το τυπικό υποσύστημα ενδέχεται να διαφέρει από την υπό θεώρηση τεχνική όχι μόνο κατά το ότι το τυπικό υποσύστημα είναι ένα μόνο από τα συστήματα παραγωγής που χρησιμοποιούν την υπό θεώρηση τεχνική, αλλά και στο ότι ενδέχεται να χρησιμοποιεί λιγότερες διαδικασίες παραγωγής από ό,τι η τεχνική, β) μεταβαλλόμενου του τυπικού εμπορεύματος ενδέχεται να μεταβάλλονται τόσο οι απόλυτες τιμές όσο και οι σχετικές τιμές και το οικονομικά σημαντικό μέγιστο ποσοστό κέρδους, και γ) όταν οι τιμές και η w - r -σχέση, που προσδιορίζο-

23. Βλέπε Kurz/Salvadori (1995) σελ. 99. Για μια πληρέστερη ανάλυση της w - r -σχέσης η οποία αφορά και τις διασπώμενες τεχνικές βλέπε Βουγιουκλάκης/Μαριόλης (1992).

24. Βλέπε Σταμάτης (1995) σελ. 261-264.

νται στο τυπικό υποσύστημα, αναχθούν σε τιμιακά μεγέθη της υπό θεώρηση τεχνικής, ενδέχεται να οδηγήσουν σε αποτελέσματα τα οποία δεν έχουν κανένα οικονομικό νόημα.

Έστω, λοιπόν, η διασπώμενη τεχνική $[A, L]$. Για την τεχνική αυτή ισχύουν τα ακόλουθα:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}, L = [L_I, L_{II}], \text{ με } A_{11} \text{ μια } \kappa \times \kappa \text{ μη διασπώμενη θετική ή ημιθετική}$$

μήτρα, A_{12} μια $\kappa \times m$ θετική ή ημιθετική μήτρα, A_{22} μια μη διασπώμενη $m \times m$ θετική ή ημιθετική μήτρα, L_I ένα $1 \times \kappa$ αυστηρά θετικό διάνυσμα γραμμής και L_{II} ένα $1 \times m$ αυστηρά θετικό διάνυσμα γραμμής. Ισχύει επίσης ότι η μήτρα A είναι μια $n \times n$ μήτρα και το διάνυσμα L ένα $1 \times n$ ($n = \kappa + m$) διάνυσμα γραμμής.

1) Έστω τώρα ότι το τυπικό εμπόρευμα της εξίσωσης τυποποίησης αποτελείται μόνο από βασικά εμπορεύματα. Πιο συγκεκριμένα, έστω η ακό-

$$\text{λουθη εξίσωση τυποποίησης: } p d^* = [p_I, p_{II}] \begin{bmatrix} d_I \\ 0 \end{bmatrix} = 1, \text{ όπου το } d_I, d_I \geq 0,$$

είναι ένα καλάθι εμπορευμάτων που περιέχει μόνο βασικά εμπορεύματα. Στην περίπτωση αυτή, η w - r -σχέση προκύπτει από την ακόλουθη παράσταση

A) για $w > 0$, $r \neq R_i$, με $i = 1, 2, \dots, \kappa$, και $L[I - (1 + r)A]^{-1} \neq 0$, ισχύει

$$\left. \begin{array}{l} p_I = w L_I [I_{11} - (1 + r)A_{11}]^{-1} \\ p_I d_I = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow p_I d_I = w L_I [I_{11} - (1 + r)A_{11}]^{-1} d_I = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = \frac{1}{L_I [I_{11} - (1 + r)A_{11}]^{-1} d_I} \quad (19)$$

όπου με I_{11} και I_{22} συμβολίζουμε τις μοναδιαίες μήτρες που αντιστοιχούν στις υπομήτρες A_{11} και A_{22} .

Εδώ γίνεται σαφές ότι η w - r -σχέση προσδιορίζεται από ένα σύστημα παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί λιγότερες διαδικασίες από ότι η υπό θεώρηση τεχνική. Ειδικότερα, προσδιορίζεται από ένα σύστημα παραγωγής, το οποίο παράγει μόνο τα βασικά εμπορεύματα που παράγει η εν λόγω τεχνική²⁵. Με άλλα λόγια, η w - r -σχέση προσδιορί-

25. Βλέπε Σταμάτης (1995) σελ. 267-269.

ζεται από ένα τυπικό υποσύστημα, που ως προς τις χρησιμοποιούμενες διαδικασίες συμπίπτει με τον βασικό μόνο τομέα της –υπό θεώρηση– τεχνικής. Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να λεχθεί ότι η σχέση

$$w = \frac{1}{L_1 [I_{11} - (1+r)A_{11}]^{-1} d_1}$$

έχει οικονομικό νόημα μόνο όταν το ποσοστό κέρδους παίρνει τιμές που βρίσκονται στο διάστημα $r \in [0, R_1)$, όπου $R_1 = \frac{1 - \lambda_m^{A_{11}}}{\lambda_m^{A_{11}}}$. Στο διά-

στημα αυτό του ποσοστού κέρδους, η εν λόγω σχέση είναι γνησίως φθίνουσα²⁶ και οδηγεί σε αυστηρώς θετικά ονομαστικά ωρομίσθια. Αντιθέτως, όταν το ποσοστό τείνει στην τιμή $r = R_1$ από δεξιά, το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι αρνητικό²⁷. Επίσης, για $r, r > R_1$, η w - r -

26. Πρέπει να σημειωθεί όμως εδώ ότι και στο διάστημα του $r, r \in [0, R_1]$ η w - r -σχέση είναι γνησίως φθίνουσα, γιατί προκύπτει από ένα σύστημα παραγωγής το οποίο παράγει τα βασικά μόνο εμπορεύματα της υπό θεώρηση τεχνικής και ως εκ τούτου χρησιμοποιεί μια μη διασπώμενη τεχνική. Ήδη έχουμε εξηγήσει ότι στις μη διασπώμενες τεχνικές για $r \in [0, R]$ ισχύει $\frac{dw}{dr} < 0$. Πρόβλημα τίθεται μόνο στις διασπώμενες τεχνικές για τις οποίες ισχύει

$$R_1 (= \frac{1 - \lambda_m^{A_{11}}}{\lambda_m^{A_{11}}}) = R_2 (= \frac{1 - \lambda_m^{A_{22}}}{\lambda_m^{A_{22}}}) \text{ για την τιμή του ποσοστού κέρδους } r = R. \text{ Αυτό συμβαίνει}$$

γιατί τα ιδιοδιανύσματα $\underline{X}, \underline{p}$, που αντιστοιχούν στην μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας A μιας τέτοιας διασπώμενης τεχνικής μπορεί να έχουν τέτοιες θετικές και μηδενικές συνιστώσες ώστε $\underline{p}\underline{X} = 0$ και ως εκ τούτου ενδέχεται, κατ' αναλογία με όσα είπαμε για την κλίση της w -

r -σχέσης στις μη διασπώμενες τεχνικές, να ισχύει η ακόλουθη συνεπαγωγή $0 \frac{dp}{dr} = \underline{p}A\underline{X} +$

$$+ \frac{dw}{dr} \Rightarrow \frac{dw}{dr} = -\underline{p}A\underline{X} = 0 \text{ (Βλέπε Βουγιουκλάκης / Μαριόλης (1992) σελ. 155-156). Επειδή}$$

λοιπόν πρόβλημα τίθεται μόνο στις διασπώμενες τεχνικές και σε αυτές μόνο για την τιμή του ποσοστού κέρδους $r, r = R$, στην γενική περίπτωση και χωρίς καμία εξαίρεση η w - r -σχέση για $r, r \in [0, R_1)$, είναι γνησίως φθίνουσα.

27. Αυτό προκύπτει από το ότι α) η μήτρα A_{11} είναι μη διασπώμενη, β) επειδή για τις μη διασπώμενες τεχνικές έχουμε εξηγήσει ότι η κλίση της w - r -σχέσης για $r, r \in [0, R]$, εν προκειμένω για $r, r \in [0, R]$, είναι αρνητική και γ) επειδή για $r, r \in [0, R)$, $w > 0$, και για $r, r = R$, $w = 0$.

σχέση κατά κανόνα μεταβάλλεται από φθίνουσα σε αύξουσα²⁸ και οδηγεί ένα τουλάχιστον από τα βασικά εμπορεύματα σε αρνητική τιμή. Οι αρνητικές τιμές, όμως, δεν έχουν κανένα οικονομικό νόημα. Ως εκ τούτου, τα επίπεδα του ποσοστού κέρδους και του ονομαστικού ωρομισθίου, που επιτυγχάνονται όταν οι τιμές είναι αρνητικές, πρέπει να αποκλειστούν ως μη έχοντα κανένα οικονομικό νόημα. Συνεπώς η w - r -σχέση έχει οικονομικό περιεχόμενο μόνο όταν ισχύει $r \in [0, R_1)$.

B) για $w = 0$ ισχύει

$$p_1 [I_{11} - (1 + R_1)A_{11}] = 0, \quad p_1 d_1 = 1 \quad (20)$$

Στην περίπτωση αυτή το σύστημα $p_1 [I_{11} - (1 + R_1)A_{11}] = 0$ προσδιορίζει k διανύσματα σχετικών τιμών, τα οποία λόγω της εξίσωσης τυποποίησης $p_1 d_1 = 1$ είναι πλήρως προσδιορισμένα. Ωστόσο, επειδή σε μια μη διασπώμενη $k \times k$ ημιθετική μήτρα αντιστοιχούν k ιδιοδιανύσματα, εκ των οποίων όλα, εκτός αυτού που αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της μη διασπώμενης μήτρας A_{11} , περιέχουν και αρνητικές συνιστώσες, ενώ αυτό που αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας έχει μόνο θετικές συνιστώσες, έπεται ότι από τα εν λόγω k διανύσματα σχετικών τιμών, που αντιστοιχούν στο σύστημα $p_1 [I_{11} - (1 + R_1)A_{11}] = 0$, οικονομικά σημαντικό είναι μόνο ένα (το τελευταίο). Οικονομικά σημαντικό είναι μόνο αυτό που αντιστοιχεί στο ποσοστό κέρδους r , $r = R_1$. Το διάνυσμα των σχετικών τιμών που αντιστοιχεί σε αυτή την τιμή του ποσοστού κέρδους είναι αυστηρά θετικό. Ως εκ τούτου, αυστηρά θετικό είναι και το διάνυσμα των απόλυτων τιμών που προκύπτει με την εξίσωση τυποποίησης.

28. Αυτό προκύπτει από το ότι η w - r -σχέση είναι μια συνεχής ρητή συνάρτηση του ποσοστού κέρδους. Όμως, το ότι είναι μεταβαλλόμενης κλίσης, σε ορισμένα σημεία δηλαδή του ποσοστού κέρδους είναι φθίνουσα και σε άλλα αύξουσα, σημαίνει ότι υπάρχουν τιμές του ονομαστικού ωρομισθίου που οδηγούν σε περισσότερα από ένα διανύσματα (απόλυτων και σχετικών) τιμών και σε περισσότερα από ένα επίπεδα ποσοστών κέρδους [Βλέπε π.χ. Kurz/Salvadori (1995) σελ. 100-101]. Πρέπει να σημειωθεί επίσης ότι αν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί ή το πρότυπο εμπόρευμα του Staffa ή ένα οποιοδήποτε τυπικό εμπόρευμα από τα τυπικά εμπορεύματα του Miyao, τότε η w - r -σχέση είναι γραμμική και ως εκ τούτου γνησίως φθίνουσα για κάθε ποσοστό κέρδους. Κάθε ένα από αυτά τα τυπικά εμπορεύματα οδηγεί σε ένα μονοσήμαντα προσδιορισμένο για μηδενικό ονομαστικό ωρομισθίο (μέγιστο) ποσοστό κέρδους. Επιπλέον, για κάθε ποσοστό κέρδους μεγαλύτερο από αυτό το τελευταίο (μέγιστο) ποσοστό κέρδους το ονομαστικό ωρομισθίο είναι πάντα αρνητικό [βλέπε Staffa (1985) κεφάλαιο IV και Miyao (1977)].

Από την ανάλυση αυτή, προκύπτει ότι η οικονομικά σημαντική w - r -σχέση, που αντιστοιχεί για την δεδομένη τυποποίηση στα πλαίσια της υπό θεώρηση τεχνικής, είναι η

$$w = \frac{1}{L_1 [I_{11} - (1+r)A_{11}]^{-1} d_1}, \text{ με } r \in [0, R_1),$$

και $w = 0$, όταν $r = R_1$.

Για κάθε επίπεδο του ποσοστού κέρδους αυτής της w - r -σχέσης, οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων είναι αυστηρά θετικές. Αυτό όμως που γίνεται σαφές από την μέχρι εδώ ανάλυση είναι ότι η προκύπτουσα w - r -σχέση προσδιορίζεται αποκλειστικά από τις διαδικασίες παραγωγής που παράγουν τα βασικά και μόνο εμπορεύματα. Με άλλα λόγια, η εν λόγω w - r -σχέση δεν μπορεί να θεωρηθεί χαρακτηριστικό μέγεθος της τεχνικής, αλλά χαρακτηριστικό μέγεθος του τυπικού υποσυστήματος. Κι αυτό γιατί ο προσδιορισμός της w - r -σχέσης δεν προέκυψε από την δεδομένη τεχνική στο σύνολο της, αλλά μόνο από τις συνθήκες παραγωγής που αφορούν την παραγωγή του τυπικού εμπορεύματος. Το οποίο τυπικό εμπόρευμα, επειδή περιέχει βασικά και μόνο εμπορεύματα, είναι ανεξάρτητο από τις συνθήκες παραγωγής των μη βασικών εμπορευμάτων.

Ένα άλλο ζήτημα, το οποίο πρέπει να σημειωθεί σε αυτό το σημείο της ανάλυσης, αφορά το επίπεδο των τιμών των μη βασικών εμπορευμάτων. Είπαμε ότι η οικονομικά σημαντική w - r -σχέση, που προσδιορίζεται για την εν λόγω εξίσωση τυποποίησης, οδηγεί σε ένα διάστημα του ποσοστού κέρδους της μορφής $r \in [0, R_1]$, το οποίο προσδιορίζεται αποκλειστικά από τον βασικό τομέα της τεχνικής και στο οποίο οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων είναι αυστηρά θετικές. Τι γίνεται όμως με τις τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων, όταν οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων, που προσδιορίζονται στο τυπικό υποσύστημα για την εν λόγω w - r -σχέση, αναχθούν σε τιμές των βασικών εμπορευμάτων της τεχνικής, αναχθούν δηλαδή σε τιμές κάθε συστήματος παραγωγής που χρησιμοποιεί την υπό θεώρηση τεχνική; Το τι θα συμβεί εξαρτάται από την σχέση διάταξης της μέγιστης ιδιοτιμής της υπομήτρας A_{11} με την μέγιστη ιδιοτιμή της υπομήτρας A_{22} .

Αν $\lambda_m^{A_{11}} < \lambda_m^{A_{22}}$, τότε το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι μικρότερο από αυτό του βασικού τομέα, ισχύει δηλαδή $R_1 > R_2$.

Όταν όμως ισχύει η σχέση αυτή, τότε για κάθε ποσοστό κέρδους που βρίσκεται στο διάστημα $(R_2, R_1]$, με $r \neq R_1$, οι τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων είναι αρνητικές. Το τελευταίο προκύπτει άμεσα από το σύστημα των τιμών. Συγκεκριμένα, ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$p_I = wL_I [I_{11} - (1 + r)A_{11}]^{-1} \quad (21a)$$

$$p_{II} = [wL_{II} + (1 + r)p_I A_{12}] [I_{22} - (1 + r)A_{22}]^{-1} \quad (21b)$$

ή, ισοδυνάμως, οι σχέσεις

$$p_I [I_{11} - (1 + r)A_{11}] = wL_I \quad (22a)$$

$$p_{II} [I_{22} - (1 + r)A_{22}] = [wL_{II} + (1 + r)p_I A_{12}] \quad (22b)$$

Για το ιδιοδιάνυσμα \underline{X}_{II} όμως, που αντιστοιχεί στην μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας A_{22} , ισχύει

$$p_{II} [I_{22} - (1 + r)A_{22}] \underline{X}_{II} = [wL_{II} + (1 + r)p_I A_{12}] \underline{X}_{II} \Rightarrow$$

$$p_{II} \frac{R_2 - r}{1 + R_2} \underline{X}_{II} = [wL_{II} + (1 + r)p_I A_{12}] \underline{X}_{II} > 0$$

Επειδή όμως για $(R_2, R_1]$, με $r \neq R_1$, η παράσταση $\frac{R_2 - r}{1 + R_2} \underline{X}_{II}$ είναι

αυστηρά αρνητική ενώ η παράσταση $[wL_{II} + (1 + r)p_I A_{12}]$ είναι αυστηρώς θετική, έπεται ότι το p_{II} πρέπει να έχει τουλάχιστον και ένα αρνητικό στοιχείο. Έπεται επίσης ότι η παράσταση $[I_{22} - (1 + r)A_{22}]^{-1}$ έχει και αρνητικά στοιχεία.

Επίσης, αν $r = R_2$, τότε προκύπτει το ακόλουθο σύστημα τιμών

$$p_I = wL_I [I_{11} - (1 + R_2)A_{11}]^{-1} \quad (23a)$$

$$p_{II} [I_{22} - (1 + R_2)A_{22}] = wL_{II} + (1 + R_2)p_I A_{12} \quad (23b)$$

Για την (23b) ισχύει επιπρόσθετα

$$p_{II} [I_{22} - (1 + R_2)A_{22}] \underline{X}_{II} = [wL_{II} + (1 + R_2)p_I A_{12}] \underline{X}_{II} \Rightarrow$$

$$p_{II} \frac{R_2 - R_2}{1 + R_2} \underline{X}_{II} = [wL_{II} + (1 + R_2)p_I A_{12}] \underline{X}_{II} \Rightarrow$$

$$0 p_{II} \underline{X}_{II} = [wL_{II} + (1 + R_2)p_I A_{12}] \underline{X}_{II} > 0$$

Η παράσταση $0p_{II} X_{II} = [wL_{II} + (1 + R_2)p_I A_{12}]X_{II} > 0$ ικανοποιείται όμως, μόνο όταν οι συνιστώσες του p_{II} τείνουν στο συν-πλην άπειρο.

Έτσι λοιπόν, μέχρι το σημείο αυτό, δείξαμε α) ότι η w-r-σχέση, που προκύπτει για την δεδομένη τυποποίηση, προκύπτει από ένα τυπικό υποσύστημα που ως προς τις χρησιμοποιούμενες διαδικασίες διαφέρει άμεσα από την δεδομένη τεχνική και β) ότι, όταν οι τιμές και η w-r-σχέση που προσδιορίζονται από το τυπικό υποσύστημα αναχθούν σε ονομαστικά μεγέθη της δεδομένης τεχνικής, τότε για τα μη βασικά εμπορεύματα ενδέχεται να προκύψουν τιμές χωρίς κανένα οικονομικό νόημα.

Η εξήγηση για την αρνητικότητα των τιμών των μη βασικών εμπορευμάτων έγκειται στο ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής, στην γενική περίπτωση, δεν μπορεί να υπάρξει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Αυτό που μας δηλώνουν οι αρνητικές τιμές είναι ότι στην γενική περίπτωση δεν είναι δυνατόν το ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος να αναχθεί σε γενικό ποσοστό κέρδους της τεχνικής. Οι αρνητικές τιμές είναι εκείνες οι μαθηματικές συνθήκες, οι οποίες καθιστούν δυνατόν το ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος να αναχθεί και σε γενικό ποσοστό κέρδους της τεχνικής. Ωστόσο, αυτές οι μαθηματικές συνθήκες είναι μαθηματικές συνθήκες χωρίς κανένα οικονομικό νόημα. Και είναι χωρίς οικονομικό νόημα, γιατί στην πραγματική οικονομία δεν υπάρχουν εμπορεύματα που να παίρνουν αρνητικές τιμές. Ειδικότερα, οι αρνητικές τιμές σημαίνουν ότι ο πωλητής ορισμένων εμπορευμάτων όχι μόνο δεν πληρώνεται από κάποιον αγοραστή προκειμένου να του πωλήσει τα εμπορεύματα του, αλλά ότι ο ίδιος ο πωλητής πληρώνει τον εν λόγω αγοραστή, ώστε ο τελευταίος να αγοράσει τα προς πώληση εμπορεύματα. Ως εκ τούτου οι προκύπτουσες αρνητικές τιμές σημαίνουν ότι για να επιτευχθούν από την υπό θεώρηση τεχνική ορισμένα ποσοστά κέρδους, τα οποία επιτυγχάνονται στο τυπικό υποσύστημα και τα οποία εκεί προκύπτουν ως συνέπεια θετικών τιμών και άρα έχουν οικονομικό νόημα, πρέπει οι παραγωγοί ορισμένων εμπορευμάτων να πληρώσουν τους αγοραστές προκειμένου οι τελευταίοι να αγοράσουν τα προς πώληση εμπορεύματα. Μια τέτοια κατάσταση όμως δεν έχει παρά μόνο μαθηματικό νόημα. Κι αυτό γιατί, ενώ δίνει τη δυνατότητα να επικρατήσει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, δεν δίνει τη δυνατότητα της ύπαρξης κέρδους

παρά μόνο ζημίας. Με άλλα λόγια, στην περίπτωση αυτή έχουμε ζημιά για θετικό ποσοστό κέρδους²⁹.

- 2) Έστω ότι το τυπικό εμπόρευμα της εξίσωσης τυποποίησης αποτελείται τόσο από βασικά όσο και από μη βασικά εμπορεύματα. Πιο συγκεκριμένα,

$$\text{έστω η εξίσωση τυποποίησης } [p_I, p_{II}] \begin{bmatrix} d_I \\ d_{II} \end{bmatrix} = 1 = p d^{**}, \text{ όπου το } d_I,$$

$d_I \geq 0$, ένα καλάθι που περιέχει τα βασικά μόνο εμπορεύματα του τυπικού εμπορεύματος και $d_2, d_2 \geq 0$, ένα καλάθι που περιέχει μόνο τα μη

βασικά εμπορεύματα του τυπικού εμπορεύματος. Ισχύει επίσης $d^{**} = \begin{bmatrix} d_I \\ d_{II} \end{bmatrix}$.

Σ' αυτή τη περίπτωση, η οικονομικά σημαντική w - r -σχέση προκύπτει από τις ακόλουθες παραστάσεις:

Για $r \in [0, R)$, όπου $R = \min(R_1, R_2)$, έπεται

$$\left. \begin{array}{l} p = wL [I - (1+r)A]^{-1} \\ p d^{**} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow p d^{**} = wL [I - (1+r)A]^{-1} d^{**} = 1 \Rightarrow$$

$$w = \frac{1}{L [I - (1+r)A]^{-1} d^{**}}. \quad (24)$$

Η σχέση $w = \frac{1}{L [I - (1+r)A]^{-1} d^{**}}$ ισχύει επίσης και για κάθε $r, r \neq R_i$, με

$i = 1, 2, \dots, n$, και $L [I - (1+r)A]^{-1} d^{**} \neq 0$.

Για $w = 0$, έπεται

$$r = R \quad (25)$$

Η εν λόγω w - r -σχέση στο διάστημα $r \in [0, R]$ για $\lambda_m^{A_{11}} \neq \lambda_m^{A_{22}}$ και στο διάστημα $r \in [0, R)$ για $\lambda_m^{A_{11}} = \lambda_m^{A_{22}}$ είναι γνησίως φθίνουσα^{30,31} και οδηγεί σε

29. Βλέπε Σταμάτης (1995) σελ. 312, 315.

30. Βλέπε υποσημείωση 22.

31. Επίσης μόνο στο διάστημα αυτό το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι μη αρνητικό για κάθε τυπικό εμπόρευμα που οδηγεί σε γραμμική w - r -σχέση και περιλαμβάνει και μη βασικά εμπορεύματα. Πιο συγκεκριμένα, για $r, r > R$, όταν ως τυπικό εμπόρευμα χρησιμοποιηθεί το πρότυπο εμπόρευμα του Βασιλάκη ή κάποιο από τα τυπικά εμπορεύματα των Βουγιουκλάκη/Μαριόλη [βλέπε Vassilakis (1983) και Βουγιουκλάκης/Μαριόλης (1992) σελ. 166-174, (1990) σελ. 82-85], το w είναι αρνητικό ή δεν ορίζεται σε ορισμένες τιμές του r .

μη αρνητικά ονομαστικά ωρομίσθια. Αντιθέτως, στο διάστημα $[0, r]$, με $r > R$, οδηγεί είτε σε μια w - r -σχέση μεταβαλλόμενης κλίσης είτε σε μια w - r -σχέση που έχει αρνητικά ονομαστικά ωρομίσθια. Στα πλαίσια τώρα αυτής της νέας εξίσωσης τυποποίησης το μέγιστο οικονομικά σημαντικό ποσοστό κέρδους εξαρτάται από την σχέση διάταξης του μέγιστου ποσοστού κέρδους του βασικού τομέα με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα. Μη βασικό τομέα ορίζουμε εδώ το σύνολο των διαδικασιών παραγωγής που αφορούν την παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων. Μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα ορίζουμε το ποσοστό κέρδους που προκύπτει στον μη βασικό τομέα, όταν οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων που χρησιμοποιεί ο μη βασικός τομέας ως εισροές και το ονομαστικό ωρομίσθιο είναι μηδενικά. Για το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w - r -σχέσης, υπό τον όρο ότι η w - r -σχέση είναι συνεχής συνάρτηση του ποσοστού κέρδους³² και ότι οι τιμές των εμπορευμάτων είναι μη αρνητικές, ισχύουν τα εξής:

Αν έχουμε $R_1 > R_2$, τότε το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w - r -σχέσης είναι ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα³³, αν $R_1 < R_2$, τότε το μέγιστο ποσοστό κέρδους της w - r -σχέσης είναι ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα³⁴, τέλος, αν $R_1 = R_2$, τότε το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι ίσο τόσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα όσο και του μη βασικού^{35,36}.

-
32. Να σημειωθεί εδώ ότι ο Μαριόλης εκφράζει την άποψη ότι η οικονομικά σημαντική w - r -σχέση δεν είναι κατ' ανάγκη ούτε συνεχής ούτε γνησίως φθίνουσα συνάρτηση του ποσοστού κέρδους [βλέπε Μαριόλης (1993) κεφ. 4, (1996) σελ. 201-202, υποσ. 29].
33. Να σημειωθεί εδώ ότι την περίπτωση αυτή η νεορικαρδιανή θεωρία την θεωρεί εξαίρεση και δεν την διερευνά [βλέπε επιστολή του Staffa στον Newman στο Bharadwaj (1970)].
34. Αν στην περίπτωση αυτή αναιρέσουμε την υπόθεση ότι η w - r -σχέση πρέπει να είναι συνεχής συνάρτηση του ποσοστού κέρδους, τότε ως μέγιστο ποσοστό κέρδους ενδέχεται να προκύψει το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα. Αυτό όμως σημαίνει ότι η οικονομία που μας περιγράφει το μοντέλο, στην γενική περίπτωση, αδυνατεί να μας παραστήσει το ονομαστικό ωρομίσθιο ως συνεχή συνάρτηση του ποσοστού κέρδους [βλέπε και υποσημείωση 32]. Στην περίπτωση αυτή όμως θα επανέλθουμε και σε άλλο σημείο παρακάτω.
35. Η πρώτη συστηματική διερεύνηση της περίπτωσης αυτής έγινε από τους Βουγιουκλάκη/Μαριόλη [βλέπε την παραπομπή της υποσημείωσης 10].
36. Αν υποθέταμε ότι οικονομικά σημαντική είναι μόνο εκείνη η w - r -σχέση που αντιστοιχεί σε αυστηρά θετικές τιμές εμπορευμάτων, το μόνο που θα άλλαζε είναι ότι στις περιπτώσεις που $r = R_2 \leq R_1$, η w - r -σχέση δεν ορίζεται. Αυτό όμως δεν επιδρά σημαντικά στην θέση της w - r -σχέσης, γιατί στις περιπτώσεις αυτές η οικονομικά σημαντική w - r -σχέση ορίζεται στο

Αυτό που γίνεται όμως σαφές εδώ είναι ότι, αν στην δεδομένη τεχνική ισχύει $R_1 > R_2$, τότε μια εξίσωση τυποποίησης που αποτελείται μόνο από βασικά εμπορεύματα οδηγεί σε ένα μέγιστο ποσοστό κέρδους ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα, ενώ μια εξίσωση τυποποίησης που αποτελείται και από μη βασικά εμπορεύματα οδηγεί σε ένα ποσοστό κέρδους ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα. Με άλλα λόγια, στην περίπτωση αυτή, μεταβαλλόμενη της εξίσωσης τυποποίησης μεταβάλλεται και με το μέγιστο ποσοστό κέρδους.

Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι, επειδή το τυπικό εμπόρευμα εμπεριέχει και μη βασικά εμπορεύματα, έπεται ότι το τυπικό υποσύστημα περιλαμβάνει και τις διαδικασίες παραγωγής που παράγουν τα μη βασικά εμπορεύματα³⁷. Αυτό όμως σημαίνει ότι η w-r-σχέση, που προκύπτει για το νέο τυπικό εμπόρευμα, αφορά ένα τυπικό υποσύστημα που παράγει και μη βασικά εμπορεύματα. Ως εκ τούτου, η w-r-σχέση του τυπικού υποσυστήματος προσδιορίζεται τόσο από τις διαδικασίες παραγωγής που παράγουν τα βασικά εμπορεύματα όσο και από τις διαδικασίες παραγωγής που παράγουν τα μη βασικά εμπορεύματα.

Αν τώρα διερευνήσουμε ειδικότερα την w-r-σχέση και τις τιμές που προκύπτουν για το νέο υπό θεώρηση τυπικό εμπόρευμα όταν $R_1 > R_2$, διαπιστώνουμε τα εξής: όταν το ποσοστό κέρδους αυξάνεται από το μηδέν ως το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα, τότε τόσο ο βασικός όσο και ο μη βασικός τομέας μπορούν να επιτύχουν για θετικές τιμές τα ίδια επίπεδα ποσοστού κέρδους³⁸. Ωστόσο, όταν το ποσοστό κέρδους γίνει ίσο με αυτό του μη βασικού τομέα, τότε ο μόνος τρόπος για να επιτευχθεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους και στους δύο τομείς είναι οι τιμές των βασικών εμπορευμάτων να γίνουν μηδενικές³⁹. Διαφορετικά οι τιμές των μη βασικών εμπορευμάτων γίνονται απροσδιόριστες. Όμως τόσο οι μηδενικές τιμές των βασικών εμπορευμάτων όσο και οι απροσδιόριστες τιμές σημαίνουν ότι ορισμένα επίπεδα του ποσοστού κέρδους, τα οποία επιτυγχάνονται στον βασικό τομέα, δεν μπορούν να επιτευχθούν από τον

διάστημα $[0, R]$, το οποίο, προφανώς, διαφέρει από το για αυστηρά θετικές τιμές διάστημα του ποσοστού κέρδους $[0, R]$ σε μία μόνο τιμή και συγκεκριμένα μόνο στο άνω άκρο του διαστήματος.

37. Βλέπε Σταμάτης (1995) σελ. 269.

38. Βλέπε Σταμάτης (1995) σελ. 269.

39. Βλέπε Μαριόλης (1996) σελ.179 και Σταμάτης (2000) σελ. 163.

μη βασικό τομέα. Ειδικότερα, οι μηδενικές τιμές των βασικών εμπορευμάτων αποτελούν εκείνες τις μαθηματικές συνθήκες, οι οποίες καθιστούν δυνατόν να διατηρηθεί στο τυπικό υποσύστημα ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Ωστόσο ένα τέτοιο ποσοστό κέρδους δεν έχει οικονομικό νόημα, αφού -στην πραγματική οικονομία- δεν μπορεί να νοηθεί παραγόμενο εμπόρευμα που παράγεται για την απόκτηση κέρδους το οποίο να «πωλείται» με μηδενική τιμή. Εδώ οι μηδενικές τιμές καθιστούν δυνατή την ύπαρξη ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, γιατί για μηδενικές τιμές το ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα προκύπτει από έναν λόγο της μορφής μηδέν προς μηδέν. Σε αυτή την περίπτωση όμως το ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα καθίσταται απροσδιόριστο και ως εκ τούτου μπορεί να οριστεί αυθαιρέτως ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα, όπου το τελευταίο είναι μονοσήμαντα προσδιορισμένο. Τα ίδια ισχύουν αναλογικά και στην περίπτωση που το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι ίσο με αυτό του βασικού τομέα.

Αντιθέτως, στη περίπτωση που το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα είναι μικρότερο από αυτό του μη βασικού τομέα, τότε το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος είναι ίσο με αυτό του βασικού τομέα. Στην περίπτωση αυτή οι τιμές των εμπορευμάτων για τιμή του ποσοστού κέρδους μεταξύ του μηδενός και του μέγιστου ποσοστού κέρδους του βασικού τομέα είναι αυστηρά θετικές και ως εκ τούτου έχουν οικονομικό νόημα. Ωστόσο όμως πρέπει να παρατηρήσουμε το εξής: κατά την προηγηθείσα ανάλυση διερευνήσαμε τις τιμές για εξωγενώς δεδομένο ποσοστό κέρδους. Τι θα γινόταν όμως αν διερευνούσαμε τις τιμές για δεδομένο εξωγενώς ονομαστικό ωρομίσθιο; Για δεδομένο εξωγενώς μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο, δεδομένο τυπικό εμπόρευμα, αποτελούμενο τόσο από βασικά όσο και από μη βασικά εμπορεύματα, δεδομένη τεχνική, στην οποία το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα είναι μικρότερο από αυτό του μη βασικού, και για θετικές ή ημιθετικές τιμές προκύπτουν δύο “τιμές” για το ποσοστό κέρδους και δύο επίπεδα σχετικών τιμών. Συγκεκριμένα προκύπτει μια τιμή του ποσοστού κέρδους ίση με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα και ένα ποσοστό κέρδους ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα, καθώς και οι αντιστοιχες τιμές. Στην περίπτωση αυτή διαπιστώνουμε ότι για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο και θετικές ή ημιθετικές τιμές δεν μπορεί να υπάρξει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Κι αυτό, γιατί

είναι σαφές ότι ο μη βασικός τομέας μπορεί να επιτύχει μεγαλύτερα επίπεδα ποσοστών κέρδους από ότι ο βασικός τομέας. Εδικότερα, για μηδενικές τιμές των βασικών εμπορευμάτων, ο μη βασικός τομέας επιτυγχάνει μεγαλύτερο επίπεδο ποσοστού κέρδους από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα. Βέβαια, είπαμε ότι οι μηδενικές τιμές δεν έχουν κανένα οικονομικό νόημα. Ωστόσο όμως, στις πραγματικές οικονομίες δεν επικρατεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Αυτό που μπορεί να θεωρηθεί ότι επικρατεί στην πραγματική οικονομία είναι μια τάση προς την διαμόρφωση ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους⁴⁰. Η εν λόγω τάση, όμως, από μόνη της, αφενός δεν σημαίνει ότι επικρατεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους και αφετέρου δεν σημαίνει επίσης ότι μπορεί και να επικρατήσει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Στην εν λόγω περίπτωση, όμως, όπου διερευνούμε τι συμβαίνει για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο αν οι μηδενικές τιμές αποκλειστούν ως μη έχουσες οικονομικό νόημα και διατηρηθεί η αξίωση της ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, διαπιστώνουμε την αδυναμία της τεχνικής να πετύχει μεγαλύτερα ποσοστά κέρδους από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα. Ωστόσο σε μια πραγματική οικονομία αυτό θα σήμαινε την αξίωση η οικονομία να μην μπορεί να επιτύχει ποσοστα κέρδους τα οποία στην πραγματικότητα έχει την δυνατότητα να επιτύχει. Το τελευταίο συμβαίνει γιατί σε μια πραγματική οικονομία η διαφοροποίηση των ποσοστών κέρδους των επιμέρους κλάδων παραγωγής δίνει την δυνατότητα στον μη βασικό τομέα να επιτυγχάνει μεγαλύτερα επίπεδα ποσοστών κέρδους από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα –κι αυτό χωρίς την ύπαρξη μηδενικών τιμών⁴¹. Προφανώς, σε μια τέτοια περίπτωση, η οικονομία δύναται να επιτύχει ένα μέσο ποσοστό κέρδους μεγαλύτερο από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού της τομέα⁴². Συνεπώς στην περίπτωση αυτή καθίσταται σαφές ότι οι

40. Στην πραγματική οικονομία οι καπιταλιστές επενδύουν εκεί που υπάρχει υψηλότερο ποσοστό κέρδους. Αυτό σημαίνει όμως ότι οι καπιταλιστές τείνουν να επιτύχουν ποσοστά κέρδους ίσα με το υψηλότερο δυνατό ποσοστό κέρδους. Από την τάση αυτή των καπιταλιστών προκύπτει και η τάση εξίσωσης των ποσοστών κέρδους.

41. Περαιτέρω για τις μηδενικές και τις αρνητικές τιμές βλέπε Σταμάτης (2000) σελ. 175-187.

42. Ας σημειωθεί εδώ ότι το μέσο ποσοστό κέρδους μιας οικονομίας, η οποία χρησιμοποιεί μια διασπώμενη τεχνική όπως η εξεταζόμενη δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$r_{\mu} = r_I \frac{p_I A_{11} X_I}{p A X} + r_{II} \frac{p_{II} A_{12} X_{II} + p_{II} A_{22} X_{II}}{p A X},$$

συνθήκες παραγωγής μιας οικονομίας ενδέχεται να είναι τέτοιες, ώστε η προϋποτεθείσα τάση προς την επικράτηση ενός ενιαίου ποσοστό κέρδους να αδυνατεί να οδηγήσει σε ένα πραγματικά ενιαίο ποσοστό κέρδους. Οι μηδενικές τιμές που προκύπτουν στην εν λόγω περίπτωση εκφράζουν εκείνες τις μαθηματικές συνθήκες, οι οποίες πρέπει να ικανοποιούνται, ώστε το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα να μπορεί αναχθεί και σε μέγιστο ποσοστό κέρδους της τεχνικής, καίτοι μια τέτοια αναγωγή δεν έχει οικονομικό περιεχόμενο, καίτοι δηλαδή το μόνο ποσοστό κέρδους που μπορεί να επικρατήσει στην πραγματική οικονομία και το οποίο μπορεί να τείνει προς το μέγιστο ενιαίο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα είναι το μέσο ποσοστό κέρδους.

Επίσης το γεγονός ότι για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο προκύπτουν δύο “τιμές” για το ποσοστό κέρδους ανατρέπει τον ισχυρισμό ότι το «Πρότυπο εμπόρευμα» και το «Προτυπο σύστημα» μπορούν να μας δείξουν ότι για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο προκύπτει μια μόνο “τιμή” για το ποσοστό κέρδους⁴³. Για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο μπορεί να προκύψει μια μόνο τιμή για το ποσοστό κέρδους όταν αποκλείσουμε τις μηδενικές τιμές. Ωστόσο, αν και ένας τέτοιος περιορισμός έχει οικονομικό νόημα -αφού στις πραγματικές οικονομίες δεν υπάρχουν μηδενικές τιμές-, τα όσα εξάγονται στην συνέχεια από το μοντέλο δεν είναι σε θέση να μας ερμηνεύσουν κατάλληλα την οικονομική πραγματικότητα. Σε μια πραγματική οικονομία δεν επικρατούν αυστηρά θετικές τιμές επειδή επικρατεί ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους. Αντιθέτως, κατά κανόνα τα ποσοστά κέρδους, που επικρατούν στους διαφόρους τομείς παραγωγής, δεν είναι ίσα, καίτοι συνδυάζονται με την ύπαρξη θετικών τιμών. Έτσι, ή θα επιτρέψουμε τις μηδενικές τιμές ως δείκτες για το ότι στα εν λόγω μοντέλα δεν είναι δυνατόν, στην γενική περίπτωση, να επικρατήσει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους ή θα αποκλείσουμε τις μηδενικές τιμές και με τον αποκλεισμό αυτό θα έχουμε αποκλείσει και την δυνατότητα του μοντέλου να

όπου γ_{μ} το μέσο ποσοστό κέρδους, γ_I το ενιαίο ποσοστό κέρδους του βασικού τομέα, γ_{II} το ενιαίο ποσοστό κέρδους του μη βασικού τομέα, X_I το επίπεδο δραστηριότητας στο οποίο τίθεται ο βασικός τομέας, X_{II} το επίπεδο δραστηριότητας στο οποίο τίθεται ο μη βασικός

τομέας και $X = \begin{bmatrix} X_I \\ X_{II} \end{bmatrix}$.

43. Βλέπε π.χ. Kurz/Saladori (1995) σελ. 116-119.

περιγράφει ότι, στην γενική περίπτωση, τα οσα συμβαίνουν με τις τιμές και τα κέρδη μιας πραγματικής οικονομίας επηρεάζονται και από την απόκλιση των επιμέρους ποσοστών κέρδους των διαφόρων τομέων της οικονομίας. Ο αποκλεισμός των επιπέδων του ποσοστού κέρδους που μας οδηγούν σε μηδενικές τιμές καθιστά, κυρίως, αδύνατη την ερμηνεία της σημασίας του μη βασικού τομέα σχετικά με τον προσδιορισμό των τιμών και του ποσοστού κέρδους της οικονομίας.

Όσα αναπτύχθηκαν ως το σημείο αυτό για τεχνικές απλής παραγωγής που παράγουν βασικά εμπορεύματα και μη βασικά εμπορεύματα, τα οποία εισέρχονται στην παραγωγή τους, μπορούν εύκολα να επεκταθούν για κάθε μορφή τεχνικής. Μπορούμε να διαπιστώσουμε δηλαδή ότι τόσο στις περιπτώσεις των τεχνικών απλής παραγωγής όσο και στις περιπτώσεις των τεχνικών σύνθετης παραγωγής οι τιμές των εμπορευμάτων και η w-r-σχέση είναι χαρακτηριστικά μεγέθη των αντίστοιχων τυπικών υποσυστημάτων⁴⁴.

VI. Συμπεράσματα

Από την προηγηθείσα ανάλυση είδαμε ότι τα ονομαστικά μεγέθη, τα οποία προσδιορίζονται από το σύστημα των τιμών μιας δεδομένης τεχνικής δια της εισαγωγής μιας εξίσωση τυποποίησης, δεν είναι χαρακτηριστικά μεγέθη της δεδομένης τεχνικής, αλλά χαρακτηριστικά μεγέθη εκείνου του συστήματος παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί την εν λόγω τεχνική και παράγει ως καθαρό προϊόν το τυπικό εμπόρευμα. Πιο συγκεκριμένα, είδαμε ότι με την εισαγωγή της εξίσωσης τυποποίησης τα ονομαστικά μεγέθη προσδιορίζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε η τιμή του τυπικού εμπορεύματος να διατηρείται ίση με αυτή που ορίζεται στην εξίσωση τυποποίησης. Επειδή όμως η τιμή ενός εμπορεύματος εξαρτάται από την τιμή των μέσων παραγωγής του και επειδή η τιμή αυτών των μέσων παραγωγής εξαρτάται από την τιμή των δικών τους μέσων παραγωγής, και ούτω καθ' εξής, έπεται ότι ο εξωγενής προσδιορισμός της τιμής ενός εμπορεύματος επιδρά στην τιμή κάθε εμπορεύματος που εισέρχεται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή του τυπικού εμπορεύματος.

Στα πλαίσια των μη διασπώμενων τεχνικών, ο –για δεδομένο ποσοστό κέρδους (ή ονομαστικό ωρομίσθιο)– προσδιορισμός της τιμής ενός εμπορεύματος έχει ως συνέπεια η τιμή του τυπικού εμπορεύματος να συντελεί άμεσα στον καθορισμό των τιμών όλων των εμπορευμάτων της τεχνικής. Ο τρόπος

44. Βλέπε Γόγολος (2000) Μέρος II.

επίδρασης αυτός παύει όμως να υφίσταται στα πλαίσια των διασπώμενων τεχνικών, όπου ορισμένα εμπορεύματα δεν εισέρχονται, ούτε άμεσα ούτε έμμεσα, στην παραγωγή του τυπικού εμπορεύματος, και ως εκ τούτου η τιμή τους δεν επηρεάζει την τιμή του τυπικού εμπορεύματος. Ειδικότερα στις περιπτώσεις των διασπώμενων τεχνικών, είδαμε ότι το τυπικό υποσύστημα μπορεί να διαφέρει από την υπό θεώρηση τεχνική ως προς τις χρησιμοποιούμενες διαδικασίες. Αυτό με την σειρά του καθιστά σαφές ότι, όταν τα ποσοστά κέρδους που επιτυγχάνονται στο τυπικό υποσύστημα είναι μεγαλύτερα από αυτά που μπορούν να επιτύχουν οι υπόλοιπες διαδικασίες παραγωγής, οδηγούμαστε σε τιμές χωρίς οικονομικό περιεχόμενο.

Επίσης, επί τη βάση της έννοιας του τυπικού υποσυστήματος, είδαμε ότι η $w-r$ -σχέση εξαρτάται α) ως προς την θέση της από την μέση τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας και την -για μηδενικό ονομαστικό ωρομίσθιο- τιμιακή παραγωγικότητα του κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος και β) ως προς την κλίση της από το ποσοστό κέρδους, από την τιμιακή ένταση κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος και από τον λόγο της οριακής μεταβολής της τιμιακής έντασης κεφαλαίου του τυπικού υποσυστήματος, η οποία επέρχεται συνεπεία μιας οριακής μεταβολής του ποσοστού κέρδους, προς αυτήν την οριακή μεταβολή του ποσοστού κέρδους. Ως εκ τούτου, και οι τιμές των εμπορευμάτων εξαρτώνται από τα ίδια αυτά μεγέθη

Δείξαμε επίσης ότι στα γραμμικά συστήματα παραγωγής δεν μπορεί, στην γενική περίπτωση, να υπάρξει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους σε όλες τις διαδικασίες της τεχνικής. Αυτό διαπιστώνεται από το αδύνατον της ύπαρξης -για κάθε πιθανή παραγωγική τεχνική και για κάθε εξίσωση τυποποίησης- αυστηρά θετικών τιμών.

Μια καθοριστική συνέπεια αυτής της ανάλυσης είναι η εξής: στα πλαίσια των γραμμικών συστημάτων παραγωγής, τα απόλυτα-ονομαστικά μεγέθη που προσδιορίζονται δεν αποτελούν ισόμορφες απεικονίσεις των αντίστοιχων ονομαστικών μεγεθών του πραγματικού οικονομικού κόσμου, επειδή το χρήμα δεν είναι ουδέτερο, αλλά μεταβάλλει τόσο το οικονομικά σημαντικό διάστημα του ποσοστού κέρδους και την κλίση της $w-r$ -σχέσης (περιλαμβανομένου και του προσήμου της κλίσης) όσο και το επίπεδο των σχετικών τιμών. Με άλλα λόγια στα γραμμικά συστήματα δεν είναι δυνατόν να παρασταθεί το πραγματικό χρήμα.

Τέλος προκύπτει άμεσα ότι, σε αντίθεση με την θέση της νεοοικονομικής θεωρίας, σύμφωνα με την οποία το γενικό ποσοστό κέρδους προσδιορίζεται

αποκλειστικά από τον βασικό τομέα της οικονομίας, το γενικό ποσοστό κέρδους της οικονομίας εξαρτάται τόσο από τον βασικό όσο και από τον μη βασικό τομέα της οικονομίας.

Αναφορές

- Bharadwaj, K. (1970). On the maximum number of switches between two production Systems, *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, Vol. 106.
- Bidard, C. (1986). The maximum rate of profits in joint production, *Metroeconomica*, Vol. 38, pp. 53-66.
- Βουγιουκλάκης, Π. / Μαριόλης Θ. (1990). Ορισμένα ζητήματα του προσδιορισμού των τιμών σε γραμμικά συστήματα παραγωγής, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, τεύχος 6, σελ. 69-91.
- Βουγιουκλάκης, Π. / Μαριόλης Θ. (1992). Ο προσδιορισμός των τιμών και η σχέση ονομαστικού ωρομισθίου-ποσοστού κέρδους, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, τεύχος 10, σελ.113-190.
- Βουγιουκλάκης, Π. / Μαριόλης Θ. (1993). Ο προσδιορισμός των τιμών σε διαπώμενα συστήματα παραγωγής, στα οποία τα μέγιστα ποσοστά κέρδους του βασικού και του μη βασικού υποσυστήματος είναι ίσα, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, τεύχος 12, σελ. 103-125.
- Biasco, S. (1996). Degree of mechanization of techniques and scale of mechanization of the economy, στο Marcuzzo / Pasinetti / Roncaglia (1996).
- Felderer, B. / Homburg, S. (1987). *Makroökonomik und neue Makroökonomik*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- Felderer, B. / Homburg, S. (1991). *Μακροοικονομική και νέα Μακροοικονομική*, Εκδόσεις Κριτική. [Μετάφραση των Felderer, B. / Homburg, S. (1987)].
- Γόγολος, Κ. (2000). “Ο ρόλος του χρήματος στα γραμμικά συστήματα παραγωγής”, Διδακτορική Διατριβή, Πάντειο Πανεπιστήμιο, Τμήμα Δημόσιας Διοίκησης.
- Hahn, F. (1982). The neo-Ricardians, *Cambridge Journal of Economics*, Vol. 6, 353-374.
- Harcourt G. (1970). *Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital*, Cambridge University Press.
- Kurz, H. / Gehrke C. (1994). On the choice of technique: a comment, *Jahrbucher für Nationalökonomie und Statistik*, Vol. 213, pp.100-106.
- Kurz, H. / Salvadori N. (1995). *Theory of production*, Cambridge University Press.
- Laibman, D. / Nell, E.J. (1997). Reswitching, Wicksell effects and the neoclassical production function, *American Economic Review*, 67, 878-888.
- Marcuzzo, M.C. / Pasinetti, L. / Roncaglia, A. (1996). *The economics of Joan Robinson*, Routledge, London & New York.

- Μαριόλης, Θ. (1992). Μια πρόταση σχετικά με το πρόσημο των απόλυτων τιμών σε μη διασπώμενα γραμμικά συστήματα παραγωγής, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, τεύχος 11, σελ. 73-82.
- Μαριόλης, Θ. (1993). “Η νεοοικονομική θεωρία του εξωτερικού εμπορίου- Κριτική προσέγγιση”, Διδακτορική Διατριβή, Πάντειο Πανεπιστήμιο Πολιτικών και Κοινωνικών Επιστημών, Τμήμα Δημόσιας Διοίκησης.
- Μαριόλης, Θ. (1996). Η συμβολή του V. K. Dmitriev στη θεωρία των τιμών, της κατανομής και του κεφαλαίου, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, τεύχος 19, σελ. 175-218.
- Miyao, T. (1977). A generalization of Sraffa's standard commodity and its complete characterization, *International Economic Review*, Vol. 18.
- Μπένος, Θ. Ε. (1979). *Θεωρία Χρήματος*, τ. Ι, Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα.
- Pasinetti, L. (1977). *Lectures on the theory of production*, Columbia University Press, New York.
- Pasinetti, T. (1991). Παραδόσεις θεωρίας της παραγωγής, Κριτική. [Μετάφραση του Pasinetti, L. (1977)].
- Samuelson, P. (1960). Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function, *Review of Economic Studies by Means of Commodities*, Vol. XXIX.
- Stamatis (1979). Beiträge zur Kritik der neoricardianischen und neoklassischen theorie. *Göttinger Beiträge zur Gesellschaftstheorie* Nr.4.
- Stamatis, G (1983) *Sraffa und sein Verhältnis zu Ricardo und Marx*, Göttingen.
- Stamatis, G. (1988). *Über das Normwaresubsystem und die w-r-relation. Ein Beitrag zur Theorie linearer Productionssysteme*, Athens.
- Σταμάτης, Γ. (1992α). *Ο Sraffa και η σχέση του με τον Ricardo και τον Marx*, Εκδόσεις Κριτική, Αθήνα. [Μετάφραση του Stamatis, G. (1983)].
- Σταμάτης, Γ. (1992β). *Συμβολή στην κριτική της νεοοικονομικής και νεοκλασικής θεωρίας*, Εκδόσεις Κριτική [Μετάφραση του Stamatis (1979)].
- Σταμάτης, Γ. (1995). *Προβλήματα θεωρίας γραμμικών συστημάτων παραγωγής, τόμος 1^{ος} : Βασικά ζητήματα*, 2^η βελτιωμένη έκδοση, Εκδόσεις Κριτική, Αθήνα. [Στις σελ. 227-344 περιέχεται μετάφραση του Stamatis (1988)].
- Σταμάτης, Γ. (2000). *Ποσοστό κέρδους, αξία και τιμές παραγωγής*, Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα.
- Sraffa, P. (1960). *Production of Commodities by Means of Commodities*, Cambridge.
- Sraffa, P. (1985). *Παραγωγή εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων*, Εκδόσεις Σύγχρονα θέματα. [Μετάφραση του Sraffa, P. (1960)].
- Vassilakis, S. (1983). Nichtbasisprodukte, Standardproduct und allgemeine Profitrate, *Hefte für Politische Ökonomie*, Nr. 5, Göttingen, σελ. 5-11. [Και στα Stamatis (1983), Σταμάτης (1992), ως παράρτημα].

