

# Για την ποσοτική σχέση μεταξύ αξιών και τιμών παραγωγής

του Γιώργου Σταμάτη

(σελ. 57-84)

Πολλοί μαρξιστές θεωρούν ότι ο πυρήνας της μαρξικής θεωρίας της αξίας συνίσταται στη λογική παραγωγή (Ableitung) των τιμών παραγωγής από τις αξίες και στην συνακόλουθη ύπαρξη μιας αμφιμονοσήμαντης σχέσης μεταξύ μονοσήμαντα προσδιορισμένων θετικών αξιών και μονοσήμαντα προσδιορισμένων θετικών τιμών παραγωγής.

Στα ακόλουθα θα δείξουμε ότι κατά κανόνα δεν υπάρχει μια αμφιμονοσήμαντη σχέση μεταξύ μονοσήμαντα προσδιορισμένων θετικών αξιών και μονοσήμαντα προσδιορισμένων θετικών τιμών παραγωγής και ότι ως εκ τούτου οι τιμές παραγωγής δεν δύνανται να παραχθούν λογικά από τις αξίες. Στο τέλος του άρθρου θα εκθέσουμε εν συντομία -χωρίς να την αναπτύξουμε και να την θεμελιώσουμε- την άποψή μας ότι η παραπάνω σχέση μεταξύ αξιών και τιμών παραγωγής και συνεπώς και η λογική παραγωγή των τελευταίων από τις πρώτες δεν συνιστούν τον πυρήνα της μαρξικής θεωρίας της αξίας, αλλά αποτελούν στα πλαίσια αυτής της θεωρίας τεχνάσματα της διάνοιας (Kunstgriffe des Verstandes), με τα οποία αυτή προσπαθεί να κατανοήσει την μεταμόρφωση των πολυδιάστατων ποσοτήτων άμεσων και έμμεσων ανομοιογενών εργασιών, οι οποίες είναι αναγκαίες για την παραγωγή ενός εμπορεύματος, στην μονοδιάστατη ποσότητα χρήματος, η οποία συνιστά την τιμή αυτού του εμπορεύματος, και έτσι την μεταμόρφωση των πολυδιάστατων ανομοιογενών εργασιών σε μονοδιάστατο χρήμα.

\*\*\*

Χάριν απλούστευσης του πράγματος θα δώσουμε την απόδειξη του παραπάνω ισχυρισμού μας με την βοήθεια δύο γενικεύσιμων αριθμητικών παραδειγμάτων.

Έστω η τετράγωνη<sup>1</sup>, παραγωγική<sup>2</sup>, διασπώμενη γραμμική τεχνική απλής

---

1. Τετράγωνη ονομάζεται μια τεχνική παραγωγής, όταν το πλήθος των εμπορευμάτων που παράγει είναι ίσο με το πλήθος των διαδικασιών παραγωγής που χρησιμοποιεί.

2. Παραγωγική ονομάζεται μια τεχνική, όταν με αυτήν μπορεί να παραχθεί οποιοδήποτε θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν που αποτελείται από εμπορεύματα που παράγει αυτή η τεχνική.

παραγωγής<sup>3</sup>  $[A, \ell]$  με

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0.75 \end{bmatrix} \text{ και } \ell = (1, 1),$$

όπου  $A$  η  $2 \times 2$  μήτρα των τεχνικών συντελεστών και  $\ell$  το  $1 \times 2$  διάνυσμα της άμεσης εργασίας ανά μονάδα παραγόμενου εμπορεύματος.

Όπως φαίνεται άμεσα από την μήτρα  $A$ , το εμπόρευμα 1 εισέρχεται στην παραγωγή και των δύο εμπορευμάτων. Συνεπώς είναι βασικό εμπόρευμα. Το εμπόρευμα 2 εισέρχεται μόνον στην ίδια την δική του παραγωγή. Συνεπώς είναι μη βασικό εμπόρευμα<sup>4</sup>. Έτσι κάθε σύστημα παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί την τεχνική  $[A, \ell]$  και παράγει και τα δύο εμπορεύματα, διασπάται σε ένα βασικό υποσύστημα που αποτελείται από την διαδικασία παραγωγής 1 και σε ένα μη βασικό υποσύστημα που αποτελείται από την διαδικασία παραγωγής 2.

Για τις αξίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  των εμπορευμάτων 1 και 2 ισχύει:

$$\omega_1 = 0.5 \omega_1 + 1 \quad (1)$$

και

$$\omega_2 = 0.25 \omega_1 + 0.75 \omega_2 + 1 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\omega_1 = 2$$

και

$$\omega_2 = 6$$

Επειδή η δεδομένη τεχνική  $[A, \ell]$  είναι μια τετράγωνη, παραγωγική τεχνική, οι αξίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  είναι θετικές. Και επειδή η ίδια αυτή τεχνική είναι επιπροσθέτως μια τεχνική απλής παραγωγής, οι αξίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  δεν είναι μόνον θετικές, αλλά και μονοσήμαντα προσδιορισμένες<sup>5</sup>.

3. Μια (τετράγωνη) τεχνική ονομάζεται τεχνική απλής παραγωγής, όταν κάθε διαδικασία παραγωγής παράγει ένα μόνον εμπόρευμα (και κάθε εμπόρευμα παράγεται από μια μόνον διαδικασία παραγωγής).

4. Βασικό ονομάζεται ένα εμπόρευμα, όταν εισέρχεται -άμεσα ή έμμεσα- στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων. Μη βασικό ονομάζεται ένα εμπόρευμα, όταν δεν εισέρχεται -άμεσα ή έμμεσα- στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων, αλλά ή εισέρχεται στην παραγωγή ορισμένων μόνον εμπορευμάτων ή δεν εισέρχεται στην παραγωγή κανενός εμπορεύματος.

5. Όπως θα δούμε στην συνέχεια αυτό δεν ισχύει για τετράγωνα, βιώσιμα, αλλά μη παραγωγικά συστήματα σύνθετης παραγωγής.

Χάριν απλούστευσης του πράγματος προϋποθέτουμε ότι

- (a) η περίοδος παραγωγής είναι η ίδια και για τα δύο εμπορεύματα,
- (b) το σταθερό κεφάλαιο φθείρεται και στις δύο διαδικασίες παραγωγής καθ' ολοκληρίαν κατά την διάρκεια της περιόδου παραγωγής,
- (c) οι μισθοί της περιόδου παραγωγής προκαταβάλλονται στο σύνολό τους στην αρχή της περιόδου, έτσι που αποτελούν μέρος του προκαταβεβλημένου κεφαλαίου της περιόδου και συγκεκριμένα το μεταβλητό προκαταβεβλημένο κεφάλαιο, και
- (d) η περίοδος, για την οποίαν υπολογίζουμε το ποσοστό κέρδους, είναι ίση με την κοινή και για τα δύο εμπορεύματα περίοδο παραγωγής.

Προϋποθέτουμε επίσης, όπως ο Marx, ότι

- (e) το ονομαστικό ωρομίσθιο  $w$  είναι ενιαίο και για τις δύο διαδικασίες παραγωγής,
- (f) το ποσοστό κέρδους  $r$  είναι ενιαίο και για τις δύο διαδικασίες παραγωγής και
- (g) για κάθε μονάδα του εμπορεύματος 1 ισχύει η ίδια τιμή παραγωγής  $p_1$  και για κάθε μονάδα του εμπορεύματος 2 η ίδια τιμή παραγωγής  $p_2$ . Τέλος
- (h) ορίζουμε το ενιαίο ποσοστό κέρδους  $r$  σε αντιστοιχία προς τον Marx ως τον λόγο των κερδών ανά περίοδο προς το στην αρχή της περιόδου προκαταβεβλημένο σταθερό και μεταβλητό κεφάλαιο.

Υπό τις παραπάνω προϋποθέσεις (a)-(h) ισχύει για τις τιμές παραγωγής  $p_1$  και  $p_2$  των εμπορευμάτων 1 και 2:

$$p_1 = (1 + r) (0.5 p_1 + w) \quad (3)$$

και

$$p_2 = (1 + r) (0.25 p_1 + 0.75 p_2 + w) \quad (4)$$

Όπως δείχνουν οι (3) και (4), οι τιμές παραγωγής  $p_1$  και  $p_2$  είναι ορισμένες ανεξάρτητα από τις αξίες  $w_1$  και  $w_2$ . Δεδομένης της τεχνικής παραγωγής  $[A, \ell]$  και των προϋποθέσεων (e), (f) και (g), η τιμή παραγωγής κάθε εμπορεύματος είναι ορισμένη ως το άθροισμα του κόστους σε υλικά και σε εργασιακή δύναμη και του κέρδους, όπου το κέρδος προκύπτει ως το γινόμενο του προκαταβεβλημένου κεφαλαίου και του ενιαίου ποσοστού κέρδους.

Το αποτελούμενο από τις (3) και (4) σύστημα εξισώσεων προσδιορισμού των τιμών παραγωγής είναι ένα σύστημα 2 ανεξάρτητων εξισώσεων με 4 αγνώστους, τις αγνώστους  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $r$  και  $w$ , ή ένα σύστημα 2 ανεξάρτητων εξισώσεων με 3 αγνώστους, τις αγνώστους  $p_1/p_2$ ,  $r$  και  $w/p_2$  (ή  $p_2/p_1$ ,  $r$  και  $w/p_1$  ή, τέλος,

$p_1/w$ ,  $r$  και  $p_2/w$ ). Αν δώσουμε εξωγενώς το  $r^6$ ,

$$0 \leq r \leq r_{\max} = \min r |_{w=0}, \quad (5)$$

τότε αυτό το σύστημα εξισώσεων φαίνεται να προσδιορίζει μονοσήμαντα το  $p_1/p_2$  και το  $w/p_2$ , δηλ. τις δύο σχετικές τιμές των εμπορευμάτων 1, 2 και του εμπορεύματος «εργασιακή δύναμη».

Έστω ότι δίνουμε εξωγενώς το  $r$  δια της

$$r = \bar{r} \quad (6)$$

όπου το  $\bar{r}$  πληροί την (5).

Τότε, αντικαθιστώντας την (6) στην (3), παίρνουμε από την τελευταία

$$p_1 [1 - 0.5 (1 + \bar{r})] = w. \quad (7)$$

Αντικαθιστώντας τις (6) και (7) στην (4), παίρνουμε μετά από κατάλληλες αλγεβρικές πράξεις:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 - 0.75 (1 + \bar{r})}{1 + \bar{r}} \cdot \frac{1}{1.5 + 0.5 (1 + \bar{r})} \quad (8)$$

Διαιρώντας και τα δύο μέλη της (7) με το  $p_2$ ,<sup>7</sup> παίρνουμε:

$$\frac{p_1}{p_2} = [1 - 0.5 (1 + \bar{r})] = \frac{w}{p_2} \quad (9)$$

Φαίνεται λοιπόν σαν η (8) να προσδιορίζει μονοσήμαντα το  $p_1/p_2$  και η (9) να προσδιορίζει κατόπιν, για μονοσήμαντα προσδιορισμένο  $p_1/p_2$ , μονοσήμαντα το  $w/p_2$ .

Ας δούμε όμως αν έχει όντως έτσι το πράγμα. Από τις (3) και (4) παίρνουμε αντιστοίχως:

$$p_1 \frac{1 - 0.5 (1 + r)}{1 + r} = w \quad (3\alpha)$$

και

$$p_2 [1 - 0.75 (1 + r)] = (1 + r) (0.25 p_1 + w) \quad (4\alpha)$$

Έστω ότι το  $p_1$  είναι θετικό. Υπ' αυτήν την προϋπόθεση αυξάνουμε συνεχώς το  $r$ , εκκινώντας από το  $r=0$ , μέχρις ότου το  $w$  γίνει ίσο με μηδέν και συνεχώς το  $r$  ίσο με  $r_{\max} (= \min r |_{w=0})$ .

6. Ορίζουμε το  $r_{\max}$  ως ίσο με το  $\min r |_{w=0}$ , διότι ακόμη και σε τετράγωνες μη διασπώμενες παραγωγικές τεχνικές απλής παραγωγής για κάθε  $r$ ,  $r > \min r |_{w=0}$  εμφανίζονται και αρνητικές τιμές παραγωγής.

7. Αυτό φυσικά προϋποθέτει  $p_2 \neq 0$ . Όπως θα δούμε στη συνέχεια, αυτή η προϋπόθεση πληρούται.

Έτσι από τις (3α) και (4α) προκύπτουν τα εξής:

- (a) Για κάθε  $r$ ,  $0 \leq r < 1/3$ , είναι  $p_2 > 0$  και  $w > 0$ .
- (b) Όταν το  $r$  τείνει αυξανόμενο προς το  $1/3$ , τότε, επειδή το  $1-0.75(1+r)$  τείνει προς το μηδέν ενώ το  $p_1$  και το  $w$  είναι θετικά, το  $p_2$  τείνει προς το  $+\infty$ .
- (c) Για  $r=1/3$  το  $w$  είναι θετικό, ενώ, επειδή είναι  $1-0.75(1+r)=0$ , το  $p_2$  είναι απροσδιόριστο.
- (d) Για  $r$ ,  $1/3 < r \leq 1$ , το  $p_2$  είναι αρνητικό, ενώ το  $w$  είναι για  $r$ ,  $1/3 < r < 1$ , θετικό και για  $r=1$  ίσο με μηδέν. Το τελευταίο σημαίνει ότι:  
 $r_{\max} = \min r |_{w=0} = 1$ . Και
- (e) Όταν το  $r$  τείνει μειούμενο προς το  $1/3$ , τότε το  $p_2$  τείνει προς το  $-\infty$ .

Έστω, τώρα, ότι το  $p_2$  είναι θετικό. Τότε από τις (3α) και (4α) προκύπτουν τα εξής:

- (a) Για κάθε  $r$ ,  $0 \leq r < 1/3$ , είναι  $p_1 > 0$  και  $w > 0$ . Και
- (b) Για  $r = 1/3$  είναι  $p_1 = 0$  και  $w = 0$ . Το τελευταίο σημαίνει προφανώς ότι  
 $r_{\max} = \min r |_{w=0} = 1/3$ .

Τα παραπάνω δείχνουν ότι οι (8) και (9), δηλ. οι (3) και (4), από τις οποίες πήραμε τις (8) και (9), δεν προσδιορίζουν πάντα μονοσήμαντα τα  $p_1/p_2$  και  $w/p_2$ . Διότι για  $p_1 > 0$  και  $r = 1/3$  το  $p_2$  και συνεπώς τα  $p_1/p_2$  και  $w/p_2$  είναι απροσδιόριστα.

Σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις οι (3) και (4) προσδιορίζουν βέβαια μονοσήμαντα τις σχετικές τιμές παραγωγής των εμπορευμάτων. Μόνον που σε μερικές από αυτές τις υπόλοιπες περιπτώσεις οι σχετικές τιμές παραγωγής των εμπορευμάτων είναι μεν μονοσήμαντα προσδιορισμένες όχι όμως και θετικές.

Έτσι για  $p_1 > 0$  και  $r$ ,  $1/3 < r \leq r_{\max} = \min r |_{w=0} = 1$ , το  $p_2$  και συνεπώς τα  $p_1/p_2$  και  $w/p_2$  είναι αρνητικά! Επίσης για  $p_2 > 0$  και  $r_{\max} = \min r |_{w=0} = 1/3$  το  $p_1$  και συνεπώς το  $p_1/p_2$  είναι ίσα με μηδέν!

Τέλος παραμένει προς ερμηνείαν και το εξής παράδοξον: Όταν είναι  $p_1 > 0$ , τότε είναι  $r_{\max} = \min r |_{w=0} = 1$ , όταν όμως  $p_2 > 0$ , τότε είναι  $r_{\max} = \min r |_{w=0} = 1/3$ !

Εντέλει μόνον για  $r$ ,  $0 \leq r < 1/3$ , οι (3) και (4) προσδιορίζουν μονοσήμαντα θετικές τιμές εμπορευμάτων. Αυτού δεδομένου, θα μπορούσε να πει κανείς ότι τότε δεν έχουμε παρά να φράξουμε το  $r$  προς τα πάνω δια της

$$(0 \leq) r < 1/3 \quad (5\alpha)$$

για να δίνουν οι (3) και (4) πάντα μονοσήμαντα προσδιορισμένες και θετικές σχετικές τιμές παραγωγής. Αυτό όμως θα ήταν προφανώς μια *petitio principii*. Διότι, ενώ θέλαμε να διερευνήσουμε αν οι σχετικές τιμές παραγωγής

που προσδιορίζονται από τις (3) και (4) είναι πάντα μονοσήμαντα προσδιορισμένες και θετικές, τώρα δια της εισαγωγής της (5α) απαιτούμε να είναι πάντα μονοσήμαντα προσδιορισμένες και θετικές.

\*\*\*

Αλλά ακόμη κι αν το αποτελούμενο από τις (3) και (4) σύστημα εξισώσεων προσδιόριζε πάντα μονοσήμαντα τις τιμές παραγωγής, τότε θα προσδιόριζε τις σχετικές μόνον, όχι και τις απόλυτες τιμές παραγωγής -εν αντιθέσει προς το αποτελούμενο από τις (1) και (2) σύστημα εξισώσεων προσδιορισμού των αξιών, το οποίο προσδιορίζει τις απόλυτες κι όχι μόνον τις σχετικές αξίες. Ως εκ τούτου το αποτελούμενο από τις (3) και (4) σύστημα εξισώσεων προσδιορισμού των τιμών παραγωγής συνιστά ένα μοντέλο καπιταλιστικής εμπορευματικής παραγωγής και ανταλλαγής χωρίς χρήμα.

Το χρήμα εισάγεται στο μοντέλο δια της εισαγωγής στο σύστημα εξισώσεων προσδιορισμού των τιμών παραγωγής μιας εξίσωσης τυποποίησης του διανύσματος  $(p_1, p_2)$  των τιμών παραγωγής. Η γενική μορφή της εξίσωσης τυποποίησης των τιμών είναι η

$$p y = p_1 y_1 + p_2 y_2 = c \text{ μονάδες πλασματικού χρήματος ανά } y, \quad (10)$$

όπου  $y \geq 0$  και  $c > 0$ .

Το  $y$  είναι ένα  $2 \times 1$  διάνυσμα, το οποίο παριστά ένα καλάθι εμπορευμάτων που αποτελείται είτε από μια οποιαδήποτε θετική ποσότητα του εμπορεύματος 1 και μόνον είτε από μια οποιαδήποτε θετική ποσότητα του εμπορεύματος 2 και μόνον είτε, τέλος, από οποιεσδήποτε θετικές ποσότητες των εμπορευμάτων 1 και 2. Το καλάθι εμπορευμάτων  $y$ , του οποίου η τιμή  $py$  έχει τεθεί ίση με μια θετική και σταθερή ποσότητα  $c$  πλασματικού χρήματος, το ονομάζουμε τυπικό εμπόρευμα.

Είναι προφανές ότι μόνον παραγόμενα από το δεδομένο σύστημα παραγωγής εμπορεύματα μπορούν να λειτουργήσουν ως τυπικά εμπορεύματα.

Αντιθέτως ως πλασματικό χρήμα μπορεί να λειτουργήσει οποιοδήποτε ομοιογενές εκτατικό πράγμα, αλλά ωστόσο -πλην του εμπορεύματος ή του καλάθιου εμπορευμάτων που λειτουργεί ως τυπικό εμπόρευμα- κανένα από τα παραγόμενα από το δεδομένο σύστημα παραγωγής εμπορεύματα. Διότι, εάν ως πλασματικό χρήμα λειτουργούσε ένα από τα παραγόμενα από το δεδομένο σύστημα παραγωγής εμπορευμάτων -πλην του τυπικού εμπορεύματος-, τότε η εξίσωση τυποποίησης θα ισοδυναμούσε με την αυθαίρετη εισαγωγή ενός λόγου ανταλλαγής (μιας σχετικής τιμής) μεταξύ του εμπορεύματος που λειτουργεί ως τυπικό εμπόρευμα και του εμπορεύματος που λειτουργεί ως πλασματικό χρήμα, ο οποίος κατά κανόνα θα αντέφασκε στον λόγο ανταλλαγής

των δύο αυτών εμπορευμάτων, τον οποίον προσδιορίζει το σύστημα εξισώσεων προσδιορισμού των σχετικών τιμών παραγωγής (εδώ: το αποτελούμενο από τις (3) και (4) σύστημα εξισώσεων). Η εξίσωση τυποποίησης θα αντέφασκε λοιπόν στις εξισώσεις (3) και (4).

Το σημαντικό πάντως είναι ότι -υπό τους προαναφερθέντες περιορισμούς- η επιλογή τόσο του τυπικού εμπορεύματος όσο και του πλασματικού χρήματος είναι ελεύθερη και αυθαίρετη και δεν επιδέχεται καμιά οικονομική θεμελίωση. Ως πλασματικό χρήμα μπορούν π.χ. να λειτουργούν εξίσου καλά η εργασία ή η δραχμή ή ζωγραφιστά ανθρωπάκια ή το ίδιο το τυπικό εμπόρευμα. Αυτό δεν έχει κανενός είδους επιπτώσεις. Η επιλογή του τυπικού εμπορεύματος αντιθέτως έχει σημαντικές συνέπειες, μερικές από τις οποίες θα γνωρίσουμε στα ακόλουθα.

Η εξίσωση τυποποίησης ορίζει δια του επιλεγέντος τυπικού εμπορεύματος ένα υποσύστημα παραγωγής, το οποίο ονομάζουμε τυπικό υποσύστημα. Πρόκειται για το υποσύστημα παραγωγής, το οποίο χρησιμοποιεί την δεδομένη τεχνική και παράγει ως καθαρό προϊόν του το επιλεγέν τυπικό εμπόρευμα. (Για τις έννοιες της τυποποίησης των τιμών, του τυπικού εμπορεύματος, του πλασματικού χρήματος και του τυπικού υποσυστήματος, δες Stamatis 1983, σελ. 118, κ.ε., Stamatis 1988, σελ. 17 κ.ε. και Stamatis 1993).

Έστω λοιπόν

$$y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

και

$$c=1,$$

οπότε η (10) παίρνει τη μορφή

$$p_1=1. \tag{10α}$$

Λαμβάνοντας υπόψη την (10α), παίρνουμε από την (3) την λεγόμενη w-r-σχέση:

$$w = \frac{1 - 0.5(1+r)}{1+r} \tag{11}$$

Για  $w = 0$  παίρνουμε από την (11)

$$r_{\max} = 1.$$

Κατά την τυποποίηση με την (10α) το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι λοιπόν ίσο με 1.

Αντικαθιστώντας τις (10α) και (11) στην (4), παίρνουμε:

$$p_2 [1 - 0.75 (1 + r)] = (1 + r) \left( 0.25 + \frac{1 - 0.5 (1 + r)}{1 + r} \right). \quad (12)$$

Για  $r = 1/3$  παίρνουμε για το  $[1 - 0.75 (1 + r)]$

$$1 - 0.75 (1 + r) = 0. \quad (13)$$

Λαμβανομένης υπόψη της (13), προκύπτει από την (12) ότι για  $r = 1/3$  το  $p_2$  είναι απροσδιόριστο.

Από την (12) προκύπτει επίσης ότι για  $r$ ,  $0 \leq r < 1/3$ , είναι  $p_2 > 0$  (όπου, όταν το  $r$  τείνει αυξανόμενο προς το  $1/3$ , το  $p_2$  τείνει προς το  $+\infty$ ) και ότι για  $r$ ,  $1/3 < r \leq r_{\max} = 1$ , το  $p_2$  είναι αρνητικό (όπου, όταν το  $r$  τείνει μειούμενο προς το  $1/3$ , το  $p_2$  τείνει προς το  $-\infty$ ).

Έτσι λοιπόν κατά την τυποποίηση με την (10α) το  $p_2$  -και κατά συνέπεια τόσο το  $p_1/p_2$  όσο και το  $w/p_2$ - είναι για ορισμένες τιμές του  $r$  θετικό, για μια τιμή του  $r$  απροσδιόριστο και για τις υπόλοιπες τιμές του  $r$  αρνητικό.

Αυτό σημαίνει ότι στην θετική και μονοσήμαντα προσδιορισμένη αξία  $\omega_2$  του εμπορεύματος 2 αντιστοιχεί για  $r = 1/3$  μια απροσδιόριστη τιμή παραγωγής  $p_2$  και για κάθε  $r$ ,  $1/3 < r \leq r_{\max} = 1$ , μια αρνητική τιμή παραγωγής  $p_2$  του ίδιου εμπορεύματος 2!<sup>8</sup>

Αν αντιθέτως τυποποιήσουμε με

$$p_2 = 1 \quad (10b)$$

ή με

$$y_1 p_1 + y_2 p_2 = 1, \text{ όπου } \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = y > 0, \quad (10c)$$

τότε θα διαπιστώσουμε<sup>9</sup> ότι

- (a)  $r_{\max} = \min r |_{w=0} = 1/3$ ,
- (b) για κάθε  $r$ ,  $0 \leq r \leq 1/3$ , το  $p_2$  είναι θετικό (ακόμη κι αν δεν έχουμε τυποποιήσει με την (10b), η οποία θέτει την θετικότητα του  $p_2$  για κάθε  $r$ , αλλά με την (10c)), και
- (c) για κάθε  $r$ ,  $0 \leq r < 1/3$ , το  $p_1$  είναι θετικό, ενώ για  $r = r_{\max} = 1/3$  το  $p_1$  είναι ίσο με μηδέν.<sup>10</sup>

8. Αν είχαμε περισσότερα του ενός μη βασικά εμπορεύματα και η μήτρα των εισροών σε μη βασικά εμπορεύματα του μη βασικού υποσυστήματος ήταν μη διασπώμενη, τότε αυτό θα ίσχυε για όλες τις τιμές παραγωγής των μη βασικών εμπορευμάτων.

9. Αφήνουμε στον αναγνώστη τους αναγκαίους υπολογισμούς.

10. Εάν υπήρχαν περισσότερα του ενός βασικά εμπορεύματα, τότε αυτό θα ίσχυε για τιμές παραγωγής όλων των βασικών εμπορευμάτων.



Έτσι λοιπόν κατά την τυποποίηση με την (10b) ή την (10c) στην μονοσήμαντα προσδιορισμένη θετική αξία  $\omega_1$  του εμπορεύματος 1 αντιστοιχεί για  $\tau = \tau_{\max} = 1/3$  μια μηδενική τιμή παραγωγής  $p_1$  του ιδίου αυτού εμπορεύματος 1.

Οι τυποποιήσεις (10a), (10b) και (10c) αποτελούν στο παράδειγμά μας όλα τα δυνατά είδη τυποποιήσεων. Συνεπώς για κάθε δυνατή τυποποίηση εμφανίζονται είτε αρνητικές, απροσδιόριστες, τείνουσες προς το  $+\infty$  και τείνουσες προς το  $-\infty$  τιμές παραγωγής είτε μηδενικές τιμές παραγωγής -καίτοι οι αντίστοιχες αξίες είναι μονοσήμαντα προσδιορισμένες και θετικές.

Τα παραπάνω φαινόμενα εμφανίζονται πάντα όχι μόνον σε διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής, στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος είναι, όπως στο παράδειγμά μας, μεγαλύτερο από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού υποσυστήματος,<sup>11</sup> αλλά και σε διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής, στις οποίες το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος είναι μικρότερο από ή ίσο με το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού υποσυστήματος.<sup>12</sup> Δεν εμφανίζονται ποτέ σε μη διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής ούτε και σε διασπώμενες τεχνικές απλής παραγωγής, στις οποίες τα μη βασικά εμπορεύματα δεν εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων.

\*\*\*

Πραγματευθήκαμε την περίπτωση συστημάτων απλής παραγωγής. Στα ακόλουθα θα διερευνήσουμε την περίπτωση των συστημάτων σύνθετης παραγωγής, η οποία, ως γνωστόν, αποτελεί τον κανόνα. Εδώ τα πράγματα χειροτερεύουν. Διότι τα προβλήματα που ανακύπτουν αφορούν όχι μόνον την πλευρά των τιμών παραγωγής, αλλά και την πλευρά των αξιών. Οι τελευταίες είναι μεν θετικές, όχι όμως και πάντα μονοσήμαντα προσδιορισμένες.

11. Μέγιστο ποσοστό κέρδους ενός υποσυστήματος παραγωγής ονομάζουμε το ποσοστό κέρδους αυτού του υποσυστήματος, το οποίο προκύπτει για  $w=0$  και για μηδενικές τιμές όλων των εισροών που παίρνει αυτό το υποσύστημα από τα υπόλοιπα υποσυστήματα (Δες Stamatis 1988, σελ. 13 κ.ε.). Όπως εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς, στο παράδειγμά μας το μέγιστο ποσοστό κέρδους του βασικού υποσυστήματος είναι ίσο με 1 και το μέγιστο ποσοστό κέρδους του μη βασικού υποσυστήματος είναι ίσο με 1/3.

12. Δες Βουγιουκλάκης, Π. / Μαριόλης, Θ., 1993, σσ. 103-125, Μαριόλης, Θ., 1993, σσ. 53-56 και Mariolis, Th. / Stamatis, G., 1996.

Έστω λοιπόν το τετράγωνο, βιώσιμο αλλά μη παραγωγικό σύστημα σύνθετης παραγωγής  $[A, B, \ell]^{13}$  με

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 12 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \ell = (1, 1)$$

όπου  $A$  η  $2 \times 2$  μήτρα των υλικών εισροών,  $B$  η  $2 \times 2$  μήτρα των εκροών και  $\ell$  το διάνυσμα των εισροών σε (ομοιογενή) εργασία.

13. Ένα σύστημα παραγωγής ονομάζεται σύστημα σύνθετης παραγωγής, όταν μια τουλάχιστον από τις διαδικασίες παραγωγής του παράγει ένα «σύνθετο προϊόν», δηλ. περισσότερα του ενός εμπορεύματα. Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο στην περίπτωση σύνθετης παραγωγής η αντιστοιχούσα σε ένα σύστημα τεχνική παραγωγής δεν δύναται να ορισθεί, όπως στην περίπτωση της απλής παραγωγής, δια των εισροών σε μέσα παραγωγής και εργασία ανά μονάδα παραγομένου εμπορεύματος, αλλά ορίζεται -συμβατικά- δια των εισροών σε μέσα παραγωγής και των εκροών σε παραγόμενα εμπορεύματα ανά μονάδα εργασίας. Γι' αυτό και προτιμούμε να ομιλούμε για συστήματα και όχι για τεχνικές σύνθετης παραγωγής.

Ένα σύστημα σύνθετης παραγωγής ονομάζεται παραγωγικό, όταν ισχύει γι' αυτό

$$(B - A)^{-1} \geq 0$$

και συνεπώς, όπως θα δούμε στη συνέχεια, δύναται να παράγει οποιοδήποτε εξωγενώς δεδομένο θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν. Βιώσιμο ονομάζεται ένα σύστημα σύνθετης παραγωγής, όταν, όπως στο αριθμητικό μας παράδειγμα, το καθαρό προϊόν του είναι θετικό ή ημιθετικό. Ένα βιώσιμο σύστημα σύνθετης παραγωγής δύναται να είναι, δεν είναι όμως κατ' ανάγκην παραγωγικό. Είναι παραγωγικό, όταν ισχύει γι' αυτό  $(B - A)^{-1} \geq 0$ , και είναι μη παραγωγικό, όταν η  $(B - A)^{-1}$  περιέχει και αρνητικές συνιστώσες. Στην τελευταία περίπτωση το σύστημα δύναται να παράγει, όπως θα δούμε στη συνέχεια, ορισμένα μόνον θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα και όχι οποιοδήποτε θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν. Για το σύστημα του αριθμητικού μας παραδείγματος παίρνουμε

$$(B - A)^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Συνεπώς είναι βιώσιμο, αλλά μη παραγωγικό.

Αντίστοιχα ισχύουν -στην γενική περίπτωση- και στην απλή παραγωγή. Μόνον μη διασπώμενα συστήματα απλής παραγωγής καθώς και διασπώμενα συστήματα απλής παραγωγής όπου τα μη βασικά εμπορεύματα δεν εισέρχονται στην παραγωγή των μη βασικών εμπορευμάτων, όταν παράγουν ένα θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν, όταν δηλ. είναι βιώσιμα, δύναται να παράγουν οποιοδήποτε θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν, είναι δηλ. και παραγωγικά. Συνεπώς σ' αυτήν την τελευταία περίπτωση απλής παραγωγής, όταν η  $(B - A)^{-1}$  (όπου αυτονοήτως  $B=I$ ) περιέχει και αρνητικές συνιστώσες, το σύστημα είναι όχι μόνον μη παραγωγικό, αλλά πάντα και μη βιώσιμο, δηλ. δεν δύναται να παράγει κανένα απολύτως θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν (Δες Σταμάτης 1995, σελ. 45 κ.ε.).

Αν συμβολίσουμε με  $\omega_{11}$  την αξία του εμπορεύματος 1 που παράγεται από την διαδικασία παραγωγής 1, με  $\omega_{12}$  την αξία του εμπορεύματος 2 που παράγεται από την διαδικασία παραγωγής 2, με  $\omega_{21}$  την αξία του εμπορεύματος 2 που παράγεται από τη διαδικασία παραγωγής 1, με  $\omega_{22}$  την αξία του εμπορεύματος 2 που παράγεται από την διαδικασία παραγωγής 2, με  $\omega_1$  την σταθμισμένη μέση αξία του εμπορεύματος 1 που παράγεται από τις διαδικασίες παραγωγής 1 και 2 (όπου ως σταθμά λειτουργούν ο λόγος της παραγόμενης από την διαδικασία 1 ποσότητας του εμπορεύματος 1 προς την συνολικά και από τις δύο διαδικασίες 1 και 2 παραγόμενη ποσότητα του εμπορεύματος 1 και ο λόγος της παραγόμενης από την διαδικασία 2 ποσότητας του εμπορεύματος 1 προς την συνολικά και από τις δύο διαδικασίες 1 και 2 παραγόμενη ποσότητα του εμπορεύματος 1) και με  $\omega_2$  την σταθμισμένη μέση αξία του εμπορεύματος 2, που παράγεται από τις διαδικασίες 1 και 2 (όπου ως σταθμά λειτουργούν ο λόγος της παραγόμενης από τη διαδικασία 1 ποσότητας του εμπορεύματος 2 προς την συνολικά και από τις δύο διαδικασίες 1 και 2 παραγόμενη ποσότητα του εμπορεύματος 2 και ο λόγος της παραγόμενης από την διαδικασία 2 ποσότητας του εμπορεύματος 2 προς την συνολικά και από τις δύο διαδικασίες 1 και 2 παραγόμενη ποσότητα του εμπορεύματος 2), τότε για τις αξίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  ισχύει:

$$5 \omega_{11} + 1 = 6 \omega_{11} + \omega_{21} \quad (13)$$

$$10 \omega_{22} + 1 = 3 \omega_{12} + 12 \omega_{22} \quad (14)$$

$$\omega_1 = \frac{6}{6+3} \omega_{11} + \frac{3}{6+3} \omega_{12} \quad (15)$$

και

$$\omega_2 = \frac{1}{1+12} \omega_{21} + \frac{12}{1+12} \omega_{22}. \quad (16)$$

Το αποτελούμενο από τις (13), (14), (15) και (16) σύστημα εξισώσεων είναι ένα σύστημα 4 ανεξάρτητων γραμμικών εξισώσεων με 6 αγνώστους, τις  $\omega_{11}$ ,  $\omega_{12}$ ,  $\omega_{21}$ ,  $\omega_{22}$ ,  $\omega_1$  και  $\omega_2$ . Συνεπώς όχι μόνον δεν προσδιορίζει μονοσήμαντα τις αξίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  των εμπορευμάτων 1 και 2 αλλά ούτε καν τον λόγο τους  $\omega_1/\omega_2$ . Διότι το σύστημα εξισώσεων προσδιορισμού του  $\omega_1/\omega_2$  είναι ένα σύστημα 4 ανεξάρτητων γραμμικών εξισώσεων, των εξισώσεων (13), (14), (15) και (16), με 5 αγνώστους, τις  $\omega_{11}$ ,  $\omega_{12}$ ,  $\omega_{21}$ ,  $\omega_{22}$  και  $\omega_1/\omega_2$ .

Ο Steedman, από τον οποίον δανειστήκαμε το παραπάνω παράδειγμα (δες Steedman 1975), προσδιορίζει μονοσήμαντα τις αξίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$ , επειδή αντί των ορθών εξισώσεων (15) και (16) εισάγει αυθαιρέτως και εσφαλμένως τις

$$\omega_{11} = \omega_{12} = \omega_1 \quad (15\alpha)$$

και

$$\omega_{21} = \omega_{22} = \omega_2 . \quad (16\alpha)$$

Το από τις (13), (14), (15α) και (16α) αποτελούμενο σύστημα εξισώσεων του Steedman δίνει:

$$\omega_{11} = \omega_{12} = \omega_1 = -1$$

και

$$\omega_{21} = \omega_{22} = \omega_2 = 2.$$

Δείξαμε αλλού (δες Stamatis 1979, σελ. 16 κ.ε. και Stamatis 1983a) ότι το σύστημα εξισώσεων του Steedman ορίζει εσφαλμένα τις αξίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  και ότι συνεπώς το συμπέρασμα που προκύπτει από την λύση του, δηλ. το συμπέρασμα, ότι οι αξίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  είναι μονοσήμαντα προσδιορισμένες και η αξία  $\omega_1$  είναι αρνητική, ή, γενικότερα, το συμπέρασμα ότι σε συστήματα σύνθετης παραγωγής οι αξίες είναι μονοσήμαντα προσδιορισμένες και μερικές από αυτές δύναται να είναι αρνητικές, είναι εσφαλμένο. Δείξαμε επίσης (*ibidem*) ότι, όπως προκύπτει από το σύστημα των εξισώσεων (13), (14), (15) και (16), το οποίο ορίζει ορθά τις αξίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$ , αυτές οι αξίες είναι πάντα θετικές και *μη μονοσήμαντα προσδιορισμένες*.<sup>14</sup>

Το αντίστοιχο σύστημα εξισώσεων προσδιορισμού των τιμών παραγωγής είναι το

$$6 p_1 + p_2 = (5 p_1 + w) (1 + r) \quad (17)$$

$$3 p_1 + 12 p_2 = (10 p_2 + w) (1 + r) . \quad (18)$$

Όπως κι αν τυποποιήσει κανείς εδώ τις τιμές, εμφανίζονται μηδενικές και αρνητικές τιμές παραγωγής (δες Μαριόλης 1993, σελ. 90 κ.ε.). Είναι όμως γενικά γνωστό ότι σε συστήματα σύνθετης παραγωγής εμφανίζονται κατά κανόνα μηδενικές, αρνητικές, τείνουσες προς το  $+\infty$ , τείνουσες προς το  $-\infty$  και απροσδιόριστες τιμές παραγωγής (δες Stamatis 1983, σελ. 404 κ.ε.).<sup>15</sup>

Έτσι λοιπόν, όσον αφορά την πλευρά των τιμών παραγωγής, έχουμε και στην περίπτωση της σύνθετης παραγωγής την ίδια κατάσταση όπως και στην περίπτωση της απλής παραγωγής: μηδενικές, αρνητικές, τείνουσες προς το  $+\infty$

14. Σε συστήματα σύνθετης παραγωγής οι αξίες των εμπορευμάτων είναι θετικές και μονοσήμαντα προσδιορισμένες, όταν (α) η εργασία είναι ομοιογενής και (β) ισχύει  $(B - A)^{-1} \geq 0$  (Δες Παράρτημα). Στο αριθμητικό μας παράδειγμα η  $(B - A)^{-1}$  περιέχει και αρνητικά στοιχεία.

15. Εξίσου συχνά εμφανίζονται επίσης, για θετικές τιμές του  $r$ , αρνητικές, απροσδιόριστες, τείνουσες προς το  $-\infty$  και τείνουσες προς το  $+\infty$  τιμές του  $w$  (δες Stamatis 1983, σελ. 404 κ.ε.).

ή το  $-\infty$  και απροσδιόριστες τιμές παραγωγής. Μόνον που στην σύνθετη παραγωγή, η οποία, όπως αναφέραμε ήδη, αποτελεί τον κανόνα, οι μηδενικές, οι αρνητικές, οι τείνουσες προς το  $+\infty$  ή το  $-\infty$  και οι απροσδιόριστες τιμές (συμπεριλαμβανομένης και της τιμής του εμπορεύματος «εργασιακή δύναμη») είναι συνηθέστατα φαινόμενα ή μάλλον ο κανόνας. Και το πράγμα γίνεται ακόμη χειρότερο, αν λάβει κανείς υπόψη του ότι στην σύνθετη παραγωγή οι αξίες είναι μεν θετικές όχι όμως και πάντα μονοσήμαντα προσδιορισμένες.

Έτσι λοιπόν στην σύνθετη παραγωγή, η οποία αποτελεί τον κανόνα, έχουμε την εξής δεινή κατάσταση: Σε θετικές αλλά μη μονοσήμαντα προσδιορισμένες αξίες αντιστοιχούν, για δεδομένη τυποποίηση και δεδομένο γενικό ποσοστό κέρδους, όχι πάντα μονοσήμαντα προσδιορισμένες θετικές τιμές παραγωγής, αλλά κατά κανόνα και μηδενικές, αρνητικές, τείνουσες προς το  $+\infty$ , τείνουσες προς το  $-\infty$  και απροσδιόριστες τιμές παραγωγής. Σε τι συνίσταται λοιπόν εδώ η αμφιμονοσήμαντη σχέση μεταξύ αξιών και τιμών παραγωγής;

Μια τέτοια σχέση δεν υφίσταται. Και δεν υφίσταται, επειδή, πρώτον, οι τιμές παραγωγής δεν είναι πάντα μονοσήμαντα προσδιορισμένες και θετικές αλλά κατά κανόνα εμφανίζονται και μηδενικές, μονοσήμαντα προσδιορισμένες αρνητικές, καθώς και απροσδιόριστες τιμές παραγωγής και, δεύτερον, οι αξίες είναι μεν πάντα θετικές αλλά κατά κανόνα μη μονοσήμαντα προσδιορισμένες.

Έχουμε δείξει αλλού (δες Stamatis 1983, σελ. 315 κ.ε. και Stamatis 1988, σελ. 80 κ.ε.) ότι ο λόγος αυτών των «παράδοξων» τιμών παραγωγής έγκειται - δεδομένων των προϋποθέσεων ύπαρξης ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου και ενιαίας για κάθε εμπόρευμα τιμής παραγωγής- στην επιπρόσθετη αξίωση ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους ακόμη και σε περιπτώσεις, όπως αυτές των δύο αριθμητικών παραδειγμάτων μας, όπου για λόγους που αφορούν την δεδομένη τεχνική παραγωγής και το ύψος του ονομαστικού ωρομισθίου δεν δύναται να υπάρξει για θετικές τιμές παραγωγής ενιαίο ποσοστό κέρδους. Έτσι οι παραπάνω «παράδοξες» τιμές παραγωγής δεν είναι παρά η ορθή απάντηση που δίνουν τα μαθηματικά στην αξίωση ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, όταν αυτή η αξίωση δεν δύναται να πληρούται. Η απάντηση των μαθηματικών είναι η εξής: θα μπορούσε τότε και μόνον τότε να υπάρξει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους, εάν ήταν δυνατόν να υπάρξουν «παράδοξες» τιμές παραγωγής, δηλ. μηδενικές, αρνητικές, τείνουσες προς το  $+\infty$ , τείνουσες προς το  $-\infty$  και απροσδιόριστες τιμές παραγωγής. Το λογικό συμπέρασμα είναι λοιπόν ότι δεν δύναται να υπάρχει πάντα για θετικές τιμές παραγωγής ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους.

Επίσης, έχουμε δείξει αλλού γιατί στην περίπτωση της σύνθετης παραγω-

γής, δηλ. κατά κανόνα, οι αξίες είναι μεν πάντα θετικές όχι όμως και πάντα μονοσήμαντα προσδιορισμένες (Δες Stamatis 1979, σελ. 16 κ.ε. και Stamatis 1983α).

Αλλά ακόμη και στις λίγες εκείνες περιπτώσεις, όπου υφίσταται μια αμφιμονοσήμαντη σχέση μεταξύ θετικών και μονοσήμαντα προσδιορισμένων τιμών παραγωγής και θετικών και μονοσήμαντα προσδιορισμένων αξιών,<sup>16</sup> οι τιμές παραγωγής δεν δύνανται να παραχθούν λογικά από τις αξίες, αλλά προσδιορίζονται για εξωγενώς δεδομένο  $r$  ή εξωγενώς δεδομένο  $w$ ,<sup>17</sup> όπως και σε όλες τις άλλες περιπτώσεις, από το με την εξίσωση τυποποίησης συμπληρωμένο σύστημα εξισώσεων προσδιορισμού των τιμών, οι εξισώσεις του οποίου έχουν διατυπωθεί -υπό την προϋπόθεση ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, ενός ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου και μιας ενιαίας τιμής παραγωγής για κάθε εμπόρευμα και επί τη βάσει της δεδομένης τεχνικής- σύμφωνα με τον ορισμό της τιμής παραγωγής ενός εμπορεύματος.

\*\*\*

Τι απομένει όμως από την μαρξική θεωρία της αξίας, εάν εγκαταλείψουμε την ύπαρξη ενιαίου ποσοστού κέρδους και συνεπώς την έννοια των μονοσήμαντα προσδιορισμένων θετικών τιμών παραγωγής καθώς και την έννοια των μονοσήμαντα προσδιορισμένων αξιών;

Απομένουν πολλά και σημαντικά πράγματα. Για να τα ανακαλύψουμε απαιτούνται όμως απροκατάληπτη καλή θέληση και πολλή δουλειά.

Όσον αφορά την απροκατάληπτη καλή θέληση τα εξής:

Ο Marx δεν αξίωσε ποτέ την ύπαρξη ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους και κατά συνέπεια την ύπαρξη τιμών παραγωγής. Απλώς υπέθεσε ένα ως προς την τάση του μόνον ενιαίο ποσοστό κέρδους και συνεπώς κάποιες ως προς την τάση τους μόνον τιμές παραγωγής. Με αυτήν του την υπόθεση αποσκοπούσε απλώς και μόνον να δείξει ότι στον καπιταλισμό τα εμπορεύματα και το κέρ-

16. Οι περιπτώσεις αυτές είναι (α) η περίπτωση μη διασπώμενων συστημάτων απλής παραγωγής και (β) η περίπτωση διασπώμενων συστημάτων απλής παραγωγής, των οποίων τα μη βασικά εμπορεύματα δεν εισέρχονται στην παραγωγή μη βασικών εμπορευμάτων.

17. Όταν εξωγενώς δεδομένο είναι το  $r$ , τότε αυτό το σύστημα εξισώσεων δίνει μια μόνον λύση για το διάνυσμα των τιμών  $p$  και για το  $w$ . Όταν αντιθέτως εξωγενώς δεδομένο είναι το  $w$ , τότε το ίδιο αυτό σύστημα εξισώσεων δίνει κατά κανόνα μέχρι  $n$  λύσεις (όπου  $n$  το πλήθος των παραγόμενων εμπορευμάτων και των χρησιμοποιούμενων διαδικασιών παραγωγής) για το  $p$  και το  $r$ . Αν μια από αυτές τις λύσεις δίνει  $p > 0$  ή  $p \geq 0$ , τότε αυτή η λύση είναι η λύση, στην οποία αντιστοιχεί η μικρότερη μη αρνητική τιμή του  $r$  από τις μέχρι  $n$  το πλήθος τιμές του  $r$  που δίνουν αυτές οι λύσεις. Γι' αυτό και από τις μέχρι  $n$  το πλήθος λύσεις επιλέγουμε εκείνη με την μικρότερη μη αρνητική τιμή για το  $r$ .

δος, καίτοι είναι προϊόντα της εργασίας εμφανίζονται ως προϊόντα του κεφαλαίου (Δες Stamatis 1977, σελ. 262 κ.ε., Stamatis 1983, σελ. 10 κ.ε. και Stamatis 1995α). Εμείς οι μαρξιστές δεν ελέγξαμε καν αν υπάρχει μια τέτοια τάση των επιμέρους ποσοστών κέρδους προς ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους και συνεπώς των τιμών αγοράς προς τις τιμές παραγωγής. Δεν ελέγξαμε επίσης ούτε αν είναι δυνατόν να υπάρξει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους για θετικές τιμές παραγωγής. Αντιθέτως -παραγνωρίζοντας ότι ο Marx με το ως προς την τάση του ενιαίο ποσοστό κέρδους και με τις ως προς την τάση τους τιμές παραγωγής ήθελε απλώς να δείξει ότι στον καπιταλισμό τα εμπορεύματα και το κέρδος, καίτοι είναι προϊόντα της εργασίας και μόνον, εμφανίζονται ως προϊόντα του κεφαλαίου- παρανοήσαμε το μαρξικό ως προς την τάση του μόνον ενιαίο ποσοστό κέρδους ως ένα αυστηρά ενιαίο ποσοστό κέρδους και τις μαρξικές ως προς την τάση τους μόνον τιμές παραγωγής ως αυστηρές τιμές παραγωγής. Πρέπει να απορρίψουμε αυτήν την παρανόηση.<sup>18</sup>

Επίσης η δυνατότητα του ορισμού της αξίας ενός εμπορεύματος ως της ποσότητας άμεσης και έμμεσης εργασίας, την οποία απαιτεί κατά μέσον όρο η παραγωγή αυτού του εμπορεύματος προϋποθέτει την ύπαρξη ομοιογενούς εργασίας. Όμως, ακόμη κι αν δεχθούμε την ύπαρξη ομοιογενούς εργασίας, οι κατά τον παραπάνω τρόπο ορισμένες αξίες των εμπορευμάτων είναι μεν πάντα θετικές, αλλά, όπως δείξαμε, όχι πάντα μονοσήμαντα προσδιορισμένες. Αυτό συμβαίνει σε συστήματα σύνθετης παραγωγής, τα οποία αποτελούν και τον κανόνα. Ο Marx δεν ασχολήθηκε με την σύνθετη παραγωγή. Συνεπώς δεν μπορούσε και να γνωρίζει ότι σ' αυτήν οι αξίες είναι θετικές όχι όμως και μονοσήμαντα προσδιορισμένες. Εμείς όμως δεν επιτρέπεται να το αγνοούμε.

Δεχθήκαμε στα παραπάνω ότι η εργασία είναι ομοιογενής. Η εργασία όμως δεν είναι ποτέ ομοιογενής, αλλά πάντα ανομοιογενής.<sup>19</sup> Ο εκ μέρους του Marx ορισμός της αξίας ενός εμπορεύματος ως της ποσότητας της άμεσης και έμμεσης εργασίας που είναι αναγκαία για την παραγωγή του και η αναγκαία

---

18. Η απόρριψή της δεν θα βοηθούσε μόνον τους μαρξιστές να κατανοήσουν πληρέστερα την μαρξική θεωρία της αξίας, αλλά θα απήλασσε και τους νεορικαρδιανούς από τα κοπιώδη, άχαρα και εντέλει μόνον θυμηδίαν προκαλούντα γυμνάσματά τους σχετικά με την θετικότητα των τιμών παραγωγής σε συστήματα σύνθετης παραγωγής.

19. Αυτό βέβαια δεν συνεπάγεται ότι η έννοια της αφηρημένης εργασίας είναι τώρα πλέον κενή περιεχομένου. Η ομοιογενής εργασία ούτε προϋπόθεση της αφηρημένης εργασίας είναι, ούτε είναι ταυτή μ' αυτήν την τελευταία. Καίτοι λοιπόν δεν υπάρχει ομοιογενής εργασία, υπάρχει αφηρημένη εργασία. Η αφηρημένη εργασία δεν υπάρχει εν τη ομοιογενή εργασία και δι' αυτής, αλλά συγκροτείται δια της εμπορευματικής ανταλλαγής, η οποία «εξισώνει» τις διάφορες συγκεκριμένες εργασίες σε αφηρημένη εργασία, και εκφράζεται στο χρήμα.

προϋπόθεση αυτού του ορισμού της αξίας ενός εμπορεύματος, δηλ. η προϋπόθεση της ύπαρξης ομοιογενούς εργασίας, είναι ένα τέχνασμα της διάνοιας (Kunstgriff des Verstandes), η λειτουργία του οποίου συνίσταται στο να κάνει καταληπτό στην ίδια την διάνοια το πώς μετασχηματίζονται οι για την παραγωγή καθενός εμπορεύματος αναγκαίες πολυδιάστατες ποσότητες άμεσης και έμμεσης ανομοιογενούς εργασίας πρώτα στην μονοδιάστατη τιμή παραγωγής (η οποία αποτελεί και αυτή ένα Kunstgriff des Verstandes)<sup>20</sup> και κατόπιν στην επίσης μονοδιάστατη τιμή αγοράς του ιδίου αυτού εμπορεύματος και έτσι συγχρόνως πώς μετασχηματίζεται δια της καπιταλιστικής ανταλλαγής εμπορευμάτων το πολυδιάστατο σύνολο των ανομοιογενών ποσοτήτων εργασίας σε μονοδιάστατο ομοιογενές χρήμα.

Δουλειά λοιπόν μιας πραγματικά μαρξιστικής θεωρίας της αξίας, των τιμών και του χρήματος είναι να δείξει πώς μεταμορφώνονται οι για την παραγωγή του συνολικού κοινωνικού προϊόντος αναγκαίες ποσότητες ανομοιογενών εργασιών σε ομοιογενές χρήμα και οι για την παραγωγή των επιμέρους εμπορευμάτων αναγκαίες ποσότητες ανομοιογενών εργασιών στις ομοιογενείς τιμές αγοράς αυτών των εμπορευμάτων. Συγχρόνως η μαρξιστική θεωρία πρέπει να δείξει την σημασία και την λειτουργία των προαναφερθέντων δύο τεχνασμάτων της διάνοιας κατά την προσπάθειά της να κατανοήσει τα παραπάνω, δηλ. την σημασία και την λειτουργία (α) της έννοιας της ομοιογενούς εργασίας και της μονοσήμαντα προσδιορισμένης αξίας ενός εμπορεύματος και (b) της έννοιας της τιμής παραγωγής.

Η διεκπεραίωση αυτού του έργου δεν είναι βέβαια δυνατή στα πλαίσια αυτού εδώ του άρθρου. Εδώ μπορούμε μόνον να δείξουμε ότι η εισαγωγή της έννοιας της ανομοιογενούς εργασίας και η αδυναμία υπολογισμού μονοσήμαντα προσδιορισμένων αξιών, την οποίαν αυτή συνεπάγεται κατ' ανάγκην, καθώς και η εγκατάλειψη των εννοιών του ενιαίου ποσοστού κέρδους, του ενιαίου ονομαστικού ωρομισθίου και της τιμής παραγωγής δεν θίγουν κατ' ουδένα τρόπο ούτε την μαρξική αντίληψη, σύμφωνα με την οποία όλα τα εμπορεύματα που δεν είναι δεδομένα από την φύση είναι αποκλειστικά και μόνον προϊόντα εργασίας, ούτε επίσης την μαρξική θεωρία της καπιταλιστικής εκμετάλλευσης, σύμφωνα με την οποία πηγή του κέρδους είναι η υπερεργασία - μόνον που τώρα αυτή η εργασία και αυτή η υπερεργασία είναι πλέον ανομοιογενείς.<sup>21</sup>

20. Κι αυτό, διότι οι για την παραγωγή των εμπορευμάτων αναγκαίες εργασίες δεν μετασχηματίζονται πρώτα σε τιμές παραγωγής και κατόπιν στις τιμές αγοράς, αλλά ευθέως στις τελευταίες.

21. Δες Παράρτημα.



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

*Ένα μοντέλο καπιταλιστικής ανταλλαγής εμπορευμάτων και καπιταλιστικής εκμετάλλευσης με ανομοιογενή εργασία*

Έστω το σύστημα παραγωγής  $[A, B, L]$  με

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 1 & 12 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad L = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 \\ 0.75 & 0.5 \end{bmatrix},$$

όπου  $A$  η μήτρα των εισροών σε υλικά,  $B$  η μήτρα των εκροών και  $L$  η μήτρα των εισροών σε εργασία. Αυτό το σύστημα παραγωγής είναι ακριβώς το ίδιο με το σύστημα παραγωγής του τελευταίου αριθμητικού παραδείγματός μας. Με την εξής σημαντική όμως διαφορά: Εδώ η εργασία είναι ανομοιογενής. Έχουμε δύο είδη εργασιών, το είδος εργασίας 1 και το είδος εργασίας 2.<sup>1</sup> Όπως και στο τελευταίο μας παράδειγμα, στην διαδικασία παραγωγής 1 εισέρχεται μια -όσον αφορά την διάρκειά της και μόνον- ίση με μια μονάδα ποσότητα εργασίας και στην διαδικασία παραγωγής 2 εισέρχεται μια -όσον αφορά την διάρκειά της και μόνον- ίση με μια μονάδα ποσότητα εργασίας. Μόνον που σε αντίθεση προς το τελευταίο αριθμητικό παράδειγμά μας εδώ αυτή η -όσον αφορά την διάρκειά της και μόνον- ίση με μια μονάδα ποσότητα εργασίας που εισέρχεται στην διαδικασία παραγωγής 1, είναι ένα ανομοιογενές μέγεθος αποτελούμενο από 0.25 μονάδες εργασίας του είδους 1 και 0.75 μονάδες εργασίας του είδους 2. Το ίδιο ισχύει και για την -όσον αφορά την διάρκειά της και μόνον- μια μονάδα εργασίας που εισέρχεται στην διαδικασία

---

1. Μόνον χάριν απλούστευσης του πράγματος προϋποθέτουμε ότι υπάρχουν δύο μόνον διαφορετικά είδη εργασίας. Θα μπορούσαμε να έχουμε και περισσότερα των δύο είδη εργασίας, ποτέ όμως ένα και μόνον είδος, διότι τότε η εργασία θα ήταν ομοιογενής.

Το είδος εργασίας 1 που εισέρχεται στην διαδικασία παραγωγής 1 (στην διαδικασία παραγωγής 2) δεν έχει καμιά σχέση και δεν πρέπει να συγχέεται με την εργασία που εισέρχεται στην παραγωγή του εμπορεύματος 1, όταν αυτό παράγεται στην διαδικασία παραγωγής 1 (στην διαδικασία παραγωγής 2). Αυτή η τελευταία εργασία αποτελείται - και στις δύο περιπτώσεις- από (κατά τα λοιπά άγνωστες) ποσότητες εργασίας τόσο του είδους 1 όσο και του είδους 2.

Ομοίως δεν πρέπει και το είδος εργασίας 2 που εισέρχεται στην διαδικασία παραγωγής 1 (στην διαδικασία παραγωγής 2) να συγχέεται με την εργασία που εισέρχεται στην παραγωγή του εμπορεύματος 2, όταν αυτό παράγεται στην διαδικασία παραγωγής 1 (στην διαδικασία παραγωγής 2). Αυτή η τελευταία εργασία αποτελείται -και στις δύο περιπτώσεις- από (κατά τα λοιπά άγνωστες) ποσότητες εργασίας τόσο του είδους 1 όσο και του είδους 2.

παραγωγής 2. Και αυτή είναι ένα ανομοιογενές μέγεθος αποτελούμενο από 0.5 μονάδες εργασίας του είδους 1 και 0.5 μονάδες εργασίας του είδους 2.

Έτσι λοιπόν, επειδή εδώ έχουμε δύο είδη εργασιών και συνεπώς η εργασία είναι ανομοιογενής, μόνον ποσότητες του ίδιου είδους εργασίας μπορούν να αθροιστούν. Οι ποσότητες εργασίες π.χ., τις οποίες παριστούν τα στοιχεία της μήτρας  $L$ , μπορούν μόνον κατά γραμμές όχι όμως και κατά στήλες να αθροιστούν. Διότι μόνον κάθε γραμμή της  $L$  περιέχει ποσότητες εργασίας του ίδιου είδους (η πρώτη γραμμή της μήτρας  $L$  περιέχει ποσότητες εργασίας του είδους 1 και η δεύτερη γραμμή της  $L$  περιέχει ποσότητες εργασίας του είδους 2). Αντιθέτως τόσο η πρώτη όσο και η δεύτερη στήλη της  $L$  περιέχουν ποσότητες εργασίας του είδους 1 και του είδους 2, δηλ. ποσότητες ανομοιογενών εργασιών, οι οποίες λόγω της ανομοιογένειάς τους δεν δύνανται να αθροιστούν.

Φαίνεται σαν εμείς στα προηγούμενα να αθροίσαμε αυτές ακριβώς τις ανομοιογενείς εργασίες. Η εντύπωση είναι εσφαλμένη. Διότι δεν αθροίσαμε αυτές τις ίδιες, αλλά -ρητώς- τις διάρκειές των, και τούτο προς τον σκοπό της σύγκρισης του συστήματος παραγωγής, από το οποίο εκκινούμε εδώ, με το σύστημα παραγωγής του τελευταίου αριθμητικού παραδείγματός μας. Είναι σαν να αθροίζει κανείς μήλα και αχλάδια ως προς το πλήθος τους. Αυτό δεν έχει βέβαια απολύτως κανένα οικονομικό νόημα, μπορεί όμως να εξυπηρετεί μια ορισμένη σκοπιμότητα (στην περίπτωση μας εκείνη της σύγκρισης των δύο προαναφερθέντων συστημάτων παραγωγής).

$$Av \quad s = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

τότε η συνολική άμεση εργασία που χρησιμοποιεί το δεδομένο σύστημα παραγωγής είναι

$$Ls = \begin{pmatrix} 0.25 + 0.5 \\ 0.75 + 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 1.25 \end{pmatrix},$$

δηλ. 0.75 μονάδες εργασίας του είδους 1 και 1.25 μονάδες εργασίας του είδους 2.

Το ακαθάριστο προϊόν  $X$  του συστήματος παραγωγής είναι

$$X = Bs = \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

Οι εισροές σε φθαρέντα μέσα παραγωγής είναι

$$As = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Συνεπώς το καθαρό προϊόν  $Y$  είναι

$$Y = B_s - A_s = X - A_s = \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Το καθαρό προϊόν αποτελείται λοιπόν από 4 μονάδες του εμπορεύματος 1 και 3 μονάδες του εμπορεύματος 2.

Αυτό το καθαρό προϊόν  $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

παρήχθη αποκλειστικά και μόνον από την συνολική άμεση εργασία  $\begin{pmatrix} 0.75 \\ 1.25 \end{pmatrix}$

Η «αξία» του λοιπόν είναι ίση με 0.75 μονάδες εργασίας του είδους 1 και 1.25 μονάδες εργασίας του είδους 2.

Οι ενιαίες τιμές  $\bar{p}_1$  και  $\bar{p}_2$ , στις οποίες αγοραπωλούνται τα εμπορεύματα 1 και 2 είναι αυτονομήτως τιμές αγοράς.<sup>2</sup> Οι τιμές αγοράς  $\bar{p}_1$  και  $\bar{p}_2$  είναι αυτονομήτως θετικές. Είναι επίσης γνωστά μεγέθη.

Θα ήταν εξαιρετικά περιοριστικό, εάν αξιούσαμε τόσο η τιμή αγοράς  $\bar{p}_1$  του εμπορεύματος 1 όσο και η τιμή αγοράς  $\bar{p}_2$  του εμπορεύματος 2 να περιέχουν κέρδος. Διότι δεν υπάρχουν καπιταλιστές που παράγουν μόνον το εμπόρευμα 1 ή μόνον το εμπόρευμα 2, αλλά υπάρχουν δύο καπιταλιστές, εκείνος που δουλεύει την διαδικασία παραγωγής 1 και εκείνος που δουλεύει την διαδικασία παραγωγής 2, καθένας από τους οποίους παράγει αναγκαστικά τόσο το εμπόρευμα 1 όσο και το εμπόρευμα 2. Ο καπιταλιστής που δουλεύει την διαδικασία παραγωγής 1 παράγει ένα προϊόν ίσο με

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

και ο καπιταλιστής που δουλεύει την διαδικασία παραγωγής 2 παράγει ένα προϊόν ίσο με

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Συνεπώς αρκεί οι τιμές αγοράς αυτών των δύο προϊόντων, δηλ. η τιμή

$6\bar{p}_1 + \bar{p}_2$  του  $\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

και η τιμή  $3\bar{p}_1 + 12\bar{p}_2$  του  $\begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix}$

να περιέχουν κέρδος.

2. Χάρην απλούστευσης και μόνον προϋποθέτουμε ότι οι τιμές αγοράς είναι ενιαίες.

Προϋποθέτουμε λοιπόν στα ακόλουθα ότι  $\bar{p}_1 > 0$ ,  $\bar{p}_2 > 0$  και ότι τόσο στο  $6\bar{p}_1 + \bar{p}_2$  όσο και στο  $3\bar{p}_1 + 12\bar{p}_2$  περιέχεται και κέρδος.

Προϋποθέτουμε επίσης ότι το ονομαστικό ωρομίσθιο δεν είναι κατ' ανάγκην ενιαίο. Συνεπώς υπάρχουν τέσσερα δυνάμει διαφορετικά ονομαστικά ωρομίσθια, τα  $w_{11}$ ,  $w_{21}$ ,  $w_{12}$  και  $w_{22}$ . Το  $w_{11}$  πληρώνεται για μια μονάδα εργασίας του είδους 1 που ξοδεύεται στην διαδικασία παραγωγής 1, το  $w_{21}$  πληρώνεται για μια μονάδα εργασίας του είδους 2 που ξοδεύεται στην διαδικασία παραγωγής 1, το  $w_{12}$  πληρώνεται για μια μονάδα εργασίας του είδους 1 που ξοδεύεται στην διαδικασία παραγωγής 2 και το  $w_{22}$  πληρώνεται για μια μονάδα εργασίας του είδους 2 που ξοδεύεται στην διαδικασία παραγωγής 2. Και τα τέσσερα αυτά ονομαστικά ωρομίσθια είναι γνωστά μεγέθη.

Έτσι οι συνολικοί ονομαστικοί μισθοί  $W$  που παίρνουν οι μισθωτοί εργάτες είναι

$$W = 0.25 w_{11} + 0.75 w_{21} + 0.5 w_{12} + 0.5 w_{22}.$$

Τα συνολικά κέρδη των καπιταλιστών  $P$  είναι προφανώς

$$\begin{aligned} P &= \bar{p} Y - W = \\ &= (\bar{p}_1 + \bar{p}_2) \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - W = \\ &= (4\bar{p}_1 + 3\bar{p}_2) - (0.25 w_{11} + 0.75 w_{21} + 0.5 w_{12} + 0.5 w_{22}). \end{aligned}$$

Στις ισχύουσες τιμές αγοράς  $\bar{p}_1$  και  $\bar{p}_2$  οι μισθωτοί εργάτες με τους ονομαστικούς τους μισθούς  $W$  και οι καπιταλιστές με τα κέρδη τους  $P$  αγοράζουν το συνολικό καθαρό προϊόν

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ισχύει λοιπόν

$$P + W = \bar{p} Y = 4\bar{p}_1 + 3\bar{p}_2 \quad (1)$$

Επειδή το προϋποτεθέν σύστημα είναι καπιταλιστικό, δεν είναι δυνατόν να ισχύει

$$W = \bar{p} Y$$

διότι τότε θα ήταν

$$P = 0$$

δηλ. τα κέρδη θα ήσαν ίσα με μηδέν και συνεπώς το σύστημα δεν θα ήταν, όπως προϋποθέσαμε, ένα καπιταλιστικό σύστημα, τουτέστιν ένα σύστημα με θετικά κέρδη.

Δεν είναι επίσης δυνατόν να ισχύει

$$P = \bar{p} Y$$

διότι τότε θα ήταν

$$W=0$$

δηλ. οι μισθωτοί εργάτες θα έπρεπε όχι μόνον να εργάζονται χωρίς αμοιβή αλλά και να ζουν -αφού δεν μπορούν να έχουν άλλο εισόδημα πέραν των μισθών τους- από αέρα και μόνον, όπως λέει για την συγκεκριμένη περίπτωση ο Μαγκ. Έτσι λοιπόν προϋποθέτουμε ότι ισχύουν πάντα

$$P > 0 \tag{2}$$

και

$$W > 0 \tag{3}$$

Οι (1), (2) και (3) συνεπάγονται ότι ένα μέρος του καθαρού προϊόντος

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

το αγοράζουν με τους ονομαστικούς μισθούς τους  $W$  οι μισθωτοί εργάτες και το υπόλοιπο το αγοράζουν με τα κέρδη τους  $P$  οι καπιταλιστές.

Έστω ότι οι μισθωτοί εργάτες αγοράζουν για τις δεδομένες τιμές αγοράς  $\bar{p}_1$  και  $\bar{p}_2$  με τους συνολικούς ονομαστικούς μισθούς τους το καλάθι εμπορευμάτων

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Γι' αυτό το καλάθι εμπορευμάτων, το οποίο αποτελεί τους συνολικούς πραγματικούς μισθούς, ισχύει, σύμφωνα με τα παραπάνω,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \leq Y \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \geq 0.$$

Έτσι ισχύει

$$W = a \bar{p}_1 + b \bar{p}_2 (> 0).$$

Συνεπώς οι καπιταλιστές αγοράζουν με τα κέρδη τους  $P$  το υπόλοιπο μέρος του καθαρού προϊόντος, δηλ. το καλάθι εμπορευμάτων

$$\left[ \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right] (\geq 0).$$

Το καλάθι εμπορευμάτων  $\left[ \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right]$ , το οποίο αγοράζουν οι καπιταλι-

στές με τα κέρδη τους είναι το υπερπροϊόν. Έτσι ισχύει

$$P = (4 - a)\bar{p}_1 + (3 - b)\bar{p}_2 (> 0).$$

Είναι προφανές ότι, αφού η παραγωγή του καθαρού προϊόντος  $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  απαιτήσε  $\begin{pmatrix} 0.75 \\ 1.25 \end{pmatrix}$  μονάδες εργασίας, τότε, επειδή  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ , επειδή δηλ. οι πραγματικοί μισθοί  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  είναι μικρότεροι από το καθαρό προϊόν  $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ , η παραγωγή των πραγματικών μισθών απαιτήσε λιγότερη εργασία από την εργασία  $\begin{pmatrix} 0.75 \\ 1.25 \end{pmatrix}$  που απαιτήσε η παραγωγή του καθαρού προϊόντος. Έστω ότι η παραγωγή των πραγματικών μισθών  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  απαιτήσε την εργασία  $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} (\geq 0)$ , όπου, σύμφωνα με τα παραπάνω, ισχύει

$$\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0.75 \\ 1.25 \end{pmatrix}.^3$$

3. Η άμεση και έμμεση εργασία, την οποία κόστισε η παραγωγή ενός ορισμένου εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων, όπως π.χ. του καλαθιού εμπορευμάτων που αποτελεί τους συνολικούς πραγματικούς μισθούς ή του καλαθιού εμπορευμάτων που αποτελεί το υπερπροϊόν, δεν μπορεί να υπολογισθεί πάντα. Πάντα μπορεί να υπολογισθεί μόνον η άμεση και έμμεση εργασία, την οποία κόστισε η παραγωγή εκείνων των εμπορευμάτων ή καλαθιών εμπορευμάτων, καθένα από τα οποία δύναται το δεδομένο σύστημα παραγωγής να παράγει ως καθαρό προϊόν του, χρησιμοποιώντας μια ή μερικές ή όλες τις διαδικασίες παραγωγής σε θετικά επίπεδα δραστηριότητας, οπότε  $x \geq 0$ , όπου  $x$  το διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας των διαδικασιών παραγωγής, και συνεπώς παράγοντας ένα θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν  $Bx$ ,  $Bx \geq 0$ . Διότι μόνον τότε η άμεση και έμμεση εργασία, την οποίαν κόστισε η παραγωγή ενός τέτοιου εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων είναι δεδομένη ως η άμεση εργασία, την οποίαν κόστισε η παραγωγή του -σε αυτό το εμπόρευμα ή καλάθι εμπορευμάτων ως καθαρό προϊόν- αντιστοιχώντας θετικού ή ημιθετικού ακαθάριστου προϊόντος του δεδομένου συστήματος παραγωγής.

Αν για το δεδομένο σύστημα παραγωγής ισχύει

$$(B - A)^{-1} \geq 0 \quad (I)$$

τότε αυτό το σύστημα είναι παραγωγικό, είναι δηλ. ικανό να παράγει οποιοδήποτε εξωγενώς δεδομένο θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν  $Z$ ,  $Z \geq 0$ , χρησιμοποιώντας μια ή μερικές μόνον ή όλες τις διαδικασίες παραγωγής σε θετικά επίπεδα δραστηριότητας, οπότε  $x \geq 0$ , και συνεπώς παράγοντας ένα αντίστοιχο θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν  $Bx$ ,  $Bx \geq 0$ . Διότι τότε από την

$$Z = Bx - Ax = (B - A)x$$

παίρνουμε

$$(B - A)^{-1} Z = x$$

και

$$B (B - A)^{-1} Z = Bx ,$$

όπου για κάθε  $Z \geq 0$  είναι  $x \geq 0$  και συνεπώς  $Bx \geq 0$ .

Στην περίπτωση αυτή, που ισχύει η (I), μπορούμε να υπολογίσουμε την άμεση και έμμεση εργασία, την οποίαν κόστισε η παραγωγή οποιουδήποτε εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων  $Z$ ,  $Z \geq 0$ , δηλ. την «αξία» οποιουδήποτε εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων, και συνεπώς τις «αξίες» όλων των εμπορευμάτων ή καλαθιών εμπορευμάτων, επειδή σ' αυτήν την περίπτωση μπορούμε να παραστήσουμε κάθε εμπόρευμα ή καλάθι εμπορευμάτων ως καθαρό προϊόν του δεδομένου συστήματος παραγωγής. Το ότι μπορούμε να παραστήσουμε κάθε εμπόρευμα ή καλάθι εμπορευμάτων ως καθαρό προϊόν του δεδομένου συστήματος παραγωγής συνεπάγεται ότι μπορούμε να υπολογίσουμε το σε αυτό το εμπόρευμα ή καλάθι εμπορευμάτων ως καθαρό προϊόν αντιστοιχούν ακαθάριστο προϊόν. Γνωρίζοντας αυτό το ακαθάριστο προϊόν, μπορούμε να υπολογίσουμε την άμεση εργασία που απαιτήσε η παραγωγή αυτού του ακαθάριστου προϊόντος. Η άμεση εργασία, την οποία απαιτήσε η παραγωγή αυτού του ακαθάριστου προϊόντος, είναι όμως ίση με την άμεση και έμμεση εργασία, δηλ. με την «αξία», του αντίστοιχου καθαρού προϊόντος, τουτέστιν ίση με την «αξία» του εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων που θέλαμε να υπολογίσουμε.

Έτσι λοιπόν, εάν θέλουμε να υπολογίσουμε την «αξία» μιας μονάδας του εμπορεύματος 1, θέτουμε

$$Z = Z^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} ,$$

οπότε παίρνουμε

$$x^{(1)} = (B - A)^{-1} Z^{(1)} \quad (\geq 0)$$

και

$$Bx^{(1)} = B (B - A)^{-1} Z^{(1)} \quad (\geq 0)$$

Το  $Bx^{(1)}$  είναι το θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν που αντιστοιχεί στο αποτελούμενο από μια μονάδα του εμπορεύματος 1 καθαρό προϊόν  $Z^{(1)}$  και το  $x^{(1)}$  είναι το διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας των διαδικασιών παραγωγής κατά την παραγωγή του ακαθάριστου προϊόντος  $Bx^{(1)}$  και του αντίστοιχου καθαρού προϊόντος  $Z^{(1)}$ .

Για την παραγωγή του ακαθάριστου προϊόντος  $Bx^{(1)}$  απαιτήθηκε προφανώς η άμεση εργασία  $Lx^{(1)}$ . Συνεπώς η άμεση και έμμεση εργασία που απαιτήθηκε για την παραγωγή του αντίστοιχου καθαρού προϊόντος  $Z^{(1)}$  του αποτελούμενου από μια μονάδα του εμπορεύματος 1 είναι ίση με  $Lx^{(1)}$ . Έτσι λοιπόν η «αξία» μιας μονάδας του εμπορεύματος 1 είναι ίση με  $Lx^{(1)}$ .

Θέτοντας διαδοχικά

$$Z = Z^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Z = Z^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

κ.ο.κ. παίρνουμε κατά τον παραπάνω τρόπο τις «αξίες»  $Lx^{(2)}$ ,  $Lx^{(3)}$  κ.ο.κ. των εμπορευμάτων 2, 3 κ.ο.κ., δηλ. τις «αξίες» όλων των εμπορευμάτων.

Αν η εργασία είναι ομοιογενής, τότε η «αξία» κάθε εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων είναι ένα διαδιάστατο μέγεθος. Η διάστασή της είναι: μονάδες ομοιογενούς εργασίας ανά παραχθείσα μονάδα του εν λόγω εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων.

Αν η εργασία είναι ανομοιογενής, αν δηλ. έχουμε περισσότερα του ενός είδη εργασίας, τότε η «αξία» κάθε εμπορεύματος είναι ένα διάνυσμα, οι συνιστώσες του οποίου παριστούν ποσότητες διαφορετικών ανομοιογενών εργασιών ανά παραχθείσα μονάδα του εν λόγω εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων. Η διάσταση κάθε συνιστώσας αυτού του διανύσματος είναι: ποσότητα εργασίας του είδους  $h$ ,  $h=1, 2, \dots, k$ , όπου  $k$  το πλήθος των διαφορετικών ειδών εργασίας, ανά μονάδα του εν λόγω εμπορεύματος ή καλαθιού εμπορευμάτων.

Οι παραπάνω «αξίες» των εμπορευμάτων έχουν την ιδιότητα της προσθετικότητας. Σύμφωνα με αυτήν την ιδιότητα ισχύει για τις «αξίες» δύο οποιωνδήποτε εμπορευμάτων, έστω για τις «αξίες»  $Lx^{(1)}$  και  $Lx^{(2)}$  των εμπορευμάτων 1 και 2:

$$Lx^{(1)} + Lx^{(2)} = Lx^{(\epsilon)} \quad (\text{II})$$

δηλ. ότι το άθροισμα της «αξίας»  $Lx^{(1)}$  μιας μονάδας του εμπορεύματος 1 και της «αξίας»  $Lx^{(2)}$  μιας μονάδας του εμπορεύματος 2 είναι ίσο με την «αξία»  $Lx^{(\epsilon)}$  του καλαθιού εμπορευμάτων που αποτελείται από μια μονάδα του εμπορεύματος 1 και μια μονάδα του εμπορεύματος 2, όπου  $x^{(\epsilon)}$  το διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας των διαδικασιών παραγωγής, κατά την παραγωγή του καθαρού προϊόντος  $Z^{(\epsilon)}$  που αποτελείται από μια μονάδα του εμπορεύματος 1 και μια μονάδα του εμπορεύματος 2, έτσι ώστε

$$Z^{(1)} + Z^{(2)} = Z^{(\epsilon)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{III})$$

Θα αποδείξουμε, για την δεδομένη περίπτωση που ισχύει η (I), την ισχύ της (II). Η (II) ισχύει προφανώς πάντα, όταν ισχύει η



$$x^{(1)} + x^{(2)} = x^{(\epsilon)}$$

και συνεπώς η

$$Bx^{(1)} + Bx^{(2)} = Bx^{(\epsilon)},$$

δηλ. όταν το άθροισμα του ακαθάριστου προϊόντος  $Bx^{(1)}$  που αντιστοιχεί στο αποτελούμενο από μια μονάδα του εμπορεύματος 1 καθαρό προϊόν  $Z^{(1)}$  και του ακαθάριστου προϊόντος  $Bx^{(2)}$  που αντιστοιχεί στο αποτελούμενο από μια μονάδα του εμπορεύματος 2 καθαρό προϊόν  $Z^{(2)}$  είναι ίσο με το ακαθάριστο προϊόν  $Bx^{(\epsilon)}$  που αντιστοιχεί στο αποτελούμενο από μια μονάδα του εμπορεύματος 1 και μια μονάδα του εμπορεύματος 2 καθαρό προϊόν  $Z^{(\epsilon)}$ .

Λαμβάνοντας υπόψη την (I), παίρνουμε από την (III) την

$$(B - A)^{-1} Z^{(1)} + (B - A)^{-1} Z^{(2)} + (B - A)^{-1} Z^{(\epsilon)} + \Rightarrow \\ x^{(1)} + x^{(2)} = x^{(\epsilon)}.$$

Από αυτήν την τελευταία σχέση παίρνουμε, πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της από αριστερά με την μήτρα  $L$ , την σχέση (II).

Όταν όμως η μήτρα  $(B - A)^{-1}$  περιέχει και αρνητικά στοιχεία, όταν δηλ. δεν ισχύει η (I), τότε το σύστημα παραγωγής δεν είναι παραγωγικό, δηλ. δεν μπορεί να παράγει κάθε εξωγενώς δεδομένο θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν  $Z$ ,  $Z \geq 0$ , χρησιμοποιώντας μια ή μερικές ή όλες τις διαδικασίες παραγωγής σε θετικά επίπεδα δραστηριότητας ( $x \geq 0$ ) και παράγοντας έτσι ένα αντίστοιχο θετικό ή ημιθετικό ακαθάριστο προϊόν  $Bx$ ,  $Bx \geq 0$ .

Το σύστημα παραγωγής μπορεί να παράγει ορισμένα μόνον θετικά προϊόντα, χρησιμοποιώντας μια τουλάχιστον ή μερικές ή όλες τις διαδικασίες παραγωγής σε θετικά επίπεδα δραστηριότητας και συνεπώς παράγοντας αντίστοιχα θετικά ή ημιθετικά ακαθάριστα προϊόντα. Αν απαιτήσουμε από το σύστημα παραγωγής να παράγει κάποιο άλλο -πέραν των παραπάνω- θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν, τότε το αντίστοιχο διάνυσμα  $x$  των επιπέδων δραστηριότητας θα περιέχει και αρνητικές συνιστώσες. Αδιάφορο αν το διάνυσμα του αντίστοιχου ακαθάριστου προϊόντος  $Bx$  περιέχει ή δεν περιέχει και αρνητικές συνιστώσες, το γεγονός πως το διάνυσμα  $x$  περιέχει και αρνητικές συνιστώσες σημαίνει προφανώς ότι το σύστημα παραγωγής δεν δύναται να παράγει το ζητούμενο θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν.

Αυτό συμβαίνει στο σύστημα του αριθμητικού μας παραδείγματος, όπου

$$(B - A)^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

όπου δηλ. η  $(B - A)^{-1}$  περιέχει και αρνητικά στοιχεία. Το σύστημα του αριθμητικού μας παραδείγματος δεν δύναται να παράγει το θετικό καθαρό προϊόν  $Z = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Διότι το αντίστοιχο  $x$  είναι  $x = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ , περιέχει δηλ. και μια αρνητική συνιστώσα (το αντίστοιχο

ακαθάριστο προϊόν είναι  $Bx = \begin{pmatrix} -9 \\ 33 \end{pmatrix}$ , περιέχει δηλ. και αυτό μια αρνητική συνιστώσα).

Το σύστημά μας δεν μπορεί να παράγει ούτε το θετικό καθαρό προϊόν  $Z = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Διότι

το αντίστοιχο  $x$  είναι  $x = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ , περιέχει δηλ. και μια αρνητική συνιστώσα (αδιάφορο

ότι το αντίστοιχο ακαθάριστο προϊόν είναι  $Bx = \begin{pmatrix} 0 \\ 23 \end{pmatrix}$ , δηλ. ημιθετικό).

Επίσης, το σύστημά μας δεν δύναται να παράγει ούτε το ημιθετικό καθαρό προϊόν

$Z^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  ούτε το ημιθετικό καθαρό προϊόν  $Z^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Διότι στην πρώτη περίπτωση

είναι  $x = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  (και  $Bx = \begin{pmatrix} -9 \\ 10 \end{pmatrix}$ ) και στην δεύτερη περίπτωση  
 $x = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  (και  $Bx = \begin{pmatrix} 15 \\ -9 \end{pmatrix}$ )

Αυτό σημαίνει προφανώς ότι στο σύστημα του αριθμητικού μας παραδείγματος δεν δύναται να υπολογισθούν οι «αξίες» των εμπορευμάτων 1 και 2, επειδή αυτό το σύστημα δεν δύναται να παράγει ως καθαρό προϊόν του ούτε μια μονάδα (ή περισσότερες μονάδες) του εμπορεύματος 1 ούτε μια μονάδα (ή περισσότερες μονάδες) του εμπορεύματος 2.

Ένα μόνον από τα θετικά ή ημιθετικά καθαρά προϊόντα, τα οποία δύναται να παράγει στην περίπτωση, που η  $(B - A)^{-1}$  περιέχει και αρνητικά στοιχεία, το δεδομένο βιώσιμο σύστημα παραγωγής, μας είναι χωρίς περαιτέρω διερεύνηση γνωστό: το εξ υποθέσεως θετικό ή ημιθετικό καθαρό προϊόν  $Y$ , το οποίο παράγει αυτό το σύστημα και στο οποίο αντιστοιχεί εξ υποθέσεως ένα θετικό ή ημιθετικό διάνυσμα των επιπέδων δραστηριότητας  $x$  και συνεπώς ένα θετικό ή ημιθετικό διάνυσμα του ακαθάριστου προϊόντος  $Bx$  (διαφορετικά, εάν δηλ. το  $x$  δεν ήταν θετικό ή ημιθετικό και κατά συνέπεια το  $Bx$  επίσης θετικό ή ημιθετικό, το δεδομένο σύστημα δεν θα ήταν, όπως είναι εξ υποθέσεως, βιώσιμο). Έτσι στο αριθμητικό μας παράδειγμα είναι

$$Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad Bx = \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

Στην -συνηθέστατη- λοιπόν περίπτωση, στην οποία η μήτρα  $(B - A)^{-1}$  περιέχει, όπως στο αριθμητικό μας παράδειγμα, και αρνητικά στοιχεία, «αξίες» εμπορευμάτων ή καλαθιών εμπορευμάτων δύναται να υπολογισθούν, κατά τον τρόπο που εκθέσαμε παραπάνω, μόνον για εμπορεύματα ή καλάθια εμπορευμάτων, τα οποία δύναται να παράγει το σύστημα παραγωγής ως καθαρά προϊόντα του, χρησιμοποιώντας μια ή μερικές ή όλες τις διαδικασίες παραγωγής σε θετικά επίπεδα δραστηριότητας ( $x \geq 0$ ) και παράγοντας έτσι αντίστοιχα θετικά ή ημιθετικά ακαθάριστα προϊόντα ( $Bx \geq 0$ ). Είναι άκρως απίθανο σ' αυτήν την περίπτωση το σύστημα παραγωγής να μπορεί να παράγει

Τότε η παραγωγή του υπερπροϊόντος  $\left[ \left( \begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \right) \right] \left[ = \left( \begin{matrix} 4-a \\ 3-b \end{matrix} \right) (\geq 0) \right]$  απαιτήσε προφανώς την εργασία  $\left( \begin{matrix} 0.75-c \\ 1.25-d \end{matrix} \right) (\geq 0)$ . Αυτή η προς παραγωγή του υπερπροϊόντος  $\left( \begin{matrix} 4-a \\ 3-b \end{matrix} \right)$  αναγκαία εργασία  $\left( \begin{matrix} 0.75-c \\ 1.25-d \end{matrix} \right)$  είναι η υπερεργασία.

Αποτελείται από 0.75-c μονάδες εργασίας του είδους 1 και από 1.25-d μονάδες εργασίας του είδους 2. Είναι φυσικά ανομοιογενής εργασία.

Πού απομένουν εδώ, θα μπορούσε να ρωτήσει κανείς, οι αξίες των εμπορευμάτων; Μα οι αξίες δεν εμφανίζονται άμεσα, αλλά, όπως λέει και ο ίδιος ο Marx, μόνον έμμεσα στις αντίστοιχες τιμές. Το ίδιο ισχύει και για την αξία της συνολικής εργασιακής δύναμης, δηλ. την αξία των συνολικών πραγματικών μισθών, και για την αξία του υπερπροϊόντος, δηλ. την συνολική υπεραξία. Η πρώτη εμφανίζεται ως οι συνολικοί ονομαστικοί μισθοί W και η δεύτερη ως τα συνολικά κέρδη P.

Και τι συμβαίνει με το ποσοστό υπεραξίας; Μα και αυτό δεν εμφανίζεται άμεσα παρά μόνον έμμεσα, υπό την μορφή του λόγου P/W των συνολικών κερδών P προς τους συνολικούς ονομαστικούς μισθούς W.

---

τόσο τους συνολικούς πραγματικούς μισθούς όσο και το υπερπροϊόν ως καθαρά προϊόντα του. Συνεπώς δεν γνωρίζουμε ούτε την «αξία» των συνολικών πραγματικών μισθών, δηλ. την «αξία» της συνολικής εργασιακής δύναμης, ούτε την «αξία» του υπερπροϊόντος, δηλ. την υπεραξία. Εκτός βέβαια εάν προϋποθέσουμε ότι οι συνολικοί πραγματικοί μισθοί και το υπερπροϊόν έχουν την ίδια σύνθεση με το καθαρό προϊόν του συστήματος. Αυτή όμως η αυθαίρετη προϋπόθεση θα σήμαινε ότι η οικονομία που περιγράφει το σύστημα παραγωγής είναι πάντα μια quasi one good economy.

Ωστόσο γνωρίζουμε το εξής: Ότι το άθροισμα της «αξίας» των συνολικών πραγματικών μισθών και της «αξίας» του υπερπροϊόντος είναι -καίτοι αυτές οι δύο «αξίες» είναι άγνωστες- ίσο με την «αξία» του καθαρού προϊόντος του συστήματος. Αυτό προκύπτει από την προσθετικότητα των «αξιών» και το ότι το άθροισμα των συνολικών πραγματικών μισθών και του υπερπροϊόντος είναι εξ ορισμού ίσο με το καθαρό προϊόν του συστήματος.

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Βουγιουκλάκης, Π. / Μαριόλης, Θ. (1993), «Ο προσδιορισμός των τιμών σε διασπώμενα συστήματα παραγωγής, στα οποία τα μέγιστα ποσοστά κέρδους του βασικού και του μη βασικού υποσυστήματος είναι ίσα», *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, Τεύχος 12, σσ. 103-25.
- Μαριόλης, Θ. (1993), *Η Νεοριкарδιανή Θεωρία του Εξωτερικού Εμπορίου - Κριτική Προσέγγιση*, Διδακτορική Διατριβή, Πάντειο Πανεπιστήμιο, Τμήμα Δημόσιας Διοίκησης, σσ. 53-56.
- Μαριόλης, Θ. (1993), «Αντιδράσεις των τιμών σε γραμμικών συστήματα σύνθετης παραγωγής», *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, Τεύχος 12.
- Mariolis, Th. / Stamatis, G. (1996), «*Critical Presentation of Dmitriev's Existence Condition for Positive Profit on Capital*», Athens, mimeo.
- Marx, K., *Das Kapital*, 3 Bände (MEW, Bd, 23, 24 und 25).
- Stamatis, G. (1977), *Die «spezifisch kapitalistischen Produktionsmethoden» und der tendenzielle Fall der allgemeinen Profitrate bei Marx*, Göttingen.
- Stamatis, G. (1979), *Beiträge zur Kritik der neoricardianischen und neoklassischen Theorie*, Göttingen.
- Stamatis, G. (1983), *Sraffa und sein Verhältnis zu Ricardo und Marx*, Göttingen.
- Stamatis, G. (1983a), «On Negative Labor Values», *Review of Radical Political Economics*, Vol. XV, Number 4.
- Stamatis, G. (1988), *Über das Normwaresubsystem und die w-r-Relation. Ein Beitrag zur Theorie linearer Produktionssysteme*, Athen, Εκδόσεις Κριτική.
- Stamatis, G. (1993), «*The Impossibility of a Comparison of Techniques and of the Ascertainment of a Reswitching Phenomenon*», *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 211, Heft 5-6.
- Stamatis, G. (1995a), «Über das sog. Transformationsproblem», *Zeitschrift für Erneuerung des Marxismus*, Heft 21, März.
- Σταμάτης, Γ. (1995), *Προβλήματα θεωρίας γραμμικών συστημάτων παραγωγής*, τόμος 1ος: *Βασικά ζητήματα*, 2η βελτιωμένη έκδοση, Εκδόσεις Κριτική, Αθήνα.
- Steedman, I. (1975), «Positive Profits with Negative Surplus Value», *Economic Journal*.