

ΠΑΝΤΕΙΟΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ
ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ



ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΚΑΙ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΕ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΑΣΤΙΚΗ ΚΑΙ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΙ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑ ΑΚΙΝΗΤΩΝ

**Βέλτιστη διάρθρωση χαρτοφυλακίου επενδύσεων στην
ενέργεια και τα ακίνητα: εφαρμογές τεχνικών μαθηματικού
προγραμματισμού και η ορθολογική κατανομή διαθεσίμων
πόρων**

Πετρόπουλος Θεοφάνης
Επιβλέπων Καθηγητής: Κωνσταντίνος Λιάπης

Διπλωματική Εργασία υποβληθείσα στο Τμήμα Οικονομικής και Περιφερειακής Ανάπτυξης του
Παντείου Πανεπιστημίου ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος
Ειδίκευσης στα Οικονομικά της Αγοράς Ακινήτων

Αθήνα, Νοέμβριος 2022

Ευχαριστίες

Με την παρούσα διπλωματική εργασία ολοκληρώνονται επίσημα οι σπουδές μου στο πρόγραμμα μεταπτυχιακών σπουδών με ειδίκευση Οικονομικά της Αγοράς Ακινήτων του τμήματος Οικονομικής και Περιφερειακής Ανάπτυξης. Η παρούσα διπλωματική δημιουργήθηκε ως προσωπική επιθυμία να εκφραστεί ένας διαφορετικός τρόπος προσέγγισης της αγοράς των ακινήτων στην Ελλάδα συμβάλλοντας στον εκσυγχρονισμό μεθόδων και στην υιοθέτηση καινοτόμων διαδικασιών σε έναν από τους σημαντικότερους τομείς της ελληνικής οικονομίας.

Για αυτόν τον λόγο θα ήθελα να ευχαριστήσω πρώτα από όλους τον Επιβλέπων Καθηγητή μου κ. Κωνσταντίνο Λιάπη για το «χώρο» και την «ελευθερία» που μου έδωσε ώστε να εκφράσω τις ιδέες μου μέσω του μαθήματος που μου παρείχε.

Εν συνεχεία, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την παντός είδους στήριξη που μου προσφέρει σε κάθε βήμα της ζωής μου.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία διερευνώνται οι τεχνικές διάρθρωσης χαρτοφυλακίων ακινήτων με την εμπειρική μελέτη να επικεντρώνεται στην περιοχή της Αθήνας, στα πλαίσια της αναφοράς των κυριότερων καινοτόμων τάσεων που παρατηρούνται στο χώρο του εγχώριου Real Estate την σύγχρονη εποχή για τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων. Αρχικά, γίνεται συνοπτική αναφορά των χρηματοοικονομικών όρων και θεωριών που είναι απαραίτητες για το προσδιορισμό του προβλήματος και των θεωρητικών προσεγγίσεων κυρίως στη βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων και μεθόδων προσομοίωσης που θα χρησιμοποιηθούν για την υλοποίηση του ερευνητικού ερωτήματος. Η έρευνα, πραγματοποιείται με τη χρήση προγράμματος Palisade Decision Tools ενός ενοποιημένου πρόσθετου του Excel που προσφέρει πολλαπλές δυνατότητες τόσο στο τομέα της επιχειρησιακής έρευνας όσο και της στατιστικής. Η μέθοδος της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου κατά **Markowitz, (1952)** είναι η βάση του ντετερμινιστικού μοντέλου με τη παραλλαγή της χρήσης του EVA (Economic Value Added) και μέσω της διαδικασίας της προσομοίωσης Monte Carlo γίνεται η μετάβαση στη στοχαστική διαδικασία. Τέλος, παρουσιάζονται συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση.

Σημαντικοί Όροι: Διαχείριση χαρτοφυλακίου ακινήτων; Μαθηματικός Προγραμματισμός; Χρηματοοικονομικά; Λήψη Αποφάσεων.

Abstract

This diploma thesis explores the techniques of structuring real estate portfolios with the empirical study focusing on the Athens area, in the context of reporting the main innovative trends observed in the field of domestic Real Estate in modern times for investment decision-making. Initially, a brief report is made of the financial terms and theories necessary to identify the problem and the theoretical approaches mainly to the optimization of portfolios and simulation methods that will be used for the implementation of the research question. The research is carried out using Palisade Decision Tools, a unified Excel add-in that offers multiple possibilities in the field of both operational research and statistics. The method of portfolio optimization according to Markowitz, (1952) is the basis of the deterministic model with the variation of the use of EVA (Economic Value Added) and through the process of simulation Monte Carlo become the transition to the stochastic process. Finally, conclusions and suggestions for further investigation are presented.

Key Words: Real Estate Portfolio Management; Mathematic Programming; Finance; Decision Making.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	3
Abstract	4
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	7
1.1 Στοχος και αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας	8
1.2 Δομή της διπλωματικής	9
Κεφάλαιο 2: Η έννοια της απόδοσης	10
2.1 Τύποι απόδοσης	11
2.1.1 Καθαρή απόδοση.....	11
2.1.2 Λογαριθμικές Αποδόσεις	11
2.2 Συμπεριφορά των αποδόσεων	11
2.3 Μορφές ανάλυσης	12
2.4 Υπόθεση επαρκών αγορών	13
Κεφάλαιο 3: Θεωρία χαρτοφυλακίου.....	15
3.1 Αναμενόμενη απόδοση και κίνδυνος.....	16
3.2 Μια επένδυση ρίσκου και μια με εγγυημένη απόδοση	17
3.3 Δύο επενδύσεις με ρίσκο.....	17
3.4 Συνδυασμός δυο επενδύσεων ρίσκου με μια εγγυημένης απόδοσης	19
3.4.1 Tangency portfolio δυο επενδύσεων	19
3.4.2 Συνδυασμός tangency portfolio και εγγυημένης τοποθέτησης	20
3.4.3 Επίδραση της συσχέτισης	20
3.5. Βέλτιστα χαρτοφυλάκια με N τοποθετήσεις ρίσκου.....	21
3.5.1. Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο κατά Markowitz	21
3.5.2. Εναλλακτικές προσεγγίσεις για το VAR ως μέτρο κινδύνου	22
3.5.2.1 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με το δείκτη CVAR	23
3.5.2.2 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με το δείκτη MAD.....	25
3.5.2.3 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με το δείκτη Downside Risk(DR)	26
3.5.2.4 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με Bayes-Stein shrinkage estimator	28
3.5.2.5 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με χρήση του Sharp ratio	29
Κεφάλαιο 4: CAPM (Capital Assets Pricing Model)	31
Κεφάλαιο 5: Μέθοδοι βασισμένοι στο Value at Risk(VAR)	36
5.1 Variance -Covariance Method.....	37
5.2 Historical Simulation	38
5.3 Monte Carlo Simulation.....	41
Κεφάλαιο 6: Πραγματικά Δικαιώματα (Real Options)	43
5.1 Η αρχική προσέγγιση	43
5.2 Κλασσικές τεχνικές αξιολόγησης επενδύσεων με τη χρήση Real options.....	44
5.3 Τα είδη των Real Options	45
5.3 Η μέθοδος Black & Scholes	47
Κεφάλαιο 7: Αγορά Ακινήτων (Real Estate)	48
7.1 Η αγορά του Real estate.....	48
7.2 Ιστορική αναδρομή του Real Estate στην Ελλάδα	49
7.3 Τα σύγχρονα δεδομένα που διαμορφώνουν την αγορά	50
7.4 Οι τάσεις στην παγκόσμια αγορά	51
7.5 Οι τάσεις στην ελληνική αγορά	52

Κεφάλαιο 8: Δεδομένα	54
Κεφάλαιο 9: Μεθοδολογία-Εμπειρικά αποτελέσματα.....	60
9.1 Μεθοδολογία	60
9.2 Εμπειρικά αποτελέσματα.....	63
<u>Συμπεράσματα-Προοπτικές</u>	69
<u>Βιβλιογραφία</u>	70
Παράρτημα	76

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η επιχειρησιακή έρευνα πραγματεύεται τον τομέα της λήψης αποφάσεων, κατεξοχήν ανήκει στο κλάδο των μαθηματικών και εμπίπτει και στο πεδίο διοίκησης επιχειρήσεων. Οι βασικές τεχνικές επίλυσης που χρησιμοποιεί είναι η μαθηματική μοντελοποίηση, η στατιστική ανάλυση και η βελτιστοποίηση χρησιμοποιώντας παράλληλα τον προγραμματισμό για την επίλυση μεγάλου μεγέθους προβλημάτων και όρους από την οικονομική θεωρία. Η επιχειρησιακή έρευνα είναι πολύ σημαντικός κλάδος των μαθηματικών καθώς παρέχει ακριβείς λύσεις σε στελέχη επιχειρήσεων με σκοπό τη χρησιμοποίηση τους στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Η ιστορία της επιχειρησιακής έρευνας έχει τις ρίζες της στον Αρχιμήδη τον 3ο αιώνα π.Χ., για την βέλτιστη διάρθρωση της άμυνας στο πόλεμο των Συρακουσών. Μετέπειτα εξέχοντες εκπρόσωποι του κλάδου μαθηματικών όπως οι, Leibnitz, Bernoulli, Lagrange και Fourier τελειοποίησαν τις τεχνικές μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης συναρτήσεων [Nelder, & Mead, \(1965\)](#) καθώς και όρισαν την έννοια του γραμμικού προγραμματισμού [Dantzig, \(1963\)](#). Με την βοήθεια των μαθηματικών εξελίχθηκε ραγδαία καθώς πριν το τέλος του δευτέρου παγκοσμίου πολέμου, οι στρατιωτικές επιχειρήσεις είχαν γίνει πιο ακριβείς, αποδοτικές και μειώνοντας σημαντικά το κόστος. Ο επιστήμονας για να ορίσει το μοντέλο θα πρέπει να έχει άμεση επαφή με την καθημερινότητα και να γνωρίζει τις αιτιακές σχέσεις με το περιβάλλον. Ο αρχικός στόχος του είναι η δημιουργία του θεωρητικού υποβάθρου του προβλήματος, συγκεντρώνοντας όλες τις κύριες μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν το σύστημα. Μέσω της χρησιμοποίησης μαθηματικών συναρτήσεων επιτυγχάνεται η σύνδεση του θεωρητικού υποβάθρου με τη μαθηματική μοντελοποίηση. Τα μαθηματικά από μόνα τους διαχωρίζονται από τις υπόλοιπες επιστήμες καθώς τους έχει αποδοθεί ο χαρακτηρισμός «τέχνη» καθώς όλες οι υπόλοιπες επιστήμες χρησιμοποιούν τεχνικές των μαθηματικών για την επίλυση των δικών τους προβλημάτων. Η αποτελεσματική διαχείριση κινδύνου γίνεται ολοένα και πιο απαραίτητη για την εύρυθμη λειτουργία του χρηματοοικονομικού συστήματος. Η θεμελιώδης σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου αποτυπώνεται σε όλες τις εκφάνσεις οικονομικής και επενδυτικής δραστηριότητας και αποτελεί τη βάση για την ποσοτικοποίηση του κινδύνου άρα και την τιμολόγηση των περιουσιακών στοιχείων. Κομβικό ρόλο διαδραματίζει η διάθεση και αφομοίωση της πληροφορίας που χρειάζεται για τη παραπάνω διαδικασία. Αξίζει να σημειωθεί ότι η

αποτελεσματική ροή της πληροφορίας μέσω επενδύσεων έχει σκοπό την οικονομική ανάπτυξη και την βελτίωση του βιοτικού επιπέδου του ευρύτερου κοινωνικού συνόλου. Στη βάση των παραπάνω έχουν αναπτυχθεί αρκετές προσεγγίσεις για τον ποσοτικό προσδιορισμό και αξιολόγηση του κινδύνου μεμονωμένων χρηματοοικονομικών προϊόντων αλλά και του συνόλου των επενδυτικών επιλογών με την κατασκευή καλά διαφοροποιημένων χαρτοφυλακίων. Ωστόσο, η επιλογή του μέτρου κινδύνου είναι μείζονος σημασίας. Ειδικότερα ένας τομέας όπου οι παραπάνω τεχνικές-μέθοδοι θα μπορούσαν να συμβάλουν στη καλύτερη διαχείριση και ανάπτυξη του είναι ο τομέας της αγοράς ακινήτων. Η αγορά των ακινήτων έχει ήταν και παραμένει ως ένας από τους σημαντικότερους τομείς χρηματοοικονομικής σταθερότητας κατά την περίοδο της κρίσης, καθώς αρκετοί άνθρωποι προτιμούν να επενδύσουν τα χρήματά τους σε αυτό τον τομέα λόγω της μεγαλύτερης ασφάλειας που παρέχει. Με τον τρόπο αυτό συμβάλει σημαντικά στην οικονομική δραστηριότητα της χώρας μέσω αρκετών κλάδων που εμπλέκονται όπως π.χ. κατασκευαστικός κλάδος, χρηματοοικονομικός κλάδος κλπ. Λόγω της άμεσης επιρροής που έχει η κατοικία στη ζωή των ανθρώπων τυχόν μεταβολές στις τιμές των ακινήτων γίνονται αμέσως αντιληπτές από τους πολίτες διαδραματίζοντας έτσι σημαντικό ρόλο για τη διαμόρφωση της εκάστοτε νομισματικής πολιτικής και ένα καθοριστικό παράγοντα στις οικονομικές εξελίξεις.

1.1 ΣΤΟΧΟΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία διαπραγματεύεται το ζήτημα της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων, η βελτιστοποίηση συνίσταται στην ελαχιστοποίηση του κινδύνου για δεδομένη απόδοση ή την επίτευξη όσο το δυνατόν μεγαλύτερης απόδοσης για δεδομένο κίνδυνο. Η διαδικασία εύρεσης του άριστου χαρτοφυλακίου βασίζεται σε μοντέλα διαχείρισης χρηματοοικονομικών κινδύνων με τα οποία γίνεται η αναμενόμενη πρόβλεψη αποδόσεων και κινδύνου σύμφωνα με τα ιστορικά δεδομένα που έχουμε στην κατοχή μας. Τα μοντέλα αυτά σε συνδυασμό με τις στρατηγικές της ιστορικής προσομοίωσης (Historical Simulation) και της προσομοίωσης (Monte Carlo) έχουν ως στόχο την ελαχιστοποίηση τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου ανακατανέμοντας τα βάρη κάθε περιουσιακού τίτλου με τέτοιο τρόπο που θα μας οδηγήσει στην επιθυμητό μας στόχο κάθε φορά. Αυτό επιτυγχάνεται αξιοποιώντας την σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου που ανέπτυξε ο **Markowitz, (1952)**. Τα μέσα που θα εφαρμοστούν σε αυτή την διπλωματική για την βελτιστοποίηση των

χαρτοφυλακίων βασίζονται σε μεθόδους επιχειρησιακής έρευνας και ανάπτυξη τεχνικών προγραμματισμού. Η αποτελεσματικότητα των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν, διερευνήθηκε σε συνδυασμό ενός αριθμού από προσομοιώσεις. Το αντικείμενο την εργασίας πάνω στο οποίο εφαρμόζονται οι παραπάνω μεθοδολογίες είναι η μελέτη της ελληνικής αγοράς Real Estate μέσω των διαχρονικών τάσεων που επικρατούν και τη σύνδεση τους με την τρέχουσα περίοδο. Η ελληνική αγορά χαρακτηρίζεται ως μια “ανώριμη” αγορά καθώς δεν υπάρχει επαρκής πληροφόρηση όσον αφορά τις τιμές των αγοροπωλησιών πράγμα που δημιουργεί πρόβλημα στους εκάστοτε εκτιμητές και κατ’ επέκταση στους επενδυτές για τη διαμόρφωση της καλύτερης επενδυτικής επιλογής. Αυτό δημιούργησε ένα μεγάλο πρόβλημα στις τιμές των ακινήτων όπου στις περισσότερες περιπτώσεις δεν αντικατοπτρίζουν τις δυνατότητες του ακινήτου και με μεγάλη δυσκολία στους συνεχώς μεταβαλλόμενους ρυθμούς της αγοράς διαταράσσοντας έτσι την της ισορροπία της αγοράς.

1.2 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ

Στο κεφάλαιο 2 γίνεται μια αναφορά στους όρους απόδοση και κίνδυνος με σκοπό της εισαγωγή στη θεωρία του χαρτοφυλακίου καθώς και στον όρο της αποτελεσματικότητας.

Στο κεφάλαιο 3 γίνεται η εισαγωγή στη θεωρία του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, εισαγάγετε ο όρος ελεύθερο επιτόκιο κινδύνου(risk free rate) και τέλος αναφέρονται οι ενναλακτικές προσεγγίσεις του κλασσικού μοντέλου βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου **Markowitz ,(1952).**

Στο κεφάλαιο 4 αναφερόμαστε στην μέθοδο Capm και στους περιορισμούς όπου έχει στην εφαρμογή ειδικά στην ελληνική αγορά ακινήτων.

Στο κεφάλαιο 5 γίνεται αναφορά στις μεθόδους προσομοίωσης (Historical και Monte Carlo) και στον τρόπο όπου μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εργαλείο για τη διαφοροποίηση κινδύνου.

Στο κεφάλαιο 6 αναφερόμαστε στα πραγματικά δικαιώματα (Real Options) στην τομή που έχουν προσφέρει και στην χρησιμότητα τους στις διάφορες αγορές. Γίνεται παρουσίαση της κύριας μεθόδου που χρησιμοποιείτε για το προσδιορισμό(τιμολόγηση) πραγματικών δικαιωμάτων **Black, Jensen, & Scholes, (1972).**

Στο κεφάλαιο 7 γίνεται μια σύντομη αναφορά στο τομέα του Real estate τόσο στο εξωτερικό όσο και στην Ελλάδα και στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της ελληνικής αγοράς τα οποία πρέπει να ληφθούν υπόψιν σε μία τεχνική ανάλυση.

Στο κεφάλαιο 8 γίνεται μια αναφορά στην συλλογή των δεδομένων για την εμπειρική εφαρμογή που θα ακολουθήσει καθώς και στους κατάλληλους μετασχηματισμούς που χρειάστηκαν και τους ορισμούς των δεικτών που θα χρησιμοποιηθούν.

Στο κεφάλαιο 9 Πέραν της ανάλυσης που έγινε στο εισαγωγικό κεφάλαιο, υπάρχει η ανάγκη για καταμερισμό της πολυπλοκότητας του προβλήματος βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων. Αυτό μέσα από την συγκεκριμένη διπλωματική εργασία και με την ένταξη των μοντέλων διαχείρισης χρηματοοικονομικών κινδύνων σε περιβάλλον Microsoft Excel μέσω του προσθέτου palisade decision tools suite μας δίνει την δυνατότητα να έχουμε στην διάθεση μας μια ολοκληρωμένη βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου και να μπορούμε να συγκρίνουμε τα μοντέλα που έχουμε στην διάθεση μας ως προς την αποδοτικότητα τους. Ο κάθε επενδυτής μπορεί να κάνει αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που έχουν προκύψει από την διαδικασία, η αξιολόγηση αφορά τα εξαγόμενα αποτελέσματα μέσω του πληροφοριακού συστήματος της τράπεζας της Ελλάδος (ιστορικές αποδόσεις έναντι προβλεπόμενων αποδόσεων εκείνη την χρονική περίοδο) και η σύγκριση έχει να κάνει με την αποτελεσματικότητα που μας έφερε το κάθε μοντέλο μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Μέσα από την διαδικασία της προσομοίωσης Monte Carlo έχουμε τη δυνατότητα να γίνει η μετάβαση από το στατικό μοντέλο σε ένα δυναμικό μοντέλο το οποίο είναι πιο κατάλληλο με βάση τις αλλαγές που συμβαίνουν στην αγορά.

2. Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Η απόδοση μιας επένδυσης είναι κέρδος ή ζημία ανάλογα με την μεταβολή της αξίας, η οποία έχει διάφορες μορφές της (απλή, λογαριθμική απόδοση, κλπ.) και ορίζεται διάφορες χρονικές περιόδους είναι βασικό κομμάτι για τον στόχο που τίθενται. Η απόδοση συνδέεται με τον κίνδυνο μιας επένδυσης (risk), και χωρίζεται σε μετρήσιμη και μη-μετρήσιμη αβεβαιότητα. Οι δύο παράμετροι που μελετώνται και οφείλουν να προσδιοριστούν στα παραπάνω μοντέλα είναι η μεταβλητότητα (volatility) και η τάση (drift). Η μεν πρώτη καθορίζει την διακύμανση, ενώ η δεύτερη δείχνει την γενική κατεύθυνση. Ουσιαστικά, αυτές οι δύο μεταβλητές καθορίζουν την πορεία μιας επένδυσης, είτε προς την κερδοφορία είτε προς την ζημία. Υπάρχουν δύο

κατηγορίες αναλύσεων που αναφέρονται στη πρόβλεψη της πορείας μιας επένδυσης: η *Θεμελιώδης Ανάλυση* και η *Τεχνική Ανάλυση*. Η πρώτη στηρίζεται κυρίως στις πληροφορίες που διαρρέουν εντός και εκτός της αγοράς, ενώ η δεύτερη εξετάζει κατά κύριο λόγο τα ιστορικά στοιχεία ενός επενδυτικού προϊόντος. Βασική υπόθεση είναι η Υπόθεση *Επαρκούς (Αποτελεσματικής) Αγοράς* (Efficient Market Hypothesis), καθώς και οι τρεις βαθμίδες όπου διαχωρίζεται με βάση την επάρκεια οι οποίες σχετίζονται με το είδος και την ποσότητα των διαθέσιμων πληροφοριών.

2.1 Τύποι Απόδοσης

Το αν μια επένδυση είναι κερδοφόρα ή ζημιογόνα εξαρτάται τόσο από τη μεταβολή της τιμής όσο και από το μέγεθος της επένδυσης, το οποίο επιτυγχάνεται μέσω της απόδοσης η οποία είναι μεταβολή της τιμής ενός κεφαλαίου, σε σχέση με την αρχική του τιμή.

2.1.1 Καθαρή απόδοση

Έστω P_t η τιμή ενός κεφαλαίου την χρονική στιγμή t ., η καθαρή απόδοση για το χρονικό διάστημα από $t-1$ έως t είναι:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1)$$

2.1.2 Λογαριθμικές αποδόσεις

Οι συνεχείς σύνθετες αποδόσεις r_t , γνωστές και ως *λογαριθμικές αποδόσεις* (log returns), ορίζονται

$$r_t = \log(1 + R_t) = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (2)$$

Γενικά ισχύει $\log(1 + x) \approx x$ για μικρά x .

Οι log αποδόσεις χρησιμοποιούνται κυρίως όταν χρησιμοποιούνται διαφορετικές περίοδοι. Με τη χρήση βασικών μαθηματικών είναι εμφανές ότι η log απόδοση για k χρονικές περιόδους είναι ίση άθροισμα των k επιμέρους log αποδόσεων.

2.2 Συμπεριφορά των αποδόσεων

Μια απόδοση δεν είναι επακριβώς προβλέψιμη, αλλά μάλλον ως τυχαία μπορεί να εκληφθεί. Η τυχαιότητα αυτή συνεπάγεται ότι μια απόδοση μπορεί να είναι μικρότερη του αναμενομένου, ακόμα και αρνητική το οποίο συμβαίνει γιατί οι επενδύσεις περικλείουν *κινδύνους (risks)*. Οι κίνδυνοι αυτοί μπορούν να περιγραφούν από την θεωρία πιθανότητας, η Θεωρία Πιθανότητας αναπτύχθηκε κυρίως κατά την Αναγέννηση και μέσα από την Θεωρία Παιγνίων. Παρά την

ευρύτατη χρήση της έννοιας της πιθανότητας στα παιχνίδια τύχης, η εφαρμογή της αντίστοιχης θεωρίας σε άλλους τομείς της ζωής, όπως στην οικονομία, καθυστέρησε αρκετά. Υπάρχει σημαντική διάκριση μεταξύ της *μετρήσιμης αβεβαιότητας*, όπου οι πιθανότητες είναι γνωστές, και της *μη-μετρήσιμης αβεβαιότητας*, όπου οι πιθανότητες είναι άγνωστες. Την μετρήσιμη αβεβαιότητα δεν την συναντούμε συχνά, εκτός από περιπτώσεις τυχερών παιγνίων και τυχαίου δειγματισμού. Υπάρχει συνδυασμός μεταξύ της μετρήσιμης αβεβαιότητας (όπου οι πιθανότητες είναι δυνατό να καθοριστούν από την μαθηματική λογική), και της μη μετρήσιμης αβεβαιότητας (όπου οι πιθανότητες δεν είναι εφικτό να καθοριστούν). Η Στατιστική συμπερασματολογία είναι η επιστήμη της εκτίμησης μιας πιθανότητας με την χρήση μιας τυχαίας βάσης δεδομένων, την οποία και υποθέτουμε ότι είναι αντιπροσωπευτική του εκτιμώμενου μεγέθους. Λέμε ότι ένα δείγμα μεγέθους k είναι τυχαίο, εάν όλα τα υποσύνολα μεγέθους k του πληθυσμού έχουν την ίδια πιθανότητα να επιλεγθούν. Χωρίς τις υποθέσεις, η οικονομική θεωρία θα εγκλωβιζόταν στο αδιέξοδο της μη μετρήσιμης αβεβαιότητας. Σε χρόνο $t-1$, τα P_t και R_t και δεν θα ήταν γνωστά, και δεν θα γνωρίζαμε τις κατανομές πιθανότητας τους. Μπορούμε παρόλα αυτά να εκτιμήσουμε τις κατανομές αυτές, βασιζόμενοι στην εξής υπόθεση: οι μελλοντικές αποδόσεις είναι παρόμοιες με τις παρελθούσες. Η υπόθεση αυτή ονομάζεται **στασιμότητα**. Με την υπόθεση αυτή, ο μηχανισμός της Στατιστικής συμπερασματολογία δύναται να εφαρμοστεί, και η πιθανότητα κατανομής του P_t να εκτιμηθεί βάσει παλαιότερων δεδομένων. Τα Οικονομικά είναι μια από τις επιστήμες οι οποίες ταλαντεύονται μεταξύ της μετρήσιμης (περιπτώσεις όπου αποδεχόμαστε στασιμότητα) και της μη μετρήσιμης αβεβαιότητας (περιπτώσεις κατά τις οποίες δεν κάνουμε καμία υπόθεση). Μια από τις κύριες επιδιώξεις της επιστήμης των Οικονομικών είναι η ανακάλυψη κατάλληλων μοντέλων για την κατανομή πιθανότητας των αποδόσεων.

2.3 Μορφές Ανάλυσης

Η **Θεμελιώδης Ανάλυση (Fundamental Analysis)** εφαρμόζεται κυρίως από οικονομικούς αναλυτές, οι οποίοι συνεξετάζουν πληροφορίες, οικονομικές καταστάσεις, πολιτικές τάσεις, κ.λ., με σκοπό να προβλέψουν κατά το δυνατό καλύτερα την πορεία μιας μετοχής ή μιας επένδυσης (την λεγόμενη και θεμελιώδη αξία της). Την οικονομικά διαταραγμένη δεκαετία του 30', ο οικονομολόγος **Alfred**

Cowles, (1993), μετά από μελέτες που αφορούσαν την ανάλυση οικονομικών και άλλων δεδομένων της εποχής, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι δεν μπορεί να υπάρξει ασφαλής πρόβλεψη για την πορεία μιας μετοχής. Εξέφρασε την άποψη ότι οι όποιες προβλέψεις βασίζονταν περισσότερο στην εύνοια της τύχης, παρά σε αποτελεσματική ανάλυση των προαναφερθεισών συνθηκών (άποψη την οποία συμμερίστηκε αργότερα και ο Eugene Fama). Η επαγγελματική εμπειρία των αναλυτών, καθώς και μια καλή ανάλυση και μελέτη θα μπορούσε να δώσει κάποιες ενδείξεις για την απόδοση μιας επένδυσης, δεν αρκεί όμως μόνο αυτό. Πέρα από τον παράγοντα τύχη λοιπόν, μία βασική αρχή της αγοράς είναι η επιβράβευση του επενδυτή ανάλογα με τον επενδυτικό κίνδυνο που αναλαμβάνει. Ριψοκίνδυνες χαρακτηρίζονται οι επενδύσεις με την μεγαλύτερη τυπική απόκλιση στην κατανομή της απόδοσης, και οι οποίες κατά κανόνα έχουν μεγαλύτερα αναμενόμενα κέρδη-με σκοπό άλλωστε να δελεάσουν τον πιθανό επενδυτή. Τα κέρδη αυτά ονομάζονται και *risk premiums*. Το βασικό ερώτημα που τίθεται βεβαίως είναι κατά πόσο τα αναμενόμενα κέρδη από μια τέτοια ριψοκίνδυνη επένδυση, είναι μεγαλύτερα από τα κέρδη που θα προέρχονταν από μια αντίστοιχου κινδύνου, βασισμένη στον δείκτη αγοράς.

Η **Τεχνική Ανάλυση (Technical Analysis)** εφαρμόζεται από τους αυτοαποκαλούμενους “τεχνικούς” οικονομικούς αναλυτές, οι οποίοι πιστεύουν ότι οι μελλοντικές τιμές μιας μετοχής μπορούν να προβλεφθούν από παρελθόντα υποδείγματα. Η τεχνική ανάλυση στηρίζεται εξολοκλήρου στη μελέτη παλαιότερων τιμών των υπό εκτίμηση αξιών, καθώς και στις τάσεις αγοραπωλησιών τους. Κατά την επεξεργασία παλαιότερων δεδομένων, καλούμαστε να αντιμετωπίσουμε ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα της Στατιστικής και ειδικότερα της εξόρυξης δεδομένων (data mining): την εύρεση προτύπων στα δεδομένα αυτά. Το πρόβλημα είναι να κατανοήσουμε κατά πόσο τα πρότυπα αυτά είναι τυχαία, ή ανήκουν σε κάποιο γενικότερο και πιο συστηματικό πλαίσιο. Σε περίπτωση που αναπτυχθεί ένας κανόνας αγοραπωλησίας ή ένα στατιστικό μοντέλο, θα πρέπει να είναι αρκετά ευέλικτο, έτσι ώστε να «ταιριάζει» με τα πρότυπα των δεδομένων. Στην περίπτωση όπου τα πρότυπα είναι όντως τυχαία, τότε έχουμε υπερεκτίμηση (overfit), (το μοντέλο αυτό δεν γενικεύεται στα νέα δεδομένα). Ένα μοντέλο, αντίθετα, που δεν καταφέρνει να εξηγήσει όλα τα πρότυπα της βάσης δεδομένων, λέμε ότι κάνει υποεκτίμηση (underfit). Οι στατιστικοί και οι data miners έχουν αναπτύξει μεθόδους για το καλύτερο δυνατό «ταίριασμα» ενός μοντέλου σε μια βάση δεδομένων.

2.4 Υπόθεση Επαρκών Αγορών

Μια αγορά λέγεται **Πληροφοριακά Επαρκής (ή Αποτελεσματική) (Information Efficient)** εάν οι τιμές της ανακλούν πλήρως τις διαθέσιμες πληροφορίες. Μια αγορά επίσης λέγεται «αποτελεσματική (ή επαρκής) έναντι μιας δέσμης πληροφοριών» όταν η αποκάλυψη των εν λόγω πληροφοριών σε όλους τους ενδιαφερόμενους, την αφήνει εντελώς αδιάφορη και αμετάβλητη. Σε μια τέτοια αγορά, δεν υπάρχει πιθανότητα κερδοφορίας βασισμένη σ' αυτή τη συγκεκριμένη δέσμη πληροφοριών. Η ιδέα αυτή αποτελεί την βάση του (εμπειρικού) ελέγχου της Υπόθεσης Επαρκών Αγορών (Efficient Market Hypothesis). Επίσης, η αγορά δεν φαίνεται να επηρεάζεται ιδιαίτερα από γεγονότα που αναμένονται

Επάρκεια Αγοράς Υπάρχουν τρεις βαθμοί αποτελεσματικότητας (επάρκειας) που φαίνονται να καλύπτουν τις αγορές:

1. **Ασθενής Επάρκεια (Weak form efficiency):** το πληροφοριακό πλαίσιο περιέχει πληροφορίες που αφορούν αποκλειστικά την προϊστορία των τιμών της επένδυσης ή της απόδοσης.
2. **Μέτρια Επάρκεια (Semi-strong efficiency):** το πληροφοριακό πλαίσιο περιέχει όλες τις κοινοποιημένες πληροφορίες (τόσο της αγοράς όσο και εκτός αυτής).
3. **Ισχυρή Επάρκεια (Strong form efficiency):** το πληροφοριακό πλαίσιο περιέχει όλες τις πληροφορίες που είναι γνωστές σε όλους τους «ανθρώπους» της αγοράς (πληροφορίες που είτε έχουν δημοσιευτεί είτε όχι-ιδιωτική πληροφόρηση)..

Υπάρχουν κάποιες παράμετροι οι οποίες θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη. Μια τέτοια παράμετρος είναι το μέγεθος της επένδυσης. Κανείς δεν πιστεύει ότι η αγορά είναι εντελώς επαρκής. Που σημαίνει ότι πάντα υπάρχουν μικρές αποκλίσεις. Μια τέτοια μικρή απόκλιση όμως παίζει μεγάλο ρόλο σ' ένα μεγάλο χαρτοφυλάκιο. Ένα ακόμα θέμα είναι αυτό της αμεροληψίας κατά την επιλογή. Είναι λογικό ένας επενδυτής, ο οποίος «χτυπά» συνεχώς την αγορά, να προσπαθεί να το κρατήσει όσο το δυνατό πιο κρυφό. Μπορούμε να κάνουμε έλεγχο της αποτελεσματικότητας της αγοράς επεξεργαζόμενοι, με τεχνικές και θεμελιώδεις μεθόδους, μόνο τις πληροφορίες οι οποίες δημοσιοποιούνται. Συνεπώς, καθώς δύναται κάποιες από αυτές τις «κρυφές» πληροφορίες να καταδεικνύουν αποκλίσεις, δεν μπορούμε να έχουμε στις περιπτώσεις αυτές ξεκάθαρη εικόνα της αγοράς. Τέλος, ένα τρίτο πρόβλημα, είναι ότι σε καθορισμένο χρόνο, είναι δυνατόν να υπάρξει επενδυτής ο οποίος να χτυπά συνεχώς την αγορά, καθαρά από *τύχη*. Είναι επικίνδυνο λοιπόν σε

μια τέτοια περίπτωση να βγάζουμε ασφαλή συμπεράσματα για το συγκεκριμένο άτομο και τις ικανότητές του. Το θέμα της πρόβλεψης μιας απόδοσης είναι ένα ζήτημα το οποίο βρίσκεται συνεχώς υπό μελέτη, και για το οποίο ακούγονται πολλαπλές απόψεις. Μερικοί ακαδημαϊκοί που ασχολούνται με την οικονομία, πιστεύουν ότι οι οικονομικοί αναλυτές δεν έχουν να προσφέρουν απολύτως τίποτα στο θέμα της πρόβλεψης. Το ευρύ κοινό αντίθετα, πιστεύει ότι αξίζει τον κόπο κάποιος να λάβει υπόψη του τους αναλυτές, αρκεί η γνώμη τους να διέπτετε από αντικειμενικότητα, και όχι από υστεροβουλία και προσωπικά συμφέροντα.

3. ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Η Θεωρία Χαρτοφυλακίου (Portfolio Theory) μελετά και διαχειρίζεται χαρτοφυλάκια επενδυτικών προϊόντων, αποσκοπώντας στην κατά το δυνατόν ταυτόχρονη επίτευξη δύο φαινομενικά αντίθετων στόχων: της *μεγιστοποίησης της αναμενόμενης απόδοσης* και της *ελαχιστοποίησης του κινδύνου (ρίσκου)*. Η διαφορά στο κέρδος μεταξύ μιας υψηλού κινδύνου επένδυσης και μιας εγγυημένης απόδοσης καλείται *risk premium*, χωρίς *risk premium*, λίγοι επενδυτές θα επένδυαν σε υψηλού κινδύνου κεφάλαια. Στις περιπτώσεις λοιπόν όπου συνδυάζονται προϊόντα από διαφορετικές κατηγορίες, τα πράγματα είναι σχετικά απλά. Η προσπάθεια επικεντρώνεται στην εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης $E(R)$ και της τυπικής απόκλισης σ_R του χαρτοφυλακίου (όπου R η συνολική απόδοση της επένδυσης), από την στιγμή που η συσχέτιση μεταξύ των δύο είναι από μηδαμινή έως ελαχίστη. Στη περίπτωση του χαρτοφυλακίου δύο επενδύσεων κινδύνου, το χαρτοφυλάκιο με τον μικρότερο κίνδυνο, καλείται *Χαρτοφυλάκιο Ελαχίστης Διασποράς (Minimum Variance Portfolio)*. Και εδώ πάντως η προσπάθεια επικεντρώνεται στην εκτίμηση του μέσου, της τυπικής απόκλισης, αλλά και της συνδιασποράς σ_{12} . Υπάρχει σχεδόν πάντα συσχέτιση ρ_{12} μεταξύ των δύο προϊόντων ρίσκου, αν και θεμιτό είναι η συσχέτιση αυτή να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη (μηδενική εάν γίνεται, ακόμα και «αρνητική»- πτώση στην απόδοση μιας επένδυσης να συνεπάγεται αύξηση στην απόδοση της άλλης). Ο καλύτερος συνδυασμός δύο τοποθετήσεων ρίσκου καλείται *Εφαπτόμενο Χαρτοφυλάκιο (Tangency Portfolio)*. Οι διαφορετικοί συνδυασμοί του Tangency Portfolio με εγγυημένες τοποθετήσεις μας δίνουν τα *Βέλτιστα Χαρτοφυλάκια (Efficient Portfolios)*, τα οποία πετυχαίνουν την καλύτερη ισορροπία μεταξύ κινδύνου και

απόδοσης. Το όλο εγχείρημα γενικεύεται και για περισσότερα των δύο τοποθετήσεων ρίσκου.

Ο **Markowitz,(1952)** όρισε το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο, δηλαδή ένα χαρτοφυλάκιο με τη μεγαλύτερη απόδοση με μικρότερο κίνδυνο και αντιστρόφως.

Ο **Markowitz,(1952)** μοντελοποίησε το πρόβλημα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων ως πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού. Όρισε ως κινδύνου την τυπική απόκλιση και η λύση του προβλήματος είναι το αποτελεσματικό σύνολο χαρτοφυλακίων με βάση τις προτιμήσεις του επενδυτή. Η παραδοχή που γίνεται είναι η αποφυγή κινδύνου εκ μέρους του επενδυτή καταλήγοντας ότι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο θα επιλεγεί με βάση τη :

- (1) μέγιστη απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου και
- (2) το μικρότερο κίνδυνο για δεδομένο επίπεδο απόδοσης.

3.1 Αναμενόμενη απόδοση και κίνδυνος

Χαρτοφυλακίου στηρίζεται σε δύο βασικές αρχές:

- Μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης, και
- Ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Ο κίνδυνος (ρίσκο) εκφράζεται από την τυπική απόκλιση της απόδοσης, και φυσικά μας απασχολεί και η πιθανότητα μεγάλων απωλειών.

Οι στόχοι αυτοί είναι κατά κάποιο τρόπο αντίστροφοι. Επενδύσεις υψηλότερου κινδύνου έχουν μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση, καθώς οι επενδυτές απαιτούν μεγαλύτερη αμοιβή προκειμένου να «ρискάρουν». Η διαφορά μεταξύ μιας υψηλού κινδύνου επένδυσης και μιας εγγυημένης απόδοσης καλείται risk premium. Χωρίς risk premium, λίγοι επενδυτές θα επένδυαν σε υψηλού κινδύνου κεφάλαια. Υπάρχουν πάντως βέλτιστοι συνδυασμοί μεταξύ αναμενόμενων αποδόσεων και κινδύνου. Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε πώς να μεγιστοποιήσουμε την αναμενόμενη απόδοση, σε σχέση με ένα άνω φράγμα για τον κίνδυνο, και αντίστροφα: πώς να ελαχιστοποιήσουμε τον κίνδυνο, διατηρώντας την αναμενόμενη απόδοση υπέρ ενός κατώτατου φράγματος. Μια επιλογή είναι η μείωση του κινδύνου μέσω του διαχωρισμού των κεφαλαίων ενός χαρτοφυλακίου.

3.2 Μια επένδυση ρίσκου και μια με εγγυημένη απόδοση

Ξεκινάμε με ένα απλό παράδειγμα. Έστω έχουμε μια επένδυση που εμπεριέχει κάποιον κίνδυνο (π.χ. ένα αμοιβαίο κεφάλαιο), και μια επένδυση με εγγυημένη

απόδοση. Έστω ότι το αμοιβαίο κεφάλαιο έχει αναμενόμενη απόδοση 0.12 και τυπική απόκλιση για την απόδοση 0.23, ενώ η στη δεύτερη περίπτωση η απόδοση θα είναι 0.05. Η τυπική απόκλιση της εγγυημένης απόδοσης είναι, εξ' ορισμού, μηδέν. Έστω λοιπόν ότι τοποθετούμε ένα μέρος w του κεφαλαίου μας στο πρώτο κομμάτι (το οποίο εμπεριέχει ρίσκο) και το υπόλοιπο $1-w$ στην επένδυση με την εγγυημένη απόδοση. Τότε, η αναμενόμενη συνολική απόδοση είναι $E(R) = w(0.12) + (1-w)0.05 = 0.05 + 0.07w$,

η διασπορά της απόδοσης είναι: $\sigma_R^2 = w^2(0.23^2) + (1-w)^2 0^2$

Το τι ζητάει απ' την τοποθέτησή του ο επενδυτής, καθορίζει και το μέγεθος του w . Ανάλογα την περίπτωση λοιπόν, δίδονται τιμές είτε στην αναμενόμενη συνολική απόδοση $E(R)$, είτε στην τυπική απόκλιση σ_R , και καθορίζεται το w . Μια πιο ουσιαστική παράμετρος για τον καθορισμό της επικινδυνότητας μιας επένδυσης, είναι να οριοθετήσουμε το μέγεθος της ζημίας. Να απαιτήσουμε δηλαδή, στην περίπτωση της απώλειας μέρους του αρχικού μας κεφαλαίου, η απώλεια αυτή να μην ξεπερνά μια ορισμένη τιμή. Υπάρχουν δύο τρόποι για την εύρεση ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου επενδύσεων:

1. Συνδυάζοντας κατά τον βέλτιστο τρόπο μόνο προγράμματα που εμπεριέχουν κίνδυνο (εύρεση tangency portfolio)
2. Βρίσκοντας την καλύτερη αναλογία μεταξύ ενός tangency portfolio και μιας εγγυημένης απόδοσης.

3.3. Δύο επενδύσεις με ρίσκο

Έστω ότι ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από δύο επενδυτικά προγράμματα, τα οποία έχουν απόδοση (μη εγγυημένη) R_1 και R_2 αντίστοιχα. Έστω ακόμα ότι το αρχικό κεφάλαιο διαιρείται σε δύο μέρη, w και $1-w$. Η συνολική απόδοση είναι $R = wR_1 + (1-w)R_2$. Η συνολική αναμενόμενη απόδοση του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου είναι $E(R) = w\mu_1 + (1-w)\mu_2$.

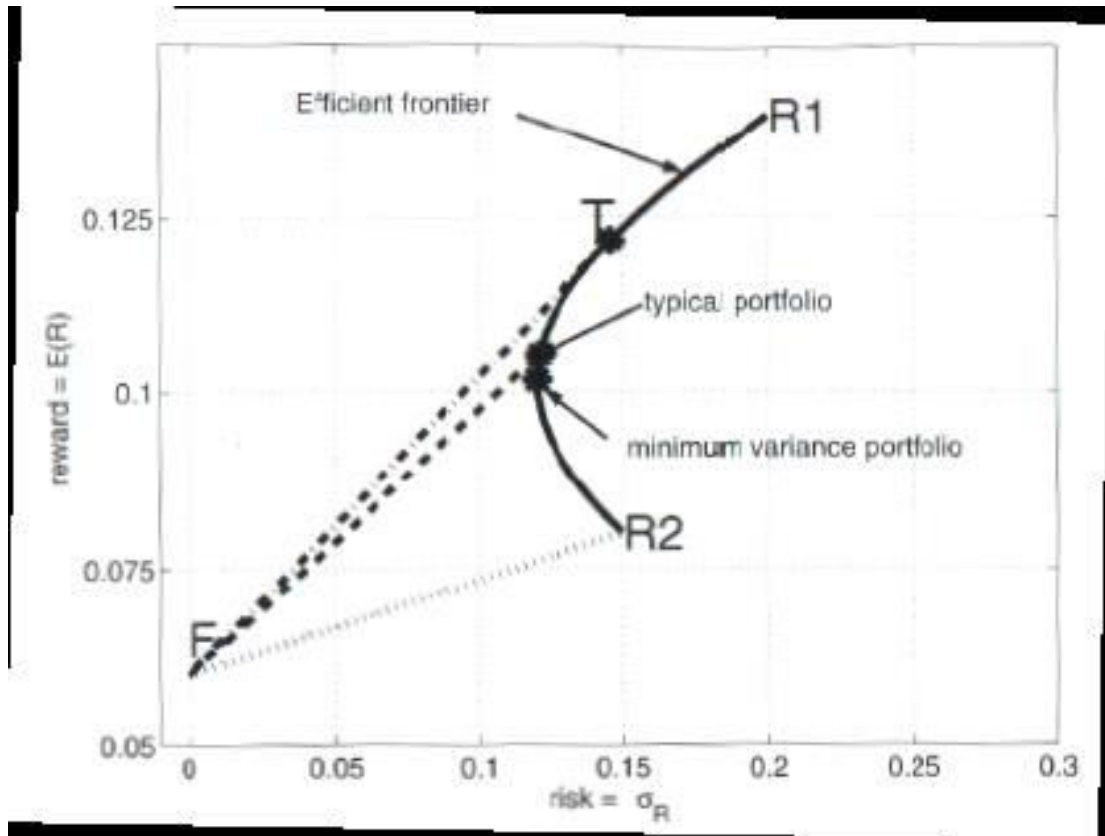
(3)

Έστω ρ_{12} η συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων καθεμιάς από τις δύο τοποθετήσεις. Η απόδοση τότε του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\sigma_R^2 = w^2\sigma_1^2 + (1-w)^2\sigma_2^2 + 2w(1-w)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$

(4)

Γράφημα 1. Αναμενόμενη απόδοση - ρίσκο. (F = τοποθέτηση εγγυημένης απόδοσης, T = *tagency portfolio*, R_1 = πρώτη τοποθέτηση ρίσκου, R_2 = δεύτερη τοποθέτηση ρίσκου). Για $\mu_1 = 0.14, \mu_2 = 0.18, \sigma_1 = 0.2, \sigma_2 = 0.15$ και $\rho_{12} = 0$.



Πηγή: ΚΑΠΟΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ Λ. ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ, 2010 “ΑΠΟΔΟΣΗ ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ, ΣΥΣΤΑΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ”

Η παραβολοειδής καμπύλη του σχήματος αποτελείται από τα ζεύγη $(\sigma_R, E(R))$, όταν $0 \leq w \leq 1$. Στο αριστερότερο σημείο της καμπύλης έχουμε την ελάχιστη τιμή για το αναλαμβανόμενο ρίσκο και ονομάζεται το σημείο αυτό **Χαρτοφυλάκιο Ελαχίστης Διασποράς** (*Minimum Variance Portfolio*). Το σύνολο των σημείων της καμπύλης που έχουν αναμενόμενη απόδοση τουλάχιστον τόσο μεγάλη όσο και το MVP, ονομάζεται **ικανό (ή επαρκές) όριο** (*efficient frontier*). Τα χαρτοφυλάκια που ανήκουν στο όριο αυτό λέγονται **ικανά (ή επαρκή) χαρτοφυλάκια** (*mean-variance efficient portfolios*). Τα σημεία R_1 και R_2 αντιστοιχούν στις τιμές $w=1$ και $w=0$.

3.4 Συνδυασμός δυο επενδύσεων ρίσκου με μια εγγυημένης απόδοσης

Απώτερος στόχος είναι να βρεθεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, συνδυάζοντας περισσότερες από μία επενδύσεις με μια επένδυση εγγυημένης απόδοσης. Ας μελετήσουμε πρώτα την περίπτωση που οι επενδύσεις κινδύνου είναι δυο

3.4.1 Tangency portfolio δυο επενδύσεων

Όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, κάθε σημείο του efficient frontier εκφράζεται με $(\sigma_R, E(R))$ για κάποιες τιμές w μεταξύ 0 και 1. Σταθεροποιώντας το w , έχουμε ένα σταθερό χαρτοφυλάκιο σε ότι αφορά την αναλογία μεταξύ των δύο τοποθετήσεων. Ας προσπαθήσουμε τώρα να συνδυάσουμε το χαρτοφυλάκιο αυτό με μια τοποθέτηση εγγυημένης απόδοσης. Το σημείο F στο σχήμα εκφράζει το $(\sigma_R, E(R))$ για την τοποθέτηση με την εγγυημένη απόδοση ($\sigma_R = 0$). Οι πιθανές τιμές του $(\sigma_R, E(R))$ για ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από τις δύο τοποθετήσεις ρίσκου και μιας άνευ κινδύνου, κείτονται σε μια από τις διακεκομμένες γραμμές που συνδέουν το F με κάποιο σημείο της καμπύλης. Η κλίση κάθε καμπύλης είναι ανάλογη με την συνολική αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου, και καλείται **Sharpe's ratio**. Όσο μεγαλύτερη είναι η κλίση αυτή, τόσο μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση έχουμε. Στο σημείο T έχουμε την μέγιστη τιμή της κλίσης. Στο σημείο αυτό λοιπόν, ο συνδυασμός των τοποθετήσεων των κεφαλαίων μας σε ότι αφορά τις τοποθετήσεις ρίσκου, δίνει το **Εφαπτόμενο Χαρτοφυλάκιο** (*Tangency Portfolio*). Η ονομασία αυτή προκύπτει από το γεγονός ότι η ευθεία FT εφάπτεται της καμπύλης του επαρκούς ορίου. Το tangency portfolio είναι ο καλύτερος συνδυασμός τοποθετήσεων ρίσκου για να αναμειχθεί με την εγγυημένη επένδυση.

Πόρισμα 2.4.1 Τα Βέλτιστα Χαρτοφυλάκια (*Efficient Portfolios*) συνδυάζουν το εφαπτόμενο χαρτοφυλάκιο (*tangency portfolio*) δύο τοποθετήσεων με την εγγυημένη τοποθέτηση. Κάθε βέλτιστο χαρτοφυλάκιο έχει δύο ιδιότητες:

- έχει τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση από κάθε άλλο χαρτοφυλάκιο με τον ίδιο (ή μικρότερο) κίνδυνο, και
- έχει τον μικρότερο κίνδυνο από κάθε άλλο χαρτοφυλάκιο με την ίδια (ή μικρότερη) αναμενόμενη απόδοση.

Ο μοναδικός τρόπος δηλαδή να βελτιώσουμε (ελαχιστοποιήσουμε) τον κίνδυνο ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου, είναι να αποδεχτούμε μια μικρότερη αναμενόμενη απόδοση. Ομοίως, ο μοναδικός τρόπος να βελτιώσουμε (μεγιστοποιήσουμε) την

αναμενόμενη απόδοση ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου, είναι να αποδεχτούμε μεγαλύτερο κίνδυνο. Σημειώνουμε ότι όλα τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια χρησιμοποιούν την ίδια αναλογία στην μίξη των δύο τοποθετήσεων κινδύνου (το λεγόμενο tangency portfolio), ενώ αυτό που μεταβάλλεται είναι η αναλογία του tangency portfolio με την τοποθέτηση εγγυημένης απόδοσης. Η αναλογία με την οποία μετέχουν οι δύο τοποθετήσεις κινδύνου στο tangency portfolio είναι αυτή που θα επιχειρήσουμε να προσδιορίσουμε παρακάτω. Έστω λοιπόν μ_1, μ_2 , και μ_f αντίστοιχα οι αναμενόμενες αποδόσεις των δυο τοποθετήσεων κινδύνου και της εγγυημένης. Έστω επίσης σ_1 και σ_2 οι τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων των δύο πρώτων, και ρ_{12} η συσχέτιση των αποδόσεων των τοποθετήσεων κινδύνου.

Ορίζουμε με $E(R_1) = \mu_1 - \mu_f$ και $E(R_2) = \mu_2 - \mu_f$ τις υπερ-αποδόσεις (excess returns), δηλαδή ουσιαστικά το κέρδος που προκύπτει από τις τοποθετήσεις κινδύνου. Έχουμε

$$w_T = \frac{ER_1\sigma_2^2 - ER_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{ER_1\sigma_2^2 + ER_2\sigma_1^2 - (ER_1 + ER_2)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}, \quad (5)$$

για την πρώτη τοποθέτηση και $(1-w_T)$ για την άλλη. Για $w = w_T$ στις (3) και (4) προκύπτει η αναμενόμενη απόδοση και η διασπορά για τα tangency portfolio.

3.4.2 Συνδυασμός tangency portfolio και εγγυημένης τοποθέτησης

Έστω R η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου, όπου μέρος w καταλαμβάνει το tangency portfolio και $(1-w)$ η εγγυημένης απόδοσης τοποθέτηση.

$$\begin{aligned} \text{Τότε } R &= wR_T + (1-w)R_f & \text{άρα} \\ E(R) &= wE(R_T) + (1-w)m_f & \text{και} \quad \sigma_R = w\sigma_T \end{aligned}$$

3.4.3 Επίδραση της συσχέτισης

Θετική συσχέτιση μεταξύ δύο τοποθετήσεων κινδύνου είναι επιβλαβής, καθώς αυξάνει τον κίνδυνο (risk). Με θετική συσχέτιση, οι δύο τοποθετήσεις τείνουν να κινούνται μαζί, με αποτέλεσμα την αστασία του χαρτοφυλακίου. Αντίθετα, η αρνητική συσχέτιση είναι ευπρόσδεκτη. Στην περίπτωση αυτή, η αρνητική απόδοση της μίας τοποθέτησης αντικρούει την θετική απόδοση της δεύτερης, με αποτέλεσμα την μείωση της αστασίας του χαρτοφυλακίου. Σημειώνουμε ότι κλίση Sharpe αυξάνει, καθώς η ρ_{12} μειώνεται. Αυτό σημαίνει, ότι για μικρή ρ_{12} , και δοθείσης της

αναμενόμενης απόδοσης, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο έχει μικρότερο κίνδυνο, απ' όταν η συσχέτιση είναι μεγάλη.

3.5 Βέλτιστα χαρτοφυλάκια με N τοποθετήσεις ρίσκου

3.5.1 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο κατά Markowitz

Ας γενικεύσουμε την έως τώρα θεωρία του **Markowitz, (1952)** σε περισσότερες από δύο τοποθετήσεις κινδύνου, κάνοντάς την πιο ρεαλιστική. Υποθέτουμε ότι έχουμε N τοποθετήσεις ρίσκου και ότι η απόδοση της i -οστής τοποθέτησης είναι R_i και έχει αναμενόμενη τιμή μ_i . Ορίζουμε

$R = \begin{bmatrix} R_1 \\ \dots \\ R_n \end{bmatrix}$ το διάνυσμα των αποδόσεων. Το διάνυσμα των αναμενόμενων αποδόσεων

προκύπτει: $E(R) = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \dots \\ \mu_n \end{bmatrix}$

Έστω ακόμα $V_{ij} =$ η συνδιασπορά μεταξύ των R_i και R_j . $V_{ij} = Cov(R_i, R_j)$ και $V = Cov(R)$.

Έστω $W = \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix}$ το διάνυσμα των βαρών του χαρτοφυλακίου και $\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$ το μοναδιαίο διάνυσμα.

Για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης για να ελαχιστοποιείτε ο κίνδυνος το μοντέλο ορίζεται ως εξής:

$$\min \sigma_p = W^T V W \quad (6)$$

$$W^T E(R) \geq \mu_p \quad (7)$$

$$w^T \mathbf{1} = 1 \quad (8)$$

$$W \geq 0 \quad (9)$$

Ενώ για δεδομένο επίπεδο κινδύνου το μοντέλο ώστε να μεγιστοποιείτε η απόδοση είναι:

$$\max \mu_p = W^T E(R) \quad (10)$$

$$W^T V W \leq \sigma_p \quad (11)$$

$$w^T 1 = 1$$

$$W \geq 0$$

Είναι δύο προβλήματα τετραγωνικού προγραμματισμού αλλά εφόσον μετασχηματίσουμε τους δύο περιορισμούς (7) και (11) σε μορφή ισότητας μπορεί να λυθεί και με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange.

3.5.2 Ενναλακτικές προσεγγίσεις για το VAR ως μέτρο κινδύνου

Οι [Albanese et al. \(2004\)](#) δείχνουν ότι η χρήση του VaR σε χαρτοφυλάκια μπορεί να οδηγήσει σε αυξημένη συγκέντρωση κινδύνου. Ο λόγος για αυτό είναι ότι το συγκεκριμένο μέτρο κινδύνου δεν υπακούει στην αρχή της υποπροσθετικότητας (principle of subadditivity), όπου είναι μία από τις σημαντικές ιδιότητες που αφορούν την εγκυρότητα των μέτρων κινδύνου, όπως φαίνεται από τους [Artzner et al. \(1999\)](#). Στην εργασία τους, οι συγγραφείς παρουσιάζουν ένα σύνολο ιδιοτήτων που καθορίζουν τα μέτρα κινδύνου που λέγονται «συνεπή» (coherent). Μέσα από διάφορους μαθηματικούς ορισμούς και προτάσεις, δείχνουν ποιες ιδιότητες είναι ζωτικής σημασίας για ένα μέτρο κινδύνου όταν χρησιμοποιείται στη βιομηχανία για την εκτίμηση του κινδύνου. Το αξίωμα της υποπροσθετικότητας αντικατοπτρίζει την αρχή της διαφοροποίησης. Ένα χαρτοφυλάκιο που περιέχει πολλά χρηματοοικονομικά προϊόντα θα είναι λιγότερο επικίνδυνο από ένα χαρτοφυλάκιο που περιέχει μόνο ένα στοιχείο. Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου πρέπει να είναι μικρότερος από το άθροισμα των κινδύνων των μέσων από τα οποία αποτελείται. Το αξίωμα της θετικής ομοιογένειας αντικατοπτρίζει το γεγονός ότι η κλίμακα της επένδυσης έχει άμεση συνέπεια στον κίνδυνο. Το ποσό του κινδύνου αυξάνεται αναλογικά με το ποσό των θέσεων. Το αξίωμα της μονοτονικότητας υπονοεί ότι όταν μια θέση δίνει καλύτερα αποτελέσματα από μια άλλη θέση, ο κίνδυνος που σχετίζεται με την πρώτη θέση θα πρέπει να είναι μεγαλύτερος από τον κίνδυνο που σχετίζεται με τη δεύτερη θέση. Συγκεκριμένα, οι [Artzner et al. \(1999\)](#) δείχνουν ότι το πιο σύνθηρες μέτρο κινδύνου, συγκεκριμένα το VaR, δεν ικανοποιεί το αξίωμα της υποπροσθετικότητας, πράγμα που σημαίνει ότι μπορεί να δημιουργήσει μια συσσώρευση κινδύνου και ότι, συνεπώς, δεν είναι ένα συνεπές μέτρο κινδύνου. Η χρήση του VaR περιορίζει την έννοια της διαφοροποίησης (diversification), η οποία αποτελεί ουσιαστική ιδιότητα στα χρηματοοικονομικά, ειδικά στη διαχείριση κινδύνων.

3.5.2.1 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με το δείκτη CVAR

Αρκετές επεκτάσεις έχουν γίνει πάνω στο μοντέλο του Markowitz, (1959) όπως (Hahn, F., & Brechling, F. P. (Eds.),1965); (Tobin, J. 1967); (R. Mansini, M.G. Speranza, 1999);(G. Pogue 1970); (R. Rockafellar, S. Uryasev, M. Zabaranin,2006);(D. Roman, K. Darby-Dowman,2007). Ιδιαίτερης σημασίας τυγχάνουν του Fama, E. F. (1965) ο οποίος αντιμετώπισε τη κατανομή των αποδόσεων σαν γενικευμένη Pareto κατανομή και του R. Rockafellar, S. Uryasev,(2000) όπου επικεντρώνονται στο μοντέλο CVaR δηλαδή στην ελαχιστοποίηση της Conditional Value at Risk-CVaR. Η CVaR είναι η αναμενόμενη ζημία πάνω από ένα για δεδομένο επίπεδο VaR. Η CVaR είναι μεγαλύτερη από τη VaR, άρα ένα χαρτοφυλάκιο με χαμηλό CVaR έχει ταυτόχρονα και χαμηλό VaR. Το VaR είναι το κύριο μέσο μέτρησης κινδύνου όμως η βελτιστοποίησή του έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος καθώς εφαρμόζονται τεχνικές μη κυρτής βελτιστοποίησης, από την άλλη μεριά το CVaR μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Παρακάτω αναλύονται οι κύριες παραλλαγές του Μοντέλου M-V. Το CVaR είναι ένα μέτρο που συνδέεται στενά με το VaR. Η χρήση του ως μέτρου κινδύνου μπορεί να θεωρηθεί βελτίωση σε σύγκριση με το VaR, καθώς επιτρέπει την μέτρηση της έκτασης των απωλειών σε περίπτωση ακραίων συμβάντων. Οι συγγραφείς αποδεικνύουν τη συνέπεια του CVaR ως μέτρο κινδύνου (όπως ορίζεται από τους Artzner et al., 1999). Αποδεικνύουν ότι το CVaR είναι εξ ορισμού συνεπές, ενώ επιβεβαιώνουν επίσης το γεγονός που παρουσιάστηκε προηγουμένως από τους Artzner et al. ότι το VaR δεν είναι ένα συνεπές μέτρο κινδύνου και μπορεί, εξ ορισμού, να συσσωρεύσει τον κίνδυνο, καθώς δεν ικανοποιεί την ιδιότητα της υποπροσθετικότητας. Το έργο αυτών των συγγραφέων κατέστησε δυνατή την προώθηση της έννοιας των συνεπών μέτρων κινδύνου δίνοντας πρώτα έναν επίσημο ορισμό της μέτρησης κινδύνου στα χρηματοοικονομικά. Η έννοια της συνέπειας όσον αφορά τα μέτρα κινδύνου έχει προσελκύσει ιδιαίτερη προσοχή στον τομέα της ποσοτικής διαχείρισης κινδύνων. Το CVaR σέβεται αυτήν την ιδιότητα συνέπειας, κάτι που δεν ισχύει για το VaR. Η σύσταση της Επιτροπής της Βασιλείας για αντικατάσταση του VaR από το ES (ή CVaR) για μοντέλα κινδύνου εσωτερικής αγοράς αντικατοπτρίζει τη σημασία αυτής της ιδιότητας συνέπειας.

Η συνάρτηση υπολογισμού του CVAR δίνεται από τον τύπο:

$$F_\beta(x, y) = a + (1 - \beta)^{-1} \int_{y \in R^m} |f(x, y) - a|^+ p(y) dy \quad (12)$$

$f(x, y)$ είναι η συνάρτηση απώλειας και x αντιπροσωπεύει τα διαθέσιμα χαρτοφυλάκια και y αντιπροσωπεύει παραμέτρους αβεβαιότητας της αγοράς.

$|t|^+ = t$ αν $t > 0$ και $|t|^+ = 0$ αν $t \leq 0$. το β αντιπροσωπεύει το επίπεδο πιθανότητας και το a αντιπροσωπεύει ένα ανώτερο επίπεδο κατωφλίου για την συνάρτηση απώλειας $f(x, y) \leq a$.

Η συνάρτηση του CVAR εν αντίθεσή με το Var είναι κυρτή και συνεχώς διαφορίσιμη. Μια προσέγγιση της (12) είναι:

$$\widetilde{F}_\beta(x, y) = a + \frac{1}{q(1-\beta)} \sum_{\kappa=1}^q |f(x, y_\kappa) - a|^+ \quad (13)$$

Η συνάρτηση (13) είναι κυρτή και τμηματικά συνεχής σχετικά με το a αλλά όχι διαφορίσιμη.

Για $x = w$ και $y = \text{Random } R$ και $m = E(R)$

$$f(x, y) = x^T m - x^T y \quad (14)$$

$$\mu(x) = -x^T E(R) \text{ και } \sigma^2(x) = X^T V X \quad (15)$$

Το τελικό πρόβλημα βελτιστοποίησης με την εισαγωγή βοηθητικών μεταβλητών u_κ μετασχηματίζεται τελικά ως εξής:

$$\min a + \frac{1}{q(1-\beta)} \sum_{\kappa=1}^q u_\kappa \quad (16)$$

$$x^T 1 = 1 \quad (17)$$

$$\mu(x) \leq -\mu_p \quad (18)$$

$$u_\kappa \geq 0 \text{ και } x^T y_\kappa + a + u_\kappa \geq 0 \text{ για } \kappa = 1 \dots r \quad (19)$$

Το βασικό πλεονέκτημα είναι ότι το πρόβλημα ελαχιστοποίησης δεν εξαρτάται από την κατανομή των αποδόσεων καθώς δεν χρειάζεται να ακολουθούν κανονική κατανομή.

Με τη βοήθεια του Var ο τύπος 13 μπορεί να μετασχηματιστεί ως εξής:

$$F_\alpha(x, v) = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^m p_i [v - r_{ix}]^+ - v$$

(20)

Με $v = \text{var}(a)$

3.5.2.2 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με το δείκτη MAD

Οι Konno&Yamazaki,(1991) προτείνουν μια εναλλακτική του κλασσικού μοντέλου MV για να αντιμετωπιστούν τα προβλήματα που έχει:

α) Η δημιουργία ενός μεγάλου προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού, το οποίο έχει μεγάλο κόστος επίλυσης.

β) Ο ορισμός της τυπικής απόκλισης ως μέτρο κινδύνου.

γ) Ο μεγάλος κατακερματισμός σε όλες τις διαθέσιμες επιλογές καθιστώντας ουσιαστικά το τελικό χαρτοφυλάκιο τρομερά διαφοροποιημένο και το οποίο στη πράξη δύσκολα υλοποιείται.

Το μοντέλο των Konno&Yamazaki,(1991) ονομάζεται MAD και η βασική τους διαφορά με το κλασσικό MV είναι ότι ο κίνδυνος δεν προσδιορίζεται από τη τυπική απόκλιση αλλά ως μέση απόλυτη απόκλιση από την αναμενόμενη απόδοση (Mean Absolute Deviation-MAD).

Αν έχουμε n ιστορικά δεδομένα για κάθε τοποθέτηση τότε ο κίνδυνος ορίζεται ως εξής για τη κάθε μια:

$$MAD = \frac{1}{n \sum_{j=1}^n |r_{ij} - E(r_i)|} \quad (21)$$

Άρα το πρόβλημα που προκύπτει είναι:

$$\min MAD = \frac{1}{n \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n w_i |r_{ij} - E(r_i)|} \quad (22)$$

$$W^T E(R) \geq \mu_p$$

$$w^T 1 = 1$$

$$W \geq 0$$

Το πρόβλημα μπορεί να μετασχηματιστεί σε γραμμικό ως εξής:

$$\min MAD = \frac{1}{\sum_{i=1}^n y_i} \quad (23)$$

$$y_i + \sum_{j=1}^n w_i |r_{ij} - E(r_i)| \geq 0 \quad (24)$$

$$y_i - \sum_{j=1}^n w_i |r_{ij} - E(r_i)| \leq 0 \quad (25)$$

$$W^T E(R) \geq \mu_p$$

$$w^T 1 = 1$$

$$W \geq 0$$

Τα πλεονεκτήματα του μοντέλου MAD σε σχέση με το μοντέλο MV είναι τα εξής:

- (α) Ο μη υπολογισμός του πίνακα συνδιακύμανσης, κάτι το οποίο κάνει ιδιαίτερα εύκολη την αναπροσαρμογή του μοντέλου στα νέα δεδομένα.
- β) Το μικρό υπολογιστικό κόστος ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού σε σχέση με ένα τετραγωνικού.
- (γ) Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο έχει το πολύ $2T+2$ τοποθετήσεις, ανεξαρτήτως μέγεθος n .
- (δ) Χρησιμοποιείτε το n ως μεταβλητή για να περιοριστεί ο αριθμός των τοποθετήσεων στο χαρτοφυλάκιο.

3.5.2.3 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με το δείκτη Downside Risk(DR)

Κατά την εξέταση της βέλτιστης κατανομής χαρτοφυλακίου οι επενδυτές με διαφορετικούς επενδυτικούς στόχους πιθανόν έχουν προτιμήσεις που δεν αντιπροσωπεύεται από τετραγωνικές συναρτήσεις χρησιμότητας. Έτσι, εναλλακτικές έννοιες του κινδύνου και βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου, χαρακτηρίζοντας πιο προσεκτικά τις ανησυχίες των επενδυτών και συνεπώς ενδεχομένως πιο κατάλληλο για αυτούς, έχουν καθιερωθεί. Μια σχετικά νέο είναι η έννοια του (DR) Estrada, (2008). Οι Kroencke, T. A. & Schindler F., (2010) παρουσίασαν μια εφαρμογή του σε διεθνές επίπεδο σε τιτλοποιημένες χρηματιστηριακές αγορές ακινήτων. Η Βασική μέθοδος υπολογισμού της VaR είναι η κλασσική μέθοδος, με βάση τη τυπική απόκλιση. Ο βασικός περιορισμός της προσέγγισης MV η υπόθεση της κανονικής κατανομής των αποδόσεων η οποία όμως δεν ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις (π.χ Brounen and Eichholtz, 2003; Kaplanis, 1988; Longin and Solnik, 1995, 2001) και σε καθαρά μετοχές ακινήτων (π.χ Eichholtz, 1996; Newell and Acheampong, 2001; Conover et al., 2002; Liow, 2008; Schindler, 2009; Srivatsa et al., 2010)

Το θεωρητικό υπόβαθρο πάνω στο οποίο στηρίζεται το (DR) είναι Lower Partial Moments(LPM) ή Co-Lower Partial Moments (χαμηλότερη ροπή τάξης) Bawa, (1975) και Fishburn, (1977) . Η έννοια του DR είναι τόσο παλιά όσο το MV και Semi-MV ως μέτρο το DR βρίσκεται να είναι ένα πιο ανθεκτικό(robust) μέτρο κινδύνου από θεωρητική άποψη, αλλά η διακύμανση ως μέτρο κινδύνου επιλέγεται από τον Markowitz ,(1952) για τεχνικούς λόγους και λόγω υπολογιστικών περιορισμών. Ο Markowitz, (1959) αναφέρει ότι η αντίληψη του κινδύνου των επενδυτών μπορεί να είναι ασύμμετρη. Ειδικότερα, δείχνουν ότι η LPM_2 είναι κατάλληλη για την παραγωγή χαρτοφυλακίων που θα κυριαρχήσουν σε όλα τα άλλα χαρτοφυλάκια(βελτιστοποίηση). Σύμφωνα με την έννοια της στοχαστικής κυριαρχίας

τρίτης τάξης, η οποία συνεπάγεται ένα βέλτιστο κανόνα απόφασης για κάθε επενδυτή που είναι απρόθυμος να αναλάβει κινδύνους και παρουσιάζει μειωμένο απόλυτο κίνδυνο αποστροφής(risk averse). Ο Harlow, (1991) δηλώνει ότι το DR "είναι ένας κατάλληλος χαρακτηρισμός του επενδυτικού κινδύνου, επειδή οι επενδυτές συχνά ανησυχούν για ζημίες σε σχέση με ένα επίπεδο κατωφλίου". Οι χαμηλότερες μερικές ροπές, επικεντρώνονται στην αριστερή ουρά της κατανομής αποδόσεων. Ωστόσο, διαφέρουν ως προς το πού αρχίζει η αριστερή ουρά, δηλαδή κάτω από ποιο συγκεκριμένο επίπεδο κατωφλίου ή ρυθμός στόχου οι αποδόσεις είναι σημαντικές και τον τρόπο με τον οποίο λαμβάνονται υπόψη οι αποκλίσεις από αυτό το ποσοστό-στόχο. Η χαμηλότερη ροπή ν-οστής τάξης για το i περιουσιακό στοιχείο και για συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου τ δίνεται από τον τύπο:

$$LPM_n(\tau, R_i) = \frac{1}{T} (\sum_{j=1}^T [Max(0, (\tau - R_{ij}))]^n$$

(26)

Η τάξη n της LPM αντανακλά την αντίληψη κινδύνου των επενδυτών και πως η διασπορά των αποδόσεων κάτω από το ποσοστό-στόχο επηρεάζουν το μέτρο κινδύνου: όσο υψηλότερη είναι η τιμή του n τόσο υψηλότερη η ποινή των διασπορών κάτω από το ποσοστό-στόχο. Έτσι, η παράμετρος n μπορεί επίσης να θεωρείται παράμετρος για την αύξηση της αποστροφής κινδύνου. Σε γενικές γραμμές, η εστίαση έγκειται στις τέσσερις πρώτες κατηγορίες LPM που είναι ο κίνδυνος αθέτησης (n=0), έλλειμμα (n=1), η ημι-διακύμανση (n=2) και η ασυμμετρία (n= 3). Οι υψηλότερες τιμές LPM υποδηλώνουν υψηλότερο βαθμό αρνητικής ασυμμετρίας και συνεπώς υψηλότερο κίνδυνο. Ο Nawrocki,(1991) παρουσιάζει δύο θεωρητικούς αλγόριθμους βέλτιστης κατανομής για το χαρτοφυλάκιο n-degree LPM που αναφέρεται ως ασύμμετρος αλγόριθμος LPM (ALPM) κα συμμετρικός αλγόριθμος LPM (SLPM) οι οποίοι βασίζονται στο CLPM. Ο τύπος CLPM μεταξύ δύο μετοχών δίνεται από τον τύπο:

$$CLPM_{ij,n-1}(\tau, R_i, R_j) = \frac{1}{T} (\sum_{t=1}^T [Max(0, (\tau - R_{it}))^{n-1} (\tau - R_{jt})$$

(27)

Οι αλγόριθμοι SLPM είναι μια εναλλακτική λύση στην ανάλυση συνδιακύμανσης εν αντίθεσή με τους αλγόριθμους ALPM. Το γεγονός ότι η ανάλυση SLPM χειρίζεται ένα ευρύτερο φάσμα της λειτουργίας χρησιμότητας των επενδυτών αυξάνει την ελκυστικότητα της τεχνικής. Παρόλα αυτά έχουν κάποιους περιορισμούς, ο Estrada,

(2008) τονίζει επίσης αυτά τα μειονεκτήματα και αναπτύσσει μια εναλλακτική προσέγγιση που δεν περιορίζει τη μέτρηση των συν-διακυμάνσεων με βάση τον μέσο όρο των αποδόσεων ως δείκτης αναφοράς ωστόσο δημιουργεί ένα συμμετρικό και εξωγενές πίνακα ημι-συνδιακύμανσης. Ο Estrada, (2008) ορίζει την ημι-συνδιακύμανση μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων i και j σε ένα επίπεδο κατωφλίου τ ως:

$$CLPM_{ij}(\tau, R_i, R_j) = \frac{1}{T} (\sum_{t=1}^T [Max(0, (\tau - R_{it})) \cdot Max(0, (\tau - R_{jt}))])$$

(28)

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως εξής τώρα:

$$\min LPM_p = \sum_{i=1}^S \sum_{j=1}^S w_i w_j CLPM_{ij}(\tau, R_i, R_j) \quad (29)$$

$$W^T E(R) \geq \mu_p$$

$$w^T 1 = 1$$

$$W \geq 0$$

η υπεράσπιση της προσέγγισης MV αναφέρεται μερικές φορές ότι η DR δεν αντιπροσωπεύει μεγαλύτερο "πιθανό κίνδυνο" όπως η διακύμανση. Ωστόσο, αυτό το επιχείρημα μπορεί να αντικρουστεί λαμβάνοντας υπόψη ότι το πιθανό ρίσκο δεν αντιπροσωπεύεται στο πλαίσιο DR, το οποίο όμως αποτυπώνεται από τον μέσο όρο της κατανομής των αποδόσεων.

3.5.2.4 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με Bayes-Stein shrinkage estimator

Η χρήση του Bayes-Stein shrinkage estimator Jorion, P. (1985,1986) γίνεται για να για τον υπολογισμό του διανύσματος των αναμενόμενων αποδόσεων. Η χρήση τους προκρίνεται με στόχο τη μείωση του βαθμού των σφαλμάτων πρόβλεψης και τη μείωση των ακραίων λύσεων (corner solutions) στα προβλήματα κατανομής πόρων (δηλαδή κάποιες από τις ποσότητες να μη χρησιμοποιηθούν καθόλου άρα τα αντίστοιχα βάρη να είναι μηδέν). Η λογική πίσω από τη χρήση του είναι ότι παρόλη την ύπαρξη ακραίων τιμών αποδόσεων η μέση τιμή τους "μαζεύεται" γύρω από το παγκόσμιο μέσο όρο. Μελέτες που δείχνουν τη χρησιμότητα του δείκτη είναι οι Jorion (1985), Chopra and Ziemba (1993) Chopra et al. (1993) and Stevenson (2001a, b). Η γενική μορφή δίνεται από τον τύπο:

$$\overline{E(R)} = \hat{w}\bar{r}_g + (1 - \hat{w})E(R)$$

(30)

$\overline{E(R)}$ είναι ο προσαρμοσμένος μέσος όρος των αποδόσεων

$$\hat{w} = \frac{\hat{\lambda}}{(T + \hat{\lambda})}$$

(31)

$$\hat{\lambda} = \frac{(N+2)(T-1)}{(R-r_0)'S^{-1}(E(R)-\bar{r}_g'1)(T-N-2)}$$

(32)

$\bar{r}_g$: ο παγκόσμιος μέσος όρος, T το μέγεθος του δείγματος και S ο πίνακας συνδιακύμανσης.

Η μόνη αλλαγή στο μοντέλο βελτιστοποίησης(ελαχιστοποίησης) είναι η χρησιμοποίηση του προσαρμοσμένου μέσου όρου αντί του κανονικού

3.5.2.5 Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με χρήση του Sharp ratio

Σημαντικό ρόλο στην επενδυτική διαδικασία παίζουν σύνθετοι δείκτες αξιολόγησεις όπως αυτοί ορίζονται από τους, όπως οι δείκτες του Sharpe, του Treynor και του Jensen. για την αποτίμηση κεφαλαιουχικών περιουσιακών στοιχείων

Ο δείκτης του **Sharpe, (1964,1966,1967,1994)** είναι:

$$S_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

(33)

R_p : μέσο ποσοστό της απόδοσης του χαρτοφυλακίου

R_f : απόδοση ενός ακίνδυνου χρεογράφου

σ_p : τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου.

Όσο μεγαλύτερος είναι ο δείκτης τόσο πιο θετική είναι αξιολόγηση του χαρτοφυλακίου.

Ο **Treynor, (1961)** διαφοροποιείτε από το Sharpe θέτοντας τον συντελεστή βήτα στο παρανομαστή:

$$T_p = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}$$

(34)

Μέσω του συντελεστή β επιτυγχάνεται η μέτρηση του συστημικού κίνδυνου του χαρτοφυλακίου.

Η μέθοδος του **Jensen, (1968)** χρησιμοποιεί την μεταβλητή α μετρώντας έτσι την προστιθέμενη αξία του χαρτοφυλακίου για δεδομένο επίπεδο συστημικού κινδύνου σύμφωνα με το τύπο :

$$a_j = (R_p - R_f) - \beta_p(R_M - R_f)$$

(35)

Ο δείκτης Sharpe χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των σταθμισμένων αποδόσεων και ουσιαστικά δείχνει τη μέση απόδοση που μπορεί να επιτευχθεί πέραν του επιτοκίου χωρίς κίνδυνο ουσιαστικά ένα χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου όπως τα έντοκα γραμμάτια της Γερμανίας έχει αναλογία Sharpe μηδέν. Ωστόσο, μπορεί να είναι ανακριβής όταν εφαρμόζεται σε χαρτοφυλάκια ή περιουσιακά στοιχεία που δεν έχουν κανονική κατανομή των αναμενόμενων αποδόσεων. Ο δείκτης Sharpe αντιμετωπίζει προβλήματα όταν ο κίνδυνος είναι με μη-γραμμικός όπως δικαιώματα προαίρεσης ή αγοράς (options & warrants).

Οι **Eun, C. S., & Resnick, B. G. (1988)**. Εισήγαγαν το certainty-equivalence tangency (CET) portfolio strategy το οποίο προσομοιάζει με το κλασσικό δείκτη του Sharpe.

$$max\theta = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p^2}$$

(36)

Η μόνη παραλλαγή με το κλασσικό μοντέλο MV είναι ότι αντί της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου θα χρησιμοποιηθεί ο δείκτης Sharpe. Ειδικότερα στο τομέα του χαρτοφυλακίου ακινήτων οι **Lee, S., & Stevenson, S. (2005)**. παρουσιάζουν μια συγκριτική μελέτη κάποιων από τις παραπάνω παραλλαγές.

4. CAPM (Capital Assets Pricing Model)

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (C.A.P.M.) δημιουργήθηκε από τους **Sharpe, (1964)** , **Treynor, (1961)**, **Lintner, (1965)** και **Mossin, (1966)** ως εξέλιξη της Θεωρίας του Markowitz. Τα νέα στοιχεία που θέτει είναι το επιτόκιο ελεύθερου κινδύνου (risk free asset) και του συντελεστή β (beta coefficient) δίνοντας ιδιαίτερη

βαρύτητα στη σχέση αναμενόμενης απόδοσης ενός περιουσιακού στοιχείου και του συντελεστή βήτα (κινδύνου). Μέσω του συντελεστή β αποτιμάται ο συστημικός κίνδυνος, αντανακλώντας την ευαισθησία της απόδοσης μιας μετοχής στις διακυμάνσεις της αγοράς. Το C.A.P.M. αναφέρεται στον τρόπο τιμολόγησης των περιουσιακών στοιχείων ανάλογα με το κίνδυνο που έχουν. Ο Sharpe υποθέτει ότι οι αποδόσεις των πιθανών περιουσιακών στοιχείων αλληλεξαρτώνται μέσω του χαρτοφυλάκιο της αγοράς (Market Model). Η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου συνδέεται γραμμικά με τον κίνδυνο που το διακατέχει άρα μεγαλύτερος κίνδυνος οδηγεί σε μεγαλύτερη απόδοση. Για να αναλάβει ένας επενδυτής το κίνδυνο θέλει ένα κίνητρο κυρίως οικονομικό παράλληλα πρέπει να διασφαλίζεται ότι γνωρίζει όλα τα δεδομένα πριν λάβει την τελική του απόφαση. Βασική παραδοχή είναι η αποφυγή κινδύνου από τους επενδυτές, επομένως ο επενδυτής θα επιλέξει την επένδυση που έχει το μικρότερο κίνδυνο. Οι βασικές υποθέσεις του CAPM είναι:

1. Οι αγορές είναι σε κατάσταση ισορροπίας (market equilibrium).
2. Ο πληθωρισμός παραμένει σταθερός μαζί με τα επιτόκια σε όλη τη διάρκεια της επένδυσης.
3. Η πληροφορία είναι γνωστή σε όλους καθώς στις Οι αποτελεσματικές αγορές υπάρχει απουσία υπερκανονικών κερδών.
4. Οι αγορές είναι ανταγωνιστικές, δηλαδή όλοι οι επενδυτές έχουν τις ίσες ευκαιρίες επένδυσης.
5. Το ύψος των δανείων είναι στη κρίση των δύο μερών που συνδιαλέγονται και η βάση είναι το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο .
6. Δεν υπάρχει περιορισμός στο κατακερματισμό της επένδυσης
7. Οι επενδυτές επιλέγουν ελεύθερα που θα επενδύσουν μία φορά μέσα στη χρονική περίοδο της επένδυσης.
8. Ο στόχος όλων των επενδυτών είναι ο ίδιος το κέρδος.
9. Οι αποδόσεις επηρεάζονται κυρίως από το συστημικό κίνδυνο και όχι από το συνολικό κίνδυνο.
10. Οι επενδυτές είναι ορθολογικοί στοχεύοντας στη μεγιστοποίηση της απόδοσης για δεδομένο επίπεδο κινδύνου ή η ελαχιστοποίηση του κινδύνου με δεδομένο επίπεδο απόδοσης.

11. Δε μπορεί κανένας επενδυτής να διαμορφώσει την αγορά με αγοροπωλησίες το μόνο που διαφοροποιεί τα χαρτοφυλάκια των επενδυτών είναι οι διαφορετικές καμπύλες αδιαφορίας.

Βασική υπόθεση η τέλεια αγορά χωρίς περιορισμούς κάτι το οποίο στη πραγματικότητα δεν ισχύει αλλά το μοντέλο παρόλα αυτά έχει μεγάλη αποδοχή γιατί είναι ένα απλό εργαλείο που προσφέρει ισχυρές προβλέψεις επιτρέποντας στους επενδυτές να υπολογίσουν το ποσοστό της απόδοσης που επιθυμούν. Στο C.A.P.M. η απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίζεται σε δύο μέρη: στη γενική απόδοση της αγοράς και σε αυτό που σχετίζεται με τα μοναδικά χαρακτηριστικά του κάθε asset. Έτσι καταλήγουμε στο διαμερισμό του κινδύνου στο διαφοροποιήσιμο (μη συστημικό) και τον μη διαφοροποιήσιμο (συστημικό) μέρος. Το πρώτο μέρος αναφέρεται σε μη προβλέψιμα γεγονότα. Ο συστημικός αφορά τις μεταβολές συνολικά της αγοράς και είναι η κύρια απειλή για τις επενδύσεις και δεν μπορεί να εξαιρεθεί μέσω της διαφοροποίησης και είναι ο κίνδυνος που εστιάζουμε. Ένα βασικό χαρακτηριστικό της αγοράς που ανήκει στη παραπάνω κατηγορία είναι ο κίνδυνος του πληθωρισμού. Η συγκεκριμένη διαφοροποίηση δεν έχει σχέση με τη διαφοροποίηση κατά Markowitz. Στην διαφοροποίηση κατά Markowitz το βασικό είναι η επιλογή περιουσιακών στοιχείων με αρνητικές συνδιακυμάνσεις ενώ στη περίπτωση του C.A.P.M αναφέρεται στο συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου μόνο από παράγοντες της αγοράς. Ο τρόπος αντιμετώπισης είναι μέσω κάποιου ασφαλίστρου κινδύνου (risk premium), το οποίο θα αντισταθμίσει το συστημικό κίνδυνο. Το υπόδειγμα αναφέρει ότι, σε κατάσταση ισορροπίας, η αναμενόμενη υπερβάλλουσα απόδοση κάθε επικίνδυνου περιουσιακού στοιχείου είναι ανάλογη με την υπερβάλλουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς και αντικατοπτρίζεται από το συντελεστή β .

Σύμφωνα με το υπόδειγμα CAPM, η απόδοση μιας επένδυσης δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$R_i = R_f + \beta(R_m - R_f) + e_i$$

(37)

$$E(R_i) = R_f + \beta(E(R_m) - R_f)$$

(38)

Η παραπάνω σχέση επιτυγχάνεται μέσω της διαδικασίας γραμμικής παλινδρόμησης.

Η μη ικανοποίηση υποθέσεων της γραμμικής παλινδρόμησης δημιουργεί προβλήματα στις εκτιμήσεις και την αξιοπιστία των συμπερασμάτων.

- Αυτοσυσχέτιση, το πρόβλημα αυτό εμφανίζεται όταν η διακύμανση του διαταρακτικού όρου δεν είναι σταθερή και η συνδιακύμανση όλων των διαταρακτικών όρων δεν ισούται με το μηδέν.
- Κανονικότητα, η εξαρτημένη μεταβλητή κατανέμεται κανονικά όπως και οι εκτιμητές των συντελεστών της παλινδρόμησης. Οι έλεγχοι των υποθέσεων όπως και οι μέθοδοι εκτίμησης βασίζονται στην υπόθεση της κανονικής κατανομής.
- Ετεροσκεδαστικότητα, εμφανίζεται όταν οι διαταρακτικοί όροι δεν έχουν την ίδια διακύμανση.
- Τυχόν παραλείψεις κάποιας μεταβλητής ή και λανθασμένη μορφή της δημιουργεί πρόβλημα στην ανάλυση του υποδείγματος.

Κριτική που έχει ασκηθεί στο C.A.P.M.

Όταν αναπτύχθηκε το. αποτελούσε την πρώτη επιτυχή προσπάθεια εκτίμησης του κινδύνου. Σύμφωνα με αυτό οι επενδυτές κατασκευάζουν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια σύμφωνα με την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο, ενώ συγχρόνως έχουν ως βάση αναφοράς το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Η θεωρία του C.A.P.M έχει εξετασθεί από την ακαδημαϊκή κοινότητα τόσο για την χρησιμότητα όσο και για την ορθότητα της μέσω εμπειρικών μελετών ώστε να φανούν τυχόν θετική γραμμική σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων ενός χρεογράφου και του συντελεστή βήτα, ουσιαστικά ελέγχεται αν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό. Ο πρώτος που προσπάθησε να διερευνήσει αν οι επενδυτές έχουν διαφορετικές προτιμήσεις ήταν ο **Lintner, (1969)** χωρίς τελικά να διαφοροποιηθεί από τη θεωρία. Ο **Brenman, (1970)** εξέτασε την θεωρία σε διαφορετικά φορολογικά συστήματα, με άλλα ποσοστά στα κεφαλαιακά κέρδη και στη μερισματική απόδοση καταλήγοντας στη προσθήκη ενός επιπλέον όρου που να εκφράζει την μερισματική απόδοση για να ισχύει η θεωρία. Ο **Myers, (1972)** κατέληξε ότι η παράληψη της υπόθεσης ότι τα αξιόγραφα μπορούν να διαιρεθούν επ' άπειρον δεν μεταβάλλει τη θεωρία. Οι **Black, Jensen & Scholes, (1972)** εξετάζοντας αποδόσεις χαρτοφυλακίων αντί για αποδόσεις μεμονωμένων μετοχών διαπίστωσαν ότι αμβλύνονται τα στατιστικά προβλήματα που προκύπτουν από τα λάθη μέτρησης του συντελεστή βήτα. Οι **Sharpe & Cooper, (1972)** εξέτασαν αν οι μετοχές με υψηλό συντελεστή β

έχουν υψηλότερες αποδόσεις καταλήγοντας ότι υπάρχει θετική γραμμική σχέση ανάμεσα στις αναμενόμενες αποδόσεις και τον συντελεστή β μιας μετοχής. Οι Fama & MacBeth, (1973) ερεύνησαν αν υπάρχει θετική γραμμική σχέση μεταξύ των μέσων αποδόσεων και των εκτιμητών βήτα και κατέληξαν ότι υπάρχει θετική σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου. Από το αρχικό υπόδειγμα έχουν αναπτυχθεί αρκετές παραλλαγές για καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα του εκάστοτε επενδυτή. Ο Roll, (1977) έδειξε ένα χαρτοφυλάκιο που περιλαμβάνει όλες τις επενδύσεις που είναι διαθέσιμες στην αγορά δε μπορεί να εφαρμοστεί στην πράξη. Ένας τρόπος να ξεφύγουμε από αυτό το πρόβλημα είναι η χρησιμοποίηση Γενικών Δεικτών υποθέτοντας ότι οι αποδόσεις προσεγγίζουν την απόδοση και τον κίνδυνο του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς. Μετέπειτα ο Levy, (1978) αναφέρει ότι δύο από τις βασικές υποθέσεις του CAPM αντιτίθενται με την οικονομική πραγματικότητα. Έχει αποδειχθεί μέσω μελετών ότι οι επενδυτές έχουν διαφορετική στρατηγική ως προς τη σύσταση του χαρτοφυλακίου τους. Για το λόγο αυτό ένα αναπροσαρμοσμένο υπόδειγμα ονόματι General Capital Asset Pricing Model (G.C.A.P.M.) είναι πιο κατάλληλο. Ο Banz, (1981) κατέληξε στο συμπέρασμα ότι διαφορές σε επίπεδο κεφαλαιοποίησης (size effect) οδηγούν σε διαφορές στις μέσες αποδόσεις. Οι Fama & French, (1992) αναφέρουν ότι το CAPM δεν ανταπεξέρχεται καλά στην εκτίμηση απόδοσης των αξιογράφων, παρέχοντας μια πρώτη προσέγγιση του κινδύνου σε σχέση με την αγορά. Είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την ανάλυση των τάσεων της αγοράς και παρέχει πληροφορίες για την αξιολόγηση των επενδύσεων. Η κύρια λειτουργία του C.A.P.M. είναι στη τιμολόγηση των περιουσιακών στοιχείων λόγω του διαφορετικού κινδύνου του κάθε περιουσιακό στοιχείο.

5. Μέθοδοι βασισμένοι στο Value at Risk (VaR)

Η VaR αποτελεί την τιμή εκείνη της επένδυσης, την οποία καθορίζουμε ως κατώτατο όριο για τυχόν απώλειες της αρχικής μας τοποθέτησης. Η VaR προσδιορίζεται από δύο παραμέτρους: τον χρονικό ορίζοντα T και και το επίπεδο εμπιστοσύνης $1-\alpha$. η value at-risk (VaR) , υιοθετήθηκε σχεδόν παντού, καθώς μπορεί να εφαρμοστεί σε όλους τους τύπους κινδύνων, και σε όλους τους τύπους σταθερών επενδύσεων, ακόμα και σε σύνθετα χαρτοφυλάκια. Δοθέντος αυτών, η VaR αποτελεί ένα ποσοτικό όριο,

τέτοιο ώστε, η πιθανότητα η ζημία μέσα στον χρονικό ορίζοντα να είναι μικρότερη από το όριο αυτό, να είναι ίση με το συντελεστή εμπιστοσύνης. Η VaR έχει πολλές ομοιότητες με την Θεωρία Χαρτοφυλακίου που αναπτύχθηκε πιο πάνω, αλλά και μια βασική διαφορά: η Θεωρία Χαρτοφυλακίου χρησιμοποιεί την τυπική απόκλιση της κατανομής της απόδοσης για να εκτιμήσει τον κίνδυνο, ενώ η VaR χρησιμοποιεί ποσοστιαία σημεία της κατανομής αυτής. Επίσης, καθώς η VaR αποτελεί γινόμενο του ποσοστιαίου αυτού σημείου και της αρχικής επένδυσης, εκφράζεται σε απόλυτη ποσοτική-χρηματική ζημία, ενώ στην Θεωρία Χαρτοφυλακίου έχουμε σχετική προς την αρχική επένδυση απόδοση. Η εκτίμηση της VaR ενός σύνθετου χαρτοφυλακίου (αποτελούμενου από μετοχές, ομόλογα, κ.λ.) είναι σχετικά πολύπλοκη διαδικασία, σε αντίθεση με τις περιπτώσεις χαρτοφυλακίων που περιέχουν μόνο μετοχές, οπότε και είναι ενδεδειγμένη η χρήση της.

Στην ουσία υπάρχουν τρεις διαφορετικοί μέθοδοι εκτίμησης της VaR:

- Variance-Covariance Method
- Historical Simulation
- Monte Carlo Simulation

Κάθε μια από τις παραπάνω μεθόδους έχει τα δικά της πλεονεκτήματα, καθώς και αντίστοιχα μειονεκτήματα. Και οι τρεις μέθοδοι βασίζονται σε μια «αρχή»: η συμπεριφορά της αγοράς κατά το πρόσφατο παρελθόν αποτελεί έμπιστη και αμερόληπτη ένδειξη για την συμπεριφορά της στο αμέσως προσεχές μέλλον. Η βασική διαφορά μεταξύ των τριών μεθόδων έγκειται στο γεγονός ότι η Variance - Covariance Method προϋποθέτει κανονικότητα, ενώ οι άλλες δύο μπορούν να εφαρμοστούν και για μη κανονικά δείγματα.

Αναλυτικότερα:

5.1 Variance -Covariance Method:

Ονομάζεται κατά αυτόν τον τρόπο επειδή η VaR μπορεί να υπολογιστεί από τον πίνακα διασπορών – συνδιασπορών των σχετικών τιμών των παραγώγων που αποτελούν ένα χαρτοφυλάκιο. Πρόκειται για έναν συμμετρικό πίνακα, του οποίου η διαγώνιος αποτελείται από τις διασπορές των επιμέρους επενδυτικών προϊόντων, και τα υπόλοιπα στοιχεία από τις συνδιασπορές ανά δύο των παραπάνω προϊόντων. Οι διασπορές υπολογίζονται από τις αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις των τιμών, ενώ οι

συνδιασπορές από τους συντελεστές συσχέτισης των αντίστοιχων τιμών. Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στην υπόθεση ότι οι διάφοροι παράγοντες ρίσκου που επηρεάζουν την τιμή ενός χαρτοφυλακίου, εκφράζονται από κανονική κατανομή, με μέσο «κοντά» στο μηδέν. Τέτοιοι παράγοντες μπορεί να είναι διάφορα επιτόκια, τιμές μεριδίων και συναλλακτικοί κίνδυνοι. Με την υπόθεση αυτή, καθίσταται δυνατός ο καθορισμός της κατανομής της απόδοσης του χαρτοφυλακίου, η οποία είναι επίσης κανονική. Από την στιγμή λοιπόν που θα καθοριστεί η κατανομή των πιθανών κερδών ή ζημιών μιας επένδυσης, χρησιμοποιούνται οι κλασσικές μαθηματικές ιδιότητες της κανονικής κατανομής για τον καθορισμό της VaR . Είναι η μέθοδος που χρησιμοποιείτε στο κλασσικό πρόβλημα βελτιστοποίησης του **Markowitz, (1959)**.

5.2 Historical Simulation:

Η μέθοδος αυτή λαμβάνει τις μεταβολές της τιμής ενός κεφαλαίου ή μιας επένδυσης για κάποιο διάστημα x ημερών, και βασιζόμενη σ αυτές, επαναπροσδιορίζει την τιμή της επένδυσης για την ερχόμενη ημέρα. Ειδικότερα, η τιμή της VaR υπολογίζεται βάσει των μεταβολών που έλαβαν όντως μέρος στην τιμή μιας επένδυσης: αποτελεί την τιμή εκείνη της ζημίας, η οποία δεν υπερκεράστηκε σε προκαθορισθέν ποσοστό (π.χ. 5%). Η κατανομή της απόδοσης βρίσκεται με την έκθεση του χαρτοφυλακίου σε μεταβολές της τιμής του, που έλαβαν μέρος κατά το εξεταζόμενο διάστημα. Δεν χρειάζονται πολύπλοκοι υπολογισμοί, καθώς η μέθοδος χρησιμοποιεί απλά πραγματικές μεταβολές. Αυτό είναι άλλωστε και το βασικό της πλεονέκτημα: η χρήση πραγματικών δεδομένων αντικατοπτρίζει με σαφήνεια την τάση και την συμπεριφορά της αγοράς, και ο ερευνητής δεν επαφίεται σε εκτιμήσεις κανονικών και log-κανονικών κατανομών των αποδόσεων. Είναι σαφές ότι φαινόμενα, όπως π.χ. heavy tails, καταγράφονται λεπτομερώς και με ακρίβεια, όποια και να είναι η σύνθεση του επενδυτικού χαρτοφυλακίου.

Η ιστορική προσομοίωση **Hull, J., & White, A. (1998)** παρουσιάζει και μια σειρά σημαντικών πλεονεκτημάτων:

1. Εύκολη χρήση, μέσω των ιστορικών στοιχείων του χαρτοφυλακίου.
2. Δεν είναι απαραίτητο να υπολογιστεί ο πίνακας συνδιακύμανσης καθώς το μόνο που εξετάζεται είναι η χρονοσειρά μέσω της οποίας υπολογίζεται η απόδοση του χαρτοφυλακίου.
3. Ανάλογα το τύπο των στοιχείων μηνιαία, ετήσια και λοιπά το Var αλλάζει γιατί αντιπροσωπεύει το Var για τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

4. Λόγω ότι το μόνο που χρησιμοποιούμε είναι οι τιμές ξεφεύγουμε από το πρόβλημα μη Κανονικής Κατανομής και από τυχόν σφάλματα μέτρησης.

Υπάρχουν και ορισμένοι περιορισμοί που οφείλονται κυρίως λόγω των ίδιων των δεδομένων:

1. Πρέπει να καλύπτεται επαρκές χρονικό διάστημα των δεδομένων που περιλαμβάνει όλες τις πιθανές συνθήκες που μπορεί να βρίσκεται η αγορά.
2. Ο υπολογισμός του VaR, επηρεάζεται σημαντικά από ένα ακραίο γεγονός όπως μία οικονομική κρίση ή πόλεμος.
3. Χρειάζεται μεγάλη προσοχή στην επιλογή του αριθμού των δεδομένων καθώς ένας μικρός αριθμός μειώνει την ακρίβεια αλλά αν η αύξηση δεν είναι ομοιόμορφη σε κάθε περίοδο ενδέχεται η περίοδος με το μεγαλύτερο αριθμό παρατηρήσεων να δημιουργήσουν σφάλμα μεροληψίας.
4. Το Var κυρίως χρησιμοποιείται για χρονικό διάστημα μίας ημέρας.
5. Η βασική υπόθεση είναι ότι με βάση στοιχεία του παρελθόντος μπορεί να προβλεφθεί ικανοποιητικά το μέλλον, το οποίο έρχεται σε αντίθεση με την αβεβαιότητα της ζωής και των αγορών..
6. Όλα τα μέρη που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο έχουν το ίδιο βάρος

Πολλά από τα προβλήματα της ιστορικής προσομοίωσης (κυρίως αυτά που αφορούν το πλήθος των δεδομένων και τον προσδιορισμό της VaR διαφορετικών χρονικών περιόδων) αντιμετωπίζονται μέσω μιας στατιστικής διαδικασίας δειγματοληψίας η οποία είναι γνωστή με τον όρο bootstrapping [Efron, B. \(1992,1987\)](#). Βελτιωμένες εκτιμήσεις της διακύμανσης αναπτύχθηκαν από [Singh, K. \(1981\)](#); [Bickel, P. J., & Freedman, D. A. \(1981\)](#). Μια Μπεϋζιανή επέκταση αναπτύχθηκε από τον [Rubin, D. B. \(1981\)](#). Η διαδικασία bootstrapping χρησιμοποιείται τις περισσότερες αντί της ιστορικής προσομοίωσης, γιατί δεν αναγκάζει τον αναλυτή να έχει μεγάλο όγκο δεδομένων μέσω της δημιουργίας μεγάλων συνόλων τεχνητών ιστορικών δεδομένων μειώνοντας παράλληλα το στατιστικό σφάλμα. Το βασικό πρόβλημα που δημιουργείτε είναι ότι δεν υπάρχει σχέση απόδοσης-χρόνου.

Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα δείγμα ανεξάρτητων ιστορικών αποδόσεων R_i μεγέθους K , η τεχνική του “Historical Bootstrapping”, χρησιμοποιεί το παραπάνω δείγμα για να δημιουργήσει ψευδομεταβλητές (μέσω τυχαίας επιλογής στοιχείων από το δείγμα με επανατοποθέτηση) και στην συνέχεια εκτιμά μελλοντικές αποδόσεις.

η αξία του χαρτοφυλακίου. Υπολογίζεται με βάση τον αναδρομικό τύπο:

$$S_{t+1} = S_t(1 + \text{Random}R_i)$$

(39)

όπου S_t είναι η τιμή που ορίζει το κίνδυνο του χαρτοφυλακίου

Ένα από τα πιο σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τη διαδικασία της ιστορικής προσομοίωσης είναι η ικανότητα ενσωμάτωσης στις προβλέψεις ενός ακραίου φαινομένου καθώς και τις συσχετίσεις των προϊόντων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο. Εκτός από πλεονεκτήματα, η τεχνική του “Historical Bootstrapping” έχει και συγκεκριμένα μειονεκτήματα. Χρειάζεται μεγάλο δείγμα για να γίνουν ικανοποιητικές οι προβλέψεις καθώς δεν ισχύει πια η βασική παραδοχή της τυχαιότητας και της ανεξαρτησίας στην επιλογή των δεδομένων.

Σκοπός είναι η δημιουργία μιας πιθανής κατανομής για τη μελλοντικής αξία του χαρτοφυλακίου. Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αρκετές φορές επαναληπτικά, μπορούμε να δημιουργήσουμε την ζητούμενη κατανομή και μέσω αυτής υπολογίζουμε την τιμή VAR:

$$VAR(c, t) = E(F_t) - Q(F_t, c)$$

(40)

Όπου F_t είναι η αξία του χαρτοφυλακίου μέσω της διαδικασίας σε μια μελλοντική χρονική στιγμή t , $E(F_t)$ η μέση τιμή των προσομοιωμένων αξιών του χαρτοφυλακίου και $Q(F_t, c)$ είναι το ποσοστημόριο της κατανομής που αφήνει $c\%$ των συνολικών παρατηρήσεων στα δεξιά του.

5.3 Monte Carlo Simulation:

Η μέθοδος αυτή είναι παρόμοια με την Historical Simulation, με την βασική διαφορά ότι οι μεταβολές των τιμών της επένδυσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη των μελλοντικών αλλαγών, δεν αποτελούνται από πραγματικές τιμές, αλλά αποτελούν απλά εκτίμηση αυτών. Αντί δηλαδή κάποιος να χρησιμοποιήσει τις πραγματικές μεταβολές, π.χ. των τελευταίων 250 ημερών, για την εκτίμηση της απόδοσης των επόμενων 250 ημερών, χρησιμοποιεί μια στατιστική κατανομή, η οποία προσεγγίζει τις μεταβολές αυτές. Κλειδί στην αποτελεσματικότητα της μεθόδου αυτής, αποτελεί η ικανότητα του ερευνητή να επιλέξει την κατάλληλη κατανομή για την προσέγγιση των μεταβολών των τιμών της επένδυσης. Η σωστή επιλογή κατανομής, θα του δώσει την ευκαιρία να επιλέξει σωστά μια τιμή VaR- την

ζημία δηλαδή εκείνη για την οποία εκτιμάται ότι δεν θα έχουμε μεγαλύτερες απώλειες σε προκαθορισθέν ποσοστό. Η τεχνική υπολογισμού του VaR, μέσω της προσομοίωσης Monte Carlo **Metropolis, N., & Ulam, S. (1949)**, αφήνει ένα μεγάλο εύρος κίνησης των αποδόσεων. Η προσομοίωση Monte Carlo **Boyle, P. P. (1977)** διαφοροποιείτε από τις προηγούμενες μεθόδους στο εύρος που μπορούν να κινηθούν οι αποδόσεις. Μέσω της υπόθεσης μιας ότι οι αποδόσεις ακολουθούν μια συγκεκριμένη κατανομή προσομοιώνει με τυχαίο τρόπο δημιουργώντας πλήθος πιθανών σεναρίων. Το βασικό πλεονέκτημα της είναι η υψηλή ακρίβεια που παρέχει κατά τον υπολογισμό της VaR χωρίς να επηρεάζεται από την ιδιαιτερότητα των στοιχείων που απαρτίζουν το χαρτοφυλακίου. Το μεγάλο υπολογιστικό κόστος σε χρόνο και κόπο και η κομβική σημασία στην επιλογή της κατάλληλης κατανομής είναι τα βασικά μειονεκτήματα της μεθόδου. Μέσω των τις ιστορικών αποδόσεων υπολογίζουμε την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων. Στη συνέχεια προσδιορίζουμε την ακολουθία των τυχαίων αριθμών ε_i που προκύπτουν με παραμέτρους αυτές που υπολογίσαμε παραπάνω. Οι μελλοντικές πιθανές αποδόσεις προσδιορίζονται μέσω του τύπου $\mu + \varepsilon_i \sigma$, για $i = t + 1 \dots T$. Οι νέες τιμές προκύπτουν από τον αναδρομικό τύπο:

$$S_{t+1} = S_t(1 + \mu + \varepsilon_i \sigma)$$

(41)

Έχοντας υπολογίσει τις τιμές μέσω της διαδικασίας MC εξάγουμε συμπέρασμα για τη την κατανομή που ακολουθούν υπολογίζοντας την τιμή του VAR αυτών.

6. Πραγματικά Δικαιώματα (Real Options)

6.1 Η αρχική προσέγγιση

Η κάθε επιχείρηση λαμβάνει αποφάσεις σύμφωνα με τις πληροφορίες που έχει στη κατοχή του ο εκάστοτε manager τη δεδομένη χρονική στιγμή με σκοπό την επίτευξη κέρδους. Είναι φανερό πόσο κομβικής σημασίας είναι η ποιότητα των πληροφοριών τα οποία πρέπει να συλλέγονται μεθοδικά και με μεγάλη προσοχή και ο κάθε διαχειριστής πρέπει να διαχειριστεί και την αβεβαιότητα που υπάρχει μέσα στην πληροφορία. Η βασική τεχνική που χρησιμοποιείται είναι η μέθοδος «προεξοφλημένων ταμειακών ροών» (discounted cash flow - DCF) **Williams, J. B. (1938)**, **Fisher, I. (1930)** και η μέθοδος της «καθαράς παρούσας αξίας» (net present value - NPV) **Fisher, I., & Barber, W. J. (1907)**, οι οποίες λαμβάνουν υπόψιν τη

διαχρονική αξία του χρήματος. Ένα από τα βασικά μειονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι ότι μπορεί να υπάρχουν παράγοντες οι οποίοι είναι αδύνατο να προβλεφθούν και επηρεάζουν την τιμή των μελλοντικών ταμειακών ροών. Η χρήση τους παρόλους τους περιορισμούς που έχουν είναι ευρέως διαδεδομένη λόγω της ευκολίας στον υπολογισμό και στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων από όλα τα μέρη . Πρώτος ο **Myers, S. C. (1977)**, ανέφερε τον όρο «πραγματικό δικαίωμα», καθώς μελλοντικές επενδύσεις μπορούν να διαχειριστούν σαν χρηματιστηριακά δικαιώματα προαίρεσης. Όπως ορίζει και ο όρος δικαίωμα είναι φανερό ότι δεν υπάρχει η βεβαιότητα για αγορά ή πώληση σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή αλλά δικαίωμα αυτού που το κατέχει να το εξασκήσει. Η βασική χρήση τους είναι στην αξιολόγηση των επενδύσεων.

6.2 Κλασσικές τεχνικές αξιολόγησης επενδύσεων με τη χρήση Real options

Οι κλασσικές μέθοδοι κάνουν τις εξής παραδοχές για να βρεθεί πιο ποσό πρέπει να πληρωθεί τώρα ώστε μελλοντικά να αποκτηθεί ένα συγκεκριμένο ποσό. Η αξία του χρήματος στο παρόν είναι μεγαλύτερη από το μέλλον λόγω ότι κάποιος προτιμά ένα ποσό τώρα με απόλυτη βεβαιότητα εν αντίθεση με την μελλοντική αβεβαιότητα. Στόχος είναι να υπολογιστεί με ακρίβεια η παρούσα αξία κάθε μελλοντικής ταμειακής ροής και το κρίσιμο μέγεθος για αυτόν τον υπολογισμό είναι το προεξοφλητικό επιτόκιο που επιλέγεται. Μια ευρέως διαδεδομένη μέθοδος υπολογισμού του επιτοκίου είναι η CAPM. Το βασικό πρόβλημα της μεθόδου DCF είναι ότι υπολογίζει την αναμενόμενη τιμή χωρίς να λαμβάνει υπόψιν όλα τα πιθανά σενάρια και τη βαρύτητα που έχει το καθένα. Εφόσον η παρούσα αξία είναι θετική η απόφαση για υλοποίηση της επένδυσης είναι καταφατική σύμφωνα με τη μέθοδο DCF όπως αναφέρθηκε παραπάνω μπορεί να θεωρηθεί και ως ένα χρηματιστηριακό δικαίωμα προαίρεσης αγοράς (call option) η οποία φαίνεται πιο σωστή ως προσέγγιση. Τώρα που έχουν υπολογιστεί οι αναμενόμενες χρηματοροές, πρέπει να μετασχηματιστούν στην τρέχουσα αξία τους. Για τη μέθοδο υπολογισμού του επιτοκίου τα Real options συγκρίνουν αποδόσεις επιχειρήσεων με κοινά χαρακτηριστικά, το πρόβλημα εδώ έγκειται στη μοναδικότητα της κάθε επιχείρησης χωρίς να είναι δυνατό να προβλεφθούν όλοι οι παράγοντες που το επηρεάζουν. Σύμφωνα με τη θεωρία των Real Options κάθε απόφαση που λαμβάνεται επηρεάζει μελλοντικές διαθέσιμες επιλογές που έχει η κάθε επιχείρηση. Σε κάθε στάδιο της

διαδικασίας ο δικαιούχος μπορεί να αποφασίσει να πραγματοποιήσει ή όχι την επένδυση ή και να καθυστερήσει μέχρι να λάβει την κατάλληλη πληροφόρηση. Η ευελιξία που παρέχεται μέσω της διαδικασίας αυτής στα στελέχη είναι που την κάνει τόσο θελκτική λόγω της δυναμικής φύσης των οικονομικών καταστάσεων. Οι επιχειρήσεις χρησιμοποιούν τα πραγματικά δικαιώματα μέσω συμβολαίων, αδειών, πατεντών και μίσθωσης ή μέσω συμβάσεων όπως στις συγχωνεύσεις-εξαγορές επιχειρήσεων (mergers & acquisitions).

6.3 Τα είδη των Real Options:

Τα Real Options χωρίζονται στις εξής κατηγορίες:

A. Δικαιώματα Ανάπτυξης (Growth Options):

Το πιο συνηθισμένο είδος η χρήση του γίνεται ως εξής:. Δίνεται το δικαίωμα μελλοντικά να γίνει μια επένδυση με σκοπό την ανάπτυξη της επιχείρησης και συνήθως δεν έχουν συγκεκριμένη ημερομηνία εξάσκησης λειτουργώντας πρακτικά σαν ένα call option. Κάποια τέτοια δικαιώματα είναι: Η ισχυροποίηση της θέσης μιας επιχείρησης στην αγορά μέσω της δημιουργίας νέων προϊόντων ή η εισχώρηση τους σε αναδυόμενες αγορές και η δυνατότητα επένδυσης των επιχειρήσεων σε νέα καινοτομίες που προέρχονται συνήθως από τμήματα έρευνας και ανάπτυξης εφόσον η έρευνα έχει θετικά αποτελέσματα.

B. Δικαιώματα Περιορισμού-τερματισμού (Contraction Options):

Εδώ η βασική επιλογή που δίνεται είναι ο τερματισμός της επένδυσης αν δεν αποφέρει τα αναμενόμενα αποτελέσματα δρώντας όπως ένα put option δηλαδή δίνεται η δυνατότητα πώλησης γενικά στο μέλλον. Τα πιο σημαντικά παραδείγματα: Η μείωση π.χ. παραγωγής πετρελαίου με σκοπό την αύξηση της τιμής λόγω αυξημένης ζήτησης, και η εγκατάλειψη ερευνών π.χ λόγω αργοπορίας εφόσον κριθεί πια ότι τα αποτελέσματα δεν θα προσφέρουν τα ανάλογα κέρδη.

C. Δικαιώματα Ανταλλαγής (Switching Options):

Το βασικό πλεονέκτημα αυτών των προϊόντων είναι η δυνατότητα συνεχών αλλαγών αποφάσεων ανάλογα το τι συμφέρει εκείνη τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή πώληση-αγορά. Τα δικαιώματα ανταλλαγής στηρίζονται στη διαθεσιμότητα εναλλακτικών επιλογών αναλόγως το τι συμβαίνει εκείνη τη στιγμή π.χ όταν ένα εργοστάσιο αποφασίζει να παράγει προϊόντα δεν

επικεντρώνεται σε ένα ώστε να λάβει τα οφέλη της διαφοροποίησης με αυξομειώσεις παραγωγής ανάλογα το κλίμα που επικρατεί στην αγορά. Το ίδιο είναι και η αξιοποίηση από κάποιον ιδιώτη της περιουσίας που κατέχει με διαφορετικούς τρόπους παράλληλα.

D. Συμβατικά δικαιώματα (Contractual Options):

Πολλές εταιρίες εκχωρούν-πωλούν συμβατικά δικαιώματα σε επιχειρήσεις που δεν έχουν τόσο μεγάλη γκάμα διαθέσιμων επιλογών. Στο τομέα της ναυτιλίας το κλασσικό παράδειγμα είναι η προσυμφωνημένες τιμές κατά τη διαδικασία κατασκευής μέχρι οι αρμόδιες εταιρίες να λάβουν το πλοίο χωρίς να επηρεάζονται από αυξομειώσεις των τιμών.

6.4 Η μέθοδος Black & Scholes:

Η χρήση της B-S **Black, F., & Scholes, M. (2019)**, είναι πολύ δημοφιλής καθώς είναι η βασική μέθοδος τιμολόγησης χρηματοοικονομικών παραγώγων προϊόντων. Χρησιμοποιεί την υπόθεση ότι υπάρχει συγκεκριμένη ημερομηνία λήξης του παραγώγου και ότι τα αγαθά ακολουθούν lognormal κατανομή.

Οι βασικές μεταβλητές του μοντέλου είναι:

1. Η αρχική αξία του αγαθού (S)
2. Η τιμή εξάσκησης του δικαιώματος (K)
3. Η ημερομηνία λήξης του δικαιώματος (T).
4. Η διαφορά που προκύπτει από την αναλογία κεφαλαιοποίησης και της ετήσιας υποτίμησης του χρήματος που χρησιμοποιήθηκε (δ)
5. Το ασφαλές επιτόκιο (r)
6. Το ρίσκο του υποκείμενου αγαθού (σ)

Η αξία του δικαιώματος μέσω της φόρμουλας **Black & Scholes** αποτελείται από τις παρακάτω 3 εξισώσεις:

$$c = Se^{-\delta T} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \quad (42)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{Se^{-\delta T}}{Ke^{-rT}}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{\sigma\sqrt{T}}{2} \quad (43)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (44)$$

Η πιο κρίσιμη μεταβλητή στην τιμολόγηση των Real Options είναι το ρίσκο δηλαδή η τυπική απόκλιση (σ) καθώς και το «κόστος μη-υλοποίησης» της επένδυσης (δ). Είναι εμφανές ότι όσο αυξάνει η αβεβαιότητα μέσω του σ αυξάνει και η αξία του δικαιώματος ενώ με το δ συμβαίνει το αντίθετο.

7. Αγορά Ακινήτων (Real Estate)

7.1 Η αγορά του Real Estate

Το Real estate διαχρονικά κατείχε σημαντική θέση στην παγκόσμια οικονομική δραστηριότητα όμως στη σύγχρονη εποχή που ζούμε η ζήτηση κεφαλαίων για επενδύσεις στο τομέα των ακινήτων αυξήθηκε ραγδαία. Λόγω της τάσης για συγκέντρωση του πληθυσμού της κάθε χώρας στα μεγάλα οικονομικά κέντρα δημιουργείτε η ανάγκη για περισσότερα ακίνητα σε αυτές τις πόλεις. Όσο περνούν τα χρόνια η αγορά ακινήτων θα βρίσκεται ολοένα και περισσότερο στο κέντρο των οικονομικών και κοινωνικών αλλαγών. Κάτι τέτοιο έχει ήδη ξεκινήσει να συμβαίνει, ενώ σε λίγα χρόνια τομέας του Real estate λόγω της δυναμικής φύσης που τον διακατέχει προσαρμόζεται άμεσα στις συνθήκες που επικρατούν διαμορφώνοντας ένα πολύπλευρο και πολυσχιδή πεδίο εφαρμογής έτσι οι επενδυτές ακινήτων αντιμετωπίζουν συνεχώς διλήμματα. Λόγω των νέων φαινομένων κλιματική αλλαγή και δημόσια αγαθά όπως παιδεία υγεία κλπ. αναδύονται νέα είδη ακινήτων για τη εξυπηρέτηση αυτών των σκοπών όπως η βιωσιμότητα. Τα ακίνητα σε πολλές χώρες όπως η Ελλάδα ιστορικά διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στην οικονομική δραστηριότητα καθώς λειτουργούν ως σίγουρη επένδυση. Νέες αγορές αρχίζουν και αναδύονται καθώς στις μεγάλες χώρες έχει επέλθει ένας σχετικώς κορεσμός όμως ακόμα υπάρχουν ευκαιρίες με το ανάλογο με ρίσκο.

7.2 Ιστορική αναδρομή του Real Estate στην Ελλάδα

Η Ελλάδα ακόμα και σήμερα δεν έχει ένα ολοκληρωμένο σχέδιο για την αγορά ακινήτων και γενικά η διαδικασία οικοδόμησης γίνονταν χωρίς κάποιο πλάνο. Το 1834 αρχίζει να θεσμοθετείται με βασιλικά διατάγματα η οικοδόμηση κατοικιών και το 1836 δημιουργείτε το θεσμικό πλαίσιο με τίτλο «Περί αδείας οικοδομής» για την αντιμετώπιση της αυθαίρετης δόμησης. Ακόμα και ιστορικά κτίρια όπως τα Αναφιώτικα είναι προϊόν αυθαίρετης δόμησης. Από το 1843 και μετά παρατηρείτε ένταση της οικοδομικής δραστηριότητας οπότε και δημιουργείτε η

ανάγκη για μεγαλύτερη επάρκεια υλικών κατασκευής και εργατικού δυναμικού στο χώρο αυτό. Η μεγάλη ανάπτυξη της οικοδομικής δραστηριότητας οφείλεται στις τεράστιες ζημιές που προκλήθηκαν από την κατοχή των Γερμανών καθώς καταστράφηκαν εκτός εστίων σημαντικά δημόσια κτίρια ακόμα και λιμάνια όπως στο Πειραιά, Βόλο, Θεσσαλονίκη κλπ. Όσο παράδοξο και αν ακούγεται ο πόλεμος δημιούργησε τις ανάγκες για να μεγαλουργήσει ο τομέας του Real Estate στην Ελλάδα. Το Σχέδιο Μάρσαλ ήταν καθοριστικής σημασίας για την παραπάνω διαδικασία εκτόξευσης του τομέα με την εισροή κεφαλαίων καθώς αρκετά χρήματα επικεντρώθηκαν στην δημιουργία έργων υποδομής και βελτίωσης των πόλεων βοηθώντας παράλληλα στην ανάπτυξη της βιομηχανίας και του τουρισμού. Με αυτό το τρόπο αναδιαμορφώθηκε το τοπίο στην αστική ανάπτυξη και ανάπλαση.

7.3 Τα σύγχρονα δεδομένα που διαμορφώνουν την αγορά

Πολλές τάσεις έχουν δημιουργηθεί στην αγορά ακινήτων αλλά ο θεσμός της Golden Visa, τα τελευταία χρόνια διαδραματίζει το σημαντικότερο ρόλο στην ανάπτυξη του τομέα μέσω της εισροής ξένων κεφαλαίων. Ο θεσμός αυτός τυγχάνει μεγάλης εφαρμογής στη Κύπρο παρόλο που η Ελλάδα τον εφαρμόζει με πολύ πιο συντηρητικό τρόπο με βάση το νόμο 4146/2013. Μέσω αυτής της διαδικασίας το κράτος επωφελείται με την απόκτηση κεφαλαίων που θα χρησιμοποιηθούν στην Ελληνική οικονομία και ο εκάστοτε επενδυτής λαμβάνει άδεια παραμονής για 5 χρόνια.

Στην Ελλάδα εν αντίθεση με χώρες όπως η Κύπρος τα χρήματα που είναι απαραίτητα για την απόκτηση άδειας παραμονής είναι πολύ χαμηλά για αυτό που παρέχουν. Το βασικό πρόβλημα στην εφαρμογή του μέτρου είναι η γραφειοκρατία και το μεταναστευτικό εγείροντας διάφορα ζητήματα ηθικά, νομικά και πολιτικά

7.4 Οι τάσεις στην παγκόσμια αγορά

Η αγορά ακινήτων στις ΗΠΑ είχε δεχθεί σημαντικό πλήγμα μετά το οικονομικό κραχ του 2008 σιγά σιγά όμως όχι απλώς ανακάμπτει αλλά αρχίζει παίρνει πίσω το χαμένο μερίδιο της αγοράς που απώλεσε. Παρόλη την αύξηση των επιτοκίων στα στεγαστικά δάνεια πράγμα που δημιουργεί πρόβλημα με τις υποθήκες των ήδη υπάρχοντων δανείων αναμένετε η πρόσβαση να διευκολυνθεί σημαντικά , με την χαλάρωση των όρων δανεισμού. Σιγά σιγά οι τιμές θα σταθεροποιηθούν

δημιουργώντας ένα ευνοϊκό κλίμα από την πλευρά της αγοράς ακινήτων χωρίς μεγάλες επιπτώσεις στην μεριά της πώλησης. Το τοπίο έχει αρχίσει να αλλάζει καθώς ενώ οι περισσότεροι άνθρωποι ειδικά οι νέοι που είναι οικονομικά ενεργοί προτιμούν το κέντρο των πόλεων για να βρίσκονται κοντά στην εργασία μέσω νέων έργων υποδομής έχουν αρχίσει να στρέφονται στα προάστια τα οποία είναι πιο οικονομικά προσιτά με μεγαλύτερη επιφάνεια ακινήτου και καλύτερη ποιότητα ζωής. Όπως έχει αναφερθεί παραπάνω οι δημιουργία «έξυπνων πόλεων» μέσω της διαδικασίας βιώσιμης ανάπτυξης θα παίξει καθοριστικό ρόλο στη μελλοντική ανάπτυξη της αγοράς ακινήτων. Επειδή η αγορά ακινήτων σχετίζεται άμεσα με την ζωή του ανθρώπου πρέπει να προσαρμόζεται επί ταχέως στις σύγχρονες ανάγκες που δημιουργούνται και να κοιτούν συνεχώς στοιχεία σχετικά με την ηλικία, το εισόδημα, τις μεταναστευτικές ροές και τις συνήθειες ενός πληθυσμού για να προσαρμόσουν το προϊόν τους στο κοινό που απευθύνονται. Για το λόγο αυτό οι εταιρείες θα πρέπει να προσλάβουν εξειδικευμένους επιστήμονες πάνω στην ανάλυση δεδομένων και στην πρόβλεψη.

7.5 Οι τάσεις στην ελληνική αγορά

Το κλίμα στην αγορά ακινήτων στην Ελλάδα δε βρίσκεται στο καλύτερο σημείο σύμφωνα με τα στοιχεία της Ε.Ε κάτι το οποίο συμβαίνει γιατί στις εκθέσεις της λαμβάνει υπόψιν την πολιτική σταθερότητα και το ρυθμό ανάπτυξης της οικονομίας σημεία στα οποία η Ελλάδα υστερεί. Παρόλα αυτά λόγω της ιδιαιτερότητας της αγοράς στην Ελλάδα όσο και αν δεν φαίνεται είναι σε διαδικασία ανάπτυξης. Ο πόλεμος στην Ουκρανία καθώς και τα σημάδια που έχει αφήσει η πανδημία είναι ακόμα νωπά έχουν φρενάρει βέβαια τη διαδικασία ανάπτυξης. Το πρώτο που είναι απαραίτητο για τη παγίωση ενός θετικού κλίματος κυρίως σε φορολογικό καθεστώς και με μείωση της γραφειοκρατίας ώστε να προσκληθούν νέες επενδύσεις κυρίως στο τουριστικό τομέα. Ο τουρισμός σαν τη βαριά βιομηχανία της Ελλάδας είναι σημαντικό να αναδιαμορφωθεί κάνοντας στροφή και στον θεματικό τουρισμό αξιοποιώντας στο έπακρο τις δυνατότητες και τα πλεονεκτήματα της όπως φυσική και πολιτιστική ομορφιά καθώς και συνδυασμό βουνού και θάλασσας σε όλη τη διάρκεια του έτους. Η στροφή θα πρέπει να γίνει ώστε να προσελκυσθούν τουρίστες με μεγάλη αγοραστική δύναμη ώστε σε ένα βάθος χρόνου να αυξηθούν σταθερά τα έσοδα από τον τουρισμό ανοίγοντας παράλληλα και νέες αγορές.

Το Airbnb, είναι ένας θεσμός που άνησε στην Ελλάδα και αναδεικνύει σταθερά τη χώρας μας ως έναν από τους πιο δημοφιλείς περιορισμούς παγκοσμίως. Ένα ακόμα σημαντικό ζήτημα που δημιουργήσε ανάγκες για ανέγερση νέων κατοικιών και ανάπτυξης της αγοράς του Real Estate είναι το μεταναστευτικό, μέσω και του ρόλου της Ε.Ε και του κράτους. Ένα ακόμα σημαντικό ζήτημα είναι τα πολλά ανεκμετάλλευτα κτίρια που έχει στη κατοχή του το ελληνικό δημόσιο τα οποία είναι απαραίτητο είτε να αναδιαμορφωθούν για εξυπηρέτηση δημοσίων σκοπών και δημιουργία νέων θέσεων εργασίας είτε τη μίσθωση τους σε ιδιώτες ώστε να αποτελέσουν κομμάτι τόνωσης υποβαθμισμένων περιοχών. Το Real estate στην Ελλάδα είναι και θα είναι ένας από τους πιο σημαντικούς τομείς για την ελληνική οικονομία και πρέπει να προσεχθεί ιδιαίτερα καθώς η σύνδεση του με τους περισσότερους τομείς της οικονομίας δείχνει ότι μικρές αυξήσεις ή μειώσεις σε αυτόν αντιστοιχούν σε πολλαπλασιαστικό αποτέλεσμα πάνω σε άλλους τομείς.

8. Δεδομένα

Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν για την εμπειρική ανάλυση αποτελούνται από εξαμηνιαίες τιμές 6 δεικτών της περιόδου 2006-2021 και αναφέρονται στο δείκτη τιμών και δείκτη μισθωμάτων για 3 κατηγορίες ακινήτων γραφεία (offices), καταστήματα (retail), και διαμερίσματα (apartment) για την περιοχή της Αθήνας. Τα δεδομένα συλλέχθηκαν και είναι διαθέσιμα από την τράπεζα της Ελλάδος και από την ελληνική στατιστική αρχή, οι πίνακες των παραπάνω δεικτών παρατίθενται στο παράρτημα πινάκων¹. Για τον υπολογισμό του σταθμισμένου κόστους κεφαλαίου (WACC) σύμφωνα με στοιχεία της αγοράς γίνονται οι εξής παραδοχές

$i_D = 4\%$: Μέσο επιτόκιο με το οποίο δανείζεται η επιχείρηση

$i_S = 8\%$: Μέση απόδοση που επιθυμούν οι μέτοχοι

$\varphi = 22\%$: Φορολογικός συντελεστής

Με βάση τον τύπο (1) υπολογίζουμε την καθαρή απόδοση σε ετήσιο διάστημα, π.χ αν i αντιπροσωπεύει εξάμηνο αναφοράς 1 ή 2 τότε

$$R_k = \frac{R^i_t - R^i_{t-1}}{R^i_{t-1}} \quad (45)$$

¹ Δείκτες τιμών-μισθωμάτων ακινήτων ΤτΕ και ΕΛΣΤΑΤ

για $k = 1, 2 \dots 30$ και $t = 2006, 2007 \dots 2021$.

Τα διαγράμματα που αναπαριστούν τη πορεία των αποδόσεων στο χρονικό διάστημα που εξετάζουμε παρουσιάζονται παρακάτω:

Γράφημα 2: δείκτης τιμών διαμερισμάτων



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Γράφημα 3: δείκτης μισθωμάτων διαμερισμάτων



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Γράφημα 4: δείκτης τιμών γραφείων



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Γράφημα 5: δείκτης μισθωμάτων γραφείων



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Γράφημα 6: δείκτης τιμών καταστημάτων



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Γράφημα 7: δείκτης μισθωμάτων καταστημάτων



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Λόγω του χρονικού διαστήματος των δεδομένων είναι εμφανές ότι υπάρχει επίδραση της οικονομικής κρίσης που διαδραματίστηκε στην Ελλάδα οπότε πρέπει να εξαλειφθεί η συγκεκριμένη επίδραση ώστε τα αποτελέσματα να μπορούν γενικευτούν και για μελλοντικές περιόδους. Μεγάλη περίοδος τουλάχιστον 30 χρόνια απαιτείται για να γίνει χρήσιμη και ρεαλιστική πρόβλεψη του κινδύνου και της αναμενόμενης απόδοσης, δυστυχώς τα στοιχεία της Τράπεζας της Ελλάδος στην αγορά ακινήτων δεν έχουν τόσο μεγάλη ιστορία. Λόγω της φύσης των δεδομένων (εξαμηνιαία) και της απουσίας πχ τουριστικών καταλυμάτων είναι εμφανής η απουσία εποχικότητας αλλά είναι έντονη η ύπαρξη τάσης στα δεδομένα. Οπότε θα αντιμετωπιστούν τα δεδομένα με τη μορφή χρονολογικών σειρών στις οποίες είναι συχνό φαινόμενο η μέση τιμή τους να παρουσιάζει μια αυξητική, ή φθίνουσα, τάση ή/και να έχει εναλλαγές μεταξύ αυξητικών φάσεων και φθινουσών φάσεων, να παρουσιάζει δηλαδή μια “κυκλικά” επαναλαμβανόμενη δομή σε διαδοχικά χρονικά διαστήματα ή εποχές. Τέτοια συμπεριφορά είναι ιδιαίτερα εμφανής σε οικονομικά μεγέθη. Από τη γραφική παράσταση μιας χρονοσειράς είναι δυνατόν να διαπιστώσουμε αν υπάρχουν ακραίες τιμές. Οι τιμές αυτές ενδέχεται να δημιουργήσουν σοβαρά προβλήματα στην μοντελοποίηση μιας χρονοσειράς και ως εκ τούτου χρειάζονται ειδική μεταχείριση αφού όμως πρώτα προσδιοριστεί το αίτιο το οποίο τις προκάλεσε. Υπάρχουν συγκεκριμένες τεχνικές καθώς και στατιστικοί έλεγχοι για να διερευνήσουμε τη στασιμότητα σε μια χρονοσειρά. Η γενική μορφή μιας χρονοσειράς είναι:

$$Y_t = \mu_t + s_t + X_t$$

(46)

μ_t : συνιστώσα της τάσης

s_t : συνιστώσα της εποχικότητας

X_t : είναι η χρονοσειρά των υπολοίπων αν αφαιρέσουμε από την παρατηρούμενη χρονοσειρά την τάση και την εποχικότητα

Η συνιστώσα της τάσης μ_t είναι μια χαμηλών μεταβολών συνάρτηση του χρόνου t και υποθέτουμε πως η μη-στασιμότητα της χρονοσειράς οφείλεται αποκλειστικά στην ύπαρξη τάσης. Η μέθοδος που θα χρησιμοποιήσουμε για την εκτίμηση της είναι η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων μέσω της γραμμικής παλινδρόμησης υποθέτοντας ότι η τάση μπορεί να είναι πολυώνυμο του χρόνου (t) βαθμού p .

Συνυπολογίζοντας την επίδραση της κρίσης προκύπτει η εξίσωση υπολογισμού της τάσης.

$$R_t = a + \sum_{i=1}^p b_i * t^i + dummy(crisis) \quad (47)$$

Οι πίνακες των αποτελεσμάτων της παραπάνω διαδικασίας παρατίθενται στο παράρτημα πινάκων²

Αφαιρώντας από την (42) τη μεταβλητή $dummy(crisis)$ λαμβάνουμε τη καθαρή απόδοση χωρίς την επίδραση της κρίσης.

$$R^{i,j} = \begin{bmatrix} R^{i,j}_1 \\ \dots \\ R^{i,j}_n \end{bmatrix} \quad \text{ο πίνακας των αποδόσεων χωρίς την επίδραση της κρίσης} \quad (48)$$

Το i αντιπροσωπεύει το είδος του ακινήτου και το j μίσθωμα ή τιμή

Η σταθμισμένη απόδοση που θα χρησιμοποιηθεί για την εμπειρική ανάλυση τελικώς εξάγεται από τον παρακάτω τύπο:

$$weighted\ return_i = R^{i,1} + average\ rental\ return_i * (R^{i,2} + 1) \quad for\ i = 1,2,3 \quad (49)$$

Ο δείκτης μισθωμάτων βασίζεται σε μία σταθερή απόδοση ανάλογα τον τύπο του ακινήτου πάνω στο ρυθμό αύξησης της απόδοσης στη κάθε περίοδο.

$$average\ rental\ return_i = \begin{cases} 3\% & for\ i = 1 \\ 7\% & for\ i = 2 \\ 8\% & for\ i = 3 \end{cases} \quad (50)$$

Οι πίνακες των αποτελεσμάτων των προσαρμοσμένων δεικτών παρατίθενται στο παράρτημα πινάκων³

Η γραφική αναπαράσταση της τάσης των προσαρμοσμένων αποδόσεων για τη κάθε κατηγορία ακινήτου χωρίς την επίδραση της κρίσης παρατίθενται ως εξής:

Γράφημα 8: Τάση προσαρμοσμένου δείκτη διαμερισμάτων

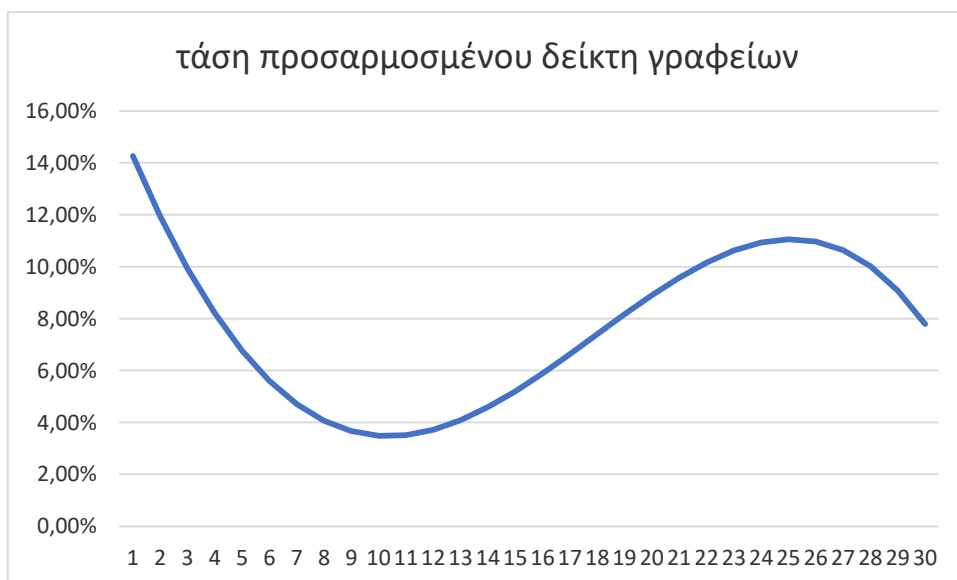
² Υπολογισμός τάσης των δεικτών ακινήτων με την επίδραση της κρίσης μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων

³ Προσαρμοσμένοι δείκτες τιμών-μισθωμάτων ακινήτων



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Γράφημα 9: Τάση προσαρμοσμένου δείκτη γραφείων



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Γράφημα 10: Τάση προσαρμοσμένου δείκτη καταστημάτων



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Για την άμεση εκτίμηση δεικτών τιμών κατοικιών, εφαρμόζεται μια παραλλαγή της προσέγγισης της «συνδυασμένης τυποποίησης» (mix adjustment) μέσω πολλαπλής στρωματοποίησης. Για την τυποποίηση των ακινήτων και τον προσδιορισμό των επιμέρους τμημάτων της αγοράς αποτελούμενων από ομάδες ακινήτων με όμοια, κατά το δυνατόν, χαρακτηριστικά, χρησιμοποιείται η τεχνική της πολλαπλής στρωματοποίησης. Ειδικότερα, με κριτήρια τη γεωγραφική περιοχή, την παλαιότητα και το μέγεθος της κατοικίας δημιουργούνται μικρές ομοιογενείς ομάδες ακινήτων, υπολογίζεται η μέση τιμή (ανά τετραγωνικό μέτρο) για κάθε ομάδα με τη χρήση του γεωμετρικού μέσου και οι τιμές αυτές αθροίζονται, σταθμισμένες με συντελεστές βαρύτητας τη συνολική αξία των συναλλαγών σε κάθε επιμέρους ομάδα (Τράπεζα της Ελλάδος, 2021). Τα κριτήρια στρωματοποίησης με στόχο τον προσδιορισμό μικρών ομοιογενών περιφερειακών αγορών είναι η 1. Γεωγραφική περιοχή 2. Ηλικία ακινήτου 3. Μέγεθος ακινήτου 4. Όροφος διαμερίσματος. Με δεδομένη τη διαχρονική σταθερότητα που εμφανίζει η μέση μεταβολή της τιμής (ανά τ.μ.) από όροφο σε όροφο, όλες οι εκτιμήσεις της αξίας των διαμερισμάτων μετατράπηκαν σε ισοδύναμες αξίες διαμερισμάτων πρώτου ορόφου. Με αυτό τον τρόπο, ο όροφος ελήφθη υπόψη ως κριτήριο στην τυποποίηση των ακινήτων, χωρίς ωστόσο να δημιουργηθούν χωριστές υποομάδες.

Ο δείκτης τιμών ακινήτων για το τρίμηνο t σε σχέση με το τρίμηνο βάσης 0 (έστω $I_{0,t}$) δίδεται από τον τύπο:

$$I_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \frac{p_t^i}{p_0^i}}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (51)$$

Ως συντελεστές στάθμισης (w_i) χρησιμοποιούνται οι λόγοι της αξίας των συναλλαγών της κάθε ομάδας ακινήτων του στρώματος i προς το σύνολο των συναλλαγών κατά την περίοδο από το α' τρίμηνο του 2006 έως το γ' τρίμηνο του 2009. Κατ' αυτό τον τρόπο, προσεγγίζεται καλύτερα η συνολική αξία του αποθέματος των διαθέσιμων ακινήτων και εξυπηρετούνται οι στόχοι της χρηματοοικονομικής σταθερότητας, στο πλαίσιο των οποίων απαιτείται γνώση της συνολικής αξίας των ακινήτων που αποτελούν αντικείμενο χρηματοδότησης ή εξασφαλίσεις δανείων. Ως έτος βάσης επιλέχθηκε το 2007, το οποίο εκτιμάται ότι εκφράζει μία τυπική κατάσταση, χωρίς ιδιαιτερότητες που θα μπορούσαν να επηρεάσουν τους παραγόμενους δείκτες. ακινήτων που αποτελούν αντικείμενο χρηματοδότησης ή εξασφαλίσεις.

Για την παρακολούθηση και ανάλυση της αγοράς επαγγελματικών ακινήτων, το Τμήμα Ανάλυσης Αγοράς Ακινήτων της ΤτΕ συγκεντρώνει, σε εξαμηνιαία βάση στοιχεία από 1. ΑΕΕΑΠ 2. Πιστωτικά ιδρύματα 3. Πρωτογενή στοιχεία μισθώσεων και αγοραπωλησιών 4. ΣΟΕ.

Το επαγγελματικό ακίνητο χαρακτηρίζεται από σημαντική ετερογένεια όχι μόνο ως προς τη χρήση αλλά και ως προς την ποιότητα, τη θέση, την εμπορικότητα, τα επενδυτικά χαρακτηριστικά κτλ. Επιπρόσθετα, σε μικρές σε μέγεθος αγορές, όπως της Ελλάδος, ειδικά σε περιόδους οικονομικής ύφεσης και κρίσης, η καταγραφή πραγματικών πράξεων γίνεται ακόμα πιο δύσκολη, ενώ τα επίπεδα τιμών στα οποία ολοκληρώνονται οι πράξεις ενδεχομένως δεν αποτυπώνουν εμπορικές αξίες, αλλά αξίες «αναγκαστικής πώλησης» (fire sales).

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε είναι η Ανάλυση στη βάση «σταθερών καλαθιών» ακινήτων, ανά χρήση (γραφεία και καταστήματα), είδος αξίας (εκτιμωμένη - εμπορική και μισθωτική) και υποαγορά.

Ειδικά για τα ιστορικά στοιχεία της περιόδου 2006-2013, συμπληρώθηκαν οι τιμές οι οποίες για τεχνικούς λόγους δεν είχαν αναγγελθεί, με παρεμβολή (imputation) και επέκταση (extrapolation) τιμών βάσει του «μοτίβου μεταβολών»

του υπόλοιπου αντίστοιχου καλαθιού. Όπου ωστόσο δεν υπήρχε η ελάχιστη απαραίτητη πληροφόρηση για την ανάλογη παρεμβολή ή ακόμα και στις περιπτώσεις που φάνηκε από τα διαθέσιμα δεδομένα ότι η διαχρονική εξέλιξη της αξίας (αγοραίας ή μισθωτικής) του ακινήτου ήταν εκτός των δεδομένων της αγοράς, οι παρατηρήσεις εξαιρέθηκαν από την ανάλυση είτε μόνιμα, είτε προσωρινά.

Τα βήματα της διαδικασίας υπολογισμού είναι τα ακόλουθα.

Ο Υπολογισμός ισοδύναμου μηνιαίου μισθώματος (effective rent) – ανά τετραγωνικό μέτρο, με άμεση αναγωγή ή έμμεσο υπολογισμό από συνοδευτική πληροφορία (έσοδα από μισθώσεις και συμμετοχές στα έσοδα των δραστηριοτήτων, περίοδοι χάριτος, κενοί χώροι κτλ.)

2. Υπολογισμός της εμπορικής αξίας ανά τετραγωνικό μέτρο κύριας χρήσης, για κάθε ακίνητο για το οποίο υπήρχε εκτίμηση για την εκάστοτε τρέχουσα περίοδο, όπως και της απόδοσης στις περιπτώσεις που υπήρχε παράλληλα πληροφόρηση για το τρέχον μίσθωμα

3. Ορισμός γεωγραφικών ενοτήτων αναφοράς:

Ευρύτερη περιοχή της Αθήνας

Θεσσαλονίκη

Υπόλοιπη Ελλάδα

4. Ειδικά για τη χρήση των γραφείων⁴ ορίστηκαν 7 υποαγορές για την ευρύτερη περιοχή της Αθήνας:

Κέντρο – Central Business District

περιφέρεια Κέντρου

Βόρειος Τομέας

Νότιος Τομέας

Δυτικός Τομέας

Μεσόγεια

Υπόλοιπο Αττικής

5. Οριστικοποίηση των «σταθερών καλαθιών» ακινήτων ανά γεωγραφική ενότητα αναφοράς και ανά είδος αξίας (εμπορικές και μισθωτικές) στη βάση των οποίων

έγινε η περαιτέρω ανάλυση των μεταβολών των τιμών και εξήχθησαν οι σχετικοί δείκτες.

6. Εκτίμηση των δεικτών αξιών και μισθωμάτων που εκτιμήθηκαν οι οποίοι εκφράζουν τις μεταβολές της μέσης αξίας (μισθωτικής και αγοραίας) των γραφείων και καταστημάτων ανά εξάμηνο, με έτος βάσης το 2010 (Δείκτης=100). Ο γενικός μαθηματικός τύπος βάσει του οποίου υπολογίσθηκαν οι σταθμισμένες μέσες τιμές $\bar{x}_{s,t}$, για κάθε υποαγορά s και για κάθε εξάμηνο αναφοράς t, για το σταθερό καλάθι των i (1,2,...,k) ακινήτων, είναι ο εξής:

$$\bar{x}_{s,t} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i x_{i,t}}{\sum_{i=1}^k w_i} \quad (52)$$

$x_{i,t}$: η μέση αξία ανά τετραγωνικό του ακινήτου i, κατά το εξάμηνο t,

w_i : η βαρύτητα του ακινήτου i, στο σύνολο της υποαγοράς («καλαθιού») s

Ο γενικός μαθηματικός τύπος βάσει του οποίου υπολογίσθηκαν οι σταθμισμένες μέσες τιμές t x για το σύνολο της χώρας και για κάθε εξάμηνο αναφοράς t, για το σύνολο των υποαγορών s, είναι ο εξής:

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{s=1}^S g_s \bar{x}_{s,t}}{\sum_{s=1}^S g_s} \quad (53)$$

Όπου:

$\bar{x}_{s,t}$: η σταθμισμένη μέση αξία ανά τετραγωνικό των ακινήτων της υποαγοράς s, κατά το εξάμηνο t,

g_s : η βαρύτητα της υποαγοράς s, στο σύνολο της χώρας

Ο Δείκτης Επαγγελματικών Ακινήτων (I) για το εξάμηνο t σε σχέση με το εξάμηνο βάσης 0 προκύπτει από τη σχέση:

$$I_{0,t} = \frac{\bar{x}_t}{\bar{x}_0} * 100 \quad (54)$$

Η στάθμιση των τιμών των ακινήτων έγινε βάσει της μέσης αγοραίας και μέσης μισθωτικής αξίας τους, αντίστοιχα, ώστε να αποδοθεί μεγαλύτερη βαρύτητα στα μεγαλύτερα ακίνητα όπως και στα ακίνητα τα οποία βρίσκονται σε καίριες εμπορικές θέσεις, στις εμπορικότερες θέσεις κάθε περιοχής.

Για την εξαγωγή των δεικτών για το Σύνολο της Ελλάδας τα επιμέρους – ανά γεωγραφική ενότητα - αποτελέσματα σταθμίστηκαν για τα μεν γραφεία βάσει της κατανομής του Ακαθάριστου Εθνικού Προϊόντος, για τα δε καταστήματα με βάση την κατανομή των αξιών των ακινήτων του δείγματος, ανά γεωγραφική περιοχή αναφοράς.

Ειδική αναφορά γίνεται για το δείκτη ενοικίων κατοικιών που υπολογίζεται μέσω της ΕΛΣΤΑΤ:

Ο δείκτης τιμών ενοικίων καταρτίζεται και δημοσιεύεται από την ΕΛ.ΣΤΑΤ. σε μηνιαία βάση για τις ενοικιαζόμενες κατοικίες και αποτελεί υποδείκτη της κατηγορίας «ΣΤΕΓΑΣΗ». Σύμφωνα με την τελευταία αναθεώρηση του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή (Εθνικός ΔΤΚ3) έχει συντελεστή στάθμισης 37,28. Για τη βελτίωση της αξιοπιστίας του υποδείκτη των ενοικίων, στο νέο ΔΤΚ έγινε επέκταση του δείγματος των ενοικιαζόμενων κατοικιών, από ένα δείγμα 1.300 κατοικιών στην Αθήνα και στη Θεσσαλονίκη, σε ένα στρωματοποιημένο δείγμα 4.500 κατοικιών, στο σύνολο χώρας. Με τον τρόπο αυτό, ο υπολογισμός του ανωτέρω υποδείκτη, κάθε μήνα, βασίζεται στις τιμές ενοικίων κατοικιών ενός κυλιόμενου υποδείγματος, 350 περίπου ενοικιαζόμενων κατοικιών. Μια εναλλακτική προσέγγιση που ακολουθείτε είναι η ότι τα μισθώματα αντιπροσωπεύουν το 75% της ετήσιας μεταβολής του γενικού δείκτη τιμών καταναλωτή.

9. Μεθοδολογία – Εμπειρικά Αποτελέσματα

9.1 Μεθοδολογία

Αυτή η ενότητα σχετίζεται με τη μεθοδολογία που υιοθετήθηκε για την σύνθεση του χαρτοφυλακίου. Η διαμόρφωση του χαρτοφυλακίου διαφοροποιείται από την κλασσική προσέγγιση του **Markowitz,(1952)** καθώς επικεντρώνεται ως κύριο στόχο τη μεγιστοποίηση του της αναμενόμενης τιμής του EVA (Economic Value Added) **Engels, (2004)** και όχι της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιώντας τα ως μέτρο κινδύνου τη τυπική απόκλιση του EVA, με τη βοήθεια του λογισμικού palisade decision tools.

Τα βήματα που πρέπει να ακολουθήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος είναι τα ακόλουθα:

1^ο Θεωρούμε κατηγορίες ακινήτων σύμφωνα με τη κατηγοριοποίηση της Τράπεζας της Ελλάδος(Γραφεία, Καταστήματα και διαμερίσματα). Ορίζουμε ως

σταθμισμένη (μέση) συνολική απόδοση το άθροισμα της μισθωτικής απόδοσης και της υπεραξίας(υπερβάλλουσα απόδοση αξίας ανά χρονική διάρκεια).

2^ο Εξάγουμε τη σταθμισμένη μέση τιμή και διακύμανση ανά κατηγορία ακινήτων(ως άθροισμα των μισθωτικών και υπεραξιών).

3^ο Θεωρούμε ότι για το σχηματισμό ενός fund έχουμε διαθέσιμο ένα ποσό ιδίων κεφαλαίων x ευρώ και χρησιμοποιώντας την διαδικασία της μόχλευσης μέσω της μεταβλητής DTE (Debt To Equity) παράγουμε το WACC (Weight Cost Of Capital) της συνολικής επένδυσης. Στη συνέχεια μέσω των σταθμισμένων αποδόσεων υπολογίζουμε το ROICC και μέσω αυτού το $EVA = ROICC - WACC$.

4^ο Κατασκευάζουμε πρόβλημα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου με αντικειμενική συνάρτηση τη μεγιστοποίησης της αναμενόμενης τιμής του EVA και ενναλακτικά με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση της τυπικής απόκλισης του EVA.

5^ο Οι διαθέσιμοι περιορισμοί ορίζονται οι κάτωθι:

- α) Υποθέτουμε τη παραδοχή ότι οι αποδόσεις ακολουθούν κανονική κατανομή
- β) Τα βάρη του χαρτοφυλακίου ορίζονται με βάση το είδος του κάθε ακινήτου(π.χ 20% σε καταστήματα 50% σε οικιστικά και πρέπει να αθροίζουν στο 100%).
- γ) Υποθέτουμε ότι η μεταβλητή DTE ακολουθεί PERT κατανομή μέσω της διαδικασίας του Monte Carlo Simulation.
- δ) Θα διεξαχθεί έλεγχος κανονικότητας των αποδόσεων μέσω του Lilliefors test [Lilliefors, \(1967\)](#). Μελλοντικά θα μπορούσε να εισαχθεί ο χρόνος ως μεταβλητή για να ελεγχθεί ο βαθμός απόσβεσης του ακινήτου μέσω της διαδικασίας αποτίμησης Gordon-Shapiro, όπως αυτή αναπτύχθηκε από τους [\(Liapis, K. J., Christofakis, M. S., & Papacharalampous, H. G. 2011\)](#).

Τα 2 μοντέλα που θα χρησιμοποιηθούν ορίζονται ως εξής:

$$\max (mean\ Eva)$$

(55)

$$W^T V W \leq \sigma_p \quad \text{For a different level of risk } \sigma_p$$

(56)

$$w^T \mathbf{1} = 1$$

$$W \geq 0$$

$$ROIC = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{r}$$

(57)

$$WACC = i_s \frac{E}{E + DTE * E} + (1 - \varphi) i_D \frac{DTE * E}{E + DTE * E}$$

(58)

$$DTE \sim PERT(MIN.MOST\ LIKELY, MAX)$$

(59)

$$R_i \sim N(E(R), \sigma)$$

(60)

$$i = 1, 2, 3$$

1. Apartment

2. Offices

3. Retail

$$\min(std\ Eva) \tag{61}$$

$$W^T E(R) \geq \mu_p \text{ For a different level of risk } \mu_p \tag{62}$$

$$w^T \mathbf{1} = 1$$

$$W \geq 0$$

$$ROIC = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{r}$$

$$WACC = i_s \frac{E}{E + DTE * E} + (1 - \varphi) i_D \frac{DTE * E}{E + DTE * E}$$

$$DTE \sim PERT(MIN.MOST\ LIKELY, MAX)$$

$$R_i \sim N(E(R), \sigma)$$

$$i = 1, 2, 3$$

1. Apartment

2. Offices

3. Retail

9.2 Εμπειρικά Αποτελέσματα

Τα χαρακτηριστικά χαρτοφυλάκια που εξετάζονται είναι τα χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου $\min (std\ Eva)$ και τα χαρτοφυλάκιο που μεγιστοποιούν την αναμενόμενη τιμή του EVA $\max (mean\ Eva)$. Ο πίνακας των σταθμισμένων αποδόσεων και του κινδύνου για κάθε είδος περιουσίας είναι ο εξής :

Πίνακας 16. Ο πίνακας των σταθμισμένων αποδόσεων και της τυπικής απόκλισης για κάθε είδος περιουσίας

Real Estate Return	1	2	3
Expected Return	5,46%	7,72%	10,19%
Standard Deviation	4,94%	3,01%	5,45%
V-C	1	2	3
1	0,2436%	0,0965%	0,2161%
2	0,0965%	0,0905%	0,1509%
3	0,2161%	0,1509%	0,2972%

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Παρατηρούμε ότι τα καταστήματα έχουν τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση και τα οικιστικά την ελάχιστη αντίστοιχα.

Ο τύπος της συνάρτησης κατανομής των αποδόσεων μπορεί να έχει σημαντική επίδραση στην προκύπτουσα πιθανότητα. Επομένως, η συνάρτηση κατανομής που διέπει τις τυχαίες μεταβλητές θα πρέπει να επιλέγεται σύμφωνα με τα πραγματικά δεδομένα.

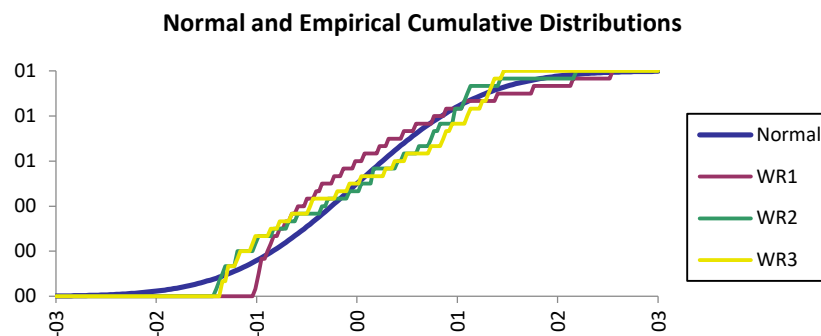
Χρησιμοποιούμε lilliefors test **Lilliefors, (1967)** για να ελέγξουμε αν ο πληθυσμός δεδομένων μας παράγεται από την κανονική κατανομή και τα αποτελέσματα που παρέχονται παρακάτω στον Πίνακα. 17.

Πίνακας 17. Lilliefors test

<i>Lilliefors Test</i>			
<i>Results</i>	WR1	WR2	WR3
Sample Size	30	30	30
Sample Mean	0,05464	0,07720	0,10189
Sample Std			
Dev	0,04935	0,03009	0,05451
Test Statistic	0,1550	0,1080	0,1364
CVal (15%			
Sig. Level)	0,1378	0,1378	0,1378
CVal (10%			
Sig. Level)	0,1457	0,1457	0,1457
CVal (5%			
Sig. Level)	0,1592	0,1592	0,1592
CVal (2.5%			
Sig. Level)	0,1699	0,1699	0,1699
CVal (1%			
Sig. Level)	0,2326	0,2326	0,2326
Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη			

Παρατηρούμε ότι σε χαμηλό επίπεδο σημασίας έως και 5% τουλάχιστον μπορούμε να υποθέσουμε ότι τα δεδομένα ακολουθούν την Κανονική Κατανομή όπως φαίνεται στο γράφημα 2. Παρατηρούμε ότι για μεγάλο αριθμό 200 παρατηρήσεων και άνω τα δεδομένα ταιριάζουν ικανοποιητικά.

Γράφημα 11. Lilliefors test



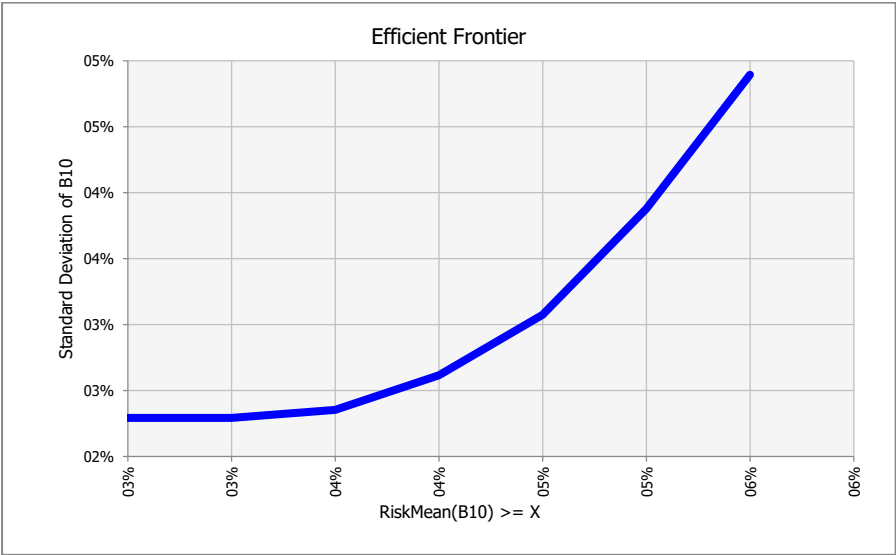
Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Εφαρμόζουμε την προσέγγιση προσομοίωσης Monte Carlo με έναν αριθμό 1000 επαναλήψεων για κάθε δοκιμή, αυτό καλύπτει τον αριθμό των 200 επαναλήψεων σύμφωνα με το Lilliefors τεστ και για κάθε δοκιμή υπολογίζουμε τη μέση και τυπική απόκλιση για 1000 δοκιμές. Για κάθε δοκιμή, η προσομοίωση Monte Carlo εκτελείται για κάθε μεταβλητή εισόδου και εκτιμούμε τη μέση και την τυπική απόκλιση για διαφορετικό επίπεδο κινδύνου και απόδοσης αντίστοιχα. Κάθε πιθανός συνδυασμός περιουσιακών στοιχείων μπορεί να σχεδιαστεί σε χώρο κινδύνου-απόδοσης και η συλλογή όλων αυτών των πιθανών χαρτοφυλακίων καθορίζει μια περιοχή σε αυτόν τον χώρο. Η γραμμή κατά μήκος του άνω άκρου αυτής της περιοχής είναι γνωστή ως το αποτελεσματικό σύνορο που μερικές φορές ονομάζεται "σφαίρα Markowitz". Οι συνδυασμοί κατά μήκος αυτής της γραμμής αντιπροσωπεύουν χαρτοφυλάκια (εξαιρουμένης ρητά της εναλλακτικής λύσης χωρίς κίνδυνο) για τα οποία υπάρχει χαμηλότερος κίνδυνος για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης. Αντιστρόφως, για ένα δεδομένο ποσό κινδύνου, το χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στα αποτελεσματικά σύνορα αντιπροσωπεύει τον συνδυασμό που προσφέρει την καλύτερη δυνατή απόδοση. Μαθηματικά το αποτελεσματικό σύνορο είναι η τομή του συνόλου των χαρτοφυλακίων με ελάχιστο κίνδυνο και του συνόλου των χαρτοφυλακίων με τη μέγιστη απόδοση (Chen et al., 2010; Haugen & Baker, 1990).

Πρώτον, παρουσιάζουμε το αποτελεσματικό σύνορο για την ελαχιστοποίηση του κινδύνου του EVA. Το αποτελεσματικό σύνορο που απεικονίζει το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων με τον χαμηλότερο κίνδυνο για οποιοδήποτε ποσοστό

αναμενόμενης τιμής του EVA παρουσιάζεται στο γράφημα 12 και τα ακριβείς βάρη για τα συστατικά περιουσιακά στοιχεία στο ελάχιστο χαρτοφυλάκιο κινδύνου για κάθε επίπεδο μέσου όρου του Eνα παρουσιάζονται στον Πίνακα 18.

Γράφημα 12. Αποτελεσματικό σύνορο για ελαχιστοποίηση κινδύνου του EVA



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 18. Ελαχιστοποίηση κινδύνου του EVA

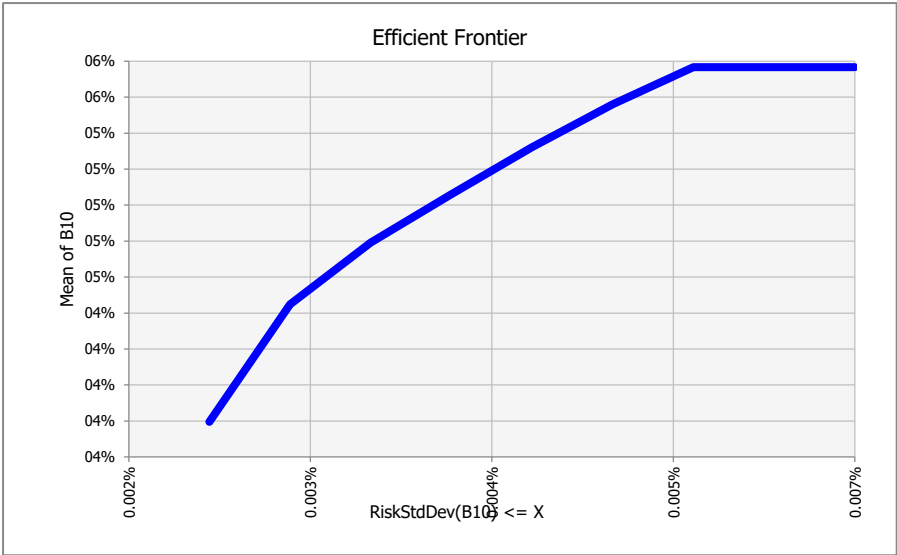
Constraining Value	Valid Trials				Goal Cell Statistics				Adjustable Cells			Hard Constraints	
	Best Value Trial				Mean	Std. Dev.	Min.	Max.	B5	C5	D5	RiskMean(B10)	E5 = 1
	(for constraining value)												
6,00%	0	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
5,50%	69	4,89%	265	5,51%	4,89%	-9,85%	23,50%	0,0%	10,6%	89,4%		5,51%	1,00000
5,00%	182	3,88%	373	5,00%	3,88%	-7,09%	19,72%	0,0%	31,1%	68,9%		5,00%	1,00000
4,50%	299	3,07%	760	4,50%	3,07%	-5,51%	15,98%	0,0%	51,4%	48,6%		4,50%	1,00000
4,00%	447	2,62%	436	4,00%	2,62%	-5,14%	12,48%	3,3%	65,2%	31,5%		4,00%	1,00000
3,50%	595	2,35%	752	3,54%	2,35%	-5,02%	11,78%	18,0%	55,7%	26,3%		3,54%	1,00000
3,00%	681	2,29%	800	3,25%	2,29%	-5,50%	11,14%	22,7%	58,7%	18,7%		3,25%	1,00000
2,50%	728	2,29%	800	3,25%	2,29%	-5,50%	11,14%	22,7%	58,7%	18,7%		3,25%	1,00000

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Οι επενδυτές που έχουν χαμηλή ανοχή κινδύνου είναι πιθανό να επιλέξουν χαρτοφυλάκια με συνδυασμό κινδύνου και απόδοσης που βρίσκονται στα αριστερά των συνόρων. Αντίθετα, όσοι είναι πρόθυμοι να δεχτούν υψηλό κίνδυνο για να κερδίσουν μεγαλύτερη απόδοση είναι πιθανό να ενδιαφέρονται για χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στα δεξιά των συνόρων [Ivanova, M., & Dospatliev, L. \(2017\)](#).

Στο γράφημα 13 παρουσιάζουμε το αποτελεσματικό όριο για τον μέγιστο μέσο όρο του EVA και τα ακριβή βάρη για τα συστατικά περιουσιακά στοιχεία στη μέγιστη αναμενόμενη τιμή του (EVA) για το συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου παρουσιάζονται στον Πίνακα 19.

Γράφημα 4. Αποτελεσματικό σύνορο για μεγιστοποίηση της αναμενόμενης τιμής του EVA



Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 19. Μεγιστοποίηση αναμενόμενης τιμής του EVA

Constraining Value	Valid Trials			Goal Cell Statistics				Adjustable Cells			Hard Constraints	
	(for constraining value)	Best Value	Trial	Mean	Std. Dev.	Min.	Max.	B5	C5	D5	RiskStdDev(B10)	E5 = 1
2,00%	0	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
2,50%	48	3,80%	471	3,80%	2,48%	-5,94%	11,20%	7,7%	65,1%	27,2%	2,48%	1,00000
3,00%	292	4,45%	448	4,45%	3,00%	-6,98%	13,44%	0,0%	53,4%	46,6%	3,00%	1,00000
3,50%	400	4,79%	511	4,79%	3,50%	-7,56%	15,12%	0,0%	39,5%	60,5%	3,50%	1,00000
4,00%	532	5,06%	766	5,06%	3,98%	-8,55%	16,90%	0,0%	28,6%	71,4%	3,98%	1,00000
4,50%	632	5,32%	50	5,32%	4,50%	-9,69%	19,26%	0,0%	18,0%	82,0%	4,50%	1,00000
5,00%	788	5,56%	706	5,56%	5,00%	-10,73%	21,54%	0,0%	8,4%	91,6%	5,00%	1,00000
5,50%	1000	5,77%	4	5,77%	5,45%	-11,63%	23,53%	0,0%	0,0%	100,0%	5,45%	1,00000
6,00%	1000	5,77%	4	5,77%	5,45%	-11,63%	23,53%	0,0%	0,0%	100,0%	5,45%	1,00000
6,50%	1000	5,77%	4	5,77%	5,45%	-11,63%	23,53%	0,0%	0,0%	100,0%	5,45%	1,00000

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Μέσω του πίνακα 18. παρατηρούμε ότι το μέγιστο βάρος που μπορούν να λάβουν το οικιστικά ακίνητα είναι 22,7% επειδή για μεγαλύτερο ποσοστό μειώνεται τόσο η μέση τιμή όσο και η τυπική απόκλιση. Η βέλτιστη δομή εξαρτάται από την αντίληψη του επενδυτή, αλλά είναι προφανές ότι μέχρι το 3,07% του κινδύνου ο ρυθμός αύξησης του μέσου όρου είναι χαμηλότερος από το Std. Για επίπεδο κινδύνου 3,07% ο βέλτιστος μέσος όρος του EVA είναι 4,5% αυτός είναι ένας βέλτιστος συνδυασμός σύμφωνα με τη μαθηματική προσέγγιση.

Σύμφωνα με το γράφημα 12. παρατηρούμε ότι η ελάχιστη τυπική απόκλιση του EVA ακολουθεί παραβολική μορφή για διαφορετικό επίπεδο μέσου όρου, η συγκεκριμένη εξίσωση παρουσιάζεται παρακάτω:

$$mean^2 = 2pstd$$

(61)

Define mean = x and std = y then

the equation 22 is equal to $x^2 = 2py$

(62)

$$\text{For } p \neq 0 \quad f(x) = y = \frac{x^2}{2p}$$

Σύμφωνα με το γράφημα 13. παρατηρούμε ότι ο μέγιστος μέσος όρος του EVA ακολουθεί υπερβολική μορφή για ένα διαφορετικό επίπεδο κινδύνου, η συγκεκριμένη εξίσωση παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$$

(63)

the equation 24 is equal to $y^2 = a_1 + \alpha_2 x^2$

(64)

Εφαρμόζουμε ανάλυση παλινδρόμησης στα δείγματα των Πινάκων 18 και 19 της παραπάνω διαδικασίας βελτιστοποίησης τα αποτελέσματα παρέχονται στο παράρτημα πινάκων⁴:

⁴ Διαδικασία αναγνώρισης μορφής που ακολουθεί η αντικειμενική συνάρτηση για τα μοντέλα 1 και 2

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσης παλινδρόμησης ο ρυθμός μεταβολής για κάθε αύξηση του $mean^2$ κατά μία μονάδα είναι 0,059919532 στη περίπτωση του χαρτοφυλακίου ελάχιστου κινδύνου και σύμφωνα με την ανάλυση παλινδρόμησης για τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης τιμής του EVA υπάρχει ένας σταθερός αριθμός 0,001293613 και ο ρυθμός μεταβολής για κάθε αύξηση του std^2 κατά μία μονάδα είναι 0,705737982.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

Στην παρούσα εργασία, δόθηκε μια δυναμική μορφή βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου για την αγορά ακινήτων της Ελλάδας, λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα στις τιμές αποδόσεων και κινδύνου. Για τον σκοπό αυτό, η βάση δεδομένων των τιμών εισόδου συλλέχθηκε σε εξαμηνιαία βάση από το 2006 έως το 2021. Στη συνέχεια, ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση των δεδομένων υπολογίστηκαν και εισήχθησαν στον αλγόριθμο προσομοίωσης Monte Carlo υποθέτοντας ότι οι αποδόσεις είναι τυχαίες μεταβλητές και ακολουθούν Κανονική Κατανομή με μέση και τυπική απόκλιση που υπολογίζουμε από τα ιστορικά στοιχεία. Στη συνέχεια, με τη δημιουργία τυχαίων αριθμών για κάθε τυχαία μεταβλητή, ορίστηκαν 1.000 τυχαία σενάρια για κάθε δοκιμή και τα βέλτιστα αποτελέσματα υπολογίστηκαν ξεχωριστά για κάθε μία. Μια μεγαλύτερη τμηματοποίηση δεδομένων (πιθανώς μηνιαία) θα αυξήσει τον αριθμό των παρατηρήσεων βελτιώνοντας σημαντικά τα αποτελέσματα, επειδή η διάσταση του πίνακα συν διακύμανσης αυξάνεται σημαντικά για κάθε επόμενη παρατήρηση. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι η μεγιστοποίηση της οικονομικής προστιθέμενης αξίας (EVA) έναντι της κλασικής θεώρησης της αναμενόμενης απόδοσης στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο χρησιμοποιώντας ως κίνδυνο Std του Eva. Σύμφωνα με τη μαθηματική προσέγγιση η μέγιστη αναμενόμενη απόδοση του EVA είναι 4,5% περίπου για επίπεδο κινδύνου 3,07%. Παρατηρούμε ότι αν μεγιστοποιηθεί το EVA, η αναμενόμενη απόδοση μεγιστοποιείται ταυτόχρονα αλλά η ελαχιστοποίηση κινδύνου του EVA διαφοροποιείται από την ελαχιστοποίηση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Η μέγιστη αναμενόμενη απόδοση του EVA ακολουθεί υπερβολική μορφή για διαφορετικό επίπεδο κινδύνου και ο ελάχιστος κίνδυνος του EVA ακολουθεί παραβολική μορφή για διαφορετικό επίπεδο μέσης απόδοσης του EVA. Μια

επέκταση της έρευνάς μας θα ήταν στο μέλλον η εισαγωγή της θεωρίας της αντιπροσώπευσης και των περιορισμών που ορίζει μεταξύ των σχέσεων διοίκησης-μετόχων-τραπεζών. Στο μέλλον προσπαθούμε να διερευνήσουμε την επάρκεια των ευρημάτων μας με μια ανάλυση εκτός δείγματος σε επαρκή χρονικό ορίζοντα Lee & Stevenson, (2005) και ο χρόνος θα μπορούσε να εισαχθεί ως μεταβλητή για τον έλεγχο του βαθμού απόσβεσης του ακινήτου μέσω της διαδικασίας αποτίμησης Gordon-Shapiro, όπως αναπτύχθηκε από τους Liapis et al., (2011). Η ίδια μέθοδος που εφαρμόσαμε στο χαρτοφυλάκιο ακινήτων μπορεί να εφαρμοστεί και σε ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από ενεργειακά έργα όπως φωτοβολταικά, ανεμογεννήτριες και άλλα. Λόγω των καινούργιων συνθηκών που έχουν διαμορφωθεί κρίνεται επιτακτική η στροφή προς τις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας άρα η δημιουργία των παραπάνω έργων θα αρχίσει να αυξάνεται ραγδαία τα επόμενα χρόνια. Η πρόταση που θα μπορούσε να ακολουθηθεί είναι η εφαρμογή ενός προβλήματος σακιδίου δηλαδή ενός προβλήματος ακεραίου προγραμματισμού θέτοντας ως στόχο την μεγιστοποίηση του Eνα του χαρτοφυλακίου μέσω της επιλογής δημιουργίας εκείνων των ενεργειακών έργων τα οποία θα συμβάλουν στην αύξηση της αξίας των ακινήτων που διαθέτουμε αυξάνοντας παράλληλα και το EVA.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Albanese, C. and Lawi, S. (2004). "Spectral Risk Measures for Credit Portfolios"
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J-M. and Heath, D. (1999). "Coherent Measures of Risk", *Mathematical Finance*, Volume 9(3), pp. 203-228.
- Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of financial economics*, 9(1), 3-18.
- Bawa, V.S. (1975), "Optimal rules for ordering uncertain prospects", *Journal of Financial Economics*, Vol. 2 No. 1, pp. 95-121
- Bickel, P. J., & Freedman, D. A. (1981). Some asymptotic theory for the bootstrap. *The annals of statistics*, 9(6), 1196-1217.
- Black, F., Jensen, M. C., & Scholes, M. (1972). The capital asset pricing model: Some empirical tests.

- Black, F., & Scholes, M. (2019). The pricing of options and corporate liabilities. In *World Scientific Reference on Contingent Claims Analysis in Corporate Finance: Volume 1: Foundations of CCA and Equity Valuation* (pp. 3-21).
- Boyle, P. P. (1977). Options: A monte carlo approach. *Journal of financial economics*, 4(3), 323-338.
- Brennan, M. J. (1970), 'Taxes, Market Valuation and Corporate Financial Policy', *National Tax Journal*, 23(4), pp. 417-427
- Brounen, D. and Eichholtz, P.M.A. (2003), "Property, common stock, and property shares – increased potential for diversification", *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 30, special issue, pp. 129-37.
- W.-P. Chen, H. Chung, K.-Y. Ho, T.-L. Hsu, Portfolio optimization models and meanvariance spanning tests, In: *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*, Cheng-Few Lee, Alice C. Lee, John Lee, eds., Springer (2010), 165-184
- Chopra, V. K., & Ziemba, W. T. (2013). The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice. In *Handbook of the fundamentals of financial decision making: Part I* (pp. 365-373).
- Chopra, V.K., Hensel, C.R. and Turner, A.L. (1993), "Massaging mean variance inputs: returns from alternative global investment strategies in the 1980s", *Management Science*, Vol. 39, pp. 845-55.
- Conover, C.M., Friday, H.S. and Sirmans, G.S. (2002), "Diversification benefits from foreign real estate investments", *Journal of Real Estate Portfolio Management*, Vol. 8 No. 1, pp. 17-25
- Cowles 3rd, A. (1933). Can stock market forecasters forecast? *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 309-324.
- Dantzig, G. E. O. R. G. E. B. (1963). *Linear Programming and Extensions*.
- Efron, B. (1992). Bootstrap methods: another look at the jackknife. In *Breakthroughs in statistics* (pp. 569-593). Springer, New York, NY.
- Efron, B. (1987). Better bootstrap confidence intervals. *Journal of the American statistical Association*, 82(397), 171-185.
- Eichholtz, P.M.A. (1996), "The stability of the covariance of international property share returns", *The Journal of Real Estate Research*, Vol. 11 No. 2, pp. 149-58.

- Engels, M. (2004). Portfolio Optimization: Beyond Markowitz. *A master thesis in University of Leiden*.
- Estrada, J. (2008), "Mean-semivariance optimization: a heuristic approach", *Journal of Applied Finance*, Vol. 18 No. 1, pp. 57-72
- Eun, C. S., & Resnick, B. G. (1988). Exchange rate uncertainty, forward contracts, and international portfolio selection. *The Journal of Finance*, 43(1), 197-215.
- Fama, E. F. (1965). Portfolio analysis in a stable Paretian market. *Management science*, 11(3), 404-419.
- Fama, E. F., & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of political economy*, 81(3), 607-636.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1992). The cross-section of expected stock returns. *the Journal of Finance*, 47(2), 427-465.
- Fishburn, P.C. (1977), "Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns", *American Economic Review*, Vol. 67 No. 2, pp. 116-26.
- Fisher, I., & Barber, W. J. (1907). *The rate of interest*. Garland Pub..
- Fisher, I. (1930). *Theory of interest: as determined by impatience to spend income and opportunity to invest it*. Augustusm Kelly Publishers, Clifton.
- Hahn, F., & Brechling, F. P. (Eds.). (1965). *The Theory of Interest Rates: Proceedings of a Conference Held by the International Economic Association*. Macmillan.
- Harlow, W.V. (1991), "Asset allocation in a downside-risk framework", *Financial Analysts Journal*, Vol. 47 No. 5, pp. 28-40.
- R.A. Haugen, N.L. Baker, Dedicated stock portfolios, *Journal of Portfolio Management*, 16 (1990), 17-22.
- Hull, J., & White, A. (1998). Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk. *Journal of risk*, 1(1), 5-19.
- Ivanova, M., & Dospatliev, L. (2017). Application of Markowitz portfolio optimization on Bulgarian stock market from 2013 to 2016. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 117(2), 291-307.
- Jensen, Michael, (1968). The performance of mutual funds in the period 1945-1964, *Journal of Finance*, 23 (2), 389-416.

- Jorion, P. (1985), "International portfolio diversification with estimation risk", *Journal of Business*, Vol. 58, pp. 259-78.
- Jorion, P. (1986), "Bayes-Stein estimators for portfolio analysis", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 21, pp. 279-92.
- Jorion, P. (1992), "Portfolio optimisation in practice", *Financial Analysts Journal*, January-February, pp. 68-74.
- Kaplanis, E.C. (1988), "Stability and forecasting of the comovement measures of international stock market returns", *Journal of International Money and Finance*, Vol. 7 No. 1, pp. 63-75
- Konno, H. and Yamazaki, H. (1991), "Mean absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market", *Management Science*, 37(5), 519-531
- Kroencke, T. A., & Schindler, F. (2010). Downside risk optimization in securitized real estate markets. *Journal of Property Investment & Finance*.
- Lee, S., & Stevenson, S. (2005). Real estate portfolio construction and estimation risk. *Journal of Property Investment & Finance*.
- Levy, H. (1978). Equilibrium in an Imperfect Market: A Constraint on the Number of Securities in the Portfolio. *The American Economic Review*, 68(4), 643-658.
- Liapis, K. J., Christofakis, M. S., & Papacharalampous, H. G. (2011). A new evaluation procedure in real estate projects. *Journal of Property Investment & Finance*, 29(3), 280-296.
- Lilliefors, H. W. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American statistical Association*, 62(318), 399-402.
- Liow, K.H. (2008), "Extreme returns and value at risk in international securitized real estate markets", *Journal of Property Investment & Finance*, Vol. 26 No. 5, pp. 418-46
- Lintner, John. 1965a. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets." *Review of Economics and Statistics*. February, 47, pp. 13–37.
- Lintner, John. (1969). "The Aggregation of Investors Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. December, 4, pp. 347–400.

Longin, F. and Solnik, B.H. (1995), "Is the correlation in international equity returns constant: 1960-1990?", *Journal of International Money and Finance*, Vol. 14 No. 1, pp. 3-26.

Longin, F. and Solnik, B.H. (2001), "Extreme correlation of international equity markets", *The Journal of Finance*, Vol. 56 No. 2, pp. 649-76.

R. Mansini, M.G. Speranza, (1999), Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots, *European Journal of Operational Research*, 114 219- 233.

Markowitz, H.M. (1952), "Portfolio selection", *The Journal of Finance*, Vol. 7 No. 1, pp. 77-91

Markowitz, H. (1959), *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York Wiley, 1959

Metropolis, N., & Ulam, S. (1949). The monte carlo method. *Journal of the American statistical association*, 44(247), 335-341.

Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 768-783.

Myers, J. L. (1972). *Fundamentals of experimental design*.

Myers, S. C. (1977). Determinants of corporate borrowing. *Journal of financial economics*, 5(2), 147-175.

Nawrocki, D.N. (1991), "Optimal algorithms and lower partial moments: ex post results", *Applied Economics*, Vol. 23 No. 3, pp. 465-70.

Nelder, J. A., & Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The computer journal*, 7(4), 308-313.

Newell, G. and Acheampong, P. (2001), "The dynamics of the Australian property market risk and correlation profile", *Pacific Rim Property Research Journal*, Vol. 7 No. 4, pp. 259-70.

G. Pogue (1970), An extension of the Markowitz portfolio selection model to include variable transaction cost, short sales, leverage policies and taxes, *Journal of Finance*, 25, 1005-1027.

R. Rockafellar, S. Uryasev, (2000) Optimization of conditional value-at-risk, *Journal of Risk*, 2, 21-41.

- R. Rockafellar, S. Uryasev, M. Zabarankin,(2006) Generalized deviations in risk analysis, *Finance and Stochastics*, 10 , 51-74.
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of financial economics*, 4(2), 129-176.
- D. Roman, K. Darby-Dowman,(2007) G. Mitra, Mean-risk models using two risk measures: A multi-objective approach, *Quantitative Finance*, 7, 443-458.
- Rubin, D. B. (1981). The bayesian bootstrap. *The annals of statistics*, 130-134.
- Schindler, F. (2009), "Correlation structure of real estate markets over time", *Journal of Property Investment & Finance*, Vol. 27 No. 6, pp. 579-92.
- W.F. Sharpe,(1964) Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance*, 19, 425-442.
- Sharpe, W.F. (1966), "Mutual fund performance", *Journal of Business*, Vol. 39, January, pp. 119-38.
- W.F. Sharpe,(1967) A Linear Programming Algorithm for Mutual Fund Portfolio Selection, *Management Science*, 13, 499-510
- Sharpe, W. F., & Cooper, G. M. (1972). Risk-return classes of New York stock exchange common stocks, 1931–1967. *Financial Analysts Journal*, 28(2), 46-54.
- Sharpe, W.F. (1994), "The Sharpe ratio", *Journal of Portfolio Management*, Fall, pp. 49-58.
- Singh, K. (1981). On the asymptotic accuracy of Efron's bootstrap. *The Annals of Statistics*, 1187-1195.
- Srivatsa, R., Smith, A. and Lekander, J. (2010), "Portfolio optimisation and bootstrapping", *Journal of Property Investment & Finance*, Vol. 28 No. 1, pp. 24-33.
- Stevenson, S. (2001a), "Bayes-Stein estimators and international real estate asset allocation", *Journal of Real Estate Research*, Vol. 21 No. 1, pp. 89-103.
- Stevenson, S. (2001b), "Emerging markets, downside risk and the asset allocation decision", *Emerging Markets Review*, Vol. 2 No. 1, pp. 50-66.
- Tobin, J. (1967). Life cycle saving and balanced growth. *Ten economic studies in the tradition of Irving Fisher, 196*.
- Treynor, J. L. (1961). *Toward a theory of market value of risky assets*.
- Williams, J. B. (1938). *The theory of investment value* (No. HG4521 W48).

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Πίνακας 1. Δείκτης τιμών διαμερισμάτων

Έτος αναφοράς	Εξαμηνιο αναφοράς	δείκτης τιμών διαμερισμάτων Αθήνα
2006	1	92,5
2006	2	95,9
2007	1	99,0
2007	2	101,0
2008	1	101,4
2008	2	100,5
2009	1	96,8
2009	2	95,7
2010	1	95,4
2010	2	90,9
2011	1	89,2
2011	2	85,2
2012	1	79,6
2012	2	74,3
2013	1	69,2
2013	2	65,8

2014	1	61,7
2014	2	60,6
2015	1	58,7
2015	2	57,1
2016	1	57,0
2016	2	56,6
2017	1	56,2
2017	2	56,2
2018	1	56,9
2018	2	58,7
2019	1	62,4
2019	2	65,4
2020	1	68,1
2020	2	69,7
2021	1	73,5
2021	2	77,1

Πηγή: ΤτΕ

Πίνακας 2. Δείκτης μισθωμάτων διαμερισμάτων

Έτος αναφοράς	Εξαμηνιο αναφοράς	Καθαρή απόδοση
2006	1	

2006	2	
2007	1	1,96%
2007	2	2,35%
2008	1	3,36%
2008	2	2,88%
2009	1	0,84%
2009	2	0,99%
2010	1	3,06%
2010	2	3,99%
2011	1	3,08%
2011	2	1,94%
2012	1	1,34%
2012	2	0,91%
2013	1	-0,16%
2013	2	-1,21%
2014	1	-1,04%
2014	2	-0,91%
2015	1	-1,69%
2015	2	-0,90%
2016	1	-0,70%
2016	2	-0,54%
2017	1	1%
2017	2	0,68%
2018	1	0,16%
2018	2	0,80%

2019	1	0,35%
2019	2	0%
2020	1	-0,38%
2020	2	-1,49%
2021	1	-0,51%
2021	2	2,35%

Πηγή: ΕΛΣΤΑΤ

Πίνακας 3. Δείκτης τιμών γραφείων

Έτος αναφοράς	Εξάμηνο αναφοράς	Δείκτης τιμών γραφείων Αθήνα
2006	1	103,3
2006	2	104,6
2007	1	107,5
2007	2	109,1
2008	1	110,9
2008	2	114,0
2009	1	112,0
2009	2	109,8
2010	1	102,2
2010	2	97,8
2011	1	96,9
2011	2	92,2
2012	1	87,3
2012	2	82,8

2013	1	77,5
2013	2	74,0
2014	1	73,6
2014	2	73,1
2015	1	73,1
2015	2	73,0
2016	1	72,9
2016	2	72,7
2017	1	72,7
2017	2	75,3
2018	1	78,9
2018	2	80,4
2019	1	82,6
2019	2	84,6
2020	1	85,2
2020	2	86,0
2021	1	88,4
2021	2	90,5

Πηγή: ΤτΕ

Πίνακας 4. Δείκτης μισθωμάτων γραφείων

Έτος αναφοράς	Εξάμηνο αναφοράς	Δείκτης μισθωμάτων
----------------------	-------------------------	---------------------------

		γραφείων Αθήνα
2006	1	110,0
2006	2	109,9
2007	1	111,9
2007	2	110,4
2008	1	111,9
2008	2	108,8
2009	1	104,5
2009	2	105,2
2010	1	100,9
2010	2	99,1
2011	1	95,9
2011	2	93,1
2012	1	88,3
2012	2	84,6
2013	1	81,8
2013	2	78,6
2014	1	75,6
2014	2	73,7
2015	1	73,3
2015	2	72,7
2016	1	72,0
2016	2	71,8
2017	1	72,2
2017	2	73,1

2018	1	73,6
2018	2	73,8
2019	1	75,7
2019	2	75,8
2020	1	73,8
2020	2	74,5
2021	1	75,9
2021	2	75,8

Πηγή: ΤτΕ

Πίνακας 5. Δείκτης τιμών καταστημάτων

Έτος αναφοράς	Εξάμηνο αναφοράς	Δείκτης τιμών καταστημάτων Αθήνα
2006	1	100,0
2006	2	103,7
2007	1	107,7
2007	2	111,8
2008	1	111,7
2008	2	112,6
2009	1	112,5
2009	2	104,1
2010	1	101,5
2010	2	98,5
2011	1	95,3
2011	2	89,3

2012	1	81,0
2012	2	79,4
2013	1	76,7
2013	2	70,6
2014	1	71,4
2014	2	71,7
2015	1	69,6
2015	2	70,1
2016	1	69,2
2016	2	69,1
2017	1	69,9
2017	2	70,6
2018	1	73,6
2018	2	77,6
2019	1	81,5
2019	2	81,9
2020	1	83,2
2020	2	83,7
2021	1	84,3
2021	2	86,2

Πηγή: ΤτΕ

Πίνακας 6. Δείκτης μισθωμάτων καταστημάτων

Έτος αναφοράς	Εξάμηνο αναφοράς	Δείκτης μισθωμάτων καταστημάτων Αθήνα
2006	1	118,4
2006	2	119,4
2007	1	121,0
2007	2	120,2
2008	1	120,3
2008	2	122,1
2009	1	124,5
2009	2	115,1
2010	1	101,1
2010	2	98,9
2011	1	92,1
2011	2	89,2
2012	1	85,1
2012	2	83,4
2013	1	74,2
2013	2	73,1
2014	1	69,8
2014	2	64,1
2015	1	62,5
2015	2	61,9
2016	1	61,8
2016	2	61,7

2017	1	61,4
2017	2	61,5
2018	1	61,8
2018	2	61,0
2019	1	61,5
2019	2	61,2
2020	1	60,2
2020	2	60,3
2021	1	60,7
2021	2	61,3

Πηγή: ΤτΕ

Πίνακας 7. Προσαρμοσμένοι δείκτες διαμερισμάτων

price return	rental return	Adjusted price return	Adjusted rental return	Weighted rental return	Weighted total Return
				3,00%	
7,03%	1,96%	6,76%	2,40%	3,07%	9,83%
5,40%	2,35%	5,21%	2,34%	3,14%	8,36%
2,42%	3,36%	3,79%	2,28%	3,22%	7,01%
-0,54%	2,88%	2,50%	2,22%	3,29%	5,79%
-4,46%	0,84%	1,33%	2,16%	3,36%	4,69%
-4,81%	0,99%	0,29%	2,10%	3,43%	3,72%
-1,49%	3,06%	-0,62%	2,05%	3,50%	2,88%
-4,95%	3,99%	-1,41%	1,99%	3,57%	2,16%
-6,52%	3,08%	-2,07%	1,93%	3,64%	1,57%

-6,24%	1,94%	-2,60%	1,87%	3,71%	1,10%
- 10,80%	1,34%	-3,01%	1,81%	3,77%	0,76%
- 12,83%	0,91%	-3,29%	1,75%	3,84%	0,54%
- 13,03%	- 0,16%	-3,45%	1,69%	3,90%	0,45%
- 11,49%	- 1,21%	-3,48%	1,63%	3,97%	0,49%
- 10,86%	- 1,04%	-3,38%	1,57%	4,03%	0,65%
-7,90%	- 0,91%	-3,15%	1,51%	4,09%	0,94%
-4,89%	- 1,69%	-2,80%	1,46%	4,15%	1,35%
-5,73%	- 0,90%	-2,33%	1,40%	4,21%	1,88%
-2,74%	- 0,70%	-1,72%	1,34%	4,26%	2,54%
-0,93%	- 0,54%	-0,99%	1,28%	4,32%	3,33%
-1,46%	1%	-0,13%	1,22%	4,37%	4,24%
-0,59%	0,68%	0,85%	1,16%	4,42%	5,27%
1,30%	0,16%	1,96%	1,10%	4,47%	6,43%
4,34%	0,80%	3,20%	1,04%	4,52%	7,72%
9,61%	0,35%	4,56%	0,98%	4,56%	9,12%
11,47%	0%	6,05%	0,92%	4,60%	10,66%
9,03%	-	7,67%	0,87%	4,64%	12,31%

	0,38%				
6,58%	- 1,49%	9,41%	0,81%	4,68%	14,09%
8,06%	- 0,51%	11,28%	0,75%	4,72%	16,00%
10,65%	2,35%	13,28%	0,69%	4,75%	18,03%

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 8. Προσαρμοσμένοι δείκτες γραφείων

price return	rental return	Adjusted price return	Adjusted rental return	Weighted rental return	Weighted total Return
				7,00%	
4,05%	1,73%	7,01%	3,58%	7,25%	14,26%
4,26%	0,46%	4,56%	1,82%	7,38%	11,94%
3,09%	- 0,02%	2,52%	0,32%	7,41%	9,93%
4,46%	- 1,50%	0,87%	-0,92%	7,34%	8,21%
1,07%	- 6,58%	-0,43%	-1,94%	7,20%	6,77%
-3,69%	- 3,24%	-1,39%	-2,74%	7,00%	5,61%
-8,82%	- 3,43%	-2,06%	-3,33%	6,77%	4,71%
- 10,85%	- 5,87%	-2,44%	-3,74%	6,51%	4,07%
-5,18%	-	-2,59%	-3,98%	6,25%	3,67%

	4,98%				
-5,78%	- 6,07%	-2,51%	-4,07%	6,00%	3,49%
-9,87%	- 7,91%	-2,25%	-4,02%	5,76%	3,51%
- 10,17%	- 9,07%	-1,81%	-3,85%	5,54%	3,72%
- 11,18%	- 7,35%	-1,25%	-3,58%	5,34%	4,09%
- 10,61%	- 7,16%	-0,58%	-3,22%	5,17%	4,59%
-5,12%	- 7,57%	0,18%	-2,79%	5,02%	5,20%
-1,22%	- 6,12%	0,98%	-2,30%	4,91%	5,89%
-0,59%	- 3,03%	1,82%	-1,77%	4,82%	6,64%
-0,18%	- 1,49%	2,64%	-1,21%	4,76%	7,40%
-0,39%	- 1,78%	3,44%	-0,65%	4,73%	8,17%
-0,42%	- 1,13%	4,18%	-0,10%	4,73%	8,90%
-0,16%	0,17%	4,83%	0,43%	4,75%	9,58%
3,63%	1,82%	5,37%	0,92%	4,79%	10,16%
8,42%	1,97%	5,77%	1,35%	4,85%	10,62%
6,74%	0,94%	5,99%	1,71%	4,94%	10,93%
4,71%	2,86%	6,02%	1,98%	5,03%	11,06%

5,24%	2,73%	5,83%	2,14%	5,14%	10,97%
3,17%	- 2,46%	5,38%	2,18%	5,25%	10,63%
1,63%	- 1,74%	4,65%	2,09%	5,36%	10,02%
3,75%	2,83%	3,62%	1,84%	5,46%	9,08%
5,20%	1,68%	2,24%	1,42%	5,54%	7,78%

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 9. Προσαρμοσμένοι δείκτες καταστημάτων

price return	rental return	Adjusted price return	Adjusted rental return	Weighted rental return	Weighted total Return
				8,00%	
7,74%	2,13%	9,77%	4,62%	8,37%	18,14%
7,74%	0,66%	6,35%	2,29%	8,56%	14,91%
3,65%	-0,54%	3,48%	0,40%	8,60%	12,08%
0,74%	1,61%	1,13%	-1,08%	8,50%	9,63%
0,74%	3,51%	-0,74%	-2,19%	8,32%	7,57%
-7,53%	-5,74%	-2,18%	-2,95%	8,07%	5,89%
-9,73%	- 18,78%	-3,21%	-3,39%	7,80%	4,59%
-5,42%	- 14,09%	-3,87%	-3,56%	7,52%	3,65%
-6,16%	-8,91%	-4,19%	-3,47%	7,26%	3,07%
-9,33%	-9,81%	-4,22%	-3,16%	7,03%	2,81%
-	-7,67%	-4,00%	-2,65%	6,84%	2,85%

15,02%					
- 11,01%	-6,41%	-3,55%	-1,99%	6,71%	3,16%
-5,33%	- 12,82%	-2,91%	-1,20%	6,63%	3,72%
- 11,13%	- 12,40%	-2,13%	-0,31%	6,61%	4,48%
-6,87%	-5,92%	-1,23%	0,65%	6,65%	5,42%
1,61%	- 12,26%	-0,25%	1,64%	6,76%	6,51%
-2,53%	- 10,36%	0,76%	2,64%	6,94%	7,70%
-2,29%	-3,53%	1,78%	3,61%	7,19%	8,97%
-0,56%	-1,14%	2,77%	4,53%	7,51%	10,28%
-1,36%	-0,25%	3,68%	5,36%	7,91%	11,60%
0,99%	-0,74%	4,49%	6,07%	8,39%	12,89%
2,14%	-0,42%	5,16%	6,63%	8,95%	14,11%
5,36%	0,72%	5,64%	7,01%	9,58%	15,22%
9,83%	-0,81%	5,91%	7,18%	10,27%	16,18%
10,73%	-0,53%	5,93%	7,11%	11,00%	16,93%
5,56%	0,37%	5,66%	6,77%	11,74%	17,40%
2,09%	-2,14%	5,07%	6,12%	12,46%	17,53%
2,25%	-1,45%	4,11%	5,14%	13,10%	17,21%
1,25%	0,81%	2,75%	3,80%	13,60%	16,35%
3,01%	1,72%	0,96%	2,06%	13,88%	14,84%

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 10. Υπολογισμός τάσης της απόδοσης τιμών διαμερισμάτων

<i>Multiple Regression for NET YIELD</i>	Multiple R	R-Square	Adjusted R-square	Std. Err. of Estimate	Rows Ignored	Outliers
<i>Summary</i>						
	0,9318	0,8682	0,8530	0,028214	0	0
	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean of Squares	F	p-Value	
<i>ANOVA Table</i>						
Explained	3	0,13637	0,045457	57,10521	< 0.0001	
Unexplained	26	0,020696	0,000796			
	Coefficient	Standard Error	t-Value	p-Value	Confidence Interval 95%	
<i>Regression Table</i>					Lower	Upper
Constant	0,084352**	0,016981	4,967514	< 0.0001	0,049448	0,119257
dummy (crisis)	-0,05005**	0,016458	-3,04124	0,0053	-0,08388	-0,01622
t	-0,01737**	0,003061	-5,67341	< 0.0001	-0,02366	-0,01107
t^2	0,000633**	0,000107	5,929147	< 0.0001	0,000413	0,000852

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 11. Υπολογισμός τάσης της απόδοσης μισθωμάτων διαμερισμάτων

<i>Multiple Regression for NET YIELD</i>	Multiple R	R-Square	Adjusted R-square	Std. Err. Of Estimate	Rows Ignored	Outliers
<i>Summary</i>						
	0,8446	0,7134	0,6922	0,008808	0	0
	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean of Squares	F	p-Value	
<i>ANOVA Table</i>						
Explained	2	0,005214	0,002607	33,60277	< 0.0001	
Unexplained	27	0,002095	7,76E-05			
	Coefficient	Standard Error	t-Value	p-Value	Confidence Interval 95%	
<i>Regression Table</i>					Lower	Upper
Constant	0,024585012**	0,003304	7,441592	< 0.0001	0,017806	0,031364
dummy (crisis)	-0,021662179**	0,003582	-6,04714	< 0.0001	-0,02901	-0,01431
t	-0,00058982**	0,000199	-2,95736	0,0064	-0,001	-0,00018

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 12. Υπολογισμός τάσης της απόδοσης τιμών γραφείων

<i>Multiple Regression for NET YIELD</i>	Multiple R	R-Square	Adjusted R-square	Std. Err. Of Estimate	Rows Ignored	Outliers
<i>Summary</i>						
	0,9082	0,8249	0,7969	0,026646	0	0
	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean of Squares	F	p-Value	
<i>ANOVA Table</i>						
Explained	4	0,08361	0,020902	29,44065	< 0.0001	
Unexplained	25	0,01775	0,00071			
	Coefficient	Standard Error	t-Value	p-Value	Confidence Interval 95%	
<i>Regression Table</i>					Lower	Upper
Constant	0,099045**	0,026144	3,788422	0,0009	0,0452	0,15289
dummy (crisis)	-0,05338**	0,020369	-2,62063	0,0147	-0,09533	-0,01143
t	-0,03121**	0,009109	-3,42691	0,0021	-0,04997	-0,01245
t^2	0,002342**	0,000594	3,944148	0,0006	0,001119	0,003565
t^3	-4,6E-05**	1,12E-05	-4,14268	0,0003	-6,9E-05	-2,3E-05

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 13. Υπολογισμός τάσης της απόδοσης μισθωμάτων γραφείων

<i>Multiple Regression for Net Yield</i>	Multiple R	R-Square	Adjusted R-square	Std. Err. Of Estimate	Rows Ignored	Outliers
<i>Summary</i>						
	0,9068	0,8223	0,7938	0,016905	0	0
	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean of Squares	F	p-Value	
<i>ANOVA Table</i>						
Explained	4	0,033056	0,008264	28,91856	< 0.0001	
Unexplained	25	0,007144	0,000286			
	Coefficient	Standard Error	t-Value	p-Value	Confidence Interval 95%	
<i>Regression Table</i>					Lower	Upper
Constant	0,056284**	0,014164	3,973725	0,0005	0,027113	0,085456
dummy (crisis)	-0,02444**	0,00965	-2,53283	0,0180	-0,04432	-0,00457
t	-0,02191**	0,004864	-4,50488	0,0001	-0,03193	-0,0119
t^2	0,00149**	0,000353	4,224708	0,0003	0,000764	0,002217
t^3	-2,7E-05**	7,15E-06	-3,76232	0,0009	-4,2E-05	-1,2E-05

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 14. Υπολογισμός τάσης της απόδοσης τιμών καταστημάτων

<i>Multiple Regression for Net Yield</i>	Multiple R	R-Square	Adjusted R-square	Std. Err. Of Estimate	Rows Ignored	Outliers
<i>Summary</i>						
	0,9241	0,8539	0,8305	0,027267	0	0
<i>ANOVA Table</i>	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean of Squares	F	p-Value	
Explained	4	0,108616	0,027154	36,5238	< 0.0001	
Unexplained	25	0,018587	0,000743			
<i>Regression Table</i>	Coefficient	Standard Error	t-Value	p-Value	Confidence Interval 95%	
					Lower	Upper
Constant	0,137812**	0,025751	5,351784	< 0.0001	0,084778	0,190847
dummy (crisis)	-0,05128**	0,017526	-2,9257	0,0072	-0,08737	-0,01518
t	-0,04314**	0,008759	-4,92542	< 0.0001	-0,06118	-0,0251
t^2	0,003123**	0,000601	5,195374	< 0.0001	0,001885	0,004361
t^3	-6,1E-05**	1,17E-05	-5,20563	< 0.0001	-8,5E-05	-3,7E-05

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 15. Υπολογισμός τάσης της απόδοσης μισθωμάτων καταστημάτων

<i>Multiple Regression for Net Yield</i>	Multiple R	R-Square	Adjusted R-square	Std. Err. of Estimate	Rows Ignored	Outliers
<i>Summary</i>						
	0,8417	0,7084	0,6618	0,034059664	0	0
<i>ANOVA Table</i>	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean of Squares	F	p-Value	
Explained	4	0,070462523	0,017615631	15,18509411	< 0.0001	
Unexplained	25	0,029001517	0,001160061			
<i>Regression Table</i>	Coefficient	Standard Error	t-Value	p-Value	Confidence Interval 95%	
					Lower	Upper
Constant	0,074128389**	0,02932671	2,527674872	0,0182	0,013729	0,134528
dummy (crisis)	-0,079506889**	0,02693555	-2,951745573	0,0068	-0,13498	-0,02403
t	-0,030405813**	0,008987025	-3,383301287	0,0024	-0,04891	-0,0119
t^2	0,002498556**	0,000593082	4,212831676	0,0003	0,001277	0,00372
t^3	-5,14848E-05**	1,22826E-05	-4,191694667	0,0003	-7,7E-05	-2,6E-05

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

Πίνακας 20. Υπερβολική μορφή μοντέλου 1

<i>Multiple Regression for Mean^2</i>	Multiple R	R-Square	Adjusted R-square	Std. Err. of Estimate	Rows Ignored	Outliers
<i>Summary</i>						
	0,9787	0,9579	0,9519	0,000147722	0	0
<i>ANOVA Table</i>	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean of Squares	F	p-Value	
Explained	1	3,47525E-06	3,47525E-06	159,2559961	< 0.0001	
Unexplained	7	1,52752E-07	2,18218E-08			
<i>Regression Table</i>	Coefficient	Standard Error	t-Value	p-Value	Confidence Interval 95%	
					Lower	Upper
Constant	0,001293613	0,000120837	10,70541061	< 0.0001	0,001007878	0,001579348
Std. Dev.^2	0,705737982	0,055923661	12,61966704	< 0.0001	0,573499537	0,837976427

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη

<i>Multiple Regression for Mean^2</i>	Multiple R	R-Square	Adjusted R-square	Std. Err. of Estimate	Rows Ignored	Outliers
<i>Summary</i>						
	0,9941	0,9883	0,9864	0,000224557	0	0
<i>ANOVA Table</i>	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean of Squares	F	p-Value	
Explained	1	2,56147E-05	2,56147E-05	507,9684037	< 0.0001	

Unexplained	6	3,02555E-07	5,04258E-08			
	Coefficient	Standard Error	t-Value	p-Value	Confidence Interval 95 %	
<i>Regression Table</i>					Lower	Upper
Constant	0	NA	NA	NA	NA	NA
Std. Dev.	0,059919532	0,002658582	22,5381544	< 0.0001	0,053414216	0,066424847

Πίνακας 21. Παραβολική μορφή μοντέλου 2

Πηγή: Υπολογισμοί συντάκτη