

Κοινωνικό πλαίσιο και ιδεολογικές διαμεσολαβήσεις του διδακτικού μετασχηματισμού Η περίπτωση της έννοιας της συνάρτησης*

«Στα μαθηματικά δεν μπορούμε να μάθουμε τίποτα νέο για ένα αντικείμενο, γιατί τότε θα πρόκειται για ένα νέο αντικείμενο»

L. Wittgenstein

Εισαγωγή

Πλησιάζουμε στα δέκα χρόνια από τότε που άρχισε να εφαρμόζεται το νέο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών στην εκπαίδευση. Ταυτόχρονα, στο σύνολό της η ελληνική κοινωνία περνάει στην τρίτη της μεταπολιτευτική δεκαετία, με όλα τα σημάδια μιας «ευέλικτης αναδιάρθρωσης» (που ακολουθεί ανάλογες εξελίξεις στις άλλες ευρωπαϊκές χώρες) σε όλους τους τομείς της κοινωνικής ζωής και της οικονομίας —γεγονός με σημαντικές επιπτώσεις στην πολιτιστική ζωή, στην παιδεία και τη διαμόρφωση των νέων ανθρώπων.

Οι εξελίξεις αυτές κάπως πρόχειρα θα μπορούσαν να περιγραφούν με ένα γενικό σχήμα —που όμως χρειάζεται να γίνει πολύ πιο συγκεκριμένο μέσα από επιμέρους (εξειδικευμένες) αναλύσεις: Τα τελευταία εξαγγελόμενα μέτρα στην εκπαίδευση δείχνουν μια γενικότερη αλλαγή. Από μια μάλλον άκαμπτη τυποποίηση της παραγωγής και της κουλτούρας, που άφηνε ωστόσο αρκετές και απρόβλεπτες δυνατότητες «διαφυγής» ή μαζικής διαμαρτυρίας, περνάμε σε μια περισσότερο «ευέλικτη» οργάνωση, με περιορισμό της προσφερόμενης εργασίας και ένα φαινομενικό αριθμό πρόσθετων επιλογών για τον καθένα. Αυτή η ψευδαίσθηση ελευθερίας, μαζί με την «έκσταση» από τα ηλεκτρονικά συστήματα επικοινωνίας

Ο Τ. Πατρώνης, είναι επίκουρος καθηγητής του Πανεπιστημίου της Πάτρας. Συνεργάστηκε ο Ν. Καποδίστριας, μεταπτυχιακός φοιτητής του ίδιου Πανεπιστημίου.

Ευχαριστούμε την Ειρήνη Γιουρμετάκη για την «ηρωική» υπομονή της στην πρώτη δακτυλογράφηση του κειμένου.

* Μέρη αυτής της εργασίας ανακοινώθηκαν, σε μια πρώτη μορφή και με περισσότερες λεπτομέρειες, στο 11ο και 12ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας (Κέρκυρα 1994, Ηράκλειο 1995) και στο 2ο Πανελλήνιο Συνέδριο Διδακτικής Μαθηματικών και Πληροφορικής στην Εκπαίδευση (Κύπρος 1995).

νίας, δημιουργούν την αυταπάτη (illusion) μιας εικονικής πραγματικότητας, που δεν μπορεί να κρύψει τις επιτεινόμενες ανισότητες στην κατανομή του οικονομικού και πολιτιστικού κεφαλαίου.

Σε γενικές γραμμές, το ερώτημα που θα μας απασχολήσει είναι αν υπάρχουν επιπτώσεις των πιο πάνω εξελίξεων —και ποιων απ' αυτές συγκεκριμένα— στην επιλογή, οργάνωση και παρουσίαση της μαθηματικής γνώσης στο σχολείο.

Θα εξετάσουμε πιο αναλυτικά την περίπτωση της έννοιας της συνάρτησης, ως θεμελιώδους αντικείμενου της διδασκαλίας των μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.

Η έννοια του «*διδασκτικού μετασχηματισμού*» έχει εισαχθεί στις θεωρητικές έρευνες στο χώρο της μαθηματικής παιδείας για να χαρακτηρίσει όλες εκείνες τις επιλογές των «*ιθύνωντων*» της εκπαίδευσης που έχουν σκοπό να κάνουν την επιστημονική γνώση αντικείμενο της διδασκαλίας —και οι οποίες κάνουν να διαφέρει τελικά σε ουσιαστικό βαθμό η γνώση που διδάσκεται στο σχολείο (τα «*σχολικά μαθηματικά*») από τη γνώση που παράγεται στη διαδικασία της έρευνας και συγγραφής ερευνητικών εργασιών στα μαθηματικά. Η διαφορά αυτή του ενός είδους γνώσης από το άλλο δεν είναι τόσο ποσοτική (δεν αφορά το «*πιο πολύ*» ή το «*πιο πολύπλοκο*» της γνώσης), αλλά είναι κυρίως ποιοτική: αφορά το ρόλο και τη σημασία της γνώσης μέσα στα ίδια τα μαθηματικά ή γενικότερα μέσα στον πολιτισμό και την κοινωνία. Για παράδειγμα, η έννοια της απόλυτης τιμής (καθώς και η συνάρτηση «*απόλυτη τιμή*») έχει εισαχθεί στην ανάλυση και την τοπολογική άλγεβρα για την καλύτερη μελέτη των διάφορων περιπτώσεων σύγκλισης ακολουθιών ή συναρτήσεων κάτω από μια ενιαία θεώρηση. Στο πλαίσιο των σχολικών μαθηματικών η ίδια έννοια καλείται να παίξει τελείως διαφορετικούς ρόλους: από το να είναι ένα απλό εκφραστικό μέσο για την παρουσίαση των σχετικών αριθμών (σύνολο Z ή R) και των ιδιοτήτων των πράξεων, μέχρι το να χρησιμεύει για την κατασκευή περιέργων συναρτήσεων, παραστάσεων και σχέσεων που εμφανίζονται σε ένα πλήθος ασκήσεων. Το «*φαινόμενο*» αυτό έχει ήδη μελετηθεί συστηματικά από ιστορική και διδακτική σκοπιά στην Ελλάδα και αλλού².

Το ίδιο παράδειγμα, όπως και άλλα, δείχνει μια βαθύτερη εξάρτηση του διδακτικού μετασχηματισμού από το κοινωνικό του πλαίσιο.

Οι διαδικασίες του διδακτικού μετασχηματισμού, καθώς και οι συνθήκες και οι παράγοντες που τον προκαλούν ή τον αντιστρατεύονται, δεν είναι εύκολο να έρθουν στο φως και να αναλυθούν κάτω από μια περιορισμένη θεώρηση που θα αρκείται σε ένα «*αυστηρά μαθηματικό*» πλαίσιο εννοιών και καταστάσεων. Γιατί μια τέτοια θεώρηση θα κάνει ορατές μόνο τις προφανείς και όχι τις άδηλες συνιστώσες του διδακτικού μετασχηματισμού, που έχουν *κοινωνικο-πολιτιστικό και ιδεολογικό χαρακτήρα* (όπως η εξάρτηση του διδακτικού μετασχηματισμού από τις πεποιθήσεις για το τι είναι τα μαθηματικά και ποια είναι η θέση και ο ρόλος τους στην κοινωνία και τον πολιτισμό).

Ιδεολογίες γύρω από τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους

Εκείνο που πρώτα πρώτα προκαλεί κατάπληξη από τις καταστάσεις που θίξαμε στην παραπάνω εισαγωγή είναι ότι, ενώ υπάρχουν τόσο πολλές —και αντίθετες μεταξύ τους—

ιδεολογίες για την κοινωνία και την εκπαίδευση, εντούτοις για τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους υπάρχει διάχυτη στην κοινή γνώμη και στο μεγαλύτερο μέρος των εκπαιδευτικών μια, μέχρι τώρα επικρατούσα, ιδεολογία. Ακόμα και μαθηματικοί του αναστήματος του G.H. Hardy (από το 1940)³, μέχρι και ένα μεγάλο μέρος των σημερινών ερευνητών στα μαθηματικά, δεν έχουν πάψει να επαναλαμβάνουν τα ίδια και τα ίδια γύρω από τη «φύση», την «αξία» και τη «σχέση» των μαθηματικών «με την πραγματικότητα». Για όλους αυτούς τα μαθηματικά αποτελούν μια άλλη «πραγματικότητα», τελειότερη από τη φυσική, έναν ιδεατό κόσμο πέρα από τον «πρόστυχο» κόσμο στον οποίο ζούμε. Και το ερώτημα είναι: γιατί τα μαθηματικά προσφέρονται τόσο πολύ για μια τέτοια ιδεολογικοποίηση;

Η εξήγηση μπορεί να αναζητηθεί μέσα σε δύο τουλάχιστον ερμηνευτικά πλαίσια. Το πρώτο πλαίσιο είναι καθαρά επιστημολογικό και οφείλεται κατά βάση στους Bachelard-Althusser: Πρόκειται για μια ερμηνεία της θεωρητικής πρακτικής (ιδιαίτερα και της μαθηματικής δραστηριότητας) που αντιμάχεται τη γνωστή αντίληψη του εμπειρισμού, σύμφωνα με την οποία η επιστημονική δραστηριότητα εξάγει τις έννοιες άμεσα από τα πράγματα. Όπως το αποδίδει ο Γεω. Κουζέλης⁴:

«Η “πρώτη ύλη” της επιστημονικής πρακτικής, της διαδικασίας μέσω της οποίας παράγονται οι επιστημονικές έννοιες, είναι κι αυτή ένα σύνολο εννοιών ή αντιλήψεων. Όσο πιο “πίσω” κι αν πάει κανείς αναζητώντας την “ακατέργαστη πρώτη ύλη” αυτής της διαδικασίας, θα διαπιστώσει ότι η επιστήμη πάντα επεξεργάζεται ένα υλικό που αποτελεί ήδη μια επεξεργασία της πραγματικότητας (μέσω του νου)».

Αυτό ισχύει με πολύ περισσότερο «δραματικό» τρόπο για τα μαθηματικά απ’ όσο για τις άλλες επιστήμες, γιατί οι μαθηματικές θεωρίες έχουν ως «ακατέργαστη πρώτη» ύλη τους άλλες θεωρίες —ίσως λιγότερο τυπικές, πάντως οπωσδήποτε *μαθηματικές* θεωρίες⁵.

Ως παράδειγμα μπορούμε να πάρουμε την ίδια την έννοια της συνάρτησης. Η έννοια αυτή δεν προέκυψε ως άμεση μαθηματοποίηση κάποιας πραγματικής κατάστασης, αλλά ήταν το αντικείμενο διαδοχικών θεωριών με διαφορετικό πεδίο προβλημάτων ή επίπεδο γενικότητας κάθε φορά. Βέβαια, πριν από τον Euler και τον Leibnitz οι μαθηματικοί μιλούσαν για συναρτήσεις (δε χρησιμοποιούσαν τη λέξη «συνάρτηση»), χωρίς αυτό να σημαίνει ότι η έννοια δεν υπολάνθανε στις εργασίες τους.

Εξαιτίας μιας τέτοιας εξέλιξης εύκολα μπορεί να πιστέψει κανείς ότι οι μαθηματικές έννοιες υπάρχουν από μόνες τους σε κάποια ξεχωριστή πραγματικότητα και απλά αποκαλύπτονται στο ανθρώπινο πνεύμα όπως η «θεία βούληση» δια των θαυμάτων, είτε ότι αποτελούν το τέλειο εργαλείο για την «αντικειμενική» αναπαράσταση των νόμων του φυσικού κόσμου, πράγμα που, σε τελική ανάλυση, δε διαφέρει πολύ από την πίστη στη «θεία» αποκάλυψη.

Ένα δεύτερο ερμηνευτικό πλαίσιο για την εξήγηση του φαινομένου που συζητάμε μας προτείνει ο Jean Piaget στην *Επιστημολογία των Επιστημών του Ανθρώπου*, στο σημείο που εξηγεί γιατί οι πειραματικές επιστήμες συγκροτήθηκαν πολύ αργότερα από τις παραγωγικές (δηλαδή τα μαθηματικά και τη λογική). Το πλαίσιο αυτό είναι καταρχήν ψυχολογικό, αλλά επιδέχεται, όπως θα δούμε, και μια κριτική-κοινωνιολογική επέκταση. Όπως γράφει ο Piaget⁶,

«...το πνεύμα έχει φυσική του κλίση να συλλαμβάνει εποπτικά το πραγματικό και να υπερβαίνει, όχι όμως και να πειραματίζεται, γιατί ο πειραματισμός δεν είναι ελεύθερη ή του-

λάχιστον αυθόρμητη και άμεση κατασκευή της διάνοιας, όπως ο παραγωγικός συλλογισμός, αλλά προϋποθέτει την υποταγή σε εξωτερικές απαιτήσεις που επιβάλλουν πολύ μεγαλύτερη (και ψυχολογικά πιο «πολυδάπανη») εργασία προσαρμογής».

Αυτές όμως οι «εξωτερικές απαιτήσεις», που προϋποτίθενται του πειραματισμού, είναι συνέπεια όχι της ψυχολογικής αλλά της κοινωνικής ανάπτυξης και ωρίμανσης. Ιδιαίτερα όσον αφορά τα μαθηματικά, είναι πιο εύκολο να συμπεραίνουμε κάποιες «αλήθειες» από άλλες υποτιθέμενες αξιωματικά, παρά να ελέγχουμε κριτικά την ισχύ και την καταλληλότητα των αξιωμάτων μας. Και επειδή ιστορικά προηγήθηκε η ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού από τις φυσικές και τις κοινωνικές επιστήμες, έχουμε την τάση να υπερεκτιμούμε τις δυνατότητες της παραγωγικής μεθόδου —ενώ, όπως έδειξαν ο Polya, ο Lakatos και άλλοι μελετητές, η μέθοδος αυτή καλύπτει ένα μέρος μόνο της ίδιας της μαθηματικής δραστηριότητας⁷.

Οι δυνατότητες της παραγωγικής μεθόδου και της τυπικής λογικής για την οργάνωση της διδασκαλίας των μαθηματικών είχαν υπερεκτιμηθεί ιδιαίτερα κατά τη δεκαετία 1960-70, την εποχή της περιφημής μεταρρύθμισης στη διδασκαλία των μαθηματικών. Η περίοδος αυτή, παρόλο που συχνά αντιπαράκειται στις παλαιότερες εποχές (ως «μοντέρνα μαθηματικά» απέναντι στα «παραδοσιακά»), στην πραγματικότητα δεν εναντιώθηκε στις επικρατούσες αντιλήψεις γύρω από τα μαθηματικά και την εκπαίδευση: όχι μόνο δεν τους εναντιώθηκε, αλλά τους προσέδωσε μια ιδεολογική επικάλυψη «καθολικότητας» (ή «παγκοσμιοτητας»), μέσα από μια επιφανειακή μεταφορά των στρουκτουραλιστικών ιδεών και της «θεωρίας των συνόλων».

Πιο συγκεκριμένα, με το να θεωρεί —υπεραπλουστεύοντας το δομισμό του J. Piaget— ότι οι «δομές σκέψης» όλων των παιδιών είναι ταυτόσημες με τις λεγόμενες «μητρικές δομές» της ομάδας Bourbaki (ομάδα, δικτυωτό, τοπολογικός χώρος), η μεταρρύθμιση του '60 βρήκε ένα ιδεολογικό έρεισμα για την επιβολή ενός και του ίδιου προγράμματος διδασκαλίας των μαθηματικών σε όλες τις χώρες του Ο.Ο.Σ.Α.: ενός προγράμματος που βασικά υπαγορευόταν από τις ανάγκες της ανάπτυξης των χωρών του «κέντρου» σε βάρος των χωρών της «περιφέρειας». Αυτός ο «πολιτισμικός ιμπεριαλισμός» που επιβλήθηκε τότε είχε συνέπειες που φτάνουν ως τις μέρες μας, με την ανάπτυξη (ως αντίδρασης απέναντι στην πολιτισμική ισοπέδωση) του ρεύματος των «εθνομαθηματικών» (δηλαδή της εθνικής μαθηματικής παιδείας και κουλτούρας), ιδιαίτερα στις χώρες του λεγόμενου «Τρίτου Κόσμου»⁸.

Μετά το '70, το κοινωνικό status αλλά και η επαγγελματική ζήτηση των θεωρητικών μαθηματικών αρχίζει να μειώνεται, παράλληλα με μια γενική επιστροφή στον «παλιό καλό καιρό» της αριθμητικής ανάλυσης και των πρακτικών υπολογισμών, που στον τομέα της εκπαίδευσης διακηρύσσεται με το γνωστό σύνθημα «Back to the basics»⁹.

Η περίοδος μετά το '70 είναι σηματοδοτημένη από μια αντίρροπη προς τη μεταρρύθμιση ιδεολογική τάση, που εκφράζεται με ένα σύμβολο συντηρητικών αρχών και ...μέτρων επιδόσεων: τον πασίγνωστο «Γιαννάκη» («Τζόνι») που «δεν μπορεί να κάνει πρόσθεση» εξαιτίας της κατάρτας των «Νέων Μαθηματικών»¹⁰. Αυτός ο Τζόνι σίγουρα θα προερχόταν από τα μεσαία στρώματα της αμερικανικής κοινωνίας και ο μπαμπάς του και η μαμά του δε θα

έβλεπαν με καλό μάτι γενικώς τα φιλόδοξα πολιτιστικά και οικονομικά «ανοίγματα». Ο Morris Kline περιγράφει στο βιβλίο αυτό με τα πιο μελανά χρώματα την ακαταλληλότητα της λογικο-παραγωγικής μεθόδου για την εκπαίδευση και επιμένει πολύ στην αξίωση της «χρησιμότητας» των διδασκόμενων μαθηματικών γνώσεων. Φαίνεται να λησμονά όμως ότι η «χρησιμότητα» είναι κάτι που μπορεί να κριθεί πολύ δύσκολα —ιδίως για τα μαθηματικά. Το ζήτημα αυτό συνδέεται άμεσα με τις ενδιαφερόμενες κοινωνικές ομάδες (και ιδίως με αυτούς που βλέπουν την εκπαίδευση ως μια «επένδυση» για μελλοντική χρήση των αποκτημένων δεξιοτήτων των εκπαιδευομένων).

Ο «Γιαννάκης» —όσο μικρός και αδύναμος κι αν φαίνεται— καταφέρνει ένα ρήγμα στην επικρατούσα ιδεολογία γύρω από τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους. Το ζητούμενο δεν είναι πια να βρούμε τον κατάλληλο τρόπο (ή «την κατάλληλη γλώσσα») να τα διδάξουμε όλα σε όλους —όπως ήταν το ιδανικό του ουμανισμού από τον Κομμένο μέχρι τον Bruner—, αλλά να προγραμματιστούν επακριβώς οι «στόχοι της διδασκαλίας». Οι παλιότερες μελέτες γύρω απ' αυτούς τους μπιχεβιοριστικούς «στόχους» (που συχνά προσφέρονταν για.. ταχύρυθμη εκπαίδευση σε καιρό πολέμου) επανέρχονται έτσι στο προσκήνιο. Επιτέλους δεν είναι ανάγκη να μάθουν όλοι τα μαθηματικά σε όλο τους το μεγαλείο: αρκεί να μάθουν να χρησιμοποιούν κάποια μαθηματικά σαν *εργαλεία*. Αυτή η αλλαγή προσανατολισμού αντανάκλα, στο χώρο της μαθηματικής παιδείας, πολιτικές επιλογές —σε πολύ μαζικότερη κλίμακα— στην οικονομία και στην κοινωνία. Ήδη από το 1975 και στη χώρα μας ο Νίκος Πουλαντζάς έγραφε¹¹:

«Υπάρχει η αντίληψη, σε προοδευτικούς ανθρώπους και συχνά και σοσιαλιστές, για την περιφνημη ανδιάρθρωση της Παιδείας, ώστε να προσαρμοστεί στην Οικονομία: ο *εκσυγχρονισμός* της Παιδείας. Είναι ο σύγχρονος *τεχνοκρατισμός* (...). Πρόκειται για ένα μαρξιστικό οικονομισμό. Υποστηρίζουν πως θα μπορούσε να υπάρξει μια οικονομική διαδικασία ταξικά ουδέτερη, καθ' εαυτή».

Τεχνοκρατική συνείδηση και διδακτικός μετασχηματισμός

Για να είμαστε πιο ακριβείς, ο «σύγχρονος τεχνοκρατισμός» είναι φαινόμενο με πολύ βαθύτερες ρίζες και δυναμική απ' αυτές του οικονομισμού —παρόλο που βοηθάει να τον βλέπουμε και ως οικονομισμό ή γενικότερα ως «επιστημονισμό» ή «τεχνικισμό» με την έννοια ότι, τυπικά και ουσιαστικά, αρνείται πέραν της επιστήμης και τεχνικής κάθε (άλλου είδους) ιδεολογία. Ο Jürgen Habermas έχει από το 1968 αναλύσει τον ιδεολογικό πυρήνα της *τεχνοκρατίας*, στην οποία αποδίδει ένα «ουδέτερο» αντικειμενικό χαρακτήρα, θεωρώντας ότι προήλθε από το επίταγμα της «επιστημονικοποίησης» των εργαλείων της παραγωγής στις προηγμένες καπιταλιστικές κοινωνίες. Στο υποκειμενικό επίπεδο αυτή η τάση αποκρυσταλλώνεται στην *τεχνοκρατική συνείδηση*.

Σύμφωνα με τον Habermas¹², ο ιδεολογικός πυρήνας της τεχνοκρατικής συνείδησης είναι «η εξάλειψη της διαφοράς ανάμεσα στην [ανθρώπινη] πρακτική και την τεχνική», με την έννοια ότι «τα πραγματοποιημένα υποδείγματα των επιστημών εισβάλλουν πλέον στον κοινωνικο-πολιτιστικό κόσμο των βιωμάτων και εξουσιάζουν αντικειμενικά τη διαδικασία

αυτοκατανόησης του ανθρώπου». Δημιουργείται έτσι μια αυτο-αντίληψη (αντίληψη του εαυτού) ως αντικειμένου (πράγματος) που ανήκει σε κάποια κατηγορία «ορθολογικής» δραστηριότητας, η οποία αποβλέπει απλά στην επίτευξη ενός σκοπού. Η τεχνοκρατική συνείδηση, κατά τον Habermas, ξεφεύγει από την κλασική μαρξιστική —καθώς και τη φροϊδική— ανάλυση, γιατί δεν ανάγεται μόνο σε *ιδεολογία* με την έννοια της «ψευδούς συνείδησης», ούτε είναι απλά μια «εξορθολογισμένη φαντασίωση», μια «αυταπάτη» ή «ψευδαίσθηση» (illusion) με την έννοια του Φρόυντ, δηλαδή μια αναπαράσταση ή αναδόμηση σχέσεων στο συμβολικό επίπεδο. Αντίθετα, θα λέγαμε ότι αυτό που τη χαρακτηρίζει είναι η «αποδόμηση» του Υπερεγώ με όλους τους κανόνες ηθικής και τις νόρμες συμπεριφοράς που ίσχυαν στην παλιά κοινωνία, χωρίς όμως την αντικατάστασή τους από οποιονδήποτε εσωτερικευμένο άλλο «κώδικα» ή σύστημα αξιών.

Στο ιδεολογικό και ηθικό κενό που προκύπτει από την «αποδόμηση» των παλιών συστημάτων, η τεχνοκρατική συνείδηση αντιτάσσει την «ικανοποίηση αναγκών» —κάτι που τα τελευταία χρόνια το ακούμε όλο και συχνότερα να προβάλλεται και στην εκπαίδευση. Η «ικανοποίηση των μελλοντικών αναγκών του μαθητή» (λες και υπάρχουν κάποιες αντικειμενικά διαπιστωμένες τέτοιες ανάγκες, ανεξάρτητες από οικονομικά συμφέροντα τρίτων και μάλιστα τοποθετούμενες στο μέλλον!) είναι το συνηθισμένο μοτίβο για τη νομιμοποίηση των επιλογών στα νέα αναλυτικά προγράμματα¹³.

Στις θεωρητικές του εργασίες γύρω από το διδακτικό μετασχηματισμό ο Υ. Chevallard θεωρεί τους θύνοντες από τους οποίους ξεκινά η όλη διαδικασία του μετασχηματισμού (ανώτερα στελέχη του κρατικού μηχανισμού και της εκπαίδευσης, πανεπιστημιακούς και μη καθηγητές κ.ά.) ως μια αφηρημένη κατηγορία που ονομάζει «*νοόσφαιρα*» (περιοχή που «σκέπτεται»)¹⁴. Αυτή η αφαίρεση έχει μάλλον οικολογική προέλευση, αλλά φαίνεται ως απογυμνωμένη τελείως από το «γήινο» περιεχόμενό της: τις κοινωνικές και πολιτιστικές πιέσεις (που ασκούνται και στην εξέλιξη των ίδιων των μαθηματικών εννοιών¹⁵), τις πολιτικές δυνάμεις και την εξουσία, τα συμφέροντα των κοινωνικών ομάδων και την ιδεολογία. Θα θεωρήσουμε την περιοχή αυτή, όπου βασικά λαμβάνονται οι αποφάσεις γύρω από το διδακτικό μετασχηματισμό, ως *μια περιοχή σύγκρουσης και διαπραγμάτευσης μεταξύ κοινωνικών δυνάμεων και των ιδεολογικών συμφραζομένων τους και ακόμα ως μια περιοχή πολιτιστικών πιέσεων και συμβιβαστικών εξισορροπήσεων*¹⁶.

Ιδιαίτερα σήμερα στην ελληνική κοινωνία, δυο είναι κυρίως τα ιδεολογικά πλαίσια που συγκρούονται στην περιοχή των αποφάσεων γύρω από το διδακτικό μετασχηματισμό: η *μέχρι τώρα επικρατούσα ιδεολογία* γύρω από τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους (ας την ονομάσουμε συμβατικά και για χάρη συντομίας «*πλατωνίζουσα*») και η ιδεολογία μιας *εργαλειοποιημένης ορθολογικότητας* που εκφράζεται μέσα από την τεχνοκρατική συνείδηση. Η αρχαιοελληνική μαθηματική παράδοση και ιδιαίτερα η γεωμετρία του Ευκλείδη, το δημοκρατικό πνεύμα του διαλόγου και της ελεύθερης σκέψης που πείθεται από τα αποδεικτικά επιχειρήματα, η πίστη ότι τα μαθηματικά καλλιεργούν αυτή τη σκέψη και βελτιώνουν πνευματικά και ηθικά το νέο άνθρωπο, η πίστη σε μια απόλυτη ή «αισθητική» αξία των μαθηματικών πέρα από τον εργαλειώδη τους χαρακτήρα, είναι μερικά από τα κυριότερα πολιτιστικά και ιδεολογικά στοιχεία της «*πλατωνίζουσας*» πλευράς. Η ορθολογική δράση για την επίτευξη συγκεκριμένων στόχων, η εργαλειοποίηση των μαθηματικών εννοιών, η πραγματιστική και ωφελιμιστική «φι-

λοσοφία», η οργάνωση και διαχείριση έργων, υλικού και ανθρώπων (αδιακρίτως του «έμψυχου» ή «άψυχου» χαρακτήρα όλων αυτών) και η συναφής «υποκοουλτούρα των μάνατζερ», είναι μερικά από τα κυριότερα στοιχεία που προβάλλει η τεχνοκρατική συνείδηση.

Η αντιπαράθεση των παραπάνω πολιτιστικών και ιδεολογικών στοιχείων μάς βοηθάει βέβαια να σχηματίσουμε μια αναγκαία συνολική εικόνα για τις δυνάμεις που συγκροτούνται γύρω από το διδακτικό μετασχηματισμό, μας σκιαγραφεί ένα *ολικό κοινωνικό γεγονός*¹⁷, αλλά δεν είναι και επαρκής για τη μελέτη μας. Οι λεπτοί ιδεολογικοί ιστοί γύρω από τους οποίους ο μετασχηματισμός διαπλέκει την «παιδαγωγική» του δεν είναι δυνατό να περιγραφούν με αυτές τις απλοϊκές και ανεπεξέργαστες έννοιες. Χρειάζεται να εργαστούμε αναλυτικά πάνω σε συγκεκριμένα παραδείγματα από τα σχολικά μαθηματικά, σε συγκεκριμένες μορφές της πρακτικής της διδασκαλίας, θεωρώντας τις όμως όχι αποκλειστικά «μέσα στα μαθηματικά» —γιατί η εκπαίδευση αφορά πρώτα και κύρια τον πολιτισμό και την κοινωνία—, και να εξαγάγουμε από εκεί τις κατάλληλες έννοιες, που με τη βοήθειά τους θα περιγράψουμε τον ιδεολογικό χαρακτήρα του διδακτικού μετασχηματισμού.

Ιδεολογικές διαμεσολαβήσεις στο ελληνικό αναλυτικό πρόγραμμα τα τελευταία χρόνια

Ως συμβολική ημερομηνία για το ξεκίνημα των «προοδευτικών» αλλαγών στο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών τα τελευταία 10 χρόνια θα πάρουμε το τέλος Αυγούστου του '85, όταν γίνεται το Σεμινάριο του ΥΠΕΠΘ για τους καθηγητές που θα εγκαινιάσουν το νέο θεσμό του Ενιαίου Πολυκλαδικού Λυκείου. Στο σεμινάριο αυτό οι συγγραφείς του νέου βιβλίου μαθηματικών για τη Β' τάξη του Ε.Π.Λ. (Κύκλος: Άνθρωπος και Κοινωνία) παρουσίασαν στους καθηγητές τη «φιλοσοφία» του βιβλίου τους και στη συνέχεια έγραψαν πάνω στο ίδιο θέμα ένα άρθρο στο περιοδικό *ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ Γ'* της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας¹⁸. Το κείμενο αυτό είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα των ιδεολογικών συγκρούσεων που περιγράψαμε γενικά πιο πάνω σχετικά με το διδακτικό μετασχηματισμό στα μαθηματικά, καθώς και των συμβιβαστικών εξισορροπήσεων πότε υπέρ της μιας και πότε υπέρ της άλλης άποψης. Για παράδειγμα, στην αρχή διακηρύσσεται ένας γενικός πραγματιστικός στόχος για το αναλυτικό πρόγραμμα:

«Ένα αναλυτικό πρόγραμμα πρέπει να περιλαμβάνει εκείνη την ύλη που θα εφοδιάσει το σύνολο των μαθητών με τις πιο βασικές και τις πιο χρήσιμες στην εποχή μας γνώσεις».

Αμέσως μετά όμως τονίζεται ότι «η ύλη του προγράμματος πρέπει να είναι δομημένη με λογική ιεράρχηση» και ότι «ο κύριος σκοπός της διδασκαλίας των μαθηματικών πρέπει να είναι η προσφορά στους μαθητές της χαράς της καθαρής γνώσης και, μέσω αυτής, ο εθισμός τους στην πειθαρχημένη λογική σκέψη, που είναι απαραίτητη σε κάθε ανθρώπινη δραστηριότητα». Επαναλαμβάνεται επίσης στο ίδιο κείμενο η ρήση του Γαλιλαίου για «το μεγάλο βιβλίο της φύσης» που «είναι γραμμένο στη γλώσσα των μαθηματικών», καθώς και η αντίληψη ότι «οι μαθηματικές ιδέες είναι οι εικόνες της πραγματικότητας και παραμένουν αναλλοίωτες στο χώρο και χρόνο». Οι αντιλήψεις αυτές θα δούμε στη συνέχεια ότι

έπαιξαν ένα καθοριστικό ρόλο στο διδακτικό μετασχηματισμό της σύγχρονης έννοιας της συνάρτησης. Στο ίδιο άρθρο, καθώς και σε άλλα της ίδιας εποχής, γίνεται μια επίθεση ενάντια στο φορμαλισμό της διδακτικής παρουσίασης των προηγούμενων χρόνων.

Το κείμενο για το βιβλίο του Ε.Π.Α. είναι το πρώτο μιας σειράς άρθρων και σχολίων σε περιοδικά της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας αλλά και αλλού¹⁹ στα οποία οι συγγραφείς των σχολικών βιβλίων, τα μέλη του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου ή των Διοικητικών Συμβουλίων της Ε.Μ.Ε. (που από το 1983 και μετά είναι φιλικά διακείμενα προς τον τεχνοκρατικό εκσυγχρονισμό) αναλαμβάνουν την ιδεολογική διαμεσολάβηση ανάμεσα στους στόχους των επιχειρούμενων αλλαγών και τη διδακτική πράξη. Τέτοιες διαμεσολαβήσεις είναι αναγκαίο να γίνουν —άσχετα με το αν πετυχαίνουν το στόχο τους ή όχι— προκειμένου η «αδρανής μάζα» των Ελλήνων εκπαιδευτικών να ωθηθεί —ή ακόμα και να πάψει να αντιστέκεται— προς το ρεύμα της νέας μεγάλης αναδιάθρωσης της οικονομίας και της εκπαίδευσης. Ιδιαίτερα για τα μαθηματικά, αυτό σημαίνει μια «ορθολογικότερη» οργάνωση και συγκεκριμενοποίηση του περιεχομένου τους που πρόκειται να διδαχτεί, με βάση κυρίως τη «χρησιμότητα» και «επικαιρότητα» του και όχι τόσο τις παραδοσιακές αξίες και προτιμήσεις των ίδιων των εκπαιδευτικών²⁰.

Σαν παράδειγμα, η *γραμμική άλγεβρα* διδάσκεται σήμερα στο Λύκειο αποσυνδεδεμένη από τη *γεωμετρία*, που έχει πλέον υποβαθμιστεί. Έτσι εμφανιζόμενη η *άλγεβρα*, ως πακέτο από πληροφορίες και λογιστικές τεχνικές, είναι το ιδεώδες πρότυπο για μια «πολτοποίηση» της διδασκόμενης μαθηματικής γνώσης, μια τέλεια ανάμιξη της θεωρίας με την «τεχνική», καθώς μια *απόδειξη* στα μαθηματικά είναι πλέον ταυτόχρονα και ένας *υπολογισμός*. Η ίδια στρατηγική ακολουθείται και στα θέματα των Γενικών Εξετάσεων, που το Δ.Σ. της Ε.Μ.Ε. ιδεολογικοποιεί με σχόλια όπως: «Συνεχίστηκε η θετική τάση αποφυγής πολλών θεμάτων θεωρίας» (σχόλιο του προέδρου της Ε.Μ.Ε. για τις εξετάσεις στα μαθηματικά της 4ης Δέσμης, 24-6-95). Οι «πιο βασικές» και οι «πιο χρήσιμες στην εποχή μας γνώσεις», που πρέπει να μάθουν —αδιάφορο με ποια κατανόηση— οι μαθητές, είναι ένα «μίνιμουμ» απαιτούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων που καταντά να γίνει το «μάξιμουμ» εφικτό, όπως ήταν άλλοτε η απομνημόνευση της προπαίδειας στο Δημοτικό Σχολείο.

Η ανάδυση της σύγχρονης έννοιας της συνάρτησης και ο διδακτικός μετασχηματισμός της

Η σύγχρονη έννοια της συνάρτησης αποτελεί το βασικό ιστό των μοντέρνων μαθηματικών και γενικότερα μια από τις κυριότερες εκφάνσεις του επιστημονικού λόγου της νεωτερικότητας.

Εξετάζοντας τα έργα των μαθηματικών του 19ου αιώνα, βλέπουμε ότι το νόημα, ο ιδιαίτερος χαρακτήρας ή η «φυσιογνωμία» της έννοιας αυτής προέκυψε από τη γεωμετρία, τη νεώτερη (ή συμβολική) *άλγεβρα* και τα νεώτερα επιτεύγματα της ανάλυσης, και ήταν ουσιαστικά μια γενίκευση της έννοιας του *μετασχηματισμού*. Για παράδειγμα, ο R. Dedekind, στο περίφημο άρθρο του «Η Φύση και το Νόημα των Αριθμών» —«The Nature and Meaning of Numbers» (1887)—, γράφει²¹:

«Ορισμός: Ως μετασχηματισμός (transformation, γερμανικά *abbildung*) ενός συστήματος S εννοούμε ένα νόμο (κανόνα) σύμφωνα με τον οποίο, σε κάθε καθορισμένο στοιχείο s του S “ανήκει” (there belongs) ένα επίσης καθορισμένο αντικείμενο, που λέγεται “μετασχηματισμένο” (transform) του s και σημειώνεται με $\varphi(s)$. Λέμε ακόμη ότι το $\varphi(s)$ “αντιστοιχεί” στο στοιχείο s , ότι το $\varphi(s)$ “προκύπτει” ή “παράγεται” από το s μέσω του μετασχηματισμού φ και ότι το s “μετασχηματίζεται” στο $\varphi(s)$ μέσω του φ ».

Βλέπουμε εδώ ότι ο Dedekind δε χρησιμοποιεί ρητά τη λέξη «συνάρτηση» αλλά στη θέση της βάζει τη λέξη «μετασχηματισμός» ή καλύτερα τον όρο «μετασχηματισμός ενός συστήματος S », που βασικά σημαίνει την πιο γενική έννοια συνάρτησης. Η έννοια αυτή απέχει αρκετά από την έννοια της συνάρτησης στον Euler και τους συγχρόνους του. Όμως, το σύμβολο (σημειό-γράμμα) « φ » εδώ μπορούμε με αρκετή σιγουριά να υποθέσουμε ότι είναι το αντίστοιχο ελληνικό γράμμα του αρχικού της λέξης «*functio*» (λατινικά η «συνάρτηση»), ενός όρου που χρησιμοποιούνταν τουλάχιστον από το 18ο αιώνα στα μαθηματικά. Έτσι, ο όρος «συνάρτηση», παρόλο που δε χρησιμοποιείται ρητά, υποδηλώνεται έμμεσα στον ορισμό του Dedekind, και μάλιστα με την πιο γενική του σημασία.

Όσο κι αν φαίνεται περίεργο, η σύγχρονη έννοια της συνάρτησης διαμορφώθηκε όχι μόνο μέσα από τα τρέχοντα προβλήματα της μαθηματικής έρευνας, αλλά και σε άμεση σχέση με διδακτικά και επιστημολογικά ζητήματα που έχουν σχέση με την ιδέα του «συστήματος» στα μαθηματικά. Ο Hans Niels Jahnke έχει εξετάσει σχετικά το ζήτημα του «συστήματος» στη μαθηματική παιδεία από ιστορική σκοπιά, δείχνοντας ότι αυτό το ζήτημα χρονολογείται στη Γερμανία από τις αρχές του περασμένου αιώνα, με την εκπαιδευτική μεταρρύθμιση του Humboldt (1810). Η ιδέα του «συστήματος» είχε συνεπάρε τους Γερμανούς μαθηματικούς μετά από τις ανακαλύψεις του Euler στις συναρτήσεις, τις σειρές και την αναλυτική συμπεριφορά τους. Αυτές οι επιτυχίες στα μαθηματικά συνδυάστηκαν με το φιλοσοφικό πνεύμα του νεο-ουμανισμού που επικρατούσε την εποχή εκείνη και οδήγησαν στο συμπέρασμα, ότι τάχα τα μαθηματικά θα κατανοούνταν καλύτερα αν διδάσκονταν ανεξάρτητα από τις «εφαρμογές» τους. Όπως έγραφε το 1845 ο μαθηματικός A.L. Crelle,

«... το πνεύμα των μαθηματικών, ο μαθηματικός τρόπος σκέψης, πρέπει να είναι η οδηγούσα αρχή...»²².

Στην ελληνική εκπαίδευση, η σύγχρονη έννοια της συνάρτησης περνάει, από την περίοδο της μεταρρύθμισης του '60, μέσω της συνολοθεωρητικής γλώσσας των «διμελών σχέσεων» και «απεικονίσεων».

Θα περιοριστούμε στην εξέταση ενός από τα πιο χαρακτηριστικά στοιχεία της παρουσίασης των συναρτήσεων στα ελληνικά διδακτικά βιβλία από το 1985. Η εργασία μας δεν έχει σκοπό να εξαντλήσει όλες τις εννοιολογικές και ιστορικές πτυχές του διδακτικού μετασχηματισμού αναφορικά με τις σχέσεις και συναρτήσεις —θέμα που απαιτεί μια λεπτομερή και σε βάθος ανάλυση των βιβλίων, προγραμμάτων και λοιπών ντοκουμέντων από τα πρώτα χρόνια της δικτατορίας των συνταγματαρχών μέχρι σήμερα. Σκοπός μας είναι να εξετάσουμε τις συναρτήσεις ως παράδειγμα που μπορεί να αποκαλύψει σημαντικές πτυχές από το διδακτικό μετασχηματισμό και την υποκείμενη του ιδεολογία²³.

Από την άποψη αυτή, η σπουδαιότερη «μετατόπιση του νοήματος» που υφίσταται η έννοια της συνάρτησης κατά το διδακτικό μετασχηματισμό είναι μια συνεχής διολίσθηση προς την εικόνα του γραφήματος της συνάρτησης.

Η τάση αυτή υπήρχε και παλιότερα αλλά τείνει συνεχώς να αυξάνεται τα τελευταία χρόνια. Με τη βοήθεια των μικροϋπολογιστών και της εικονιστικής λογικής των graphics αναδεικνύεται βαθμιαία, μέσα στα ίδια τα μαθηματικά και τη μαθηματική παιδεία, μια μη αποδεικτική και γενικότερα *μη διασκεπτική* (non-discursive) τάση. Την τάση αυτή θα μπορούσαμε να την παραλληλίσουμε με το κάπως παλιότερο φαινόμενο της παραγωγής μιας λίγο πολύ «άφωνης» δράσης μαζικά αποδεκτών χαρακτηρισμών-ηρώων μέσω του κόμικ ή της τεχνικής των κινουμένων σχεδίων. Η διαφορά όμως των σημερινών graphics και κόμικς από τους στιλιζαρισμένους και κάποτε αμφισβητησιακούς προδρόμους τους είναι ότι (όπως ο καλοκάγαθος Παππούλης στο βιβλίο μαθηματικών της Α' Γυμνασίου) η σημερινή εικονογράφηση λειτουργεί αποκλειστικά στο πλαίσιο μιας παθητικής κοινωνικής ένταξης.

Η διολίσθηση προς την ιδέα του γραφήματος και των γραφικών ή άλλων εικονικών παραστάσεων συνδέεται ακόμη με μια τάση να θεωρηθούν οι συναρτήσεις ως εικόνα της φυσικής πραγματικότητας, ως «νόμοι» που διέπουν τη φύση (ή την οικονομία και την κοινωνία). Αυτή η τάση εμφανίζεται στην ελληνική εκπαίδευση από το 1985, τότε που, όπως προαναφέραμε, αρχίζει να πνέει ένας άνεμος «προοδευτικών» αλλαγών στο σύνολο του αναλυτικού προγράμματος των μαθηματικών. Δεν εκφράζει η τάση αυτή ούτε μονάχα την κυρίαρχη ιδεολογία γύρω από τα μαθηματικά, αλλά ούτε μόνο και την τεχνοκρατική συνείδηση αποτελεί ένα ιδιαίτερο αμάλγαμά τους, με έντονο προσανατολισμό προς ωφελιμιστικούς στόχους και κριτήρια. Με τον τρόπο αυτό διευθετούνται οι συγκρούσεις χωρίς να αφήνεται και η παράδοση. Η ιδέα της συνάρτησης ως εικόνας της φυσικής πραγματικότητας (ή ως «εργαλείου» ιδανικού για την «αντικειμενική» περιγραφή της φύσης) είναι πολύ παλιά —και οπωσδήποτε προϋπήρξε της νεωτερικότητας. Βρίσκει κανείς το αποκορύφωμά της ίσως στον Joseph Fourier, ο οποίος διακήρυξε ότι η μαθηματική ανάλυση θα πρέπει να αναπτύσσεται σύμφωνα με τις ανάγκες της (μαθηματικής) περιγραφής των φυσικών φαινομένων. Οι ρίζες αυτής της ιδεολογίας θα πρέπει να αναχθούν στον Γαλιλαίο και τη μετααναγεννησιακή κοσμοεικόνα της «φύσης». Παρόλο που οι συναρτήσεις δεν είχαν από τότε εμφανιστεί στις μαθηματικές μελέτες, εντούτοις υπολάνθαναν στην ποσοτική περιγραφή των φυσικών φαινομένων (η οποία τύποις μονάχα γινόταν ακόμα στην αρχαία ή μεσαιωνική μαθηματική γλώσσα των «αναλογιών»). Από την άποψη αυτή, το σημερινό ελληνικό «back to the basics» θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι σημειώνει ένα αξιοθαύμαστο ρεκόρ, αν υποθέσουμε ότι πετυχαίνει τους στόχους του: γιατί μας μεταφέρει απευθείας από το μίξερο «μεταμοντέρνο» πνεύμα της εποχής μας πίσω στην αισιόδοξη κοσμοαντίληψη των αρχών του 17ου αιώνα, διαγράφοντας διά μιάς τελείως τον αιώνα του Διαφωτισμού και τις νεότερες εξελίξεις από τη Γαλλική Επανάσταση και τον Condorcet μέχρι τον René Thom και τα μαθηματικά πρότυπα της μορφογένεσης!

Έτσι, οι ιδεολογικές διαμεσολαβήσεις στις αλλαγές του αναλυτικού προγράμματος, τις οποίες εξετάσαμε πιο πάνω σ' αυτό το άρθρο, επιδρούν καίρια στο διδακτικό μετασχηματισμό. Οι «ιθύνοντες» των διδακτικών επιλογών από τις οποίες εξαρτάται ο διδακτικός μετασχηματισμός εμφανίζονται ως ενήμεροι της ιστορικότητας των μαθηματικών εννοιών

και της εργαλειακής τους συμβολής στον πολιτισμό και την κουλτούρα (όπως συμβαίνει ιδιαίτερα με την περίπτωση της έννοιας της συνάρτησης και της παραγώγου ή του ολοκληρώματος). Έχουν πάρει όμως αυτό το μήνυμα στρεβλά ή το έχουν ερμηνεύσει με έναν τρόπο που εξυπηρετεί ωφελιμιστικούς μόνο στόχους. Οι γνώσεις που τα τελευταία χρόνια κατεβαίνουν σωρηδόν από το Πανεπιστήμιο στο Λύκειο πρέπει πάση θυσία να «περάσουν» στους μαθητές όσο νωρίτερα γίνεται, στα πλαίσια της συντελούμενης αναδιάρθρωσης της οικονομίας και της συνεπαγόμενης αλλαγής των πανεπιστημιακών προπτυχιακών ή μεταπτυχιακών προγραμμάτων προς κατευθύνσεις που ορίζει η αγορά. Για παράδειγμα, η παράγωγος συνάρτησης εισάγεται σήμερα από τη Β΄ Λυκείου και πριν από τον τυπικό ορισμό της έννοιας του ορίου (εδώ η ιστορία των μαθηματικών χρησιμεύει μάλλον ως άλλοθι!). Υποτίθεται ότι έτσι οι μαθητές θα πάρουν μια «γεύση» από τον απειροστικό λογισμό αρκετά νωρίς, ώστε να εξοικειωθούν με τα «εργαλεία» του. Η γεύση αυτή όμως δε μοιάζει καθόλου μ' εκείνη του παλιού κρασιού. Οι έννοιες που διδάσκονται δεν έχουν κρατήσει τίποτα από τον προβληματισμό του Euler σχετικά με το τι θα έπρεπε να είναι (να ονομάζεται) μια *συνεχής* συνάρτηση ή από τις ιδέες που οδήγησαν τον Cauchy να δώσει τον «ε-δ» ορισμό του ορίου. Η ίδια η έννοια του ορίου εισάγεται πρώτα «δαισθητικά» μέσα από ένα πλήθος εικόνων, τις οποίες προσφέρουν αφειδώς τα νέα βιβλία μαθηματικών της Γ΄ Λυκείου. Στο βιβλίο ανάλυσης για τη 2η και 4η Δέσμη, μέσα σε 33 σελίδες, που καταλαμβάνει το κεφάλαιο για το όριο και τη συνέχεια συνάρτησης, μετρήσαμε περίπου 50 εικόνες με γραφικές παραστάσεις και 41 εκφωνήσεις ορισμών, θεωρημάτων κ.ά., οι οποίες εμφανίζονται μέσα σε πλαίσιο ή σε μορφή που τις κάνει να ξεχωρίζουν από το υπόλοιπο κείμενο. Βλέποντας κανείς αυτά τα βιβλία, με τη συσσώρευση πληροφοριών που υπάρχει στις σελίδες τους, αναρωτιέται πού θα βρουν οι μαθητές το «έδαφος» και το χρόνο για να σκεφτούν αυτά που διδάσκονται. Αν η κριτική αμφισβήτηση και η αναστοχαστική σκέψη ήταν παλιότερα κατακριτέες εξαιτίας της κυρίαρχης ιδεολογίας γύρω από τα μαθηματικά, σήμερα είναι και αντικειμενικά αδιανόητες!

Τελικές παρατηρήσεις σχετικά με την τάση «επιστροφής» στις αντιλήψεις του παρελθόντος

Η ουσία του μυθικού γεγονότος είναι η επιστροφή
Walter Benjamin

Ο κοινωνιολόγος Max Weber περιέγραψε τη διαδικασία εξορθολογισμού των μοντέρνων κοινωνιών ως μια «απομάγευση του κόσμου», ως βαθμιαία επιβολή του εργαλειικού λόγου σε όλους τους τομείς του πολιτισμού, της κοινωνικής ζωής και της πολιτικής δράσης. Ταυτόχρονα προέβλεψε ότι οι άνθρωποι, μπροστά στο νοηματικό, πολιτιστικό και ηθικό κενό που παράγεται από το γενικό εξορθολογισμό, θα βρουν νέους «προφήτες» για να πιστέψουν ή θα επιστρέψουν στους παλιούς. Παράλληλα και εξαιτίας της διαδικασίας του εξορθολογισμού της κοινωνίας αρχίζει έτσι να υποθάλπεται και η επιστροφή του ανορθολογισμού «από το παράθυρο».

Η περίπτωση της διδασκαλίας των συναρτήσεων μας δείχνει ότι οι παράγοντες που

επενεργούν καταλυτικά για την επιστροφή σε παλιά σχήματα στο γενικότερο κοινωνικό πλαίσιο έχουν καταλυτική επίδραση και στη διαδικασία του διδακτικού μετασχηματισμού. Η περιοχή της «νοόσφαιρας», στην οποία γίνονται οι βασικές επιλογές του περιεχομένου και του τρόπου της παρουσίασης, δεν περιλαμβάνει πια μαθηματικούς ή παιδαγωγούς με διεθνώς αναγνωρισμένο κύρος, «αυθεντίες» σε έναν ή περισσότερους τομείς. Αντίθετα, ένα μεγάλο μέρος των αποφάσεων λαμβάνεται από απλούς τεχνοκράτες ή, αντίθετα, από ανθρώπους με στεγνή «υπαλληλική» νοοτροπία, από *Ανθρώπους Χωρίς Ιδιότητες*, όπως ο Ούρλιχ στο γνωστό μυθιστόρημα του Ρόμπερτ Μούζιλ.

Στους κύκλους αυτούς η αποτυχία της μεταρρύθμισης του '60-'70 έχει καταγραφεί γενικά ως χρεωκοπία των προοδευτικών ιδεών και των «μεγάλων σχεδίων» στη μαθηματική παιδεία, του δομισμού και της συνολοθεωρητικής γλώσσας. Και πραγματικά, χωρίς την αυθεντία παιδαγωγών όπως ο Dienes και το ζεύγος Papyς ή μαθηματικών όπως ο Freudenthal, ο Choquet και ο Dieudonné, ο βασιλιάς της μεταρρύθμισης έχει αποδειχτεί γυμνός. Αλλά μετά απ' αυτό το ξεγύμνωμα και τη χρεωκοπία των νέων μεθόδων, επικρατεί ένα γενικό χάος ή, βαθύτερα, ένα απόλυτο κενό.

Επόμενο ήταν λοιπόν, ύστερα απ' αυτά, οι διδακτικές επιλογές των παραπάνω κύκλων να στραφούν προς τις αντιλήψεις του παρελθόντος («πίσω στα βασικά»), καθώς αυτές αντιπροσωπεύουν καλύτερα το νεο-συντηρητικό πνεύμα των μεσαίων στρωμάτων. Αλλά, βέβαια οι διδακτικές επιλογές για τα μαθηματικά δεν μπορεί να εξαντλούνται σε μια πρώτη απόφαση «επιστροφής» —όσο θεμελιώδης και αν είναι αυτή και όσο κι αν επηρεάζει καταλυτικά τις επόμενες εξελίξεις. Θα πρέπει να φαίνεται ότι η «επιστροφή» αυτή γίνεται για χάρη του εκσυγχρονισμού, ότι είναι μια «επικαιροποίηση», με την έννοια που δίνει σ' αυτή τη λέξη ο Μισέλ Φουκό, δηλαδή μια επανένταξη ενός λόγου σε ένα «νέο» τομέα γενίκευσης, εφαρμογής ή «ευέλκτου» μετασχηματισμού της κοινωνίας. Έτσι, στην περίπτωση της έννοιας της συνάρτησης, από το ένα μέρος αυτή πρόκειται να εκφράσει «νόμους» της φύσης, κατά τα μετα-αναγεννησιακά πρότυπα, και από το άλλο θα πρέπει η ίδια έννοια να φαίνεται ότι συμβαδίζει με τον εκσυγχρονισμό και τις προόδους της τεχνολογίας, εξ ου οι πολλές εικόνες και η ερμηνεία του ντετερμινιστικού αυτομάτου («άδεια θέση» ή μηχανή που χειρίζεται αριθμούς) στα σχολικά βιβλία.

Ο διδακτικός μετασχηματισμός, επομένως, αποτυγχάνει να αποδώσει το νόημα και της παλιάς και της νεότερης αντίληψης για τη συνάρτηση: στην πρώτη περίπτωση πασχίζει μάταια να «εκσυγχρονίσει» μια εννοιολογική σύλληψη που ανάγεται στο 17ο και 18ο αιώνα, ενώ στη δεύτερη αδυνατεί να παρουσιάσει ένα πραγματικό νέο μαθηματικό αντικείμενο.

Σημειώσεις - Αναφορές

1. Ο όρος «transposition didactique» έχει αποδοθεί στα ελληνικά ως «διδακτική μετάθεση», «διδακτική μετατόπιση», «διδακτική μετάπλαση» και «διδακτικός μετασχηματισμός». Επιλέξαμε τον τελευταίο όρο επειδή οι διαδικασίες που εμπλέκονται στη διαμόρφωση των «σχολικών μαθηματικών» έχουν ένα συνεχή μάλλον παρά διακριτό χαρακτήρα.

2. Βλ. σχετ. Γιάννης Θωμαΐδης, *Διδακτική Μετατόπιση Μαθηματικών Εννοιών και Εμπόδια Μάθησης*, Διδακτορική διατριβή που εγκρίθηκε από το Τμήμα Μαθηματικών του Α.Π.Θ., Θεσσαλονίκη 1995.
3. G. H. Hardy, *A Mathematician's Apology*, Cambridge Univ. Press, 1967 (reprinted 1993).
4. Γ. Κουζέλης, *Από τη βιωματική εμπειρία στον επιστημονικό κόσμο*, εκδ. Κριτική, 1991, σελ. 200.
5. Βλ. και P. Raymond, *Le Passage au Matérialisme*, Maspero, 1973.
6. J. Piaget, *Επιστημολογία των Επιστημών του Ανθρώπου*, εκδ. Ράπτα, 1977, σσ. 40-41.
7. Βλ. σχετ. G. Polya, *Induction and Analogy in Mathematics* και I. Lakatos, *Proofs and Refutations*, Cambridge Univ. Press, 1976.
8. Βλ. π.χ. U. D'Ambrozio, «Socio-Cultural Bases for Mathematical Education», *Proceedings of ICME*, 5, 1984.
9. Βλ. Μπ. Τουμάσης, «Μια ανασκόπηση του Παγκόσμιου Σχηματικού της Μαθηματικής Εκπαίδευσης τα τελευταία 200 χρόνια», *Εκκλειδής Γ'*, τευχ. 16, 1987.
10. Morris Kline, *Γιατί ο Γιάννης δεν μπορεί να κάνει πρόσθεση — Η αποτυχία των μοντέρνων μαθηματικών*, εκδ. Βάνιας, Θεσ/νίκη 1990. Βλ. μια κριτική αυτής της άποψης στο Τ. Πατρώνης, «Κριτική του Εργαλειοποιημένου Λόγου στη Μαθηματική Παιδεία», *Νέα Κοινωνιολογία*, τευχ. 17, 1993.
11. Ν. Πουλαντζάς, «Παιδεία και Κοινωνικό Περιβάλλον», *Εκπαίδευση και Επιστήμη*, τόμος 3, σελ. 14.
12. Jürgen Habermas, *La Technique et la Science comme «Idéologie»*, Gallimard, 1973, σελ. 58.
13. M. Apple, *Ιδεολογία και Αναλυτικά Προγράμματα*, εκδ. Παρατηρητής, 1986.
14. Y. Chevallard, *La Transposition Didactique: Du Savoir Savant au Savoir Enseigné*, La Pensée Sauvage, 1985.
15. R. Wilder, *Η εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών*, Σειρά Open University (έλλην. εκδ. Κουτσουμπός).
16. Ο Γ. Θωμαΐδης (ό.π.) εξετάζει διεξοδικά τα αποτελέσματα αυτών των πείσεων και συμβιβαστικών «εξισορροπισεων», τους «συμβιβαστικούς σχηματισμούς» και τα «ψευδοπλάισια» που διαμορφώνονται γύρω από μια μαθηματική έννοια κατά την πορεία του διδακτικού μετασχηματισμού, χωρίς να ασχολείται όμως με το κοινωνικο-πολιτιστικό πλαίσιο παραγωγής αυτών των «ψευδοπλαισίων».
17. Σχετ. με την έννοια του ολικού κοινωνικού γεγονότος, βλ. Marcel Mauss, *Το Δώρο*, εκδ. Καστανιώτη, 1979.
18. Δ. Καραγεώργος - Α. Κατσουλάκης, «Ένα νέο σχολικό βιβλίο», *Εκκλειδής Γ'*, τευχ. 8, 1985.
19. Βλ. π.χ. Λ. Αδαμόπουλος «Το Νέο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση», στο *Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών*, Προτάσεις, Αθήνα 1992 και Ν. Κλαουδάτος «Η Μοντελοποίηση στη Διδακτική Πράξη», στο ίδιο, Αθήνα 1992.
20. Ο Ν. Κλαουδάτος, στο άρθρο του «Ιδεολογικές τοποθετήσεις των καθηγητών-μαθηματικών Μ.Ε. για το ρόλο του μαθήματος και οι ενδεχόμενες επιδράσεις στο σχολικό βιβλίο των μαθηματικών» (*Εκκλειδής Γ'*, τευχ. 13, 1986), θέλοντας, όπως λέει ο ίδιος, να... αποφύγει το Λογικό Θετικισμό ως μέθοδο σκέψης, τον φορτώνει στην «ιδεολογική συγκρότηση» των Ελλήνων εκπαιδευτικών που «σε μεγάλο βαθμό προέρχονται από τα ευρύτερα λαϊκά στρώματα και λιγότερο από τα μεσαία αστικά»! Δεν ξανακούστηκε ποτέ ο Λογικός Θετικισμός να έχει τέτοια πέραση στις λαϊκές τάξεις και να εντυπωσιάζει τόσο τους γόνους των εργατών και αγροτών που φοίτησαν στο Πανεπιστήμιο. Μήπως λέγοντας «Λογικό Θετικισμό» ο συγγραφέας του εν λόγω άρθρου εννοεί την κυρίαρχη «πλατωνίζουσα» ιδεολογία γύρω από τα μαθηματικά;
21. Αγγλική έκδ. Dover, 1963, σελ. 50.
22. Αναφέρεται στο άρθρο του H.N. Jahnke «Mathematics and Systematic Thinking: A historical note on an acute problem», *Proceedings of the 1st Italian-German Symposium on Didactics of Mathematics*, 1988, σελ. 61.
23. Η Μαρία Καλδρυμίδου, στο άρθρο της «Επιστημολογικά Χαρακτηριστικά των Μαθηματικών και των Σχολικών Μαθηματικών» (*Η Λέσχη των Εκπαιδευτικών*, τευχ. 13, 1996) διακρίνει ανάμεσα στο πλαίσιο των σχολικών μαθηματικών και στα «μαθηματικά ως επιστήμη» κάποιες «θεμελιώδεις» διαφορές, σαν να τις θεωρεί ως απόλυτα ισχύουσες (ανεξάρτητα από το κοινωνικό πλαίσιο). Για παράδειγμα, θεωρεί τον ορισμό μιας έννοιας (π.χ. της έννοιας της συνάρτησης) ως «ανοιχτό» στα μαθηματικά και «κλειστό» στα σχολικά μαθηματικά, πράγμα που δεν ισχύει: Ο ορισμός του Dedekind που εκθέσαμε πιο πάνω ορίζει με «κλειστό» τρόπο ένα μαθηματικό αντικείμενο — εδώ η ρήση του Wittgenstein χαρακτηρίζει στο βάθος της τη μαθηματική πρακτική— ενώ τα «καινούργια νοήματα» που αποδόθηκαν στην έννοια συνόδευσαν ή προετοίμασαν αριζικά αυτόν τον ορισμό. Αντίθετα, στο σχολείο είναι πασιγνώστη η πρακτική της «σπειροειδούς» ανέλιξης του αναλυτικού προγράμματος, όπου η ίδια έννοια μπορεί να ορίζεται με διαφορετικό τρόπο από τάξη σε τάξη, ή από μια βαθμίδα εκπαίδευσης στην άλλη.