

Επιλογή τεχνικής και ποσοστό κέρδους

Οι βασικές θεωρητικές προτάσεις της σύγχρονης διαμάχης για τον μαρξικό νόμο της πτωτικής τάσης του γενικού ποσοστού κέρδους*

του Γιώργου Σωτήρχου

(σελ. 3-36)

Ο μαρξικός νόμος της πτωτικής τάσης του γενικού ποσοστού κέρδους αποτέλεσε αντικείμενο οξύτατης κριτικής αντιπαράθεσης ανάμεσα σε μαρξιστές και μη μαρξιστές συγγραφείς από την εποχή της δημοσίευσης του III τόμου του **Κεφαλαίου** ως τις μέρες μας.

Μολονότι το αρχικό ερώτημα ήταν η ισχύς του νόμου αυτού καθεαυτού η σύγχρονη αντιπαράθεση περιστρέφεται γύρω από το ερώτημα της λογικής συνοχής των προϋποθέσεων με τα αποτελέσματα του νόμου. Οι θεωρητικές προτάσεις που θα συζητηθούν στην ανά χείρας εργασία είναι προϊόντα τριών δεκαετιών αντιπαράθεσης και διαμάχης.

Δύο βασικές προϋποθέσεις είναι λίγο ή πολύ κοινή αφετηρία των εναλλακτικών προτάσεων ερμηνείας του νόμου:

1. Οι τεχνικές μέθοδοι παραγωγής είναι εξωγενή δεδομένα στο σύστημα παραγωγής.
2. Το πραγματικό ή το ονομαστικό ωρομίσθιο παραμένει σταθερό.

Δεν θα συζητήσουμε στη συνέχεια ούτε την «εμπειρική σημαντικότητα» των υποθέσεων ούτε τα (πολλαπλά) προβλήματα που δημιουργεί η αναίρεσή τους στα επιχειρήματα της μιας ή της άλλης πλευράς, αλλά θα τις δεχτούμε ως (δεδομένες) αφετηρίες της συζήτησης.

Η συζήτηση για τη μαρξιστική θεωρία της συσσώρευσης και της τεχνικής προόδου έχει από τα μέσα της δεκαετίας του εξήντα επίκεντρο τη διαμάχη για την πτωτική τάση του ποσοστού κέρδους. Η σχεδόν κοινή προϋπόθεση-αφετηρία των αντιμαχόμενων απόψεων είναι η παραδοχή της επιλογής της πλέον αποδοτικότε-

* Η εργασία αυτή γράφτηκε τον Μάιο του 1987, και ως εκ τούτου αναφέρεται στη βιβλιογραφία έως την ημερομηνία αυτή. Στο αρχικό κείμενο έγιναν μόνο οι απαραίτητες προσθήκες και διορθώσεις. Στα δύο σημεία που ο συγγραφέας έχει αναθεωρήσει τις απόψεις του έχουν προστεθεί δύο εκτενείς υποσημειώσεις (23 και 31). Επίσης το αρχικό παράδειγμα της σελ. 26 που ήταν ιδιαίτερα πολύπλοκο, και εν μέρει ασαφές, αντικαταστάθηκε, κατόπιν υποδείξεως του συναδέλφου Θεόδωρου Μαριόλη, με ένα απλούστερο, χωρίς να θυσιάζεται πλέον η σαφήνεια της παρουσίασης.

ρης τεχνικής από τους ατομικούς καπιταλιστές. Προφανές είναι το γεγονός ότι πρόκειται για μια αναζήτηση των μικροοικονομικών θεμελίων του νόμου της πωτικής τάσης του γενικού ποσοστού κέρδους, όπως διατυπώθηκε αυτός από τον Κ. Μαρξ.

Καίτοι, όπως προαναφέρθηκε, η συζήτηση γύρω από το νόμο αυτό επικεντρώνεται στην επιλογή τεχνικής, τα τελευταία χρόνια οι βασικές θεωρητικές θέσεις τουλάχιστον της μιας πλευράς είχαν αναπτυχθεί από τις αρχές του αιώνα με το άρθρο του von Bortkiewicz *Wertrechnung und Preisrechnung in Marxschen System*.

Στο κείμενο αυτό ο von Bortkiewicz ασκούσε κριτική σε ορισμένες από τις απόψεις του Μαρξ για το ποσοστό κέρδους και τη μακροχρόνια τάση του. Π.χ. αποδείκνυε βάσει ενός μαθηματικού μοντέλου ότι το γενικό ποσοστό κέρδους είναι ανεξάρτητο από τις συνθήκες παραγωγής του μη αναπαραγωγικού τομέα του μοντέλου (οργανική σύνθεση του κεφαλαίου και παραγωγικότητα της εργασίας)¹. Στα πλαίσια αυτού του μοντέλου ο von Bortkiewicz έκανε την υπόθεση ότι «Οι καπιταλιστές δεν υιοθετούν μεθόδους παραγωγής που απαιτούν υψηλότερη οργανική σύνθεση του κεφαλαίου παρά μόνο αν αυτό συνεπάγεται μια αύξηση στο ποσοστό κέρδους». Ο Μαρξ, σύμφωνα με τον von Bortkiewicz, «αγνόησε τη σχέση του ποσοστού κέρδους με την παραγωγικότητα της εργασίας όταν το ημερομίσθιο μένει σταθερό»².

Τέλος, στα πλαίσια ενός απλούστερου μοντέλου, σε ένα άρθρο του που δημοσιεύτηκε σχεδόν ταυτόχρονα, έδειξε ότι σε μια ειδική περίπτωση, εφόσον το ποσοστό υπεραξίας ανέρχεται, το ποσοστό κέρδους ανέρχεται και αυτό και μάλιστα με τον ίδιο ρυθμό.

Ο von Bortkiewicz φαίνεται όμως ότι στα προαναφερθέντα άρθρα του ενδιαφερόταν περισσότερο να ανακαλύψει ορισμένα ρήγματα στη μαρξική παρουσίαση του ποσοστού κέρδους και των τιμών παραγωγής παρά να διατυπώσει μια θεωρία τεχνικής προόδου βασισμένη στην επιλογή τεχνικής³.

Στο μοντέλο του von Bortkiewicz γίνονται οι εξής υποθέσεις⁴:

1. Υπάρχουν τρεις τομείς παραγωγής απλών εμπορευμάτων. Το εμπόρευμα I είναι μέσο παραγωγής, το εμπόρευμα II μισθιακό εμπόρευμα και το εμπόρευμα III αγαθό πολυτελούς κατανάλωσης.
2. Ο μισθός είναι πραγματικός και προκαταβάλλεται στην αρχή της περιόδου παραγωγής.
3. Το σταθερό και μεταβλητό κεφάλαιο είναι κυκλοφορούν, δηλ. δεν υπάρχει πάγιο κεφάλαιο.
4. Το ακαθάριστο προϊόν του συστήματος είναι τόσο, ώστε το σύστημα να βρίσκε-

ται σε κατάσταση απλής αναπαραγωγής, δηλαδή οι καπιταλιστές του δεδομένου συστήματος καταναλώνουν όλα τα κέρδη τους⁵.

Εάν τα παρακάτω σύμβολα υποδηλώνουν:

c_1, c_2 και c_3 το σταθερό κεφάλαιο στους τομείς I, II και III αντιστοίχως,
 v_1, v_2 και v_3 το μεταβλητό κεφάλαιο στους τομείς I, II και III αντιστοίχως,
 s_1, s_2 και s_3 την υπεραξία στους τομείς I, II και III αντιστοίχως,

οι αξίες δίνονται από τις σχέσεις:

$$c_1 + v_1 + s_1 = c_1 + c_2 + c_3, \quad (1\alpha)$$

$$c_2 + v_2 + s_2 = v_1 + v_2 + v_3 \quad \text{και} \quad (1\beta)$$

$$c_2 + v_3 + s_3 = s_1 + s_2 + s_3 \quad (1\gamma)$$

τότε οι λόγοι των τιμών παραγωγής προς τις αξίες του μέσου παραγωγής x , του μισθιακού εμπορεύματος y και του εμπορεύματος πολυτελούς κατανάλωσης z είναι:

$$(c_1x + v_2y)(1+r) = (c_1 + c_2 + c_3) x, \quad (2\alpha)$$

$$(c_2x + v_2y)(1+r) = (v_1 + v_2 + v_3) y \quad \text{και} \quad (2\beta)$$

$$(c_3x + v_3y)(1+r) = (s_1 + s_2 + s_3) z \quad (2\gamma)$$

Ο von Bortkiewicz λύνοντας το σύστημα αυτό των τριών εξισώσεων (2α), (2β) και (2γ) με τέσσερις αγνώστους, τους r, x, y και z , προσδιόρισε το r και τους λόγους $x/z, y/z$. Στη συνέχεια ανέλυσε την ειδική περίπτωση που το μισθιακό εμπόρευμα παράγεται μόνον με τη χρήση ζωντανής εργασίας.

Εάν το σταθερό κεφάλαιο που απαιτείται για την παραγωγή μιας μονάδας του μισθιακού εμπορεύματος c_2 είναι ίσο με το μηδέν, οι (1β) και (2β) γράφονται:

$$(1+r) = (v_1 + v_2 + v_3) / v_2$$

αλλά από τη σχέση (2β) για $c_2=0$ έχουμε τη σχέση:

$$(1+r) = v_2 + s_2 / v_2 \quad \text{και τέλος,}$$

$$r = s_2 / v_2 \quad \text{ή} \quad r = \rho, \quad \text{όπου } \rho \text{ το ποσοστό υπεραξίας.}$$

Το ποσοστό κέρδους είναι ίσο με το ποσοστό υπεραξίας. Η οποδήποτε μεγάλη αύξηση της αξιακής και τιμιακής σύνθεσης του κεφαλαίου δεν επηρεάζει το ποσοστό κέρδους, το οποίο μεταβάλλεται μόνο αν μεταβληθεί το ποσοστό υπεραξίας και ακολουθεί τις μεταβολές αυτού.

Αν λοιπόν υπάρξει μια αύξηση του ποσοστού υπεραξίας ως συνέπεια της τεχνικής μεταβολής τότε αυξάνεται και το ποσοστό κέρδους κατά το ποσοστό που αυξήθηκε το ποσοστό υπεραξίας⁶.

Ο von Bortkiewicz πάντως δεν αμφισβήτησε το γεγονός ότι η αξιακή σύνθεση

του κεφαλαίου σχετίζεται με το ποσοστό κέρδους, αλλά «Η απλή αριθμητική σχέση ανάμεσα στο q (το ποσοστό κέρδους σε τιμές παραγωγής -Γ.Σ.) και το q_0 (τον σταθμικό αριθμητικό μέσο των αξιακών συνθέσεων κεφαλαίου των τριών τομέων του συστήματος παραγωγής -Γ.Σ.) τον οποίο ο Marx χρησιμοποιεί (ο von Bortkiewicz εννοεί τη σχέση $r = m/1 + q_0$ όπου r το σε αξίες ποσοστό κέρδους, m το ποσοστό υπεραξίας και q_0 η αξιακή σύνθεση του κεφαλαίου -Γ.Σ.) δεν υφίσταται».

Ο von Bortkiewicz έδωσε τέλος και ορισμένες σχέσεις ανισότητας που συνδέουν την αξιακή σύνθεση κεφαλαίου με το ποσοστό κέρδους. Σε μια από αυτές τις σχέσεις στηρίζεται και μια δημοφιλής ανάμεσα στους μαρξιστές απόδειξη του νόμου της πτωτικής τάσης του ποσοστού κέρδους που δόθηκε το 1961 από τον Okhishio.

Στις παρατηρήσεις του von Bortkiewicz σχετικά με την επιλογή τεχνικής και το ποσοστό κέρδους δεν δόθηκε ιδιαίτερη σημασία από τους μαρξιστές και μελετητές του μαρξισμού ως το τέλος της δεκαετίας του '60. Περισσότερο συζητήθηκε η ανεξαρτησία του γενικού ποσοστού κέρδους από την αξιακή (τιμιακή) σύνθεση του κεφαλαίου του μη αναπαραγωγικού τομέα της οικονομίας. Εξαιρέση αποτέλεσαν ο Dobb και ο Sweezy. Ο πρώτος χρησιμοποιώντας μια επιχειρηματολογία παρόμοια με τον von Bortkiewicz στήριξε την πτωτική τάση του ποσοστού κέρδους σε άλλα αίτια, ο δε δεύτερος επηρεασμένος από τον von Bortkiewicz απέρριψε τη θεωρία της πτωτικής τάσης του μέσου ποσοστού κέρδους και υιοθέτησε μια θεωρία υποκατανάλωσης/ανισορροπίας για να περιγράψει την κρίση του καπιταλιστικού συστήματος.

Για πρώτη φορά η εικασία αυτή του von Bortkiewicz, μια που ο ίδιος δεν έδωσε ολοκληρωμένη απόδειξη αλλά απλώς το ισχυρίστηκε, δόθηκε 60 χρόνια αργότερα από τον Okhishio και πέρασε στην ιστορία της οικονομικής θεωρίας ως το *Okhishio-Theorem*. Ο Okhishio συγκεκριμένα απέδειξε ότι το ποσοστό κέρδους ανέρχεται όταν οι καπιταλιστές εφαρμόζουν ορισμένες νέες τεχνικές μεθόδους παραγωγής τις οποίες ονομάζει *viable* και έχουν την ιδιότητα δεδομένων των τιμών να μειώνουν το ανά μονάδα κόστος των εμπορευμάτων στις διαδικασίες παραγωγής των οποίων εφαρμόζονται⁷.

Το θεώρημα του Okhishio βασίζεται στις παρακάτω υποθέσεις:

1. Νέες τεχνικές μέθοδοι παραγωγής εφαρμόζονται σε μια διαδικασία παραγωγής μόνο εάν μειώνουν το ανά μονάδα κόστος του προϊόντος αυτής της διαδικασίας παραγωγής.
2. Το σύστημα παραγωγής έχει γραμμικές διαδικασίες παραγωγής και κάθε διαδικασία παράγει ένα εμπόρευμα και κάθε εμπόρευμα παράγεται από μία μόνο διαδικασία, δηλαδή το σύστημα παραγωγής είναι σύστημα παραγωγής απλών εμπορευμάτων.

3. Το πραγματικό ωρομίσθιο είναι δεδομένο και σταθερό και προκαταβάλλεται στην αρχή της περιόδου παραγωγής.
4. Υπάρχει μόνο κυκλοφορούν κεφάλαιο.
5. Όλα τα εμπορεύματα του συστήματος παραγωγής είναι αναπαραγωγικά, εισέρχονται δηλαδή άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή της εργασιακής δύναμης είτε ως μέσα παραγωγής (έμμεσα) είτε ως μισθιακά εμπορεύματα (άμεσα), δηλαδή όλα τα εμπορεύματα εισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στην παραγωγή όλων των εμπορευμάτων. Αυτό έχει ως συνέπεια ότι ο επαυξημένος με τις εισροές σε μισθιακά εμπορεύματα πίνακας εισροών του συστήματος παραγωγής να είναι μη-διασπώμενος⁸.

Για την απόδειξη του θεωρήματος χρησιμοποιούμε τον εξής συμβολισμό:

A , ο $n \times n$ πίνακας των εισροών σε μέσα παραγωγής,
 ℓ , το $1 \times n$ διάνυσμα γραμμή των εισροών σε εργασιακή δύναμη,
 b , το $n \times 1$ διάνυσμα στήλη του πραγματικού μισθού,
 p , το $1 \times n$ διάνυσμα γραμμή των τιμών παραγωγής⁹,
 r , το γενικό ποσοστό κέρδους

Το γενικό ποσοστό κέρδους και οι τιμές παραγωγής δίνονται από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned} p &= (1 + r) (r A + \ell) & (1) \\ p b &= 1 & (2) \end{aligned}$$

Η εξίσωση (2) είναι η εξίσωση τυποποίησης και δηλώνει ότι ο ονομαστικός μισθός είναι σταθερός και ίσος με ένα και έχει ως συνέπεια οι τιμές να μετρούνται σε μονάδες μισθού ή σε labour commanded.

Οι εξισώσεις (1) και (2) γράφονται:

$$p M = p \lambda_m \quad (3)$$

Ο πίνακας $M=(A+b\ell)$ είναι ο επαυξημένος κατά τις εισροές σε μισθιακά εμπορεύματα πίνακας εισροών (augmented input coefficient matrix) και $\lambda_m = 1/(1+r)$ η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα M . Εάν μια νέα τεχνική για την παραγωγή του εμπορεύματος i μειώνει το ανά μονάδα κόστος παραγωγής με δεδομένο το διάνυσμα τιμών, τότε ικανοποιεί τη συνθήκη:

$$pA_i^* + \ell_i^* < pA_i + \ell_i \quad (4)$$

Η τεχνική αυτή ονομάζεται από τον Okishio viable.

Οι καπιταλιστές του κλάδου αντικαθιστούν την παλιά και λιγότερο κερδοφόρα τεχνική (A_i, ℓ_i) με την καινούργια (A_i^*, ℓ_i^*) που είναι περισσότερο αποδοτική, γιατί πλην κερδών που είναι ίσα με το γενικό ποσοστό κέρδους επί το επενδυθέν

κεφάλαιο, προσφέρει και ένα επιπλέον κέρδος ίσο με:

$$r_m = p_i / (pA_i^* + l_i^*) - p_i / (pA_i + l_i) \text{ ή}$$

$$r_m = p_i / (pA_i^* + l_i^*) - r$$

Σε ένα επόμενο στάδιο η τεχνική (A_i^*, l_i^*) χρησιμοποιείται αποκλειστικά στον κλάδο i στη θέση της παλιάς τεχνικής (A_i, l_i) .

Η ισορροπία αποκαθίσταται πάλι όταν εξισωθεί το ποσοστό κέρδους σε όλους τους τομείς της οικονομίας. Το νέο διάνυσμα τιμών και ποσοστό κέρδους είναι

$$p^* = (1+r^*) (p^* A^* + l^*) \quad (5)$$

$$p^* b = 1 \quad (6)$$

όπου A^* ο πίνακας A στον οποίο η στήλη A_i έχει αντικατασταθεί από τη στήλη A_i^* και l^* το διάνυσμα l όπου το στοιχείο l_i έχει αντικατασταθεί από το στοιχείο l_i^* . Εάν $M^* = A^* + bl^*$ και αντικαταστήσουμε την (6) στην (5) έχουμε:

$$p^* M^* = p^* l_m^* \quad (7)$$

Σύμφωνα με τα Perron-Frobenius θεωρήματα για τους μη διαχωρίσιμους πίνακες¹⁰ ισχύει $\lambda_m > \lambda_m^*$ ή $r < r^*$

Άρα το ποσοστό κέρδους αυξήθηκε με την εισαγωγή της *viable* τεχνικής. Αν πάλι οι υπάρχουσες νέες τεχνικές δεν είναι *viable* δεν εφαρμόζονται κατά τον Okhishio. Ο νόμος του Μαρξ δεν έχει λοιπόν ορθολογική βάση όταν το πραγματικό ωρομίσθιο παραμένει σταθερό¹¹.

Ο Okhishio έδωσε πλην της γενικής απόδειξης και ένα αριθμητικό παράδειγμα σε ένα διασπώμενο πίνακα εισροών.

Στο παράδειγμα υπάρχουν τρεις τομείς I, II και III που παράγουν αντίστοιχα ένα μέσο παραγωγής ένα μισθιακό εμπόρευμα και ένα μέσο πολυτελούς κατανάλωσης. Ο πίνακας εισροών του συστήματος είναι:

Εισροές

	I	II	III
Εμπορ. I	0.5	0.25	0.2
Εμπορ. II	-	-	-
Εμπορ. III	-	-	-
Εργασία	10	15	12

Ο πραγματικός μισθός αποτελείται από 1/45 μονάδες εμπορεύματος II.

$$b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/45 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Οι τιμές παραγωγής δίνονται από τις εξισώσεις:

$$p_1 = (1 + r) (0.5 p_1 + 10)$$

$$p_2 = (1 + r) (0.25 p_1 + 15) \quad (8)$$

$$p_3 = (1 + r) (0.2 p_1 + 12)$$

$$p_2 b = p_2 / 45 = 1 \quad (9)$$

Οι λύσεις είναι $p_1=60$, $p_2=45$, $p_3=42$ και $r=0.50$.

Εάν τώρα οι καπιταλιστές του τομέα II αντικαταστήσουν την τεχνική που χρησιμοποιούν (0.25, 15) με μια νέα που μειώνει το ανά μονάδα κόστος παραγωγής του εμπορεύματος II και απαιτεί 1/3 μονάδες του μέσου παραγωγής και 35/24 ζωντανής εργασίας δηλαδή την τεχνική (1/3, 35/24). Το κόστος παραγωγής του εμπορεύματος II μετά την εφαρμογή της νέας τεχνικής και με τις «παλιές» τιμές ($p_1=60$, $p_2=45$) μειώνεται σε 21.5 από 30 μονάδες μισθού που ήταν το κόστος της παλιάς τεχνικής. Άρα το παράδειγμα ικανοποιεί το κριτήριο του κόστους, διότι $a_2^* p_1 + l_2^* < a_2 p_1 + l_2$.

Οι νέες τιμές και το νέο ποσοστό κέρδους μετά την τεχνολογική μεταβολή υπό την προϋπόθεση σταθερού μισθού δίνονται από τις σχέσεις:

$$p_1^* = (1 + r^*) (0.5 p_1^* + 10)$$

$$p_2^* = (1 + r^*) (p_1^* / 3 + 35 / 24) \quad (8_1)$$

$$p_3^* = (1 + r^*) (0.2 p_1^* + 12)$$

$$p_2^* b = p_2^* / 45 = 1 \quad (9_1)$$

Οι λύσεις είναι $p_1^* = 80$, $p_2^* = 45$, $p_3^* = 51.2$ και $r^* = 0.60$.

Το ποσοστό κέρδους ανήλθε μετά την τεχνολογική μεταβολή κατά 10% παρά το πότε η τεχνολογική μεταβολή αύξησε την τεχνική, αξιακή και τιμιακή σύνθεση του κεφαλαίου στον τομέα II και στο σύνολο της οικονομίας¹².

Η αιτία είναι η ισχυρότερη επίδραση της αύξησης του τιμιακού ποσοστού εκμετάλλευσης του τομέα II και του συνόλου της οικονομίας στο ποσοστό κέρδους από την επίδραση της αύξησης της τεχνικής, αξιακής και τιμιακής σύνθεσης του κεφαλαίου. Η τεχνική σύνθεση του κεφαλαίου στον τομέα II αυξήθηκε κατά 17 φορές ενώ το ποσοστό μεταβολής της τιμιακής σύνθεσης του κεφαλαίου του τομέα II ήταν 1727%. Τέλος το ποσοστό εκμετάλλευσης στον τομέα II αυξήθηκε κατά

10.555 φορές. Καίτοι το ποσοστό εκμετάλλευσης αυξήθηκε λιγότερο από την τιμακή σύνθεση του κεφαλαίου στον τομέα II το ποσοστό κέρδους έπεσε¹³.

Το μέσο σε τιμές ποσοστό εκμετάλλευσης ανέβηκε εξαιτίας της αύξησης της εκμετάλλευσης και στους άλλους τομείς εξαιτίας της «διάχυσης» των αποτελεσμάτων της τεχνολογικής μεταβολής σε όλους τους τομείς της παραγωγής. Είναι προφανές ότι και η τιμακή σύνθεση του κεφαλαίου αυξήθηκε λόγω της αύξησης της τιμακής σύνθεσης του κεφαλαίου στον τομέα II και της αύξησης της τιμής του μέσου παραγωγής σε σχέση με το μισθιακό εμπόρευμα από 60/45 σε 80/45.

Το ποσοστό αύξησης του μέσου ποσοστού εκμετάλλευσης και το ποσοστό αύξησης της μέσης τιμακής σύνθεσης του κεφαλαίου της οικονομίας δεν είναι δυνατόν να υπολογιστεί από τις υποθέσεις του παραδείγματος του Okhishio διότι είναι άγνωστος ο ρυθμός μεγέθυνσης και η σύνθεση της κατανάλωσης των καπιταλιστών και ως εκ τούτου η σύνθεση του καθαρού (ακαθάριστου) προϊόντος του μοντέλου. Το ποσοστό εκμετάλλευσης και η τιμακή σύνθεση του κεφαλαίου από την άλλη μεριά είναι ο σταθμικός αριθμητικός μέσος των τομεακών ποσοστών εκμετάλλευσης και των τιμακών συνθέσεων με σταθμά τις σχέσεις του ακαθάριστου προϊόντος του κλάδου επί την εργασία που απαιτείται για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος του κλάδου προς τη συνολική εργασία που απαιτείται για την παραγωγή του ακαθάριστου προϊόντος του κλάδου. Εάν το ποσοστό μεγέθυνσης είναι άγνωστο τότε και το γενικό ποσοστό εκμετάλλευσης και η τιμακή σύνθεση του κεφαλαίου είναι άγνωστα μεγέθη.

Το θεώρημα του Okhishio παρουσιάζει εξαιρετική λογική και μαθηματική συνοχή των υποθέσεών του με τα αποτελέσματά του. Το ερώτημα που προκύπτει είναι εάν οι υποθέσεις του έχουν εμπειρική σημαντικότητα, μια που η αναίρεση των υποθέσεών του είναι ο μόνος τρόπος για την κατασκευή ενός Anti-Okhishio-Theorem.

Η υπόθεση 5 αποτέλεσε πρώτη αντικείμενο κριτικής 15 χρόνια μετά από τη δημοσίευση του άρθρου του Okhishio.

Ο Stamatis πρώτος και ένα χρόνο αργότερα ο Shaikh έδειξαν ότι εάν η υπόθεση 5 τροποποιηθεί έτσι ώστε στο σύστημα να υπάρχει και πάγιο κεφάλαιο και συγχρόνως διατηρηθεί η υπόθεση της μείωσης του ανά μονάδα κόστους του εμπορεύματος στη διαδικασία παραγωγής του οποίου χρησιμοποιείται η νέα τεχνική, τότε υπό ορισμένες προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούν το πάγιο και γενικά το σταθερό κεφάλαιο το ποσοστό κέρδους δύναται να πέφτει^{14, 15}.

Ο Stamatis χρησιμοποίησε την εξής διάκριση:

$$r = \frac{\text{Συνολ. κέρδη}}{\text{Συνολ. Προκαταβεβλημένο Κεφάλαιο}}$$

$$\pi = \frac{\text{Συνολ. Κέρδη}}{\text{Συνολ. Κόστος}}$$

το π είναι το ποσοστό κέρδους, το γ το ονομάζει ο Stamatis αποδοτικότητα του κόστους.

Εφόσον το κόστος είναι μικρότερο από το συνολικό κεφάλαιο τότε η αποδοτικότητα του κόστους θα είναι μεγαλύτερη από το ποσοστό κέρδους. Το ποσοστό κέρδους δύναται σ' αυτή την περίπτωση να αυξάνεται (μειώνεται) ενώ η αποδοτικότητα του κόστους να μειώνεται (αυξάνεται). Στην περίπτωση του Okhishio ισχύει $\pi = \gamma$ και το ποσοστό κέρδους ακολουθεί τις μεταβολές της αποδοτικότητας του κόστους.

Ο Stamatis με ένα παράδειγμα έδειξε ότι ακόμη και εάν η αποδοτικότητα του κόστους αυξάνεται λόγω της εφαρμογής μιας *viable* τεχνικής το ποσοστό κέρδους δύναται να πέφτει.

Εάν λοιπόν στο παράδειγμα του Okhishio εισάγουμε το πάγιο κεφάλαιο σύμφωνα με τον ακόλουθο πίνακα τότε οι τιμές παραγωγής και το γενικό ποσοστό κέρδους δίνονται από τις σχέσεις (10).

Πάγιο Κεφάλαιο

	I	II	III
Εμπορ. I	4	2	2

$$p_1 = 0.5 p_1 + 10 p_2 b + \gamma (4 p_1 + 10 p_2 b)$$

$$p_2 = 0.25 p_1 + 15 p_2 b + \gamma (2 p_1 + 15 p_2 b) \quad (10)$$

$$p_3 = 0.2 p_1 + 12 p_2 b + \gamma (2 p_1 + 12 p_2 b)$$

$$b p_2 = p_2 / 45 = 1 \quad (11)$$

Οι λύσεις είναι $p_1 = 69.61$, $p_2 = 45$, $p_3 = 43.33$ και $\gamma = 0.086$.

Αν εισαχθεί στο σύστημα παραγωγής μια νέα τεχνική που μειώνει το ανά μονάδα κόστος του μισθιακού εμπορεύματος όπως ακριβώς στο παράδειγμα του Okhishio και αυξάνει το προκαταβεβλημένο και το πάγιο κεφάλαιο στον τομέα II σε 4 μονάδες του μέσου παραγωγής, τότε οι τιμές παραγωγής και το γενικό ποσοστό κέρδους δίνονται από τις εξισώσεις:

$$p_1^* = 0.5 p_1^* + 10 p_2^* b + \gamma^* (4 p_1^* + 10 p_2^* b)$$

$$p_2^* = 0.33 p_1^* + 1.46 p_2^* b + \gamma^* (4 p_1^* + 1.46 p_2^* b) \quad (10_1)$$

$$p_3^* = 0.2 p_1^* + 12 p_2^* b + \gamma^* (2 p_1^* + 12 p_2^* b)$$

$$b p_2^* = p_2^* / 45 = 1 \quad (11_1)$$

Οι λύσεις είναι $p_1^* = 64.86$, $p_2^* = 45$, $p_3^* = 41.08$ και $r^* = 0.083$.

Αυτό που έδειξε ο Stamatis δεν ήταν ότι με την εισαγωγή του παγίου κεφαλαίου το ποσοστό κέρδους πέφτει, αλλά ότι είναι δυνατόν να κατασκευαστούν περιπτώσεις όπου το ποσοστό κέρδους να πέφτει καίτοι η αποδοτικότητα του κόστους αυξάνεται.

Ο Shaikh έκανε και αυτός τη διάκριση ανάμεσα στο ποσοστό κέρδους r και την αποδοτικότητα του κόστους (profit margin of production cost) π , διαχωρίζοντας τα κριτήρια επιλογής της νέας τεχνικής στο ανταγωνιστικό κριτήριο, δηλαδή το κριτήριο μεγιστοποίησης της αποδοτικότητας του κόστους και το κριτήριο της αριστοποίησης, δηλαδή το κριτήριο της μεγιστοποίησης του ποσοστού κέρδους. Σύμφωνα με τον Shaikh ο Okhishio αγνόησε την επίδραση του παγίου κεφαλαίου και της εκμηχάνισης πάνω στο ποσοστό κέρδους. Τέλος, εισήγαγε την έννοια της μεγιστοποίησης του μεταβατικού ποσοστού κέρδους, που κατά τον Shaikh χαρακτηρίζει τη θεωρία της οικονομικής και τεχνικής προόδου του Dobb και του Marx¹⁶. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η άποψη του Shaikh ότι τόσο ο Marx όσο και ο Okhishio χρησιμοποίησαν το κριτήριο της μεγιστοποίησης της αποδοτικότητας του κόστους, ή το ανταγωνιστικό κριτήριο, αλλά ο μεν πρώτος δεν αγνόησε την επίδραση του παγίου κεφαλαίου, ο δε δεύτερος την αγνόησε παντελώς. Όπως θα δειχθεί στη συνέχεια ο ισχυρισμός αυτός του Shaikh και του Okhishio είναι αληθής μόνο εν μέρει, δεδομένου ότι ο Okhishio διατύπωσε την εικασία ότι αν οι καπιταλιστές εισάγουν νέες τεχνικές μεθόδους παραγωγής μόνο όταν αυξάνεται το μεταβατικό ποσοστό κέρδους τότε το ποσοστό κέρδους αυξάνεται. Η αύξηση του μεταβατικού ποσοστού κέρδους φαίνεται να συμφωνεί με τη θεωρία της οικονομικής και τεχνικής προόδου του Dobb, που υποστηρίζει ο Shaikh, πλην όμως ο Dobb καταλήγει στο συμπέρασμα ότι το ποσοστό κέρδους πέφτει, υπό συνθήκες αυξανόμενου πραγματικού ωρομισθίου.

Οι παρατηρήσεις αυτές του Shaikh για την εκμηχάνιση προέρχονταν από ένα άρθρο του Schefold που συζητήθηκε πολύ λίγο όταν πρωτοδημοσιεύτηκε, και αφορούσε την εφαρμογή του καταμερισμού της εργασίας και της ως εκ τούτου αύξησης της παραγωγικότητας της εργασίας και της εκμηχάνισης σε γραμμικά συστήματα παραγωγής¹⁷.

Ο Schefold περιγράφει ένα γραμμικό σύστημα παραγωγής με *ονομαστικό ωρομίσθιο* w αντί του πραγματικού ωρομισθίου b που χρησιμοποιήσαμε ως τώρα στην ανάλυσή μας.

Η σχέση

$$(1 + r) A p + w \ell = p \quad (12a)$$

δίνει τις τιμές παραγωγής στο μαθηματικό μοντέλο του Schefold. Η εφαρ-

μογή του καταμερισμού της εργασίας, και της εξειδίκευσης που ο καταμερισμός συνεπάγεται, αυξάνει την παραγωγικότητα της εργασίας χωρίς όμως να μεταβάλλει τις τεχνικές παραγωγής, δηλαδή ο πίνακας A παραμένει αμετάβλητος ενώ το διάνυσμα l μειώνεται ή $l^* \leq l$. Αν τέλος θεωρήσουμε τις τιμές σε «όρους ονομαστικού ωρομισθίου» έχουμε

$$\hat{p} = p/w = [I - (1+r)A]^{-1} l \quad (12\beta)$$

Σε περίπτωση που ο καταμερισμός της εργασίας μειώνει το διάνυσμα l κατά τον συντελεστή α , δηλαδή

$$l^* = \alpha l \text{ όπου } 0 < \alpha < 1$$

τότε η (14) γράφεται

$$\hat{p}^* = [I - (1+r)A]^{-1} \alpha l \quad (12\gamma)$$

ή $\hat{p}^* = \alpha \hat{p}$, δηλαδή οι τιμές παραγωγής εκφρασμένες σε όρους ονομαστικού ωρομισθίου μειώνονται κατά α , υπό την προϋπόθεση ότι το -εξωγενώς δεδομένο- ποσοστό κέρδους παραμένει σταθερό. Είναι προφανές ότι η σταθερότητα του ποσοστού κέρδους συνεπάγεται την αύξηση του πραγματικού ωρομισθίου μέσω της πτώσης κατά ποσοστό α των τιμών παραγωγής έστω και αν το ονομαστικό ωρομίσθιο αυξήθηκε, μειώθηκε ή έμεινε σταθερό.

Ο Schefold στη συνέχεια μελετά τις επιπτώσεις της εκμηχάνισης στο ποσοστό κέρδους. Η εκμηχανισμένη τεχνική ή μια τεχνική που χρησιμοποιεί πάγιο κεφάλαιο μπορεί να γραφεί ως εξής

$$(1+r) \sum_{j=1}^n \hat{\alpha}_{ij}(r) p_j + w \hat{l}_i(r) = p_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12\delta)$$

όπου

$$\hat{\alpha}_{ij}(r) = \frac{\sum_{t=1}^{T_i} (1+r)^{T_i-t} \alpha_{ij}(t)}{\sum_{t=1}^{T_i} (1+r)^{T_i-t} b_{ij}(t)}, \quad \hat{l}_i(r) = \frac{\sum_{t=1}^{T_i} (1+r)^{T_i-t} l_i(t)}{\sum_{t=1}^{T_i} (1+r)^{T_i-t} b_{ij}(t)}$$

όπου T_i είναι η διάρκεια ζωής της μηχανής που χρησιμοποιείται στη διαδικασία i . Κάθε έτος t η διαδικασία παραγωγής χρησιμοποιώντας τις εισροές $\alpha_i(t)$ και την εργασία $l_i(t)$ παράγει εκροές $b_i(t)$, όπου $b_i(t)$ είναι προϊόντα, καινούριες μηχανές και φθαρμένες μηχανές.

Οι συντελεστές $\hat{\alpha}_{ij}(r)$ και $\hat{l}_i(r)$ ονομάζονται από τον Schefold «κεντρικοί

συντελεστές» των εξισώσεων των τιμών παραγωγής. Στη συνέχεια αποδεικνύει ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του συστήματος μειώνεται με την τεχνική αλλαγή, δεδομένου ότι η εκμηχάνιση αυξάνει τη χρήση των μηχανών και μειώνει τη χρήση της ζωντανής εργασίας στη διαδικασία παραγωγής. Ένα άλλο ενδιαφέρον πόρισμα του Schefold είναι ότι υπάρχει μόνο ένα σημείο στο οποίο οι w-r καμπύλες των δύο τεχνικών παραγωγής τέμνονται.

Το βασικό συμπέρασμα του άρθρου του Schefold είναι ότι η εφαρμογή τεχνικών παραγωγής που εξοικονομούν εργασία είναι ότι το μέγιστο ποσοστό κέρδους πέφτει και ο μέγιστος *ονομαστικός* μισθός ανέρχεται σε μονάδες του τυπικού εμπορεύματος. Ένα άλλο πόρισμα του άρθρου του Schefold ήταν ιδιαίτερα σημαντικό για τη συζήτηση. Σύμφωνα με αυτό: «...(Η) τεχνική πρόοδος τείνει να αυξήσει την οργανική σύνθεση του κεφαλαίου και κατά συνέπεια τείνει να *μειώσει το ποσοστό κέρδους*, δεδομένου ότι η ταξική πάλη τείνει να κρατήσει το *βαθμό εκμετάλλευσης υπό έλεγχο*. Το ωρομίσθιο σε όρους εμπορευμάτων (το πραγματικό ωρομίσθιο - Γ.Σ.) *αυξάνεται*. Η αξία (τιμή -Γ.Σ.) της εργασιακής δύναμης, δηλαδή η εργασιακή αξία (τιμή -Γ.Σ.) του καλαθιού των εμπορευμάτων που καταναλώνεται από τους εργαζόμενους, μπορεί να *μειωθεί* κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής^{18, 19}».

Ο Shaikh γράφει στο άρθρο του, που προαναφέρθηκε, για ορισμένες μορφές του καπιταλιστικού ανταγωνισμού, που οδηγούν τους καπιταλιστές στην χρησιμοποίηση του ανταγωνιστικού κριτηρίου και την εγκατάλειψη του κριτηρίου της αριστοποίησης. Τα επιχειρήματα αυτά του Shaikh αμφισβητούν τη δεδομένη στα μοντέλα που εξετάζουμε δυνατότητα των ατομικών καπιταλιστών να επιλέγουν την άριστη τεχνική από τις εξωγενώς δεδομένες, δηλαδή τη δυνατότητα των καπιταλιστών του μοντέλου μας να μην συμπεριφέρονται ως ατομικοί, ανεξάρτητοι και αυτόνομοι παραγωγοί εμπορευμάτων, αλλά ως ένας συλλογικός καπιταλιστής που επιλέγει και επιβάλλει τις άριστες για κάθε περίπτωση τεχνικές παραγωγής. Η αδυναμία αυτή του μοντέλου να περιγράψει την καπιταλιστική κοινωνία ως μια κοινωνία αυτόνομων και ανεξάρτητων κεφαλαιοκρατών εμπορευματοπαραγωγών θίγεται εμμέσως με την παρατήρηση αυτή του Shaikh, ο οποίος όμως σταματά στα αριθμητικά παραδείγματα και δεν αποκαλύπτει την ουσία της υποτιθέμενης δυνατότητας των καπιταλιστών στο μοντέλο του Okhishio να συμπεριφέρονται ως ένας συλλογικός καπιταλιστής.

Μια άλλη κριτική στο θεώρημα του Okhishio διατυπώθηκε συγχρόνως από τους Fine/Harris και τον Shaikh²⁰.

Το επιχείρημα των κριτικών αυτών του Okhishio είναι ότι η συνεχής εναλλαγή τεχνικών που αυξάνουν το ποσοστό κέρδους και μειώνουν το μέγιστο ποσοστό κέρδους ή αυξάνουν το λόγο κεφαλαίου-προϊόντος οδηγεί το σύστημα παραγωγής σε crisis-prone. Ο Shaikh συγκεκριμένα γράφει:

«Η πρόταση ότι η εκμηχάνιση μειώνει το μέγιστο ποσοστό κέρδους φαίνεται να συνεπάγεται ότι αργά ή γρήγορα το πραγματικό ποσοστό κέρδους θα πέσει. Και πράγματι έτσι έχει ερμηνευθεί από πολλούς μαρξιστές. Η βασική αρχή του επιχειρήματος του Μαρξ μοιάζει να προβάλλει ακέραια»²¹.

Όπως πολύ σωστά παρατηρεί ο Roemer, το συμπέρασμα αυτό του Shaikh δεν απορρέει από τις υποθέσεις του, διότι η ακολουθία των πραγματικών ποσοστών κέρδους είναι αύξουσα παρά το ότι είναι φραγμένη από τη φθίνουσα ακολουθία των μέγιστων ποσοστών κέρδους²².

Το επιχείρημα τέλος ότι όταν ο λόγος κεφαλαίου προϊόντος, δηλαδή το αντίστροφο του μέγιστου ποσοστού κέρδους, αυξάνει απεριόριστα, τότε αρκεί μια μικρή μόνο διαταραχή για να βρεθεί σε κατάσταση κρίσης είναι σωστό μόνο εάν η μικρή διαταραχή είναι αύξηση του πραγματικού ωρομισθίου. Εάν η διαταραχή είναι απόκλιση από την τιμή ισορροπίας των βασικών μεταβλητών p και r το σύστημα επιστρέφει στην κατάσταση ισορροπίας όσο μεγάλη και αν είναι η απόκλιση αυτή. Αυτό προκύπτει άμεσα από τον ορισμό του πίνακα M ως παραγωγικού πίνακα. Τέλος δεν υπάρχει κανένας λόγος να υποθέσουμε ότι ο λόγος κεφαλαίου προϊόντος αυξάνει απεριόριστα στο μοντέλο του Okhishio²³.

Η παρουσίαση του βασικού θεωρήματος του Okhishio έγινε με την άρρητη υπόθεση ότι οι καπιταλιστές έχουν στην αρχή της περιόδου παραγωγής ορθολογικές προσδοκίες για το ύψος και τη σύνθεση της ζήτησης στο τέλος της περιόδου παραγωγής, δηλαδή ότι πωλούν στο τέλος της περιόδου παραγωγής όλη την ποσότητα εμπορευμάτων που έχουν παράγει κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου παραγωγής ή αν εντέλει δεν τα πωλούν αυτό δεν επηρεάζει τις τιμές αγοράς που είναι πάντα ίσες ή ανάλογες των τιμών παραγωγής.

Τι συμβαίνει στα πλαίσια του μοντέλου μας όταν την ύπαρξη του παγίου κεφαλαίου τη συνοδεύουν ορθολογικές προσδοκίες των καπιταλιστών, που στο μοντέλο μας παίρνουν τη μορφή ενός συλλογικού καπιταλιστή σε κάθε κλάδο παραγωγής και στο σύνολο της οικονομίας εν γένει, για το ύψος και τη σύνθεση της ζήτησης στο τέλος της τρέχουσας και των επόμενων περιόδων παραγωγής και έχουν επίσης ορθολογικές προσδοκίες για τις αποδόσεις σε όλες τις μελλοντικές περιόδους παραγωγής του παγίου κεφαλαίου που «απασχολούν». Τα ερωτήματα αυτά απαντά το γενικευμένο θεώρημα του Okhishio.

Η γενίκευση αυτή του Okhishio-Theorem έχει ως υπόθεση την εφαρμογή από τους ατομικούς κεφαλαιοκράτες κριτηρίων αξιολόγησης επενδύσεων με βάση τη μεγιστοποίηση της εσωτερικής αποδοτικότητας της επένδυσης που στο μοντέλο που εκθέτουμε στη συνέχεια είναι ισοδύναμο με το κριτήριο μεγιστοποίησης της παρούσας αξίας της επένδυσης.

Υποτίθεται μάλιστα ότι και στο σύνολο του συστήματος παραγωγής οι νέες

τεχνικές μέθοδοι παραγωγής είναι εξωγενώς δεδομένες, όπως ακριβώς και σε ορισμένες ατομικές κεφαλαιοκρατικές επιχειρήσεις, τις επενδυτικές δυνατότητες των οποίων πραγματεύεται η «*Θεωρία Αξιολόγησης Επενδύσεων*».

Τέλος, μόνο για λόγους απλούστευσης της παρουσίασης, το πάγιο κεφάλαιο υποτίθεται ότι διαρκεί για πάντα, δηλαδή πρόκειται για πάγιο κεφάλαιο που δεν φθείρεται.

Ο Roemer του οποίου η απόδειξη του γενικευμένου θεωρήματος του Okhishio είναι η περισσότερο δημοφιλής, αιτιολογεί ως εξής την παρουσίαση του παγίου κεφαλαίου κατά τον τρόπο που εκθέσαμε πιο πάνω:

1. «Εμφανίζεται (η ειδική περίπτωση της παρουσίασης του παγίου κεφαλαίου κατά τον παραπάνω εκτεθέντα τρόπο -Γ.Σ.) ως μια άμεση γενίκευση του μοντέλου με το κυκλοφορούν κεφάλαιο, και οι οικονομικές απόψεις που στηρίζονται στις εξισώσεις (με τις οποίες ο Roemer παρουσιάζει το θέμα -Γ.Σ.) είναι εντελώς διαφανείς, και
2. είναι το πολικό αντίθετο της περίπτωσης με μόνο κυκλοφορούν κεφάλαιο. Αυτό σημαίνει: Εάν το ποσοστό κέρδους αποδειχθεί ότι αυξάνεται ως συνέπεια της τεχνολογικής καινοτομίας στο μοντέλο όταν το πάγιο κεφάλαιο διαρκεί για πάντα *a fortiori* θα αυξάνεται και όταν το πάγιο κεφάλαιο (του μοντέλου -Γ.Σ.) φθείρεται (εν μέρει -Γ.Σ.). Η τελευταία περίπτωση είναι κατά κάποιο τρόπο η ενδιάμεση ανάμεσα στις δύο, πολικά αντίθετες περιπτώσεις»²⁴.

Θα προσθέσουμε στο επιχείρημα 1 ότι η διαφάνεια των υποθέσεων του γενικευμένου θεωρήματος υπάρχει μόνο για τη νεοκλασική θεωρία²⁵.

Στο γενικευμένο θεώρημα του Okhishio ο Roemer τροποποιεί τις υποθέσεις 1 και 5 ως εξής:

1. Οι καπιταλιστές εφαρμόζουν νέες τεχνικές μεθόδους παραγωγής, μόνον όταν αυξάνουν την παρούσα αξία των μελλοντικών αποδόσεων της επένδυσης του παγίου κεφαλαίου περισσότερο από τη δεδομένη παρούσα αξία των ήδη πραγματοποιηθέντων επενδύσεών τους.
5. Υπάρχει πάγιο κεφάλαιο το οποίο δεν φθείρεται στο διηνεκές.

Εάν Φ ο $n \times n$ ημιθετικός πίνακας του παγίου κεφαλαίου του συστήματος παραγωγής, τότε η τεχνική παραγωγής του συστήματος χαρακτηρίζεται από τη διατεταγμένη τριάδα (Φ, A, l) και το κόστος της επένδυσης είναι $p\Phi + pA + pb l$ και αξία της απόδοσης την περίοδο t είναι $p - pA - pb l$ άρα η παρούσα αξία την περίοδο 0 είναι:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{p - p(A + b l)}{(1 + r)^t} - \frac{p\Phi + pA + pb l}{1}$$

Το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, όταν η παρούσα αξία του συνόλου των επενδύσεων είναι ίση με μηδέν και η εσωτερική αποδοτικότητα των επενδύσεων ίση με το προεξοφλητικό επιτόκιο r .

Σύμφωνα με την ταυτότητα:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} \equiv \frac{1}{r}$$

η (12) γράφεται:

$$p = p \Phi r + (1+r)(pA + \ell) \quad (13)$$

$$pb = 1 \quad (14)$$

Η (14) είναι η εξίσωση τυποποίησης. Μια νέα τεχνική παραγωγής $(\Phi_i^*, A_i^*, \ell_i^*)$ ενός εμπορεύματος i εφαρμόζεται από τους καπιταλιστές μόνο εάν έχει θετική παρούσα αξία δεδομένων των τιμών, δηλαδή:

$$-\frac{p\Phi_i^* + pA_i^* + \ell_i^*}{1} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{p_i - p(A_i^* + \ell_i^*)}{(1+r)^t} > 0 \quad (15)$$

ή

$$p_i > r p \Phi_i^* + (1+r)(pA_i^* + \ell_i^*)$$

Μετά την εφαρμογή της νέας τεχνικής ακολουθούν προσαρμογές των τιμών που σύμφωνα με τον Roemer οδηγούν σε ένα νέο επίπεδο ισορροπίας που δίνεται από τη σχέση:

$$p^* = p^* \Phi^* r^* + (1+r^*)(p^* A^* + \ell^*) \quad (16)$$

$$p^* b = 1 \quad (17)$$

όπου Φ^* , A^* και ℓ^* οι πίνακες Φ , A και ℓ στους οποίους η στήλη i έχει αντικατασταθεί από τη στήλη Φ_i^* , A_i^* και ℓ_i^* αντίστοιχα.

Το «νέο» ποσοστό κέρδους r^* είναι μεγαλύτερο από το παλιό r εάν ο πίνακας $A + \Phi$ είναι μη διαχωρίσιμος^{26, 27}.

Για να δείξουμε με ένα παράδειγμα το γενικευμένο θεώρημα του Okhishio θα επιστρέψουμε στο παράδειγμα του Stamatis. Υποθέτουμε ότι οι ποσότητες του εμπορεύματος I που δεν φθείρονται κατά την περίοδο 1 δεν φθείρονται στο διηνεκές, άρα οι εξισώσεις (10) και (11) γράφονται:

$$p_1 = (0.5 p_1 + 10)(1+r) + 3.5 p_1 r$$

$$p_2 = (0.25 p_1 + 15)(1+r) + 1.75 p_1 r \quad (18)$$

$$p_3 = (0.2 p_1 + 16)(1+r) + 1.8 p_1 r$$

$$p_2/45 = 1 \quad (19)$$

Οι λύσεις είναι $p_1 = 69.61$, $p_2 = 45$, $p_3 = 43.33$ και $r = 0.086$.

Η νέα τεχνική που κατά το κριτήριο του κόστους που εφαρμόζεται στο βασικό θεώρημα του Okhishio δεν θα εφαρμοστεί εάν χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο της μεγιστοποίησης της παρούσας αξίας γιατί η παρούσα αξία της επένδυσης που προτείνει ο Stamatis είναι -3.66, δηλαδή μικρότερη του μηδενός που είναι η παρούσα αξία της δεδομένης επένδυσης και συνεπώς οι κεφαλαιοκράτες δεν την πραγματοποιούν.

Εάν η «νέα» τεχνική αντί των 3.66 μονάδων του εμπορεύματος I που χρησιμοποιεί ως πάγιο κεφάλαιο χρησιμοποιήσει 3 μονάδες του ίδιου αγαθού τότε η παρούσα αξία είναι θετική και ίση με 0.26 το κριτήριο της μεγιστοποίησης της παρούσας αξίας εφαρμόζεται.

Οι τιμές ισορροπίας δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} p_1^* &= (0.5 p_1^* + 10) (1 + r^*) + 3.5 p_1^* r^* \\ p_2^* &= (0.33 p_1^* + 35 / 24) (1 + r^*) + 3 p_1^* r^* \end{aligned} \quad (18_I)$$

$$\begin{aligned} p_3^* &= (0.2 p_1^* + 16) (1 + r^*) + 1.8 p_1^* r^* \\ p_2^* / 45 &= 1 \end{aligned} \quad (19_I)$$

Οι «νέες» τιμές είναι $p_1^* = 69.80$, $p_2^* = 45$, $p_3^* = 4.36$ και $r^* = 0.0861$.

Εάν τέλος εφαρμοστεί στη διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος I μια νέα τεχνική που χαρακτηρίζεται από το διάνυσμα (2.5, 0.6, 8), δηλαδή απαιτεί 2.5 μονάδες του εμπορεύματος I ως πάγιο κεφάλαιο, 0.6 μονάδες του ίδιου εμπορεύματος ως κυκλοφορούν κεφάλαιο και 8 μονάδες ζωντανής εργασίας για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος I, τότε δεν ικανοποιεί το κριτήριο του κόστους γιατί αυξάνει το ανά μονάδα κόστος παραγωγής του εμπορεύματος I από 49.766 μονάδες του μέτρου των τιμών, δηλαδή του εμπορεύματος II, σε 48.805 μονάδες του εμπορεύματος II και συγχρόνως παρουσιάζει μεγαλύτερη παρούσα αξία, ίση με 0.5979, από την «παλιά» τεχνική.

Οι τιμές δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} p_1^{**} &= (0.6 p_1^{**} + 8) (1 + r^{**}) + 2.5 p_1^{**} r^{**} \\ p_2^{**} &= (0.25 p_1^{**} + 15) (1 + r^{**}) + 1.5 p_1^{**} r^{**} \end{aligned} \quad (18_{II})$$

$$\begin{aligned} p_3^{**} &= (0.2 p_1^{**} + 16) (1 + r^{**}) + 1.8 p_1^{**} r^{**} \\ p_2^{**} / 45 &= 1 \end{aligned} \quad (19_{II})$$

Οι λύσεις είναι $p_1^{**} = 65.97$, $p_2^{**} = 45$, $p_3^{**} = 42.4$ και $r^{**} = 0.0893$.

Καίτοι η αποδοτικότητα του κόστους μειώθηκε, το ποσοστό του κέρδους αυξήθηκε συνεπεία της «νέας» τεχνικής που εφαρμόζεται στον τομέα I.

Και στην ειδική αυτή μορφή γενίκευσης του Okhishio-Theorem μπορεί να παρατηρήσει ο αναγνώστης ότι οι ατομικοί καπιταλιστές δεν συμπεριφέρονται ως τέτοιοι, δηλαδή ως σχετικά αυτόνομοι και ανεξάρτητοι παραγωγοί εμπορευμάτων, αλλά ως ένας συλλογικός καπιταλιστής που επιλέγει και επιβάλλει σε κάθε διαδικασία παραγωγής τις πλέον αποδοτικές τεχνικές παραγωγής. Αυτό που πρέπει να επισημανθεί σε αυτή την περίπτωση είναι ότι η επιλογή της πλέον αποδοτικότερης τεχνικής γίνεται σε ένα περιβάλλον πλήρους πληροφόρησης και ορθολογικών προσδοκιών τόσο για την τρέχουσα περίοδο παραγωγής όσο και για όλες τις μελλοντικές περιόδους παραγωγής.

Προκύπτουν όμως ορισμένα ερωτήματα για το μεταβατικό στάδιο προσαρμογής του μοντέλου στο νέο επίπεδο ισορροπίας. Καταρχήν η ευστάθεια των σχετικών τιμών, δηλαδή η δυνατότητα των σχετικών τιμών να προσαρμόζονται στο «νέο» επίπεδο ισορροπίας τους που δίνεται από τις σχέσεις δεν απορρέει άμεσα από τις υποθέσεις του μοντέλου, όπως γινόταν στην περίπτωση του βασικού μοντέλου όπου η υπόθεση του παραγωγικού της τεχνικής ταυτίζεται με την ιδιότητα του μοντέλου να προσεγγίζει το σημείο ισορροπίας μετά από οποιαδήποτε απομάκρυνση από αυτό. Ένα δεύτερο ερώτημα αφορά τη συσσώρευση κεφαλαίου στο μοντέλο. Έγινε η υπόθεση ότι οι καπιταλιστές, με τη μορφή του συλλογικού καπιταλιστή κάθε κλάδου παραγωγής, έχουν ορθολογικές προσδοκίες για τη ζήτηση των προϊόντων τους στο τέλος της τρέχουσας και κάθε μελλοντικής περιόδου παραγωγής υπό την προϋπόθεση των δεδομένων για κάθε κλάδο των ετησίων αποδόσεων και της διάρκειας ζωής της τεχνικής παραγωγής που χρησιμοποιούν. Η συσσώρευση του μοντέλου, στην ουσία η ζήτηση των καπιταλιστών για επενδύσεις με δεδομένη την τεχνική, προσαρμόζεται στη δεδομένη τεχνική. Η εισαγωγή της νέας τεχνικής τροποποιεί τα σχέδια των καπιταλιστών που βρίσκονται με δεδομένες ποσότητες παγίου κεφαλαίου ανά χείρας που δεν μπορούν να χρησιμοποιήσουν, στην καλύτερη περίπτωση εν μέρει, για τη «λειτουργία» της νέας τεχνικής. Δύο υποθέσεις μπορούν να γίνουν:

1. Το πάγιο κεφάλαιο έχει τη δυνατότητα να μετασχηματίζεται *τεχνικά* από τη μια μορφή στην άλλη χωρίς κόστος, δηλαδή ανήκει στη συνήθη νεοκλασική παρουσίαση του κεφαλαίου,
2. Η συσσώρευση των ατομικών κεφαλαιοκρατών προσαρμόζεται στη μελλοντική άγνωστη τεχνολογία, δηλαδή οι καπιταλιστές έχουν ορθολογικές προσδοκίες, όχι μόνο για τη δεδομένη τεχνική αλλά και για τη μελλοντική, και συγκεκριμένα γνωρίζουν τις τεχνολογικές σχέσεις που αυτή προϋποθέτει και τη χρονική στιγμή που θα ανακαλυφθεί χωρίς να γνωρίζουν απαραίτητα την ίδια την τεχνική.

Εάν δεν γίνουν οι δύο αυτές υποθέσεις τότε δεν εξασφαλίζεται από τις υπόλοιπες υποθέσεις του γενικευμένου θεωρήματος του Okhishio η δυνατότητα αναπαραγωγής του μοντέλου, το οποίο, καίτοι έχει μεγαλύτερο ποσοστό κέρδους, καταρρέει γιατί δεν έχει τη δυνατότητα να αναπαραχθεί.

Η κριτική του γενικευμένου θεωρήματος του Okhishio στράφηκε κυρίως στην παρουσίαση των δυνητικών αποτελεσμάτων των *μη αναμενόμενων τεχνικών* στο ποσοστό κέρδους, το οποίο δύναται να πέφτει καίτοι η αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης δύναται να ανέρχεται γιατί η «*διάρκεια ζωής*» των επενδύσεων στις πλέον αποδοτικές τεχνικές περιορίζεται από την εισαγωγή νέων περισσότερο αποδοτικών τις οποίες λόγω του συναγωνισμού αναγκάζονται να χρησιμοποιήσουν οι καπιταλιστές. Αυτό είναι το κύριο επιχείρημα των Persky και Albergo κατά του γενικευμένου θεωρήματος²⁸.

Η απάντηση στο επιχείρημα των Persky και Albergo που δόθηκε από τον Roemer παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Ο Roemer ισχυρίζεται ότι το επιχείρημα αυτό κατά του γενικευμένου θεωρήματος είναι σωστό μόνο για βραχυχρόνια διαστήματα γιατί στη μακροχρόνια περίοδο η καπιταλιστική αναρχία δίνει τη θέση της στην ορθολογική και προγραμματισμένη ανάπτυξη από τα Research and Development (R&D) τμήματα των σύγχρονων επιχειρήσεων.

Το γενικευμένο θεώρημα του Okhishio θέτει το ερώτημα της ύπαρξης ορθολογικών προσδοκιών στον πραγματικό κόσμο. Αν όμως δεχθούμε την κεινσιανή θεωρία σύνδεσης των προσδοκιών με τις εμπειρίες του παρελθόντος και την υπάρχουσα συγκυρία, οφείλουμε να χαρακτηρίσουμε το γενικευμένο θεώρημα του Okhishio στο πνεύμα των αντιρρήσεων που αναπτύχθηκαν πιο πάνω ως μια μη ρεαλιστική γενίκευση του βασικού θεωρήματος.

Από τις κριτικές στο γενικευμένο θεώρημα του Okhishio, που δύναται να προσαρμοστεί και στο βασικό θεώρημα, η κριτική των Armstrong και Glynn παρουσιάζει ενδιαφέρον γιατί όπως και ορισμένες κριτικές του βασικού θεωρήματος στερείται λογικής συνοχής. Οι Armstrong και Glynn αναφέρονται σε μια κατάσταση ολιγοπωλιακού ανταγωνισμού «... όπου οι πωλήσεις είναι δεδομένες και σταθερές. Εάν το επιτόκιο είναι 5%, τότε ο ολιγοπωλητής προτιμά να παράγει το ίδιο προϊόν με μια επένδυση \$1000 με ποσοστό κέρδους 19% (και απόδοση \$190 -Γ.Σ.) παρά με μια επένδυση \$500 και ποσοστό κέρδους 20% (και απόδοση \$100 -Γ.Σ.)». Η απόδοση της δεύτερης επενδυτικής δυνατότητας του ολιγοπωλητή είναι το πολύ \$125 γιατί εκτός από \$500 που επενδύει μπορεί να δανείσει και το υπόλοιπο των \$500 με επιτόκιο 5%. Άρα το ποσοστό απόδοσης (κέρδους) του προς επένδυση κεφαλαίου των \$1000 είναι στη μεν πρώτη περίπτωση 19% στη δε δεύτερη το πολύ 12.5%. Οι Armstrong και Glynn παραβλέπουν το γεγονός ότι το ποσοστό απόδοσης του συνολικού κεφαλαίου στη δεύτερη περίπτωση δεν είναι 20%

αλλά 12.5% γιατί τα πλεονάζοντα κεφάλαια \$500 δεν μπορούν να επενδυθούν με ποσοστό απόδοσης μεγαλύτερο του 5% στην αγορά δανειακών κεφαλαίων²⁹.

Ο Okhishio έθεσε πρώτος το ερώτημα: αν το πάγιο κεφάλαιο φθείρεται εν μέρει, είναι δυνατόν να αναπτύξουμε ένα κριτήριο επιλογής τεχνικής που, ανάμεσα από τις προσφερόμενες τεχνικές, θα επιλέγει εκείνη την τεχνική που, με σταθερό το πραγματικό ωρομίσθιο, θα αυξάνεται το γενικό ποσοστό κέρδους μετά την εφαρμογή της από όλους τους καπιταλιστές του κλάδου, το προϊόν του οποίου παράγει; Ο ίδιος διατύπωσε την εικασία, όπως ήδη προαναφέραμε, ότι το ζητούμενο κριτήριο επιλογής τεχνικής είναι η μεγιστοποίηση του μεταβατικού ποσοστού κέρδους αλλά δεν έδωσε την απόδειξη του ισχυρισμού αυτού. Την απόδειξη την έδωσε πρώτος ένας μαθητής του Okhishio, ο Nakatani αλλά δυστυχώς το άρθρο δεν έχει μεταφραστεί ακόμη από τα ιαπωνικά. Η γνωστότερη απόδειξη του ισχυρισμού αυτού του Okhishio που δίκαια ονομάζεται το γενικό θεώρημα του Okhishio δόθηκε από τον Roemer σε ένα von Neumann μοντέλο μεγέθυνσης³⁰.

Στο μοντέλο αυτό το πάγιο κεφάλαιο παρουσιάζεται ως joint product της διαδικασίας παραγωγής μαζί με τα κύρια προϊόντα του κλάδου. Επίσης στο μοντέλο von Neumann οι διαδικασίες παραγωγής δεν είναι αναγκαστικά ίσες με τα εμπορεύματα του μοντέλου και κάθε διαδικασία παραγωγής παράγει περισσότερα του ενός προϊόντα.

Οι υποθέσεις του γενικού θεωρήματος είναι:

1. Οι καπιταλιστές εφαρμόζουν από τις εξωγενώς δεδομένες τεχνικές παραγωγής τις viable, τον ορισμό των οποίων θα δώσουμε στη συνέχεια.
2. Το πραγματικό ωρομίσθιο είναι δεδομένο και σταθερό και εμφανίζεται ως μέρος των εισροών σε μέσα παραγωγής στην αρχή της περιόδου παραγωγής.
3. Το σύστημα παραγωγής είναι ένα μοντέλο von Neumann σε κατάσταση ισορροπίας.
4. Το σύστημα είναι μη αναγώγιμο (irreducible)³¹.

Χρησιμοποιούμε τον παρακάτω συμβολισμό:

B , ο $m \times n$ πίνακας των εκροών,

M , ο $m \times n$ πίνακας των εισροών σε μέσα παραγωγής και μισθιακά εμπορεύματα,

y , το $1 \times n$ διάνυσμα εντάσεων δραστηριοτήτων παραγωγής,

p , το $m \times 1$ διάνυσμα των τιμών,

g , το ποσοστό μεγέθυνσης,

r , το ποσοστό κέρδους.

Το μοντέλο von Neumann θεμελιώνεται με τα παρακάτω αξιώματα:

- a. $p B \leq (1 + r) p M$
- b. $B y \geq (1 + g) M y$
- c. $p [B - (1 + g) M] y = 0$
- d. $p [B - (1 + r) M] y = 0$
- e. $p B y > 0$

Η λύση των υποθέσεων a-e είναι:

$$\begin{aligned} r &= g \\ (1 + r) p M y &= p B y \end{aligned} \quad (20)$$

Και μάλιστα εάν ισχύει η υπόθεση 4 τα p, y είναι μοναδικά.

Το ελάχιστο ποσοστό κέρδους είναι το ελάχιστο στοιχείο του συνόλου:

$$\{r > 0 \mid \exists p \geq 0 : p B \leq (1 + r) p M\} \quad (21)$$

και κάθε διάνυσμα τιμών που ικανοποιεί την (20) καλείται άριστο διάνυσμα τιμών, ενώ κάθε διάνυσμα εντάσεως των δραστηριοτήτων που ικανοποιεί την (20) καλείται άριστο διάνυσμα εντάσεων παραγωγής.

Η εισαγωγή μιας νέας τεχνικής παραγωγής των εμπορευμάτων του μοντέλου μας περιγράφεται ως η προσθήκη στις στήλες του πίνακα εισροών (εκροών) της στήλης $n+1$ που περιγράφει την $n+1$ διαδικασία παραγωγής του συστήματος.

Η νέα τεχνική είναι *viable* εάν $p B^{n+1} > (1+r)p M^{n+1}$. Είναι προφανές ότι οι *viable* τεχνικές αυξάνουν το μεταβατικό ποσοστό κέρδους σύμφωνα με την εικασία του Okhishio.

Το διάνυσμα τιμών ισορροπίας και το ποσοστό κέρδους δίνονται από τη σχέση:

$$p^* B^* \leq (1+r^*) p^* M^*, \quad \text{όπου } B^* = (B, B^{n+1}) \text{ και } A^* = (M, M^{n+1})$$

Σύμφωνα με τη θεωρία των μοντέλων von Neumann το ελάχιστο ποσοστό κέρδους της τεχνικής (B^*, M^*) είναι μεγαλύτερο από το ελάχιστο ποσοστό κέρδους της τεχνικής (B, M) άρα και για τη λύση ισορροπίας ισχύει:

$$r^* > r \quad \text{και} \quad p^* = p$$

Τι συμβαίνει όμως όταν η νέα διαδικασία παραγωγής παράγει ένα νέο εμπόρευμα; Τότε ο πίνακας εισροών (εκροών) είναι:

$$M^* = \left(\begin{array}{c|c} M & M^{m+1} \\ \hline 0 & \end{array} \right) \quad B^* = \left(\begin{array}{c|c} B & B^{m+1} \\ \hline 0 & \end{array} \right)$$

και για το άριστο διάνυσμα τιμών του (B^*, M^*) ισχύει:

$$p^* B^* \leq (1+r^*) p^* M^*, \quad \text{όπου } p^* = (p, p_{m+1})$$

το οποίο συνεπάγεται ότι:

$$p B \leq (1 + r) p M$$

Από τον ορισμό του μοντέλου προκύπτει ότι το r^* είναι τουλάχιστον ίσο με το r και όχι αναγκαστικά αυστηρά μεγαλύτερο του r . Αυτό συμβαίνει γιατί το σύστημα (B^*, M^*) είναι αναγώγιμο καίτοι το σύστημα (B, M) είναι μη-αναγώγιμο. Εάν όμως υποθεθεί ότι $p^* > 0$, δηλαδή υποθεθεί ότι οι τιμές είναι θετικές τότε ισχύει $r^* > r$. Θα δείξουμε όμως με ένα παράδειγμα ότι δεν είναι πάντα δυνατόν να ισχύει $p > 0$. Έστω ότι στο αρχικό παράδειγμα του Okhishio προστεθεί μια διαδικασία παραγωγής ενός τέταρτου εμπορεύματος του οποίου η τιμή παραγωγής δίνεται από τη σχέση:

$$p_4 = (0.05 p_1 + 0.5 p_3 + 0.2 p_4) (1 + r)$$

Η λύση για τις τιμές των p_1, p_2, p_3 και r δεν αλλάζει ενώ η τιμή p_4 είναι ίση με 102.86.

Εάν η τεχνική παραγωγής του εμπορεύματος IV απαιτούσε $2/3$ του εμπορεύματος IV για την παραγωγή μιας μονάδας του ιδίου εμπορεύματος, τότε το ποσοστό κέρδους για να παραμείνει στο επίπεδο του 0.5 πρέπει οι τιμές των εμπορευμάτων I, II και III να είναι ίσες με το μηδέν ή εάν οι τιμές των εμπορευμάτων I, II και III υποθεθούν θετικές η τιμή του εμπορεύματος IV να είναι απροσδιόριστη. Εάν τέλος η τεχνολογία απαιτούσε $21/30$ μονάδες του εμπορεύματος 4 για την παραγωγή μιας μονάδας του ιδίου εμπορεύματος τότε το ποσοστό κέρδους δεν δύναται να παραμείνει στο επίπεδο 0.5 αλλά πρέπει να μειωθεί στο 0.499 γιατί αλλιώς η τιμή του εμπορεύματος 4 θα είναι αρνητική.

Και στο επίπεδο ποσοστού κέρδους 0.499 το παράδειγμά μας δεν είναι απαλλαγμένο από προβλήματα γιατί οι τιμές των εμπορευμάτων 1-3 είναι μηδέν. Τα ερωτήματα που αφορούν τη ρεαλιστική περίπτωση των διαχωρίσιμων συστημάτων παραγωγής θα τα πραγματευτούμε στη συνέχεια.

Στο μοντέλο von Neumann, όπως παρουσιάζεται από τις υποθέσεις a-e, μόνο φαινομενικά συνυπάρχουν λιγότερο με περισσότερο αποδοτικές τεχνικές παραγωγής, γιατί οι λιγότερο αποδοτικές τεχνικές απορρίπτονται και χρησιμοποιούνται οι περισσότερο αποδοτικές. Οι καπιταλιστές στο μοντέλο του von Neumann δεν συμπεριφέρονται ως σχετικά αυτόνομοι και οικονομικά σχετικά ανεξάρτητοι αλλά σαν να αποτελούν ένα συλλογικό καπιταλιστή που απορρίπτει τις λιγότερο κερδοφόρες διαδικασίες παραγωγής, στρέφει τα επί μέρους κεφάλαια στις περισσότερο κερδοφόρες διαδικασίες παραγωγής, μηδενίζει τις τιμές των υπερπαραγόμενων προϊόντων και φροντίζει ώστε η εκροή κάθε περιόδου παραγωγής να επαρκεί τουλάχιστον ως εισροή της επόμενης περιόδου παραγωγής.

Η κριτική που ασκήθηκε στο γενικό θεώρημα του Okhishio από τον Salvadori αφορούσε την επίδραση της επιλογής της πλέον αποδοτικής τεχνικής σε μια κατώ-

τερη διαδικασία παραγωγής σε ένα von Neumann μοντέλο που δεν απορρίπτει τις λιγότερο αποδοτικές, τις κατώτερες δηλαδή, διαδικασίες παραγωγής³². Στο παράδειγμά του ο Salvadori χρησιμοποίησε το παρακάτω μοντέλο παραγωγής σύνθετων εμπορευμάτων:

	Εισροές		Εργασία	Εκροές	
	Εμπ. I	Εμπ. II		Εμπ. I	Εμπ. II
Διαδ. I	0.5	0.5	1	1	2
Διαδ. II	-	0.5	1	1	-

Ο πραγματικός μισθός στο παραπάνω σύστημα παραγωγής είναι μία μονάδα του εμπορεύματος II.

Οι τιμές δίνονται από τις σχέσεις:

$$p_1 + 2 p_2 = (1 + r) (0.5 p_1 + 0.5 p_2 + p_2)$$

$$p_1 = (1 + r) (0.5 p_2 + p_2)$$

$$p_1 + p_2 = 1$$

Οι λύσεις είναι $p_1=0.71$, $p_2=0.29$ και $r=0.62$.

Το καθαρό προϊόν του συστήματος όταν αυτό βρίσκεται στη von Neumann τροχιά δίνονται από τις εξισώσεις:

$$x_1 + x_2 = (1 + g) 0.5 x_1$$

$$2x_1 = (1 + g) (1.5 x_1 + 1.5 x_2)$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

Οι λύσεις είναι $x_1=1.22$, $x_2=-0.22$ και $g=r=0.62$. Είναι προφανές ότι το σύστημα δεν βρίσκεται σε von Neumann ισορροπία και δεν μπορεί να κινηθεί στην von Neumann «τροχιά» εάν δεν απορριφθεί η διαδικασία παραγωγής II. Είναι τέλος προφανές το γεγονός ότι στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται και οι δύο διαδικασίες παραγωγής ισχύει $g < r$. Δηλαδή ο Salvadori δεν μιλά για ένα von Neumann μοντέλο αλλά για ένα τετράγωνο σύστημα παραγωγής σύνθετων εμπορευμάτων που συνδυάζει κατώτερες και ανώτερες διαδικασίες παραγωγής.

Το ποσοστό κέρδους του μοντέλου von Neumann είναι $r=1$ και οι τιμές και το επίπεδο δραστηριότητας της διαδικασίας I είναι αντίστοιχα $p_1=x_1=1$. Εάν στο σύστημα παραγωγής όπως έχει, εισαχθεί μια καινοτομία στη διαδικασία παραγωγής II που για την παραγωγή τριών μονάδων του εμπορεύματος I απαιτεί τρεις μονάδες του εμπορεύματος II και μία μονάδα ζωντανής εργασίας, τότε το κόστος παραγωγής μιας μονάδας του εμπορεύματος I στη διαδικασία παραγωγής II μειώνεται από 1.065 στην αρχική διαδικασία σε 0.947 στη νέα διαδικασία. Οι τιμές και

το ποσοστό κέρδους δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} p_1^* + 2 p_2^* &= (1 + r^*) (0.5 p_1^* + 0.5 p_2^* + p_2^*) \\ 3 p_1^* &= (1 + r^*) (3 p_2^* + p_2^*) \\ p_1^* + p_2^* &= 1 \end{aligned}$$

Οι λύσεις είναι $p_1^* = 0.683$, $p_2^* = 0.317$ και $r^* = 0.609$.

Το διάνυσμα του καθαρού προϊόντος και ο ρυθμός μεγέθυνσης είναι:

$$\begin{aligned} 0.5 x_1^* (1 + g) &= x_1^* + 3 x_2^* \\ (0.5 x_1^* + 4 x_2^*) (1 + g) &= 3 x_1^* \\ x_1^* + x_2^* &= 1 \end{aligned}$$

Οι λύσεις είναι $x_1^* = 1.07$, $x_2^* = -0.007$ και $g = r = 0.609$.

Το ποσοστό κέρδους, οι τιμές και το επίπεδο δραστηριότητας του μοντέλου von Neumann έμειναν αμετάβλητα στο μέγεθος 1: $r = p_1 = x_1 = 1$.

Το ποσοστό κέρδους στο παράδειγμά μας έπεσε μετά την τεχνολογική μεταβολή από 0.62 σε 0.609. Το παράδειγμα του Salvadori δείχνει ότι η εφαρμογή μιας νέας τεχνολογίας που μειώνει το ανά μονάδα κόστος στις κατώτερες διαδικασίες, δηλαδή στις διαδικασίες που απορρίπτονται στο μοντέλο von Neumann, δύναται να μειώσει το ποσοστό κέρδους.

Η κριτική του Salvadori ήταν μια κριτική που απέρριψε έμμεσα την υπόθεση του συστήματος von Neumann ότι οι λιγότερο αποδοτικές τεχνικές απορρίπτονται. Αυτό που έδειξε ο Salvadori είναι ότι το ποσοστό κέρδους σε ορισμένα τετράγωνα συστήματα παραγωγής μειώνεται μετά από την επιλογή μιας τεχνικής που μειώνει το κόστος παραγωγής μιας κατώτερης διαδικασίας παραγωγής.

Στις υποθέσεις του θεωρήματος του Okhishio συμπεριλαμβάνεται και η υπόθεση ότι ο πίνακας των εισροών που συμπεριλαμβάνει και τα μισθιακά εμπορεύματα που αποτελούν το πραγματικό ωρομίσθιο είναι μη διασπώμενος, δηλαδή παράγει μόνο εμπορεύματα που είτε είναι μέσα παραγωγής είτε είναι μισθιακά εμπορεύματα. Αυτό προκύπτει εν μέρει και από την υπόθεση ότι το μοντέλο κινείται πάνω σε von Neumann τροχιά ή πολύ κοντά σε αυτή. Αν εγκαταλείψουμε την υπόθεση αυτή και την αντικαταστήσουμε με την υπόθεση ότι ο ρυθμός μεγέθυνσης είναι μικρότερος από το ποσοστό κέρδους ή πράγμα που είναι ισοδύναμο ότι οι καπιταλιστές καταναλώνουν. Τότε ορισμένα εμπορεύματα που προορίζονται μόνο για την κατανάλωση των καπιταλιστών δύναται να απαιτούν ορισμένες ποσότητες από αυτά τα ίδια, ή κάποια άλλα εμπορεύματα καπιταλιστικής κατανάλωσης για να παραχθούν. Σε αυτή την περίπτωση ο πίνακας εισροών του συστή-

ματος είναι διασπώμενος.

Η υπόθεση του θεωρήματος του Okishio είναι ότι οι ατομικοί καπιταλιστές μπορούν να συγκρίνουν ως προς την κερδοφορία δύο τεχνικές παραγωγής. Θα δείξουμε με το παρακάτω παράδειγμα ότι στην περίπτωση των διαχωρίσιμων συστημάτων παραγωγής αυτό δεν είναι πάντα δυνατό.

Έστω το ακόλουθο σύστημα παραγωγής:

		Σύστημα I	
		Εμπορ. I	Εμπορ. II
Εμπορ. I	0.5	0.2	
Εμπορ. II	-	-	

στο οποίο οι εισροές σε μισθιακά εμπορεύματα έχουν ενσωματωθεί στον πίνακα εισροών M , σύμφωνα με τον προηγούμενο συμβολισμό μας, όπου

$$M = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Εάν θέσουμε $p_1=1$, τυποποιήσουμε, δηλαδή, εξισώνοντας την τιμή του εμπορεύματος I, του αναπαραγωγικού εμπορεύματος με ένα, έχουμε τις εξισώσεις τιμών

$$\begin{aligned} p_1 &= 0.5 p_1 (1 + r) \\ p_2 &= 0.2 p_1 (1 + r) \end{aligned}$$

με λύσεις $p_1=1$, $p_2=0.4$, $r=1$.

Έστω ότι εισάγεται στην παραγωγή του εμπορεύματος II μια νέα τεχνική που απαιτεί συνολικά 0.1 μονάδες του εμπορεύματος I για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος II. Τότε ισχύει

$$\begin{aligned} p_1^* &= 0.5 p_1^* (1 + r^*) \\ p_2^* &= 0.1 p_1^* (1 + r^*) \end{aligned}$$

δηλαδή $p_1^* = 1$, $p_2^* = 0.2$, $r^* = 1$.

Η προφανώς αποδοτικότερη νέα τεχνική, δεδομένου ότι $p_2 > 0.1 p_1 (1+r)$, δεν μετέβαλε το γενικό ποσοστό κέρδους, αλλά μόνο μείωσε την τιμή του εμπορεύματος II.

Έστω τώρα ότι αντί της ανωτέρω νέας τεχνικής εισάγεται μια τεχνική που απαιτεί 0.1 μονάδες του εμπορεύματος I και 0.5 μονάδες του εμπορεύματος II για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος II. Η τεχνική αυτή δεν ικανοποιεί, προφανώς, το κριτήριο της αποδοτικότητας του κόστους, διότι

$$p_2 < 0.1 p_1 (1 + r) + 0.5 p_2 (1 + r),$$

αλλά εάν για κάποιο λόγο εφαρμοστεί, ισχύει για τις τιμές παραγωγής.

I. Εάν τυποποιήσουμε με $p_1^* = 1$

$$p_1^* = 0.5 p_1^* (1 + r^*)$$

$$p_2^* = (0.1 p_1^* + 0.5 p_2^*) (1 + r^*)$$

που δίνουν η μεν πρώτη $p_1^* = 1$, $r^* = 1$,

η δε δεύτερη $p_2^* < (0.1 p_1^* + 0.5 p_2^*) (1 + r^*)$

δεδομένου ότι δεν υπάρχει λύση του συστήματος των δύο εξισώσεων για $p_1^* \neq 0$.

II. Εάν τυποποιήσουμε με $p_2^* = 1$

$$p_1^* = 0, p_2^* = 1, r^* = 1$$

δηλαδή η λιγότερο αποδοτική τεχνική, δεδομένου ότι $p_2 < (0.1 p_1 + 0.5 p_2) (1 + r)$, δεν μείωσε το ποσοστό κέρδους αλλά μηδένισε την τιμή του εμπορεύματος I για να διατηρηθεί το ποσοστό κέρδους στο $r = r^* = 1$.

Είναι προφανές ότι η επιλογή της πλέον κερδοφόρας τεχνικής είναι αδύνατη προτού μπορέσουμε να απαντήσουμε στο ερώτημα με ποιο μέτρο μετρούμε τις τιμές ή στο ισοδύναμο ερώτημα πώς μπορούμε να περιγράψουμε στα μοντέλα μας το πραγματικό μέτρο τιμών το χρήμα. Αλλιώς είναι αδύνατον να μιλάμε για επιλογή τεχνικής που μειώνει το κόστος ή αυξάνει την κερδοφορία αλλά μόνο για τεχνικές που αυξάνουν την παραγωγικότητα της εργασίας ή όπως στην περίπτωση μας για τεχνικές που μειώνουν το κόστος εκφρασμένο σε μονάδες του τυπικού εμπορεύματος.

Το θεώρημα του Okhishio αποδείχθηκε υπό την προϋπόθεση ότι το ωρομίσθιο είναι *πραγματικό*, τι συμβαίνει όμως όταν το ωρομίσθιο είναι *ονομαστικό*, δηλαδή δεν είναι γνωστή η σύνθεσή του αλλά μόνο το απόλυτο μέγεθός του σε μονάδες προτύπου εμπορεύματος. Στην περίπτωση αυτή η w-r σχέση, η σχέση του ονομαστικού ωρομισθίου δεν είναι ανεξάρτητη από την τυποποίηση αλλά έχει αποδειχθεί ότι:

1. Η κλίση της είναι η κλίση της w-r σχέσης του τυπικού υποσυστήματος, δηλαδή του υποσυστήματος εκείνου του πραγματικού συστήματος που παράγει το τυπικό εμπόρευμα και
2. Το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος³³.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι για κάθε σύστημα παραγωγής υπάρχουν

τόσες w-r σχέσεις όσα υποσυστήματα έχει το πραγματικό σύστημα παραγωγής.

Η δυνατότητα των ατομικών καπιταλιστών να επιλέγουν την άριστη τεχνική στη γενική περίπτωση ενός συστήματος παραγωγής του οποίου ο πίνακας παραγωγής είναι διαχωρίσιμος και το ωρομίσθιο ονομαστικό είναι ανύπαρκτη.

Το θεώρημα του Okhishio λοιπόν ισχύει σε μια πολύ ειδική περίπτωση των γραμμικών συστημάτων παραγωγής και δεν ανταποκρίνεται στη γενικότερη περίπτωση όπου το ωρομίσθιο είναι ονομαστικό, δηλαδή η σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου είναι άγνωστη, όπου υπάρχουν υποσυστήματα παραγωγής, και συγκεκριμένα υποσυστήματα στα οποία το μέγιστο ποσοστό κέρδους είναι μεγαλύτερο από το μέγιστο ποσοστό κέρδους του τυπικού υποσυστήματος και τέλος στη γενική περίπτωση της σύνθετης παραγωγής, όπου συνδυάζονται κατώτερες με ανώτερες διαδικασίες παραγωγής.

Το θεώρημα του Okhishio και οι γενικεύσεις στις οποίες αναφερθήκαμε φαίνεται να προέρχεται από το ακόλουθο απόσπασμα του Marx: «Κανένας κεφαλαιοκράτης δε χρησιμοποιεί μια νέα μέθοδο παραγωγής, όσο παραγωγική και αν είναι, όσο και αν αυξάνει το ποσοστό της υπεραξίας εφόσον μειώνει το ποσοστό κέρδους. Αλλά κάθε τέτοια μέθοδος παραγωγής φτηναίνει τα εμπορεύματα. Γι' αυτό στην αρχή ο κεφαλαιοκράτης τα πουλά πάνω από την (ατομική -Γ.Σ.) τιμή παραγωγής τους, ίσως και πάνω από την (ατομική -Γ.Σ.) αξία τους. Μπορεί να το κάνει αυτό γιατί ο μέσος όρος του κοινωνικά απαιτούμενου χρόνου εργασίας για την παραγωγή αυτών είναι μεγαλύτερος από το χρόνο εργασίας που απαιτείται με τη νέα μέθοδο παραγωγής. Η διαδικασία παραγωγής του στέκει πάνω από το μέσο όρο της κοινωνίας. Ο συναγωνισμός τη γενικεύει και την υποτάσσει στο γενικό νόμο. Τότε αρχίζει η πτώση του ποσοστού κέρδους -ίσως πρώτα σ' αυτή τη σφαίρα παραγωγής που εξισώνεται με τις άλλες. Έτσι η πτώση αυτή είναι εντελώς ανεξάρτητη από τη θέληση του κεφαλαιοκράτη»³⁴. Είναι προφανές από το απόσπασμα ότι ο Marx μιλά για την πτώση του γενικού ποσοστού κέρδους και όχι του ειδικού ποσοστού κέρδους του ατομικού κεφαλαιοκράτη που εφάρμοσε πρώτος τη νέα τεχνική. Οι αντιρρήσεις του Roemer στο σημείο αυτό φαίνονται μάλλον αδικαιολόγητες.

Αλλά και όσον αφορά την πτώση του γενικού ποσοστού κέρδους ο Marx μιλά για την πτώση του πραγματικού ποσοστού κέρδους και για την πτώση των πραγματικών τιμών. Αναφερθήκαμε πιο πάνω στην έννοια της τυποποίησης των τιμών και την έννοια του πλασματικού χρήματος για να δείξουμε την εξάρτηση της κερδοφορίας μιας τεχνικής από την τυποποίηση των τιμών.

Δεν αποτελεί παράδοξο ότι η απόδειξη της πτωτικής τάσης στο ποσοστό κέρδους έχει αποδειχθεί μόνο σε μονοτομεακά υποδείγματα, όπου η τιμή παραγωγής (αγοράς) είναι ίση με την αξία ή σε υποδείγματα όπου η τιμή παραγωγής είναι ίση

με την αξία. Στα υποδείγματα αυτά υπάρχει ένα ενιαίο μέτρο αξιών ή ζωντανή εργασία και ως εκ τούτου είναι δυνατή η σύγκριση ως προς το ανεξάρτητο της τυποποίησης μέτρο αυτό των αξιών των τεχνικών και το κριτήριο του κόστους (του μεταβατικού ποσοστού κέρδους) ταυτίζεται με το κριτήριο της παραγωγικότητας της εργασίας. Το ζητούμενο στα μοντέλα του Okhishio είναι ένα ανεξάρτητο της τυποποίησης μέτρο των τιμών παραγωγής (τιμών ισορροπίας) που θα περιγράφει ορισμένες από τις ιδιότητες του μέτρου των πραγματικών τιμών, του χρήματος. Τότε θα είναι δυνατή η διερεύνηση της ισχύος του μαρξικού νόμου στο επίπεδο των τιμών παραγωγής.

Το ερώτημα προς απάντηση όσον αφορά τον μαρξικό νόμο της πτωτικής τάσης του γενικού ποσοστού κέρδους δεν αφορά τη δυνατότητα των καπιταλιστών να επιλέξουν την πλέον κερδοφόρα τεχνική σε έναν κόσμο πλήρους πληροφόρησης και απόλυτης προσαρμογής άμεσα στα νέα τεχνικά και παραγωγικά δεδομένα, αλλά την επιλογή τεχνικώς υπό καθεστώς ατελούς πληροφόρησης, κόστους εισαγωγής της νέας τεχνικής και κυρίως σύγκρουσης ανάμεσα σε ενεργούντα οικονομικά υποκείμενα που δεν έχουν γνώση τόσο των ενεργειών των άλλων ενεργούντων οικονομικών υποκειμένων όσο και των πιθανών αποτελεσμάτων των δικών τους ενεργειών. Η έννοια αυτή της σύγκρουσης και της μειωμένης πληροφόρησης δεν αποτυπώνεται στα μοντέλα που εξετάσαμε στο ανά χειράς άρθρο.

Μια άλλη διάσταση που πρέπει να τύχει αντικείμενο επιστημονικής έρευνας είναι η ύπαρξη μη-σταθερών αποδόσεων κλίμακος. Οι σταθερές ή και φθίνουσες αποδόσεις κλίμακος είναι μια σύμβαση της νεοκλασικής οικονομικής θεωρίας για να αποδειχθούν θεμελιώδη θεωρήματα ύπαρξης γενικής οικονομικής ισορροπίας. Στον Marx, και ειδικότερα στα μέρη που αναλύει την πτωτική τάση του γενικού ποσοστού κέρδους δεν υπάρχει η υπόθεση αυτή, μάλλον υπάρχουν στοιχεία που να υποδεικνύουν το αντίθετο, την προϋπόθεση δηλαδή, αυξανόμενων αποδόσεων κλίμακος.

Σημειώσεις

1. Το ποσοστό κέρδους πράγματι δεν εξαρτάται από την παραγωγικότητα της εργασίας των μη αναπαραγωγικών τομέων πλην όμως εξαρτάται από την τιμακή αντ. αξιακή σύνθεση του κεφαλαίου των τομέων αυτών, Βλ. G. Stamatis, 1979, Über die Abhängigkeit der allgemeinen Profitrate von der Productionbedingungen im Unreproduktiven Sektor (Nicht-Basissektor) στο G. Stamatis, *Beiträge zur Kritik der neoricardianischen und neoklassischen Theorie*, σελ. 75-120, Göttingen.
2. Σουήζυ, χ.χ., σελ. 131, υποσημ. 12.
3. Η επιλογή της πλέον κερδοφόρας τεχνικής συνδυάστηκε από ορισμένους μαρξιστές με μια θεωρία μακροχρόνιας αύξησης των μισθών που συμπιέζουν και τέλος μειώνουν τα κέρδη και το ποσοστό κέρδους. Κατά τον Dobb, π.χ., η μόνο η αιτία της μεταβολής της τεχνικής μεθόδου παραγωγής είναι η αύξηση του πραγματικού μισθού που οδηγεί σε πώση του ποσοστού εκμετάλλευσης και

του ποσοστού κέρδους γιατί η μείωση της τιμακής σύνθεσης του κεφαλαίου που ήταν αποτέλεσμα της πτώσης του ποσοστού εκμετάλλευσης δεν ξεπέρασε την πτώση του ποσοστού εκμετάλλευσης. Η συμπίεση αυτή του κέρδους λόγω της αύξησης του μισθού οδηγεί με τη σειρά της στην εφαρμογή από τους καπιταλιστές μιας νέας labour-saving τεχνικής που αυξάνει το ποσοστό εκμετάλλευσης και το ποσοστό κέρδους που ήδη έχει πέσει, δηλαδή αυξάνει το χαμηλό λόγω της αύξησης του πραγματικού ωρομισθίου ποσοστό κέρδους. Εάν το πραγματικό ωρομισθίο παρέμενε σταθερό η νέα τεχνική θα είχε αυξήσει το ποσοστό κέρδους, ενώ η άνοδος του πραγματικού ωρομισθίου συνυπολογιζόμενη με την αύξηση του ποσοστού κέρδους λόγω της εφαρμογής της πλέον κερδοφόρας τεχνικής δύναται να αυξήσει ή να μειώσει ή να διατηρήσει σταθερό το ποσοστό κέρδους. Η αύξηση της οργανικής σύνθεσης κατά τον Dobb οδηγεί υπό συνθήκες σταθερού μισθού σε αύξηση του ποσοστού κέρδους. Είναι βέβαια προφανές ότι οι καπιταλιστές δεν έχουν κανένα λόγο να εφαρμόσουν μια τεχνική που αυξάνει την οργανική σύνθεση του κεφαλαίου και “εξοικονομεί εργασία” εάν ο πραγματικός μισθός παραμένει σταθερός. Ένα ερώτημα που προκύπτει για τη θεωρία της κρίσης του Dobb είναι γιατί οι καπιταλιστές περιμένουν την μεταβολή των μισθών για να εφαρμόσουν τη νέα τεχνική. Όπως σωστά παρατηρεί ο Shaikh στον Dobb «... η αύξουσα οργανική σύνθεση του κεφαλαίου είναι το αποτέλεσμα ενός ποσοστού κέρδους που πέφτει». Βλ. Dobb, M., 1937, *Political Economy and Capitalism*, London και Shaikh, A., 1978, σελ. 236.

4. Βλέπε von Bortkiewicz (1907β).

5. Η υπόθεση της απλής αναπαραγωγής εξασφαλίζει ότι το σύστημα αναπαράγεται στην ίδια κλίμακα έτσι δεν υπάρχει λόγος να υποθέσουμε ότι υπάρχουν σταθερές αποδόσεις κλίμακας ή ακόμη ότι το σύστημα παραγωγής είναι γραμμικό.

6. Ο ρυθμός αύξησης r του r είναι ίσος με τον ρυθμό αύξησης ρ του ρ γιατί στην ειδική αυτή περίπτωση το r είναι ίσο με ρ .

7. Οι τεχνικές αυτές ονομάζονται viable από τον Okhishio.

8. Η σημασία της υπόθεσης αυτής θα συζητηθεί στη συνέχεια.

9. Στα μοντέλα που παρουσιάζουμε οι τιμές παραγωγής είναι και τιμές ισορροπίας γιατί η σύνθεση και το μέγεθος της ζήτησης δεν επηρεάζει τις σχετικές και απόλυτες τιμές.

10. Βλ. Pasinetti, L.L. (1977): *Lectures on the Theory of Production*, N. York, Append. B.

11. Βλ. Roemer (1981) Κεφάλαιο 4.

12. Η αύξηση της τεχνικής και τιμακής σύνθεσης του κεφαλαίου δεν ανήκει στις υποθέσεις του θεωρήματος του Okhishio, γι αυτό και τα αποτελέσματα της διερεύνησης του παραδείγματος δεν έχουν γενική ισχύ για τη θεωρία του Okhishio.

13. Στο παράδειγμα του Okhishio φαίνεται ότι η κατά μικρότερο ποσοστό αύξηση του τιμακού ποσοστού εκμετάλλευσης σε συνδυασμό με την κατά μεγαλύτερο ποσοστό αύξηση της τιμακής σύνθεσης κεφαλαίου έχει ως αποτέλεσμα την πτωτική τάση στο ποσοστό κέρδους. Στην πραγματικότητα δεν ισχύει αυτό γιατί το ποσοστό αύξησης \hat{r} του ποσοστού κέρδους είναι ίσο με το ποσοστό αύξησης του τιμακού ποσοστού εκμετάλλευσης \hat{m}' πλην το ποσοστό αύξησης της τιμακής σύνθεσης του κεφαλαίου \hat{E} σταθμισμένο με τον όρο $E/(E+1)$. Δηλαδή:

$$\hat{r} = \hat{m}' - \hat{E} E / (E + 1)$$

Στην περίπτωση που ο πραγματικός μισθός καταβάλλεται post-factum στο τέλος δηλαδή της περιόδου παραγωγής, τότε το ποσοστό μεταβολής του ποσοστού κέρδους είναι:

$$\hat{r} = \hat{m}' - \hat{E}$$

14. Stamatis (1977) σελ. 186-189.
15. Shaikh (1978) σελ. 233-251.
16. Dobb ό.π.
17. Schefold (1976) σελ. 806-819.
18. ό.π. σελ. 812-813
19. Βλ. Schefold (1977) σελ. 415-439.
20. Βλ. Shaikh ό.π. και Roemer (1981) σελ. 115-118
21. Μια ιδιαίτερα δημοφιλής απόδειξη της πτωτικής τάσης στο γενικό ποσοστό κέρδους βασίζεται στην παραδοχή ότι ο λόγος κεφαλαίου προϊόντος αυξάνει απεριόριστα. Εάν το ποσοστό κέρδους σε αξίες είναι π :

$$\pi = \frac{S}{C+V} < \frac{S+V}{C+V} = \frac{L}{C+V} < \frac{L}{C} = \frac{S+V}{C}$$

όπου S η υπεραξία, V το μεταβλητό κεφάλαιο, L η ζωντανή εργασία και V το μεταβλητό κεφάλαιο -όλα μετροημένα σε αξίες.

Εάν το C/L αυξάνει απεριόριστα τότε το L/C θα τείνει στο μηδέν. Άρα το ποσοστό κέρδους κάποτε θα πέσει. Βλ. και Okhishio (1974) σελ. 178-179.

Ο von Bortkiewicz έδωσε στο μοντέλο του που παρουσιάσαμε πιο πάνω ορισμένες σχέσεις ανισότητας ανάμεσα στην αξιακή σύνθεση κεφαλαίου και το ποσοστό κέρδους σε τιμές παραγωγής. Από τις σχέσεις:

$$(c_1 x + v_1 y) (1 + r) = (c_1 + c_2 + c_3) x \text{ και} \\ c_1 + v_1 (1 + \rho) = c_1 + c_2 + c_3$$

έχουμε:

$$r c_1 < c_2 + c_3 = v_1 (1 + \rho) \text{ ή} \\ r < v_1 (1 + \rho) / c_1$$

Εάν το c_1/v_1 αυξάνει απεριόριστα και το ρ είναι σταθερό ή αυξάνεται είτε τείνοντας σε κάποιο άνω όριο είτε απεριόριστα ή τέλος φθίνει έχοντας όμως κάτω φράγμα το μηδέν, τότε η απεριόριστη αύξηση του λόγου c_1/v_1 έχει ως αποτέλεσμα την πώση του r . Βλ. και von Bortkiewicz in Böhm-Bawerk (1966) σελ. 214-221.

Η διαφορά της απόδειξης του Okhishio από αυτή που συνεπάγεται από το άρθρο του von Bortkiewicz, αλλά δεν την έδωσε ο ίδιος, είναι ότι η απεριόριστη αύξηση της αξιακής σύνθεσης συνεπάγεται κατά μεν τον πρώτο την πώση του ποσοστού κέρδους σε αξίες, κατά δε τον δεύτερο του ποσοστού κέρδους σε τιμές παραγωγής (αγοράς).

22. Roemer (1981) Σελ. 115-118.

23. Η χρησιμοποίηση της νέας περισσότερο κερδοφόρου τεχνικής φέρνει το σύστημα σε κατάσταση ανισορροπίας δεδομένου ότι στον τομέα παραγωγής του εμπορεύματος, όπου εφαρμόζεται η νέα περισσότερο κερδοφόρος τεχνική, υπάρχει ένα μεγαλύτερο του γενικού ποσοστού κέρδους, πράγμα που, σύμφωνα με τους κλασικούς της πολιτικής οικονομίας, οδηγεί σε μετακινήσεις κεφαλαίων από τους λιγότερο κερδοφόρους κλάδους στον περισσότερο κερδοφόρο κλάδο έως ότου αποκατασταθεί το νέο, και μεγαλύτερο, γενικό ποσοστό κέρδους. Το σχήμα αυτό, όπως διατυπώθηκε από τους κλασικούς της Πολιτικής Οικονομίας, δεν συγκλίνει πάντα, σε περίπτωση που απομακρυνθεί από τις τιμές παραγωγής, στις τιμές παραγωγής. Τουναντίον αποκλίνει από αυτές ή οδηγεί το σύστημα σε μια ταλάντωση των τιμών και των ποσοτήτων που

παράγονται γύρω από τις τιμές παραγωγής και γύρω από το διάνυσμα των παραγόμενων ποσοτήτων υπό καθεστώς ενιαίου ποσοστού μεγέθυνσης.

Βλ. Franke, R. «Production Prices and dynamical Processes of the Gravitation of Market Prices», Frankfurt a.M. 1987 και Kubin, In. «Market Prices and Natural Prices. A Study in the Classical Process of Gravitation», Frankfurt a.M. 1991.

Βέβαια η πρόταση ότι το σύστημα καταλήγει στη νέα κατάσταση ισορροπίας δεν στερείται μικροοικονομικής θεμελίωσης, η οποία έχει και μακροοικονομικές συνέπειες για το μοντέλο που πραγματευόμαστε. Η απόδειξη ότι το σύστημα καταλήγει σε κατάσταση ισορροπίας βασίζεται στην υπόθεση ότι οι καπιταλιστές επιδιώκουν τη μεγιστοποίηση του κέρδους τους με τον περιορισμό το διαθέσιμο κεφάλαιό τους, μια δεδομένη ποσότητα κεφαλαίου K_i , $i=1, \dots, N$, όπου K_i ένα διάνυσμα $1 \times n$ στήλη που παριστά το απόθεμα κεφαλαίου που έχει ο κάθε επιχειρηματίας-καπιταλιστής στη διάθεσή του και N ο συνολικός αριθμός των καπιταλιστών του μοντέλου μας. Υποθέτουμε ότι N είναι ένας σταθερός θετικός ακέραιος. Το συνολικό κεφάλαιο είναι

$$K = \sum_{i=1}^N K_i$$

και το συνολικό «χρηματικό» κεφάλαιο $pK = \sum_{i=1}^m p K_i$

Στην περίπτωση που στο σύστημα παραγωγής προστεθεί μια νέα τεχνική για την παραγωγή του εμπορεύματος n (Η υπόθεση αυτή δεν βλάπτει τη γενικότητα της απόδειξης), τότε ο πίνακας

$$[M \vdots m_{n+1}] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} & m_{1n+1} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} & m_{2n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} & m_{nn+1} \end{bmatrix} = \bar{M}$$

είναι ο πίνακας με τις διαθέσιμες τεχνικές στους N τον αριθμό καπιταλιστές του μοντέλου μας. Ο κάθε καπιταλιστής-επιχειρηματίας του μοντέλου μας με δεδομένο το απόθεμα K_i : $i=1, \dots, N$ των εμπορευμάτων, που έχει στη διάθεσή του ως κεφάλαιο, έχει να επιλύσει το ακόλουθο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\max [p \cdot p (M \vdots m_{ixn+1})] x_i \text{ για δεδομένο } p, i = 1, 2, \dots, n+1$$

υπό τη συνθήκη

$$p (M \vdots m_{ixn+1}) x_i \leq p K_i \text{ και } x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n+1$$

Εάν $K = \sum_{i=1}^N K_i > 0$ και $p m_{n+1} < p m_n$

τότε με βάση τη θεωρία του γραμμικού προγραμματισμού υπάρχει μια εκφυλισμένη (υποβαθμισμένη) λύση όπου

$$x_i > 0 : i = 1, 2, \dots, n-1, n+1$$

$$x_i = 0 : i = n$$

(Βλ. Δρακάτου / Δονάτου / Χομπά: «Μέθοδοι και προβλήματα προγραμματισμού» Αθήνα 1981). Στη λύση αυτή η παραγωγή του κλάδου n είναι ίση με μηδέν δεδομένης της συνθήκης $p m_{n+1} < p m_n$ που καθιστά τη διαδικασία παραγωγής m_n πλεονάζουσα συνθήκη στη λύση του προβλήματος.

Πρέπει να σημειωθεί σε αυτό το σημείο ότι η λύση του προβλήματος μεγιστοποίησης για την αθροιστική συνάρτηση κέρδους είναι

$$(p - p M) x = (p - p M) \sum_{i=1}^N x_i$$

(Βλ. Debreu, G. *Theory of value*, New Haven and London, 1959, σελ. 45 ή Koopmans, Tj. *Three Essays on the State of Economic Science*. N.Y. 1957, σελ. 48 κ.ε.).

Είναι προφανές ότι στα μοντέλα αυτά οι καπιταλιστές συμπεριφέρονται ως τμήματα ενός μηχανισμού προσδιορισμού των τιμών και ποσοτήτων που παράγονται από το σύστημα παραγωγής, δηλ. ως ένας συλλογικός καπιταλιστής που προσδιορίζει τιμές και ποσότητες ως παραμέτρους του οικονομικού συστήματος. Είναι περιττό να επαναλάβει κανείς σε αυτό το σημείο το ανεδαφικό των υποθέσεων αυτών.

24. Roemer (1979) Σελ. 385.

25. Βλ. Hicks, J. (1965) *Capital and Growth*, Oxford σελ. 148-159 και Ferguson (1969) *The Neoclassical Theory of Production and Distribution*, Cambridge.

26. Αυτό αντικαθιστά την υπόθεση ότι ο A είναι διαχωρίσιμος η οποία είναι ειδική περίπτωση της πρώτης για $\Phi=0$.

27. Ο Roemer στην περίπτωση που το σύστημα παραγωγής χρησιμοποιεί πάγιο κεφάλαιο που δεν φθείρεται πλην του κυκλοφορούντος κεφαλαίου, που φθείρεται εξ ολοκλήρου κατά την διάρκεια μιας περιόδου παραγωγής, δεν αποδεικνύει την ύπαρξη ενός θετικού ποσοστού κέρδους r και ενός θετικού διανύσματος τιμών p τέτοιων ώστε

$$p = p \Phi r + (1 + r) (p A + l)$$

διατηρώντας τον συμβολισμό του κειμένου.

Η απόδειξη της πρότασης αυτής απουσιάζει από τη βιβλιογραφία που παραθέτουμε. Στη συνέχεια θα δώσουμε την απόδειξη αυτή και ένα ενδιαφέρον πόρισμα, υπό την προϋπόθεση ότι ο πίνακας

$$\Phi + A + b l = \Phi + M$$

είναι μη-διασπώμενος. Διατηρούμε, επίσης, την υπόθεση ότι ο πίνακας

$$M = A + b l$$

είναι παραγωγικός.

Θεώρημα: Εάν ο $\Phi + A + b l$ είναι μη-διασπώμενος και ο $A + b l$ είναι ένας παραγωγικός πίνακας, τότε υπάρχει ένα θετικό διάνυσμα p και ένα θετικό βαθμωτό r , τέτοια ώστε:

$$p (A + b l) + r (\Phi + A + b l) = p$$

Απόδειξη

Δεδομένου ότι ο $A + b l$ είναι παραγωγικός πίνακας, τότε υπάρχει ένα θετικό διάνυσμα q και ένα θετικό βαθμωτό, τέτοια ώστε

$$q (A + b l) = \frac{1}{1 + s} q, \quad q \geq 0$$

δεδομένου ότι ο $A + b l$ δεν είναι απαραίτητα διασπώμενος. Η μελέτη της συνάρτησης πίνακα $\Psi(\pi) = \pi[\Phi + A + b l] + A + b l$ στο ανοικτό διάστημα $(0, s)$ θα μας δώσει το επιθυμητό αποτέλεσμα. Η $\Psi(\pi)$ είναι μια μονότονα αύξουσα συνάρτηση του π στο διάστημα $(0, s)$, δεδομένου ότι ο πίνακας $\Phi + A + b l$ είναι μη διασπώμενος. Δηλαδή για $\pi_1, \pi_2 \in (0, s)$ και $\pi_1 > \pi_2$, τότε $\Psi(\pi_1) > \Psi(\pi_2)$.

Επίσης ισχύει για το $\Psi(\pi)$ ότι $q \Psi(s) \geq q$ δεδομένου ότι $s q \Phi \geq 0$.

Άρα, από τα Perron-Frobenius, θεωρήματα ισχύει ότι η μέγιστη ιδιοτιμή του $\Psi(s)$ είναι μεγαλύτερη της μονάδας. Επίσης το αριστερό χαρακτηριστικό διάνυσμα του $\Psi(s)$ είναι θετικό, έστω ότι είναι το d , $d > 0$.

Με μειούμενο το π στο διάστημα $(0, s)$ υπάρχει $\tau \in (0, s)$, τέτοιο ώστε η μέγιστη ιδιοτιμή του $\Psi(\tau)$ να είναι ίση με τη μονάδα, δεδομένου ότι η μέγιστη ιδιοτιμή του $\Psi(s)$ είναι μεγαλύτερη της μονάδας, η μέγιστη ιδιοτιμή του $\Psi(0)$ είναι μικρότερη της μονάδας (και για αρκετά μικρό $\varepsilon > 0$ η μέγιστη ιδιοτιμή του $\Psi(\varepsilon)$ είναι μικρότερη της μονάδας). Δεδομένου του ότι ο $\Psi(\tau)$ είναι μη-διασπώμενος, τότε υπάρχει $\rho > 0$ τέτοιο ώστε

$$\rho = \rho \Psi(\pi) = \rho (A + b \ell) + \rho (A + b \ell + \Phi) \tau \quad \text{Ο.Ε.Δ.}$$

Πόρισμα. Η αποδοτικότητα του κόστους στην περίπτωση παγίου κεφαλαίου που δεν φθείρεται είναι πάντα μεγαλύτερη από το ποσοστό κέρδους. Ή για να χρησιμοποιήσουμε την προηγούμενη ορολογία μας

$$s > r$$

όταν ο $\Phi + A + b\ell$ είναι μη-διασπώμενος.

28. Persky/Albergo (1978).

29. Armstrong/Glyn (1980).

30. Roemer (1981) σελ. 130-131. Βλέπε και Kogikou (1971)

31. Είναι μια ασθενής γενίκευση της ιδιότητας του μη διασπώμενου για τα γραμμικά συστήματα παραγωγής.

Για να ορίσουμε τα μη-αναγώγιμα von Neumann μοντέλα πρέπει να ορίσουμε πρώτα τον όρο *πλήρες υπομοντέλο*.

Οι διαδικασίες (α_j, b_j) , $j \in S$ αποτελούν ένα υπομοντέλο M^s του μοντέλου M όταν το S είναι ένα υποσύνολο των δεικτών $1, \dots, M$ που ικανοποιεί την εξής συνθήκη: κάθε αγαθό G_i , $i \in S$ παράγεται από μια τουλάχιστον διαδικασία παραγωγής (α_j, b_j) , $j \in S$.

Ένα μοντέλο von Neumann ονομάζεται μη-αναγώγιμο όταν δεν περιέχει πλήρη υπομοντέλα. Το αριθμητικό παράδειγμα που παρουσιάζουμε στη συνέχεια δεν είναι μη-αναγώγιμο, δεδομένου ότι στο αρχικό παράδειγμα του Okhishio, το οποίο είναι ήδη αναγώγιμο σε υπομοντέλα, προστίθεται μια τέταρτη διαδικασία παραγωγής η οποία παράγει, χρησιμοποιώντας εμπορεύματα από τις τρεις προϋπάρχουσες διαδικασίες παραγωγής, ένα τέταρτο το οποίο παράγεται μόνο από αυτή τη διαδικασία παραγωγής.

Σ' αυτήν την περίπτωση οι διαδικασίες παραγωγής I και II που παράγουν τα εμπορεύματα I και II αποτελούν ένα υπομοντέλο και οι διαδικασίες παραγωγής III και IV που παράγουν τα III και IV εμπορεύματα δεν αποτελούν υπομοντέλο. Δεδομένου ότι από την πλευρά των εντάσεων παραγωγής δεν υπάρχει *αυτόνομη ζήτηση* για τα εμπορεύματα III και IV, είναι προφανές ότι δεν παράγονται και ότι οι τιμές τους είναι απροσδιόριστες. Βέβαια σε γενικεύσεις του μοντέλου von Neumann υπάρχει η «εισαγωγή» εξισώσεων ζήτησης από την πλευρά των καπιταλιστών, ή εξωγενούς ζήτησης, π.χ. εξωτερικό εμπόριο. (Βλ. Morishima, M., *Equilibrium, Stability, Growth*, Oxford, 1964 και Morgenstern/Thompson, *The Mathematical Theory of Expanding and Contracting Economies*, Lexington, 1976).

Η εισαγωγή των εξισώσεων ζήτησης μη-βασικών εμπορευμάτων «επιτρέπει» την παραγωγή τους και κατά συνέπεια τα παράδοξα που αναφέρουμε με το παράδειγμά μας. Για ένα παράδειγμα μη-αναγώγιμου συστήματος με πολλαπλές λύσεις, και για τον ορισμό του όρου αναγώγι-

μου στα πλαίσια του μοντέλου von Neumann, βλ. Gale, *The Closed Linear Model of Production*, στο Kuhn/Tucker: *Linear Inequalities and Related Systems*, Princeton, 1956, σελ. 285-303, το οποίο είναι μια ασθενής γενίκευση του βασικού μοντέλου von Neumann. Χαρακτηριστικό είναι ότι ο D. Gale χρησιμοποιεί στοιχειώδεις έννοιες της τοπολογίας και των κυρτών συνόλων για την απόδειξη της ύπαρξης ενιαίου συντελεστή μεγέθυνσης και ενιαίου ποσοστού κέρδους στο μοντέλο von Neumann.

32. Salvatori (1981).

33. Stamatīs (1984).

34. Μαρξ (1977) *Το Κεφάλαιο*, τόμος III, σελ. 334-335. Δύο μοντέλα που αποδεικνύουν την λογική συνοχή του νόμου στο επίπεδο των αξιών με ενδογενή τεχνολογική πρόοδο είναι:

1. Globowski, J.: Technischer Fortschritt, Reallohn und Beschäftigung in einem Marxschen Modell langfristigen Wachstums in Hagemann/Kalbach (Hrsg.) *Technischer Fortschritt und Arbeitslosigkeit*, Frankfurt a.M., 1983, σελ. 167-185.
2. Σταμάτη Γ.: Ο Μαρξικός Νόμος της Πτωτικής Τάσης του Γενικού Ποσοστού Κέρδους στου ιδίου: *Προβλήματα Μαρξιστικής Οικονομικής Θεωρίας*, Αθήνα, 1986. Στο πρώτο κείμενο η λογική συνοχή του νόμου αποδεικνύεται υπό την προϋπόθεση αυξανόμενου πραγματικού ωρομισθίου ενώ στο δεύτερο η απόδειξη έχει ισχύ και στην περίπτωση που το πραγματικό ωρομίσθιο είναι σταθερό ή φθίνει με όριο, όμως, σε μια σταθερή θετική ποσότητα.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Alberro, J./Persky, J. (1979) The Simple Analytics of Falling Profit Rates: Okhishio's Theorem and Fixed Capital in *Review of Radical Political Economics*, vol. 11, pp. 37-41.
2. Armstrong, P./Glyn, A. (1980), The Law of Falling rate of Profit and Oligopoly: A Commend on Shaikh in *Cambridge J. of Econ.* vol. 4, pp. 69-70.
3. Bortkiewicz, L. von (1906/1907), Wertrechnung und Preisrechnung in Marxschen System, *Archiv fur Sozialwissenschaften und Sozialpolitik*, Bd. 23, S. 1-50 und Bd. 25, S. 10-51 und 445-488.
4. Bortkiewicz, L. von (1907), Zur Berichtigung der Grundlegenden Konstruktion von Marx in dritten Band des «Kapital», *Jahrbücher fur Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 89, S. 319-335, transl. by P. Sweezy, On the correction of Marxs fundamental construction in the third volume of Capital, appendix in Böhm-Bawerk, E. von, 1966, *Karl Marx and the Close of His System*, N. York.
5. Funke, M. (1983), Technikwahl und Profitrate in Hefte fur Polit. Ökonomie Heft 5.
6. Kogiku, K. (1971), *Microeconomic Models*, New York.
7. Moeschin, O. (1974), *Zur Theorie von von Neumannscher Wachstumsmodelle*, Berlin.
8. Morishima, M. (1964), *Equilibrium, Stability and Growth*, Oxford.
9. Nakatani, T. (1980), The Law of Falling Rate of Profit and the Competitive Battle: A Commend on Shaikh in *Cambridge J. of Econ.* vol. 4, pp. 65-68.
10. Neumann, J. von (1945), A Model of General Equilibrium in *Review of Economic Studies*, vol. 13, pp. 1-9.
11. Okhishio, N. (1974), Technische Veränderungen und Profitrate in Nutzinger, H. /

- Wolfstetter E. (Hrsg.) *Die Marxsche Theorie und ihre Kritik*, Bd. II S. 173-191.
12. Roemer, J. (1979), Continuing Controversy on the Falling Rate of Profit: Fixed Capital and other issues in *Cambridge J. of Econ.*, Vol. 3, pp. 379-398.
 13. Roemer, J. (1981), *Analytical Foundations of Marxian Economic Theory*, Cambridge.
 14. Salvadori, N. (1981), Falling Rate of Profit with a Constand Real Wage. An Example in *Cambridge J. of Econ.*, Vol. 5, pp. 59-66.
 15. Schefold, B. (1976), Different Forms of Technical Progress in *The Economic Journal*, pp. 806-819.
 16. Shaikh, A. (1978), Political Economy and Capitalism: Notes on Dobbs Theory of Crisis in *Cambridge J. of Econ.*, vol. 2, pp. 233-251.
 17. Stamatis, G. (1984), *Sraffa und sein Verhältnis zu Ricardo und Marx*, Göttingen.
 18. Stamatis, G. (1977), *Die 'spezifisch' kapitalistischen Produktionsmethoden und der tendenzielle Fall der allgemeinen Profitrate bei Karl Marx*, Berlin.
 19. Sweezy, P., (1942), *The Theory of Capitalist Development*, ελλ. μετάφρ. υπό Ν. Σταματάκη, χ.χ., *Η θεωρία της καπιταλιστικής ανάπτυξης*, Αθήνα.
 20. Wolfstetter, E. (1977), *Wert, Profitrate und Beschäftigung. Aspekte der Marxschen und der Klassischen Wirtschaftstheorie*, Frankfurt a.M./New York.