

# Πολυδιάστατη ανάλυση κατηγορικών δεδομένων μέσω της Παραγοντικής Ανάλυσης των Αντιστοιχιών στην ψυχολογική έρευνα

Γρηγόρης Κιοσέογλου  
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

## Περίληψη

Η ταυτόχρονη επεξεργασία ποικίλων ποιοτικών μεταβλητών με σκοπό τη διερεύνηση της δομής τους παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον στο χώρο των επιστημών συμπεριφοράς. Αυτό το ενδιαφέρον ικανοποιεί αποτελεσματικά η μέθοδος της Παραγοντικής Ανάλυσης των Αντιστοιχιών (ΠΑΑ), οι βασικές αρχές της οποίας παρουσιάζονται στο άρθρο αυτό. Αναλύονται οι κατάλληλες τεχνικές που επιτρέπουν την ουσιαστική περιγραφική κατηγορικών δεδομένων που περιέχονται σε πίνακες συχνότητας ή σε ερωτηματολόγια. Τέλος, μέσα από συγκεκριμένες εφαρμογές υποδεικνύονται οι τρόποι με τους οποίους η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί επωφελώς στην ψυχολογική έρευνα.

## Εισαγωγή στην Παραγοντική Ανάλυση των Αντιστοιχιών

Η Παραγοντική Ανάλυση των Αντιστοιχιών (ΠΑΑ) αποτελεί στατιστική μέθοδο που έχει ως σκοπό την περιγραφική ανάλυση ενός συνόλου ποιοτικών δεδομένων έτσι ώστε να καταστήσει πιο εύκολη την ερμηνεία τους και να βοηθήσει στην εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικών με το φαινόμενο που εκφράζουν. Αποτελεί συνελπώς περιγραφική μέθοδο, χωρίς με αυτό να θεωρηθεί ότι πρόκειται για μέθοδο ανάλυσης απλότητας με αυτές που συνήθως χρησιμοποιεί η περιγραφική Στατιστική. Η ΠΑΑ αποτελεί τμήμα των μεθόδων της “πολυδιάστατης στατιστικής ανάλυσης”

γιατί έχει τη δυνατότητα να επεξεργάζεται πίνακες δεδομένων που προέρχονται από μετρήσεις μεγάλου αριθμού μεταβλητών. Το βασικό της πλεονέκτημα είναι ότι επιτρέπει την ταυτόχρονη επεξεργασία όλων των μεταβλητών και όχι τη μελέτη της καθεμιάς ξεχωριστά ή το πολύ τη μελέτη των μεταβλητών ανά δύο, όπως κάνουν οι συνηθισμένες περιγραφικές μέθοδοι. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται η περιγραφή κατά τρόπο συνολικό και όχι αποσπασματικό.

Η ΠΑΑ είναι μέθοδος προορισμένη να αναλύει ποιοτικά δεδομένα. Αυτό σημαίνει ότι οι μεταβλητές που επεξεργάζεται είναι κατηγορικές που οι διάφορες κατηγορίες τους μπορεί να βρίσκονται ή όχι σε σειρά διάτα-

Ευχαριστώ την Έλενα Χάντες για την παραχώρηση πρωτότυπων και αδημοσίευστων πειραματικών δεδομένων από την υπό εκπόνηση διδακτορική της διατριφή που αφορούν την έρευνα για τη βελτίωση της ενδυνάμυνσης επικοινωνίας.

Ευχαριστώ επίσης τους μεταπτυχιακούς φοιτητές του τομέα Ψυχολογίας του Α.Π.Θ. Σμαράγδα Καζή και Νίκο Μπότatzη για τη συνεργασία και τη βοήθειά τους στο σχηματισμό των ερωτημάτων που προέκυψαν από την εφαρμογή της ΠΑΑ σε δεδομένα που αφορούσαν στη διερεύνηση των προτύπων για τη νοημοσύνη από ανθρώπους μη ειδικούς στην ψυχολογία της νοημοσύνης και στη διερεύνηση των διαστάσεων της αυτο-εικόνας των εφήβων, αντίστοιχα.

Θέλω, τέλος, να ευχαριστήσω τον επίκουρο καθηγητή της Πολυτεχνικής Σχολής του Δημοκρίτειου Πανεπιστημίου Θράκης Αλέξανδρο Καράκο για την ευγενική παραχώρηση του προγράμματος H/Y PRAXITELE μέσω του οποίου πραγματοποιήθηκαν οι εφαρμογές της ΠΑΑ που παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία.

Διεύθυνση: Γρηγόρης Κιοσέογλου, Εργαστήριο Ψυχολογίας, Φιλοσοφική Σχολή, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης 540 06.

ξης (μεταβλητές σε τακτική ή σε ονομαστική κλίμακα). Είναι δυνατή επίσης η επεξεργασία ποσοτικών μεταβλητών αφού όμως προηγουμένως μετατραπούν σε κατηγορικές με κατάλληλη κατάταξη τους.

Η Ανάλυση των Αντιστοιχιών, τέλος, ονομάζεται “παραγοντική” γιατί επιτιγχάνει την περιγραφή των δεδομένων με την αναγωγή τους σε ένα μικρό αριθμό νέων μεταβλητών που συντίθενται ειδικά για το σκοπό αυτό, των “παραγόντων”. Οι παράγοντες αυτοί είναι ικανοί να αναδείξουν τα ουσιαστικότερα κρυμμένα χαρακτηριστικά που περιέχουν τα δεδομένα, να εξερευνήσουν δηλαδή τη δομή τους. Εδώ φαίνεται η ομοιότητα της ΠΑΑ με τη στατιστική μέθοδο της “ανάλυσης σε κύριες συνιστώσες” που έχει επικρατήσει να ονομάζεται απλά “Παραγοντική Ανάλυση”. Η μέθοδος αυτή που είναι προγενέστερη της ΠΑΑ έχει σκοπό να περιγράψει το πλέγμα των αλληλοσυσχετίσεων ενός συνόλου από μετρήσιμες (ποσοτικές) μεταβλητές με αναφορά σε ένα περιορισμένο αριθμό παραγόντων.

Η ΠΑΑ ήρθε να καλύψει το κενό του χειρισμού ποιοτικών μεταβλητών με έναν τρόπο που από μαθηματικής άποψης παρουσιάζει σε γενικές γραμμές αρκετές ομοιότητες με αυτόν της Παραγοντικής Ανάλυσης. Πιστεύουμε ότι η συμβολή της ΠΑΑ σαν εργαλείο ανάλυσης ποιοτικών δεδομένων είναι μεγάλης σημασίας, αν αναλογιστεί κανείς την ολοένα και μεγαλύτερη αξία που αποδίδεται στην εισαγωγή ποιοτικών χαρακτηριστικών στο ερευνητικό πεδίο των κοινωνικών και ανθρωπιστικών επιστημών. Ειδικότερα στο χώρο των επιστημών συμπεριφοράς είναι πολύαριθμες, ως γνωστόν, οι περιπτώσεις όπου γίνεται χρήση ποιοτικών χαρακτηριστικών κατά την έρευνα των ψυχολογικών και κοινωνικών φαινομένων. Συνεπώς είναι αναγκαία η εφαρμογή προηγμένων αλλά και ταυτόχρονα εύχρηστων στατιστικών μεθόδων που θα επέτρεπαν την ανάλυση τέτοιων χαρακτηριστικών σε βάθος μεγαλύτερο από ό,τι γίνεται σήμερα.

Όπως η Παραγοντική Ανάλυση αποτελεί

στο χώρο της Ψυχολογίας κλασσική μέθοδο περιγραφής πολυδιάστατων ποσοτικών μετρήσεων - με ιδιαίτερη έμφαση στον τομέα της Ψυχομετρίας όπου και πρωτοεμφανίστηκε - έτσι και η ΠΑΑ μπορεί να αποτελέσει πολύτιμο βοήθημα στον ερευνητή των ψυχολογικών φαινομένων στην περίπτωση που απαιτείται η ανάλυση ποιοτικού στατιστικού υλικού.

Η παρούσα εργασία στοχεύει να παρουσιάσει με συνοπτικό τρόπο τα κύρια χαρακτηριστικά, τις βασικές ιδιότητες, και τον τρόπο ερμηνείας των αποτελεσμάτων της μεθόδου αυτής. Γίνεται επίσης αναφορά σε εφαρμογές της μεθόδου σε πραγματικά δεδομένα που προέκυψαν από ψυχολογικές έρευνες, με σκοπό η μέθοδος να γίνει κατανοητή και να χρησιμοποιηθεί επωφελώς από κάθε ενδιαφερόμενο. Με αυτόν τον τρόπο ευελπιστούμε ότι η εργασία αυτή θα συνεισφέρει, από μεθοδολογικής άποψης, στο χώρο της εφαρμοσμένης ψυχολογικής έρευνας στη χώρα μας. Επισημαίνουμε, τέλος, ότι επιχειρήσαμε να διατηρήσουμε τις αναφορές σε μαθηματικές και στατιστικές έννοιες σε επίπεδο κατανοητό από το μέσο ερευνητή των επιστημών της συμπεριφοράς.

## Σύντομη ιστορική αναδρομή

Η στατιστική αυτή μέθοδος οφείλει την ύπαρξη και την ανάπτυξή της στις εργασίες του Jean Paul Benzécri. Ο όρος “ανάλυση των αντιστοιχιών” (analyse des correspondances) χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον ίδιο μέσα στο 1962 σε ομιλία του στο College de France (βλ. Benzécri, 1977). Από τότε η ΠΑΑ εμπλουτίζεται διαρκώς με νέες δυνατότητες και τεχνικές που δίνουν λύσεις σε επιμέρους θέματα. Ο ίδιος ο Benzécri (1977) αναφέρει τους Eckart και Young (1936), Guttman (1941) και Hayashi (1950, 1952) στις εργασίες των οποίων περιέχονται κάποιες αρχές της μεθόδου. Σπέρματα της μεθόδου βρίσκονται ακόμα στις εργασίες των Hirschfeld (1935) και Fisher (1940). Πρέπει να επισημανθεί τέλος η συμβολή του L. Lebart

στη δυνατότητα επεξεργασίας ερωτηματολογίων μέσω της ΠΑΑ και στη σύνδεσή της με τον πίνακα του Burt (βλ. παρακάτω).

### Εφαρμογή της ΠΑΑ σε πίνακες συχνοτήτων

Η ΠΑΑ δημιουργήθηκε αρχικά για να περιγράφει δεδομένα που βρίσκονται υπό τη μορφή ενός πίνακα συχνοτήτων (βλ. Benzécri, 1973, Greenacre, 1984). Ένας τέτοιος πίνακας διασταυρώνει (θέτει σε αντιστοιχία) τις κατηγορίες δύο ποιοτικών μεταβλητών. Έστω  $I$  το σύνολο των κατηγοριών της μιας μεταβλητής και  $J$  το σύνολο των κατηγοριών της άλλης. Θεωρούμε ότι τα σύνολα  $I$  και  $J$  καταλαμβάνουν αντίστοιχα τις γραμμές και τις στήλες του πίνακα συχνοτήτων, αν και λόγω συμμετρίας τους θα μπορούσε ισοδύναμα να συμβαίνει το ακριβώς αντίστροφο. Ο πίνακας αυτός, που θα συμβολίζουμε  $I \times J$ , ονομάζεται πίνακας συχνοτήτων επειδή στη διασταύρωση μιας γραμμής  $i$  και μιας στήλης  $j$  βρίσκεται ο αριθμός των περιπτώσεων που ανήκουν ταυτόχρονα στις κατηγορίες  $i$  και  $j$ . Με άλλα λόγια οι κυψέλες του πίνακα  $I \times J$  περιέχουν συχνοτήτες που είναι ως γνωστόν θετικοί αριθμοί. Ένας τέτοιος πίνακας, που ονομάζεται και "πίνακας σιγάφειας", είναι ιδιαίτερα γνωστός από την εφαρμογή του στατιστικού ελέγχου χ-τετράγωνο.

Η ΠΑΑ εφαρμόζεται γενικότερα σε οποιοδήποτε πίνακα παρουσιάζει ομοιογένεια, δηλαδή οι αριθμοί που εμφανίζονται στις κυψέλες μετρούνται με την ίδια μονάδα. Αυτό σημαίνει ότι η μέθοδος εφαρμόζεται σε οποιοδήποτε πίνακα που περιέχει θετικούς αριθμούς και στον οποίο τα άθροισμα των γραμμών (ή των στηλών) έχουν νόημα. Σαν παράδειγμα πίνακα στον οποίο είναι δυνατή η εφαρμογή της ΠΑΑ μπορούμε να αναφέρουμε τη διασταύρωση του κοινωνικοοικονομικού επιπέδου των υποψηφίων στα ΑΕΙ με τον τύπο Σχολής στον οποίο πέτυχαν. Στη κυψέλη  $(i, j)$  περιέχεται ο αριθμός των υποψηφίων που ανήκουν στο κοινωνικοοικονομικό επίπεδο  $i$  και πέτυχαν στη Σχολή  $j$ . Σε ένα άλλο

παράδειγμα, στη διασταύρωση της γραμμής  $i$  με τη στήλη  $j$  εμφανίζεται ο αριθμός των λέξεων συγκεκριμένου τύπου  $i$  που χρησιμοποιήσε το πολιτικό πρόσωπο  $j$  σε ομιλίες κατά την προεκλογική περίοδο. Μπορεί ακόμα η κυψέλη  $(i, j)$  να περιέχει το ποσό σε δραχμές που δαπανήθηκε τη χρονιά  $i$  για την επιχορήγηση του Πανεπιστημιακού ιδρύματος  $j$ . Σε έναν πίνακα συχνοτήτων  $I \times J$  με κυψέλες  $k(i, j)$ , μπορούμε να συμβολίσουμε το άθροισμα μιας γραμμής  $i$  με  $k(i)$  και το άθροισμα μιας στήλης  $j$  με  $k(j)$ . Έστω ακόμα  $k$  το συνολικό άθροισμα των τιμών όλου του πίνακα.

Ας περιοριστούμε προς το παρόν στο σύνολο  $I$  των κατηγοριών που καταλαμβάνουν τις γραμμές του πίνακα συχνοτήτων. Όποια σκόλια γίνουν παρακάτω, ισχύουν πλήρως και για το σύνολο  $J$  των κατηγοριών που καταλαμβάνουν τις στήλες του πίνακα. Σε κάθε κατηγορία  $i$  του συνόλου  $I$  αντιστοιχεί μια σειρά από αριθμούς που περιέχονται στη γραμμή  $i$  σε πλήθος ίσο με το πλήθος των στηλών  $J$ . Αυτό που ενδιαφέρει στην ΠΑΑ είναι η δυνατότητα σύγκρισης των κατανομών των διαφόρων γραμμών του πίνακα συχνοτήτων μεταξύ τους. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατή η μελέτη των ομοιοτήτων και των διαφορών που υπάρχουν μεταξύ των διαφόρων κατηγοριών του συνόλου  $I$ , δηλαδή η διερεύνηση της δομής του. Για να έχει όμως νόημα η σύγκριση αυτή, η ΠΑΑ δε χρησιμοποιεί τις γραμμές ως έχουν αλλά τις κατανομές των αναλογιών (ποσοστών) των διαφόρων γραμμών. Οι κατανομές αυτές, που στην περιγραφική Στατιστική είναι γνωστές σαν κατανομές σχετικών συχνοτήτων, προκύπτουν αν οι αριθμοί  $k(i, j)$  της κάθε γραμμής  $i$  διαιρεθούν με το αντίστοιχο άθροισμα  $k(i)$  της γραμμής. Έτσι αν δύο γραμμές είναι ανάλογες, παρόλο που περιέχουν διαφορετικούς αριθμούς, οι κατανομές των αναλογιών τους θα συμπίπτουν. Έστω, για παράδειγμα, οι εξής δύο γραμμές ενός υποθετικού πίνακα :

---

$i$ :	17	23	5	11	56	87	9
$i'$ :	51	69	15	33	168	261	27

---

Οι αριθμοί στις δύο γραμμές είναι διαφορετικοί μεταξύ τους, ιδιαίτερα δε αυτοί της δεύτερης γραμμής είναι μεγαλύτεροι από τους αντίστοιχους της πρώτης. Παρατηρούμε όμως ότι οι γραμμές είναι ανάλογες μεταξύ τους. Οι αριθμοί της δεύτερης γραμμής προκύπτουν από τους αντίστοιχους της πρώτης αν οι τελεστοί-οι πολλαπλασιαστούν με την τιμή 3. Έτσι, αφού τα άθροισμα των δύο γραμμών είναι αντίστοιχα 208 και 624, οι κατανομές των αναλογιών των δύο γραμμών θα είναι ίδιες :

i: 17/208	23/208	5/208	11/208	56/208	87/208	9/208
i': 51/624	69/624	15/624	33/624	168/624	261/624	27/624

Στην ορολογία της ΠΑΑ οι κατανομές των αναλογιών ονομάζονται “προφίλ”. Το προφίλ συνελπώς κάθε γραμμής αποτελείται από θετικούς αριθμούς ή 0 που το άθροισμα τους ισούται με 1. Πιο συγκεκριμένα αναφερόμαστε στο προφίλ μιας γραμμής i πάνω στο σύνολο J και συμβολίζουμε ως εξής :

$$f_j^i = \{f_j^i | j \in J\}$$

όπου  $f_j^i = k(i, j) / k(i)$

και για κάθε προφίλ i ισχύει

$$\sum \{f_j^i | j \in J\} = 1 \quad [1]$$

Κατά τρόπο ακριβώς ανάλογο μπορούμε να ορίσουμε τα προφίλ των στηλών του πίνακα συχνοτήτων. Έτσι το προφίλ της στήλης j πάνω στο σύνολο I ορίζεται ως εξής :

$$f_i^j = \{f_i^j | i \in I\}$$

όπου  $f_i^j = k(i, j) / k(j)$

## Γεωμετρική απεικόνιση των προφίλ

Επειδή, όπως είδαμε, κάθε κατηγορία i του συνόλου I καθορίζεται πλήρως από τις τιμές J του προφίλ της, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι κάθε τέτοια κατηγορία i αποτελεί ένα σημείο σε ένα γεωμετρικό χώρο διαστάσεων J. Οι τιμές J του προφίλ της κατηγορίας i είναι οι συντεταγμένες της ως προς ένα σύστημα αξόνων μέσα στον πολυδιάστατο αυ-

τό χώρο. Πιο συγκεκριμένα και λόγω του περιορισμού που επιβάλλει η σχέση [1] τα σημεία βρίσκονται σε χώρο διαστάσεων J-1.

Σε κάθε κατηγορία (σημείο μέσα στο γεωμετρικό χώρο) αποδίδεται μια μάζα. Για την κατηγορία i η μάζα της ισούται με

$$f_i = k(i)/k$$

Δηλαδή, είναι το άθροισμα των αριθμών της γραμμής i διαιρεμένο με το συνολικό άθροισμα k του πίνακα συχνοτήτων. Ας σημειωθεί ότι το άθροισμα των μαζών όλων των κατηγοριών i του συνόλου I ισούται (λόγω του τρόπου υπολογισμού των μαζών) με 1.

Το σύνολο των προφίλ των γραμμών, όπου κάθε προφίλ είναι εφοδιασμένο με τη μάζα του, ονομάζεται “νέφος των γραμμών” και συμβολίζεται με N(I). Δηλαδή είναι:

$$N(I) = \{ (f_j^i, f_i^j) | i \in I \}$$

Το νέφος των σημείων (κατηγοριών) N(I) βρίσκεται συνελπώς μέσα στο γεωμετρικό χώρο διαστάσεων J-1. Σημειώνεται ότι τα σημεία αυτά ονομάζονται *βαρέα* ή αλλιώς *υλικά* ση-

I Η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί και ως εξής  $f_j^i = (k(i, j) / k) / (k(i) / k)$ . Στη θεωρία πιθανοτήτων, αυτό σημαίνει ότι το προφίλ μιας γραμμής i πάνω στο J δεν είναι άλλο από την κατανομή των υπό συνθήκη σχετικών συχνοτήτων του J όταν γνωρίζουμε το i. Η πατωπάνω σχέση δίνει μια εκτίμηση της πιθανότητας να ανήκει κάποιος στην κατηγορία j γνωρίζοντας ότι ανήκει στην κατηγορία i.

μεία ακριβώς επειδή έχουν μάζα.

Με ακριβώς αντίστοιχο τρόπο μπορούμε να ορίσουμε το νέφος  $N(J)$  των προφίλ των στηλών του πίνακα συχνοτήτων σαν σημεία μέσα στο γεωμετρικό χώρο διαστάσεων  $I-1$  :

$$N(J) = \{ (f_i^j, f_j) \mid j \in J \}$$

όπου κάθε σημείο συνοδεύεται από τη μάζα του

$$f_j = k(j)/k$$

Έχοντας θεωρήσει τις κατηγορίες του νέφους  $N(I)$  σαν σημεία μέσα στο χώρο υψηλής διάστασης  $J-1$ , είναι απαραίτητο να βρεθεί ένας τρόπος για να αξιολογούνται οι αποκλίσεις - αποστάσεις - μεταξύ των διαφόρων αυτών σημείων. Σημεία τα οποία θα έχουν παρόμοια προφίλ, θα απέχουν λίγο μεταξύ τους, ενώ το αντίθετο θα συμβαίνει για σημεία με τελείως διαφορετικά προφίλ. Στην ακραία περίπτωση που τα σημεία θα έχουν ταυτόσημα προφίλ, η μεταξύ τους απόσταση θα είναι μηδενική και κατά συνέπεια τα σημεία αυτά θα συμπίπτουν.

Στην ΠΑΑ η απόσταση που χρησιμοποιείται ονομάζεται απόσταση "του  $\chi$ -τετραγώνου". Για το νέφος  $N(I)$  η απόσταση μεταξύ δύο σημείων (προφίλ) δίνεται από τον τύπο :

$$d^2(f_i^j - f_j^i) = \sum \{ (f_i^j - f_j^i)^2 / f_j \mid j \in J \}$$

Η απόσταση αυτή θα ήταν η συνηθισμένη ευκλείδεια απόσταση, αν δεν υπήρχε η διαίρεση με τις ποσότητες  $f_j$  που δεν είναι άλλες από τις μάζες των σημείων του νέφους  $N(J)$ . Κατά ανάλογο τρόπο, οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων (προφίλ) του νέφους  $N(J)$  δίνονται από τον εξής τύπο :

$$d^2(f_i^j - f_i^{j'}) = \sum \{ (f_i^j - f_i^{j'})^2 / f_i \mid i \in I \}$$

Η επιλογή της συγκεκριμένης απόστασης συνδέεται με την προσπάθεια εξασφάλισης της σταθερότητας των αποτελεσμάτων, ανεξάρτητα από τον αρχικό τρόπο κατηγοροποίησης των μεταβλητών που διασταυρώνονται στον πίνακα συχνοτήτων  $I \times J$ . Ειδικότερα, η επιλεγθείσα απόσταση ικανοποιεί τη λεγόμενη "αρχή της κατανεμημένης ισοδυναμίας" που μπορεί να διατυπωθεί ως εξής : Αν ομαδοποιήσουμε δύο ή περισσότερες κατηγορίες του συνόλου  $I$ , που αντιστοιχούν σε γραμμές ανάλογες μεταξύ τους (που έχουν δηλαδή ταυτόσημα προφίλ), η δομή του νέφους  $N(J)$  θα μείνει αμετάβλητη. Αυτό σημαίνει ότι οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων του νέφους  $N(J)$  δε θα τροποποιηθούν. Ίδιο αποτέλεσμα θα έχουμε αν αντί της ομαδοποίησης έχουμε ανάλυση μιας κατηγορίας σε περισσότερες που έχουν ταυτόσημα προφίλ. Το ακριβώς ανάλογο θα συμβεί αν ομαδοποιήσουμε κατηγορίες του συνόλου  $J$  που αντιστοιχούν σε στήλες ανάλογες μεταξύ τους. Οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων του νέφους  $N(I)$  θα παραμείνουν όπως ήταν πριν την ομαδοποίηση. Στην πράξη, δύσκολα θα βρούμε γραμμές (ή στήλες) κάποιου πίνακα συχνοτήτων που να είναι τελείως ανάλογες μεταξύ τους. Ακόμα όμως και αν διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, αυτή η ιδιότητα μας προφυλάσσει από την αυθαίρετη επιλογή της κατηγοροποίησης, προσδίδοντας στα αποτελέσματα το χαρακτηριστικό της σταθερότητας και συνεπώς της αξιοπιστίας.

### Μείωση του αριθμού των διαστάσεων - κριτήριο προσαρμογής

Επειδή είναι αδύνατο να έχουμε οπτική αντίληψη της μορφής του νέφους των σημείων που βρίσκεται μέσα στον πολυδιάστατο χώρο, δεν μπορούμε να συγκρίνουμε τις αποστάσεις μεταξύ των διαφόρων σημείων του για να αντιληφθούμε τα βασικά χαρακτηριστικά τους, δηλαδή, τις ομοιότητες και τις διαφορές τους. Είναι φανερό ότι αυτό μπορεί να συμβεί το πολύ σε χώρους τριών διαστάσεων. Η παρατήρηση αυτή οδηγεί στο συ-

μπέρασμα ότι είναι απαραίτητη η μείωση του αρχικού αριθμού των διαστάσεων. Αυτό σημαίνει ότι απαιτείται η ανεύρεση κάποιου χώρου χαμηλής διάστασης έτσι ώστε η προβολή του νέφους πάνω σε αυτόν να καθιστά δυνατή την απεικόνιση παρατήρηση και μελέτη της μορφής του. Πιο συγκεκριμένα αναζητείται χώρος διάστασης 1, δηλαδή μια ευθεία, λόγω του ότι αυτός είναι ο χώρος με τη μικρότερη διάσταση. Το πρόβλημα αυτό είναι κοινό και σε άλλες μεθόδους της πολυδιάστατης στατιστικής ανάλυσης, όπως, για παράδειγμα, στη μέθοδο της Παραγοντικής Ανάλυσης. Είναι όμως κατανοητό ότι ο χώρος αυτός πρέπει να πληρεί ένα βασικό όρο : να “αποκλίνει” το δυνατό λιγότερο από το νέφος των σημείων.

Για να γίνει δυνατός ο εντοπισμός του ζητούμενου χώρου πρέπει πρώτα να καθοριστεί το κριτήριο σύμφωνα με το οποίο θα γίνει η επιλογή του. Το κριτήριο αυτό είναι γνωστό στη σχετική βιβλιογραφία σαν “κριτήριο προσαρμογής”. Το πλέον χρησιμοποιούμενο κριτήριο προσαρμογής είναι αυτό “των ελαχίστων τετραγώνων”. Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό, η ευθεία που επιλέγεται είναι τέτοια ώστε το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων των διαφόρων σημείων από αυτήν να είναι ελάχιστο. Από στατιστικής άποψης ο ορισμός αυτός σημαίνει ότι η διασπορά “καθέτως” προς την ευθεία είναι ελάχιστη.

Στην ΠΑΑ το χρησιμοποιούμενο κριτήριο προσαρμογής είναι ότι η αδράνεια “καθέτως” προς την ευθεία πρέπει να είναι ελάχιστη. Η έννοια της αδράνειας - που είναι γνωστή από τη μηχανική - αποτελεί γενίκευση της κλασικής έννοιας της διακύμανσης και συνεπώς μέτρο διασποράς. Η έννοια αυτή χρησιμοποιείται λόγω του ότι στην ΠΑΑ τα διάφορα σημεία είναι βαρέα σημεία, δηλαδή συνοδεύονται από μάζα. Για ένα σύστημα  $n$  υλικών σημείων - νέφος  $N$  - η αδράνεια  $I(N)$  του συστήματος αυτού ως προς ένα σημείο  $A$  δίνεται από την εξής σχέση :

$$I_A(N) = \sum \{f_i d_i^2(X_i, A) | i=1, \dots, n\} \quad [2]$$

όπου με  $X_1, X_2, \dots, X_n$  συμβολίζονται τα  $n$  σημεία ενώ με  $f_1, f_2, \dots, f_n$  οι αντίστοιχες μάζες τους. Αντίστοιχα, η αδράνεια “καθέτως” προς μια ευθεία  $d$  ορίζεται ως εξής :

$$I_d(N) = \sum \{f_i d_i^2(X_i, d) | i=1, \dots, n\} \quad [3]$$

Σημειώνεται ότι και στους δύο παραπάνω τύπους η χρησιμοποιούμενη απόσταση  $d$  είναι η απόσταση του  $x$ -τετραγώνου.

Μια δεύτερη έννοια - μετά από αυτήν της αδράνειας - που πρέπει να οριστεί για να ολοκληρωθεί η παρουσίαση του κριτηρίου προσαρμογής είναι η έννοια του κέντρου βάρους ενός συστήματος υλικών σημείων, δηλαδή ενός νέφους βαρέων σημείων. Όπως η αδράνεια αποτελεί γενίκευση της έννοιας της διακύμανσης, έτσι και το κέντρο βάρους αποτελεί ένα είδος μέσου όρου για το νέφος  $N(I)$ . Καθώς το νέφος των προφίλ των γραμμών  $N(I)$  - όπου κάθε προφίλ είναι εφοδιασμένο με μια μάζα - βρίσκεται στο χώρο διαστάσεων  $J-1$ , το κέντρο βάρους του  $G$  είναι και αυτό ένα προφίλ στον ίδιο χώρο με μάζα το άθροισμα των μαζών όλων των σημείων του  $N(I)$  που όπως έχουμε ήδη αναφέρει ισούται με 1. Αποδεικνύεται ότι οι συντεταγμένες του κέντρου βάρους του νέφους  $N(I)$  που θα συμβολίζουμε στο εξής  $f_j$  είναι οι εξής :

$$f_j = \{k(j)/k | j \in J\} \quad [4]$$

δηλαδή, είναι απλά οι μάζες των σημείων του νέφους  $N(J)$ .

Στο σημείο αυτό επιβάλλεται η παρουσίαση δύο βασικών συμπερασμάτων της μηχανικής που οφείλονται στον Huyghens και τα οποία προσαρμοζόμενα στην περίπτωση της ΠΑΑ μπορούν να διατυπωθούν ως εξής:

α) Η αδράνεια του νέφους  $N(I)$  ως προς ένα σημείο  $A$  (βλ. τύπος 2) παίρνει την ελάχιστη τιμή της όταν το σημείο αυτό είναι το κέντρο

βάρους του νέφους.

β) Η αδράνεια του νέφους  $N(I)$  "καθέτως" προς μια οποιαδήποτε ευθεία  $d$  (βλ. τύπος 3) είναι πάντα μεγαλύτερη της αδράνειας του νέφους "καθέτως" προς την ευθεία  $d'$  που είναι παράλληλη της  $d$  και διέρχεται από το κέντρο βάρους του νέφους.

Με βάση τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η ζητούμενη ευθεία διέρχεται αναγκαστικά από το κέντρο βάρους του νέφους και είναι αυτή που "καθέτως" της ελαχιστοποιείται η συνολική αδράνεια του νέφους  $N(I)$ . Αυτή είναι η ευθεία ως προς την οποία αποκλίνει όσο γίνεται λιγότερο το νέφος. Μπορεί να αποδειχθεί ακόμη ότι η ευθεία αυτή μεγιστοποιεί τη συνολική αδράνεια του  $N(I)$  "παράλληλα" προς αυτήν. Η αδράνεια του νέφους "παράλληλα" προς μια ευθεία είναι η αδράνεια - ως προς το κέντρο βάρους - του νέφους που προβάλλεται πάνω σε αυτήν την ευθεία. Η μεγιστοποίηση όμως της αδράνειας του προβαλλόμενου νέφους σημαίνει ότι η συγκεκριμένη ευθεία εξασφαλίζει την καλύτερη δυνατή απεικόνιση του νέφους, δηλαδή την απεικόνιση με τη μικρότερη παραμόρφωση σε σχέση με τις αρχικές αποστάσεις μεταξύ των σημείων του. Η ευθεία που προσδιορίζεται με αυτόν τον τρόπο ονομάζεται *πρώτος παραγοντικός άξονας αδράνειας* - ή απλά πρώτος παραγοντικός άξονας - η δε αδράνεια του προβαλλόμενου πάνω της νέφους ονομάζεται *πρώτη χαρακτηριστική τιμή* και συμβολίζεται με  $\lambda(1)$ . Θα λέμε ότι ο παραγοντικός αυτός άξονας εξηγεί ένα τμήμα της συνολικής αδράνειας που είναι ίσο με  $\lambda(1)$ .

Ακολούθως προσδιορίζεται μια δεύτερη ευθεία, κάθετη προς την πρώτη, που διέρχεται από το κέντρο βάρους του νέφους  $N(I)$  και είναι τέτοια που να επιτυγχάνει την απεικόνιση με την αμέσως καλύτερη πιστότητα, μετά την πρώτη ευθεία, του νέφους που

προβάλλεται πάνω της. Η δεύτερη αυτή ευθεία ονομάζεται *δεύτερος παραγοντικός άξονας* ενώ το τμήμα της αδράνειας που εξηγεί ονομάζεται *δεύτερη χαρακτηριστική τιμή* και συμβολίζεται  $\lambda(2)$ . Με τον τρόπο αυτό κατασκευάζεται μια σειρά από παραγοντικούς άξονες που είναι κάθετοι μεταξύ τους και ως προς τους οποίους αναλύεται η συνολική αδράνεια του νέφους  $N(I)$ , που εκφράζει τη διασπορά του ως προς το κέντρο βάρους του. Για τις αντίστοιχες χαρακτηριστικές τιμές ισχύει ότι  $\lambda(1) > \lambda(2) > \lambda(3) \dots$  κ.ο.κ. Σημειώνεται ακόμα ότι στην ΠΑΑ όλες οι χαρακτηριστικές τιμές είναι από κατασκευής τους μικρότερες του 1.

Με αμφιβόως ανάλογο τρόπο γίνεται ο προσδιορισμός των κύριων αξόνων αδράνειας του νέφους  $N(J)$ . Το κέντρο βάρους αυτού του νέφους ορίζεται κατά αντιστοιχία με τη σχέση [4] ως εξής :

$$f_I = \{k(i)/k | i \in I\}$$

Οι κύριοι άξονες αδράνειας διέρχονται από αυτό και είναι τέτοιοι που να δίνουν κατά μειούμενη χαρακτηριστική τιμή - δηλαδή μειούμενη πιστότητα απεικόνισης - την καλύτερη εικόνα του νέφους  $N(J)$  που προβάλλεται πάνω τους.

Αποδεικνύεται (βλ. Benzécri, 1973) ότι οι δύο ξεχωριστές αναλύσεις των νεφών  $N(I)$  και  $N(J)$  δίνουν τον ίδιο αριθμό παραγοντικών αξόνων με τις ίδιες χαρακτηριστικές τιμές. Ο αριθμός αυτός ισούται με τη μικρότερη διάσταση του πίνακα συχνοτήτων  $I \times J$ , μειούμενη κατά 1. Αν δηλαδή  $L$  είναι η μικρότερη τιμή από τις  $I$  και  $J$ , ο αριθμός των παραγοντικών αξόνων που κατασκευάζονται είναι  $L-1$ . Το άθροισμα των χαρακτηριστικών τιμών  $L-1$  δίνει την συνολική αδράνεια του νέφους  $N(I)$  που ισούται όμως και με αυτήν του  $N(J)$ . Για το λόγο αυτό η αδράνεια αυτή ονομάζεται και *συνολική αδράνεια του πίνακα*<sup>2</sup>.

2 Σε έναν πίνακα συχνοτήτων,  $k$  φορές η συνολική αδράνεια του πίνακα ακολουθεί - με την προϋπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ γραμμών και στηλών - κατανομή  $\chi$ -τετράγωνο με  $(I-1)(J-1)$  βαθμούς ελευθερίας, όπου  $k$  είναι το άθροισμα των τιμών του πίνακα. Στη θεωρητική περίπτωση που υπάρχει τέλεια ανεξαρτησία μεταξύ γραμμών και στηλών η συνολική αδράνεια είναι μηδενική. Σε αυτήν την περίπτωση τα προφίλ όλων των γραμμών - όπως και των στηλών - ταυτίζονται. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει καθόλου διασπορά του νέφους γύρω από το κέντρο βάρους, οπότε δε νοείται και η ύπαρξη παραγοντικών αξόνων. Η ΠΑΑ απαιτεί συνεπώς σαν προϋπόθεση για να εφαρμοστεί, την ύπαρξη κάποιου τουλάχιστον μορφής εξάρτησης μεταξύ των συνόλων  $I$  και  $J$ .

Οι συντεταγμένες των σημείων του νέφους  $N(I)$  - αντίστοιχα του  $N(J)$  - πάνω στους παραγοντικούς άξονες οντιστούν τους διαφόρους "παράγοντες". Λόγω του ότι οι παραγοντικοί άξονες είναι κάθετοι μεταξύ τους, οι αντίστοιχοι παράγοντες είναι στατιστικά ανεξάρτητοι.

Επειδή τα δύο νέφη  $N(I)$  και  $N(J)$  έχουν, όπω είδαμε, τον ίδιο αριθμό παραγοντικών αξόνων και τις ίδιες χαρακτηριστικές τιμές, είναι δυνατή η ταυτόχρονη απεικόνιση των δύο νεφών πάνω σε κάθε τέτοιο άξονα. Πάνω στον ίδιο παραγοντικό άξονα τάξης  $\alpha$  (όπου  $\alpha=1, 2$  κτλ.), οι παράγοντες των δύο νεφών συνδέονται με τους εξής τύπους μεταφοράς :

$$F_{\alpha}(i) = \lambda_{\alpha}^{-1/2} \cdot \sum_j \{ f_{j\alpha} G_{\alpha}(j) \mid j \in J \}$$

και αντίστροφα

$$G_{\alpha}(j) = \lambda_{\alpha}^{-1/2} \cdot \sum_i \{ f_{i\alpha} F_{\alpha}(i) \mid i \in I \}$$

όπου με  $F_{\alpha}$  και  $G_{\alpha}$  συμβολίζονται οι παράγοντες τάξης  $\alpha$  των νεφών  $N(I)$  και  $N(J)$  αντίστοιχα ενώ με  $F_{\alpha}(i)$  (αντίστοιχα  $G_{\alpha}(j)$ ) η συντεταγμένη του σημείου  $i$  του νέφους  $N(I)$  (αντίστοιχα του σημείου  $j$  του νέφους  $N(J)$ ) πάνω στον παραγοντικό άξονα τάξης  $\alpha$ . Οι παραπάνω σχέσεις δείχνουν ότι, παραλείποντας το συντελεστή  $\lambda_{\alpha}^{-1/2}$ , οι συντεταγμένες των σημείων του ενός νέφους - πάνω στον άξονα ίδιας τάξης - είναι τα κέντρα βάρους των συντεταγμένων των σημείων του άλλου νέφους.

### Συμπληρωματικά στοιχεία

Σε αντίθεση με τα στοιχεία των νεφών  $N(I)$  και  $N(J)$  βάσει των οποίων κατασκευάζονται οι παραγοντικοί άξονες και τα οποία ονομάζονται ενεργά στοιχεία, μπορεί να υπάρχουν και άλλα στοιχεία της ανάλυσης - γραμμές ή στήλες του πίνακα συχνότητας - που δε συμμετέχουν στην κατασκευή των αξόνων. Τα στοι-

χεία αυτά που ονομάζονται "συμπληρωματικά στοιχεία" απλά προβάλλονται πάνω στο ήδη υπάρχον σύστημα των παραγοντικών αξόνων με τη βοήθεια των τύπων μεταφοράς. Αυτό που ενδιαφέρει σε αυτά τα στοιχεία είναι η θέση τους πάνω στους άξονες σε σχέση με τα άλλα ενεργά αλλά και συμπληρωματικά στοιχεία. Σε ορισμένες περιπτώσεις η χρησιμοποίηση κατάλληλα επιλεγμένων συμπληρωματικών στοιχείων βοηθά σημαντικά στην ερμηνεία της δομής του συνόλου των ενεργών σημείων των δύο νεφών. Σε άλλες όμως περιπτώσεις ορίζουμε αναγκαστικά ορισμένα σημεία σαν συμπληρωματικά. Δηλαδή δεν επιτρέπουμε σε αυτά να επηρεάσουν την κατασκευή των παραγοντικών αξόνων, επειδή δεν είμαστε βέβαιοι για την αξιοπιστία των μετρήσεων που εκφορξούν. Τούτο μπορεί να συμβαίνει είτε γιατί παρουσιάζουν πολύ μικρή μάζα είτε για διαφόρους ειδικούς λόγους που σχετίζονται με τη συγκεκριμένη έρευνα.

### Βοηθήματα για την ερμηνεία των στοιχείων της ανάλυσης και των παραγόντων

Ο υπολογισμός μιας σειράς από βοηθήματα επιτρέπουν την καλύτερη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της ΠΑΑ. Τα βοηθήματα αυτά για το νέφος  $N(I)$  - αντίστοιχα για το  $N(J)$  - είναι τα εξής :

1) Ο λόγος της χαρακτηριστικής τιμής ενός παραγοντικού άξονα προς τη συνολική αδράνεια (δηλαδή προς το άθροισμα όλων των χαρακτηριστικών τιμών) δίνει το ποσοστό της συνολικής αδράνειας που εξηγεί ο κάθε άξονας. Με τον τρόπο αυτό γνωρίζουμε την ερμηνευτική αξία του καθενός άξονα. Συνήθως περιοριζόμαστε στην ερμηνεία των πρώτων (2, 3 ή 4) αξόνων, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι άξονες μεγάλης τάξης, που συνήθως ερμηνεύουν τοπικά φαινόμενα, δε δίνουν χρήσιμες πληροφορίες.

2) Η μάζα κάθε σημείου (υπολογισμένη σε χιλιοστά) επιτρέπει τον εντοπισμό των σημείων που έχουν πολύ μικρή μάζα και τα οποία ίσως πρέπει να χρησιμοποιηθούν σαν



συμπληρωματικά στοιχεία.

3) Η σχετική συνεισφορά ενός σημείου  $i$  στον άξονα  $\alpha$  (CTR) εκφράζει (σε χιλιοστά) το ποσοστό της συνεισφοράς του σημείου  $i$  στο τμήμα της αδράνειας που εξηγεί ο άξονας  $\alpha$ . Για ένα σημείο  $i$  του νέφους  $N(I)$  η ποσότητα αυτή δίνεται από τη σχέση :

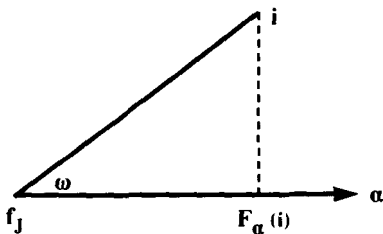
$$CTR_{\alpha}(i) = f_i \cdot F_{\alpha}^2(i) / \lambda_{\alpha}$$

Ο δείκτης αυτός δείχνει ποια είναι τα σημεία εκείνα τα οποία είναι κυρίως υπεύθυνα για την κατασκευή των παραγοντικών αξόνων. Το άθροισμα των τιμών CTR για το σύνολο των σημείων του νέφους  $N(I)$  ισούται με 1000.

4) Η σχετική συνεισφορά του άξονα  $\alpha$  στο σημείο  $i$  (COR) εκφράζει μια μορφή συσχέτισης του σημείου  $i$  με το συγκεκριμένο άξονα. Από γεωμετρικής άποψης η ποσότητα αυτή ισούται με το τετράγωνο του σινημιτόνου της γωνίας  $\omega$  που σχηματίζει ο άξονας  $\alpha$  με την ευθεία που ενώνει το σημείο  $i$  με το κέντρο βάρους του νέφους. Δηλαδή είναι :

$$COR_{\alpha}(i) = F_{\alpha}^2(i) / r^2(i) = \cos^2 \omega$$

όπου  $F_{\alpha}(i)$  είναι η προβολή του σημείου  $i$  πάνω στον άξονα  $\alpha$  ενώ  $r(i)$  είναι η απόσταση του σημείου  $i$  από το κέντρο βάρους του νέφους (βλ. Σχήμα 1).



Σχήμα 1: Προβολή του προφίλ  $i$  πάνω στον άξονα τάξης  $\alpha$ .

Συνεπώς, μεγάλη τιμή του COR σημαίνει μικρή γωνία  $\omega$ , δηλαδή το σημείο  $i$  βρίσκεται “κοντά” στο συγκεκριμένο άξονα. Αυτό ση-

μαίνει επίσης ότι το σημείο έχει υψηλή συσχέτιση με τον άξονα αυτόν. Αν τώρα ερμηνεύσουμε τον παραπάνω δείκτη χρησιμοποιώντας την έννοια της αδράνειας, παρατηρούμε (πολλαπλασιάζοντας και τους δύο όρους του παραπάνω κλάσματος με τη μάζα του σημείου  $i$ ) ότι ο δείκτης αυτός εκφράζει το ποσοστό της αδράνειας (ως προς το κέντρο βάρους) ενός σημείου  $i$  που εξηγείται από τον παραγοντικό άξονα  $\alpha$ . Ας σημειωθεί ακόμα ότι όπως το CTR έτσι και το COR εκφράζεται σε χιλιοστά.

Σχολιάζοντας τους δύο παραπάνω δείκτες πρέπει να τονίσουμε τη σημασία τους στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Ο δείκτης CTR βοηθά στην αναζήτηση των σημείων που έχουν τη μεγαλύτερη συμμετοχή στην κατασκευή των αξόνων και είναι αυτά βάσει των οποίων πραγματοποιείται η ερμηνεία των αντίστοιχων παραγόντων. Για κάθε άξονα υπάρχει συνήθως ένας μικρός αριθμός σημείων που τον προσδιορίζουν. Όσον αφορά το COR, ο δείκτης αυτός συνεισφέρει στον εντοπισμό, για κάποιο συγκεκριμένο άξονα, των σημείων που έχουν πάνω του την καλύτερη απεικόνιση. Σε πολλές περιπτώσεις τα σημεία με υψηλή τιμή CTR έχουν και υψηλή τιμή COR. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις σημείων με μικρή τιμή CTR αλλά μεγάλο COR. Αυτό σημαίνει ότι τα σημεία αυτά, παρόλο που δε συμμετέχουν ουσιαστικά στην κατασκευή του συγκεκριμένου άξονα, είναι όμως χαρακτηριστικά σημεία του με την έννοια ότι εντάσσονται στο πλαίσιο ερμηνείας του. Τέλος εμφανίζεται η περίπτωση σημείων με σχετικά μεγάλο CTR αλλά μικρή τιμή COR σε κάποιο άξονα. Για τα σημεία αυτά συμπεραίνουμε ότι συνεισφέρουν στη δημιουργία αυτού του άξονα, αλλά υπάρχουν και άλλοι άξονες με τους οποίους τα εν λόγω σημεία συσχετίζονται αλλά και στους οποίους συνεισφέρουν.

5) Για ένα σημείο  $i$ , ο δείκτης QLT ισοούται με το άθροισμα των τιμών COR για τους πρώτους παραγοντικούς άξονες  $q$ . Ο δείκτης αυτός δείχνει την ποιότητα απεικόνισης του σημείου αυτού στον υποχώρο των

q αυτών αξόνων. Για το σύνολο των αξόνων η τιμή του QLT ισούται με 1000.

6) Για κάποιο σημείο  $i$ , ορίζεται ο δείκτης σχετικής αδράνειας INR σαν το ποσοστό (εκφρασμένο σε χιλιοστά) της συνεισφοράς του σημείου  $i$  στη συνολική αδράνεια του νέφους N(I) ως προς το κέντρο βάρους. Το άθροισμα των τιμών INR για όλα τα σημεία του νέφους ισούται με 1000.

7) Ουσιαστική είναι τέλος η μελέτη των προβολών των διαφόρων σημείων πάνω στους παραγοντικούς άξονες.

### Ανάλυση των Πολλαπλών Αντιστοιχιών

Έγινε φανερό από την αρχή αυτής της εργασίας ότι η μέθοδος της ΠΑΑ εφαρμόζεται βασικά σε πίνακες συχνοτήτων  $I \times J$  με σκοπό να επιτρέψει τη μελέτη των σχέσεων μεταξύ δύο ποιοτικών μεταβλητών. Λόγω της κατασκευής αυτών των πινάκων τα σύνολα  $I$  και  $J$  παίζουν τελείως συμμετρικό ρόλο στην ανάλυση και εμφανίζουν παρόμοιες ιδιότητες και χαρακτηριστικά.

Στην πράξη όμως είναι συχνές οι περιπτώσεις στις οποίες, λόγω των αναγκών της έρευνας, απαιτείται η χρησιμοποίηση κάποιου ερωτηματολογίου ως μέσου για τη συλλογή των δεδομένων. Αυτό σίμψαίνει ιδιαίτερα στο χώρο των επιστημών συμπεριφοράς αλλά και στον ευρύτερο χώρο των κοινωνικών επιστημών. Πολλές φορές ο ερευνητής αντιμετωπίζει το πρόβλημα της στατιστικής επεξεργασίας ενός πίνακα του οποίου τις γραμμές καταλαμβάνει ένα σύνολο από υποκειμένα ενώ τις στήλες καταλαμβάνει ένα σύνολο από κατηγορικές μεταβλητές ή γενικά μεταβλητές με μικρό αριθμό διακεκριμένων τιμών. Στην περίπτωση ερωτηματολογίου, οι κατηγορικές αυτές μεταβλητές είναι οι ερωτήσεις στις οποίες τα υποκείμενα καλούνται να απαντήσουν με τον ένα ή με τον άλλο τρόπο. Οι ερωτήσεις μπορεί να είναι κλειστές αλλά και ανοικτές. Βέβαια στην περίπτωση που είναι ανοικτές, οι απαντήσεις πρέπει προηγουμένως να ομαδοποιηθούν σε κατηγορίες.

Τέτοιοι πίνακες περιλαμβάνουν πολλές φορές ένα μεγάλο αριθμό μεταβλητών που η καθεμία τους αποτελείται από έναν περιορισμένο αριθμό κατηγοριών. Οι διάφορες μεταβλητές που περιέχονται στους πίνακες χωρίζονται συνήθως σε δύο κατηγορίες, στις μεταβλητές που μετρούν διάφορα δημογραφικά χαρακτηριστικά, όπως το φύλο, την ηλικία, το μορφωτικό επίπεδο, τον τόπο διαμονής κτλ., και σε αυτές που αφορούν το περιεχόμενο της έρευνας, όπως, για παράδειγμα, ερωτήσεις σχετικές με τις στάσεις και τις απόψεις των ανθρώπων απέναντι σε κάποιο κοινωνικό φαινόμενο.

Είναι συνεπώς επιθυμητό, από μεθοδολογικής άποψης, να δίνεται η δυνατότητα μιας συνολικής ανάλυσης των απαντήσεων των υποκειμένων στις διάφορες ερωτήσεις με σκοπό τη διερεύνηση της δομής τους. Η εφαρμογή μιας ειδικής μορφής της ΠΑΑ που ονομάζεται "ανάλυση των πολλαπλών αντιστοιχιών" (analyse des correspondances multiples) δίνει ικανοποιητική λύση σε αυτό το πρόβλημα (βλ. Benzécri, 1977a, 1977β. Lebart et al., 1984). Τα κυριότερα χαρακτηριστικά αυτής της μεθόδου δίνονται συνοπτικά παρακάτω.

Έστω  $I$  το σύνολο των υποκειμένων και  $Q$  το σύνολο των κατηγορικών μεταβλητών που θα ονομάζουμε "ερωτήσεις", για χάρη της απλότητας. Συμβολίζουμε με  $J_q$  το σύνολο των κατηγοριών της ερώτησης  $q$  που θα ονομάζουμε "απαντήσεις". Έστω ακόμα  $J$  το σύνολο όλων των δυνατών απαντήσεων σε όλες τις ερωτήσεις  $Q$ . Κάθε υποκείμενο απαντά σε όλες τις ερωτήσεις επιλέγοντας όμως μόνο μια απάντηση για κάθε ερώτηση. Με βάση τις απαντήσεις των υποκειμένων μπορεί να κατασκευαστεί ο πίνακας δεδομένων  $K_{IJ}$  που περιλαμβάνει το σύνολο των απαντήσεων. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από γραμμές  $I$  και στήλες  $J$ . Οι στήλες χωρίζονται σε ομάδες  $Q$ , όσες και οι ερωτήσεις. Κάθε ομάδα περιλαμβάνει στήλες  $J_q$  (όσος και ο αριθμός των απαντήσεων που αντιστοιχούν στην ερώτηση  $q$ ). Για ένα υποκείμενο  $i$  η αντίστοιχη γραμμή του πίνακα  $K_{IJ}$  περιλαμβάνει τις τι-

μές 0 και 1. Συγκεκριμένα σε καθεμία από τις Q ομάδες δίνεται η τιμή 1 στην αντίστοιχη απάντηση που επέλεξε το υποκείμενο και 0 σε όλες τις άλλες απαντήσεις. Έτσι σε κάθε ομάδα Jq εμφανίζεται μόνο μια φορά η τιμή 1 ενώ η τιμή 0 εμφανίζεται Jq-1 φορές. Ένας τέτοιος πίνακας που περιέχει τις απαντήσεις των υποκειμένων εκφρασμένες με τους κωδικούς 0 και 1 ονομάζεται "δικαδικός" ή "λογικός" πίνακας.

Η ανάλυση αυτού του πίνακα με τη μέθοδο της ΠΑΑ ενδιαφέρει ιδιαίτερα γιατί επιτρέπει τη διερεύνηση του συνόλου των απαντήσεων με τη βοήθεια ενός περιορισμένου αριθμού παραγόντων. Ο δικαδικός όμως αυτός πίνακας δεν είναι πίνακας συχνοτήτων για να είναι δυνατή η εφαρμογή της ΠΑΑ. Η δυνατότητα αυτή παρέχεται τελικά από το γεγονός ότι, όπως μπορεί να αποδειχθεί, η ΠΑΑ εφαρμοσμένη στο δικαδικό πίνακα KJ δίνει ουσιαστικά τα ίδια αποτελέσματα με ένα συγκεκριμένον τύπον πίνακα συχνοτήτων που ονομάζεται "πίνακας του Burt". Με τον τρόπο αυτό δικαιώνεται η ανάλυση του δικαδικού πίνακα μέσω της ΠΑΑ. Ο πίνακας του Burt είναι ένας τετραγωνικός συμμετρικός πίνακας JxJ στη διασταύρωση μιας γραμμής

j και μιας στήλης j' τον οποίον εμφανίζεται ο αριθμός των υποκειμένων που "επέλεξαν" συγχρόνως τις απαντήσεις j και j'.

Στον πίνακα 1 παρουσιάζεται ένας δικαδικός πίνακας με 10 υποκείμενα και 3 ερωτήσεις από τις οποίες οι δύο πρώτες (A και B) περιλαμβάνουν 2 δυνατές απαντήσεις, ενώ η τρίτη (C) 3 δυνατές απαντήσεις. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζεται ακόμα ο αντίστοιχος πίνακας του Burt.

Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει, ο πίνακας του Burt είναι ένας πίνακας συχνοτήτων το σύνολο των γραμμών του οποίου ταυτίζεται με το σύνολο των στηλών του. Ας δούμε το εξής παράδειγμα: Στη διασταύρωση της γραμμής A1 και της στήλης B2 βρίσκεται ο αριθμός 4. Αυτό σημαίνει ότι 4 υποκείμενα "επέλεξαν" συγχρόνως τις απαντήσεις A1 και B2. Πράγματι, προσέχοντας τις στήλες A1 και B2 του δικαδικού πίνακα, παρατηρούμε ότι υπάρχουν 4 γραμμές στη διασταύρωση των οποίων με τις δύο αυτές στήλες εμφανίζεται ταυτόχρονα η τιμή 1. Στον πίνακα του Burt βλέπουμε επίσης ότι στη διασταύρωση της γραμμής A1 και της στήλης A1 υπάρχει ο αριθμός 6. Αν προσέξουμε στη στήλη A1 του δικαδικού πίνακα θα παρατηρή-

### Πίνακας 1

Δικαδικός πίνακας και ο αντίστοιχος πίνακας Burt

A1	A2	B1	B2	C1	C2	C3		A1	A2	B1	B2	C1	C2	C3
1	0	0	1	1	0	0	A1	6	0	2	4	3	2	1
0	1	1	0	1	0	0	A2	0	4	3	1	1	1	2
1	0	1	0	0	0	1	B1	2	3	5	0	2	1	2
1	0	0	1	0	1	0	B2	4	1	0	5	2	2	1
0	1	1	0	0	1	0	C1	3	1	2	2	4	0	0
1	0	0	1	0	1	0	C2	2	1	1	2	0	3	0
1	0	1	0	1	0	0	C3	1	2	2	1	0	0	3
0	1	1	0	0	0	1								

Σημείωση. Οι δυνατές απαντήσεις στις τρεις ερωτήσεις A, B, και C συμβολίζονται αντίστοιχα με A1, A2, B1, B2, C1, C2, C3. Στο δικαδικό πίνακα, η "επιλογή" μιας απάντησης από τα υποκείμενα συμβολίζεται με 1 ενώ η "μη επιλογή" της με 0. Στον πίνακα Burt, οι γραμμές και οι στήλες ταυτίζονται με το σύνολο των απαντήσεων. Στη διασταύρωση μιας γραμμής και μιας στήλης η εμφανιζόμενη τιμή εκφράζει το πλήθος των υποκειμένων που "επέλεξαν" συγχρόνως τις αντίστοιχες απαντήσεις. Στον ίδιο πίνακα τα διαγώνια μετράει είναι πλακωμένα.

σοιμε ότι υπάρχουν 6 υποκειμένα τα οποία έχουν απαντήσει με 1, δηλαδή έχουν επιλέξει την απάντηση Α1 στη ερώτηση Α. Ο πίνακας του Burt αποτελείται από μπλοκ. Ας σημειωθεί ότι σε κάθε διαγώνιο μπλοκ μόνο οι κινυφές που βρίσκονται πάνω στην κύρια διαγώνιο είναι διάφορες του 0 ενώ οι παραδιαγώνιες κινυφές είναι μηδενικές. Αυτό συμβαίνει γιατί όπως έχει αναφερθεί δεν είναι επιτρεπτό στα υποκειμένα να επιλέγουν περισσότερες από μια απαντήσεις σε μια συγκεκριμένη ερώτηση q. Έτσι παρατηρούμε ότι στον πίνακα του Burt (Πίνακας 1), στη διασταύρωση της γραμμής Β1 και Β2, για παράδειγμα, η τιμή 0 δηλώνει ότι δεν υπάρχει κανένα υποκειμένο που να επέλεξε ταυτόχρονα τις δύο απαντήσεις Β1 και Β2.

Αποδεικνύεται ότι η ΠΑΑ εφαρμοζόμενη στους δύο πίνακες δίνει ουσιαστικά παρόμοια αποτελέσματα (βλ. Lebart & Tabart, 1973). Συμβολίζουμε με  $Ga(j)$  την προβολή της απάντησης  $j$  πάνω στον παραγοντικό άξονα τάξης  $a$  που κατασκευάστηκε από την ανάλυση του διανδικού πίνακα και έχει χαρακτηριστική τιμή  $\lambda a$ . Έστω ακόμα  $GBa(j)$  η προβολή της ίδιας απάντησης πάνω στον παραγοντικό άξονα της ίδιας τάξης που προέρχεται από την ανάλυση του πίνακα του Burt με χαρακτηριστική τιμή  $\lambda Ba$ . Οι παρακάτω σχέσεις αληθεύουν:

$$GBa(j) = \lambda a^{-1/2} \cdot Ga(j)$$

και αντίστροφα

$$Ga(j) = \lambda a^{1/2} \cdot GBa(j)$$

Όπως φαίνεται από τις παραπάνω σχέσεις οι παραγοντικοί άξονες ίδιας τάξης που προέρχονται από τις δύο αναλύσεις παρέχουν παρόμοια απεικόνιση του προβαλλομένου πάνω τους νέφους  $N(J)$ .

Όσον αφορά τις χαρακτηριστικές τιμές ισχύει η σχέση :

$$\lambda Ba = \lambda a^2$$

Στην πράξη προτιμάται συνήθως η ανάλυση του πίνακα του Burt που είναι ένας πίνακας σιχνότητας. Αυτό συμβαίνει επίσης λόγω του ότι τα ποσοστά αδράνειας που ερμηνεύουν οι πρώτοι παραγοντικοί άξονες στον πίνακα του Burt είναι υψηλότερα από τα ποσοστά αδράνειας των αντίστοιχων άξονων που προέρχονται από την ανάλυση του διανδικού πίνακα και που δίνουν μια απαισιόδοξη, θα έλεγε κανείς, εικόνα της ερμηνευτικής ικανότητας των άξονων.

### Εφαρμογές της Παραγοντικής Ανάλυσης των Αντιστοιχιών στις επιστήμες συμπεριφοράς

Στο τμήμα αυτό της εργασίας παρουσιάζονται τρεις εφαρμογές της ΠΑΑ με στόχο την κατανόηση του τρόπου ερμηνείας των αποτελεσμάτων της μεθόδου. Η ερμηνεία βασίζεται στη συστηματική μελέτη των παραγόντων που πραγματοποιείται αφενός με τη βοήθεια των γραφικών τους παραστάσεων και αφετέρου με τη χρήση των διαφόρων βοηθημάτων ερμηνείας, κύρια δε των σχετικών συνεισοφορών CTR και των συσχετίσεων COR. Οι τρεις αυτές εφαρμογές βασίζονται σε εργασίες που εκπονήθηκαν από φοιτητές του μεταπτυχιακού κύκλου σπουδών του Τομέα Ψυχολογίας της Φιλοσοφικής σχολής του Α.Π.Θ. Η πρώτη από αυτές χρησιμοποιεί δεδομένα που συλλέχθηκαν στο πλαίσιο εκπόνησης διδακτορικής διατριβής και αφορούν το χώρο της Κλινικής Ψυχολογίας. Η εφαρμογή αυτή επιλέχτηκε γιατί λόγω των πολύ μικρών διαστάσεων του πίνακα δεδομένων γίνεται δυνατή η λεπτομερέστερη παρουσίαση των στοιχείων της ανάλυσης. Η δεύτερη και η τρίτη εφαρμογή βασίζονται σε δεδομένα που συγκεντρώθηκαν στο πλαίσιο εκπόνησης μεταπτυχιακών εργασιών και αναφέρονται στο χώρο της Γνωστικής και της Κοινωνικής Ψυχολογίας, αντίστοιχα. Η δεύτερη εφαρμογή χρησιμοποιεί, όπως και η πρώτη, πίνακα σιχνότητας, ενώ η τρίτη δείχνει τον τρόπο χρήσης της ΠΑΑ στην ανάλυση ερωτηματολογίων.

Ας σημειωθεί ότι κατά το σχολιασμό - από ψυχολογικής άποψης - των διαφόρων ευρη-

μάτων δε δίνονται παρά ελάχιστα στοιχεία αναφορικά με την ερμηνεία τους. Αυτό γίνεται επειδή σκοπός της εργασίας αυτής είναι να παρουσιάσει τις βιωτικές αρχές της μεθόδου και όχι να εμβαθύνει στην ερμηνεία των διαφορών ψυχολογικών φαινομένων. Έτσι, δίνεται η δυνατότητα στον αναγνώστη, ερευνητή των επιστημών της συμπεριφοράς, να προβληματιστεί, αν το επιθυμεί, προς την κατεύθυνση μιας περισσότερο εμπειριστωμένης ερμηνείας των εννοιμάτων που αναδεικνύει η μέθοδος.

### **Εφαρμογή 1 : Αξιολόγηση θεραπευτικής παρέμβασης σχετικής με την προσπάθεια βελτίωσης της διαπροσωπικής επικοινωνίας.**

Στην Κλινική Ψυχολογία έχουν γίνει πολλές προσπάθειες ανάλυσης των μηνυμάτων που ανταλλάσσονται στη διάρκεια της επικοινωνίας μεταξύ δύο ατόμων (Hahlweg & Jacobson, 1984). Στη συγκεκριμένη έρευνα μετράται η διαφοροποίηση της συζυγικής επικοινωνίας με σκοπό να βελτιωθεί η διαπροσωπική επικοινωνία των ζευγαριών ως αποτέλεσμα της εφαρμογής συγκεκριμένης θεραπευτικής παρέμβασης.

Στο πείραμα πήραν μέρος συνολικά 22 ζευγάρια που είχαν ζητήσει την υποστήριξη του Κέντρου Ψυχικής Υγιεινής λόγω των συζυγικών προβλημάτων που αντιμετώπιζαν. Τα ζευγάρια μαγνητοσκοπήθηκαν πριν την παρέμβαση για χρονικό διάστημα 24 λεπτών, ενώ συζητούσαν δύο θέματα, ένα σημαντικό και ένα άλλο μη σημαντικό που τα ίδια επέλεξαν. Έτσι ήταν δυνατή η καταγραφή των μηνυμάτων (μη λεκτικών και λεκτικών) που ανταλλάχθηκαν μεταξύ των δύο συζύγων. Η ίδια ακριβώς διαδικασία επαναλήφθηκε τρεις μήνες μετά, στο τέλος της θεραπευτικής διαδικασίας. Τα θέματα που συζητήθηκαν ήταν τα ίδια πριν και μετά την παρέμβαση. Κατόπιν τα μηνύματα αυτά κατηγοροποιήθηκαν με βάση μια πεντάβαθμη κλίμακα, ανάλογα με το πόσο θετικά ή αρνητικά ήταν. Έτσι στην κατηγορία 1 περιλήφθηκαν τα μηνύματα που χαρακτηρίστηκαν εντελώς αρνητικά, στην κα-

τηγορία 2 τα λιγότερο αρνητικά, κ.ο.κ. μέχρι την κατηγορία 5, στην οποία περιλήφθηκαν τα απολύτως θετικά μηνύματα. Τα δεδομένα που συγκεντρώθηκαν παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.

Οι γραμμές Ι αυτού του πίνακα αντιστοιχούν στις πέντε κατηγορίες μηνυμάτων, ενώ οι τέσσερις στήλες J αντιστοιχούν στη διαφοροποίηση των θεμάτων σε σημαντικά και σε μη σημαντικά πριν και μετά την παρέμβαση. Οι στήλες φέρουν τους κωδικούς ΣΠ (σημαντικό θέμα πριν την παρέμβαση), ΜΣΠ (μη σημαντικό θέμα πριν την παρέμβαση), ΣΜ (σημαντικό θέμα μετά την παρέμβαση) και ΜΣΜ (μη σημαντικό θέμα μετά την παρέμβαση). Ο πίνακας αυτός είναι ένας πίνακας συχνοτήτων. Έτσι ο αριθμός 747, για παράδειγμα, που εμφανίζεται στη διασταύρωση της πέμπτης γραμμής και της στήλης με τίτλο ΣΜ δηλώνει το πλήθος των απολύτως θετικών μηνυμάτων που αναφέρονταν σε σημαντικό θέμα και ανταλλάχθηκαν από τα ζευγάρια μετά το τέλος της θεραπευτικής παρέμβασης.

Το νέφος των γραμμών N(I) αποτελείται από 5 σημεία ενώ το νέφος των στηλών N(J) αποτελείται από 4 σημεία. Τα προφίλ του νέφους των γραμμών καθώς και αυτά του νέφους των στηλών εμφανίζονται στον Πίνακα 3. Στον ίδιο πίνακα διακρίνουμε επίσης μια γραμμή περιθωρίου (στον πίνακα των προφίλ των γραμμών) και μια στήλη περιθωρίου (στον πίνακα των προφίλ των στηλών). Οι τιμές της γραμμής περιθωρίου συνιστούν το προφίλ αυτής της γραμμής που εκφράζει αφενός τις συντεταγμένες του κέντρου βάρους του νέφους N(I) και αφετέρου τις μάζες των σημείων του νέφους N(J). Κατά όμοιο τρόπο οι τιμές της στήλης περιθωρίου αποτελούν το προφίλ της. Οι τιμές αυτές είναι ίσες με τις συντεταγμένες του κέντρου βάρους του νέφους N(J) και ίσες ακόμα με τις μάζες των σημείων του νέφους N(I).

Επειδή ο πίνακας των δεδομένων είναι διαστάσεων 5x4, ο αριθμός των παραγοντικών αξόνων που κατασκευάζονται είναι 3. Ο αριθμός αυτός ισούται, όπως έχει ήδη επιση-

**Πίνακας 2**

Πίνακας συχνοτήτων των μηνυμάτων που ανταλλάχθηκαν κατά κατηγορία αξιολόγησης και βάσει της σημαντικότητας ή μη του θέματος πριν και μετά την θεραπεία.

Αξιολόγηση	ΣΠ	ΜΣΠ	ΣΜ	ΜΣΜ	Σύνολο
1	2348	2228	1545	1528	7649
2	837	968	550	639	2994
3	269	284	393	374	1320
4	707	826	764	848	3145
5	292	301	747	633	1973
Σύνολο	4453	4607	3999	4022	17081

Σημείωση. Με ΣΠ και ΜΣΠ συμβολίζονται αντίστοιχα τα σημαντικά και μη σημαντικά θέματα πριν την παρέμβαση ενώ με ΣΜ και ΜΣΜ τα ίδια θέματα μετέ την παρέμβαση. Οι κατηγορίες 1 έως 5 εκφράζουν την αξιολόγηση των μηνυμάτων (1: απολύτως αφηρητικό έως 5: απολύτως θετικό).

μανθεί, με τη μικρότερη διάσταση του πίνακα συχνοτήτων (που έχει την τιμή 4) μειούμενη κατά 1. Από αυτούς ο πρώτος άξονας έχει χαρακτηριστική τιμή .0424, ο δεύτερος .0019, ενώ η χαρακτηριστική τιμή του τρίτου άξονα είναι αμελητέα. Σε ποσοστά επί της συνολικής αδράνειας ο πρώτος άξονας εξηγεί το 95.5% ενώ ο δεύτερος άξονας μόλις το 4.3%. Ο πρώτος λοιπόν άξονας παρέχει σχεδόν όλη την πληροφορία που περιλαμβάνει ο πίνακας συχνοτήτων.

Για να βοηθηθούμε στην ερμηνεία των δύο πρώτων παραγόντων απαιτείται να ανατρέξουμε στα διάφορα βοηθήματα που περιέχονται στον Πίνακα 4. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από τρία τμήματα. Στο ανώτερο τμήμα περιέχονται οι πληροφορίες που αφορούν στο νέφος N(I) των γραμμών, στο μεσαίο τμήμα τα βοηθήματα σε σχέση με το νέφος N(J) των στηλών και στο κατώτερο δίνονται τα βοηθήματα για δύο συμπληρωματικά στοιχεία. Τα στοιχεία αυτά αποτελούν στήλες του πίνακα συχνοτήτων από τις οποίες η μεν πρώτη με την κωδική ονομασία PIN είναι το άθροισμα των τιμών των στηλών ΣΠ και ΜΣΠ και περιέχει το πλήθος των μηνυμάτων που ανταλλάχθηκαν πριν την παρέμβαση, ενώ η δεύτερη με την ονομασία META είναι το ά-

θροισμα των στηλών ΣΜ και ΜΣΜ και περιέχει το πλήθος των μηνυμάτων που ανταλλάχθηκαν μετά την παρέμβαση. Η εισαγωγή αυτών των στοιχείων στην ανάλυση θα βοηθήσει στην καλύτερη αξιολόγηση της θεραπευτικής παρέμβασης. Στη στήλη QLT - που δείχνει την ποιότητα αναπαράστασης των δύο νεφών στο επίπεδο των δύο πρώτων αξόνων - οι διάφορες τιμές δείχνουν ότι η ποιότητα αυτή πλησιάζει το τέλειο. Μένει να δούμε αν η αναπαράσταση των σημείων είναι καλή και στους δύο άξονες ή μήπως σε ένα μόνο από αυτούς. Από τις τιμές COR των σημείων συμπεραίνουμε ότι όλα τα σημεία έχουν μια πολύ καλή έως άριστη θα λέγαμε αναπαράσταση στον πρώτο άξονα - με μόνη ίσως εξαίρεση την κατηγορία 4 (σχεδόν θετικό μήνυμα) - ενώ η εικόνα αυτή χειροτερεύει αισθητά στο δεύτερο άξονα. Όσον αφορά την αδράνεια των διαφόρων σημείων, αίσθηση προκαλεί η τιμή INR=571 της κατηγορίας 5 (απολύτως θετικό μήνυμα). Αυτό σημαίνει ότι το 57% της συνολικής αδράνειας του νέφους N(I) οφείλεται σε αυτήν την κατηγορία. Παρατηρώντας τις τιμές CTR των διαφόρων σημείων στον πρώτο άξονα, προσέχουμε και πάλι την κατηγορία 5 που μόνη της συμμετέχει σε ποσοστό περίπου 60% της διασποράς του.

Πίνακας 3

Προφίλ γραμμών και στηλών καθώς και προφίλ περιθωρίων του πίνακα συχνοτήτων των μηνυμάτων που ανταλλάσσονται στη διάγνωση της συζυγικής επικοινωνίας.

Προφίλ των γραμμών					Προφίλ των στηλών				
	ΣΠ	ΜΣΠ	ΣΜ	ΜΣΜ		ΣΠ	ΜΣΠ	ΣΜ	ΜΣΜ
1	.31	.29	.20	.20	1	.53	.48	.39	.38
2	.28	.32	.18	.21	2	.19	.21	.14	.16
3	.20	.22	.30	.28	3	.06	.06	.10	.09
4	.22	.26	.24	.27	4	.16	.18	.19	.21
5	.15	.15	.38	.32	5	.06	.07	.19	.16
	.26	.27	.23	.24					

Σημείωση. Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα προφίλ, δηλαδή οι κατανομές των σχετικών συχνοτήτων, των γραμμών και των στηλών του Πίνακα 2. Με ΣΠ και ΜΣΠ συμβολίζονται αντίστοιχα τα σημαντικά και μη σημαντικά θέματα πριν την παρέμβαση ενώ με ΣΜ και ΜΣΜ τα ίδια θέματα μετά την παρέμβαση. Οι κατηγορίες 1 έως 5 εκφράζουν την αξιολόγηση των μηνυμάτων (1: απολύτως αρνητικό έως 5: απολύτως θετικό).

Στην πράξη, όταν υπάρχουν παρόμοιες περιπτώσεις, συνιστάται η απομάκρυνση των σημείων αυτών από την ανάλυση και η χρησιμοποίησή τους ως συμπληρωματικών στοι-

χείων. Τούτο καθιστά δυνατή τη βαθύτερη μελέτη του παρόντος σε σχέση με τα υπόλοιπα σημεία. Το αμέσως καλύτερο σημείο του νέφους N(I) από άποψη συνεισφοράς είναι η

Πίνακας 4

Παραγοντική ανάλυση των αντιστοιχιών των μηνυμάτων που ανταλλάσσονται στη διάγνωση της συζυγικής επικοινωνίας. Βοηθήματα για την αξιολόγηση των στοιχείων της ανάλυσης.

	QLT	MAZA	INR	1" ΠΑΡ.	COR	CTR	2" ΠΑΡ.	COR	CTR
1	1000	448	199	-135	929	194	-37	71	327
2	991	175	98	-147	871	90	55	120	274
3	999	77	88	225	999	92	1	0	0
4	984	184	43	82	650	29	59	334	335
5	1000	116	571	468	995	595	-33	5	64
ΣΠ	998	261	257	-203	943	254	-49	55	331
ΜΣΠ	997	270	212	-181	943	209	44	54	268
ΣΜ	999	234	351	255	977	359	-38	22	178
ΜΣΜ	996	235	181	179	943	178	43	53	223
ΠΡΙΝ	1000	530	441	-192	1000	-	-2	0	-
ΜΕΤΑ	1000	470	498	217	1000	-	2	0	-

Σημείωση. Με ΣΠ και ΜΣΠ συμβολίζονται αντίστοιχα τα σημαντικά και μη σημαντικά θέματα πριν την παρέμβαση ενώ με ΣΜ και ΜΣΜ τα ίδια θέματα μετά την παρέμβαση. Με ΠΡΙΝ και ΜΕΤΑ συμβολίζονται τα συμπληρωματικά στοιχεία. Οι κατηγορίες 1 έως 5 εκφράζουν την αξιολόγηση των μηνυμάτων (1: απολύτως αρνητικό έως 5: απολύτως θετικό). Τα βοηθήματα για την αξιολόγηση των στοιχείων είναι τα εξής: MAZA: η μάζα του στοιχείου, INR: το ποσοστό της συνεισφοράς του στοιχείου στη συνολική αδράνεια, COR: η συσχέτιση του στοιχείου με τον άξονα, CTR: το ποσοστό της συνεισφοράς του στοιχείου στην εμψύχηση του άξονα, QLT: η ποιότητα απεικόνισης του στοιχείου στο επίπεδο των δύο πρώτων άξονων. Εμφανίζονται ακόμα οι συντεταγμένες των σημείων σε κάθε άξονα.

κατηγορία 1 (εντελώς αρνητικό μήνυμα) με  $CTR=194$ . Οι δύο λοιπόν αυτές κατηγορίες εξηγούν το 79% της αδράνειας του πρώτου άξονα και συνεπώς είναι οι κατηγορίες που παίζουν καθοριστικό ρόλο στην ερμηνεία του. Όσον αφορά το νέφος  $N(J)$  των στηλών, και τα τέσσερα σημεία έχουν σημαντικές τιμές  $CTR$  με καλύτερες αυτές των σημείων ΣΜ (σημαντικό θέμα μετά) και ΣΠ (σημαντικό θέμα πριν). Σε σχέση τώρα με το δεύτερο παραγοντικό άξονα η κατηγορία 3 (ουδέτερο μήνυμα) έχει μηδενική συνεισφορά ( $CTR=0$ ) και συσχέτιση ( $COR=0$ ). Αυτό σημαίνει ότι η κατηγορία αυτή είναι τελείως αμέτοχη στην ερμηνεία αυτού του παράγοντα. Από τις υπόλοιπες κατηγορίες σημαντικότερες είναι η 4 (σχεδόν θετικό μήνυμα) και η 1 (εντελώς αρνητικό μήνυμα). Αντίθετα όλα τα σημεία του νέφους των στηλών έχουν αξιόλογες συνεισφορές στην ερμηνεία του άξονα αυτού με καλύτερη αυτή του σημείου ΣΠ (σημαντικό θέμα πριν). Αναφορικά τέλος με τα συμπληρωματικά στοιχεία, παρατηρούμε ότι και τα δύο είναι τέλεια συσχετισμένα με τον πρώτο άξονα ( $COR=1000$ ) και καθόλου με το δεύτερο ( $COR=0$ ). Σημειώνεται ότι οι τιμές  $CTR$  και για τους δύο άξονες δεν παρουσιάζονται, λόγω του ότι τα σημεία αυτά δε συμμετέχουν στην κατασκευή των παραγοντικών αξόνων και συνεπώς δεν έχει νόημα ο υπολογισμός των τιμών αυτών.

Ας περάσουμε τώρα στην περιγραφή του παραγοντικού επιπέδου που σχηματίζεται από τους δύο πρώτους άξονες (Σχήμα 2). Αυτό που ενδιαφέρει σε αυτήν την περιγραφή είναι πώς τοποθετούνται τα διάφορα σημεία μεταξύ τους αλλά και σε σχέση με τους άξονες. Για μια ακριβή γνώση των θέσεων των σημείων πάνω στους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες, μπορεί κανείς να ανατρέξει στον Πίνακα 4 στον οποίο παρουσιάζονται οι συντεταγμένες των διαφόρων σημείων με τα πρόσημά τους. Στο παραγοντικό επίπεδο, ο κάθε άξονας είναι ο πρώτος παραγοντικός άξονας ενώ ο οριζόντιος άξονας είναι ο δεύτερος παραγοντικός. Στη θετική πλευρά του πρώτου άξονα βρίσκονται τοποθετημένες οι

κατηγορίες 3, 4 και 5 ενώ στην αρνητική πλευρά οι κατηγορίες 1 και 2. Υπάρχει λοιπόν ένας σαφής διαχωρισμός των αρνητικών από τα θετικά μηνύματα. Η αντίθεση αυτή εκφράζεται κυρίως - όπως έδειξε η μελέτη των συσχετίσεων και των συνεισφορών - από τις ακραίες κατηγορίες 1 (εντελώς αρνητικό μήνυμα) και 5 (απόλυτα θετικό μήνυμα). Προσέχοντας αντίστοιχα τις θέσεις των σημείων  $N(J)$  πάνω σε αυτόν τον άξονα, παρατηρούμε ότι τα σημεία ΣΜ (σημαντικό θέμα μετά) και ΜΣΜ (μη σημαντικό θέμα μετά) είναι τοποθετημένα στο θετικό πόλο - μαζί με τις κατηγορίες 3, 4 και 5 - ενώ τα δύο άλλα σημεία ΣΠ (σημαντικό θέμα πριν) και ΜΣΠ (μη σημαντικό θέμα πριν) στον αρνητικό πόλο - κοντά στις κατηγορίες 1 και 2. Είναι συνεπώς σαφές ότι ο πρώτος παράγοντας αντιπαραθέτει τα μηνύματα που ανταλλάχθηκαν πριν τη θεραπευτική παρέμβαση με αυτά που ανταλλάχθηκαν μετά το τέλος της, ανεξαρτήτως αν αυτά αναφέρονταν σε σημαντικά ή σε μη σημαντικά θέματα. Τα μηνύματα που ανταλλάχθηκαν πριν την παρέμβαση είναι κυρίως μηνύματα αρνητικού περιεχομένου ενώ το ακριβώς αντίθετο παρατηρείται με τα μηνύματα που ανταλλάχθηκαν μετά τη θεραπεία, όπου το σημαντικότερο μέρος αποτελούν τα θετικά μηνύματα. Αυτό το συμπέρασμα ενισχύεται από τη θέση των συμπληρωματικών στοιχείων. Πράγματι, παρατηρούμε ότι το στοιχείο "ΜΕΤΑ" είναι τοποθετημένο στη θετική πλευρά του άξονα ενώ το στοιχείο "ΠΡΙΝ" στην αρνητική. Η ερμηνεία του πρώτου παράγοντα αποκαλύπτει συνεπώς μια συνολική βελτίωση της διαπροσωπικής επικοινωνίας των ζευγαριών που μπορεί να αποδοθεί στη συγκεκριμένη θεραπευτική παρέμβαση και η οποία φαίνεται να είναι ανεξάρτητη της σημαντικότητας των θεμάτων.

Ως προς το δεύτερο παράγοντα μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι αυτός αντιπαραθέτει τα σημεία ΣΠ (σημαντικό θέμα πριν) και ΣΜ (σημαντικό θέμα μετά) που είναι τοποθετημένα στον αρνητικό πόλο του δεύτερου άξονα με τα σημεία ΜΣΠ (μη σημαντικό θέμα πριν) και ΜΣΜ (μη σημαντικό θέμα



1ος παραγοντικός άξονας: ο κάθετος      2ος παραγοντικός άξονας: ο οριζόντιος

5	(+)
ΣΜ	3 ΜΕΤΑ
(-)	4 (+)
1	2
ΣΠ	ΜΣΠ
ΠΡΙΝ	(-)

**Σχήμα 2:** Παραγοντική ανάλυση των αντιστοιχιών των μηνυμάτων που ανταλλάσσονται στη διάρκεια της συζηγητικής επικοινωνίας. Επίπεδο των δύο πρώτων παραγοντικών άξόνων. Με ΣΠ και ΜΣΠ συμβολίζονται αντίστοιχα τα σημαντικά και μη σημαντικά θέματα πριν την παρέμβαση ενώ με ΣΜ και ΜΣΜ τα ίδια θέματα μετά την παρέμβαση. Τα σημεία ΠΡΙΝ και ΜΕΤΑ συμμετέχουν σαν συμπληρωματικά. Οι κατηγορίες 1 έως 5 εκφορίζουν την αξιολόγηση των μηνυμάτων (1: απολύτως αρνητικό έως 5: απολύτως θετικό).

μετά) που εντοπίζονται στο θετικό πόλο. Αυτή η περιγραφική οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ο παράγοντας αυτός διαχωρίζει καλά τα σημαντικά από τα μη σημαντικά θέματα, ασχέτως αν ανταλλάχθηκαν πριν ή μετά την παρέμβαση. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει συνέπεια στη θεώρηση των θεμάτων ως σημαντικών ή μη σημαντικών, ανεξάρτητα από τη θεραπευτι-

κή παρέμβαση.

Όσον αφορά τέλος τη θέση των κατηγοριών, στη θετική πλευρά βρίσκονται οι κατηγορίες 2 και 4, σε αντίθεση με τις κατηγορίες 1 και 5 που βρίσκονται στην αρνητική πλευρά. Σημειώνεται επίσης ότι η κατηγορία 5 (απόλυτα θετικά μηνύματα) έχει ελάχιστη σχέση με αυτόν τον άξονα (COR=5, CTR=64).

## **Εφαρμογή 2 : Διερεύνηση των προτύπων για τη νοημοσύνη που υιοθετούνται από άτομα διαφορετικών ηλικιών.**

### **Εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης των Αντιστοιχιών σε πίνακα συχνοτήτων.**

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να αποκαλύψει τη δομή και το περιεχόμενο του προτύπου για τη νοημοσύνη που υιοθετείται από άτομα διαφορετικών ηλικιών. Στην έρευνα συμμετείχαν 318 υποκείμενα ηλικίας από 12 έως 60 χρόνων. Τα υποκείμενα χωρίστηκαν σε δέκα ομάδες ανάλογα με την ηλικία τους. Οι έξι πρώτες ομάδες ηλικίας αντιστοιχούν στις έξι τάξεις της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης και συγκεκριμένα στις ηλικίες 12-13, 13-14, 14-15, 15-16, 16-17, και 17-18 χρόνων. Οι τέσσερις επόμενες ομάδες ηλικίας ορίστηκαν ως εξής : η πρώτη από αυτές περιλαμβάνει άτομα ηλικίας 18-25 χρόνων, η δεύτερη ομάδα άτομα ηλικίας 26-35 χρόνων, η τρίτη άτομα 36-45 χρόνων και η τέταρτη ομάδα περιλαμβάνει άτομα ηλικίας 46-60 χρόνων.

Για τη διερεύνηση του προτύπου για τη νοημοσύνη χρησιμοποιήθηκε μια ανοικτή ερώτηση. Τα υποκείμενα καλούνταν να δώσουν, χωρίς περιορισμό σε αριθμό, τα χαρακτηριστικά ενός ενφυσού ενήλικου. Με βάση τις απαντήσεις των υποκειμένων σχηματίστηκαν ένδεκα κατηγορίες χαρακτηριστικών οι οποίες είναι: η ικανότητα λύσης προβλημάτων, η λεκτική ικανότητα, οι γνωστικές λειτουργίες, η κοινωνική ικανότητα, τα κίνητρα, ο χαρακτήρας, η ικανότητα μάθησης, η ενεργητικότητα, η κοινωνική συνείδηση, η λογική και τα ταλέντα (για μια αναλυτικότερη περιγραφή αυτών των κατηγοριών βλ. Καζή & Μακρής, 1992). Οι κατηγορίες που δημιουργήθηκαν μπορούν να βοηθούν ως οι διαστάσεις με βάση τις οποίες αναπαριστά τη νοημοσύνη ο μέσος άνθρωπος που δεν είναι ειδικός στην ψυχολογία της νοημοσύνης. Η ανίχνευση της δομικής σχέσης των προτύπων που υιοθετούνται από τις διαφορετικές ηλι-

κίες επιτεύχθηκε με την εφαρμογή της ΠΑΑ. Ο πίνακας στον οποίο εφαρμόστηκε η ΠΑΑ είναι ο πίνακας συχνοτήτων που διασταυρώνει τις 10 ομάδες ηλικιών με τις 11 κατηγορίες του προτύπου. Στη διασταύρωση της γραμμής *i* και της στήλης *j* εμφανίζεται το πλήθος των χαρακτηριστικών της κατηγορίας του προτύπου *j* που “υιοθετήθηκαν” από τα υποκείμενα της ομάδας ηλικίας *i*.

### **Αποτελέσματα**

Μια πρώτη εφαρμογή της ΠΑΑ έδειξε ότι οι κατηγορίες “Κοινωνική συνείδηση”, “Λογική” και “Ταλέντα” είχαν πολύ μικρή μάζα: 16, 21 και 14, αντίστοιχα. Για για το λόγο αυτό οι παραπάνω κατηγορίες απομακρύνθηκαν από την ανάλυση. Η ΠΑΑ εφαρμόστηκε για δεύτερη φορά στην οποία οι τρεις αυτές κατηγορίες συμμετείχαν σαν συμπληρωματικά στοιχεία.

Επειδή η τελική ΠΑΑ εφαρμόστηκε σε πίνακα συχνοτήτων του οποίου η μικρότερη διάσταση ήταν 8 (οι 8 κατηγορίες του προτύπου που συμμετείχαν σαν “ενεργά” στοιχεία), ο συνολικός αριθμός των παραγόντων που κατασκευάστηκαν ήταν 7 ( $8-1=7$ ). Η συστηματική μελέτη των πρώτων από αυτούς έδειξε ότι οι σημαντικότερες πληροφορίες που περιέχονται στα δεδομένα δίνονται από τους δύο πρώτους παράγοντες. Ο πρώτος εξηγεί το 47.38% της συνολικής αδράνειας και ο δεύτερος το 25.66%. Έτσι το επίπεδο των δύο πρώτων παραγοντικών αξόνων εξηγεί αθροιστικά το 73% της συνολικής αδράνειας. Αυτό το ποσοστό δείχνει ότι περνώντας από ένα χώρο υψηλής διάστασης σε χώρο διάστασης 2 (που είναι το επίπεδο) είναι δυνατό να περιγράψουμε συνολικά τις “ομοιότητες” και τις “αντιθέσεις” μεταξύ των διαφόρων κατηγοριών του πίνακα συνάφειας, χωρίς σημαντική απώλεια πληροφορίας. Παρακάτω ακολουθεί η ερμηνεία των δύο αυτών παραγόντων.

**Παράγοντας 1:** Ο παράγοντας αυτός προσδιορίζεται (βλ. Σχήμα 3) στην αρνητική πλευρά κυρίως από την κατηγορία “χαρακτή-

1ος παραγοντικός άξονας: ο οριζόντιος

2ος παραγοντικός άξονας: ο κάθετος

12-13 (-)	13-14 ΛΕΙ 14-15	(+)	ΙΑΠ ΓΝΑ 36-45 26-35
XAP	IMA 15-16	16-17 18-25	ENE ΚΟΙ
	KIN 46-60	(-)	

**Σχήμα 3:** Παραγοντική ανάλυση των αντιστοιχιών των προτύπων για τη νοημοσύνη που υιοθετούνται από διαφορετικές ηλικίες. Επίπεδο των δύο πρώτων παραγοντικών αξόνων. ΙΑΠ: Ικανότητα λύσης προβλημάτων, ΛΕΙ: Λεκτική ικανότητα, ΓΝΑ: Γνωστικές λειτουργίες, ΚΟΙ: Κοινωνική ικανότητα, ΚΙΝ: Κίνηση, ΧΑΡ: Χαρακτήρας, ΙΜΑ: Ικανότητα μάθησης, ΕΝΕ: Ενεργητικότητα.

ρας" (ΧΑΡ:COR=935, CTR=556) και δευτερευόντως από την ικανότητα μάθησης (ΙΜΑ:COR=325, CTR=51) και τη λεκτική ικανότητα (ΛΕΙ:COR=151, CTR=42). Ως προς την ηλικία, ξεχωρίζει σαφώς η ομάδα 12-13 χρόνων (Α' Γυμνασίου: COR=946, CTR=438) και ακολουθούν οι ομάδες 13-14 (Β' Γυμνασίου: COR=291, CTR=54), 14-15 (Γ' Γυμνασίου: COR=290, CTR=46) και 15-16 χρόνων (Α' Λυκείου: COR=536, CTR=64).

Στη θετική πλευρά του παράγοντα βρίσκονται οι γνωστικές λειτουργίες (ΓΝΑ:

COR=693, CTR=155), η ικανότητα λύσης προβλημάτων (ΙΑΠ: COR=205, CTR=30), η κοινωνική ικανότητα (ΚΟΙ: COR=479, CTR=101) και η ενεργητικότητα (ΕΝΕ: COR=351, CTR=64). Από τις ηλικίες έχουμε αντίστοιχα τις ομάδες 18-25 χρόνων (COR=357, CTR=83), 26-35 χρόνων (COR=811, CTR=266) και 36-45 χρόνων (COR=236, CTR=16). Στον παράγοντα αυτό αποδεικνύεται ότι υπάρχει μια σαφής διαφοροποίηση μεταξύ των διαστάσεων του προτύπου ευφρίας που κυριαρχούν στις διάφορες ηλικίες.

Πιο αναλυτικά, από την μελέτη των σημείων που είναι τοποθετημένα στην αρνητική πλευρά του πρώτου παράγοντα φαίνεται ότι ο χωροκτήρας αποτελεί τη σημαντικότερη διάσταση του προτύπου ευφυΐας των μικρών μαθητών και κυρίως αυτών της Α' Γυμνασίου. Αυτή η παρατήρηση απορρέει από τις πολύ υψηλές συνισφορές και συσχετίσεις των αντίστοιχων κατηγοριών αλλά και από τη θέση τους που είναι η πλέον απομακρυσμένη στην αρνητική πλευρά του άξονα. Οι σημαντικές διαστάσεις του προτύπου στις επόμενες τρεις ηλικίες είναι η λεκτική ικανότητα και η ικανότητα για μάθηση, στοιχεία συμπεριφοράς δηλαδή που ενεργοποιούνται κυρίως στο σχολικό περιβάλλον.

Ως προς τη θετική πλευρά του παράγοντα, μπορεί να δει κανείς ότι σημαντική διάσταση ευφυΐας για τα άτομα ηλικίας 18-25 χρόνων είναι η κοινωνική ικανότητα και η ενεργητικότητα (κατηγορίες που βρίσκονται σε γειτνίαση και που εμφανίστηκαν επίσης στην έρευνα του Sternberg, Conway, Ketron & Bernstein, 1981). Παράλληλα στα άτομα 26-35 χρόνων και 36-45 χρόνων μετατοπίζεται το κέντρο βάρους του προτύπου σε εσωτερικές ποιότητες που οδηγούν σε εκδηλώσεις ευφυούς συμπεριφοράς (γνωστικές λειτουργίες, ικανότητα λύσης προβλημάτων).

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα που δίνει ο πρώτος παράγοντας μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ο παράγοντας αυτός εκφράζει μια σαφή μετακίνηση - από τις μικρές στις μεγάλες ηλικίες - από στοιχεία συμπεριφοράς του ατόμου (χωροκτήρας) στην αλληλεπίδρασή του με τους άλλους (κοινωνική ικανότητα) και από άμεσες εκδηλώσεις της νοητικής λειτουργίας (λεκτική ικανότητα, ικανότητα μάθησης) - που είναι κυριαρχικά στοιχεία σε άτομα 13-16 χρόνων - προς χαρακτηριστικά που αφορούν βαθύτερες εκδηλώσεις της (γνωστικές λειτουργίες, ικανότητα λύσης προβλημάτων) και ακόμα σε χαρακτηριστικά που εννοούν την ανάπτυξη της (ενεργητικότητα) και τα οποία συνδέονται με τη νοημοσύνη από τις μεγάλες ηλικίες (18-45 χρόνων).

**Παράγοντας 2:** Η σημαντικότερη κατηγορία στη θετική πλευρά του παράγοντα αυτού είναι η λεκτική ικανότητα (ΛΕΙ:COR=666, CTR=340). Η κατηγορία αυτή αντιπαράκειται με την κατηγορία "κίνητρα" (KIN:-COR=536, CTR=314) που βρίσκεται στην αρνητική πλευρά αυτού του παράγοντα (βλ. Σχήμα 3). Σε σχέση τώρα με τις ηλικίες, οι ομάδες 13-14 χρόνων (Β' Γυμνασίου: COR=534, CTR=183) και 14-15 χρόνων (Γ' Γυμνασίου: COR=422, CTR=125) χαρακτηρίζουν το θετικό πόλο, ενώ στον αρνητικό πόλο κυρίαρχη είναι η ομάδα ηλικίας 46-60 χρόνων (COR=890, CTR=544).

Παρατηρούμε ότι και σε αυτόν τον παράγοντα (όπως και στον προηγούμενο) διαφοροποιούνται οι μικρότερες ομάδες ηλικίας από τη μεγαλύτερη ομάδα ηλικίας (46-60 χρόνων). Διαπιστώνεται ακόμα, όπως και στον πρώτο παράγοντα, ότι στις μικρές ηλικίες η λεκτική ικανότητα είναι σημαντική διάσταση "ευφυούς" συμπεριφοράς. Αντίθετα, για τη μεγαλύτερη ηλικία, σημαντική διάσταση νοημοσύνης είναι η ικανότητα ή η επιθυμία του ατόμου να εκμεταλλεύεται τις ικανότητες που διαθέτει (μέσω των κινήτρων) με σκοπό την όσο το δυνατόν πληρέστερη προσαρμογή και εξέλιξή του.

Όσον αφορά τα συμπληρωματικά στοιχεία, κανένα από αυτά δε βρέθηκε να συσχετίζεται ικανοποιητικά με τους παράγοντες που ερμηνεύσαμε. Γι' αυτό το λόγο αποκλείστηκαν από την ανάλυση των αποτελεσμάτων. Ας σημειωθεί τέλος ότι οι ομάδες ηλικιών 16-17 χρόνων (Β' Λυκείου) και 17-18 χρόνων (Γ' Λυκείου) - που κατέχουν την κεντρική θέση στο εύρος των ομάδων ηλικιών που μελετήθηκαν - δε συμμετείχαν στην ερμηνεία των παραγόντων, επειδή παρουσίασαν πολύ μικρή συνισφορά και συσχέτιση (CTR και COR). Το γεγονός αυτό ίσως υποδηλώνει ότι σε αυτές τις ηλικίες, τα χαρακτηριστικά που έχουν ήδη συμπεριληφθεί στο πρότυπο από τις προηγούμενες ηλικίες και αυτά που εμφανίζονται στις επόμενες είναι εξίσου σημαντικά.

### Εφαρμογή 3 : Εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης των Πολλαπλών Αντιστοιχιών στη διερεύνηση των διαστάσεων της αυτο-εικόνας των εφήβων.

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να διερευνήσει το προφίλ της εικόνας του εαυτού των εφήβων (Cooley, 1968. Mead, 1934. Burns, 1979). Οι τρεις χαρακτηριστικές διαστάσεις της αυτο-εικόνας των εφήβων που διερευνήθηκαν ήταν αυτές α) του Πραγματικού εαυτού (real self), β) του Ιδανικού κοινωνικού εαυτού (ideal social self) και γ) του Κοινωνικού εαυτού (social self). Στην έρευνα πήραν μέρος 459 κορίτσια και αγόρια δύο ομάδων ηλικίας (12-14 και 15-17 χρόνων) από σχολεία των Δυτικών ορεινών της Θεσσαλονίκης και από το Πειραματικό Σχολείο.

Οι απαντήσεις των εφήβων για τις τρεις διαστάσεις της αυτο-εικόνας των εφήβων κωδικοποιήθηκαν σε κατηγορίες οι οποίες καταρτίστηκαν από την ομάδα International Self-Identity Research Team (IN.S.I.R.T.). Για λόγους μεθοδολογικούς, έγινε σύμπτυξη των αρχικών κατηγοριών με κριτήριο την εννοιολογική τους συνάφεια. Οι επτά τελικές κατηγορίες που προέκυψαν και στις οποίες εντάσσονται οι απαντήσεις των υποκειμένων είναι οι εξής : 1) Γνωστικά χαρακτηριστικά-Σχολική ικανότητα, 2) Κοινωνική διαθεσιμότητα, 3) Αλτρουιστικά χαρακτηριστικά, 4) Εκπλήρωση ρόλων, 5) Γενικές ικανότητες-Ταλέντα, 6) Σωματικά χαρακτηριστικά-Υλικός εαυτός, 7) Διάφορα.

#### Κωδικοποίηση των δεδομένων

Οι απαντήσεις των υποκειμένων περιέχονται σε ακατέργαστη μορφή σε πίνακα που περιλαμβάνει 459 γραμμές - μια για κάθε υποκείμενο - και 3 στήλες οι οποίες αντιστοιχούν σε 3 μεταβλητές που είναι οι διαστάσεις της εικόνας του εαυτού. Όλες οι μεταβλητές είναι κατηγορικές με 7 κατηγορίες η καθεμία.

Ο παραπάνω πίνακας αποτελεί τυπική παρουσίαση δεδομένων που έχουν προκύψει

από απαντήσεις ατόμων σε κάποιο ερωτηματολόγιο. Για να αναλυθούν τα δεδομένα αυτού του τύπου με τη μέθοδο της ΠΑΑ, έπρεπε προηγουμένως να κωδικοποιηθούν σε δικαδική μορφή. Συγκεκριμένα, στη θέση των τριών μεταβλητών, δημιουργήθηκαν 21 νέες μεταβλητές όπως δηλαδή ο συνολικός αριθμός των κατηγοριών. Κάθε γραμμή του νέου πίνακα που προέκυψε, περιείχε τρεις φορές την τιμή 1 - στις αντίστοιχες κατηγορίες που "υιοθέτησε" το υποκείμενο - και τις υπόλοιπες φορές την τιμή 0. Ας σημειωθεί και πάλι ότι κάθε υποκείμενο "υιοθέτησε" αναγκαστικά μια μόνο κατηγορία για κάθε διάσταση της αυτο-εικόνας.

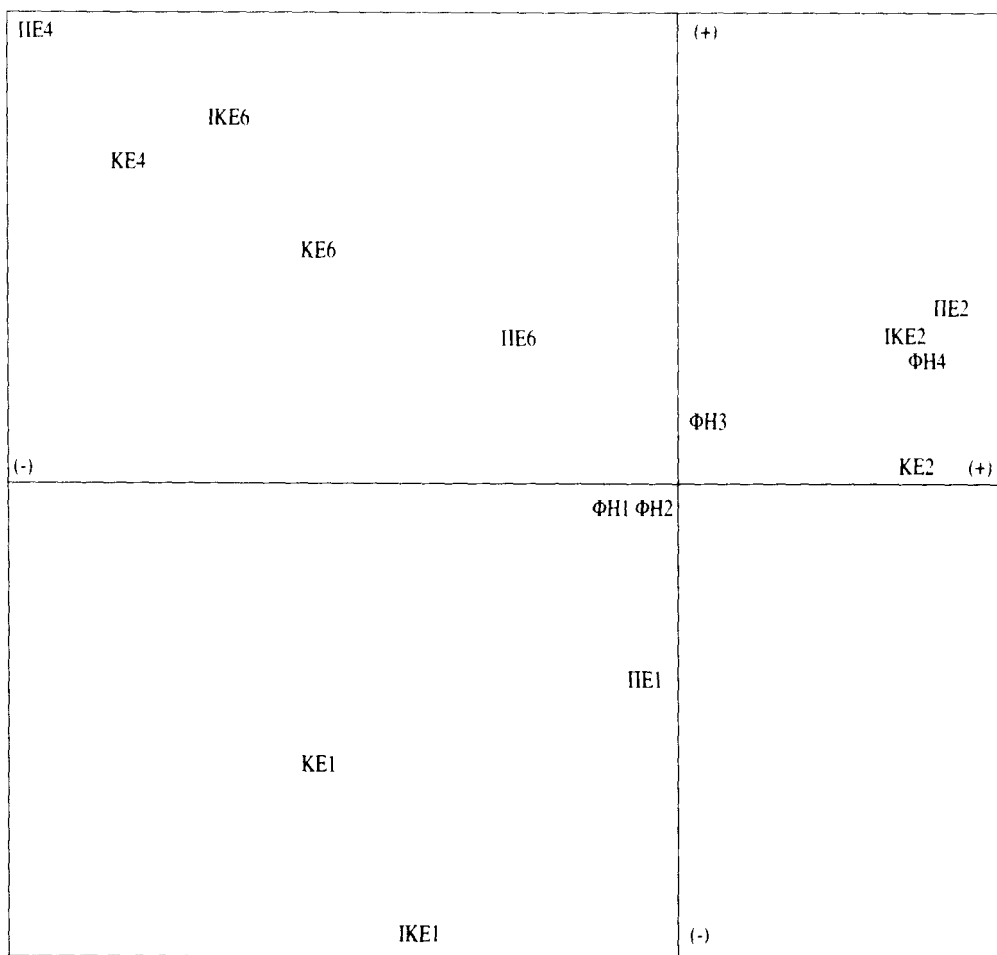
Με βάση το δυαδικό αυτόν πίνακα κατασκευάστηκε ο πίνακας του Burt που στη συγκεκριμένη περίπτωση ήταν διαστάσεων 21x21. Αυτός ήταν και ο τελικός πίνακας ο οποίος αναλύθηκε με τη μέθοδο της ΠΑΑ, με σκοπό να διερευνηθεί η δομή του πλέγματος των ομοιοτήτων και των αντιθέσεων που υπάρχουν μεταξύ των κατηγοριών των διαστάσεων της αυτο-εικόνας των εφήβων. Για να καταστεί ουσιαστικότερη η επιχειρούμενη διερεύνηση, ενσωματώθηκαν στην ανάλυση οι κατηγορίες δύο μεταβλητών σαν συμπληρωματικά στοιχεία. Η πρώτη μεταβλητή προέκυψε από συνδικασμό του φύλου και της ηλικίας των υποκειμένων και περιελάμβανε τέσσερις κατηγορίες : μικροί έφηβοι, μεγάλοι έφηβοι, μικρές έφηβες και μεγάλες έφηβες, όπου σαν "μικρά" θεωρήθηκαν τα άτομα ηλικίας 12-14 χρόνων, ενώ σαν "μεγάλα" τα άτομα ηλικίας 15-17 χρόνων. Η δεύτερη μεταβλητή ήταν το κοινωνικοοικονομικό επίπεδο των υποκειμένων με δύο κατηγορίες.

#### Αποτελέσματα

Ερμηνεύτηκαν οι δύο πρώτοι παράγοντες που εξηγούν το 20.7% περίπου της συνολικής αδράνειας. Ειδικότερα, ο πρώτος παράγοντας εξηγεί το 10.7% και ο δεύτερος το 10%. Οι προβολές των διαφόρων κατηγοριών στο επίπεδο των δύο πρώτων παραγοντικών αξόνων εμφανίζονται στο Σχήμα 4.

1ος παραγοντικός άξονας: ο κάθετος

2ος παραγοντικός άξονας: ο οριζόντιος



**Σχήμα 4:** Παραγοντική ανάλυση των πολλαπλών αντιστοιχιών των διαστάσεων της αυτο-εικόνας των εφήβων. Επίπεδο των δύο πρώτων παραγοντικών άξόνων. Εμφανίζονται οι κατηγορίες με τις μεγαλύτερες ομοιομορφίες και συνεισφορές. Οι τρεις διαστάσεις της αυτο-εικόνας συμβολίζονται ως εξής: ΠΕ: Πραγματικός εαυτός, ΙΚΕ: Ιδανικός κοινωνικός εαυτός, ΚΕ: Κοινωνικός εαυτός. Οι αριθμοί σημαίνουν: 1: Γνωστικά χαρ/κά-Σχολική ικανότητα, 2: Κοινωνική διαθεσιμότητα, 4: Εκπλήρωση ρόλων, 6: Σωματικά χαρ/κά-Υλικός εαυτός. Τα συμπληρωματικά στοιχεία συμβολίζονται ως εξής: ΦΗ1: Μικροί έφηβοι, ΦΗ2: Μεγάλοι έφηβοι, ΦΗ3: Μικρές έφηβες, ΦΗ4: Μεγάλες έφηβες.

**Παράγοντας 1:** Στην αρνητική πλευρά του πρώτου παράγοντα κυρίαρχη είναι η κατηγορία “Γνωστικά χαρακτηριστικά-Σχολική ικανότητα” και στις τρεις διαστάσεις της αυτο-εικόνας: “Πραγματικός εαυτός” (ΠΕ1: COR=440, CTR=204), “Ιδανικός κοινωνικός εαυτός” (ΙΚΕ1:COR=492, CTR=244) και “Κοινωνικός εαυτός” (ΚΕ1:COR=416,

CTR=202). Όπως φαίνεται από την παρουσίαση των συνεισφορών, το 65% της συνολικής αδράνειας του πρώτου παράγοντα “εξηγείται” από τις τρεις παραπάνω κατηγορίες (ΠΕ1, ΙΚΕ1, ΚΕ1) που γειτνιάζουν στην αρνητική πλευρά του παράγοντα αυτού. Είναι οι κατηγορίες που έχουν τη σημαντικότερη συμμετοχή στην ερμηνεία του.

Κατ' αντιπαράθεση, στη θετική πλευρά του πρώτου παράγοντα δεν εμφανίζονται κατηγορίες με σινεισοφορές ανάλογες αυτών της αρνητικής πλευράς. Σημαντικότερη είναι η κατηγορία "Σωματικός-Υλικός εαυτός" τόσο στη διάσταση "Ιδανικός κοινωνικός εαυτός" (ΚΕ6:COR=138, CTR=69) όσο και στη διάσταση "Κοινωνικός εαυτός" (ΚΕ6:COR=91, CTR=44). Μπορούμε ακόμα να ξεχωρίσουμε την κατηγορία "Εκπλήρωση ρόλων" για τον "Πραγματικό εαυτό" (ΠΕ4:COR=81, CTR=43). Ας σημειωθεί ότι οι παραπάνω κατηγορίες σιμμετέχουν περισσότερο στην ερμηνεία του δεύτερου παράγοντα, όπως θα διαπιστώσουμε κατά την ανάλυση του.

Όσον αφορά τα συμπληρωματικά στοιχεία της ανάλυσης, αυτά παρουσιάζουν μάλλον μικρή συσχέτιση με τον πρώτο παράγοντα. Η κύρια τάση που παρατηρείται είναι η τοποθέτηση της ομάδας "μεγάλοι έφηβοι" (ΦΗ2:COR=187) στην αρνητική πλευρά του παράγοντα σε αντιπαράθεση με την ομάδα "μικρές έφηβες" (ΦΗ3:COR=180) που παρουσιάζεται ελαφρά συσχετισμένη με τη θετική του πλευρά. Η ζειντίαση των κατηγοριών "Γνωστικά χαρακτηριστικά-Σχολική ικανότητα" και για τις τρεις διαστάσεις της αυτοεικόνας στην αρνητική πλευρά του πρώτου παράγοντα δείχνει ότι όταν χαρακτηριστικά όπως π.χ., έμπιστος, μελετηρός και ικανός στα μαθήματα αξιολογούνται ως τα σημαντικότερα για τον "Πραγματικό εαυτό", τότε αυτά αναφέρονται ως τα σημαντικότερα και για τον "Ιδανικό κοινωνικό εαυτό" αλλά και για τον "Κοινωνικό εαυτό".

Αν λάβουμε τώρα υπόψη μας τη θέση των συμπληρωματικών στοιχείων πάνω στη αρνητική πλευρά του πρώτου παράγοντα, παρατηρούμε τη "σύνδεση" της κατηγορίας "μεγάλοι έφηβοι" με την κατηγορία "Γνωστικά χαρακτηριστικά-Σχολική ικανότητα". Μπορούμε να θεωρήσουμε το εύρημα αυτό συμπληρωματικό εκείνου της Dragonas (1983), όπου, σε έρευνα για την αυτο-αντίληψη των προ-εφήβων στον ελληνικό χώρο, φάνηκε ότι τα αγόρια θεωρούν τη σχολική ικανότητα ως

το βασικότερο χαρακτηριστικό του πραγματικού τους εαυτού.

Αντίθετα στη θετική πλευρά του παράγοντα διαφαίνεται ένας ριζικά διαφορετικός τύπος αυτο-εικόνας. Κυρίαρχα στοιχεία του είναι η σημασία που αποδίδεται στο "Σωματικό-Υλικό εαυτό" για τις διαστάσεις "Ιδανικός κοινωνικός εαυτός" και "Κοινωνικός εαυτός" ενώ για τη διάσταση "Πραγματικός εαυτός", η κατηγορία "Εκπλήρωση ρόλων" φαίνεται να είναι η σημαντικότερη. Η τάση που διαφαίνεται από την εισαγωγή των συμπληρωματικών στοιχείων στην ανάλυση είναι να αποδοθεί ο παραπάνω τύπος της αυτο-εικόνας στις "μικρές έφηβες".

**Παράγοντας 2:** Στη θετική πλευρά του δεύτερου παράγοντα, δεσπόζει η κατηγορία της "Κοινωνικής διαθεσιμότητας" και για τις τρεις διαστάσεις της αυτο-εικόνας που εξετάζουμε. Πιο συγκεκριμένα έχουμε τη διάσταση "Πραγματικός εαυτός" (ΠΕ2:COR=449, CTR=174), τη διάσταση "Ιδανικός κοινωνικός εαυτός" (ΚΕ2:COR=261, CTR=94) και τη διάσταση "Κοινωνικός εαυτός" (ΚΕ2:COR=411, CTR=83).

Οι παραπάνω κατηγορίες αντιπαράθετα να τις σημαντικότερες (από την άποψη των σινεισοφορών) κατηγορίες της αρνητικής πλευράς του δεύτερου παράγοντα. Στην πλευρά αυτή συναντούμε την κατηγορία "Σωματικός-Υλικός εαυτός" στον "Πραγματικό εαυτό" (ΠΕ6:COR=234, CTR=92) κυρίως όμως στον "Ιδανικό κοινωνικό εαυτό" (ΚΕ6:COR=199, CTR=107) και στον "Κοινωνικό εαυτό" (ΚΕ6:COR=231, CTR=121). Υπάρχει ακόμα η κατηγορία της "Εκπλήρωσης ρόλων" στον "Πραγματικό εαυτό" (ΠΕ4:COR=169, CTR=97) και στον "Κοινωνικό εαυτό" (ΚΕ4:COR=185, CTR=105).

Η εισαγωγή των συμπληρωματικών στοιχείων στην ανάλυση βοηθά στον προσδιορισμό του φύλου και της ηλικίας των εφήβων των οποίων οι επιλογές ομοιάζουν ή αντιθέτως αντιπαράθετα στο δεύτερο παράγοντα. Παρατηρείται μια κάθete διαφοροποίηση, καθώς στη θετική πλευρά του τοποθετούνται οι "μεγάλες έφηβες" (ΦΗ4:COR=639)

ενώ στην αρνητική πλευρά οι έφηβοι, κυρίως όμως οι “μικροί έφηβοι” (ΦΗ1:COR=463). Σημειώνεται ότι και οι δύο αυτές ομάδες είναι υψηλά συσχετισμένες με τον παράγοντα αυτόν.

Συνοψίζοντας τα σημαντικότερα αποτελέσματα που αναδεικνύονται από τη μελέτη του επιπέδου των δύο πρώτων παραγοντικών αξόνων (βλ. Σχήμα 4), μπορούμε να πούμε ότι στην περιοχή που οριοθετείται από τη θετική πλευρά του πρώτου άξονα και την αρνητική πλευρά του δεύτερου άξονα βρίσκονται οι κατηγορίες του “Σωματικού-Υλικού εαυτού” και της “Εκπλήρωσης ρόλων” που φαίνεται να σχετίζονται με την ομάδα των “μικρών εφήβων” - κυρίως με τα αγόρια και σε μικρότερο βαθμό με τα κορίτσια. Οι κατηγορίες αυτές αντιτίθενται αφενός στην κατηγορία “Γνωστικά χαρακτηριστικά-Σχολική ικανότητα”, που χαρακτηρίζει κυρίως τους “μεγάλους εφήβους”, και αφετέρου στην κατηγορία “Κοινωνική διαθεσιμότητα” στην οποία αναφέρονται περισσότερο οι “μεγάλες έφηβες”. Ας σημειωθεί τέλος ότι η κοινωνικοοικονομική προέλευση των υποκειμένων δε μοιάζει να σχετίζεται με κανένα τρόπο με το σύνολο των πληροφοριών που παρέχει το σύστημα των δύο πρώτων παραγοντικών αξόνων.

### Λογισμικό για την εφαρμογή της ΠΑΑ

Το πρώτο πρόγραμμα σε Η/Υ της ΠΑΑ δημιουργήθηκε στη Γαλλία το 1963. Από τότε υπήρξαν πολλές βελτιώσεις και προσθήκες για να φθάσουμε στις μέρες μας να ομιλούμε όχι πλέον απλά για ένα πρόγραμμα αλλά για βιβλιοθήκες προγραμμάτων που δίνουν τη δυνατότητα ανάλυσης ενός τεράστιου αριθμού μεταβλητών, αλλά και αντιμετώπισης ενός μεγάλου φάσματος ειδικών περιπτώσεων. Θα επισημάνουμε δύο τέτοιες βιβλιοθήκες προγραμμάτων που δημιουργήθηκαν στη Γαλλία και που χρησιμοποιούν τις διάφορες μορφές

της ΠΑΑ και άλλων συναφών μεθόδων της πολυδιάστατης Στατιστικής. Η πρώτη είναι η βιβλιοθήκη προγραμμάτων A.D.A.D. (Association pour le Développement et la Diffusion de l'Analyse des Données) που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Στατιστικής του Πανεπιστημίου PARIS VI από το περιβάλλον του καθηγητή J. P. Benzécri. Η δεύτερη είναι η βιβλιοθήκη S.P.A.D. (Système Portable pour l'Analyse des Données) που δημιουργήθηκε και υποστηρίζεται από το C.I.S.I.A. (Centre International de Statistique et d'Informatique Appliquées). Λογισμικό για την υλοποίηση της ΠΑΑ συναντούμε όμως και σε διεθνώς αναγνωρισμένες και χρησιμοποιούμενες βιβλιοθήκες προγραμμάτων Στατιστικής. Αναφέρουμε το S.P.S.S. (Statistical Package for the Social Sciences), το S.A.S. (Statistical Analysis System) και το BMDP (Biomedical Programs). Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα PRAXITELE που κατασκευάστηκε από τον επίκουρο καθηγητή της Πολυτεχνικής Σχολής του Δημοκρίτειου Πανεπιστημίου Θράκης Αλέξανδρο Καραάκο (Karakos, 1991).

### Βιβλιογραφία

- Benzécri, J. P. (1973). *L'analyse des données, Tome 2, L'analyse des correspondances*. Paris : Dunod.
- Benzécri, J. P. (1977α). Histoire et préhistoire de l'analyse des données. *Les Cahiers de l'Analyse des Données*, 2, 1, 940. Paris : Dunod.
- Benzécri, J. P. (1977β). Sur l'Analyse des tableaux binaires associés a une correspondance multiple. *Les Cahiers de l'Analyse des Données*, 2, 1, 55-71. Paris : Dunod.
- Burns, R. (1979). *The self-concept : theory, measurement, development and behaviour*. New York : Longman.
- Cooley, C. H. (1968). *The social self : on the*



- meaning of "I". In C. Gordon and K. Gergen (Eds.). *The self in social interaction*. New York : Wiley.
- Dragonas, T. G. (1983). *The self-concept of pre-adolescents in the Hellenic context*. Αδημοσίευτη διδακτορική διατριβή. University of Aston, Birmingham.
- Eckart, C. & Young, G. (1936). The approximation of one matrix by another of lower rank. *Psychometrika*, 1, 211-218.
- Fisher, R. A. (1940). The precision of discriminant functions. *Ann. Eugen.*, 10, 422-429.
- Greenacre, M. (1984). *Theory and applications of correspondence analysis*. Orlando, Florida: Academic Press.
- Guttman, L. (1941). The quantification of a class of attributes : a theory and method of a scale construction. In P. Horst (Ed.), *The prediction of personal adjustment* (pp. 251-364). Social Science Research Council, New York.
- Hahlweg, K. & Jacobson, N. S. (Eds.) (1984). *Marital interaction analysis and modification*. New York : Guilford Press.
- Hayashi, C. (1950). On the quantification of qualitative data from the mathematico-statistical point of view. *Annals of the Inst. of Stat. Math.*, 2, Tokyo.
- Hayashi, C. (1952). On the prediction of phenomena from qualitative data and the quantification of qualitative data from the mathematico-statistical point of view. *Annals of the Inst. of Stat. Math.*, 3, Tokyo.
- Hirschfeld, H. D. (1935). A connection between correlation and contingency. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 31, 520-524.
- Καζή, Σ. & Μακρή, Ν. (1992). Η εικόνα για τη νοημοσύνη: Η εικόνα των μη ειδικών για τη νοημοσύνη των παιδιών και των ενηλίκων. *Ψυχολογία*, 1, (2), 52-70.
- Karakos, A. (1991). *Logiciel Conversationnel PRAXITELE*. Symbolic-Numeric Data Analysis and Learning. France 18-20 September, 1991.
- Lebart, L., Morineau, A., & Warwick, K. M. (1984). *Multivariate descriptive statistical analysis : Correspondence analysis and related techniques for large matrices*. New York : John Wiley & Sons, Inc.
- Lebart, L. & Tabart, N. (1973). Recherches sur la description automatique des données socio-économiques. *Rapport C.O.R.D.E.S. - C.R.E.D.O.C.*
- Mead, G. M. (1934). *Mind, self and society*. Chicago : University of Chicago Press.
- Sternberg, R. J., Conway, B. E., Ketron, J. L., & Bernstein, M. (1981). People's conception of intelligence. *Journal of Personality and Social Psychology*, 41, (1), 37-55.

### Abstract

The simultaneous treatment of complex qualitative data in order to explore their structure is of particular interest in behavioral sciences. The method of Factorial Correspondence Analysis is able to meet these interests. This paper presents the main principles and characteristics of this method. The paper also analyses the techniques which permit a full and substantial description of categorical data that are presented in the form of frequency tables or questionnaires. Finally this paper makes use of a number of specific examples drawn from real psychological experiments in order to show how this method can be profitably used by the behavioral researcher.