

ΠΑΝΤΕΙΟΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

PANTEION UNIVERSITY OF SOCIAL AND POLITICAL SCIENCES



ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΔΗΜΟΣΙΑΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΣΙΑΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ»

Ο δυναμικός Σραφφαϊανός πολλαπλασιαστής: θεωρία και εμπειρική διερεύνηση για τις δέκα
μεγαλύτερες οικονομίες του κόσμου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Χρήστος Παλαντζίδης

Αθήνα, 2022

Τριμελής Επιτροπή
Θεόδωρος Μαριόλης, Καθηγητής Παντείου Πανεπιστημίου (Επιβλέπων)
Βασίλειος Κέφης, Καθηγητής Παντείου Πανεπιστημίου
Χαράλαμπος Οικονομίδης, Ομότιμος Καθηγητής Παντείου Πανεπιστημίου



Copyright © Χρήστος Παλαντζίδης, 2022
All rights reserved. Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας διπλωματικής εργασίας εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της διπλωματικής εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Πάντειον Πανεπιστήμιο Κοινωνικών και Πολιτικών Επιστημών δεν δηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

Στη μητέρα μου Βασιλική

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας τον κύκλο των μεταπτυχιακών μου σπουδών θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της παρούσας διπλωματικής εργασίας κύριο Θεόδωρο Μαριόλη για τη συνεχή του καθοδήγηση και τη συνεχή του στήριξη. Ήταν πραγματική τιμή για εμένα να συνεργαστώ μαζί του και να γίνω κοινωνός γνώσεων που μέχρι τώρα αγνοούσα. Στο πρόσωπό του θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «Οικονομική Επιστήμη» για την προσπάθειά τους να μας μεταλαμπαδεύσουν γνώσεις ώστε να γίνουμε καλύτεροι επιστήμονες αλλά και καλύτεροι άνθρωποι. Ειδικότερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κύριο Βασίλειο Κέφη και τον Ομότιμο Καθηγητή κύριο Χαράλαμπο Οικονομίδη, για την υποστήριξη της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τη μητέρα μου Βασιλική για τις αξίες που μου μετέδωσε και με βοήθησαν στην πορεία της μέχρι τώρα ακαδημαϊκής και επαγγελματικής μου σταδιοδρομίας.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά το δυναμικό Σραφφαϊανό πολλαπλασιαστή για τις δέκα μεγαλύτερες οικονομίες του κόσμου. Η εργασία αποτελείται από το βασικό μαθηματικό υπόβαθρο που απαιτείται, τη θεωρία του οικονομικού μοντέλου που μελετάται και την εμπειρική διερεύνηση η οποία γίνεται με τη μελέτη ενός θετικού γραμμικού μη ομογενούς συστήματος διαφορών πρώτης τάξης που αντιστοιχεί σε μια ανοικτή γραμμική οικονομία με απλή παραγωγή βασικών εμπορευμάτων για τις δέκα μεγαλύτερες οικονομίες του κόσμου. Τα δεδομένα προέρχονται από εθνικούς πίνακες και από την παγκόσμια βάση εισροών εκροών. Η μελέτη εστιάζεται στην ταχύτητα σύγκλισης του συστήματος διαφορών και στη σχέση μεταξύ των ιδιοτιμών από μια διαταραχή πρώτης τάξης του συστήματος. Τα βασικά συμπεράσματα είναι ότι υπάρχει αντιστοιχία μεταξύ των μεγεθών που εκφράζουν την ταχύτητα σύγκλισης, εν προκειμένω του αριθμού των επαναλήψεων ώστε το σύστημα να φτάσει στο 90% του αθροίσματος των στοιχείων του διανύσματος ισορροπίας του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος με την κυρίαρχη ιδιοτιμή της μήτρας των εγχώριων τεχνικών συντελεστών συν τη μήτρα καταναλωτικής ζήτησης για εγχώρια παραγόμενα εμπορεύματα και με τον γεωμετρικό μέσο όρο της ποσοστιαίας μεταβολής του αθροίσματος των στοιχείων του διανύσματος του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος για κάθε μία από τις δέκα μεγαλύτερες οικονομίες του κόσμου. Επίσης από τα γραφήματα κατάταξης των απόλυτων τιμών των μητρών των εγχώριων τεχνικών συντελεστών συν τη μήτρα καταναλωτικής ζήτησης για εγχώρια παραγόμενα εμπορεύματα προκύπτει ότι αλλαγές στο «μοτίβο» αρχίζουν να εμφανίζονται κυρίως στις μικρότερες κατ' απόλυτη τιμή ιδιοτιμές δηλαδή μεταξύ 20ης και 30ης κατά αύξουσα σειρά για όλες τις χώρες ενώ τα διαγράμματα ακολουθούν μια φθίνουσα εκθετική τάση.

Λέξεις-κλειδιά: Δυναμικός πολλαπλασιαστής ζήτησης, Κατανομή ιδιοτιμών, σύγκλιση συστήματος, Σραφφαϊανή θεωρία

The Dynamic Sraffian multiplier: Theory and evidence from the world's ten largest economies

Christos Palantzidis

Abstract

This thesis investigates the dynamic Sraffaian demand multiplier for worlds' ten largest economies. The framework of this thesis includes: (i) the basic mathematical background needed (ii) the theory of the economic model being studied and (iii) the evidences from the worlds' ten largest economies which derive from studying a positive first-order non homogenous system of difference equations corresponding to an open linear economy with simple products and basic commodities. The data used derive from National Input-Output tables and Socio-Economic Accounts of World Input-Output Database. The overall findings of the empirical evidence focus on system convergence and to eigenvalues relationship of non negative rank one perturbation of domestic input-output coefficient matrix. The main conclusion is that all measures of system's convergence have the same trend. Specially the number of repetitions needed to reach 90% of multiplication between summation vector and equilibrium domestic gross output vector, are in compliance with the absolute value of dominant eigenvalue of domestic input-output coefficients plus household consumption demand for domestically produced commodities matrices. Additionally the number of repetitions needed to reach 90% of multiplication between summation vector and equilibrium domestic gross output vector are in compliance with the geometricmean of multiplication's rate of change between summation vector and domestic gross output vector for all ten worlds' largest economies. Comparing ten largest economies graphs of absolute values of eigenvalues ranking concerning rank one perturbation matrices is concluded that changes in shape are visible between 20th - 30th eigenvalue in descending magnitude order using semi-logarithmic horizontal axis while the original graphs (without using semi-logarithmic horizontal axis) have a descending logarithmic trend.

Keywords: Dynamic demand multiplier, Eigenvalues ranking, System's convergence, Sraffian theory

Πίνακας Περιεχομένων

Περίληψη.....	4
Abstract.....	5
Κεφάλαιο 1ο Μαθηματικό Υπόβαθρο.....	7
1.1 Εισαγωγή.....	7
1.2 Οι δυναμικές εξισώσεις στα οικονομικά.....	7
1.3 Εισαγωγή στις Ιδιοτιμές και Ιδιοδιανύσματα.....	8
1.4 Θεωρία Εξισώσεων Διαφορών-Δυναμικών Εξισώσεων.....	9
Κεφάλαιο 2ο Το θεωρητικό Πλαίσιο.....	12
2.2 Ο Σραφφαϊανός Πολλαπλασιαστής Ζήτησης-Εισαγωγή.....	12
2.2 Ένα μετακευνσιανό-Σραφφαϊανό-μοντέλο μιας χώρας.....	14
2.2.1 Εισαγωγικά.....	14
2.2.2 Στατικές και Δυναμικές Μήτρες Πολλαπλασιαστών Ζήτησης.....	16
Κεφάλαιο 3ο Εμπειρική Διερεύνηση.....	20
3.1 Εισαγωγή.....	20
3.2 Επεξεργασία αποτελεσμάτων.....	20
3.3 Συμπεράσματα Εμπειρικής Διερεύνησης.....	22
Βιβλιογραφία.....	24
Παράρτημα Α. Τα γραφήματα κατάταξης των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών των μητρών D και C_d+D για όλες τις χώρες και οι αριθμητικοί-γεωμετρικοί μέσοι όροι των απόλυτων τιμών τους (ο οριζόντιος άξονας έχει σχεδιασθεί σε λογαριθμική κλίμακα)..	27
Παράρτημα Β. Διαγράμματα εξέλιξης και πίνακες εξέλιξης και μεταβολής του αθροίσματος των στοιχείων του διανύσματος του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος για τις δέκα μεγαλύτερες οικονομίες.....	33

Κεφάλαιο 1ο Μαθηματικό Υπόβαθρο

1.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο 1 γίνεται μια εισαγωγική παρουσίαση στο απαιτούμενο μαθηματικό υπόβαθρο πάνω στο οποίο στηρίζεται η παρούσα διπλωματική εργασία ώστε αυτή να είναι το δυνατόν πιο κατανοητή και «φιλική» στον αναγνώστη. Πιο συγκεκριμένα γίνεται αναφορά στις δυναμικές εξισώσεις και πώς αυτές κατέχουν κυρίαρχη θέση στην οικονομία. Στη συνέχεια παρουσιάζονται βασικά στοιχεία της γραμμικής άλγεβρας που αφορούν θεωρία γύρω από τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα. Στην τελευταία παράγραφο γίνεται αναφορά στην θεωρία εξισώσεων διαφορών η μελέτη της οποίας είναι απαραίτητη προκειμένου να γίνει κατανοητή η παράγραφος της εμπειρικής διερεύνησης σε επόμενο κεφάλαιο.

1.2 Οι δυναμικές εξισώσεις στα οικονομικά

Η δυναμική οικονομική κατέχει τα τελευταία έτη εξέχουσα θέση στα οικονομικά. Η επιρροή αυτή εμφανίζεται τόσο στη Μακροοικονομία όσο και στη Μικροοικονομία με την επιρροή όμως στην Μακροοικονομία να είναι μεγαλύτερη. Οι οικονομολόγοι γνώριζαν ανέκαθεν ότι ο κόσμος είναι δυναμικός παρόλα ταύτα όμως τα βιβλία και τα άρθρα των τελευταίων είκοσι περίπου ετών θα έκαναν κάποιον να αναρωτηθεί αν το πίστευαν πραγματικά. Με λίγες εξαιρέσεις, η δυναμική απουσίαζε σημαντικά από δημοσιευμένα έργα. Αυτό άρχισε να αλλάζει τη δεκαετία του 1970 η οποία αποτέλεσε ορόσημο τόσο στην οικονομική ανάλυση όσο και στην οικονομική πολιτική.

Οι οικονομικές σχέσεις κατέρρευσαν, ο στασιμοπληθωρισμός έγινε χαρακτηριστικός πολλών Δυτικών οικονομιών και οι συντηρητικές πολιτικές έγιναν εξέχουσες. Οι οικονομικές θεωρίες και πιο ειδικά οι μακροοικονομικές θεωρίες κατέρρεαν ή στην καλύτερη περίπτωση έδιναν κακές προβλέψεις των οικονομικών αλλαγών. Η πιο εμφανής αλλαγή των δυτικών οικονομιών ήταν η γρήγορη (και επιταχυνόμενη) αύξηση του πληθωρισμού που σημειώθηκε με την αύξηση της ανεργίας. Οι πληθυσμοί άρχισαν να αναμένουν αυξήσεις τιμών και να τις ενσωματώσουν στη λήψη των αποφάσεών τους. Αν έπρεπε να μοντελοποιηθεί μια τέτοια συμπεριφορά, τότε αναπόφευκτα θα περιλάμβανε ένα δυναμικό μοντέλο της μακροοικονομίας. Όλο και περισσότερα άρθρα επομένως υποστήριζαν δυναμικά μοντέλα τα οποία περιελάμβαναν πληθωριστικές προσδοκίες.

Ο πληθωρισμός, ωστόσο, δεν ήταν το μόνο ζήτημα. Ενώ ο πληθωρισμός αυξήθηκε καθόσον ο Οργανισμός Εξαγωγών Πετρελαιοπαραγωγών Χωρών άλλαξε την τιμή του πετρελαίου και οι χώρες ανακάλυψαν μεγάλα κοιτάσματα πόρων, υπήρξαν σημαντικές αλλαγές στην κατάσταση του ισοζυγίου πληρωμών των χωρών. Οι μακροοικονομολόγοι είχαν εξετάσει για πολύ καιρό τα μοντέλα τους στο πλαίσιο μιας κλειστής οικονομίας. Με τέτοιες αλλαγές, το σύστημα σταθερής ισοτιμίας που λειτουργούσε από το 1945 έως το 1973 έπρεπε να δώσει τη θέση της στην διακύμανση.

Η γενικευμένη διακύμανση ξεκίνησε στα μέσα του 1973. Αυτό δεν θα ήταν πρόβλημα εάν οι οικονομίες ήταν κλειστές αλλά το εμπόριο αγαθών και υπηρεσιών αυξανόταν για τις περισσότερες χώρες. Ακόμα περισσότερο σημαντική ήταν η αύξηση των ροών κεφαλαίων μεταξύ των χωρών. Οι παλιότερες εμπορικές θεωρίες επικεντρώνονται στους τρέχοντες λογαριασμούς αλλά με την αύξηση των ροών κεφαλαίων αυτά τα μοντέλα έγιναν μη ρεαλιστικά. Ο συνδυασμός μεγάλων διαρθρωτικών αλλαγών και οι αυξημένες ροές κεφαλαίων σήμαιναν ότι οι συναλλαγματικές ισοτιμίες είχαν σημαντικές επιπτώσεις σε πολλές οικονομίες. Η μακροοικονομία δεν ήταν δυνατό πλέον να μοντελοποιηθεί ως κλειστή οικονομία έπρεπε όμως, ειδικά μετά την εμφάνιση των κυμαινόμενων αλλαγών στο χρηματιστήριο. Επιπρόσθετα όπως και με τον πληθωρισμό οι συμμετέχοντες στην αγορά άρχισαν να διατυπώνουν προσδοκίες σχετικά με τις κινήσεις των συναλλαγματικών ισοτιμιών και να ενεργούν ανάλογα, οπότε η μοντελοποίηση προσδοκιών συναλλαγματικών ισοτιμιών έγινε θεμελιώδης η οποία είναι αναπόφευκτα δυναμική.

Οι ροές συνήθως λαμβάνουν χώρα την ίδια χρονική περίοδο ενώ οι μετοχές είναι σημεία στο χρόνο. Προκειμένου να αλλάξει το ύψος των μετοχών σε μία συγκεκριμένη τιμή απαιτούνται πολλοί περίοδοι μέσω ροών προσαρμογής οι οποίες από τη φύση τους είναι δυναμικές. Αυτές οι ροές προσαρμογής έγιναν ιδιαίτερα σημαντικές περί το 1970 και προκειμένου να μοντελοποιηθούν με μεγάλη ακρίβεια θα έπρεπε τα μοντέλα να είναι πιο δυναμικά. Η είσοδος των δυναμικών μοντέλων γίνεται με δύο τρόπους στα Οικονομικά. Ο πρώτος σχετίζεται με τις φυσικές επιστήμες και σε αυτόν, το παρόν εξαρτάται από το παρελθόν με την εξής γενική μορφή :

$$y_t = f(y_{t-1}) \quad (1.1)$$

Ο δεύτερος τρόπος ο οποίος δεν σχετίζεται με τις φυσικές επιστήμες και κέντρισε το ενδιαφέρον το 1970, έχει να κάνει με το γεγονός ότι οι οικονομικοί παράγοντες στο παρόν έχουν προσδοκίες για το μέλλον με την εξής γενική μορφή για διάστημα μιας περιόδου από το παρόν (R.Shone 2002, p 5-7):

$$y_t = g(E_{t+1}) \quad (1.2)$$

1.3 Εισαγωγή στις Ιδιοτιμές και Ιδιοδιανύσματα

Ένας αριθμός λ αποτελεί την ιδιοτιμή μιας $n \times n$ μήτρας εάν υπάρχει ένα μη μηδενικό διάνυσμα x διάστασης n τέτοιο ώστε :

$$\mathbf{Ax}=\lambda\mathbf{x} \quad (1.3)$$

Το διάνυσμα $\mathbf{x}$ διάστασης n αποτελεί το ιδιοδιάνυσμα της μήτρας $\mathbf{A}$. Κάθε $n \times n$ πίνακας έχει κατ' ελάχιστο μια μη μηδενική ιδιοτιμή και ένα μη μηδενικό ιδιοδιάνυσμα. Η απαραίτητη και ικανή συνθήκη για μια τιμή λ να αποτελεί ιδιοτιμή μιας μήτρας $\mathbf{A}$ διάστασης $n \times n$ είναι η χαρακτηριστική εξίσωση της μήτρας $\mathbf{A}$ δηλαδή η :

$$\mathbf{Ax}=\lambda\mathbf{x} \quad (1.4)$$

Τα ιδιοδιανύσματα μπορεί να είναι είτε δεξιά αν εμφανίζονται ως στήλες στο δεξί μέρος της μήτρας $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A}\mathbf{e}_i=\lambda_i\mathbf{e}_i \quad (1.5)$$

είτε αριστερά αν πολλαπλασιάζονται ως γραμμές στο αριστερό μέρος της μήτρας $\mathbf{A}$ (David G.Luenberger, 1979):

$$\mathbf{f}_i^T\mathbf{A}=\lambda_i\mathbf{f}_i^T \quad (1.6)$$

1.4 Θεωρία Εξισώσεων Διαφορών-Δυναμικών Εξισώσεων

Οι συνήθεις εξισώσεις διαφορών (όπως και οι διαφορικές εξισώσεις) αποτελούν εργαλεία για την αναπαράσταση δυναμικών καταστάσεων. Η γενική μορφή των εξισώσεων διαφορών συνδέει τα σημεία ή περιόδους έστω k , με την τιμή $y(k)$ η οποία σχετίζεται με τα σημεία αυτά. Ένα απλό παράδειγμα εξίσωσης διαφορών είναι το :

$$y(k+1)=ay(k) \text{ για } k=0,1,2,\dots \quad \text{ή} \quad y(k+1)=Ay(k) \text{ για σύστημα, όπου } A \text{ τετραγωνική μήτρα} \quad (1.7)$$

Γενικότερα υπάρχουν ακόμη πιο πολύπλοκες μορφές εξισώσεων διαφορών ενώ ο όρος εξισώσεις διαφορών χρησιμοποιείται για να δείξει ότι τα σημεία ή περίοδοι στην εξίσωση μετακινούνται ανάλογα με την τιμή του δείκτη k . Η τάξη της εξίσωσης διαφορών είναι η διαφορά του μεγαλύτερου από τον μικρότερο δείκτη που εμφανίζεται στην εξίσωση. Μια εξίσωση διαφορών καλείται γραμμική εαν έχει αυτή τη μορφή:

$$a_n(k)y(k+n)+a_{n-1}(k)y(k+n-1)+\dots+a_1(k)y(k+1)+a_0(k)y(k)=g(k) \quad (1.8)$$

Η λύση της μιας εξίσωσης διαφορών είναι μια συνάρτηση $y(k)$ η οποία οδηγεί την εξίσωση σε ταυτότητα. Η γενική μορφή μιας εξίσωσης διαφορών μη ομογενής πρώτης τάξης είναι :

$$y(k+1)=ay(k)+b \quad (1.9)$$

όπου a σταθερός συντελεστής και b σταθερός όρος ή εξωτερική δύναμη που ασκείται στο σύστημα .

Το μη ομογενές σύστημα διαφορών της μορφής της εξίσωσης

$$\mathbf{x}(k+1)=\mathbf{Ax}(k)+\mathbf{b} \quad (1.10)$$

έχει σημείο ισορροπίας το :

$$\mathbf{x}^*=\mathbf{Ax}^*+\mathbf{b} \quad (1.11)$$

Εάν η μονάδα δεν είναι ιδιοτιμή της μήτρας $\mathbf{A}$, τότε η μήτρα $\mathbf{I}-\mathbf{A}$ είναι μη ιδιάζουσα (non singular) δηλαδή μήτρα της οποίας η ορίζουσα δεν είναι μηδέν και τάξης (αριθμός γραμμικά ανεξάρτητων διανυσμάτων) ίσης με τη διάσταση της μήτρας οπότε και υπάρχει μοναδική λύση αλλά και αντιστροφή της μήτρας :

$$\mathbf{x}^*=\mathbf{Ax}^*+\mathbf{b} \quad (1.12)$$

Εάν η μονάδα είναι ιδιοτιμή του συστήματος τότε μπορεί να μην υπάρχει σημείο ισορροπίας ή να υπάρχουν άπειρα σημεία ισορροπίας εξαρτώμενο από το αν η εξίσωση (1.11) αντιπροσωπεύει ένα συνεπές σύνολο εξισώσεων δηλαδή υπάρχει μια τιμή για κάθε εξίσωση ώστε αυτή να καταλήγει σε ταυτότητα.

Ένα σημείο ισορροπίας $\mathbf{x}^*$ του συστήματος (1.10) είναι ασυμπτωματικά σταθερό αν για κάθε αρχική συνθήκη το $\mathbf{x}$ τείνει στο $\mathbf{x}^*$ καθώς ο χρόνος αυξάνεται και ασυμπτωματικά μη σταθερό αν το $\mathbf{x}$ τείνει στο άπειρο καθώς ο χρόνος αυξάνεται. Η ικανή και απαραίτητη συνθήκη για ένα σημείο ισορροπίας του συστήματος (1.10) να είναι ασυμπτωματικά σταθερό είναι οι ιδιοτιμές της μήτρας $\mathbf{A}$ να έχουν μέτρο μικρότερο του ένα. Εάν έστω και μια ιδιοτιμή είναι μεγαλύτερη του ενός τότε το σημείο ισορροπίας είναι ασυμπτωματικά ασταθές.

Εάν για το σύστημα (1.10) υποτεθεί ότι έχει ιδιοτιμές $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ με $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n|$ (μέτρα των ιδιοτιμών) τότε η ιδιοτιμή λ_1 με το μεγαλύτερο μέτρο καλείται κυρίαρχη ιδιοτιμή. Ο ρυθμός με τον οποίο το $\mathbf{x}$ συγκλίνει στο $\mathbf{x}^*$ καταδεικνύεται από την ιδιοτιμή με το μεγαλύτερο μέτρο. Καθώς το διάνυσμα σφάλματος $\mathbf{x}(k)-\mathbf{x}^*$ τείνει στο μηδέν, ευθυγραμμίζεται με το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα.

Ένα ομογενές γραμμικό σύστημα της μορφής (1.7) καλείται θετικό όταν οι τιμές των μεταβλητών κατάστασης ($\mathbf{x}(k)$ για τις εξισώσεις διαφορών) είναι θετικές ή τουλάχιστον μη αρνητικές. Εάν το διάνυσμα κατάστασης $\mathbf{x}(k)$ είναι μη αρνητικό και η μήτρα $\mathbf{A}$ είναι επίσης μη αρνητική τότε το διάνυσμα κατάστασης $\mathbf{x}(k+1)$ είναι επίσης μη αρνητικό.

Ένα μη ομογενές γραμμικό σύστημα της μορφής (1.10) καλείται μη αρνητικό όταν $\mathbf{A} \geq 0$ και $\mathbf{b} \geq 0$ για κάθε μη αρνητική αρχική συνθήκη $\mathbf{x}(0)$. Γι' αυτό το σύστημα εάν υπάρχει διάνυσμα ισορροπίας $\mathbf{x}^*$ τότε οι ιδιοτιμές θα έχουν μέτρο μικρότερο της μονάδας (David G.Luenberger, 1979).

Κεφάλαιο 2ο Το θεωρητικό Πλαίσιο

2.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο το οποίο στηρίζεται εξ' ολοκλήρου στο T. Mariolis and N. Ntemiroglou (mimeo, 2022) γίνεται παρουσίαση του (οικονομικού) θεωρητικού υπόβαθρου στο οποίο στηρίζεται η παρούσα μελέτη. Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζονται στοιχεία που αφορούν τον Σραφφαϊανό Πολλαπλασιαστή Ζήτησης και στη συνέχεια παρουσιάζεται το μοντέλο στο οποίο περιλαμβάνεται και ο δυναμικός πολλαπλασιαστής ο οποίος μελετάται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Το μοντέλο αφορά μια ανοιχτή, γραμμική-κλασική οικονομία που περιλαμβάνει μόνο απλά προϊόντα, «βασικά» εμπορεύματα (με την έννοια του Sraffa, 1960, σελ. 7–8), κυκλοφορούν κεφάλαιο και ανταγωνιστικές εισαγωγές. Με την υπόθεση ότι: (i) η οικονομία είναι «βιώσιμη», δηλαδή, η ιδιοτιμή Perron–Frobenius (στο εξής P–F) του πίνακα των συνολικών (εγχώριων συν εισαγόμενων) συντελεστών εισροής-εκροής είναι μικρότερη από 1, (ii) η εργασία είναι ομοιογενής σε κάθε κλάδο αλλά ετερογενής μεταξύ των βιομηχανιών, (iii) το καθαρό προϊόν διανέμεται στα κέρδη και στους μισθούς που καταβάλλονται στο τέλος της κοινής περιόδου παραγωγής, (iv) η τιμή ενός εμπορεύματος που λαμβάνεται ως παραγωγή στο τέλος της περιόδου παραγωγής είναι η ίδια με την τιμή αυτού του εμπορεύματος που χρησιμοποιήθηκε ως εισροή στην αρχή αυτής της περιόδου («στατικές τιμές»), (v) οι συντελεστές εισροών-εκροών και τα κλαδικά ποσοστά κέρδους και μισθών είναι δεδομένα και σταθερά. Ως εκ τούτου, οι τιμές των εμπορευμάτων είναι επίσης δεδομένες και σταθερές («οικονομία σταθερής τιμής»), (vi) τα πρότυπα της καταναλωτικής ζήτησης των νοικοκυριών για εγχώρια παραγόμενα και εισαγόμενα εμπορεύματα είναι ομοιόμορφα, μεταξύ των τύπων εισοδήματος, δεδομένα και σταθερά και (vii) η εγχώρια παραγωγή καθορίζεται από την ενεργό ζήτηση, δηλαδή την καταναλωτική ζήτηση των νοικοκυριών, η οποία καθορίζεται ενδογενώς, και την αυτόνομη ζήτηση (κρατική δαπάνη, καθαρές επενδύσεις και εξαγωγές), ενώ δεν υπάρχουν ποσοτικοί περιορισμοί ή περιορισμοί εργασίας στη διαδικασία του πολλαπλασιαστή. Με τις ανωτέρω προϋποθέσεις και υποθέσεις αναπτύσσεται το μοντέλο .

2.2 Ο Σραφφαϊανός Πολλαπλασιαστής Ζήτησης-Εισαγωγή

Μετά το 2008¹ πραγματοποιούνται πολιτικά προσανατολισμένες εμπειρικές και θεωρητικές συζητήσεις για το μέγεθος των πολλαπλασιαστών ζήτησης και ιδιαίτερα για τον δημοσιονομικό πολλαπλασιαστή ενώ η εφαρμογή οριζόντιων δημοσιονομικών μέτρων μετά το 2010 στις Νότιες οικονομίες της Ευρωζώνης έδειξε ότι το μέγεθος των πολλαπλασιαστών ζήτησης καθώς και τα διαφοροποιημένα χαρακτηριστικά της κάθε οικονομίας θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη πριν την υιοθέτηση οποιονδήποτε μέτρων πολιτικής². Για παράδειγμα αρκετές εμπειρικές εκτιμήσεις των δημοσιονομικών

1 Το κεφάλαιο 2 στηρίζεται στο T. Mariolis and N. Ntemiroglou (mimeo, 2022)

2 Ο δημοσιονομικός πολλαπλασιαστής ορίζεται συνήθως ως ο λόγος μιας μεταβολής της παραγωγής προς μια εξωγενή μεταβολή των κρατικών δαπανών («πολλαπλασιαστής δημοσιονομικών δαπανών»)

πολλαπλασιαστών βρίσκονται στο εύρος 0.5 με 2 υποδηλώνοντας ότι οι δημοσιονομικοί πολλαπλασιαστές αυξάνονται περισσότερο σε μια ύφεση παρά μειώνονται σε μία μεγέθυνση και ότι οι πολλαπλασιαστές δημοσιονομικών δαπανών τείνουν να είναι (αλλά δεν είναι απαραίτητα) μεγαλύτεροι από τους πολλαπλασιαστές δημοσιονομικών εσόδων (βλέπε π.χ Batini, et al., 2014, και Ramey, 2019)³.

Επιπλέον, οι Charles (2016) και Charles et al. (2015, 2018) υποστηρίζουν, τόσο εμπειρικά (επίσης ειδικά όσον αφορά τις οικονομίες της Νότιας Ευρωζώνης) όσο και θεωρητικά (μέσα στα συγκεντρωτικά μετακευνσιανά μοντέλα), ότι οι τιμές του δημοσιονομικού πολλαπλασιαστή είναι πιθανώς μεγαλύτερες από 1 και κατά τη διάρκεια σημαντικών υφέσεων, οι μειώσεις στο δείκτη αποταμίευσης από τα κέρδη ή/και η τάση για εισαγωγή είναι αρκετά μεγάλες ώστε να αυξήσουν αυτές τις αξίες. Τέλος, με βάση την «Κευνσιανή αριθμητική», ο Leão (2013) καταλήγει στο συμπέρασμα ότι οι πραγματικές τιμές πολλαπλασιαστή για τις κρατικές δαπάνες είναι στην περιοχή από 1,4 έως 1,9 για – σχετικά – «ανοιχτές οικονομίες» και υψηλότερες για «κλειστές οικονομίες» όπως οι ΗΠΑ ή η Ευρωπαϊκή Ένωση στο σύνολό της» (σελ. 463) και ως εκ τούτου διασφαλίζεται ότι, κάτω από την πλήρη απασχόληση, η αύξηση των κρατικών δαπανών μειώνει τον λόγο χρέους προς το ΑΕΠ.

Όπως είναι γνωστό, η έννοια του αυτόνομου πολλαπλασιαστή ζήτησης, τουλάχιστον στην παραδοσιακή του μορφή, εισήχθη για πρώτη φορά από τον Kahn (1931), και στη συνέχεια αναπτύχθηκε περαιτέρω από τον Keynes (1936, Κεφ. 10). Μπορεί επίσης να εντοπιστεί στη θεωρία του κέρδους του Kalecki ([1933] 1990), αν και, όπως υποστηρίζει ο Sawyer (2008), δεν κατέχει κεντρική θέση στο έργο του Kalecki. Ωστόσο, από τις συνεισφορές των Leontief (1941, 1946), Goodwin (1949) και Chipman (1950), αναγνωρίστηκε σταδιακά ότι οι πολλαπλασιαστές που συνδέουν την αυτόνομη ζήτηση με την παραγωγή, τις εισαγωγές και την απασχόληση δεν είναι βαθμωτά μεγέθη αλλά μήτρες που αντανακλούν τις υποκείμενες διατομεακές σχέσεις παραγωγής⁴. Συνδέοντας αυτή τη γραμμή έρευνας με τη θεωρία του Sraffa (1960) για τις τιμές και την κατανομή του εισοδήματος, ο Kurz (1985) επέκτεινε την έννοια του πολλαπλασιαστή στατικής μήτρας της αυτόνομης ζήτησης σε Σραφφαϊανή κλειστή-χωρίς πλαίσια κράτους-οικονομία. Έτσι, έδειξε ότι δεν υπάρχει αυτή η μορφή του πολλαπλασιαστή, ενώ τα πολλαπλασιαστικά αποτελέσματα εξαρτώνται, με έναν μάλλον περίπλοκο τρόπο, από τις (i) τεχνικές συνθήκες παραγωγής, (ii) κατανομή εισοδήματος – τιμές

ή εναλλακτικά ως μια εξωγενή μεταβολή του δημοσιονομικού ελλείμματος σε σχέση με τις αντίστοιχες βασικές γραμμές (δηλαδή δυνητικό προϊόν και διαρθρωτικό έλλειμμα αντίστοιχα) βλέπε π.χ Spilimbergo et al., 2009 σελ 2 και 7-12).

3 Πρέπει να σημειωθεί ότι σε μια πρόσφατη στατιστική ανάλυση πάνω στον υπολογισμό του πολλαπλασιαστή που έγινε με χρήση δεδομένων από περισσότερες από 100 επιστημονικές μελέτες οι Asatryan et al (2020) υποστήριξαν την υπόθεση ότι το εθνικό υπόβαθρο και ο προσανατολισμός της οικονομικής πολιτικής ενός ερευνητή συσχετίζονται με τους εκτιμώμενους πολλαπλασιαστές.

4 Για τις Καλκεϊανές και τις μετα-Κευνσιανές εξερευνήσεις των πολλαπλασιαστών Kahn–Keynes και Kaldor (1955), βλέπε Gnos and Rochon (2008). Για τους πολλαπλασιαστές της παραδοσιακής ανάλυσης εισροών-εκροών, βλέπε, π.χ. Miller and Blair (2009, Κεφ. 6). Τέλος, για τις μαρξικές εκδοχές των προαναφερθέντων πολλαπλασιαστών, βλ. π.χ. Hartwig (2004)

εμπορευμάτων, (iii) αναλογίες αποταμίευσης από μισθούς και κέρδη, (iv) καταναλωτικά πρότυπα που σχετίζονται με μισθούς και κέρδη και (v) φυσική σύνθεση της καθαρής επένδυσης, επομένως μεγαλύτερος όγκος σε όρους τιμών καθαρών επενδύσεων δεν συνδέονται απαραίτητα με μεγαλύτερα επίπεδα συνολικού εισοδήματος και απασχόλησης.

Επίσης μπορεί ναδειχθεί ότι οι μήτρες πολλαπλασιαστών ζήτησης σε Στραφφαϊανά πλαίσια περιλαμβάνουν, ως ειδικές εκδόσεις ή περιοριστικές περιπτώσεις, τους πολλαπλασιαστές Keynes και Kaldor, τους αντίστοιχους πολλαπλασιαστές της παραδοσιακής ανάλυσης εισροών-εκροών και τις Μαρξικές εκδόσεις τους⁵. Τέλος, επεκτείνοντας το αναλυτικό πλαίσιο του Kurz για τις περιπτώσεις ανοιχτής κρατικής οικονομίας και με χρήση δεδομένων από πίνακες εισροών-εκροών του Ελληνικού Εθνικού Συμβουλίου Παραγωγικότητας (2019, σελ. 69–72, 2020, σελ. 32–50) οι Μαριόλης και Σόκλης (2018), Μαριόλης κ.ά. (2018, 2021α, β), Ντεμίρογλου (2016) και Ροδουσάκης και Σώκλης (2021) παρείχαν εκτιμήσεις και πολιτικά προσανατολισμένες αναλύσεις στις μήτρες πολλαπλασιαστών ζήτησης στατικής παραγωγής, εισαγωγής και απασχόλησης για την Ευρωζώνη (συνολικά) και για την Γερμανική, Ελληνική, και την Ισπανική οικονομία (της περιόδου 2000–2015). Τα εμπειρικά ευρήματά τους είναι μάλλον σύμφωνα με εκείνα της σχετικής (μετα) Κεϋνσιανής βιβλιογραφίας και ανάλυσης εισροών-εκροών (επιπλέον των προαναφερθέντων μελετών, βλ. π.χ. Garbellini et al., 2014, Laski et al., 2009 και Pusch, 2012), και όχι σε αντίθεση με τις παρατηρούμενες υφέσεις μετά το 2010 σε αυτές τις οικονομίες.

2.2 Ένα μετακεϋνσιανό-Στραφφαϊανό-μοντέλο μιας χώρας

2.2.1 Εισαγωγικά

Έστω μια ανοιχτή, γραμμική-κλασική οικονομία που περιλαμβάνει μόνο απλά προϊόντα, «βασικά» εμπορεύματα (με την έννοια του Sraffa, 1960, σελ. 7–8), κυκλοφορούν κεφάλαιο και ανταγωνιστικές εισαγωγές. Ας υποθέσουμε ότι: (i) η οικονομία είναι «βιώσιμη», δηλαδή, η ιδιοτιμή Perron–Frobenius (στο εξής P–F) του πίνακα των συνολικών (εγχώριων συν εισαγόμενων) συντελεστών εισροής-εκροής είναι μικρότερη από 1, (ii) η εργασία είναι ομοιογενής σε κάθε κλάδο αλλά ετερογενής μεταξύ των βιομηχανιών, (iii) το καθαρό προϊόν διανέμεται στα κέρδη και στους μισθούς που καταβάλλονται στο τέλος της κοινής περιόδου παραγωγής, (iv) η τιμή ενός εμπορεύματος που λαμβάνεται ως παραγωγή στο τέλος της περιόδου παραγωγής είναι η ίδια με την τιμή αυτού του εμπορεύματος που χρησιμοποιήθηκε ως εισροή στην αρχή αυτής της περιόδου («στατικές τιμές»), (v) οι συντελεστές εισροών-εκροών και τα κλαδικά ποσοστά κέρδους και μισθών είναι δεδομένα και σταθερά. Ως εκ τούτου, οι τιμές των εμπορευμάτων είναι επίσης δεδομένες και σταθερές («οικονομία σταθερής τιμής»), (vi) τα πρότυπα της καταναλωτικής ζήτησης των νοικοκυριών για εγχώρια παραγόμενα και εισαγόμενα εμπορεύματα είναι ομοιόμορφα, μεταξύ των τύπων

5 Για τις αποδείξεις βλέπε Kurz (1985, σελ 1266-127 και 133-134) και Μαριόλης (2018).

εισοδήματος, δεδομένα και σταθερά και (vii) η εγχώρια παραγωγή καθορίζεται από την ενεργό ζήτηση, δηλαδή την καταναλωτική ζήτηση των νοικοκυριών, η οποία καθορίζεται ενδογενώς, και την αυτόνομη ζήτηση (κρατική δαπάνη, καθαρές επενδύσεις και εξαγωγές), ενώ δεν υπάρχουν ποσοτικοί περιορισμοί ή περιορισμοί εργασίας στη διαδικασία του πολλαπλασιαστή.

Με βάση αυτές τις παραδοχές το σύστημα τιμών περιγράφεται με την εξίσωση⁶,

$$\mathbf{p}^T = \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}} + \mathbf{p}^T \mathbf{A} [\mathbf{I}_n + \hat{\mathbf{r}}] \quad (2.1)$$

όπου $\mathbf{p}^T (> \mathbf{0}^T)$ δείχνει το $1 \times n$ διάνυσμα των τιμών των εμπορευμάτων, $\mathbf{w}^T (w_j > 0)$ το $1 \times n$ το διάνυσμα των ποσοστών των μισθών, $\hat{\mathbf{I}} (I_j > 0)$ τη $n \times n$ διαγώνια μήτρα των συντελεστών άμεσης εργασίας, $\mathbf{A} \equiv \mathbf{D} + \mathbf{M}$ η $n \times n$ μήτρα των συνολικών συντελεστών εισροών-εκροών (οι μήτρες των εγχώριων τεχνικών συντελεστών και των τεχνικών συντελεστών των εισαγωγών αντίστοιχα), $\mathbf{D}$, $\mathbf{M}$ οι μη αναγώγιμες μήτρες των εγχώριων και εισαγόμενων συντελεστών εισροών-εκροών, αντίστοιχως το, $\mathbf{I}_n$ είναι $n \times n$ μοναδιαία μήτρα και $\hat{\mathbf{r}} (r_j > 0)$ η $n \times n$ διαγώνια μήτρα των τομεακών ποσοστών κέρδους.

Από την άλλη πλευρά η ποσοτική πλευρά της οικονομίας περιγράφεται με τις εξισώσεις,

$$\mathbf{x} = \mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{c}_d + \mathbf{f}_d \quad (2.2)$$

$$\mathbf{I}\mathbf{m} = \mathbf{M}\mathbf{x} + \mathbf{c}_m + \mathbf{f}_m \quad (2.3)$$

όπου το $\mathbf{x}$ ισούται με το $n \times 1$ διάνυσμα της ακαθάριστης παραγωγής (ή της ακαθάριστης εγχώριας παραγωγής), $\mathbf{c}_d (\geq \mathbf{0})$ το $n \times 1$ διάνυσμα της καταναλωτικής ζήτησης των νοικοκυριών για εγχώρια παραγόμενα προϊόντα, $\mathbf{f}_d (\geq \mathbf{0})$ το $n \times 1$ διάνυσμα της αυτόνομης ζήτησης (κρατικές δαπάνες, καθαρές επενδύσεις και εξαγωγές) για τα εγχώρια παραγόμενα εμπορεύματα, $\mathbf{I}\mathbf{m}$ το $n \times 1$ διάνυσμα της συνολικής ζήτησης για εισαγωγές, $\mathbf{c}_m (\geq \mathbf{0})$ το $n \times 1$ διάνυσμα της ζήτησης κατανάλωσης των νοικοκυριών για

6 Το ανάστροφο ενός $n \times 1$ διανύσματος $\mathbf{x}=[x_i]$ συμβολίζεται με $\mathbf{x}^T$ και η διαγώνια μήτρα που σχηματίζεται από τα στοιχεία του $\mathbf{x}$ συμβολίζεται με $\hat{\mathbf{x}}$. Το $\mathbf{e}$ συμβολίζει το μοναδιαίο διάνυσμα δηλαδή $\mathbf{e}=[1,1,...,1]^T$ και το $\mathbf{e}_i$ το ίδιο διάνυσμα.

εισαγόμενα εμπορεύματα, και $\mathbf{f}_m (\geq \mathbf{0})$ το $n \times 1$ διάνυσμα της αυτόνομης ζήτησης (κρατικές δαπάνες και καθαρές επενδύσεις) για εισαγόμενα εμπορεύματα. Προσθέτοντας τις εξισώσεις (2.2) και (2.3) οδηγεί σε

$$\mathbf{x} + \mathbf{I}\mathbf{m} = \mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{M}\mathbf{x} + \mathbf{c}_d + \mathbf{c}_m + \mathbf{f}_d + \mathbf{f}_m$$

ή θέτοντας $\mathbf{c} \equiv \mathbf{c}_d + \mathbf{c}_m$, $\mathbf{f} \equiv \mathbf{f}_d + \mathbf{f}_m$ και $\mathbf{y} \equiv \mathbf{c} + \mathbf{f} - \mathbf{I}\mathbf{m}$,

$$\mathbf{y} = [\mathbf{I}_n - \mathbf{A}]\mathbf{x} \quad (2.4)$$

όπου το $\mathbf{c}$ υποδηλώνει το διάνυσμα της συνολικής ζήτησης κατανάλωσης των νοικοκυριών, το $\mathbf{f}$ το διάνυσμα της συνολικής αυτόνομης ζήτησης και το $\mathbf{y}$ το διάνυσμα της καθαρής παραγωγής.

2.2.2 Στατικές και Δυναμικές Μήτρες Πολλαπλασιαστών Ζήτησης

Εάν $\gamma_d (\geq 0)$, $\gamma_m (\geq 0)$ καταδεικνύουν τα πρότυπα της καταναλωτικής ζήτησης των νοικοκυριών για εγχώρια παραγόμενα και εισαγόμενα εμπορεύματα, αντίστοιχα, $\gamma \equiv \gamma_d + \gamma_m$, και $s_w (s_p)$ καταδεικνύουν τη ροπή προς αποταμίευση ως προς τους μισθούς (ως προς τα κέρδη), όπου $0 \leq s_w < s_p \leq 1$, τότε οι εξισώσεις (2.1), (2.2) και (2.3) υπονοούν ότι

$$\mathbf{c}_d = \{[(1-s_w)(\mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}}\mathbf{x})(\mathbf{p}^T \gamma)^{-1}] + [(1-s_p)(\mathbf{p}^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{r}}\mathbf{x})](\mathbf{p}^T \gamma)^{-1}\} \gamma_d \quad (2.5)$$

$$\mathbf{c}_m = \{[(1-s_w)(\mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}}\mathbf{x})(\mathbf{p}^T \gamma)^{-1}] + [(1-s_p)(\mathbf{p}^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{r}}\mathbf{x})](\mathbf{p}^T \gamma)^{-1}\} \gamma_m \quad (2.6)$$

όπου οι όροι μέσα στις παρενθέσεις αντιπροσωπεύουν τα επίπεδα των καταναλωτικών ζητήσεων ως προς τους μισθούς και ως προς τα κέρδη αντίστοιχα. Αντικαθιστώντας την εξίσωση (2.5) στην εξίσωση (2.2) και λαμβάνοντας υπόψη ότι $(\mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}}\mathbf{x})\gamma_d = (\gamma_d \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}})\mathbf{x}$ και $(\mathbf{p}^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{r}}\mathbf{x})\gamma_d = (\gamma_d \mathbf{p}^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{r}})\mathbf{x}$ τελικά παίρνουμε ότι

$$\mathbf{x} = [\mathbf{D} + \mathbf{C}_d] \mathbf{x} + \mathbf{f}_d \quad (2.7\alpha)$$

ή

$$\mathbf{G} \mathbf{x} = \mathbf{f}_d \quad (2.7\beta)$$

όπου $\mathbf{G} \equiv [\mathbf{I}_n - \mathbf{D} - \mathbf{C}_d]$ και

$$\mathbf{C}_d \equiv (\mathbf{p}^T \boldsymbol{\gamma})^{-1} \boldsymbol{\gamma}_d [(1 - s_w) \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}} + (1 - s_p) \mathbf{p}^T \mathbf{A} \hat{\mathbf{r}}] \quad (2.8)$$

είναι η μήτρα καταναλωτικής ζήτησης για εγχώρια παραγόμενα εμπορεύματα (ανά μονάδα ακαθάριστου προϊόντος κάθε εμπορεύματος). Η μήτρα $\mathbf{C}_d$ έχει τάξη (rank) ίση με 1, και η P-F ιδιοτιμή, λ_{C_d} , είναι μικρότερη από 1 (ενώ οι υπόλοιπες είναι ίσες με μηδέν) δηλαδή,

$$\lambda_{C_d} = (\mathbf{p}^T \boldsymbol{\gamma})^{-1} [(1 - s_w) \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}} + (1 - s_p) \mathbf{p}^T \mathbf{A} \hat{\mathbf{r}}] \boldsymbol{\gamma}_d$$

ή

$$\lambda_{C_d} = (1 - s_w) \alpha_{wd} + (1 - s_p) \alpha_{pd} < 1$$

επειδή $\alpha_{wd} + \alpha_{pd} < 1$, όπου $\alpha_{wd} \equiv \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}} \boldsymbol{\gamma}_d (\mathbf{p}^T \boldsymbol{\gamma})^{-1}$ και $\alpha_{pd} \equiv \mathbf{p}^T \mathbf{A} \hat{\mathbf{r}} \boldsymbol{\gamma}_d (\mathbf{p}^T \boldsymbol{\gamma})^{-1}$ [βλέπε εξίσωση (2.1)]. Επιπρόσθετα συνεπάγεται ότι

$$\mathbf{p}^T \mathbf{G} = \mathbf{p}^T [\mathbf{I}_n - \mathbf{D}] - \beta [(1 - s_w) \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}} + (1 - s_p) \mathbf{p}^T \mathbf{A} \hat{\mathbf{r}}] \quad (2.9)$$

όπου $\beta \equiv (\mathbf{p}^T \boldsymbol{\gamma}_d) (\mathbf{p}^T \boldsymbol{\gamma})^{-1} < 1$. Επειδή

$$\mathbf{p}^T [\mathbf{I}_n - \mathbf{D}] = \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}} + \mathbf{p}^T \mathbf{A} \hat{\mathbf{r}} + \mathbf{p}^T \mathbf{M}$$

και

$$1 - \beta(1 - s_q) = s_q + (1 - \beta)(1 - s_q), \quad q = w, p$$

η εξίσωση (2.9) μπορεί να γραφτεί ως εξής

$$\mathbf{p}^T \mathbf{G} = [s_w \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}} + s_p \mathbf{p}^T \mathbf{A} \hat{\mathbf{r}}] + (1 - \beta)[(1 - s_w) \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{I}} + (1 - s_p) \mathbf{p}^T \mathbf{A} \hat{\mathbf{r}}] + \mathbf{p}^T \mathbf{M} > \mathbf{0}^T \quad (2.10)$$

όπου $1 - \beta = (\mathbf{p}^T \gamma_m)(\mathbf{p}^T \gamma)^{-1}$. Δηλαδή, το $\mathbf{p}^T \mathbf{G}$ ισούται με τη νομισματική αξία του αθροίσματος των αποταμιεύσεων και των εισαγωγών τόσο για την κατανάλωση των νοικοκυριών όσο και για τις ενδιάμεσες εισροές (ανά μονάδα ακαθάριστου προϊόντος κάθε εμπορεύματος). Εφόσον (i) τα στοιχεία πλην της κυρίας διαγωνίου της $\mathbf{G}$ είναι όλα μη θετικά δηλαδή η $\mathbf{G}$ είναι μια “Z-μήτρα”; και (ii) υπάρχει ένα θετικό διάνυσμα τέτοιο ώστε το γινόμενό του με το $\mathbf{G}$ είναι θετικό [βλέπε εξίσωση (2.10)], συνεπάγεται ότι η $\mathbf{G}$ είναι μια μη ιδιάζουσα “M-μήτρα” (βλεπε για παράδειγμα, Berman and Plemmons, 1994, pp. 134–138), δηλαδή οι υποορίζουσες της είναι όλες θετικές, το πραγματικό μέρος των ιδιοτιμών της είναι όλα θετικά και $\mathbf{G}^{-1} > \mathbf{0}$. Επομένως η εξίσωση (2.7) έχει μια μοναδική θετική λύση για $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Pi}^x \mathbf{f}_d \quad (2.11)$$

όπου

$$\mathbf{\Pi}^x \equiv \mathbf{G}^{-1} = [\mathbf{I}_n - \mathbf{D} - \mathbf{C}_d]^{-1}$$

Οπότε προκύπτει ότι η $\mathbf{\Pi}^x$ είναι μια θετική μήτρα πολλαπλασιαστών η οποία συνδέει την αυτόνομη ζήτηση για εγχώρια παραγόμενα εμπορεύματα με το ακαθάριστο προϊόν. Όλα τα στοιχεία της είναι φθίνουσες συναρτήσεις των ροπών προς αποταμίευση και η P–F ιδιοτιμή της $[\mathbf{D} + \mathbf{C}_d]$ είναι μικρότερη από 1, και μπορεί ν’ αναπτυχθεί σε δυναμοσειρά:

$$\mathbf{\Pi}^x = \mathbf{I}_n + [\mathbf{D} + \mathbf{C}_d] + [\mathbf{D} + \mathbf{C}_d]^2 + \dots$$

το οποίο δείχνει ότι τα διαγώνια στοιχεία της $\mathbf{\Pi}^x$ είναι μεγαλύτερα από τη μονάδα. Επιπρόσθετα δείχνει ότι ο αντίστοιχος δυναμικός πολλαπλασιαστής της εξίσωσης (2.7α) καθορίζεται από την εξίσωση:

$$\mathbf{x}_t = [\mathbf{D} + \mathbf{C}_d] \mathbf{x}_{t-1} + \Delta \mathbf{f}_d \text{ για } t = 1, 2, \dots \quad (2.12)$$

όπου το $\Delta \mathbf{f}_d$ δείχνει μια μεταβολή στο $\mathbf{f}_d$ (βλέπε πχ Chipman, 1950) είναι σταθερή . Σημειώνεται ότι παρόλο που η μήτρα $\mathbf{D} + \mathbf{C}_d$ είναι μια μη αρνητική τάξης ένα διαταραχή της μήτρας $\mathbf{D}$, δεν υπάρχει, στη γενική περίπτωση, καμία συσχέτιση μεταξύ των ιδιοτιμών αυτών των πινάκων και επομένως και των ιδιοτιμών της μήτρας $\mathbf{\Pi}^x$ (βλέπε Bierkens and Ran, 2014).

Κεφάλαιο 3ο Εμπειρική Διερεύνηση

3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται και αναλύονται τα αποτελέσματα της διαξαχθείσας μελέτης. Η εργασία εστιάζεται στη μελέτη της εξίσωσης (2.12) με εφαρμογή στις δέκα (10) μεγαλύτερες οικονομίες του κόσμου δηλαδή για την Βραζιλία, Καναδά, Κίνα, Γαλλία, Γερμανία, Μεγάλη Βρετανία, Ινδία, Ιταλία, Ιαπωνία και Αμερική. Τα δεδομένα και πιο συγκεκριμένα οι πίνακες που χρησιμοποιήθηκαν των οποίων ο τρόπος χρήσης θα παρουσιαστεί αναλυτικά σε επόμενο κεφάλαιο, προέρχονται από τη “World Input Output Database” (National Input-Output Tables-NIOTs και Socio-Economic Accounts-[SEAs]). Η μελέτη γύρω από την εξίσωση (2.12) εστιάζεται στα εξής σημεία : (i) πόσο «γρήγορα» συγκλίνει (μελέτη ιδιοτιμών-γεωμετρικός και αριθμητικός μέσος όρος απόλυτων τιμών αυτών) , (ii) πόσο "διαταράσσει" τις ιδιοτιμές της D η προσθήκη της Cd η οποία έχει τάξη 1, οπότε είναι μια διαταραχή τάξης 1, (iii) πώς εξελίσσεται το βαθμωτό $\mathbf{e} \cdot \mathbf{x}_i$ ($\mathbf{e}=(1,1,\dots,1)^T$) δηλαδή του αθροίσματος των στοιχείων του διανύσματος του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος $\mathbf{x}_i$ με την πάροδο των επαναλήψεων, (iv) σε πόσες επαναλήψεις το σύστημα φτάνει στο 90% της τιμής $\mathbf{e} \cdot \mathbf{x}_{eq}$ δηλαδή στην τιμή του αθροίσματος των στοιχείων του διανύσματος ισορροπίας του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος, (v) υπολογισμός των μέσων όρων (αριθμητικός και γεωμετρικός) των μεταβολών του $\mathbf{e} \cdot \mathbf{x}_i$ δηλαδή του αθροίσματος των στοιχείων του διανύσματος του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος για τις επαναλήψεις που απαιτούνται ώστε να φτάσει το σύστημα στο 90% της τιμής του $\mathbf{e} \cdot \mathbf{x}_{eq}$ δηλαδή του αθροίσματος των στοιχείων του διανύσματος ισορροπίας του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος. Για το εξεταζόμενο σύστημα ισχύουν οι προϋποθέσεις της παραγράφου 2.2.1 και αποτελεί δεδομένο το γεγονός ότι συγκλίνει-ασυμπτωματικά σταθερό σύστημα καθόσον σε όλες τις περιπτώσεις η μέγιστη ιδιοτιμή (Perron Frobenius) είναι στο μέτρο μικρότερη της μονάδας.

3.2 Επεξεργασία αποτελεσμάτων

Στην μελέτη της εξίσωσης (2.12) τα διανύσματα της ακαθάριστης παραγωγής $\mathbf{x}_i$ είναι διαστάσεων 42x42, το διάνυσμα-μήτρα $\mathbf{D}+\mathbf{C}_d$ (διάνυσμα εγχώριων τεχνολογικών συντελεστών και καταναλωτικής ζήτησης για εγχώρια παραγόμενα εμπορεύματα) είναι διάστασης 42x42 και το $\mathbf{f}_d$ διάνυσμα αυτόνομης ζήτησης για τα εγχώρια παραγόμενα προϊόντα είναι διάστασης 42x1. Θεωρούμε ότι η αυτόνομη ζήτηση δηλαδή το $\Delta \mathbf{f}_d$ για κάθε εμπόρευμα αυξάνεται κατά 1/n μονάδα ($n=42$), επομένως $\Delta \mathbf{f}_d=[1/n, 1/n, 1/n, \dots, 1/n]^T$. Συναφώς με το κεφάλαιο ένα της παρούσας διπλωματικής εργασίας η εξίσωση (2.12) αποτελεί μια γραμμική εξίσωση διαφορών πρώτης τάξης, θετική και μη ομογενής. Καθώς οι επαναλήψεις τείνουν στο άπειρο το $\mathbf{x}_i$ τείνει στο $(\text{Inverse}[\mathbf{I}-(\mathbf{D}+\mathbf{C}_d)] \cdot \Delta \mathbf{f}_d)$ δηλαδή στη λύση του συστήματος :

$$\mathbf{x}^* = [\mathbf{D} + \mathbf{C}_d] \mathbf{x}^* + \Delta \mathbf{f}_d, \Delta \mathbf{f}_d = [1, 1, 1, \dots, 1]^T / n, n = 42 \text{ δηλαδή το πιο πάνω αναφερθέν ως } \mathbf{x}_{eq}$$

Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε για την εκτέλεση των πράξεων είναι το Wolfram Mathematica 11.3 στο οποίο έγινε εισαγωγή των δεδομένων από τη μορφή αρχείων Excel. Αρχικά έγινε υπολογισμός των μητρών $\mathbf{D}$ από τις μήτρες $\mathbf{A}$ και $\mathbf{M}$ (διότι $\mathbf{A} = \mathbf{D} + \mathbf{M}$) και μέσω των μητρών του πολλαπλασιαστική ακαθάριστου προϊόντος $\mathbf{\Pi}_x$ έγινε υπολογισμός των μητρών $\mathbf{D} + \mathbf{C}_d$, διότι $\mathbf{D} + \mathbf{C}_d = [\text{IdentityMatrix}[42] - \text{Inverse}[\mathbf{\Pi}_x]]$. Συνδυαστικά των παραπάνω ενεργειών υπολογίστηκαν οι μήτρες $\mathbf{C}_d$. Για λόγους εποπτείας χρησιμοποιείται σαν $\mathbf{x}_0$ η πραγματική ακαθάριστη εκροή δια του αθροίσματος όλων των στοιχείων της δηλαδή $\mathbf{x}_0 = \chi_0 / (\mathbf{e} \cdot \chi_0)$, όπου χ_0 η πραγματική ακαθάριστη εκροή η οποία αποτελεί την ισχύουσα εμπειρική εκροή για κάθε χώρα και αποτελεί δεδομένο της εργασίας προκειμένου να αποτελέσει την αφετηρία για την εκτέλεση των επαναλήψεων.

Στο Παράρτημα Α παρουσιάζονται τα γραφήματα των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών των μητρών $\mathbf{D}$ και $\mathbf{C}_d + \mathbf{D}$ καθώς και οι αριθμητικοί και γεωμετρικοί μέσοι όροι των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών (Πίνακας 1-Παράρτημα Α). Ο στόχος είναι να εξεταστεί αν και κατά πόσο επηρεάζει τις ιδιοτιμές της μήτρας $\mathbf{D}$ η προσθήκη της μήτρας $\mathbf{C}_d$ η οποία αποτελεί μια διαταραχή τάξης 1 (δηλαδή η μήτρα $\mathbf{D} + \mathbf{C}_d$ είναι μια μη αρνητική διαταραχή τάξης 1 της μήτρας $\mathbf{D}$). Για τα εξεταζόμενα συστήματα η ιδιοτιμή λ_1 με το μεγαλύτερο μέτρο καλείται κυρίαρχη ιδιοτιμή. Ο ρυθμός με τον οποίο το $\mathbf{x}_i$ συγκλίνει στο $\mathbf{x}^*$ καταδεικνύεται από την ιδιοτιμή με το μεγαλύτερο μέτρο. Καθώς το διάνυσμα σφάλματος $\mathbf{x}(\mathbf{k}) - \mathbf{x}^*$ τείνει στο μηδέν, ευθυγραμμίζεται με το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα. Από τη σύγκριση των αριθμητικών και γεωμετρικών μέσων όρων των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών στις περισσότερες των περιπτώσεων (εκτός από ορισμένες εξαιρέσεις που θα αναφερθούν παρακάτω) η αύξηση μετά την προσθήκη της μήτρας $\mathbf{C}_d$ είναι μικρότερη από το 10%. Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων του Παραρτήματος Α προκύπτει ότι τα μοτίβα των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών και στις δύο περιπτώσεις (μήτρα $\mathbf{D}$ -μήτρα $\mathbf{C}_d + \mathbf{D}$) είναι παρόμοια με αλλαγές στις μικρότερες ιδιοτιμές οι οποίες δεν επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό την ταχύτητα σύγκλισης. Στην περίπτωση του γεωμετρικού μέσου όρου της Γαλλίας το ποσοστό μεταβολής (-100%) οφείλεται στο γεγονός ότι η τελευταία ιδιοτιμή είναι πολύ κοντά στο μηδέν ενώ το αντίστοιχο ποσοστό μεταβολής στις ΗΠΑ (55.6%) δεν οδηγεί σε κάποιο συμπέρασμα καθώς το μοτίβο των ιδιοτιμών είναι παραπλήσιο και για τις δύο περιπτώσεις (δηλαδή τα γραφήματα κατάταξης ιδιοτιμών των δύο μητρών, εκτός των μικρότερων ιδιοτιμών) ενώ ο αριθμητικός μέσος όρος των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών μεταβάλλεται μόνο κατά 10% μετά την προσθήκη της μήτρας $\mathbf{C}_d$. Σύμφωνα με τα γραφήματα του Παραρτήματος Α η μεταβολή αυτή παρουσιάζεται κυρίως στις μικρότερες ιδιοτιμές δηλαδή μεταξύ 20ης- 30ης κατά φθίνουσα σειρά για όλες τις χώρες.

Αναφορικά με τη μελέτη της εξέλιξης του βαθμωτού $\mathbf{e} \cdot \mathbf{x}_i$ δηλαδή του αθροίσματος των στοιχείων του διανύσματος ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος $\mathbf{x}_i$ παρατηρείται ότι σε όλες τις περιπτώσεις αυτό κινείται ανοδικά προς την τιμή

ισορροπίας του (γνησίως αύξουσα και κοίλη συνάρτηση) δηλαδή την $e.x_{eq}$. Οι τιμές ισορροπίας που αντιστοιχούν θεωρητικά στο άπειρο πλήθος επαναλήψεων παρουσιάζονται αναλυτικά στον Πίνακα 2 του Παραρτήματος Β. Οι επαναλήψεις που απαιτούνται για το 90% της τελικής τιμής είναι λίγες συγκριτικά (συγκλίνει γρήγορα στο 90% του $e.x_{eq}$) με το θεωρητικό άπειρο πλήθος των επαναλήψεων και δείχνει ότι η ταχύτητα σύγκλισης στο 90% του $e.x_{eq}$ καθορίζεται από μικρό αριθμό επαναλήψεων (βλέπε πίνακα 2 του Παραρτήματος Β).

Τέλος ένα άλλο μέτρο της ταχύτητας σύγκλισης αποτελεί η μεταβολή των στοιχείων του βαθμωτού $100 * [(e.x_t - e.x_{t-1}) / e.x_{t-1}]$ (στην παρούσα εργασία υπολογίστηκαν οι ποσοστιαίες μεταβολές ως το 90% του $e.x_{eq}$). Από τον Πίνακα 3 του Παραρτήματος Β προκύπτει ότι καθώς οι επαναλήψεις πλησιάζουν στον αριθμό που απαιτείται ώστε η τιμή του βαθμωτού $e.x_{eq}$ να πάρει το 90% της τιμής του οι ποσοστιαίες μεταβολές μειώνονται και αυτό γιατί οι τιμές $e.x_t$ «προσεγγίζουν» την τιμή 90% $e.x_{eq}$ το οποίο είναι και αναμενόμενο καθώς όπως έχει αναφερθεί παραπάνω η εξέλιξη του βαθμωτού $e.x_t$ για όλες τις χώρες έχει ανοδική πορεία (γνησίως αύξουσα συνάρτηση του t).

3.3 Συμπεράσματα Εμπειρικής Διερεύνησης

Τα βασικά συμπεράσματα της ως άνω επεξεργασίας είναι τα κάτωθι:

- Από τη σύγκριση των αριθμητικών και γεωμετρικών μέσων όρων των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών στις περισσότερες των περιπτώσεων (εκτός από ορισμένες εξαιρέσεις που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.2) η αύξηση μετά την προσθήκη της μήτρας C_d είναι μικρότερη από το 10% στις περισσότερες των περιπτώσεων.
- Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων κατάταξης των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών των μητρών $D - C_d + D$ (μη αρνητική διαταραχή πρώτης τάξης) αλλαγές στο «μοτίβο» των γραφημάτων παρατηρούνται κυρίως μεταξύ της 20ης- 30ης ιδιοτιμής σε αύξουσα σειρά δηλαδή στις μικρότερες ιδιοτιμές. Σε όλες τις χώρες η κυρίαρχη ιδιοτιμή κατ' απόλυτη τιμή της μήτρας $C_d + D$ είναι μεγαλύτερη της μήτρας D . Τα διαγράμματα ακολουθούν φθίνουσα εκθετική τάση (για μη λογαριθμικό οριζόντιο άξονα).
- Το βαθμωτό $e.x_t$ δηλαδή το άθροισμα των στοιχείων του διανύσματος x_t (ακαθάριστο εγχώριο προϊόν) παρατηρείται ότι σε όλες τις περιπτώσεις κινείται ανοδικά προς την τιμή ισορροπίας του (γνησίως αύξουσα και κοίλη συνάρτηση) δηλαδή την $e.x_{eq}$.
- Οι επαναλήψεις που απαιτούνται για το 90% της τελικής τιμής δηλαδή της $e.x_{eq}$ - άθροισμα των στοιχείων του διανύσματος ισορροπίας του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος είναι λίγες συγκριτικά (το σύστημα συγκλίνει γρήγορα στο 90% του $e.x_{eq}$) με το θεωρητικό άπειρο πλήθος των επαναλήψεων και δείχνει ότι η ταχύτητα σύγκλισης στο 90% του $e.x_{eq}$ καθορίζεται από μικρό αριθμό επαναλήψεων.
- Καθώς οι επαναλήψεις πλησιάζουν στον αριθμό που απαιτείται ώστε η τιμή του βαθμωτού $e.x_{eq}$ να πάρει το 90% της τιμής του οι ποσοστιαίες μεταβολές του βαθμωτού $[(e.x_t - e.x_{t-1}) / e.x_{t-1}]$ μειώνονται.

Το μέτρο της κυρίαρχης ιδιοτιμής αποτελεί ένα μέτρο για την ταχύτητα σύγκλισης και μάλιστα όσο μικρότερο είναι αυτό τόσο πιο γρήγορα συγκλίνει το σύστημα. Κατά τη σύγκριση της ταχύτητας σύγκλισης μεταξύ των χωρών με τις δέκα μεγαλύτερες οικονομίες του κόσμου προκύπτει ότι ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτούνται ώστε να φτάσει το σύστημα στο 90% του $e.x_{eq}$ είναι ανάλογος με την απόλυτη τιμή της κυρίαρχης ιδιοτιμής (της μήτρας $D+C_d$) το οποίο σημαίνει ότι η μικρότερη απόλυτη τιμή κυρίαρχης ιδιοτιμής συγκλίνει πιο γρήγορα και επαληθεύεται καθόσον ο Καναδάς απαιτεί 4 επαναλήψεις για να φτάσει στο 90% του $e.x_{eq}$ και έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή ιδιοτιμής ($\lambda=0.621$). Κατ' αντιστοιχία και οι λοιπές χώρες, με την Κίνα να απαιτεί 9 επαναλήψεις (τις περισσότερες απ' όλες τις χώρες) καθόσον έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή κυρίαρχης ιδιοτιμής ($\lambda=0.788$).

Τέλος κατόπιν σύγκρισης της ποσοστιαίας μεταβολής του βαθμωτού $[(e.x_t - e.x_{t-1})/e.x_{t-1}]$ μεταξύ των χωρών μέχρι το σύστημα να φτάσει το 90% του $e.x_{eq}$ προκύπτει ότι η χώρα με το μεγαλύτερο γεωμετρικό μέσο όρο της ποσοστιαίας μεταβολής αυτής έχει τη μεγαλύτερη ταχύτητα σύγκλισης και ακολουθούν κατ' αντιστοιχία και οι λοιπές χώρες (κατά φθίνουσα σειρά του γεωμετρικού μέσου όρου των ποσοστιαίων μεταβολών). Εν προκειμένω ο Καναδάς το σύστημα του οποίου συγκλίνει στο 90% του $e.x_{eq}$ με 4 επαναλήψεις έχει το μεγαλύτερο γεωμετρικό μέσο όρο ποσοστιαίας μεταβολής ίσο με 18.5. Αντίθετα η Κίνα η οποία συγκλίνει στο 90% του $e.x_{eq}$ με 9 επαναλήψεις έχει το μικρότερο γεωμετρικό μέσο όρο ποσοστιαίας μεταβολής ίσο με 11. Δεν ισχύουν τα ίδια για το αριθμητικό μέσο όρο καθόσον υπάρχει εξαίρεση η οποία παρατηρείται στις χώρες Βραζιλία και Γερμανία όπου η πρώτη έχει αριθμητικό μέσο όρο των ποσοστιαίων μεταβολών ίσο με 23.1 με 6 επαναλήψεις για το 90% του $e.x_{eq}$, ενώ η Γερμανία έχει αριθμητικό μέσο όρο των ποσοστιαίων μεταβολών ίσο με 23 με 5 επαναλήψεις για το 90% του $e.x_{eq}$. Στις λοιπές χώρες ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα για τον αριθμητικό μέσο όρο, όπως με τον γεωμετρικό μέσο όρο, όσον αφορά την αντιστοιχία με τον αριθμό επαναλήψεων για το 90% του $e.x_{eq}$.

Βιβλιογραφία

Asatryan, Z., Havlik, A., Heinemann, F., & Nover, J. (2020). Biases in fiscal multiplier estimates. *European Journal of Political Economy*, 63. <https://doi.org/10.1016/j.ejpoleco.2020.101861>

Batini, N., Eyraud, L., Forni, L., & Weber, A. (2014). *Fiscal multipliers: Size, determinants, and use in macroeconomic projections*. IMF Technical Notes and Manuals, International Monetary Fund, Fiscal Affairs Department, 14/04, September 2014.

Berman, A., & Plemmons, R. J. (1994). *Nonnegative matrices in the mathematical sciences*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Bierkens, J., & Ran, A. (2014). A singular M-matrix perturbed by a nonnegative rank one matrix has positive principal minors; is it D-stable? *Linear Algebra and Its Applications*, 457, 191–208.

Charles, S., Dallery, T., & Marie, J. (2015). Why the Keynesian multiplier increases during hard times: A theoretical explanation based on rentiers' saving behaviour. *Metroeconomica*, 66(3), 451–473.

Charles, S., Dallery, T., & Marie, J. (2018). Why are Keynesian multipliers larger in hard times? A Palley–Aftalion–Pasinetti explanation. *Review of Radical Political Economics*, 50(4), 736–756.

Chipman, J. S. (1950). The multi-sector multiplier. *Econometrica*, 18(4), 355–374.

Garbellini, N., Marelli, E., & Wirkierman, A. L. (2014). Domestic demand and global production in the Eurozone: A multiregional input–output assessment of the global crisis. *International Review of Applied Economics*, 28(3), 336–364.

Gnos, C., & and L.-P. Rochon (Eds.). (2008). *The Keynesian multiplier*. London and New York: Routledge

Goodwin, R. M. (1949). The multiplier as matrix. *The Economic Journal*, 59 (236), 537–555

Kahn, R. (1931). The relation of home investment to unemployment. *The Economic Journal*, 41(162), 173–198.

Kalecki, M. ([1933] 1990). *Essay on the business cycle theory*. In J. Osiatyński (Ed.), *Collected works of Michal Kalecki. Capitalism: Business cycles and full employment* (Vol. 1, 65–106). Oxford: Clarendon Press.

Kaldor, N. (1955). Alternative theories of distribution. *The Review of Economic Studies*, 23(2), 83–100.

Keynes, J. M. (1936). *The general theory of employment, interest and money*. London: MacMillan.

Kurz, H. D. (1985). Effective demand in a ‘classical’ model of value and distribution: The multiplier in a Sraffian framework. *The Manchester School*, 53(2), 121–137.

Laski, K., Osiatynski, & Zieba, J. (2010). *The government expenditure multiplier and its estimates for Poland in 2006–2009*. Wiiw Working Paper, No. 63, March 2010.

Leão P. (2013). The effect of government spending on the debt-to-GDP ratio: Some Keynesian arithmetic. *Metroeconomica*, 64(3), 448–465.

Leontief, W. W. (1941). *The structure of American economy, 1919–1929: An empirical application of equilibrium analysis*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Leontief, W. W. (1946). Exports, imports, domestic output, and employment. *The Quarterly Journal of Economics*, 60(2), 171–193.

Luenberger D.G(1979), *Introduction to Dynamic Systems Theory, Models and Applications*, Canada: John Wiley and Sons

Mariolis, T. (2018). A Sraffian (no) trade-off between autonomous demand and transfer payments. *Metroeconomica*, 69(2), 473–487.

Mariolis, T., & Soklis, G. (2018). The static Sraffian multiplier for the Greek Economy: Evidence from the supply and use table for the year 2010. *Review of Keynesian Economics*, 6(1), 114–147.

Mariolis, T., Ntemiroglou, N., & Soklis, G. (2018). The static demand multipliers in a joint production framework: Comparative findings for the Greek, Spanish and Eurozone economies. *Journal of Economic Structures*, 7:18. <https://doi.org/10.1186/s40008-018-0116-0>

Mariolis, T., Rodousakis, N., & Soklis, G. (2021a). The COVID-19 multiplier effects of tourism on the Greek economy. *Tourism Economics*, 27(8), 1848–1855.

Mariolis, T., Rodousakis, N., & Soklis, G. (2021b). Inter-sectoral analysis of the Greek economy and the COVID-19 multiplier effects. *European Politics and Society*, Special issue “Eurozone and economic crisis in Greece at 2020: Current challenges and prospects”. <https://doi.org/10.1080/23745118.2021.1895555>

Mariolis T. and Demiroglou N. (2022), *A Post-Keynesian-Sraffian One-Country Multiplier Model : Theory and Evidence from the World's Ten Largest Economies*, (mimeo)

Ntemiroglou N. (2016). The Sraffian multiplier and the key-commodities for the Greek economy: Evidence from the input–output tables for the period 2000–2010. *Bulletin of Political Economy*, 10(1), 1–24.

Pusch, T. (2012). Fiscal spending multiplier calculations based on input–output tables – An application to EU member states. *European Journal of Economics and Economic Policies: Intervention*, 9(1), 129–144.

Ramey, V. A. (2019). Ten years after the financial crisis: What have we learned from the renaissance in fiscal research? *Journal of Economic Perspectives*, 33(2), 89–114

Rodousakis, N., & Soklis, G. (2021). The COVID-19 multiplier effects of tourism on the German and Spanish economies. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, Special issue “The European Union Economy after the COVID-19 pandemic outbreak”. <https://doi.org/10.1007/s40844-021-00222-4>

Sawyer, M. (2008). Kalecki and the multiplier. In C. Gnos & L.-P. Rochon (Eds.), *The Keynesian multiplier* (153–167). London and New York: Routledge

Shone, R(2002), *Economic Dynamics Phase Diagrams and their Economic Application*, Cambridge :Cambridge University Press

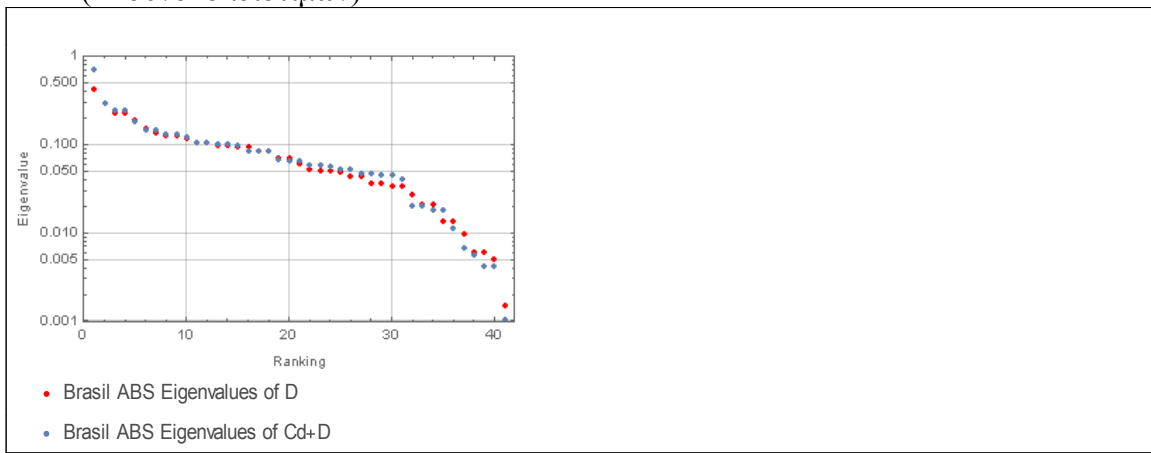
Spilimbergo, A., Symansky, S., & Schindler, M. (2009). *Fiscal multipliers*. IMF Staff Position Note 09/11. Washington: International Monetary Fund

Sraffa. P. (1960). *Production of commodities by means of commodities. Prelude to a critique of economic theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

Παράρτημα Α. Τα γραφήματα κατάταξης των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών των μητρών D και C_d+D για όλες τις χώρες και οι αριθμητικοί-γεωμετρικοί μέσοι όροι των απόλυτων τιμών τους (ο οριζόντιος άξονας έχει σχεδιασθεί σε λογαριθμική κλίμακα).

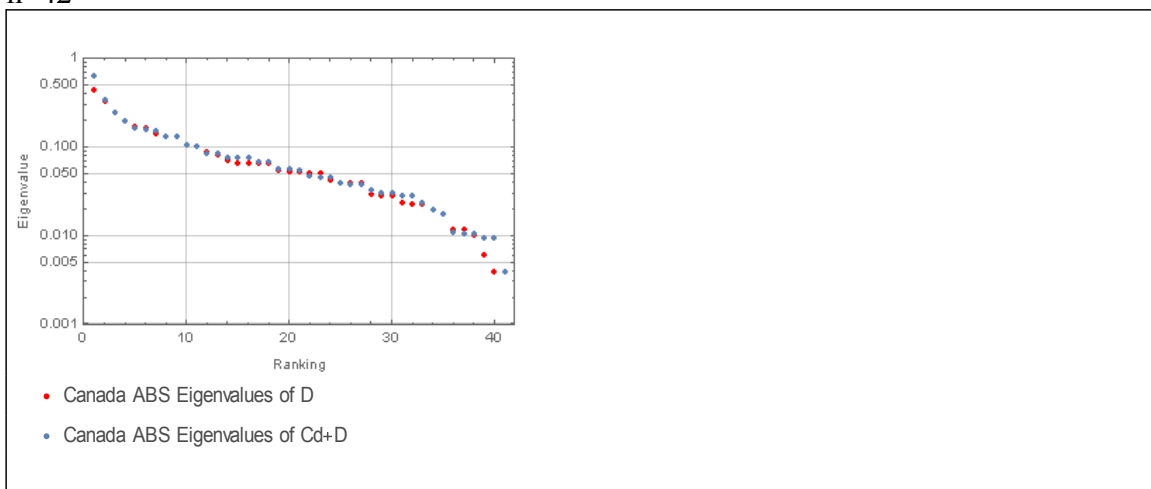
Για τη Βραζιλία:

n=42 (n=σύνολο ιδιοτιμών)



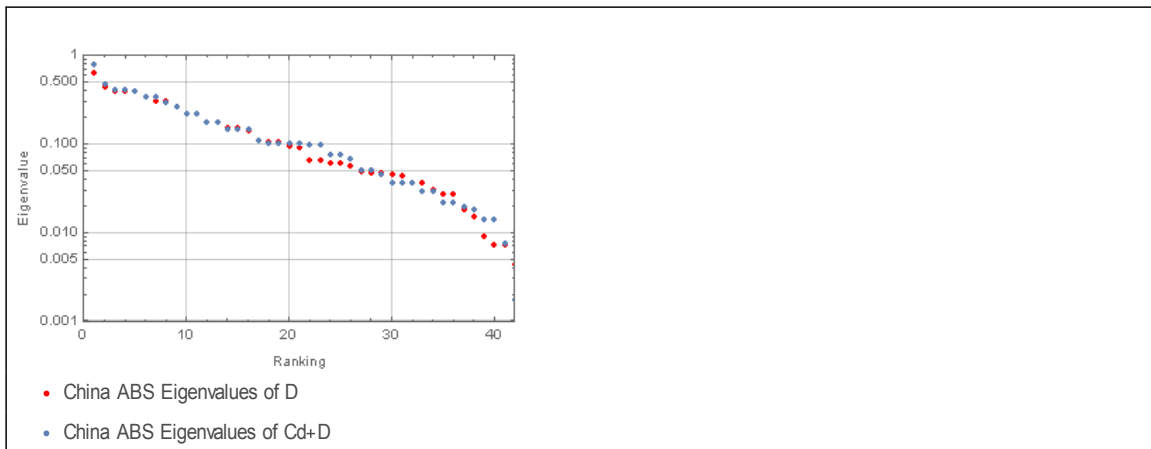
Για τον Καναδά:

n=42



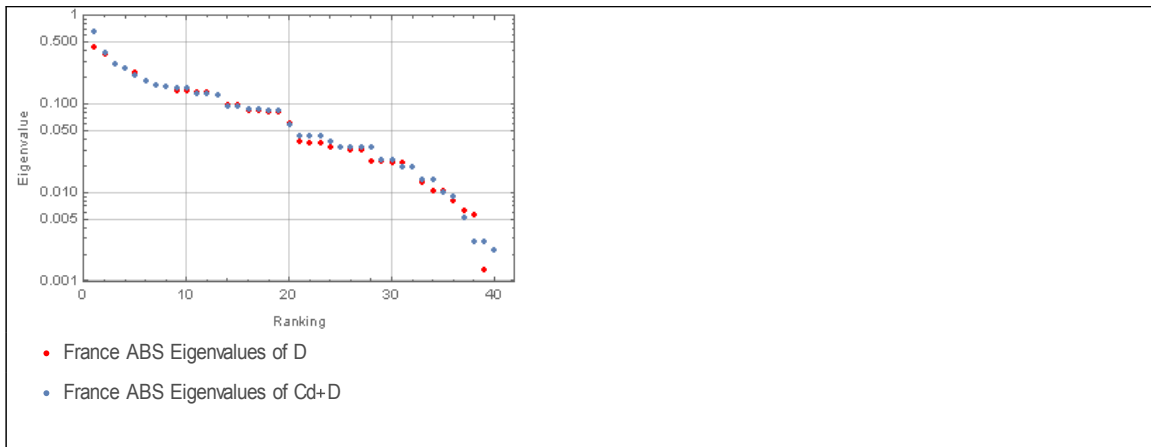
Για την Κίνα:

n=42



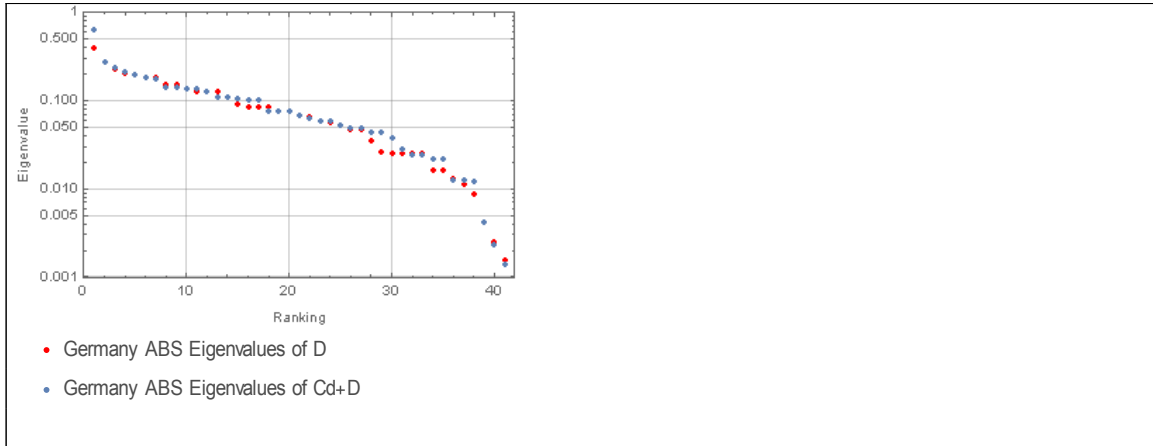
Για την Γαλλία:

n=42



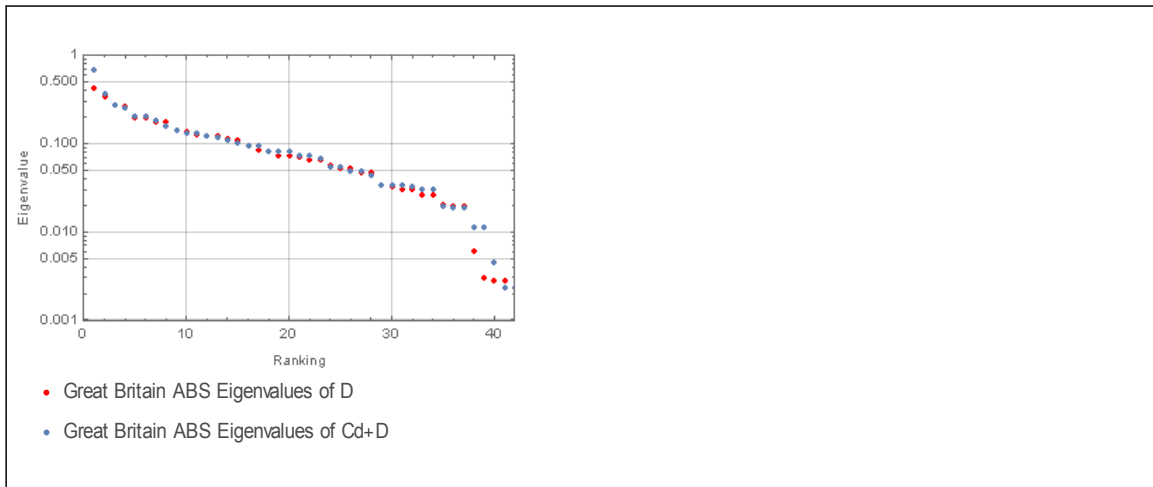
Για τη Γερμανία:

n=42



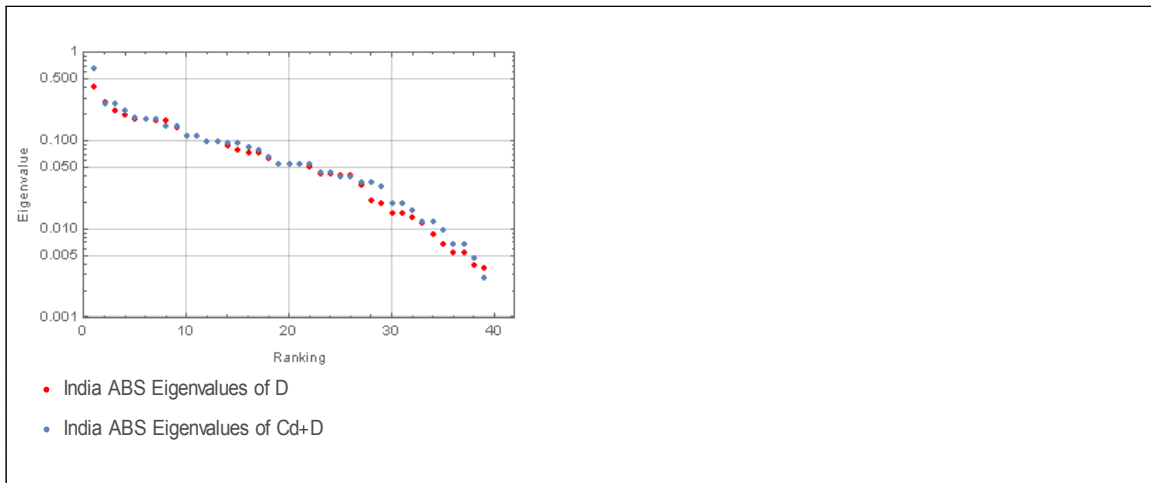
Για τη Μεγάλη Βρετανία:

n=42



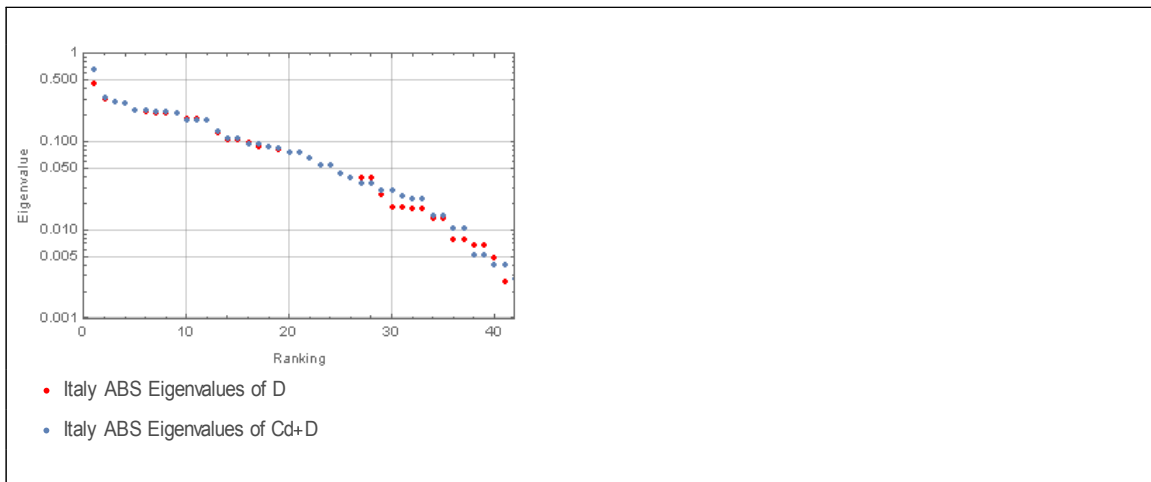
Για την Ινδία:

n=42



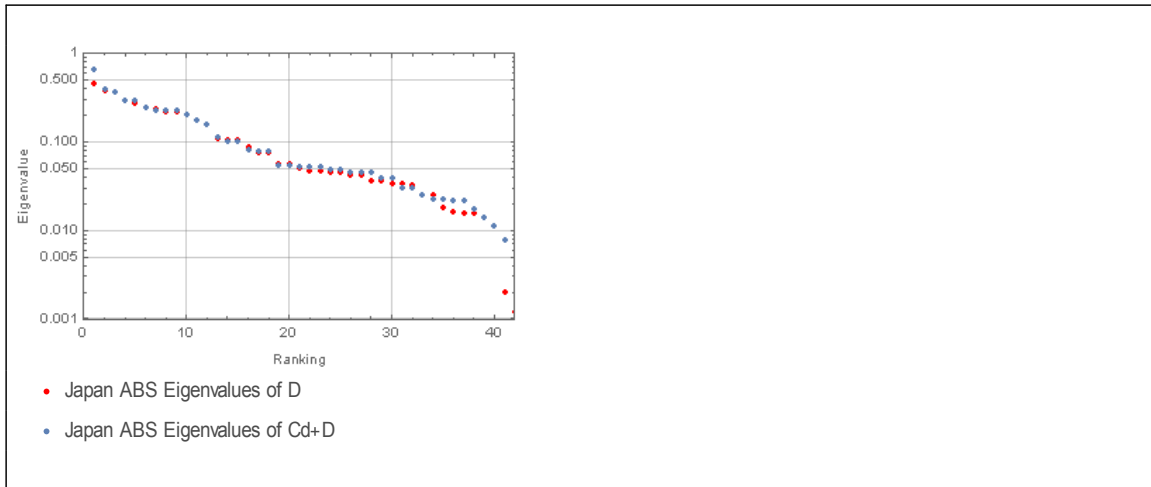
Για την Ιταλία:

n=42



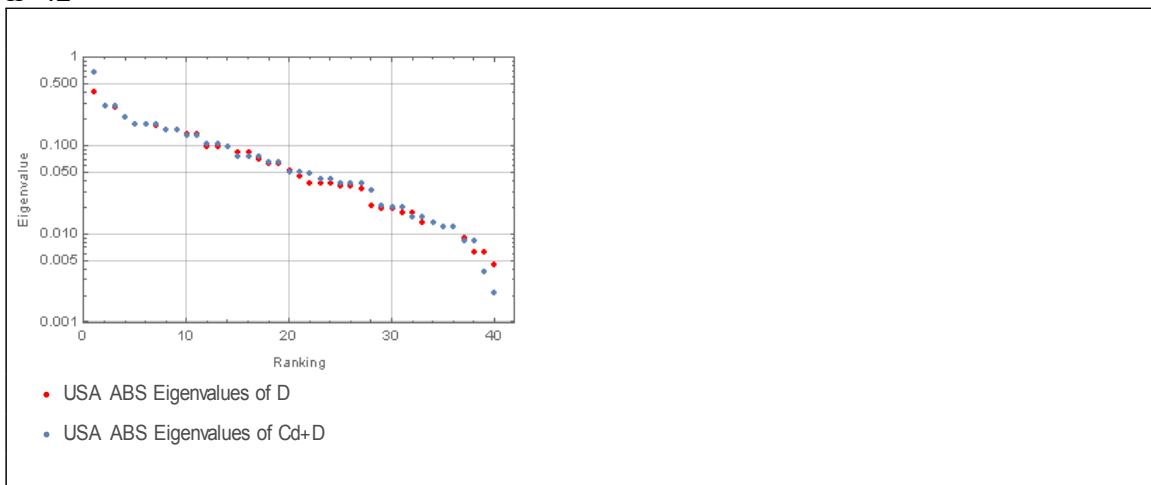
Για την Ιαπωνία:

n=42



Για τις ΗΠΑ:

n=42

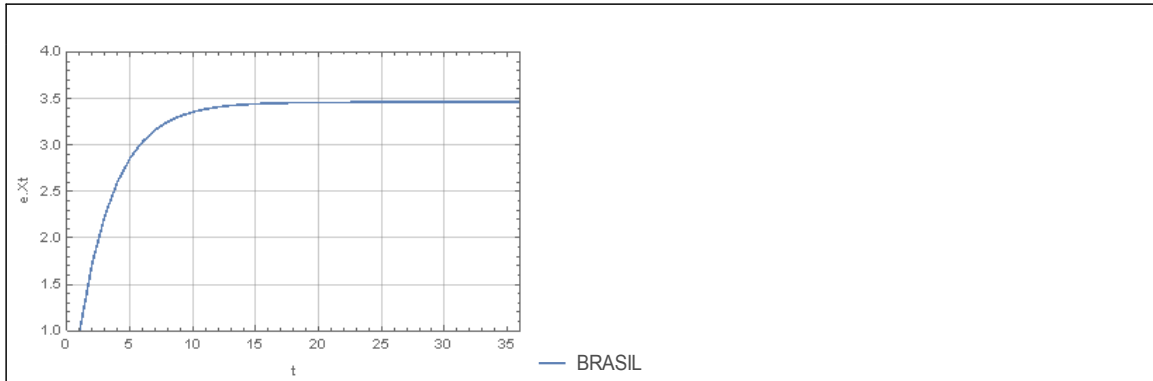


Πίνακας 1: Αριθμητικοί και Γεωμετρικοί μέσοι όροι των απόλυτων τιμών των ιδιοτιμών

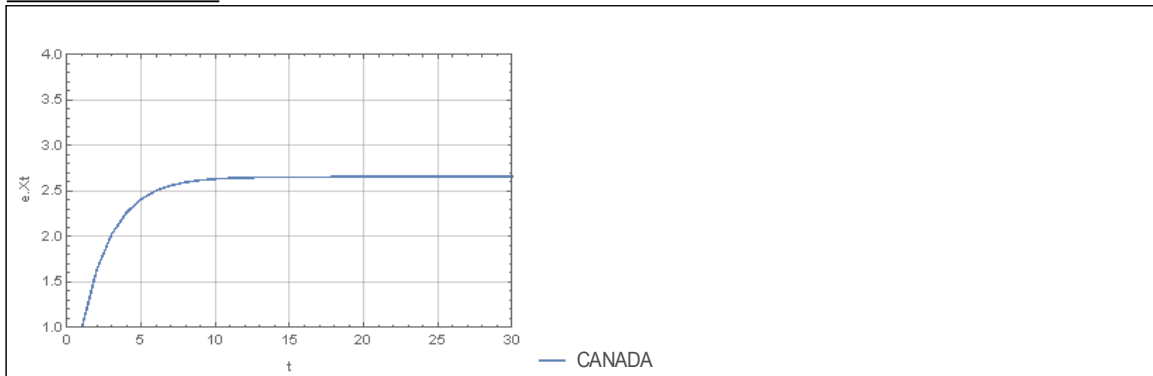
	[D] AM (ABS)	[Cd+D] AM (ABS)	Μεταβολή %	[D] GM (ABS)	[Cd+D] GM (ABS)	Μεταβολή %
Βραζιλία	0.084	0.093	10.7	0.022	0.024	9.1
Καναδάς	0.078	0.085	8.9	0.043	0.045	4.6
Κίνα	0.142	0.150	5.6	0.077	0.08	3.9
Γαλλία	0.088	0.095	7.9	0.016	0.	-100
Γερμανία	0.088	0.096	9	0.045	0.048	6.7
Μεγάλη Βρετανία	0.096	0.103	7.3	0.05	0.058	16
Ινδία	0.078	0.087	11.5	0.	0.	0
Ιταλία	0.101	0.107	5.9	0.49	0.53	8.1
Ιαπωνία	0.107	0.115	7.5	0.057	0.058	1.8
ΗΠΑ	0.081	0.089	9.9	0.009	0.014	55.6%

Παράρτημα Β. Διαγράμματα εξέλιξης και πίνακες εξέλιξης και μεταβολής του αθροίσματος των στοιχείων του διανύσματος του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος για τις δέκα μεγαλύτερες οικονομίες

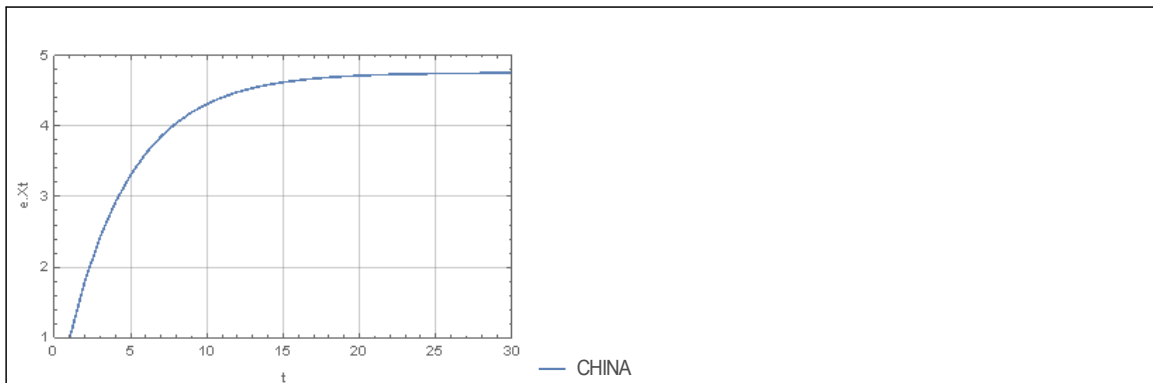
Για την Βραζιλία:



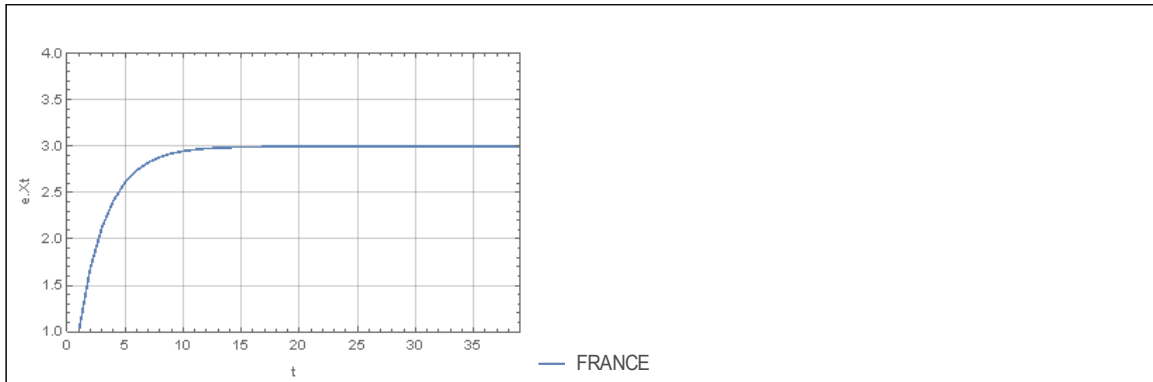
Για τον Καναδά:



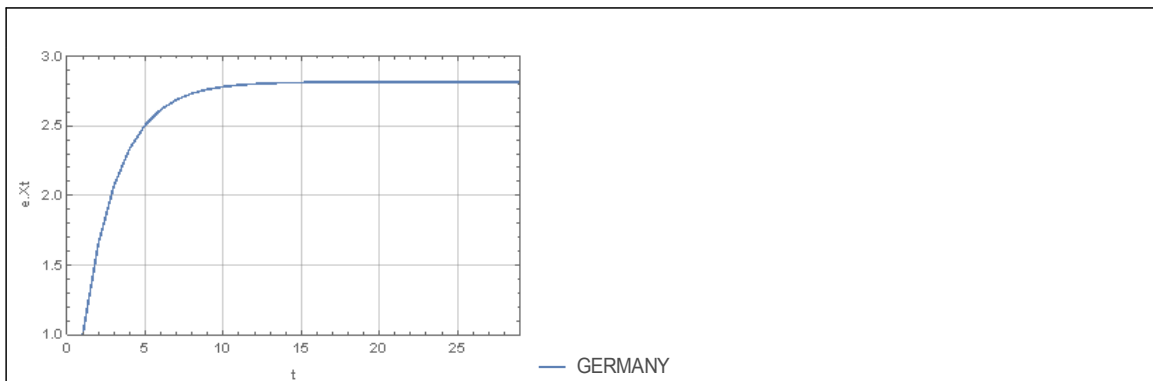
Για την Κίνα:



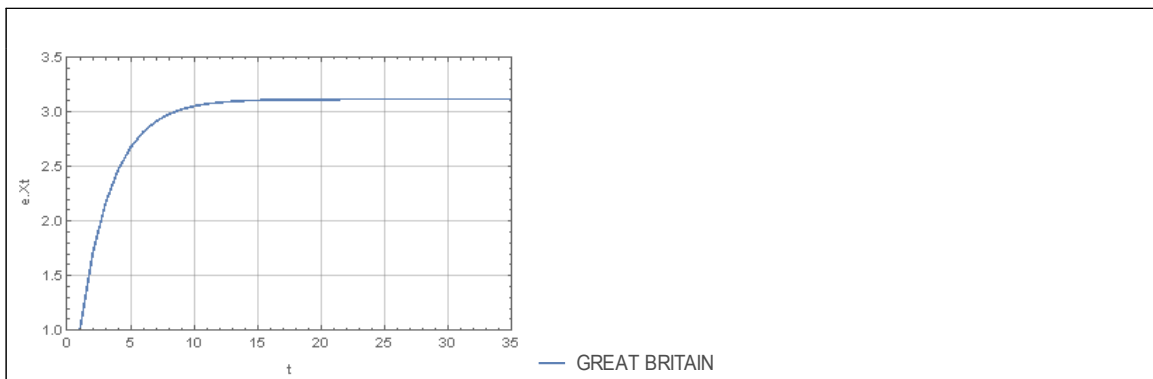
Για την Γαλλία:



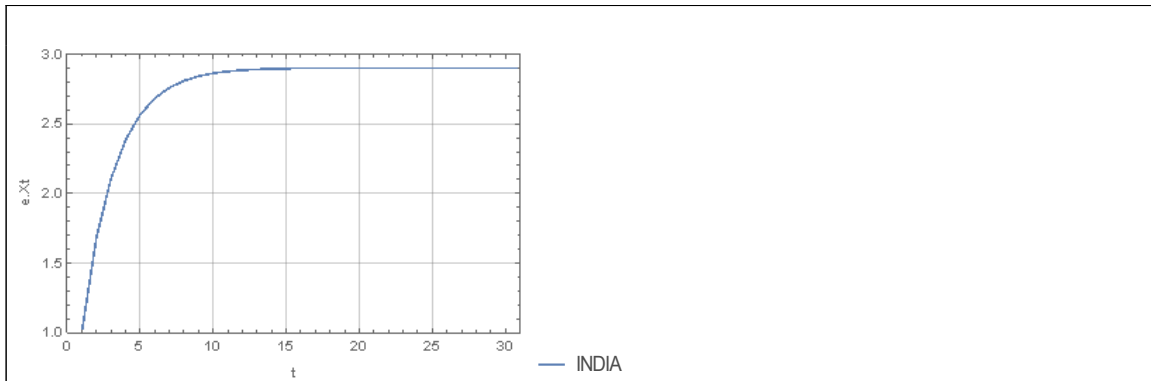
Για την Γερμανία:



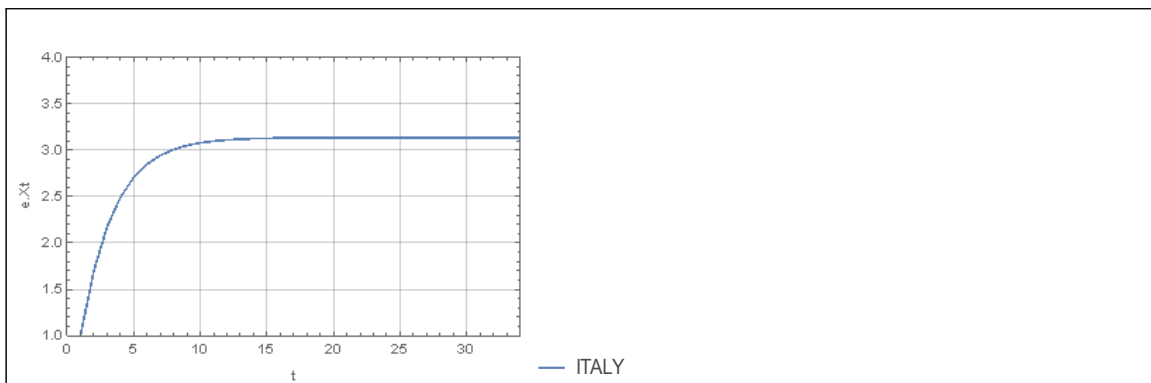
Για την Μεγάλη Βρετανία :



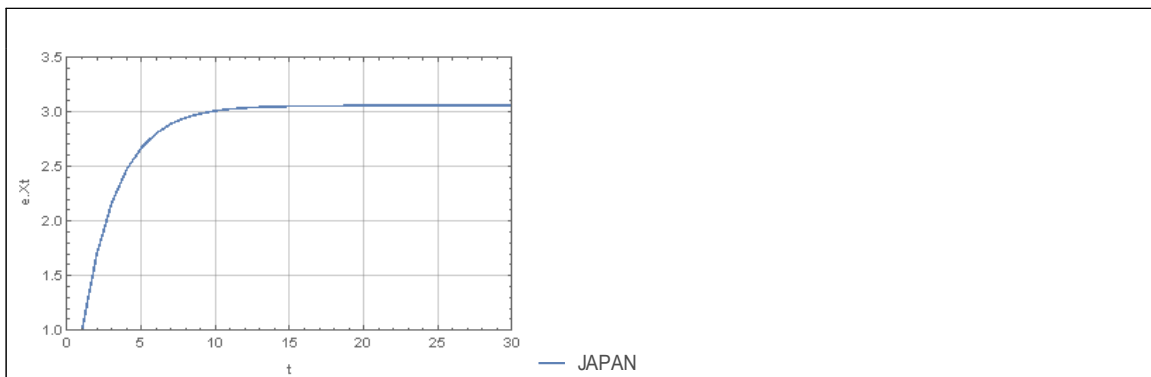
Για την Ινδία:



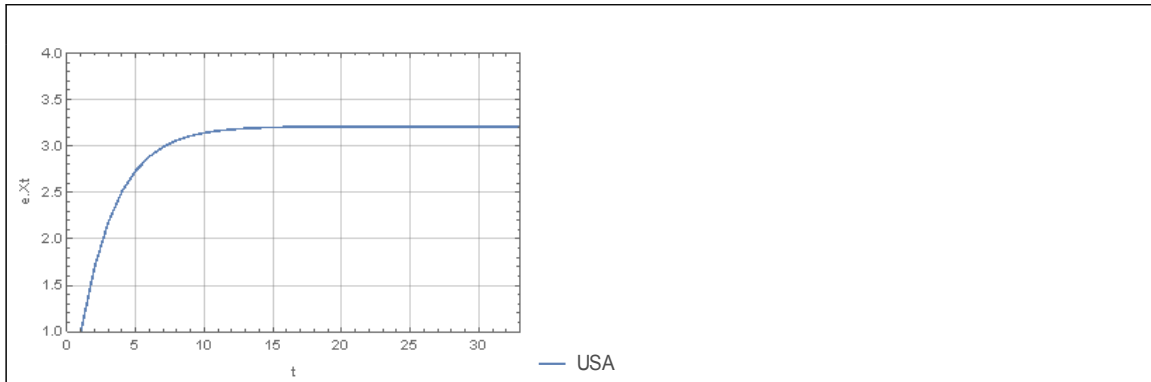
Για την Ιταλία :



Για την Ιαπωνία:



Για τις ΗΠΑ:



Πίνακας 2:Εξέλιξη του $e \cdot x_t$ μέχρι την τιμή ισορροπίας $e \cdot x_{eq}$

Χώρα	$e \cdot x_{eq}$	90% $e \cdot x_{eq}$	Αριθμός Επαναλήψεων προσέγγισης του 90% $e \cdot x_{eq}$ (τιμή για n- οστή επανάληψη)	Κυρίαρχη Ιδιοτιμή κατ'απόλυτη τιμή της μήτρας $D+C_d$
Βραζιλία (α)	3.461	3.114	6 (3.161)	0.703
Καναδάς (β)	2.652	2.387	4 (2.409)	0.621
Κίνα (γ)	4.752	4.276	9 (4.310)	0.788
Γαλλία (δ)	2.995	2.695	5 (2.738)	0.665
Γερμανία (ε)	2.814	2.533	5 (2.616)	0.642
Μεγάλη Βρετανία (στ)	3.114	2.803	5 (2.817)	0.676
Ινδία (ζ)	2.901	2.611	5 (2.682)	0.649
Ιταλία (η)	3.133	2.820	5 (2.847)	0.668
Ιαπωνία (θ)	3.056	2.750	5 (2.802)	0.657
ΗΠΑ (ι)	3.210	2.890	6 (2.991)	0.679

Πίνακας 3: Μέσοι όροι (AM και GM) του βαθμωτού $100 * [(e.x_t - e.x_{t-1}) / e.x_{t-1}]$ μέχρι το 90% του $e.x_{eq}$ για κάθε μια από τις 10 χώρες (οι χώρες αντιστοιχούν σε αυτές του Πίνακα 2 κατ' αναλογία και σειρά με τα γράμματα της ελληνικής αλφαβήτου).

Χώρα	Ποσοστιαίες (%) μεταβολές του βαθμωτού $[(e.x_t - e.x_{t-1}) / e.x_{t-1}]$									AM	GM
	1η	2η	3η	4η	5η	6η	7η	8η	9η		
(α)	72.7	29.6	16.2	9.8	6.3	4.2	-	-	-	23.1	14.4
(β)	63.2	23.8	11.9	6.6	-	-	-	-	-	26.4	18.5
(γ)	80.3	34.8	20.2	13.2	9.2	6.7	4.9	3.7	2.8	19.5	11
(δ)	68.3	26.1	13.8	8	5	-	-	-	-	24.2	15.8
(ε)	65.4	25.1	12.9	7.3	4.4	-	-	-	-	23	14.7
(στ)	69.6	27.1	14.4	8.5	5.3	-	-	-	-	25	16.5
(ζ)	68	25.3	13.2	7.6	4.6	-	-	-	-	23.7	15.1
(η)	69.4	28.1	14.7	8.6	5.2	-	-	-	-	25.2	16.7
(θ)	69.6	27.4	14.2	8.2	5	-	-	-	-	24.9	16.1
(ι)	69.4	28.6	15.2	9	5.6	3.6	-	-	-	21.9	13.3