ΠΑΝΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΣΠΥΡΟΣ ΦΕΡΕΝΤΙΝΟΣ

Ψυχολογικές λειτουργίες των μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Τριμελής Επιτροπή

Θ. Μπεχράκης, αν. Καθηγητής (επιβλέπων)

Κ. Συνοδινού, αν. Καθηγήτρια

Φ. Τσαλίκογλου, Καθηγήτρια

ΑΘΗΝΑ 2000

ΝΔ: 11982
ΚΟΕ: 11853

ΠΑΝΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗΣ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ

2 9 ΝΟΕ. 2000

ΣΠΥΡΟΣ ΦΕΡΕΝΤΙΝΟΣ

Ψυχολογικές λειτουργίες των μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Τριμελής Επιτροπή

Θ. Μπεχράκης, αν. Καθηγητής (επιβλέπων)

Κ. Συνοδινού, αν. Καθηγήτρια

Φ. Τσαλίκογλου, Καθηγήτρια

ΑΘΗΝΑ 2000

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Στο διάστημα που μεσολάβησε, μέχρι την ολοκλήρωση της διατριβής, είχα την ευκαιρία να επωφεληθώ από την βοήθεια πολλών καθηγητών, συνεργατών και φίλων. Ιδιαίτερα επιθυμώ να ευχαριστήσω τον αν. Καθ. κ. Θ. Μπεχράκη, επιβλέποντα καθηγητή της διατριβής, ο οποίος με καθοδήγησε σταθερά και αποτελεσματικά σε όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας. Του οφείλω, επίσης, την καλλιέργεια του ενδιαφέροντός μου για τη Στατιστική όπως και τη μύησή μου στις μεθόδους της Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων.

Ευχαριστώ τα μέλη της Συμβουλευτικής Επιτροπής, αν. Καθ. κ. Κ. Συνοδινού και Καθ. κ. Φ. Τσαλίκογλου, για τις χρήσιμες παρατηρήσεις τους που μου επέτρεψαν να αποφύγω σφάλματα και να διευρύνω τον προβληματισμό μου.

Οφείλω πολλά στον αν. Καθ. κ. Η. Νικολακόπουλο για τη βοήθεια, το ενδιαφέρον, την υποστήριξη και τη γενικότερη συνεργασία που είχα μαζί του.

Θέλω να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την ψυχολόγο κ. Α. Ταλούμη για τις πολύ σημαντικές παρατηρήσεις καθώς και την εν γένει συνδρομή της στη διεκπεραίωση της διατριβής.

Για την πολύ σημαντική βοήθεια που προσέφεραν στη Στατιστική επεξεργασία των δεδομένων της έρευνας θέλω να ευχαριστήσω τον επ. Καθ. κ. Β. Γιαλαμά καθώς και τον Καθ. ΤΕΙ κ. Χ. Γναρδέλλη.

Για τη βοήθεια στη μετάφραση των ερωτηματολογίων θέλω να ευχαριστήσω τους φιλόλογους κ.κ Α. Μαραγκόπουλο και Β. Σπινθάκη. Ειδικότερα θέλω να ευχαριστήσω τον κ. Σπινθάκη για τη γλωσσική επιμέλεια αυτής της εργασίας καθώς για τη συμβολή του στη σημειολογική προσέγγιση των μαθηματικών συμβόλων.

Ακόμη θέλω να ευχαριστήσω τη μαθηματικό κ. Χ. Γεώργιαννη η οποία συνέβαλε σημαντικά στην καλλιτεχνική και τεχνική επιμέλεια της διατριβής.

Τέλος, οφείλω να ομολογήσω ότι η διατριβή δεν θα μπορούσε να ολοκληρωθεί αν δεν είχα την καθημερινή και αμέριστη υποστήριξη και ενθάρρυνση από τη σύζυγό μου Γιάννα, στην οποία θα ήθελα να την αφιερώσω.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ **9**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^{ο}: ΕΠΙΘΥΜΙΑ ΓΙΑ ΓΝΩΣΗ (ΠΡΑΓΜΑΤΩΣΗ-ΑΝΑΣΤΟΛΗ) **21**

1.1 ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΟΥ S. FREUD 21
1.2 ΟΙ ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ M. KLEIN 26
1.3 ΔΙΑΝΟΗΤΙΚΗ ΑΝΑΣΤΟΛΗ ΚΑΙ ΝΑΡΚΙΣΣΙΣΜΟΣ 32
1.4 ΠΕΡΙΛΗΨΗ 40

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^{ο} : ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΑΜΥΝΑΣ - ΦΑΝΤΑΣΙΩΣΙΚΗ ΑΝΤΙΛΗΨΗ **43**

2.1 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΑΜΥΝΑΣ 43
2.1.1 ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ A. FREUD 47
2.1.2 ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ D. FLAGEY 53
2.1.3 ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ M. KLEIN 56
2.1.4 ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ A. WATILLON-NAVEAU 60
2.2 ΦΑΝΤΑΣΙΩΣΙΚΗ ΑΝΤΙΛΗΨΗ 63
2.3 ΠΕΡΙΛΗΨΗ 68

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^{ο} : ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ **73**

3.1 ΦΥΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 73
3.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ 78
3.3 ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 92
3.4 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΨΥΧΑΝΑΛΥΣΗ 95
3.5 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΥΜΒΟΛΙΚΩΝ ΔΟΜΩΝ 112
3.6 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΑΙΣΘΗΜΑ ΠΑΝΤΟΔΥΝΑΜΙΑΣ 117
3.7 ΠΕΡΙΛΗΨΗ 120

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^{ο} : ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΑΜΥΝΑΣ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ) **121**

4.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ 121
4.2 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ 127
4.2.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ 129

4.2.2 ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ 135
4.2.3 ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ) 140
4.2.3.1 ΠΡΩΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (D1) 142
ΠΡΩΤΗ ΟΜΑΔΑ 143
ΔΕΥΤΕΡΗ ΟΜΑΔΑ 146
ΤΡΙΤΗ ΟΜΑΔΑ 149
4.2.3.2 ΔΕΥΤΕΡΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (D2) 153
ΠΡΩΤΗ ΟΜΑΔΑ 153
ΔΕΥΤΕΡΗ ΟΜΑΔΑ 159
4.2.3.3 ΤΡΙΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (D3) 170
4.2.4 ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΑ ΑΤΟΜΑ) 174
4.3 ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ 187
4.4 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΞΙ ΧΩΡΩΝ 214
4.5 ΠΕΡΙΛΗΨΗ 224

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5°: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΤΗΤΑΣ (ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ) 231

5.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ 231
5.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ 234
5.3 ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ 244
5.4 ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ) 247
5.4.1 ΠΡΩΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (C1) 249
5.4.2 ΔΕΥΤΕΡΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (C2) 255
5.4.3 ΤΡΙΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (C3) 261
5.4.4 ΤΕΤΑΡΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (C4) 267
5.5 ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΩΝ 272
5.6 ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΑΤΟΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 274
5.7 ΠΕΡΙΛΗΨΗ 283

ΕΠΙΛΟΓΟΣ 285

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 301

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α΄ 313

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β΄ 331

Πίνακας του René Magritte, 1937 (Tate Gallery, London), που αναφέρεται, μέσα από την αντιστροφή της συνήθους αναπαράστασης, στον πρωταρχικό ναρκισσισμό, όπου ο άλλος είναι επίσης εγώ.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα μαθηματικά μπορούν να αποκαλύψουν πράγματα που είναι βαθιά κρυμμένα. Στη λειτουργία τους αυτή μοιάζουν με το όνειρο

Sherry Turcle

Μία από τις πιο σημαντικές παραμέτρους της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι αυτή που αναφέρεται στη σχέση της με το συναίσθημα, αλλά και με τα άλλα στοιχεία του ατόμου πού δεν θεωρούνται ότι ανήκουν στη σφαίρα του λογικώς σκέπτεσθαι. Τέτοια είναι η φαντασίωση όπως και διάφορες διαδικασίες που σχετίζονται με μιαν ασυνείδητη τοποθέτηση των μαθηματικών στην ψυχική σφαίρα των ατόμων που συναλλάσσονται με αυτά, είτε ως μαθητών είτε ως καθηγητών.

Συχνά επικρατεί η αντίληψη ότι μια επιτυχημένη σχέση με τα μαθηματικά είναι απλώς θέμα εξυπνάδας και μελέτης, η αντίληψη όμως αυτή παραβλέπει το γεγονός ότι η μαθηματική δραστηριότητα κινητοποιεί ολόκληρη την προσωπικότητα ενός ατόμου. Εμπλέκει δηλαδή, εκτός από τη νόηση, και παράγοντες χαρακτηρολογικούς, κοινωνικούς και συναισθηματικούς, οι οποίοι είναι, συχνά, παραγνωρισμένοι από αυτούς που θεωρούν τα μαθηματικά αποκλειστικά ως μιαν αφηρημένη, λογικού τύπου, δραστηριότητα.

Σύμφωνα με τον Τζαβάρα (1999, σ. 384): «Επειδή η επεξεργασία μαθηματικών θεμάτων στηρίζεται από τη φύση της στην αφαίρεση, δηλαδή στην αφαίρεση των απτών διακριτικών γνωρισμάτων της περιβάλλουσας αισθητηριακής πραγματικότητας, εγκυμονεί ο κίνδυνος της αμβλυμμένης καταγραφής και κατανόησης των συναισθηματικών συνθηκών».

Ο Piaget (1971, σ. 20) γράφει: «Ασφαλώς το συναίσθημα ή η απουσία του μπορεί να είναι αιτία για την επιτάχυνση ή την καθυστέρηση της νοητικής ανάπτυξης....Στην πραγματικότητα οι συναισθηματικοί και οι νοητικοί μηχανισμοί, αν και ξεχωριστοί, παραμένουν πάντοτε αδιάρρηκτα συνδεδεμένοι».

Οι Καραγιώργος, Κασιμάτη και Γιαλαμάς (1997, σ. 447) σε έρευνα που πραγματοποίησαν, με θέμα τη μελέτη της σχέσης της επίδοσης και της στάσης στα μαθηματικά των μαθητών, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι: «Η έρευνα στην επίλυση προβλήματος πρέπει να επικεντρωθεί περισσότερο στο συναισθηματικό επίπεδο παρά στο γνωστικό. Το συναίσθημα και η αναλυτική συσχέτισή του με το γνωστικό επίπεδο είναι το πιο βασικό σύστημα αναπαράστασης στη δυναμική της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων». Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουν και οι Barkatsas και Hunting (1996)

Οι Φιλίππου Γ. και Χρίστου Κ. (1997, σ. 44) επισημαίνουν: «Οι στάσεις και οι πεποιθήσεις προς τα μαθηματικά διαμορφώνονται βιωματικά με βάση τις υποκειμενικές εμπειρίες του ατόμου και τις αντιλήψεις και προσδοκίες του στενού του περιβάλλοντος. Από την έρευνα στη διεθνή σκηνή έχει τεκμηριωθεί ότι οι ποικίλες συνιστώσες του συναισθηματικού τομέα παίζουν αποφασιστικό ρόλο στη μάθηση και ιδιαίτερα των μαθηματικών... Συνοψίζοντας μπορούμε να πούμε ότι ανάμεσα στους μαθητές εξακολουθούν να υπάρχουν και συντηρούνται συναισθήματα δέους, φοβίας και άγχους για τα μαθηματικά, με συνακόλουθο να παρεμποδίζονται αρκετοί μαθητές στην προσπάθειά τους να μάθουν στα μαθηματικά. Είναι σημαντικό για το δάσκαλο να γνωρίζει τις στάσεις και των μαθητών για τα μαθηματικά, ώστε να είναι σε θέση να προγραμματίζει καλύτερα δραστηριότητες για μαθητές που αντιμετωπίζουν αρνητικά το θέμα. Ιδιαίτερη σημασία έχουν οι αντιλήψεις και οι στάσεις του ίδιου του δασκάλου, έναντι των μαθηματικών, γιατί η όλη διδακτική του συμπεριφορά στην τάξη είναι αναπόφευκτο να επηρεάζει και, είτε άμεσα είτε με κάποιας μορφής ώσμωση, να μεταβιβάζονται στους μαθητές του».

Ο J. Hadamard (1995, σ. 24) έγραψε: «Στις επιστήμες, ακόμα και στις αυστηρότερες, καμία αλήθεια δεν γεννιέται από την ιδιοφυία ενός Αρχιμήδη ή ενός Νεύτωνα χωρίς ποιητικό συναίσθημα».

Σύμφωνα με τον Dugas, άτομα με δυσκολία στα μαθηματικά παρουσιάζουν φυσιολογικά αποτελέσματα στα διάφορα τεστ διανοητικών ικανοτήτων και η κλινική έρευνα έδειξε ότι το βασικό αίτιο είναι τα προβλήματα που υπάρχουν στη σχέση τους με άτομα εξουσίας, δηλαδή γονείς, καθηγητές και εν γένει πρόσωπα που θεωρούν ότι είναι περιβεβλημένα με κύρος (στο Nimier, 1988, σ. 15).

Σε παρόμοιο συμπέρασμα, αλλά εξειδικεύοντάς το περισσότερο, φθάνει η F. Jaulin-Mannoni, η οποία γράφει: «Η σχέση με τον πατέρα μπορεί να είναι ιδιαίτερα σημαντική όσον αφορά στην γένεση των δυσκολιών, είτε γιατί το παιδί δεν θέλει να ξεπεράσει ένα αδύναμο πατέρα είτε γιατί φοβάται να ανταγωνισθεί ένα πολύ ικανό πατέρα» (ό.π, σ. 15).

Μέχρι σήμερα η μελέτη της σχέσης ενός ατόμου με τα μαθηματικά κινήθηκε σε διάφορες κατευθύνσεις. Κοινό χαρακτηριστικό των κατευθύνσεων αυτών είναι ότι η έμφαση δίνεται, κυρίως, στη νόηση και στις γνωστικές λειτουργίες, ενώ, κατά κανόνα, το συναίσθημα παρουσιάζεται απλώς ως ένας παράγοντας που μπορεί να τις επιταχύνει ή να τις επιβραδύνει, ανάλογα με τη θετική ή αρνητική στάση που έχει το άτομο σε σχέση με τα μαθηματικά

Μια διαφορετικού τύπου κατεύθυνση, που δεν έχει ακόμα επαρκώς διερευνηθεί, είναι η ψυχαναλυτική, η οποία μελετά τον τρόπο με τον οποίο το υποκείμενο μεταμορφώνει τα μαθηματικά με στόχο να τα εντάξει στο ασυνείδητο ψυχικό δυναμικό του. Το ψυχαναλυτικό σύστημα αναφοράς θα αποτελέσει τον κύριο άξονα της μελέτης μας, γιατί πιστεύουμε ότι έχει ένα πολύ βασικό πλεονέκτημα σε σχέση με τα υπόλοιπα συστήματα· επικεντρώνεται στις ασυνείδητες ψυχικές διαδικασίες, οι οποίες αποτελούν ένα πολύ καθοριστικό παράγοντα αντιμετώπισης όχι μόνο των μαθηματικών, αλλά και των υπολοίπων ανθρωπίνων δραστηριοτήτων.

Η αντιμετώπιση των θεμάτων της μαθηματικής, αλλά και της εν γένει παιδείας, με τη βοήθεια του ψυχαναλυτικού πρίσματος, έχει μια ιδιομορφία που την αντιδιαστέλλει από το σύνολο των άλλων μεθόδων. Η ιδιορρυθμία της έγκειται στο γεγονός ότι δεν δίνει πάντα τη δυνατότητα, στον επιστήμονα – ερευνητή, της διατήρησης μιας απόστασης ασφαλείας. Είναι δυνατόν η επιλογή της ψυχαναλυτικής μεθόδου να φέρει σε επαφή τον παιδαγωγό με τα βαθύτερα προσωπικά του προβλήματα, πράγμα που είναι πιθανό να οδηγήσει στην απώθηση

αυτών των μεθόδων και στην επιλογή ασφαλέστερων τρόπων προσέγγισης των παιδαγωγικών προβλημάτων[1].

Τον ιδιαίτερο ρόλο των μαθηματικών στην ασυνείδητη ψυχική σφαίρα είχε, από τους πρώτους, επισημάνει ο Freud. Στο βιβλίο του *Η φαντασίωση και τα όνειρα στην Gradiva του Βίλχελμ Γένσεν* (Freud 1994, σ. 61) γράφει: «Ως μέσον απόσπασης από την σεξουαλικότητα τα μαθηματικά έχουν την πιο μεγάλη φήμη, ήδη ο Ζ.Ζ Ρουσσώ υποχρεώθηκε να δεχθεί από μια γυναίκα, που ήταν δυσαρεστημένη μαζί του, την ακόλουθη συμβουλή: Lascia le donne e stydia le matematiche».

Η M. Klein (1991, σ 103), η οποία έδωσε μεγάλη βαρύτητα στη σχέση των μικρών ασθενών της με τα μαθηματικά, υποστηρίζει ότι: «Οι πράξεις και η αριθμητική, λοιπόν αποδεικνύεται πως έχουν μια γενετήσια, συμβολική, συναισθηματική κάθεξη...Η τάση να ξεπεράσουμε αυτό το φόβο (του ευνουχισμού) -η ανδρική διαμαρτυρία- φαίνεται γενικά πως αποτελεί έναν από τους λόγους για τους οποίους εξελίχθηκε η αριθμητική και τα μαθηματικά.». Επίσης, η ίδια γράφει: «Προσωπικά θεωρώ αναστολή τα διάφορα είδη και βαθμούς απέχθειας για τη μάθηση, από την απλή απροθυμία μέχρι και αυτό που χαρακτηρίζουμε ''τεμπελιά'', την οποία ούτε το παιδί ούτε το περιβάλλον του θεωρούν αποστροφή για το σχολείο» (ό.π, σ. 89).

Το έγκυρο Καναδικό μαθηματικό περιοδικό FLM (For the Learning of Mathematics), στο τεύχος του Φεβρουάριου 1993, δημοσίευσε ένα αφιέρωμα για τη σχέση μαθηματικών και ψυχανάλυσης. Στο "Editorial" του περιοδικού διαβάζουμε: «Αυτή η χρονιά σημαδεύεται από την εκατοστή επέτειο της πρώτης γραπτής αναφοράς του Freud στο ''ασυνείδητο'' με την ψυχαναλυτική του σημασία. Έτσι αυτό το τεύχος, το οποίο είναι αφιερωμένο σε κάποιες συναισθηματικές πλευρές της μαθηματικής εκπαίδευσης, περιέχει έναν αριθμό άρθρων που αναφέρονται στις ψυχαναλυτικές αντιλήψεις. Είναι πιθανώς άξιο απορίας το γεγονός ότι ο ραγδαία εξελισσόμενος κλάδος της μαθηματικής

---

[1] Εδώ πρέπει να διευκρινισθεί ότι η άποψη αυτή δεν αφορά τους επιστήμονες – παιδαγωγούς που με γνώση και συνείδηση επιλέγουν άλλες κατευθύνσεις, τις οποίες θεωρούν επαρκέστερες από την ψυχαναλυτική.

εκπαίδευσης δεν έχει μέχρι τώρα δώσει μεγάλη προσοχή στην ψυχανάλυση.... Αλλά το γεγονός ότι τόσο πολλοί άνθρωποι έχουν τραυματικές εμπειρίες από τα μαθηματικά θέτει επί τάπητος το θέμα του συναισθηματικού παράγοντα. Το βασικό ερώτημα στη μαθηματική εκπαίδευση εξακολουθεί να είναι αυτό που έθεσε ο Poincare: ''Πώς συμβαίνει και υπάρχουν άνθρωποι που δεν καταλαβαίνουν τα μαθηματικά;''» (στο Tachta, 1993a, σ. 2).

Στη συνέχεια θα παρατεθεί ένα απόσπασμα από το βιβλίο *Les modes de relations aux mathematiques* (Οι τρόποι των σχέσεων στα μαθηματικά) του Jacques Nimier, ο οποίος αποτελεί σπάνιο παράδειγμα μαθηματικού που το εκπαιδευτικό του έργο έχει πλήρως εναρμονισθεί με τις ψυχαναλυτικές απόψεις. Κατά τη γνώμη μας, οι εργασίες του Nimier αποτελούν την πλέον ολοκληρωμένη προσπάθεια ένταξης των ψυχαναλυτικών αντιλήψεων στη διαδικασία της μαθηματικής εκπαίδευσης. Οι μελέτες του Nimier στάθηκαν η αφορμή της επιθυμίας μας προς διερεύνηση ορισμένων σχέσεων ανάμεσα στα μαθηματικά και στην ψυχανάλυση. Σύμφωνα με τον Nimier (1988, σ. 9-11):

> «Είναι εύκολο να γίνει αποδεκτή η επίδραση του φαντασιακού σε κάθε καλλιτεχνική δημιουργία, η ζωγραφική, η γλυπτική μας δίνουν αναμφισβήτητες αποδείξεις. Είναι, επίσης, πιθανόν, για πολλοί να διακρίνουν την επιρροή του φαντασιακού σε φαινόμενα που ΄χουν σχεση με τη διαφήμιση, την πολιτική και εν γένει τις ιδεολογίες. Οι μη λογικές απόψεις που ενυπάρχουν σε αυτούς τους τομείς, στην σημερινή εποχή, είναι αρκετά πολυάριθμες ώστε να μας κάνουν να υποψιαστούμε τα ίχνη του φαντασιακού. Αλλά, η παραδοχή της επίδρασης του φαντασιακού στο ναό της λογικής, που είναι τα μαθηματικά, είναι αδύνατη για πολλούς, γιατί στην απαίτηση αυτή υπάρχει μια έντονη αντίθεση: μπορεί το παράλογο να φιλτραριστεί μέσα από το λογικό;...Οφείλουμε, όπως ορισμένοι επιθυμούν, να δούμε στα μαθηματικά τη στερεή βάση για κάθε συλλογισμό, ένα σταθερό και ασφαλές σημείο, ένα κριτήριο αξιολόγησης για κάθε δραστηριότητα, κάθε έργο και κάθε άτομο. Σκέπτομαι ότι κάθε λόγος, συμπεριλαμβανομένου και του επιστημονικού, εξαρτάται από το φαντασιακό, πράγμα που, κατά την εκτίμησή μου, δεν μειώνει την αξία του...

Νομίζω ότι τα μαθηματικά μπορούν να επενδυθούν με πολλούς τρόπους. Οι γονείς και οι καθηγητές μιλούν για τεμπελιά ή για έλλειψη θέλησης από τη μεριά κάποιου μαθητή απέναντι στα μαθηματικά (ηθική άποψη), για αποτυχία ή επιτυχία (άποψη που αναφέρεται στη συμπεριφορά), για έλλειψη κινήτρων (άποψη που αναφέρεται στην ψυχολογία), ή ακόμη, ακολουθώντας μιαν πιο πρόσφατη ορολογία που αναφέρεται στην διδακτική των μαθηματικών, μιλούν για τη μία ή την άλλη στρατηγική σε σχέση με ένα συγκεκριμένη πρόβλημα. Όλες αυτές οι στάσεις προέρχονται τελικά από τη σχέση που έχει αναπτύξει ο μαθητής με αυτό το αντικείμενο που είναι τα μαθηματικά: σχέση που περιέχει την παραμόρφωση που υφίσταται το αντικείμενο αυτό προκειμένου να το οικειοποιηθεί και να επενδύσει σε αυτό (στην ανάγκη και απορρίπτοντάς το)...Σε κάθε περίπτωση αυτός ο μετασχηματισμός, μέσω του φαντασιακού, που έγινε φανερός μέσα από την εργασία μου, θεμελιώνει το ενδιαφέρον σε σχέση με τα μαθηματικά».

Μεταξύ των στόχων αυτής της εργασίας είναι η φιλοδοξία να συμβάλλει στη μαθηματική, αλλά και στη γενικότερη εκπαίδευση. Τα συμπεράσματα των ερευνών μας ελπίζουμε ότι θα αποτελέσουν ένα εργαλείο που θα βοηθήσει την κατανόηση των ασυνείδητων μηχανισμών μέσω των οποίων ο μαθητής, αλλά και ο καθηγητής τοποθετούν τα μαθηματικά στον ψυχισμό τους.

Σύμφωνα με τη M. Klein (1991, σ. 109): «Ωστόσο, ακόμα και ένας καλός δάσκαλος έχει ελάχιστες πιθανότητες να κατευνάσει τη σύγκρουση του παιδιού, γιατί τα περιθώρια τίθενται από τα συμπλέγματα του παιδιού, ιδιαίτερα από τη σχέση με τον πατέρα, η οποία καθορίζει εκ των προτέρων και τη στάση του απέναντι στο σχολείο και το δάσκαλο. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο, όταν πρόκειται για έντονες αναστολές, τα αποτελέσματα χρόνων παιδαγωγικής δραστηριότητας δεν είναι ανάλογα με τις προσπάθειες που έχουν καταβληθεί, ενώ με την ψυχανάλυση συχνά διαπιστώνουμε ότι οι αναστολές αυτές αίρονται σε ένα σχετικά σύντομο διάστημα και τη θέση τους παίρνει η απόλυτη ευχαρίστηση που πηγάζει από τη μάθηση...Από τη στιγμή που δεν θα είναι πια αναγκασμένη να σπαταλά τις δυνάμεις της σε απογοητευτικές επιθέσεις ενάντια στα συμπλέγματα

του παιδιού, η σχολική εκπαίδευση θα μπορεί να αποδίδει σημαντικό και ευεργετικό έργο για την ανάπτυξη του παιδιού».

Στον ίδιο άξονα κινείται και η ψυχαναλύτρια D. Flagey (1972, σ.733), η οποία γράφει: «Ένας νεαρός δεκαπέντε χρονών μας επισκέφθηκε γιατί παρουσίαζε βραδυγλωσσία και μαθησιακές δυσκολίες. Ένοιωθε εντελώς ''μπλοκαρισμένος'' και ανίκανος να απαντήσει σωστά, όταν κάποιος καθηγητής τον εξέταζε ...Κατά την πορεία της θεραπείας κατέστη φανερό ότι αντιδρούσε με τον ίδιο τρόπο μπροστά σε κάθε πρόσωπο που είχε κάποια εξουσία και του θύμιζε περισσότερο ή λιγότερο τον πατέρα του. Τον βοηθήσαμε να καταλάβει ότι η αντιπαράθεση με τέτοιες προσωπικότητες του ξυπνούσε μιαν άγρια ανταγωνιστική διάθεση και η αδυναμία να την εκφράσει τον παρέλυε και τον οδηγούσε στη βραδυγλωσσία. Όταν κατάλαβε τι του συμβαίνει μας είπε: ''Τι θέλετε να κάνω; Δεν μπορώ να σπάσω τα μούτρα των καθηγητών''».

Οι ανωτέρω αναφορές, που αφορούν έντονες μαθησιακές αναστολές, δεν συνηγορούν, κατ' ανάγκη, στην άποψη ότι η μοναδική λύση για κάθε μαθησιακό πρόβλημα είναι η ψυχανάλυση, αλλά προσπαθούν να δείξουν την, σε αρκετές περιπτώσεις, αναγκαιότητα της επαφής των γονέων και καθηγητών με τις ψυχαναλυτικές απόψεις και ελπίζουμε ότι κάποια βοήθεια προς αυτή την κατεύθυνση θα αποτελέσει και η μελέτη μας.

Τη βοήθεια που μπορεί να προσφέρει η ψυχολογία εκφράζει με ποιητικό τρόπο η Φ. Τσαλίκογλου (1994, σ. 34): «Ονόμασαν την ψυχολογία ''ελπίδα κάθε επιστήμης''. Ακόμη και αν αυτό δεν ισχύει, παρά την υπερβολή του, η ψυχολογία είναι πιστεύω σε θέση να μας προσφέρει, έστω αποσπασματικά, έστω ανολοκλήρωτα και διστακτικά, μια πολύτιμη για τις μέρες μας γνώση. Γνώση του ανθρώπου που συλλογίζεται, που θυμάται, που μαθαίνει, του ανθρώπου που φοβάται, που τα χάνει, που επιθυμεί, που τρελαίνεται. Του ανθρώπου που σε πείσμα όλων των καιρών, σε πείσμα όλων των εποχών εξακολουθεί να φαντασιώνει, να ονειρεύεται και να σχεδιάζει ουτοπικά προτάγματα».

Αντικείμενο - Σχέση αντικειμένου

Σκοπός της μελέτης είναι η διερεύνηση ορισμένων από τις λειτουργίες των μαθηματικών, κυρίως αυτών που αφορούν τους μηχανισμούς άμυνας των μαθητών και τη δομή της προσωπικότητας των καθηγητών. Προκειμένου να επιτευχθεί η διερεύνηση αυτή είναι απαραίτητο να ελεγχθεί μια γενικότερη υπόθεση, η οποία περιλαμβάνει δύο σκέλη:

1. Τα μαθηματικά είναι αντικείμενο.
2. Οι καθηγητές των μαθηματικών και οι μαθητές σχετίζονται με αυτά με σχέση αντικειμένου.

Σύμφωνα με το *Λεξιλόγιο της Ψυχανάλυσης* του Laplanche και του Pontalis (1986, σ. 49) η ψυχανάλυση εξετάζει την έννοια αντικείμενο από τρεις βασικές απόψεις:

Α) Σε *συνάρτηση με την ενόρμηση: το αντικείμενο είναι αυτό με το οποίο η μέσο του οποίου η ενόρμηση επιδιώκει την επιτυχία του σκοπού της, δηλαδή έναν συγκεκριμένο τύπο ικανοποίησης. Ο όρος αναφέρεται εδώ σε άτομα ή μερικά αντικείμενα, καθώς επίσης και σε αντικείμενα πραγματικά ή φαντασιωσικά.*

Β) Σε συνάρτηση με την αγάπη (ή το μίσος): στην περίπτωση αυτή πρόκειται για τη σχέση ενός ατόμου στην ολότητά του ή του εγώ με ένα αντικείμενο το οποίο αντιμετωπίζεται επίσης ως ένα ολικό (άτομο, οντότητα, ιδανικό κλπ),(το αντίστοιχο επίθετο είναι ''αντικειμενοτρόπος'').

Γ) Σε συνάρτηση με το υποκείμενο που αντιλαμβάνεται και γνωρίζει, σύμφωνα με την παραδοσιακή έννοια της φιλοσοφίας και της γνωσιακής ψυχολογίας: είναι οτιδήποτε παρουσιάζει σταθερά και μόνιμα χαρακτηριστικά, αναγνωρίσιμα από το σύνολο των υποκειμένων, ανεξάρτητα από ατομικές επιθυμίες και απόψεις (το αντίστοιχο επίθετο είναι "αντικειμενικός'').

Επίσης, κατά τους ίδιους συγγραφείς, ο όρος *σχέση αντικειμένου (ή αντικειμενοτρόπος σχέση) «Χρησιμοποιείται ευρύτατα από τη σύγχρονη ψυχανάλυση για να δηλώσει τον τύπο της σχέσης του υποκειμένου με τον κόσμο του· η σχέση αυτή είναι το συνολικό και περίπλοκο αποτέλεσμα μίας ορισμένης οργάνωσης της*

προσωπικότητας, μιας λίγο ως πολύ φαντασιωσικής επίγνωσης των αντικειμένων, και μερικών προνομιακών τύπων άμυνας» (ό.π, σ. 470).

Υποθέσεις της έρευνας

Η εξειδίκευση και ο βασικός έλεγχος των υποθέσεων της έρευνας έγινε με τη μεθοδολογία των προσωπικών ημι-κατευθυνομένων συνεντεύξεων και τη χρήση ερωτηματολογίων, σε δύο κατάλληλα επιλεγμένα δείγματα. Το ένα δείγμα αποτελούσαν μαθητές της Β΄ Λυκείου και το άλλο καθηγητές μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης. Η επιλογή των δειγμάτων και ο τρόπος που διεξήχθησαν οι έρευνες θα παρουσιασθούν στα αντίστοιχα κεφάλαια.

Στις συνεντεύξεις συζητήθηκε, κυρίως, ο τρόπος που οι μαθητές και οι καθηγητές φαντάζονται τη σχέση τους με τα μαθηματικά, γιατί οι φαντασίες που ανακαλούνται μέσα από αυτόν τον τρόπο είναι ένα πολύ σημαντικό υλικό για την ανίχνευση της βαθύτερης σχέσης τους με τα μαθηματικά. Οι ερωτήσεις που περιέχουν τα ερωτηματολόγια κινήθηκαν στον ίδιο άξονα με τις συνεντεύξεις, χωρίς βέβαια να επιτρέπουν την ίδια ελευθερία και πλούτο στην έκφραση.

Στόχος της έρευνας στους μαθητές ήταν ο έλεγχος των εξής υποθέσεων:

1. Η συμβολική και αφηρημένη φύση των μαθηματικών μπορεί να αποτελέσει υπόβαθρο, ώστε κάποιοι μαθητές να τα ''επιλέξουν'' ως φοβικό αντικείμενο. Στην περίπτωση αυτή το άγχος και η φαντασιακή του υποστήριξη έχουν μετατεθεί στα μαθηματικά, οπότε οι άμυνες κατευθύνονται ενάντια στα μαθηματικά. Αποτέλεσμα: η προς αυτά στάση του μαθητή να διαμορφωθεί αρνητικά. Για άλλους όμως μαθητές, στους οποίους το άγχος είναι διαφορετικού τύπου, τα μαθηματικά μπορούν να χρησιμεύσουν ως εργαλείο ενάντια στο άγχος, άρα η προς αυτά στάση τους να διαμορφωθεί θετικά. Στη δική τους περίπτωση ένας μηχανισμός άμυνας μπορεί να βοηθήσει να αποκτήσουν μια καλή σχέση με τα μαθηματικά. (ειδική υπόθεση).

2. Τα μαθηματικά είναι για τους μαθητές αντικείμενο και η σχέση των μαθητών με τα μαθηματικά είναι σχέση αντικειμένου (γενική υπόθεση).

Στόχος της έρευνας στους καθηγητές ήταν ο έλεγχος των εξής υποθέσεων:

1. Η σχέση των καθηγητών με τα μαθηματικά είναι αποτέλεσμα, συν τοις άλλοις, και μίας ορισμένης οργάνωσης (δομής) της προσωπικότητας (ειδική υπόθεση).

2. Τα μαθηματικά είναι για τους καθηγητές των μαθηματικών αντικείμενο, και η σχέση των καθηγητών με τα μαθηματικά είναι σχέση αντικειμένου (γενική υπόθεση).

Η έρευνα στους μαθητές είχε ως κεντρικό θέμα τη διερεύνηση των μηχανισμών άμυνας που χρησιμοποιούν οι μαθητές σε σχέση με τα μαθηματικά. Η έρευνα, που αφορούσε τους καθηγητές, είχε ως κεντρικό θέμα τους τρόπους με τους οποίους σχετίζονται τα μαθηματικά με τη δομή της προσωπικότητας των καθηγητών. Τα δύο ανωτέρω θέματα βασίζονται στον ορισμό, που έχει προαναφερθεί, του Laplanche και του Pontalis για τη σχέση αντικειμένου.

Το τρίτο ζήτημα που αναφέρεται στον ορισμό της σχέσης αντικειμένου, δηλαδή η φαντασιωσική επίγνωση του μαθηματικού αντικειμένου εμπεριέχεται στα θέματα που εξετάζουν οι δύο έρευνες, εφόσον σύμφωνα με τον Laplanche και τον Pontalis (1986, σ. 535) η φαντασίωση είναι: «*Φανταστικό σενάριο, στην πλοκή του οποίου το άτομο είναι παρόν. Απεικονίζει, με λίγο ως πολύ παραμορφωμένο από τις αμυντικές διεργασίες τρόπο, την εκπλήρωση επιθυμιών οι οποίες είναι, σε τελευταία ανάλυση, ασυνείδητες*». Επίσης, σύμφωνα με τη Segal (1964, σ. 17): «Αυτό που ένας παρατηρητής περιγράφει ως μηχανισμό άμυνας, μπορεί να εκφρασθεί από ένα άτομο ως μια φανταστική αφήγηση».

Τα ερωτηματολόγια που χρησιμοποιήθηκαν έχουν σχεδιασθεί από τον Nimier, ο οποίος σε συνεργασία με κατάλληλο ερευνητικό επιτελείο πραγματοποίησε δύο έρευνες, μια σε μαθητές και μια σε καθηγητές μαθηματικών.

Η έρευνα του Nimier[2] στους μαθητές διεξήχθη σε έξη δείγματα, προερχόμενα από πέντε διαφορετικές χώρες. Οι χώρες αυτές, καθώς και τα μεγέθη των δειγμάτων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

610 από τη Γαλλία	222 από τη Μεγάλη Βρετανία
368 από το Βέλγιο	263 από τις Η.Π.Α.
427 από το Κεμπέκ του Καναδά	325 από το Οντάριο του Καναδά

Η έρευνα στους καθηγητές διεξήχθη σε ένα δείγμα 908 μαθηματικών και καθηγητών μαθηματικών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, στη Γαλλία.

Οι έρευνες που πραγματοποιήθηκαν από τον Nimier έχουν κατά τη γνώμη μας πολύ αξιόπιστα αποτελέσματα στο πεδίο που εφαρμόσθηκαν. Για τον λόγο αυτό θεωρήθηκε ότι θα ήταν ιδιαίτερα ενδιαφέρον να χρησιμεύσουν ως πρότυπα για τη διεξαγωγή και στην Ελλάδα αντιστοίχων ερευνών ώστε να μελετηθούν οι τυχόν ομοιότητες ή διαφορές.

---

[2] Ο Nimier υπήρξε καθηγητής μαθηματικών στο Λύκειο και στη συνέχεια καθηγητής στο IREM (Ινστιτούτο Ερευνών για τη Μαθηματική Εκπαίδευση) και στο Πανεπιστήμιο της Reims (Τμήμα κλινικής ψυχολογίας).

Δομή της διατριβής

Στην εισαγωγή παρουσιάζεται η αναγκαιότητα της εξέτασης των θεμάτων της μαθηματικής, αλλά και της εν γένει παιδείας, με τη βοήθεια του ψυχαναλυτικού πρίσματος, επίσης αναφέρονται οι βασικές υποθέσεις εργασίας της έρευνας και δίδονται οι ορισμοί των εννοιών *αντικείμενο* και *σχέση αντικειμένου* που χρησιμοποιούνται στις υποθέσεις αυτές. **Το πρώτο κεφάλαιο** αναφέρεται στις ψυχολογικές διαδικασίες με τις οποίες αποκτάται η επιστημονική, αλλά και η κάθε μορφής γνώση, εφ' όσον τα μαθηματικά αποτελούν ένα γνωστικό αντικείμενο. **Το δεύτερο κεφάλαιο** είναι αφιερωμένο στις δύο βασικές έννοιες που περιέχονται στον ορισμό της *σχέσης αντικειμένου*, δηλαδή στους μηχανισμούς άμυνας και στη φαντασιωσική επίγνωση των αντικειμένων. **Το τρίτο κεφάλαιο** αναφέρεται θεωρητικά, μέσα από τη βιβλιογραφία, στη δυνατότητα των μαθηματικών να λειτουργούν ως αντικείμενο, επίσης στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιείται μια σύντομη αναδρομή στη φύση, στη φιλοσοφία, στις ιστορικές ρίζες και στην εξέλιξη των μαθηματικών. **Στο τέταρτο και πέμπτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται αντίστοιχα τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη στατιστική επεξεργασία των αποτελεσμάτων από τις δύο έρευνες, μια σε μαθητές και μια σε καθηγητές μαθηματικών, που έχουν πραγματοποιηθεί Στα ίδια κεφάλαια παρατίθενται και χαρακτηριστικά αποσπάσματα από συνεντεύξεις με μαθητές και καθηγητές. Τέλος, **στον επίλογο** παρουσιάζονται τα γενικά συμπεράσματα από τις δύο έρευνες, επισημαίνεται η συμβολή της παρούσας μελέτης στο γνωστικό και στον παιδαγωγικό τομέα και σκιαγραφούνται οι μελλοντικοί ερευνητικοί προσανατολισμοί που προκύπτουν από την παρούσα μελέτη.

Τα πρώτα τρία κεφάλαια στην ουσία αποτελούν μια θεωρητική εισαγωγή. Στα κεφάλαια αυτά κύριος στόχος είναι η παράθεση μερικών από τις, κατά τη γνώμη μας, πλέον διαδεδομένες απόψεις που σχετίζονται με το θέμα της μελέτης. Το κυρίως θέμα, που είναι η εξειδίκευση των ψυχαναλυτικών εννοιών στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης, αναπτύσσεται στα δύο τελευταία κεφάλαια.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

ΕΠΙΘΥΜΙΑ ΓΙΑ ΓΝΩΣΗ (ΠΡΑΓΜΑΤΩΣΗ-ΑΝΑΣΤΟΛΗ)

Προσέταξε δε Κύριος ο Θεός εις τον Αδάμ λέγων, από παντός δένδρου του παραδείσου ελευθέρως θέλεις τρώγει, από δε του ξύλου της γνώσεως του καλού και του κακού δεν θέλεις φάγει απ' αυτού· διότι καθ' ην ημέραν φάγης απ' αυτού, θέλεις εξάπαντος αποθάνει.

Αγία Γραφή, Βιβλίο της Γένεσης

Το αντικείμενο της επιστήμης είναι το χαμένο αντικείμενο, όπως εκείνο της ψυχανάλυσης και της τέχνης. Στις τρεις αυτές περιπτώσεις η έρευνα αποτελεί μετουσίωση, εν μέρει, της ενόρμησης

Georgin, R.

1.1 ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΟΥ S. FREUD

Η διαδικασία της επαφής με τη μαθηματική γνώση μπορεί να θεωρηθεί ως τμήμα της πορείας για διανοητική ανάπτυξη και απόκτηση επιστημονικού, αλλά και εν γένει γνωστικού υπόβαθρου. Για το λόγο αυτό είναι αναγκαίο να εξετασθούν αρχικά οι ψυχικοί μηχανισμοί που αφορούν την εν γένει την ανάπτυξη ή αναστολή των διανοητικών λειτουργιών και να επιχειρηθεί μια σύντομη επισκόπηση των σχετικών ψυχαναλυτικών απόψεων.

Ο Freud στο έργο του *Inhibitions, Symptoms and Anxiety* ορίζει την έννοια της αναστολής ως την έκφραση ενός περιορισμού στη λειτουργία του Εγώ. Η αναστολή μπορεί να οφείλεται σε διάφορους λόγους που συνδέονται με τη λανθάνουσα σημασία της λειτουργίας που έχει ανασταλεί: «Εφόσον η γραφή, που είναι μια λειτουργία η οποία συνίσταται στην έκχυση από μια πέννα ενός υγρού σε ένα κενό φύλλο χαρτιού, συμβολίζει τη συνουσία ή το περπάτημα έχει γίνει το υποκατάστατο του βαδίσματος πάνω στο σώμα της μητέρας γης, γραφή και βάδισμα εγκαταλείφθηκαν, γιατί μέσω αυτών επέστρεφε η απαγορευμένη σεξουαλική πράξη. Το Εγώ αποποιήθηκε αυτές τις λειτουργίες για να αποφύγει μια

σύγκρουση με το Εκείνο, μέσω μιας νέας απώθησης. Άλλες αναστολές τίθενται στην υπηρεσία της αυτοτιμωρίας και συνήθως είναι αυτές που αφορούν επαγγελματικές δραστηριότητες. Το Εγώ δεν έχει δικαίωμα να κάνει πράγματα που θα του επέφεραν κέρδος και επιτυχία, γιατί δεν τα επιτρέπει η αυστηρότητα του Υπερεγώ. Στην περίπτωση αυτή το Εγώ εγκαταλείπει αυτές τις δραστηριότητες για να μην έλθει σε σύγκρουση με το Υπερεγώ» (Freud 1959, σ. 6-7). Στο κείμενο αυτό του Freud εμφανίζονται δύο βασικοί λόγοι αναστολής:

α) η αποφυγή μιας σύγκρουσης με το Εκείνο

β) η αποφυγή μιας σύγκρουσης με το Υπερεγώ

Οι δύο αυτοί λόγοι είναι άμεσα συναρτημένοι με το θέμα μας, γιατί η σχέση με ένα γνωστικό αντικείμενο, στη συγκεκριμένη περίπτωση με τα μαθηματικά, για να είναι παραγωγική απαιτεί αφενός την κατάλληλη διαδικασία για την απόκτηση γνώσεων, και αφετέρου την επιτυχημένη μεταφορά των γνώσεων στο επαγγελματικό πεδίο.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα των ενοχών, που έχουν ως αφορμή την επιτυχία ενός ατόμου στη ζωή, είναι η εμπειρία που έζησε ο ίδιος ο Freud κατά τη διάρκεια ενός ταξιδιού του στην Ελλάδα. Σκοπός του ταξιδιού ήταν η επίσκεψη της Ακρόπολης, για την οποία είχε ακούσει πολλά θαυμαστά πράγματα, όταν ήταν μαθητής στο σχολείο.

Ο Freud (1936 α, σ. 283), σε γράμμα που έστειλε στον φίλο του λογοτέχνη Romain Rolland, έγραψε για τις πολλές επιφυλάξεις που είχε για το ταξίδι του στην Ελλάδα, καθώς και για ένα αίσθημα μη πραγματικού και μια διαταραχή της μνήμης που τον κατέλαβε μπροστά στη θέα της Αθήνας και της Ακρόπολης. Τις ανωτέρω αντιδράσεις ο Freud, στο γράμμα του τις αποδίδει σ΄ ένα αίσθημα ενοχής, το οποίο θεωρεί συνδεδεμένο με την ικανοποίηση που νοιώθει το άτομο όταν οι επιδιώξεις του στέφονται από επιτυχία. Αυτό, κατά τον Freud συμβαίνει γιατί επιτυχία σημαίνει ξεπέρασμα του πατέρα, γεγονός που συνιστά σοβαρή παράβαση. Σύμφωνα με τον Freud, η Αθήνα και η Ακρόπολη ήταν υπαινιγμός για την ανωτερότητα των γιων μπροστά σε ένα πατέρα (τον δικό του) ο οποίος δεν είχε το κατάλληλο μορφωτικό υπόβαθρο, ώστε να εκτιμήσει τη σημασία της Ακρόπολις. Η Συνοδινού (1996, σ. 35) αναφερόμενη στο μνημονικό πρόβλημα του Freud τονίζει την ψυχική σύγκρουση που υπήρξε μεταξύ της επιθυμίας του να δει την

Ακρόπολη και ενός αυστηρού Υπερεγώ που απαγορεύει την πραγματοποίηση αυτής της επιθυμίας. Σε σχέση με το ίδιο θέμα ο Hassoun (1996, σ. 25) γράφει ότι η Αθήνα υπήρξε ο τόπος που ο Freud συνάντησε αυτό που ο Lacan πολλά χρόνια αργότερα όρισε ως "Ονόματα -του -Πατέρα".

Ο Freud στο βιβλίο του *Leonardo da Vinci and a Memory of His Childhood*, με σκοπό να ερμηνεύσει την ακόρεστη δίψα του Λεονάρντο για επιστημονική γνώση, αναφέρεται γενικότερα στο θέμα της διανοητικής ανάπτυξης ή αναστολής. Στο βιβλίο αυτό ο Freud θέτει τη βάση για την αντίληψη περί της σύνδεσης της ενόρμησης της έρευνας με τις σεξουαλικές δυνάμεις. Πιο συγκεκριμένα, το σεξουαλικό ένστικτο, το οποίο είναι προικισμένο με τη δύναμη της μετουσίωσης, είναι ικανό να εγκαταλείπει τον άμεσο σκοπό του προς χάριν άλλων επιδιώξεων που δεν είναι σεξουαλικές, βρίσκονται όμως ίσως ψηλότερα στην εκτίμηση του ανθρώπου.

Στη μελέτη του για τον Leonardo da Vinci ο Freud αναφέρεται στην εξέλιξη της διανοητικής δραστηριότητας, όταν εξ αιτίας της σεξουαλικής απώθησης τελειώσει η περίοδος της παιδικής σεξουαλικής έρευνας. Θεωρεί ότι υπάρχει ένας πρωταρχικός δεσμός που συνδέει τη διανοητική με τη σεξουαλική περιέργεια και λόγω αυτού του δεσμού υπάρχουν, για την ενόρμηση της έρευνας, τρεις δυνατότητες: [3]

> «<u>Στην πρώτη περίπτωση</u> η διανοητική έρευνα συμμερίζεται την τύχη της σεξουαλικότητας, παραμένει από τότε απαγορευμένη και η ελεύθερη άσκηση της νόησης χαλιναγωγείται εφ' όρου ζωής και μάλιστα τόσο περισσότερο όσο με την επίδραση της αγωγής αρχίζει να επενεργεί ο ισχυρός θρησκευτικός καταναγκασμός της σκέψης. Αυτός είναι ο τύπος της νευρωσσικής αναστολής.
>
> <u>Στη δεύτερη περίπτωση</u>, η διανοητική ανάπτυξη είναι αρκετά ισχυρή ώστε να μπορεί να αντισταθεί στην σεξουαλική απώθηση που αποβλέπει να την παρασύρει μαζί της. Λίγο αργότερα από την αποτυχία της παιδικής σεξουαλικής έρευνας και όταν η νόηση έχει

---

[3] Στη μετάφραση του παρακάτω κειμένου σημαντική βοήθεια προσέφερε η απόδοση στα ελληνικά της Α. Μανουσάκη (Freud, S. (1983). *Μια παιδική ανάμνηση του Λεονάρντο Ντα Βίντσι*, Αθήνα: Ερατώ).

πλέον ισχυροποιηθεί, έρχεται να προσφέρει, στη μνήμη της παλιάς της συγγένειας, τη βοήθειά της για την επιστροφή της απωθημένης σεξουαλικότητας και τότε από τα βάθη του υποσυνειδήτου ανεβαίνει, με τη μορφή της ιδεοψυχαναγκαστικής σκέψης, η πνιγμένη σεξουαλική περιέργεια, αναμφίβολα παραμορφωμένη και χαλιναγωγημένη, αλλά αρκετά ισχυρή για να δώσει σεξουαλική χροιά στην ίδια την σκέψη και να χρωματίσει τις διανοητικές ενέργειες με άγχος ή ηδονή, δηλαδή με σεξουαλικά χαρακτηριστικά. Η διανοητική έρευνα γίνεται εδώ σεξουαλική δραστηριότητα και συχνά μάλιστα αποκλειστική. Η αίσθηση της σκέψης που ολοκληρώνεται παίρνει τη θέση της σεξουαλικής ικανοποίησης, αλλά ο αναποτελεσματικός χαρακτήρας της παιδικής έρευνας αναπαράγεται με το σχηματισμό θεωριών που δεν γνωρίζουν τέλος και η διανοητική αίσθηση της λύσης που αναζητούμε, απομακρύνεται όσο πλησιάζουμε προς αυτήν.

Ο τρίτος τύπος, ο πιο σπάνιος και ο πιο τέλειος, ξεφεύγει, χάρις στις ιδιαίτερες ιδιότητες του, τόσο από τη διανοητική αναστολή, όσο και από μια ιδεοψυχαναγκαστικού τύπου διανόηση. Η σεξουαλική απώθηση συντελέστηκε και στην περίπτωση αυτή, άλλά δεν έγινε δυνατό να παρασύρει μαζί της στο ασυνείδητο ένα μέρος από το σεξουαλικό ένστικτο και τη σεξουαλική επιθυμία. Αντίθετα η λίμπιντο, υπεκφεύγοντας την απώθηση, μετουσιώνεται από την αρχή σε διανοητική περιέργεια και ενδυναμώνει την ενόρμηση της έρευνας η οποία εξ άλλου και από μόνη της ήταν αρκετά ισχυρή...Η σεξουαλική όμως απώθηση, η οποία με τη βοήθεια της μετουσιωμένης λίμπιντο τα κατέστησε τόσο ισχυρά (τα διανοητικά ενδιαφέροντα), τα σημαδεύει ακόμα με τη σφραγίδα της, αναγκάζοντάς τα να αποφεύγουν τα σεξουαλικά θέματα» (Freud, 1964, σ. 28-30).

Στο ανωτέρω κείμενο ο Freud δεν διασαφηνίζει το χαρακτήρα της ''ένόρμησης της έρευνας'' και **η διανοητική δραστηριότητα παρουσιάζεται ως μια αυτόνομη λειτουργία που λόγω της στενής σχέσης με το σεξουαλικό ένστικτο, μπορεί είτε να ενισχυθεί από αυτό είτε να συμπαρασυρθεί στην απώθηση**. Στο σημείο αυτό τίθεται ένα θεωρητικό ερώτημα που αφορά τη σχέση

των διανοητικών και σεξουαλικών λειτουργιών. Από τη μια πλευρά, φαίνεται ότι η ανάπτυξη των διανοητικών λειτουργιών έχει ανάγκη τη σύνδεση με την σεξουαλικότητα ώστε να επιτευχθεί η μετουσίωση ενός τμήματός της σε σκέψη και διανοητική δραστηριότητα. Από την άλλη πλευρά η καθημερινή εμπειρία, αλλά και πολλές μελέτες έχουν δείξει ότι η στενή σύνδεση των διανοητικών λειτουργιών με τη σεξουαλικότητα μπορεί, συχνά, να προκαλέσει αναστολές στις λειτουργίες αυτές. Στο ερώτημα αυτό έχουν δοθεί διάφορες απαντήσεις, οι οποίες θα μας απασχολήσουν στη συνέχεια της μελέτης μας.

Επίσης, στο κείμενο αυτό παρουσιάζεται η ιδέα της μετάθεσης μιας ενέργειας από σεξουαλικούς σε πνευματικούς στόχους (μετουσίωση). Η υπόθεση αυτή στο *Εγώ και το Αυτό* ολοκληρώνεται με την προσθήκη της διάστασης του ναρκισσισμού. Η σύνδεση της διανοητικής δραστηριότητας με τον ναρκισσισμό θα αναπτυχθεί εκτενέστερα με την παρουσίαση των απόψεων της Flagey, της Klein και του Grunberger.

Τέλος, ένας πολύ σημαντικός παράγοντας που καθορίζει τη λειτουργία των επιστημονικών δραστηριοτήτων είναι η στενή σχέση που υπάρχει ανάμεσα στα ερωτικά και στα επιστημονικά κίνητρα. Κατά τον Freud υπάρχει ένας συμβιβασμός μεταξύ των ασυνείδητων ερωτικών κινήτρων και του συνειδητού επιστημονικού. Η άποψη αυτή του συμβιβασμού αναφέρεται στο βιβλίο *Η φαντασίωση και τα όνειρα στην '' Gradiva'' του Βίλχελμ Γένσεν* (1994, σ. 81-82). Ο συμβιβασμός αυτός, που χαρακτηρίζει την κάθε επιστημονική δραστηριότητα, σφραγίζει με την παρουσία του και τη σχέση με τα μαθηματικά. Έτσι, όπως θα δείξουμε στο αντίστοιχο κεφάλαιο, η ενασχόληση με τα μαθηματικά αφενός παίρνει υπόψη τις απαιτήσεις και τα χαρακτηριστικά της μαθηματικής επιστήμης, αφετέρου όμως προσπαθεί να ικανοποιήσει ασυνείδητα ψυχικά ρεύματα.

1.2 ΟΙ ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ Μ. KLEIN

Η Klein έχει ασχοληθεί, σε διάφορα έργα της, αρκετά εκτεταμένα με το θέμα της διανοητικής ανάπτυξης. Στη μελέτη της με τίτλο *Η ανάπτυξη ενός παιδιού,* η Klein επικεντρώνεται σε τρεις κυρίως παραμέτρους που, κατά τη γνώμη της, αναστέλλουν τη διαδικασία της διανοητικής ανάπτυξης.

Πρώτη παράμετρος είναι η απαγόρευση της σεξουαλικής περιέργειας, πράγμα που οδηγεί στην ενοχοποίηση κάθε έρευνας και στην απώθηση όχι μόνο συγκεκριμένων περιοχών της συνείδησης, που αναφέρονται στο επίμαχο θέμα της σεξουαλικότητας, αλλά και όλων των περιοχών που συνδέονται συνειρμικά με αυτές, γεγονός που μπορεί να επιφέρει πολύ σημαντικές βλάβες στις νοητικές λειτουργίες. Σ' αυτές τις βλάβες στις νοητικές λειτουργίες - δηλαδή στον αποκλεισμό ορισμένων συνειρμών από την ελεύθερη ανταλλαγή ιδεών - θα πρέπει να ληφθεί υπόψη και το είδος της βλάβης που προκαλείται. Η βλάβη μπορεί να είναι τέτοια που να επηρεάζει σ' έναν ορισμένο βαθμό, είτε την ικανότητα για ''διείσδυση σε βάθος'' είτε το ''εύρος της σκέψης''. Και στις δύο περιπτώσεις η απώθηση της έρευνας οφείλεται στο γεγονός του (ασυνείδητου) φόβου ότι η έρευνα μπορεί να οδηγήσει σε κρυμμένα, απαγορευμένα και επιλήψιμα στοιχεία, δηλαδή στην επαφή του ατόμου με το βαθύτερο μέρος της ύπαρξής του (Klein, 1991, σ. 31-33).

Δεύτερη παράμετρος είναι η δυσκολία την οποία βιώνει το παιδί όταν, ωθούμενο από την αρχή της πραγματικότητας προσπαθεί να απαρνηθεί το αίσθημα της παντοδυναμίας που ικανοποιεί την αρχή της ηδονής. Σύμφωνα με την Klein: «Ωστόσο, η ολοκληρωτική εξέλιξη της αρχής της πραγματικότητας σε επιστημονική σκέψη εξαρτάται στενά από τον έγκαιρο διακανονισμό που πρέπει να τολμήσει να κάνει το παιδί ανάμεσα στην αρχή της πραγματικότητας και στην αρχή της ηδονής. Αν αυτός ο διακανονισμός γίνει επιτυχώς, τότε το αίσθημα της παντοδυναμίας και η σκέψη θα μπούνε σε μια συμβιβαστική βάση και το παιδί θα αναγνωρίζει ότι οι επιθυμίες και οι φαντασιώσεις ανήκουν στην πρώτη, ενώ η αρχή της πραγματικότητας θα κυριαρχεί στη σφαίρα της σκέψης και των τεκμηριωμένων γεγονότων» (ό.π, σ. 38).

Κατά την Klein υπάρχει μια αλληλεπίδραση ανάμεσα στον μετριασμό του αισθήματος της παντοδυναμίας και στον κλονισμό της γονικής αυθεντίας. Η

διανοητική ανάπτυξη επιτρέπει την επανεξέταση της γονικής παντοδυναμίας. Η διαδικασία αυτή γίνεται με μεγάλη δυσκολία, γιατί καθιστά αδύνατη την ταύτιση με γονείς που υποτίθεται ότι είναι παντοδύναμοι (ό.π, σ. 27-28).

Οι απόψεις αυτές, που αφορούν την έντονη επιθυμία του παιδιού να μην απαρνηθεί το αίσθημα της ναρκισσιστικής παντοδυναμίας, θέτουν τα θεμέλια μιας πλούσιας προβληματικής, τοποθετούν δηλαδή το θέμα του ναρκισσισμού ως ένα από τα πλέον κυρίαρχα σε σχέση με την ανάπτυξη ή αναστολή των διανοητικών λειτουργιών. Στην σχέση που συνδέει τον ναρκισσισμό με τον τρόπο εξέλιξης των γνωστικών λειτουργιών θα επανέλθουμε, αναλυτικότερα, παρακάτω.

Τρίτη παράμετρος είναι η επιβολή προκατασκευασμένων και δογματικών ιδεών από τα άτομα που κατά την αντίληψη του παιδιού, είναι περιβεβλημένα με κύρος. Η εξουσία που έχουν οι γονείς πάνω στο μικρό παιδί αποτελεί τη βάση για τη μετέπειτα υποταγή του στις απαιτήσεις της κάθε αρχής που έχει ως στόχο τη συμμόρφωση του παιδιού στις δικές της προδιαγραφές.

Η M. Klein στη μελέτη της *Ο ρόλος του σχολείου στη λιμπιντική ανάπτυξη του παιδιού* επικεντρώνεται στην αντίληψη ότι το σχολείο και η μάθηση είναι εξ' αρχής λιμπιντικά καθορισμένα, εφ' όσον όλες οι σχολικές και μαθησιακές διαδικασίες (ανάγνωση, γραφή, μαθηματικές πράξεις κλπ) περιέχουν και συμβολικά σεξουαλικά νοήματα. Άμεση συνέπεια αυτής της αντίληψης είναι η κυρίαρχη σημασία που αποκτά **ο φόβος του ευνουχισμού, ο οποίος, κατά την Klein, είναι η βάση όλων των αναστολών**. Σε σχέση με το θέμα αυτό γράφει: «Ο εξαιρετικά σπουδαίος ρόλος που παίζει το σχολείο βασίζεται στο γεγονός ότι το σχολείο και η μάθηση είναι εξ' αρχής λιμπιντικά καθορισμένα, αφού με τις απαιτήσεις του το σχολείο υποχρεώνει το παιδί να μετουσιώνει τη λιμπιντική του ενέργεια. Η μετουσίωση γενετήσιας δραστηριότητας, πάνω απ' όλα, επηρεάζει αποφασιστικά κάθε είδος μάθησης, ενώ αντίθετα ο φόβος του ευνουχισμού την αναστέλλει» (Klein, 1991, σ. 89).

Ένας ακόμη σημαντικός παράγοντας που καθορίζει την υφή των αναστολών είναι ο χρόνος κατά τον οποίο δημιουργούνται, δηλαδή όσο νωρίτερα εμφανίζονται στη ζωή του παιδιού τόσο είναι πιο σοβαρές και δυσκολότερα αναστρέψιμες. Με βάση την αντίληψη αυτή αποκτούν πολύ μεγάλη σημασία οι πρώιμες αναστολές στο παιχνίδι, στην ομιλία και στην κίνηση (ό.π, σ. 105).

Στη μελέτη της με τίτλο *Πρώιμη ανάλυση*, αναφέρει έναν άλλο παράγοντα που μπορεί να οδηγήσει σε διανοητικές καθηλώσεις. Ο παράγοντας αυτός είναι η σύνδεση με τη γονική συνουσία (πρωταρχική σκηνή) πολλών δραστηριοτήτων ακουστικών ή οπτικών. Σε σχέση με το θέμα αυτό γράφει: «Διαπίστωσα ότι ο ισχυρότερος καθοριστικός παράγοντας των καλλιτεχνικών και διανοητικών καθηλώσεων, καθώς και αυτών που αργότερα οδηγούν σε νευρώσεις, είναι η πρωταρχική σκηνή ή φαντασιώσεις με θέμα αυτήν» (Klein, 1991, σ.143).

Στα μεταγενέστερα έργα της η M. Klein δίνει μεγάλο βάρος στην έννοια του πρώιμου σαδισμού, ο οποίος έχει ως αντικείμενο το μητρικό σώμα. Έτσι στη μελέτη της με τίτλο *Η σημασία του σχηματισμού συμβόλων για την ανάπτυξη του Εγώ* κάνει εκτεταμένη αναφορά στη σχέση του πρώιμου σαδισμού και της επιστημοφιλίας: «Τόνισα πως το αντικείμενο του σαδισμού όταν αυτός βρίσκεται στο απόγειο του, αλλά και της επιθυμίας για γνώση που δημιουργείται παράλληλα με το σαδισμό, είναι το σώμα της μητέρας και το φαντασιωμένο περιεχόμενο του. Οι σαδιστικές φαντασιώσεις που κατευθύνονται ενάντια στο εσωτερικό του σώματός της μητέρας αποτελούν την πρώτη και βασικότερη σχέση του παιδιού με τον έξω κόσμο και την πραγματικότητα. Όσο επιτυχέστερα περάσει το υποκείμενο αυτή τη φάση, τόσο μεγαλύτερη θα είναι αργότερα η αντιστοιχία του εξωτερικού κόσμου με την πραγματικότητα - γιατί βλέπουμε πως η πρώιμη πραγματικότητα του παιδιού είναι εξ ολοκλήρου φανταστική» (Klein, 1991, σ. 153).

Σύμφωνα με την ίδια η επιθυμία για γνώση συνδέεται με την επιθυμία του μικρού παιδιού να εισχωρήσει βίαια στο εσωτερικό της μητέρας. Για το θέμα αυτό γράφει στο βιβλίο της *Η ψυχανάλυση των παιδιών*:

> «Ενώ (το παιδί) θέλει να εισχωρήσει με τη βία στο σώμα της μητέρας για να αρπάξει το περιεχόμενό του και να το καταστρέψει, θα επιθυμούσε ταυτόχρονα να μάθει τι συμβαίνει εκεί μέσα και με τι μοιάζει. **Οι επιθυμίες του παιδιού να γνωρίσει το εσωτερικό της μητέρας και να διεισδύσει μέσα του δια της βίας, ταυτίζονται μεταξύ τους, ισχυροποιούνται αμοιβαία και μπορούν να αντικαταστήσουν η μία την άλλη. Έτσι σχηματίζονται οι δεσμοί που ενώνουν τις σαδιστικές ορμές, που έχουν φθάσει στο απόγειο τους, με τις φιλεπιστημονικές ανάγκες που μόλις γεννιούνται·**

καταλαβαίνουμε επομένως γιατί βρίσκονται σε τόσο στενή επαφή και γιατί οι τελευταίες γεννούν αισθήματα ενοχής[4]» (Klein, 1977, σ. 240).

Από τα ανωτέρω συμπεραίνουμε ότι η Klein, όπως και ο Freud, θεωρεί ότι οι διανοητικές δραστηριότητες συνδέονται με τις ενορμήσεις, η διαφορά στις απόψεις τους είναι ότι ο Freud θεωρεί ότι η ενόρμηση έχει χαρακτήρα σεξουαλικό, ενώ κατά την Klein (στα μεταγενέστερα έργα της) ο χαρακτήρας της ενόρμησης είναι σαδιστικός. Αυτό που θεωρούμε πολύ σημαντικό είναι η εγγύτητα της σύνδεσης μεταξύ ενόρμησης και επιθυμίας για γνώση. Εάν η σύνδεση είναι πολύ στενή, είναι δυνατό να υπάρχει έντονος κίνδυνος να απωθηθεί η επιθυμία για γνώση. Εάν η σύνδεση είναι πολύ χαλαρή, η διανοητική δραστηριότητα είναι πιθανό να στερηθεί μια σημαντική πηγή ενέργειας. Στο θέμα αυτό, που είναι πολύ καθοριστικό για την επιτυχημένη ή μη πορεία της διανοητικής ανάπτυξης ενός ατόμου θα γίνει πιο αναλυτική αναφορά στη συνέχεια της μελέτης μας.

Κατά την Klein, οι σαδιστικές ορμές, συνδυασμένες με ένα αίσθημα παντοδυναμίας που νοιώθει το παιδί, επισύρουν συναισθήματα μεγάλης ενοχής για τις φανταστικές επιθέσεις ενάντια στους γονείς. Προκειμένου το παιδί να ανακουφισθεί από το άγχος, που του προκαλούν τα συναισθήματα αυτά, θέτει σε λειτουργία το μηχανισμό της επανόρθωσης[5]: «Το παιδί αισθάνεται σχετικά με τις λειτουργίες της κύστης και των εντέρων του, ένα συναίσθημα παντοδυναμίας το οποίο επεκτείνει και στις σκέψεις του. Δεν μπορεί επομένως παρά να αισθανθεί ένοχο για όλες τις φανταστικές του επιθέσεις ενάντια στους γονείς του... Όταν η ενοχή τους προκαλεί ψυχαναγκαστικές πράξεις, τότε για λόγους άμυνας χρησιμοποιούν την ενοχή τους με σκοπό επανορθωτικό· πρέπει όμως σ' αυτή την περίπτωση να την υποστούν κάτω από μια μορφή ψυχαναγκαστική και υπερβολική, δεδομένου ότι και η επανόρθωση πρέπει και αυτή να έχει χαρακτηριστικά παντοδυναμίας, όπως και οι καταστροφές τους» (ό.π, σ. 238).

---

[4] Η «έντονη» γραφή είναι δική μας.

[5] Εκτενέστερη αναφορά στον μηχανισμό αυτό θα γίνει στο επόμενο κεφάλαιο, που αφορά τους μηχανισμούς άμυνας.

Ο έντονος σαδισμός, όταν συνδυάζεται με υπερβολική τάση για παντοδυναμία, μπορεί να οδηγήσει σε επανορθωτικές τάσεις που πηγάζουν από φαντασιώσεις μεγαλομανίας. Κατ' αυτόν τον τρόπο οι τάσεις αυτές είναι δυνατό να αποτελέσουν ανασταλτικό παράγοντα ως προς τη δυνατότητα για εποικοδομητική εργασία (ό.π, σ. 239).

Ο αρνητικός χαρακτήρας, που μπορεί να έχουν οι μηχανισμοί επανόρθωσης, φαίνεται και από την άποψη του Laplanche και του Pontalis (1986, σ. 226), οι οποίοι θεωρούν ότι οι μηχανισμοί επανόρθωσης μπορούν, ιδιαίτερα όταν δεν είναι ευχερείς, να παραλληλισθούν είτε με τις μανιακές άμυνες (αίσθημα παντοδυναμίας) είτε με τους ιδεοψυχαναγκαστικούς μηχανισμούς (ψυχαναγκαστική επανάληψη των επανορθωτικών πράξεων).

Στο ίδιο μήκος κύματος κινείται και η Chasseguet-Smirgel, η οποία θεωρεί ότι οι επανορθωτικές πράξεις συνεπάγονται την απώθηση των σαδιστικών ενορμήσεων και την αποεπένδυση. Σύμφωνα με την ίδια, η πραγματική δημιουργία αντιστοιχεί στη διεργασία της μετουσίωσης, διότι μόνο έτσι επιτυγχάνεται η ενορμησιακή εκφόρτιση, γεγονός που διαφοροποιεί τη μετουσίωση από τους αμυντικούς μηχανισμούς (στη Flagey, 1972, σ. 754).

Η τάση για επανόρθωση είναι δυνατό, λοιπόν, έστω και υπό επιφυλάξεις και προϋποθέσεις, να αποτελέσει θετικό παράγοντα όχι μόνο για τη διανοητική αλλά και για την εν γένει ανάπτυξη ενός ατόμου. Σύμφωνα με την Klein (1977, σ. 242): «Με τη μείωση του άγχους οι μηχανισμοί επανόρθωσης χάνουν τον ψυχαναγκαστικό τους χαρακτήρα κερδίζοντας σε αποτελεσματικότητα, και στη συμπεριφορά ενός παιδιού ξεχωρίζουν με μεγαλύτερη καθαρότητα αντιδράσεις ενός επιπέδου χαρακτηριστικά γεννητικού. Η μετάβαση στο γεννητικό στάδιο εκφράζει επομένως τον τελικό θρίαμβο των θετικών στοιχείων στον ανταγωνισμό των δυνάμεων που, κατά την γνώμη μου, κυριαρχεί σε όλη την πρωτόγονη ανάπτυξη ενός παιδιού».

Σε μεγάλο βαθμό οι αρχικές απόψεις της Klein προσεγγίζουν αυτές του Freud. Για παράδειγμα, η απαγόρευση της σεξουαλικής περιέργειας, που οδηγεί στην ενοχοποίηση κάθε έρευνας και στην απώθηση, είναι μια διαδικασία που περιγράφηκε από τον Freud στο βιβλίο του *Leonardo da Vinci and a Memory of His Childhood.* Επίσης, στην αντίληψη της επιβολής προκατασκευασμένων και

δογματικών ιδεών από τα άτομα που το παιδί θεωρεί ότι είναι περιβεβλημένα με κύρος, συναντάμε την αντίληψη του Freud για τον ισχυρό θρησκευτικό καταναγκασμό της σκέψης. Η ιδιαίτερη, όμως, προσφορά της Klein πιστεύουμε ότι είναι οι μεταγενέστερες απόψεις της, κυρίως αυτές που συνδέουν τις φιλεπιστημονικές ανάγκες με τον σαδισμό και την τάση για επανόρθωση. Θεωρούμε ότι αυτή η σύνδεση ανοίγει ένα τεράστιο πεδίο ερευνών όσον αφορά τους τρόπους με τους οποίους τα άτομα σχετίζονται με την κάθε μορφής γνώση, άρα και με τη μαθηματική η οποία είναι το κεντρικό θέμα της μελέτης μας.

Στο πνεύμα των κλαϊνικών αντιλήψεων, όσον αφορά το θέμα της ανάπτυξης των διανοητικών λειτουργιών, έχουν κινηθεί πολλοί συγγραφείς. Ενδεικτικά θα αναφερθεί ο W. Bion. Σύμφωνα με τον Bion (1962, σ. 5) το παιδί γεννιέται με μια *προαντίληψη* για τον μαστό, η οποία μπορεί να μετατραπεί σε θετική ή αρνητική πραγματικότητα, ανάλογα από το αν ικανοποιείται ή όχι από το μαστό. Η διαδικασία της τροφής από το στήθος εσωτερικεύεται και γίνεται ο πυρήνας για την ανάπτυξη των νοητικών λειτουργιών. Εάν ο μαστός είναι απόν, τότε πρέπει το παιδί να *χειρισθεί* την εμπειρία της απουσίας· έτσι στην ομαλή ανάπτυξη, η ιδέα του μαστού έρχεται στο μυαλό του ως υποκατάστατο του πραγματικού μαστού. Η ματαίωση αποτελεί κίνητρο για γνώση και με τον τρόπο αυτόν αρχίζει η διαδικασία της σκέψης, δηλαδή της *αναπαράστασης* με ιδέες *αυτού που δεν είναι εκεί.*

Ένα σημαντικό συμπέρασμα από όλα τα ανωτέρω είναι λοιπόν ότι οι φιλεπιστημονικές τάσεις δεν λειτουργούν μόνο σε ένα ουδέτερο και αθώο χώρο που χαρακτηρίζεται από τις αρετές της επιμέλειας, του ενδιαφέροντος και της φιλομάθειας. Αντίθετα, συχνά παλεύουν να επιβιώσουν σε ένα επικίνδυνο και ολισθηρό χώρο που, εν πολλοίς, κυριαρχείται από τα φαντάσματα του ναρκισσισμού, της σεξουαλικότητας και της επιθετικότητας. Οι ενοχές, και το συνεπακόλουθο άγχος, που δημιουργούνται στο παιδί από τη σύνδεση της επιθυμίας για γνώση με σεξουαλικές και επιθετικές τάσεις οδηγούν, πολλές φορές, στην αναστολή των διανοητικών δραστηριοτήτων.

1.3 ΔΙΑΝΟΗΤΙΚΗ ΑΝΑΣΤΟΛΗ ΚΑΙ ΝΑΡΚΙΣΣΙΣΜΟΣ

Η Γαλλίδα συγγραφεύς Danielle Flagey στη μελέτη που δημοσίευσε στο περιοδικό *Revue Francaise de Psychanalyse (Γαλλική Ψυχαναλυτική Επιθεώρηση)* με τίτλο «Point de vue psychanalytique sur l' inhibition intellectuelle» (Ψυχαναλυτικές απόψεις στο θέμα της διανοητικής αναστολής) πραγματοποιεί μια εκτεταμένη αναφορά στις ψυχαναλυτικές απόψεις που αφορούν το θέμα της διανοητικής αναστολής. Στο πρώτο μέρος της μελέτης η συγγραφεύς αναφέρει και σχολιάζει τις εν γένει ψυχαναλυτικές απόψεις που συνδέονται με το θέμα της διανοητικής αναστολής, ενώ στο δεύτερο παρουσιάζει τη δική της άποψη, σύμφωνα με την οποία ένας πολύ σημαντικός παράγοντας που σχετίζεται με τις διανοητικές δραστηριότητες είναι ο τρόπος που το άτομο συνδιαλέγεται με τον ναρκισσισμό του.

Πρώτο μέρος

Ένας βασικός παράγοντας που σχετίζεται με το θέμα των αναστολών είναι, κατά τη Flagey, η σχέση μεταξύ της διανοητικής αναστολής και των αντικειμενοτρόπων σχέσεων. Προς επικουρία αυτής της άποψης η Flagey αναφέρει τις απόψεις του Spitz, του Winnicott και της Klein.

Σύμφωνα με τον Spitz, πολυάριθμες εργασίες στο θέμα του ιδρυματισμού έχουν δείξει τα αποτελέσματα σε διανοητικό επίπεδο της μητρικής απουσίας ή των διαταραχών στις σχέσεις αντικειμένου (στο Flagey, 1972, σ. 743).

Ο Winnicott θεωρεί ότι ο σχηματισμός του παιδιού ως αρμονικό σύνολο και η επένδυση ή αναπαράσταση του εξωτερικού κόσμου εξαρτώνται από μιαν ικανοποιητική και προστατευτική σχέση με τη μητέρα του. Κάθε απουσία σε αυτό το επίπεδο θα φέρει προβλήματα, περισσότερο ή λιγότερο σοβαρά, στην αντίληψη της πραγματικότητας (ό.π, σ. 746).

Κατά την Klein, τα αντικείμενα του εξωτερικού κόσμου επενδύονται λιμπιντικά για να αντικαταστήσουν τα πρωταρχικά αντικείμενα, δηλαδή τα περιεχόμενα του μητρικού σώματος των οποίων είναι εκπρόσωποι. Έτσι δημιουργείται το πρώτο συμβολικό σύστημα. Στην ουσία ο εξωτερικός κόσμος έχει

εξερευνηθεί και επενδυθεί ως υποκατάστατο του πρωταρχικού αντικειμένου (ό.π, σ.740).

Ένας επίσης πολύ σημαντικός παράγοντας, που αφορά την αναστολή των διανοητικών λειτουργιών είναι ο τρόπος που αυτές σχετίζονται με τις ενορμήσεις. Η Flagey θεωρεί ότι ή άποψη της Klein (με την οποία συμφωνεί) ότι **οι γνωστικές λειτουργίες παράγονται από την ανάγκη να βρεθεί μια υποκατάστατη ενορμητική ικανοποίηση και εξαρτώνται από τις ασυνείδητες φαντασιώσεις που συνδέονται με τις ενορμήσεις** οδηγεί στο εξής ''παράδοξο'': «Από τη μια, η σκέψη και κάθε διανοητική δραστηριότητα για να λειτουργήσουν έχουν ανάγκη τη σύνδεση με τις ενορμήσεις. Από την άλλη, πολυάριθμες κλινικές εργασίες πάνω στη διανοητική αναστολή έχουν δείξει ότι η παραμόρφωση αυτών των νοητικών λειτουργιών οφείλεται στην πολύ στενή σχέση τους με τις ενορμήσεις. Η στενή αυτή σχέση πολύ εύκολα μπορεί να οδηγήσει σε σύγκρουση με το Υπερεγώ και τελικά σε απαγόρευση» (ό.π, σ. 742).

Η Flagey παραθέτει τρεις συγγραφείς που ασχολήθηκαν με αυτό το πρόβλημα και επεχείρησαν να δώσουν λύση. Η πρώτη λύση, η οποία εκτίθεται στα αρχικά έργα της Klein, είναι ότι η γνωστική λειτουργία εξαρτάται από μία βέλτιστη δοσολογία ενορμητικής φόρτισης η οποία πρέπει να είναι επαρκής για τη λειτουργία του συστήματος, άλλά όχι τόσο σημαντική ώστε να επιφέρει απαγορευτικές αναστολές. Η δεύτερη, που είναι σύμφωνη με τη σκέψη του Χάρτμαν, απορρίπτει την υπόθεση ότι σε τελική ανάλυση όλες οι λειτουργίες του Εγώ παράγονται από το Εκείνο και συνηγορεί υπέρ της άποψης που υποστηρίζει αφ` ενός την αυτόνομη καταγωγή του Εγώ, και αφ` ετέρου την ύπαρξη μιας μη σεξουαλικής, ουδέτερης ενέργειας. Τρίτη λύση, με την οποία συντάσσεται και η συγγραφεύς είναι η υπόθεση που ανέπτυξαν οι Ε. και J. Kestemberg περί μίας ιδιαίτερης ηδονής που συνδέεται με μια δευτερογενή ναρκισσιστική επανεπένδυση των γνωστικών λειτουργιών (ό.π, σ. 742-743)

Ένας ακόμη παράγοντας ο οποίος σχετίζεται έντονα με τη διανοητική ανάπτυξη ή αναστολή είναι η σύνδεση των διανοητικών λειτουργιών με την **οιδιπόδεια προβληματική**. Σύμφωνα με τη Flagey:

«Σε Οιδιπόδειο επίπεδο, οι γνωστικές λειτουργίες θα βρεθούν εγκλωβισμένες στις γενικές τροποποιήσεις των επενδύσεων και στην αναδιοργάνωση των φαντασιώσεων που οφείλονται σ' αυτή τη σύγκρουση. Η οργάνωση του Υπερεγώ και του ιδεώδους του Εγώ θα καθορίσει ένα νέο πεδίο από δυνάμεις ανασταλτικές ή προωθητικές. Είναι η κατάλληλη στιγμή όπου οι διανοητικές λειτουργίες αποκτώντας, δευτερογενώς, ερωτική σημασία συχνά παίρνουν φαλλική αξία και έτσι εκτίθενται σε κινδύνους ευνουχισμού, του οποίου ο φόβος είναι μια συχνή αιτία των αναστολών. Οι διανοητικές λειτουργίες μπορεί να χρησιμεύσουν ως όπλο αντιπαλότητας, μέσο αποπλάνησης ή ως ισοδύναμο της σεξουαλικής περιέργειας. Κάθε μία από τις ανωτέρω εκδοχές είναι δυνατό να επιφέρει αναστολές στο μέτρο που περιέχει τον κίνδυνο της ρήξης των σχέσεων με τις γονικές φιγούρες...Ένα ενδεχόμενο αρκετά συνηθισμένο είναι η διανοητική αναστολή να εγγράφεται μέσα σε μία συνολική απώθηση του Εγώ, το οποίο δεν μπορεί να ξεπεράσει τα άγχη που συνδέονται με το Οιδιπόδειο» (ό.π, σ. 765-766).

Πάνω στο ίδιο θέμα, δηλαδή της οιδιπόδειας προβληματικής, η Flagey εκθέτει και τις απόψεις του Pearson οι οποίες παρουσιάζουν ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον και λόγω της αντιστοιχίας που, κατά τον συγγραφέα, υπάρχει μεταξύ των λειτουργιών της μάθησης και της χώνευσης των τροφών:

«Ο Pearson ...αναφέρει ότι, κατά τον Freud, οι λειτουργίες του Εγώ έχουν το πρωτότυπό τους στις φυσικές λειτουργίες και συγκρίνει τη γνώση με τη χώνευση διακρίνοντας τέσσερα στάδια: την κατάποση, την αφομοίωση (την οργάνωση σε νοητικό επίπεδο της συσχέτισης των νέων γνώσεων με τις ήδη υπάρχουσες στη μνήμη), το αποτέλεσμα (που είναι το διανοητικό προϊόν), και τη χρησιμοποίηση όλης αυτής της διαδικασίας για μια συνολικά καλύτερη λειτουργία του ατόμου. Θεωρεί ότι τα βασικά κίνητρα της μάθησης είναι η επιθυμία του ατόμου προς ανταγωνισμό, η επιθυμία να προοδεύσει και να πετύχει στη ''σφαίρα της ζωής'' που επέλεξε, η επιθυμία να κερδίσει ''χρήμα, δύναμη, κοινωνική θέση και γόητρο''. Αναφέρει ότι ο ανταγωνισμός (αντιπαλότης) που έχει ήδη βιωθεί σε φυσικό επίπεδο

ως ένα είδος φαλλού στο μικρό παιδί επανέρχεται, με λανθάνον τρόπο ως επιθυμία για σχολική επιτυχία....Έτσι, η χρήση των γνώσεων αποκτά τη σημασία μιας πραγματοποίησης οιδιπόδειων επιθυμιών αντιπαλότητας και λιμπιντικής ικανοποίησης και επομένως μπορεί να τεθούν σε λειτουργία οι απαγορευτικοί μηχανισμοί του Υπερεγώ, έστω και αν παραμένει δυνατή η λήψη και η αφομοίωση των γνώσεων. Το αίσθημα της ενοχής και ο φόβος του ευνουχισμού, που οφείλονται στην σεξουαλική σημασία που αποκτούν οι μαθησιακές λειτουργίες, προκαλούν συχνά αποτυχίες στις εξετάσεις» (ό.π, σ. 723-724).

Τέλος, κατά την ίδια συγγραφέα, η διανοητική αναστολή είναι ένα σύμπτωμα σύνθετο και εξαρτώμενο από πολλούς παράγοντες και δεν είναι πάντα εύκολο να προσδιορισθούν οι αιτίες που την προκαλούν, γιατί οι παράγοντες που μπορούν να προκαλέσουν αναστολή είναι πολύ κοντά σ' αυτούς που προκαλούν μια υπερεπένδυση και κάποιες φορές είναι δύσκολη η μεταξύ τους διάκριση. Εξ άλλου: «Η στοματική απληστία, η οφθαλμολαγνεία, η σαδιστική επιθυμία για κυριαρχία, η φαλλική επιδειξιμανία προσφέρουν ισχυρά κίνητρα σε αυτούς που καταβροχθίζουν τις βιβλιοθήκες, ερευνούν την επιστήμη, δημιουργούν συστήματα (πολιτικά, φιλοσοφικά κλπ) ή είναι έξοχοι ρήτορες» (ό.π, σ. 792).

Δεύτερο μέρος

Στο δεύτερο μέρος της μελέτης της η Flagey εξετάζει τη σχέση μεταξύ του ναρκισσισμού και της διανοητικής αναστολής· σχέση που κατά τη συγγραφέα είναι πολύ καθοριστική για την εξέλιξη των διανοητικών λειτουργιών. Πιο συγκεκριμένα θεωρεί ότι είναι δυνατό η προσπάθεια προς απόκτηση νέων γνώσεων να θέσει σε αμφισβήτηση τον ναρκισσισμό του ατόμου. Έτσι το άτομο, προκειμένου να θέσει σε κίνδυνο τη ναρκισσιστική παντοδυναμία που του εξασφαλίζουν οι ήδη αποκτηθείσες γνώσεις δεν επιχειρεί την προσπάθεια προς ενσωμάτωση νέων γνώσεων.

Ως χαρακτηριστικό παράδειγμα αναφέρει την περίπτωση ενός δωδεκάχρονου αγοριού, του René: «Αυτό το αγόρι φοβόταν πάντα ότι δεν μπορεί να μάθει κάτι τέλεια. Τα όριά του τού φαίνονταν ως πλήρης ανικανότητα, δείχνοντάς του το

απραγματοποίητο των φαντασιώσεών του περί παντοδυναμίας, στην οποία είχε γαντζωθεί απελπισμένα για να διατηρήσει τη ναρκισσιστική επένδυση στο Εγώ του. Αισθανόταν ακέραιος μόνο όταν μπορούσε να φανταστεί τον εαυτό του αλάθητο, ικανό να κυριαρχεί απόλυτα στην εξωτερική πραγματικότητα και στον εσωτερικό του κόσμο. Όλα συνέβαιναν ως να είχε εγκαθιδρύσει μέσα του ένα ορισμένο επίπεδο διανοητικής λειτουργίας τέτοιο ώστε να τον βοηθά να δρα, στον εξωτερικό κόσμο, λειτουργικά και αρμονικά, δηλαδή, να του επιτρέπει να αποφεύγει την αντίληψη πως υπάρχουν πράγματα που δεν γνωρίζει...Κάθε κατάσταση που τον ανάγκαζε να θέσει σε αμφιβολία αυτή την οργάνωση - και η σχολική μάθηση, στην οποία ήταν αναγκασμένος να ανταποκριθεί, είναι μια τέτοια κατάσταση - βιώνεται ως διάρρηξη του Εγώ του, το οποίο στερείται της ευλυγισίας που θα του επέτρεπε τη γρήγορη αναδιοργάνωση πάνω σε νέες βάσεις» (ό.π, σ. 776-777).

Σύμφωνα με τη Flagey, ο René δεν αποτελεί μεμονωμένη περίπτωση, γιατί παρόμοια συμπεριφορά συναντάμε σε αρκετούς μαθητές. Αυτό που διαφέρει είναι ο βαθμός έκφρασης: «Ανάλογες αντιδράσεις, διαφόρων βαθμών έκφρασης, παρατηρήσαμε σε πολλά παιδιά, όταν έρχονται αντιμέτωπα με τις πρώτες σχολικές απαιτήσεις. Η επιθυμία να βρει τη ναρκισσιστική του πλήρωση, και να επανεγκαταστήσει το αίσθημα της παντοδυναμίας του ενσωματώνοντας νέες γνώσεις...βρίσκεται αντιμέτωπη με τον κίνδυνο να καταστραφεί ο ήδη οργανωμένος τρόπος μάθησης ή με τον κίνδυνο να παράγει αντικείμενα που θα κριθούν αρνητικά από ένα ''κακόβουλο'' κοινό. Έτσι κι αλλιώς κάθε μάθηση, κυρίως εκείνη που απαιτεί μια αναγκαία διανοητική αναδιοργάνωση, προκαλεί ένα βήμα στο κενό, μια στιγμή όπου έχει χαθεί το αίσθημα της πληρότητας...Έχουμε δει πολλά παιδιά να νοιώθουν απογοήτευση όταν δεν μπορούν αμέσως να μάθουν να διαβάζουν ή να λύνουν ένα πρόβλημα. Η αδυναμία τους να αντέξουν το τραύμα που προκαλείται στον ναρκισσισμό τους τα οδηγεί σε διάφορους τρόπους φυγής. Για να πούμε την αλήθεια αυτό το φαινόμενο είναι τόσο κοινό που ελάχιστα κινεί την προσοχή» (ό.π, σ. 778-779).

Η συγγραφεύς θεωρεί ότι για αρκετά άτομα κάθε νέα μάθηση αποτελεί καθαίρεση από τον θρόνο της παντοδυναμίας και ένα βήμα στο κενό. Για τα άτομα αυτά η μετάβαση μέσω των νέων γνώσεων έξω από τα καθιερωμένα τους πλαίσια, ισοδυναμεί με ευνουχισμό (ό.π, σ. 780).

Κατά την ίδια, το πρόβλημα γίνεται σοβαρό όταν ήδη προϋπάρχει ένας εύθραυστος ναρκισσισμός: «Ένα τέτοιο παιδί συχνά οδηγείται στον ειδικό και μπορούμε να δούμε στην τάση του να οπισθοχωρήσει (διανοητικά) ένα φόβο να αντιμετωπίσει καταστάσεις αντιπαλότητας, μια σχέση με τη μητέρα που δεν του παρέχει την αναγκαία ασφάλεια, μια αποεπένδυση της εργασίας προς όφελος του παιχνιδιού. Όλα αυτά μαρτυρούν έναν εύθραυστο ναρκισσισμό, οφειλόμενο, χωρίς αμφιβολία, στον λάθος τρόπο που οι γονείς επένδυσαν στο παιδί» (ό.π, σ. 781).

Από τα ανωτέρω είναι φανερό ότι ένας ναρκισσισμός εύθραυστος μπορεί να οδηγήσει σε, περισσότερο ή λιγότερο, σοβαρές διανοητικές αναστολές, επομένως για την επίτευξη μιας ικανοποιητικής διανοητικής λειτουργίας απαιτείται η ύπαρξη ενός αρκετά υγιούς ναρκισσισμού. Βέβαια μια απόλυτα ικανοποιητική διανοητική λειτουργία, κατά τη Flagey, είναι κάτι το σχεδόν αδύνατο: «Μια ιδεώδης διανοητική λειτουργία, απαλλαγμένη από λιμπιντικές σημασίες - χωρίς ωστόσο να είναι αποκομμένη από τις ενεργειακές ρίζες της - όπως επίσης (απαλλαγμένη) και από τον αμυντικό της ρόλο, τελείως ανεξάρτητη από τις αντιδράσεις του περιβάλλοντος, δεν μπορεί παρά να είναι μια ασυμπτωτική γραμμή που μόνο κατ' εξαίρεση μπορεί φθάσει σε σύμπτωση» (ό.π, σ. 793).

Συμπέρασμα από την όλη διερεύνηση του θέματος είναι ότι η διανοητική αναστολή είναι ένα σύμπτωμα σύνθετο και εξαρτώμενο από πολλούς παράγοντες και σχεδόν πάντα συμβαδίζει με προηγούμενες αναστολές που έχουν αφήσει τα ίχνη τους στην οργάνωση των νοητικών λειτουργιών.

Εν κατακλείδι, και ασχέτως προς την όποια αιτιολογία, η Flagey υποστηρίζει ότι η άσκηση των γνωστικών λειτουργιών περιέχει πάντα και θετικές συνιστώσες για την ανάπτυξη του ατόμου: «Εάν οι γνωστικοί μηχανισμοί έχουν δομηθεί και χρησιμοποιηθεί ως λιμπιντικό υποκατάστατο σε ένα πιθανώς έντονα συγκρουσιακό πεδίο, εάν επίσης χρησιμεύουν στην αποκατάσταση μιας ασταθούς σχέσης με το αντικείμενο, εάν ακόμα τίθενται στην υπηρεσία των αμυνών του Εγώ ενάντια στις επικίνδυνες ενορμήσεις ή συνεισφέρουν στη διατήρηση μίας εύθραυστης ναρκισσιστικής επένδυσης, σε κάθε περίπτωση η εξάσκησή τους, ασχέτως προς τη δυναμική στην οποία βασίζονται, έχει θετικό ρόλο στη δόμηση του Εγώ και μπορεί να οδηγήσει σε όφελος την ψυχική οικονομία, λόγω της ευχαρίστησης που παρέχει» (ό.π, σ. 793).

Από τις απόψεις της Flagey που αναπτύχθηκαν προηγουμένως, κατέστη φανερό ότι το θέμα της διανοητικής δραστηριότητας συνδέεται πολύ στενά με το θέμα του ναρκισσισμού. Η σύνδεση του θέματος των διανοητικών δραστηριοτήτων με το θέμα του ναρκισσισμού απαιτεί περαιτέρω θεωρητική διερεύνηση και έτσι κρίθηκε σκόπιμη η παράθεση ορισμένων από τις απόψεις του Grunberger, όπως αυτές περιγράφονται από τον Dessuant.

Ο Dessuant θεωρεί ότι το ζητούμενο, όσον αφορά την ομαλή εξέλιξη του ατόμου είναι η **αποκατάσταση της ναρκισσιστικής πληρότητας**: «Αν το Εγώ σε κάθε στάδιο της ανάπτυξής του πετυχαίνει να ενσωματώνει τις ενορμήσεις, ενώ συγχρόνως επενδύει ναρκισσιστικά το περιεχόμενό του με κατάλληλο τρόπο, πραγματοποιεί- στο δικό του πλαίσιο- μια πετυχημένη σύνθεση των ενορμήσεων και του ναρκισσισμού. Έτσι, πραγματοποιείται αυτό που ορίζει, κατά τον Grunberger, την κατάσταση ναρκισσιστικής πληρότητας» (Dessuant, 1992, σ. 85).

Αν δεν πετύχει η ναρκισσιστική αποκατάσταση, τότε η αποτυχία αυτή λειτουργεί, συμβολικά στο ασυνείδητο ως ευνουχισμός: «Η αποτυχία της ναρκισσιστικής αποκατάστασης θα αναπαρίσταται ως νέα ναρκισσιστική πληγή, στο ασυνείδητο, μέσω του ευνουχισμού, δηλαδή μέσω του ευνουχισμένου φαλλού. Κάθε πρόσβαση στην πληρότητα θα έχει ως σύμβολο τον φαλλό στην ακεραιότητά του...Η απουσία της ναρκισσιστικής εκτίμησης, στην οποία επιμένει πολύ ο Grunberger, δεν γίνεται αισθητή στο ασυνείδητο του παιδιού ως έλλειψη αλλά ως παρουσία ενός πραγματικού ευνουχισμού. Για το κορίτσι, όπως και για το αγόρι, ο φαλλός παραμένει το σύμβολο της ναρκισσιστικής ολοκλήρωσης. Κατά τον Grunberger ''Κάθε ενορμητική ολοκλήρωση ή εμπλουτισμός του Εγώ του παιδιού, που θα ήταν ικανός να μεγαλώσει το αίσθημα της αξίας του και θα επιβεβαιωνόταν ως τέτοιος, θα προσλάβει στο ασυνείδητό του ένα φαλλικό χαρακτήρα, ενώ- αντίστροφα- η απουσία επιβεβαίωσης ή η υποτίμηση που δεν αντισταθμίζεται με ναρκισσιστικό τρόπο θα βιωθεί απ' αυτό ως ευνουχισμός''» (ό.π, σ. 86).

Όλα τα ανωτέρω συγκλίνουν σε ένα βασικό συμπέρασμα: ότι ο ναρκισσισμός είναι δυνατό να λειτουργήσει ως κινητήριος δύναμη που μετέχει ενεργά στη δόμηση του Εγώ. Σύμφωνα με τον Dessuant: «Η ανάπτυξη του ανθρώπου που ανταποκρίνεται σε μια φυσική τάση για ωρίμανση εξαρτάται από τον ναρκισσισμό... Η αποκατάσταση του πρωταρχικού ναρκισσιστικού τραυματισμού

φαίνεται να είναι μια αναγκαιότητα για τον άνθρωπο, ο οποίος επιδιώκει ασταμάτητα την επανασύσταση της χαμένης του πληρότητας. Η ναρκισσιστική αποκατάσταση, όταν είναι φυσιολογικά δυνατή, πραγματοποιείται σύμφωνα με τους, ανάλογους σε κάθε στάδιο, τρόπους της ενορμητικής ωρίμανσης» (ό.π, σ. 87).

Το κεφάλαιο θα κλείσει με μια ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα προσέγγιση στο θέμα της αναστολής των γνωστικών λειτουργιών, αυτήν του J. Begoin. Ο συγγραφέας αναφέρεται στην υπόθεση της Klein, σύμφωνα με την οποία: «Η γνωστική λειτουργία εξαρτάται από μια βέλτιστη δοσολογία ενορμητικής φόρτισης, η οποία πρέπει να είναι επαρκής για τη λειτουργία του συστήματος, άλλά όχι τόσο σημαντική ώστε να επιφέρει απαγορευτικές αναστολές» και υποστηρίζει ότι η διανοητική αναστολή είναι δυνατό να προκληθεί είτε από τη μη ανάπτυξη των αναγκαίων αμυνών είτε από την πρόωρη και έντονη ανάπτυξή τους. Κατά την άποψη του Begoin (1972, σ. 800-801): «Πρέπει να μας απασχολήσει ιδιαίτερα το θέμα της *βέλτιστης δοσολογίας της ενορμητικής φόρτισης*, γιατί η δυσκολία έγκειται στο να καταλάβουμε ότι η λειτουργία της αναστολής των γνωστικών λειτουργιών μπορεί να παραχθεί με δύο τρόπους: είτε το άγχος που δημιουργείται από τις καταστροφικές ενορμήσεις είναι τόσο μεγάλο, δηλαδή είναι τεράστια η ένταση του σαδισμού και του συνακόλουθου άγχους που κατακλύζει το ανώριμο Εγώ, ώστε να εμποδίζεται η ανάπτυξη του Εγώ άρα και η ανάπτυξη των απαιτουμένων αμυνών, είτε, αντιθέτως, (η αναστολή) οφείλεται στην πρόωρη ανάπτυξη του Εγώ και στη διαμόρφωση πολύ έντονων αμυντικών μηχανισμών που οφείλονται στην ανικανότητα του Εγώ να αντέξει ένα μεγάλο φορτίο από άγχος, γεγονός που έχει ως αποτέλεσμα μια εκτεταμένη απώθηση των ενορμήσεων. Στη συνέχεια υπάρχει ένας μόνο τρόπος επανόρθωσης των αποτελεσμάτων αυτών των δύο πρωταρχικών τρόπων αναστολής, όπως τον περιέγραψε η M.Klein, ''το υποκείμενο πρέπει να μπορεί να *αναγνωρίσει* τις φαντασιακές βλάβες που διέπραξε σε βάρος των εσωτερικευμένων αντικειμένων''...που σημαίνει ότι πρέπει να έχει την *ικανότητα να αντέχει την κατάθλιψη*».

1.4 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο κεφάλαιο αυτό επιχειρήθηκε η καταγραφή μερικών από τις, κατά τη γνώμη μας, πλέον διαδεδομένες ψυχαναλυτικές απόψεις που σχετίζονται με το θέμα της ανάπτυξης ή αναστολής των διανοητικών λειτουργιών.

Σύμφωνα με τον Freud, όταν εξ αιτίας της σεξουαλικής απώθησης τελειώσει η περίοδος της παιδικής σεξουαλικής έρευνας, τότε, λόγω του πρωταρχικού δεσμού της με τη σεξουαλική περιέργεια, παρουσιάζονται οι εξής δυνατότητες για το μέλλον της διανοητικής έρευνας:

1. Η διανοητική έρευνα συμμερίζεται την τύχη της σεξουαλικότητας και παραμένει από τότε απαγορευμένη.

2. Η διανοητική ανάπτυξη είναι αρκετά ισχυρή, ώστε να μπορεί να αντισταθεί στην σεξουαλική απώθηση που αποβλέπει να την παρασύρει μαζί της. Στην περίπτωση αυτή η διανοητική έρευνα γίνεται σεξουαλική δραστηριότητα και συχνά μάλιστα αποκλειστική.

3. Η σεξουαλική απώθηση δεν μπόρεσε να παρασύρει μαζί της στο ασυνείδητο ένα μέρος από το σεξουαλικό ένστικτο, το οποίο μετουσιώνεται σε διανοητική περιέργεια και ενδυναμώνει την επιθυμία προς έρευνα.

Κατά τον Freud δύο σημαντικές αιτίες αναστολών είναι:

1. Η αποφυγή μιας σύγκρουσης με το Εκείνο.

2. Η αποφυγή μιας σύγκρουσης με το Υπερεγώ.

Η M. Klein θεωρεί ότι οι κυριότερες αιτίες των διανοητικών αναστολών είναι οι εξής:

1. Η απαγόρευση της σεξουαλικής περιέργειας, πράγμα που οδηγεί στην ενοχοποίηση κάθε έρευνας και στην απώθηση όχι μόνο συγκεκριμένων περιοχών της συνείδησης, που αναφέρονται στο επίμαχο θέμα της σεξουαλικότητας, αλλά και όλων των περιοχών που συνδέονται συνειρμικά με αυτές.

2. Η δυσκολία που βιώνει το παιδί όταν ωθούμενο από την αρχή της πραγματικότητας προσπαθεί να απαρνηθεί το αίσθημα της παντοδυναμίας που ικανοποιεί την αρχή της ηδονής.

3. Η επιβολή προκατασκευασμένων και δογματικών ιδεών από τα άτομα που, κατά την αντίληψη του παιδιού, είναι περιβεβλημένα με κύρος.

4. Τα συμβολικά σεξουαλικά νοήματα που συνδέονται με τις σχολικές και μαθησιακές διαδικασίες, τα οποία είναι δυνατό να ενεργοποιήσουν τον φόβο του ευνουχισμού. Ο φόβος αυτός είναι η κοινή βάση όλων των πρώιμων και επακόλουθων αναστολών.

5. Οι πρώιμες αναστολές.

6. Η σύνδεση των διανοητικών δραστηριοτήτων με την πρωταρχική σκηνή ή με φαντασιώσεις που έχουν ως θέμα την πρωταρχική σκηνή.

7. Η σύνδεση των φιλεπιστημονικών αναγκών με τις σαδιστικές ορμές.

Κατά την ίδια, ο πλέον θετικός παράγοντας, όχι μόνο για τη διανοητική, αλλά και για την εν γένει ανάπτυξη ενός ατόμου, είναι η (υπό προϋποθέσεις) τάση για επανόρθωση.

Σύμφωνα με τη Flagey:

1. Η χρήση των γνώσεων είναι δυνατό να αποκτήσει τη σημασία μιας πραγματοποίησης οιδιπόδειων επιθυμιών αντιπαλότητας και λιμπιντικής ικανοποίησης και έτσι μπορεί να τεθούν σε λειτουργία οι απαγορευτικοί μηχανισμοί του Υπερεγώ. Το αίσθημα της ενοχής και ο φόβος του ευνουχισμού, που οφείλονται στη σεξουαλική σημασία που αποκτούν οι μαθησιακές λειτουργίες, προκαλούν συχνά έντονες διανοητικές αναστολές.

2. Ένας ναρκισσισμός εύθραυστος, ο οποίος συντελεί στη βίωση της αποτυχίας ως ισοδύναμο του ευνουχισμού, μπορεί να οδηγήσει σε, περισσότερο ή λιγότερο, σοβαρές διανοητικές αναστολές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΑΜΥΝΑΣ - ΦΑΝΤΑΣΙΩΣΙΚΗ ΑΝΤΙΛΗΨΗ

Ζούμε μέσα σε ένα όνειρο που τρίζει
σαν το ξύλινο ποδάρι της γιαγιάς μας
μα ο χρόνος ο αληθινός
σαν μικρό παιδί είναι εξόριστος

Δ. Σαββόπουλος

Τι είναι όμως στ' αλήθεια οι μαθηματικές θεωρίες και όλη αυτή η γιγαντιαία περιπέτεια των ιδεών; Φωλιές της φαντασίας των μαθηματικών που αργότερα κατοικεί η πραγματικότητα ή φωλιές της πραγματικότητας που κάποια στιγμή κατοικεί η φαντασία των μαθηματικών;

Η. Λογοθέτης

2.1 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΑΜΥΝΑΣ

Ορισμένες από τις βασικότερες έννοιες που συνδέονται με το θέμα αυτής της μελέτης, δηλαδή η διανοητική ανάπτυξη ή αναστολή, οι μηχανισμοί άμυνας και οι φαντασιωσικές αντιλήψεις, που αφορούν το εν γένει επιστημονικό και ειδικότερα το μαθηματικό αντικείμενο, είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι εν μέρει αλληλοκαλύπτονται ή ότι κάποιες από αυτές είναι ειδικές περιπτώσεις κάποιων άλλων. Για παράδειγμα οι διανοητικές λειτουργίες θα μπορούσαν να θεωρηθούν και ως μηχανισμοί άμυνας. Σύμφωνα με τη Flagey (1972, σ. 793), μία από τις λειτουργίες τους είναι η ένταξη στην υπηρεσία των αμυντικών μηχανισμών του Εγώ. Ακόμη, κατά την ίδια συγγραφέα η διανοητική αναστολή μπορεί να θεωρηθεί ως άμυνα ενάντια στα αισθήματα ενοχής που δημιουργεί η φαλλική σημασία των

διανοητικών επιτευγμάτων. Ο Freud θεωρεί ότι η αναστολή είναι ένας περιορισμός που επιβάλλει στον εαυτό του το Εγώ για να μη ξυπνήσει το άγχος, άποψη που δείχνει καθαρά τον αμυντικό ρόλο της αναστολής.

Επίσης ο Laplanche και ο Pontalis γράφουν ότι, σύμφωνα με την A. Freud, οι φαντασιώσεις και οι διανοητικές δραστηριότητες χρησιμοποιούνται για αμυντικούς σκοπούς: «Η συγγραφέας αυτή, η οποία αναφέρεται σε συγκεκριμένα παραδείγματα για να περιγράψει την ποικιλία, την πολυπλοκότητα και την εμβέλεια των μηχανισμών άμυνας, δείχνει με ποιόν τρόπο διεργασίες και δραστηριότητες κάθε είδους (φαντασιώσεις, διανοητική δραστηριότητα) χρησιμοποιούνται για αμυντικούς σκοπούς» (Laplanche και Pontalis 1986, σ. 325).

Από όλα τα ανωτέρω είναι φανερό ότι η διανοητική δραστηριότητα ή αναστολή, όπως και οι φαντασιώσεις, συμμετέχουν ενεργά στην αμυντική διαδικασία του οργανισμού και ένας τελείως χωριστός τρόπος εξέτασης των εννοιών αυτών είναι πρακτικά ανέφικτος. Ο λόγος που έχει επιλεγεί η χωριστή περιγραφή κάθε μιας από τις ανωτέρω έννοιες, χωρίς να μπορούν πάντα να αποφευχθούν η αλληλοεπικάλυψη και οι επαναλήψεις, είναι η ανάδειξη της ιδιαίτερης σημασίας της.

Σύμφωνα με τον Laplanche και τον Pontalis (1986, σ.325) μηχανισμοί άμυνας είναι: «*Διάφοροι τύποι ψυχικών εγχειρημάτων, τα οποία εξειδικεύονται ως αμυντικές τεχνικές. Οι προεξάρχοντες μηχανισμοί τους διαφέρουν, και αυτό εξαρτάται από τον τύπο της πάθησης, από τη συγκεκριμένη γενετική φάση, από τον βαθμό επεξεργασίας της αμυντικής ψυχικής σύγκρουσης, κλπ. Μολονότι η συναίνεση γύρω από την ιδέα ότι οι μηχανισμοί άμυνας χρησιμοποιούνται από το εγώ είναι γενική, παραμένει σε εκκρεμότητα το θεωρητικό ερώτημα του κατά πόσον η λειτουργία τους θέτει πάντοτε ως προϋπόθεση την ύπαρξη ενός οργανωμένου εγώ, το οποίο αποτελεί και το πεδίο δράσης τους*».

Οι ίδιοι συγγραφείς αναφέρουν ότι, σύμφωνα με τον Freud: «Ο όρος ''μηχανισμός άμυνας'' υποδεικνύει το σύνολο της αμυντικής διεργασίας που χαρακτηρίζει μία συγκεκριμένη νεύρωση και επίσης υποδηλώνει την αμυντική χρησιμοποίηση των ποικίλων τρόπων ''κατάληξης της ενόρμησης'', δηλαδή την

απώθηση, την επαναστροφή προς το ίδιο το άτομο, και τη μεταστροφή στο αντίθετο» (ό.π, σ. 325).

Σκοπός αυτής της μελέτης δεν είναι η εξαντλητική καταγραφή των μηχανισμών άμυνας, πράγμα που ούτως ή άλλως θεωρούμε μάλλον ανέφικτο, έτσι θα γίνει αναφορά σε αυτούς που, κατά τη γνώμη μας, αφενός αναφέρονται συχνότερα στην ψυχαναλυτική βιβλιογραφία και αφετέρου συνδέονται με την ανάπτυξη ή αναστολή των διανοητικών δραστηριοτήτων.

Η συγγραφέας που κυρίως συνέβαλε στη μελέτη των μηχανισμών άμυνας είναι η κόρη του Freud, A. Freud. Στο βιβλίο της *Το Εγώ και οι μηχανισμοί άμυνας,* η A. Freud, αναφερόμενη στις απόψεις του Freud για τον όρο ''άμυνα'', γράφει: «Ο όρος ''άμυνα''...αποτελεί τον παλιότερο εκπρόσωπο της δυναμικής θέσης στα πλαίσια της ψυχαναλυτικής θεωρίας. Εμφανίζεται για πρώτη φορά το 1894, στη μελέτη του Freud *Οι Αμυντικές Νευροψυχώσεις* και χρησιμοποιείται, σ' αυτό και σε αρκετά από τα επόμενα έργα του (*Η Αιτιολογία της Υστερίας, Πρόσθετες Παρατηρήσεις πάνω στις Αμυντικές Νευροψυχώσεις*) για να δηλώσει τον αγώνα του Εγώ ενάντια στις επώδυνες ή αφόρητες ιδέες ή συναισθήματα. Αργότερα ο όρος αυτός εγκαταλείφθηκε και, με την πάροδο του χρόνου αντικαταστάθηκε με τον όρο ''απώθηση''. Η σχέση, ωστόσο, ανάμεσα στις δύο έννοιες παρέμεινε ακαθόριστη. Στο παράρτημα της μελέτης *Αναστολή, Σύμπτωμα και Άγχος* (1926) ο Freud επιστρέφει στην παλιά έννοια της άμυνας, δηλώνοντας πως κατά τη γνώμη του η επαναχρησιμοποίηση της έννοιας θα παρουσίαζε αναμφισβήτητα πλεονεκτήματα, ''με την προϋπόθεση ότι τη χρησιμοποιούμε ρητά για να υποδηλώσουμε όλους γενικά τους τρόπους που υιοθετεί το Εγώ στις ψυχοσυγκρούσεις που μπορεί να οδηγήσουν στη νεύρωση, ενώ διατηρούμε τον όρο ''απώθηση'' για την ειδική μέθοδο άμυνας στην οποία μας οδήγησε αρχικά η έρευνά μας και συνεπώς γνωρίζουμε καλύτερα από τις άλλες'' (σ. 163). Εδώ αντικρούεται άμεσα η αντίληψη πως η απώθηση καταλαμβάνει μία μοναδική θέση ανάμεσα στις ψυχικές διαδικασίες και δημιουργείται χώρος στην ψυχαναλυτική θεωρία και για τις υπόλοιπες διαδικασίες που εξυπηρετούν τον ίδιο σκοπό, δηλαδή ''την προστασία του Εγώ από τις απαιτήσεις των ενορμήσεων''. Η απώθηση αποτελεί στο εξής μια ειδική μέθοδο άμυνας» (A. Freud, 1978, σ. 45).

Η A. Freud αναφέρει ορισμένους μηχανισμούς άμυνας, που έχουν περιγραφεί στα κείμενα της ψυχανάλυσης: «Στους εννέα αμυντικούς μηχανισμούς, που είναι τόσο γνωστοί από την πρακτική μας και έχουν περιγραφεί εξαντλητικά στα θεωρητικά κείμενα της ψυχανάλυσης (παλινδρόμηση, απώθηση, σχηματισμός αντίδρασης, μόνωση, αναίρεση, προβολή, ενδοβολή, στροφή ενάντια στον ίδιο τον εαυτό και αντιστροφή) θα πρέπει να προσθέσουμε και ένα δέκατον μηχανισμό, ο οποίος ανήκει μάλλον στη μελέτη του φυσιολογικού παρά στη νεύρωση: τη μετουσίωση ή μετάθεση των ενορμητικών σκοπών. Απ' όσο γνωρίζουμε, το Εγώ, στις συγκρούσεις του με τους αντιπροσώπους των ενορμήσεων και τα συναισθήματα, διαθέτει τους δέκα αυτούς διαφορετικούς αμυντικούς μηχανισμούς» (ό.π, σ. 46).

Η ίδια συγγραφέας περιγράφει και ορισμένους άλλους μηχανισμούς άμυνας, όπως την άρνηση στο επίπεδο της φαντασίωσης, την άρνηση της πραγματικότητας στο επίπεδο του λόγου και της πράξης, την αποφυγή, την ταύτιση με τον επιτιθέμενο, την αναστολή, την περιστολή του Εγώ, τη διανοητικοποίηση κατά την εφηβεία κλπ.

Η M. Klein στις μελέτες της περιγράφει άμυνες όπως προβολή, ενδοβολή, διχασμός του αντικειμένου, προβλητική ταύτιση, απάρνηση της πραγματικότητας, παντοδύναμος έλεγχος του αντικειμένου, επανόρθωση, εξιδανίκευση κλπ.

Οι μηχανισμοί άμυνας είναι ένα από τα κεντρικά σημεία της ψυχαναλυτικής θεωρίας και έχουν περιγραφεί, εκτός των ανωτέρω, και από πολλούς άλλους συγγραφείς. Με στόχο τη συνοπτική περιγραφή των μηχανισμών άμυνας θα παρατεθούν αρχικά οι απόψεις της A.Freud και της D. Flagey. Η A. Freud στο βιβλίο της με τίτλο *Το Εγώ και οι μηχανισμοί άμυνας* πραγματοποίησε την πρώτη συστηματική μελέτη της λειτουργίας των μηχανισμών άμυνας. Η D. Flagey, στη μελέτη που δημοσίευσε το 1972, ασχολήθηκε εκτεταμένα με τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στους μηχανισμούς άμυνας και τις διανοητικές δραστηριότητες. Στη συνέχεια θα αναφερθούν ορισμένες από τις απόψεις της M. Klein, και το υποκεφάλαιο 2.1 θα κλείσει με την A. Watillon-Naveau, η οποία επικεντρώνεται κυρίως στους διαφορετικούς, αναφορικά με το φύλο, τρόπους λειτουργίας των μηχανισμών άμυνας.

2.1.1 ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ A. FREUD

Σύμφωνα με την A. Freud η άμυνα στρέφεται είτε ενάντια στις ενορμήσεις είτε ενάντια στα συναισθήματα, όταν αυτά (οι ενορμήσεις και τα συναισθήματα) γίνονται αιτίες υπερβολικού άγχους.

Κίνητρα της άμυνας ενάντια στις ενορμήσεις

Η άμυνα ενάντια στις ενορμήσεις υπακούει σε τρία κυρίως κίνητρα: στο υπερεγωτικό άγχος, στο αντικειμενικό άγχος και στο άγχος που οφείλεται στη δύναμη των ενορμήσεων.

Το υπερεγωτικό άγχος στις νευρώσεις των ενηλίκων: Οι ενήλικες νευρωτικοί επιδιώκουν να αποφύγουν τις σεξουαλικές και επιθετικές τους επιθυμίες για να μην έλθουν σε σύγκρουση με τις απαιτήσεις του Υπερεγώ, για το οποίο η σεξουαλικότητα είναι απαγορευμένη και η επιθετικότητα αντικοινωνική (A. Freud, 1978, σ. 57).

Το αντικειμενικό άγχος στις παιδικές νευρώσεις: Τα παιδιά, σε αντίθεση με τους ενήλικες θεωρούν τις ενορμήσεις επικίνδυνες, γιατί εκείνοι που ανατρέφουν το παιδί έχουν απαγορεύσει την ικανοποίησή τους και γιατί η οποιαδήποτε προσπάθεια προς ικανοποίηση των ενορμήσεων συνεπάγεται και την επιβολή ή απειλή αντιποίνων. Το άγχος του ευνουχισμού έχει τις ίδιες συνέπειες στα παιδιά που έχει και το συνειδησιακό άγχος στους ενήλικες. Η άμυνα που προβάλουν τα παιδιά εναντίον των ενορμήσεων έχει αιτία τους φόβους που προκαλούνται από εξωτερικούς παράγοντες (κυρίως από την οικογένεια). Άρα αυτό που κινητοποιεί τους αμυντικούς μηχανισμούς των παιδιών είναι το αντικειμενικό άγχος (ό.π, σ. 59).

Το άγχος των ενορμήσεων (Ο τρόμος μπροστά στη δύναμη των ενορμήσεων): Το άγχος που οφείλεται στη δύναμη των ενορμήσεων έχει ως αιτία την εξέλιξη του Εγώ από την αρχή της ηδονής στην αρχή της πραγματικότητας, οπότε δεν μπορεί πια να ανεχθεί τις απαιτήσεις των ενορμήσεων (ό.π, σ. 61).

Κίνητρα της άμυνας ενάντια στα συναισθήματα

Το Εγώ προκειμένου να αμυνθεί ενάντια στις ενορμήσεις που θεωρεί επικίνδυνες είναι υποχρεωμένο να απομακρύνει και τα συναισθήματα που συνδέονται με την ενορμητική διαδικασία (ό.π, σ. 63 - 64).

Χαρακτηριστικές περιπτώσεις αμυνών

Αμέσως παρακάτω θα γίνει αναφορά σε δύο αμυντικούς μηχανισμούς, οι οποίοι συνδέονται άμεσα ή έμμεσα με το θέμα των διανοητικών δραστηριοτήτων. Οι μηχανισμοί αυτοί είναι οι εξής:

1. *Η άρνηση της πραγματικότητας*, η οποία συνδέεται με τον μηχανισμό της *αντιστροφής*.
2. *Η περιστολή του Εγώ*, η οποία συνδέεται με τη λειτουργία της *αποφυγής*.

1. *Άρνηση της πραγματικότητας*

Σύμφωνα με την A. Freud αυτό που συντελεί στην εδραίωση του μηχανισμού της *άρνησης* είναι η *αντιστροφή της πραγματικότητας*, είτε με τη φαντασίωση είτε με τα λόγια ή τη συμπεριφορά, άρα υπάρχει στενή σύνδεση αυτών των δύο αμυνών (ό.π, σ. 91).

Η A. Freud, χρησιμοποιώντας ως παράδειγμα τη ζωοφοβία του Μικρού Χανς, αναλύει τον μηχανισμό της *άρνησης της πραγματικότητας στο επίπεδο της φαντασίωσης*: «Ο μικρός Χανς αγαπούσε τη μητέρα του και από ζήλια υιοθέτησε μια επιθετική στάση απέναντι στον πατέρα του...Οι επιθετικές αυτές ενορμήσεις αναζωπύρωσαν το άγχος του ευνουχισμού, οπότε κινητοποιήθηκαν οι διάφοροι μηχανισμοί άμυνας ενάντια στις ενορμήσεις: *μετάθεση* - από τον πατέρα προς το αγχογόνο ζώο - *αντιστροφή* της δικής του απειλής προς τον πατέρα του, ο μετασχηματισμός της δηλαδή σε άγχος μήπως απειληθεί ο ίδιος από τον πατέρα του...και *παλινδρόμηση* στο στοματικό στάδιο: η ιδέα ότι θα τον δαγκώσουν. Οι μηχανισμοί που χρησιμοποιήθηκαν εκπλήρωσαν στο ακέραιο το σκοπό τους, απομάκρυναν δηλαδή τις ενορμήσεις: η απαγορευμένη λιβιδινική αγάπη προς τη μητέρα και η επικίνδυνη επιθετικότητα προς τον πατέρα του εξαφανίστηκαν από το

συνειδητό. Το άγχος ευνουχισμού, που σχετιζόταν με τον πατέρα του, ''δεσμεύτηκε'' στο σύμπτωμα της ιπποφοβίας, αλλά σύμφωνα με τον μηχανισμό της φοβίας, οι κρίσεις άγχους αποφεύγονταν με μια νευρωτική αναστολή: ο μικρός Χανς έπαψε να βγαίνει από το σπίτι του...Ο μικρός Χανς *αρνήθηκε την πραγματικότητα μέσα από τις φαντασιώσεις του»* (ό.π, σ. 73-74).

Με αφορμή το παράδειγμα του μικρού Χανς καθίσταται φανερό ότι, σύμφωνα με την A. Freud, ένας μηχανισμός άμυνας, όπως για παράδειγμα η άρνηση της πραγματικότητας, είναι δυνατό να εκπληρώνει το σκοπό του μέσα από τη συντονισμένη δράση μιας ομάδας από άμυνες, στο παράδειγμα με τη χρησιμοποίηση της μετάθεσης, της αντιστροφής και της παλινδρόμησης (κατά τη γνώμη μας και της προβολής, εφ' όσον ο μικρός Χανς προβάλλει, αρχικά στον πατέρα του και στη συνέχεια μεταθέτει στο άλογο την απειλή που ο ίδιος κατευθύνει προς τον πατέρα του). Ακόμη, στο παράδειγμα του μικρού Χανς εμφανίζονται ο φόβος αντιποίνων και η αναζωπύρωση του άγχους του ευνουχισμού που δημιουργούνται στο μικρό παιδί ως αποτέλεσμα της επιθυμίας να υποκαταστήσει τον πατέρα του στο πλευρό της μητέρας. Τα άγχη που συνδέονται με την οιδιπόδεια σύγκρουση, όπως έχει τονισθεί από πολλούς συγγραφείς, αποτελούν πολύ σημαντικό παράγοντα όσον αφορά τη σχολική επίδοση. Αυτό συμβαίνει διότι, σε πολλές περιπτώσεις, η σχολική επιτυχία συνεπάγεται τη βίωση (για το αγόρι) ενός επικίνδυνου ανταγωνισμού με τον πατέρα, επομένως η χρήση των γνώσεων ισοδυναμεί με την πραγμάτωση οιδιπόδειων επιθυμιών αντιπαλότητας και λιμπιντικής ικανοποίησης και έτσι είναι δυνατό να τεθούν σε λειτουργία οι απαγορευτικοί μηχανισμοί του Υπερεγώ.

Με παρόμοιο τρόπο, όπως τον προηγούμενο, λειτουργεί ο μηχανισμός της *άρνησης στο επίπεδο του λόγου και της πράξης*, αλλά με τη εξής διαφορά: Το πεδίο όπου λειτουργεί η άρνηση δεν είναι η φαντασίωση αλλά η εξωτερική πραγματικότητα, στο βαθμό που αποδέχεται τη δραματοποίηση των φαντασιώσεων με λόγια και πράξεις (ό.π, σ. 93).

2. *Περιστολή του Εγώ*

Κατά την άποψη της A. Freud, ο μηχανισμός αυτός συνδέεται στενά με τη λειτουργία της *αποφυγής*: «Το Εγώ, αντί να αντιλαμβάνεται την επώδυνη εντύπωση και στη συνέχεια να την καταργεί αποσύροντας την επένδυσή του (κάθεξη), έχει τη δυνατότητα να αρνηθεί ολότελα να έρθει σε επαφή με την επικίνδυνη εξωτερική κατάσταση. Μπορεί να τραπεί σε φυγή και έτσι να αποφύγει, στην κυριολεξία, τις καταστάσεις δυσαρέσκειας. Ο *μηχανισμός αποφυγής*, είναι τόσο αρχαϊκός και φυσικός και, επιπλέον, τόσο αδιάσπαστα δεμένος με την ομαλή ανάπτυξη του Εγώ, ώστε είναι πολύ δύσκολο να τον αποσπάσουμε, για θεωρητικούς λόγους, από το συνηθισμένο του πλαίσιο και να τον δούμε μεμονωμένα» (ό.π, σ. 95-96).

Στο ανωτέρω κείμενο φαίνεται η διαφορά που υπάρχει μεταξύ της *αποφυγής* και της *άρνησης*, η οποία (άρνηση) χρησιμοποιείται σε καταστάσεις που είναι αδύνατο να αποφύγει κάποιος το αγχογόνο ερέθισμα.

Ως παράδειγμα στο μηχανισμό της *περιστολής του Εγώ* η συγγραφέας αναφέρει την περίπτωση ενός μικρού αναλυμένου της, ο οποίος ενώ αρχικά εύρισκε ευχαρίστηση στο σχέδιο, όταν διαπίστωσε ότι η αναλύτρια σχεδίαζε καλύτερα από αυτόν, φοβούμενος τον ανταγωνισμό σταμάτησε να σχεδιάζει. Στην ουσία *περιέστειλε* τη λειτουργία του Εγώ του και αποσύρθηκε σε βάρος της ανάπτυξής του (ό.π, σ. 96-97). Από το παράδειγμα αυτό καθίσταται φανερή η σχέση του μηχανισμού αυτού με την περιστολή της διανοητικής ανάπτυξης.

Κυρίαρχη συνιστώσα όσον αφορά τη σοβαρότητα ή μη της περιστολής είναι, κατά την ίδια, η ηλικία. Η διαφορά μεταξύ ενηλίκων και παιδιών είναι ότι: «Τα παιδιά που επιμένουν να παίζουν τον ρόλο του θεατή, ξαναβρίσκουν την ικανότητά τους για δουλειά, αν αλλάξουν οι συνθήκες κάτω από τις οποίες καλούνται να εργαστούν. Οι αυθεντικές αναστολές από την άλλη μεριά δεν διαφοροποιούνται και οι αλλαγές του περιβάλλοντος μόλις και τις επηρεάζουν» (ό.π, σ. 99).

Την άποψη που έχει η A.Freud για την περιστολή γενικεύει και σε άλλες άμυνες, που για μεν τους ενηλίκους, κατά τη γνώμη της, συνιστούν σοβαρές διαταραχές, για δε τα παιδιά, κατά κανόνα, αποτελούν μέρος της φυσιολογικής εξέλιξης. Έτσι για παρόμοιες αμυντικές συμπεριφορές χρησιμοποιεί διαφορετική ορολογία. Για παράδειγμα, αν οι αμυντικές διαδικασίες αφορούν παιδιά,

χρησιμοποιεί τους όρους *άρνηση ή περιστολή*, ανάλογα με τη συγκεκριμένη άμυνα, ενώ, αν αφορούν ενήλικες, τους όρους *απώθηση ή αναστολή* αντίστοιχα. Η διαφορά προκύπτει από το πεδίο που εξασκείται η άμυνα και σύμφωνα με την A.Freud, στην περίπτωση της άρνησης ή της περιστολής, το Εγώ μάχεται ενάντια σε εξωτερικά ερεθίσματα και η σύγκρουση που προκύπτει δεν εσωτερικεύεται αμέσως, αλλά διατηρεί τον δεσμό της με τον εξωτερικό κόσμο. Το αμυντικό μέσο, στο οποίο καταφεύγει το Εγώ, δεν έχει ως στόχο του την ενορμητική ζωή, αλλά απευθείας τον εξωτερικό κόσμο που προκαλεί και τη διάψευση, γι' αυτό το λόγο, αν οι άμυνες αυτές δεν λειτουργούν σε υπερβολικό βαθμό ή για πολύ χρόνο, θεωρούνται δεμένες με την ομαλή ανάπτυξη του Εγώ. Στην περίπτωση όμως της απώθησης ή της αναστολής η σύγκρουση έχει εσωτερικευθεί και το Εγώ μάχεται ενάντια στις δικές του εσωτερικές διαδικασίες (ό.π, σ. 91, 103).

Ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα που προκύπτει από τα παραδείγματα στα διάφορα είδη άμυνας, που αναφέρει η A. Freud, είναι ότι οι επιθετικές και οι σεξουαλικές ενορμήσεις είναι δυνατό να αναζωπυρώσουν το άγχος του ευνουχισμού, οπότε οι διάφοροι μηχανισμοί άμυνας κινητοποιούνται ενάντια σε αυτές τις ενορμήσεις.

Οι ανωτέρω απόψεις της A.Freud βρίσκονται στην ίδια περίπου θεωρητική γραμμή με αυτές του S. Freud, σύμφωνα με τις οποίες το Υπερεγώ διαμορφώνεται με τη λύση του Οιδιπόδειου συμπλέγματος. Κατά την προηγούμενη περίοδο το Υπερεγώ του μικρού παιδιού είναι ανύπαρκτο ή αδύναμο. Στην περίοδο αυτή το παιδί φοβάται την εξουσία των πραγματικών γονιών. Η φροϋδική άπόψη για το Υπερεγώ, σύμφωνα με τον P. Dessuant (1992, σ. 102), είναι: «Το Υπερεγώ σχηματίζεται σχετικά αργά και την ίδια εποχή με την παρακμή του οιδιπόδειου συμπλέγματος, του οποίου είναι αποκύημα. Εκείνη την εποχή, το παιδί ενδοβάλλει τις απαγορεύσεις των γονέων, ταυτιζόμενο μ' αυτούς. Χάρη σ' αυτή τη διεργασία ταύτισης, μπορεί να παραιτηθεί από τις οιδιπόδειες επιθυμίες του. Ο Freud θεωρούσε τη δημιουργία του Υπερεγώ ως περίπτωση "επιτυχημένης ταύτισης με τη γονική αρχή". Η επιλογή της έκφρασης "γονική αρχή", τονίζει ότι η ταύτιση απευθύνεται στο ίδιο το Υπερεγώ των γονέων και όχι σ' αυτούς ως άτομα».

Για το ίδιο θέμα, δηλαδή τις απόψεις της A.Freud, ο Smirnoff (1987, σ. 159-160) γράφει: «Για το παιδί δεν υπάρχει σαφής διαχωρισμός ανάμεσα στο

ενδοπροβλημένο Υπερεγώ και στους ''πραγματικούς'' γονείς που χρησιμεύουν ως πρότυπο...Για την A.Freud, το Υπερεγώ του παιδιού δεν έχει φτάσει ακόμα στην κατάσταση μιας απρόσωπου δυνάμεως».

Αντίθετη άποψη έχει η M.Klein, σύμφωνα με την οποία το Υπερεγώ σχηματίζεται πολύ νωρίτερα και, αρχικά, αυτό που προκαλεί το σχηματισμό του είναι οι καταστρεπτικές ορμές και το άγχος που αυτές δημιουργούν: «Οι δικές μου παρατηρήσεις με οδήγησαν στη σκέψη ότι ο σχηματισμός του Υπερεγώ είναι μια διαδικασία πολύ πιο απλή και άμεση. Η Οιδιπόδεια σύγκρουση και ο σχηματισμός του Υπερεγώ, ξεκινούν, κατά τη γνώμη μου, τη στιγμή που κυριαρχούν οι προγεννητικές ορμές και τα ενδοβαλμένα αντικείμενα στο σαδο-στοματικό στάδιο. Είναι επομένως οι πρώτες αντικειμενώδεις επενδύσεις και οι πρώτες ταυτοποιήσεις που συνθέτουν το αρχικό Υπερεγώ. Αυτό που προκαλεί το σχηματισμό αυτού του Υπερεγώ και αυτό που κυριαρχεί στα πρώτα του στάδια, είναι οι καταστρεπτικές ορμές και το άγχος που δημιουργούν» (Klein, 1977, σελ 193).

Οι διαφορές στη θεωρητική προσέγγιση της έννοιας του Υπερεγώ, αλλά και άλλες που αφορούν τον πλέον ενδεδειγμένο τρόπο για την παιδική ανάλυση, υπήρξαν η αιτία του σχηματισμού δύο αντίθετων πόλων· της Σχολής της Βιέννης (A. Freud) και της Αγγλικής Σχολής (M. Klein).

Η παρουσίαση των απόψεων της A. Freud θα κλείσει με την αναφορά σε μιαν ''αντίφαση'' στην άποψη ότι οι μηχανισμοί άμυνας αποτελούν αποκλειστικά ''άμυνες του Εγώ''. Την ''αντίφαση'' αυτή επεσήμαναν ο Laplanche και ο Pontalis (1986, σ. 326): «Τέλος, αν επικεντρώναμε τη θεωρία στην έννοια ''άμυνα του Εγώ'', μπορεί εύκολα να καταλήγαμε σε ένα είδος αντιπαράθεσης μεταξύ άμυνας και αμιγούς ενορμητικής διεκδίκησης, η οποία (ενορμητική διεκδίκηση) είναι εξ' ορισμού τελείως ξένη προς κάθε διαλεκτική, σύμφωνα με τον Freud ''Αν οι απαιτήσεις του εγώ ή των εξωτερικών δυνάμεων που αντιπροσωπεύονται από αυτό, δεν εξασκούσαν πίεση, η ενόρμηση θα είχε μία και μόνο δυνατή κατάληξη: την ικανοποίηση''. Έτσι όμως η ενόρμηση θα κατέληγε να είναι ένας όρος χωρίς αποχρώσεις, ένα στοιχείο ανεπηρέαστο εξ' ορισμού από οποιαδήποτε απαγόρευση. Η ύπαρξη όμως των ποικίλων μηχανισμών που παρατηρούνται στο πεδίο των πρωτογενών διεργασιών (μετάθεση, συμπύκνωση, κλπ), με ό,τι συνεπάγονται στο επίπεδο δόμησης των ενορμητικών λειτουργιών, δεν θα βρισκόταν άραγε στην περίπτωση αυτή σε αντίφαση με μια τέτοια αντίληψη;».

2.1.2 ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ D. FLAGEY

Η Flagey, όπως και η A.Freud, θεωρεί ότι έννοιες ''άμυνα'' και ''αναστολή'' *έχουν στενή σύνδεση: «Η ίδια η αντίληψη της αναστολής προϋποθέτει την* εμπλοκή ενός αμυντικού μηχανισμού. Η φροϋδική ρήση που ορίζει την αναστολή ως περιστολή της λειτουργίας του Εγώ με σκοπό να το προφυλάξει από ένα άγχος, το οποίο λειτουργεί ως σήμα κινδύνου, εκφράζει τέλεια αυτή την αντίληψη» (Flagey, 1972, σ. 769).

Κατά την ίδια, σημαντική απειλή για την ανάπτυξη των γνωστικών λειτουργιών είναι ο κίνδυνος να επέλθει μια συνολική αποεπένδυση στη σχέση με το αντικείμενο, η οποία καταλήγει σε πλήρη αποδόμηση του Εγώ. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται σύμφωνα με τις παρακάτω συνθήκες: «Στα υποκείμενα που είναι καθηλωμένα σε ένα προγενετήσιο τρόπο σχέσης, όπου η αμφιθυμία είναι έντονη και οι επιθυμίες για ένωση με το αντικείμενο είναι στενά συνδεδεμένες με καταστροφικές τάσεις, κάθε προσέγγιση ενέχει για το υποκείμενο τον κίνδυνο, λόγω των επιθετικών προβολών, είτε να καταστρέψει το αντικείμενο είτε να καταστραφεί από αυτό. Στα άτομα αυτά είναι απαραίτητη μια κριτική απόσταση από το αντικείμενο τέτοια ώστε να επιτρέπει στο Εγώ να λειτουργεί χωρίς άγχος» (ό.π, σ. 769- 770).

Σύμφωνα με την άποψη της Flagey το φαινόμενο αυτό είναι πολύ πιο συχνό απ' όσο συνήθως θεωρείται: «Συμβαίνει σε υποκείμενα που δεν παρουσιάζουν τα κλινικά συμπτώματα της ψύχωσης και το μόνο που παρατηρείται είναι μια γενική περιστολή των λειτουργιών του Εγώ» (ό.π, σ. 770).

Προφανώς το ενδιαφέρον στις ανωτέρω απόψεις δεν είναι οι οριακές καταστάσεις που χαρακτηρίζονται από μόνιμη αποεπένδυση στη σχέση με το αντικείμενο, εφ' όσον δεν αποτελούν θέμα αυτής της μελέτης, αλλά κάποιες παροδικές κρίσεις αποεπένδυσης οι οποίες συνήθως δεν γίνονται αντιληπτές παρά τη συχνότητά τους. Στην περίπτωση αυτών των κρίσεων, κατά τη Flagey, η αποδόμηση είναι πρόσκαιρη και αναστρέψιμη. Επίσης, αν η συνολική αποεπένδυση θεωρηθεί ως το κατώτερο όριο μιας λειτουργίας, είναι σημαντικό να ερευνηθούν οι περιπτώσεις όπου η διαδικασία αυτή (της αποεπένδυσης) λειτουργεί όχι συνολικά, αλλά εν μέρει, είτε στη διάσταση του βάθους είτε στη διάσταση του πλάτους.

Η ίδια θεωρεί ότι στο ίδιο μήκος κύματος κινούνται και οι αναλυτές της κλαϊνικής σχολής, όταν αναφέρονται στις πολύ πρώιμες αναστολές: «Στην παρανοειδή - σχιζοειδή θέση, εάν το άγχος είναι πολύ οξυμένο και οι πρωτόγονοι αμυντικοί μηχανισμοί (διχασμός, άρνηση, ενδοβολή, προβολή, προβλητική ταύτιση) λειτουργούν με πολύ έντονο τρόπο, το μόλις σχηματιζόμενο Εγώ, προκειμένου να αποφύγει το άγχος, μπορεί να φθάσει στην αποδόμηση» (ό.π, σ. 770).

Μια πολύ σημαντική παρατήρηση της Flagey είναι ότι οι μηχανισμοί άμυνας, ανάλογα με την περίπτωση, μπορούν να παίξουν θετικό ή αρνητικό ρόλο στις διανοητικές λειτουργίες: «Σε κάθε στάδιο της ανάπτυξης οι άμυνες συνεισφέρουν είτε στην αναστολή είτε στην επιτάχυνση των διανοητικών λειτουργιών, στο μέτρο που δρουν αρνητικά ή θετικά στην οργάνωση του Εγώ[6]» (ό.π, σ. 771).

Η διαπίστωση έχει πολύ μεγάλη σημασία, γιατί θεμελιώνει θεωρητικά την ειδική υπόθεση της έρευνάς μας στους μαθητές, σύμφωνα με την οποία οι μηχανισμοί άμυνας δεν λειτουργούν μόνο προς την κατεύθυνση της δημιουργίας μιας αρνητικής στάσης σε σχέση με ένα εξωτερικό αντικείμενο, αλλά είναι δυνατό να βοηθήσουν στη δόμηση μιας θετικής και εποικοδομητικής σχέσης με ένα αντικείμενο· στη συγκεκριμένη περίπτωση με το μαθηματικό αντικείμενο. Εξ άλλου, σύμφωνα με τη Flagey: «Πολλές από τις λαμπρότερες καριέρες έχουν οικοδομηθεί πάνω στις αναγκαίες άμυνες» (ό.π, σ. 774).

Η συγγραφεύς, σε συνέχεια της ανωτέρω διαπίστωσης, αναλύει τις διαδικασίες και τις προϋποθέσεις μέσω των οποίων ορισμένοι μηχανισμοί άμυνας μπορούν να έχουν θετική συνεισφορά στην ανάπτυξη των ατόμων: «Η σχολή της M.Klein έχει δείξει ότι οι πιο αρχαϊκοί μηχανισμοί άμυνας, που αν διαρκέσουν για πολύ φέρνουν σοβαρές παραμορφώσεις στην αίσθηση της πραγματικότητας, έχουν αρχικά θετικό ρόλο στο σχηματισμό των πρώτων γνωστικών μηχανισμών. Ο διχασμός, που συνίσταται στην απόρριψη προς τα έξω των ''κακών'', επιτρέπει να μπουν σε μιαν αρχική οργάνωση οι αντιλήψεις του παιδιού που μέχρι πρότινος ήταν χαοτικές, άρα είναι μια συνθήκη για τη μεταγενέστερη οργάνωση...Για τη H. Segal η προβλητική ταύτιση είναι ο πιο πρώιμος μηχανισμός που επιτρέπει τη

---

[6] Η υπογράμμιση είναι δική μας.

δημιουργία συμβόλων: ''Προβάλλοντας μέρη του εαυτού του στο αντικείμενο και ταυτίζοντας τα μέρη του αντικειμένου με τα μέρη του εαυτού του, το Εγώ δημιουργεί τα πρώτα σύμβολα''» (ό.π, σ. 771).

Ο ίδιος διττός χαρακτήρας αποδίδεται και στην απώθηση: «Είναι γνωστό ότι η απώθηση εμποδίζοντας, σε πολύ αρχικό στάδιο, την έκφραση μιας ενόρμησης...θέτει εκτός του Εγώ γνώσεις μολυσμένες λόγω της εγγύτητάς τους με σεξουαλικές και επιθετικές συγκρούσεις...Αλλά η απώθηση, από την άλλη μεριά, είναι απαραίτητη για να κρατάει σε απόσταση τις συγκρούσεις». (ό.π, σ. 772).

Με ίδιο τρόπο η Flagey αντιμετωπίζει και τη διανοητικοποίηση κατά την εφηβεία, άμυνα που περιέγραψε η A. Freud: «Η διανοητικοποίηση κατά την εφηβεία είναι ένα καλό παράδειγμα επιτάχυνσης των γνωστικών λειτουργιών για αμυντικούς σκοπούς και η θετική συνεισφορά της στη δόμηση του Εγώ είναι γεγονός που κανείς δεν μπορεί να αμφισβητήσει» (ό.π, σ. 773).

Παρομοίως μπορεί να λειτουργήσει και η, κατά περιοχές, διανοητική υπερεπένδυση στους ψυχωτικούς, οι οποίοι με αυτόν τον τρόπο αμύνονται ενάντια στο άγχος του τεμαχισμού: «Αυτή η λειτουργία μπορεί να είναι ασταθής και περισσότερο ή λιγότερο παθολογική, αλλά μπορεί να βοηθήσει στην ανάπτυξη αξιόλογων ικανοτήτων και ενίοτε...στην έξοδο από την ψύχωση» (ό.π, σ. 773).

Σύμφωνα με την ίδια, ένα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό των μηχανισμών άμυνας αποτελεί η δυνατότητα να αναπτύξουν μια στρατηγική που μακροπρόθεσμα μπορεί να φέρει θετικά αποτελέσματα: «Ίσως θα είχε ενδιαφέρον να διακρίνουμε αυτές τις αμυντικές λειτουργίες που, μέσω μιας στρατηγικής μπροστά σε ένα κίνδυνο, επιτρέπουν τη δόμηση εκείνων των μηχανισμών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν αργότερα στην υπηρεσία είτε μιας λιμπιντικής ικανοποίησης είτε των μετουσιώσεων, από εκείνες που αποκόβουν κάθε έκφραση των ενορμήσεων και οδηγούν την ανάπτυξη σε αδιέξοδο» (ό.π, σ. 774).

2.1.3 ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ M. KLEIN

Σύμφωνα με τη M.Klein κάθε άτομο στην αρχή της ζωής του περνά από δύο φάσεις (θέσεις - κατά την ορολογία της Klein). Αρχικά περνά από την παρανοειδή - σχιζοειδή θέση και στη συνέχεια, περί τα μέσα του πρώτου χρόνου της ζωής του, από την καταθλιπτική θέση. Στις δύο αυτές θέσεις, οι οποίες συνδέονται με ορισμένους πολύ βασικούς μηχανισμούς άμυνας, θα γίνει αναφορά αμέσως παρακάτω.

Παρανοειδής - σχιζοειδής θέση

Με την παρανοειδή - σχιζοειδή θέση συνδέονται ορισμένοι μηχανισμοί άμυνας, όπως η ενδοβολή που ζητάει να ιδιοποιηθεί το ''καλό'' αντικείμενο', η προβολή, που θέλει να αποκλείσει το τυραννικό αντικείμενο, ο διχασμός (σχάση) που προστατεύει το ιδεώδες από το διωκτικό αντικείμενο και η προβλητική ταύτιση.

Σύμφωνα με τη Segal (1995, σ. 59) οι ως άνω μηχανισμοί λειτουργούν με τον εξής τρόπο: «Το παιδί προστατεύει τον εαυτό του από το άγχος που προκαλούν απειλητικές εσωτερικές μορφές με διαρκή σχάση και προβολή τους προς τα έξω, και προσπάθεια ενδοβολής εξιδανικευμένων γονικών μορφών...Έτσι με διεργασίες προβολής και ενδοβολής, πολύ εναργείς σε μικρά παιδιά, το παιδί δημιουργεί βαθμιαία ένα εσωτερικό κόσμο από ιδεώδη και διωκτικά αντικείμενα αποσχισμένα μεταξύ τους που διατηρούνται μακριά το ένα από το άλλο». Όπως εξηγεί η ίδια, οι μηχανισμοί άμυνας αυτοί αφορούν τη σχέση με μερικά αντικείμενα και πρωταρχικά με το μαστό της μητέρας: «Αυτά τα μερικά αντικείμενα υφίστανται σχάση σ' ένα ιδεώδη μαστό - αντικείμενο της επιθυμίας του παιδιού - και σ' ένα διωκτικό μαστό - αντικείμενο μίσους και φόβου, που συνήθως γίνεται αντιληπτός ως κομματιασμένος» (ό.π, σ. 95).

Ο Smirnoff περιγράφει τη διαδικασία με την οποία το ''καλό'' και το ''κακό'' αντικείμενο' υπόκεινται στους μηχανισμούς της ενδοβολής και της προβολής: «Το παιδί υποκείμενο ζητά να φυλάξει μέσα του το ιδεώδες αντικείμενο, ταυτιζόμενο με αυτό, γιατί το νοιώθει ως μια προστατευτική δύναμη. Δοκιμάζει εξ' άλλου να απωθήσει το ''κακό'' αντικείμενο που αποτελεί μια

απειλή. Πρέπει να παρατηρήσουμε ωστόσο, ότι το ''καλό'' αντικείμενο μπορεί να προβληθεί σε ένα εξωτερικό αντικείμενο για να το προφυλάξει από τις επιθετικές ορμές και ότι το ''κακό'' αντικείμενο' μπορεί να ενδοπροβληθεί για να είναι δυνατός ο έλεγχος της καταστρεπτικής του δυνάμεως. Τα τυραννικά αντικείμενα μπορούν επομένως να περάσουν από το εσωτερικό στο εξωτερικό και τανάπαλι» (Smirnoff, 1987, σ. 119).

Η διαδικασία της σύνδεσης των σαδιστικών με τις λιμπιντικές ενορμήσεις, που επιτελείται κατά τη διάρκεια της παρανοειδούς - σχιζοειδούς θέσης, περιγράφεται από τον Dessuant (1992, σ. 75): «Σ' αυτή την περίοδο, οι στοματικές σαδιστικές ενορμήσεις, που αφορούν το μητρικό αντικείμενο και εκφράζονται μέσω των φαντασιώσεων καταβρόχθισης και αφανισμού, συνδέονται με τις λιμπιντικές ενορμήσεις. Το μερικό αντικείμενο είναι διασπασμένο σε καλό και κακό, ανάλογα με το αν παρέχει επιβράβευση ή την αποστερεί· είναι ο τόπος προβολής της αγάπης και του μίσους του παιδιού. Κάθε τμήμα του αντικειμένου ακολουθεί πεπρωμένα σχετικώς ανεξάρτητα και υπόκειται στη διεργασία ενδοβολής και προβολής. Το καλό αντικείμενο εξιδανικεύεται· ενδοβαλλόμενο, καθησυχάζει και προστατεύει το παιδί από την καταδίωξη του κακού καταστρεπτικού αντικειμένου, το οποίο επίσης έχει ενδοβληθεί». Η αίσθηση αυτή της καταδίωξης είναι και το βασικό χαρακτηριστικό της παρανοειδούς θέσης. Το καταδιωκτικό άγχος ενισχύει και η χρησιμοποίηση του μηχανισμού της προβλητικής ταύτισης. Κατά τον Dessuant: «Αυτό το είδος ταύτισης συνίσταται σε μια φαντασιωσική προβολή στο εσωτερικό του σώματος της μητέρας, του υποκειμένου ή των διασπασμένων μερών του, για να ελέγξει ή να καταστρέψει το αντικείμενο στο εσωτερικό. Αυτές όμως οι φαντασιώσεις συνοδεύονται από το τρομακτικό βίωμα του αντικειμένου που έγινε απειλητικό, διότι το παιδί φοβάται ότι θα καταστραφεί με τη σειρά του κι αισθάνεται βίαια καταδιωκτικά άγχη» (ό.π, σ. 75).

Καταθλιπτική θέση

Στη θέση αυτή το παιδί αναγνωρίζει τη μητέρα ως ένα όλο, ως συνολική ύπαρξη η οποία είναι δυνατό να είναι καλή ή κακή, παρούσα ή απούσα κλπ. Στην καταθλιπτική θέση το άγχος αλλάζει χαρακτήρα και από καταδιωκτικό γίνεται καταθλιπτικό. Σύμφωνα με τη Segal (1995, σ. 96): «Το παιδί στο δεύτερο τέταρτο του πρώτου χρόνου, με μιαν αυξανόμενη απαρτίωση του, αρχίζει να αντιλαμβάνεται τη μητέρα του ως ένα ολόκληρο πρόσωπο...Σ' αυτή την αγαπημένη ολόκληρη μητέρα στρέφεται το παιδί για να ανακουφίσει τους διωκτικούς του φόβους, θέλει να την ενδοβάλει έτσι ώστε να μπορεί να την προστατεύσει από την εσωτερική και εξωτερική δίωξη...Η μητέρα τώρα γίνεται αισθητή ως ένα αντικείμενο στο σύνολό του, όχι μόνο σε αντιδιαστολή με τα μερικά αντικείμενα της προηγούμενης κατάστασης, αλλά και με την έννοια ότι δεν υφίσταται σχάση σε ένα διωκτικό και ένα ιδεώδες αντικείμενο, γίνεται αισθητή ως η πηγή και των ικανοποιήσεων του βρέφους και των ματαιώσεών του και του πόνου. Επομένως, η αγάπη του γι' αυτήν είναι πολύ αμφίθυμη και εύκολα μετατρέπεται σε μίσος, και έτσι η αγαπημένη και απαραίτητη μητέρα βρίσκεται πάντα εκτεθειμένη στον κίνδυνο της καταστροφής, όχι μόνο από τους φανταστικούς διώκτες, αλλά και από το μίσος και τον σαδισμό του ίδιου του παιδιού. Επειδή είναι σταθερά ενδοβλημένη, η καταστροφή είναι ταυτόχρονα μια εσωτερική καταστροφή, και ο εσωτερικός κόσμος του βρέφους είναι ερειπωμένος και χαοτικός...Στο αίσθημα της απώλειας και της λύπης και του μαρασμού προστίθεται και το αίσθημα ενοχής: το βρέφος βιώνει την ψυχική πραγματικότητα του κινδύνου για τα εσωτερικό αντικείμενο ως να οφειλόταν στις δικές του ορμές και φαντασιώσεις».

Η Segal αναφέρεται σε μιαν ομάδα αμυνών, τις λεγόμενες ''μανιακές'', οι οποίες λειτουργούν στην καταθλιπτική θέση και ανάμεσά τους βρίσκονται η απάρνηση, ο παντοδύναμος έλεγχος του αντικειμένου, ο διχασμός και η εξιδανίκευση: «Στην ουσία οι άμυνες αυτές κατευθύνονται ενάντια στη βίωση της ψυχικής πραγματικότητας του καταθλιπτικού πόνου, και κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η διάψευση της ψυχικής πραγματικότητας. Εξάρτηση από το αντικείμενο και αμφιθυμία διαψεύδονται και το αντικείμενο ελέγχεται παντοδύναμα και αντιμετωπίζεται θριαμβευτικά και περιφρονητικά έτσι ώστε η απώλειά του να μην προκαλέσει πόνο ή ενοχή. Εναλλάξ, ή ταυτόχρονα, μπορεί να υπάρξει φυγή στο

εξιδανικευμένο αντικείμενο, διαψεύδοντας κάθε αίσθημα καταστροφής και απώλειας» (ό.π, σ. 99).

Η σχέση των μανιακών αμυνών με τους μηχανισμούς επανόρθωσης φαίνεται και από την άποψη του Laplanche και του Pontalis (1986, σ. 226): «Οι μηχανισμοί επανόρθωσης μπορούν, ιδιαίτερα όταν δεν είναι ευχερείς, να παραλληλισθούν είτε με τις μανιακές άμυνες (αίσθημα παντοδυναμίας) είτε με τους ιδεοψυχαναγκαστικούς μηχανισμούς (ψυχαναγκαστική επανάληψη των επανορθωτικών πράξεων). Κατά τη M.Klein, η επιτυχία της επανόρθωσης προϋποθέτει την επικράτηση των ενορμήσεων ζωής επί των ενορμήσεων του θανάτου».

Αυτό που κυρίως συμβάλλει στην υπερνίκηση και το ξεπέρασμα του καταθλιπτικού άγχους είναι η αναστολή της επιθετικότητας και ο μηχανισμός επανόρθωσης-αποκατάστασης του καλού αντικειμένου, εσωτερικά και εξωτερικά, που αρχικά το παιδί είχε βλάψει. Σύμφωνα με τη Segal (1995, σ. 99): «Στο βιβλίο της, *Η Ψυχανάλυση παιδιών,* η M. Klein είχε περιγράψει έναν αριθμό από μηχανισμούς αποκατάστασης ή επανόρθωσης, αλλά μόνο με την έννοια της καταθλιπτικής θέσης κατόρθωσε να δει ότι η επανόρθωση παίζει θεμελιώδη ρόλο στην ανάπτυξη. Ο καταθλιπτικός πόνος, με την ενοχή και τον μαρασμό για την ανάκτηση του καλού αντικειμένου, εξωτερικά και εσωτερικά, κινητοποιεί επιθυμίες επανόρθωσης και φαντασιώσεις αποκατάστασης του καλού εσωτερικού αντικειμένου. Απ' αυτές τις επιθυμίες εξαρτάται η εγκατάσταση του καλού εσωτερικού αντικειμένου».

Η, όσο το δυνατόν απαλλαγμένη από ψυχαναγκασμούς, επανόρθωση, κατά τη M. Klein, αποτελεί ένα θρίαμβο: «Με τη μείωση του άγχους οι μηχανισμοί επανόρθωσης χάνουν τον ψυχαναγκαστικό τους χαρακτήρα κερδίζοντας σε αποτελεσματικότητα και στη συμπεριφορά ενός παιδιού ξεχωρίζουν με μεγαλύτερη καθαρότητα αντιδράσεις ενός επιπέδου χαρακτηριστικά γεννητικού. Η μετάβαση στο γεννητικό στάδιο εκφράζει επομένως τον τελικό θρίαμβο των θετικών στοιχείων στον ανταγωνισμό των δυνάμεων που, κατά τη γνώμη μου, κυριαρχεί σε όλη την πρωτόγονη ανάπτυξη ενός παιδιού» (Klein, 1977, σ. 242).

2.1.4 ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΗΣ Α. WATILLON-NAVEAU

Η περιγραφή των αμυντικών μηχανισμών θα κλείσει με τις απόψεις της Watillon-Naveau. Η Watillon-Naveau στη μελέτη που δημοσίευσε στο *Revue Francaise de Psychanalyse,* αρχικά αναφέρεται στους αμυντικούς μηχανισμούς που συνδέονται με το ναρκισσιστικό τραύμα και στη συνέχεια επισημαίνει τους διαφορετικούς τρόπους λειτουργίας των μηχανισμών άμυνας που συνδέονται με τις διανοητικές δραστηριότητες, σε σχέση με το φύλο. Επίσης τονίζει τον ιδιαίτερο τρόπο με τον οποίο λειτουργεί στα κορίτσια η σύνδεση του σαδισμού με τα διανοητικά, όπως και με τα εν γένει επιτεύγματα.

Η Watillon-Naveau θεωρεί ότι το ναρκισσιστικό τραύμα κινητοποιεί στο μικρό παιδί δύο αμυντικούς μηχανισμούς, αυτόν της απώθησης και αυτόν που τείνει στην επανάκτηση της φαντασίωσης της παντοδυναμίας: «Όταν, κατά τη διάρκεια της εξέλιξης του μωρού, έρθει η στιγμή να αποκτήσει συνείδηση της πραγματικότητας, άρα να βάλει τέλος στη ναρκισσιστική παντοδυναμία, γνωρίζουμε ότι δημιουργείται αυτό που γενικά αποκαλούμε *ναρκισσιστικό τραύμα, το οποίο αναζωπυρώνεται από τους φόβους του ευνουχισμού, στα διάφορα στάδια της λιμπιντικής ανάπτυξης και κατά την πορεία της εξέλιξης των αντικειμενοτρόπων σχέσεων*. Αυτό το ναρκισσιστικό τραύμα, τόσο οδυνηρό για το Εγώ, κινητοποιεί τους αμυντικούς μηχανισμούς. Σύμφωνα με τον Grunberger, το παιδί θα πραγματοποιήσει μια διπλή αμυντική κίνηση: από τη μια πλευρά θα θέσει σε λειτουργία το μηχανισμό της απώθησης και από την άλλη θα προσπαθήσει να επανακτήσει τη φαντασίωση της παντοδυναμίας» (Watillon-Naveau, 1972, σ. 823-824).

Σύμφωνα με τη Watillon-Naveau, ο μηχανισμός της επανόρθωσης λειτουργεί διαφορετικά σε σχέση με το φύλο: «Ένας από της μηχανισμούς επανόρθωσης, αναμφισβήτητα ο πλέον πρώιμος, όπως τον περιέγραψε ο Grunberger, είναι η προβολή της παντοδυναμίας πάνω στις γονικές φιγούρες, κυρίως σ' αυτήν του πατέρα. Αργότερα, ταυτιζόμενο με τον πατέρα το αγόρι θα έχει τη δυνατότητα να επανορθώσει, εν μέρει, αυτή την προβολή, πράγμα που δεν μπορεί να κάνει το κορίτσι» (ό.π, σ. 824).

Κατά την ίδια συγγραφέα, εκτός της επανόρθωσης, και η παντοδυναμία που οφείλεται στη λειτουργία των εκκρίσεων λειτουργεί διαφορετικά στα αγόρια από ότι στα κορίτσια. Η Watillon-Naveau, προς επικουρία αυτής της άποψης, αναφέρεται στην Klein: «Η M. Klein εκτιμά ότι η παντοδυναμία των εκκριτικών λειτουργιών εξασκεί μιαν επιρροή πιο εμφανή και διαρκή στο κορίτσι από ότι στο αγόρι, κυρίως σε σχέση με την ιδιαίτερα μεγάλη επιθετικότητα που στρέφεται από το κορίτσι προς το εσωτερικό της μητέρας, το οποίο φυλάσσει το πέος του πατέρα» (ό.π, σ. 824).

Η Watillon-Naveau υποστηρίζει ότι για το κορίτσι η διαδικασία της σκέψης, εφ' όσον συνδέεται με τον σαδισμό, μπορεί να καταστεί πολύ επώδυνη: «Το μικρό κορίτσι οφείλει να ανακαλύψει το εσωτερικό του σώματός της, έδρα των σεξουαλικών οργάνων αλλά και της επιθετικότητας και του άγχους. Το αγόρι συγκεντρώνει το μίσος και το ενδιαφέρον του σε ένα όργανο ορατό εξωτερικά και έτσι έρχεται σε μεγαλύτερη επαφή με τον εξωτερικό κόσμο και την πραγματικότητα. Το κορίτσι έρχεται περισσότερο σε επαφή με ένα εσωτερικό και κρυμμένο κόσμο (το εσωτερικό του δικού της σώματος και της μητέρας), άρα με το ασυνείδητο. Η χρησιμοποίηση της σκέψης στο κορίτσι συνδέεται ευκολότερα, σε σχέση με το αγόρι, με τη σαδιστική λειτουργία των εκκρίσεων, επομένως και με το άγχος των αντιποίνων» (ό.π, σ. 824).

Ακόμη, η Watillon -Naveau τονίζει τη μεγάλη σημασία που έχει για το κορίτσι η φαντασιωσική ενσωμάτωση του φαλλού: «Για το μικρό κορίτσι η σαδιστική επιθυμία, στοματικού και στη συνέχεια πρωκτικού τύπου, της ενσωμάτωσης του μητρικού φαλλού αρχικά και ακολούθως του πατρικού πέους παίζει σημαντικό ρόλο στην ικανοποίηση λιμπιντικών επιθυμιών, αλλά κυρίως στην κάλυψη του ναρκισσιστικού τραύματος». Επίσης: «Θέλουμε να υπογραμμίσουμε το γεγονός ότι πολλά από τα επιτεύγματα (της γυναίκας) έχουν στο ασυνείδητο τη σημασία της απόκτησης του φαλλού, άρα της ναρκισσιστικής επανόρθωσης» (ό.π, σ. 826).

Η σύγκρουση που προκαλείται ανάμεσα στη σαδιστική επιθυμία απόκτησης φαλλού και στις συνεπακόλουθες ενοχές επιδρά, σε αρκετές περιπτώσεις, με αρνητικό τρόπο στις κάθε είδους φιλοδοξίες και οδηγεί ορισμένες γυναίκες στην εξής στάση: «Ταυτίζονται με το μητρικό αντικείμενο, δηλαδή το πέος του πατέρα

και μπορούν να παράγουν διανοητικά ή και άλλου τύπου επιτεύγματα, μόνο όταν λειτουργούν ως δεξί χέρι, βοηθός ή συνεργάτης ενός άντρα: συζύγου, αφεντικού ή πατέρα» (ό.π, σ. 826).

Συμπέρασμα από όλα τα ανωτέρω είναι ότι οι μηχανισμοί άμυνας διαδραματίζουν έναν πολύ σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη και χρησιμοποίηση των διανοητικών λειτουργιών. Αυτό όμως δεν συνεπάγεται ότι το θεωρητικό υπόβαθρο και ο τρόπος που χρησιμοποιούνται δεν παρουσιάζουν ορισμένα προβλήματα. Ως παράδειγμα θα αναφέρουμε ένα προβληματισμό του Laplanche και του Pontalis (1986, σ.326) *που αφορά τη γενίκευση και τη λειτουργικότητα* αυτής της έννοιας: «Η γενικευμένη χρήση της έννοιας ''μηχανισμός άμυνας'' δεν παύει, ωστόσο, να ανακινεί ερωτήματα: το να συμπεριλαμβάνονται σε μία και μοναδική λειτουργία διεργασίες τόσο διαφορετικές, όπως για παράδειγμα η εκλογίκευση όπου παρεμβαίνουν πολύπλοκοι διανοητικοί μηχανισμοί, και η επαναστροφή προς το ίδιο το άτομο, η οποία αναφέρεται στην απόληξη της ενορμητικής διακίνησης, μας κάνει να διερωτόμαστε αν όντως η έννοια μηχανισμός άμυνας είναι πραγματικά λειτουργική. Επίσης, το να υποδηλώνουμε με τον ίδιο όρο, δηλαδή τον όρο άμυνα, πραγματικά καταναγκαστικές διεργασίες του ψυχισμού, όπως είναι η αναδρομική αναίρεση και άλλες, όπως η αναζήτηση οδών ''αποσυμφόρησης'', που χαρακτηρίζει ορισμένες μετουσιώσεις, είναι μια πραγματικότητα που δημιουργεί πολλά ερωτήματα».

2.2 ΦΑΝΤΑΣΙΩΣΙΚΗ ΑΝΤΙΛΗΨΗ

Σύμφωνα με τον Laplanche και τον Pontalis (1986, σ. 535), φαντασίωση είναι: «*Φανταστικό σενάριο, στην πλοκή του οποίου το άτομο είναι παρόν. Απεικονίζει, με λίγο ως πολύ παραμορφωμένο από τις αμυντικές διεργασίες τρόπο, την εκπλήρωση επιθυμιών οι οποίες είναι, σε τελευταία ανάλυση, ασυνείδητες*». Η διερεύνηση των μηχανισμών άμυνας ως προς τα μαθηματικά συνδέεται στενά με τη σχέση που έχουν οι μηχανισμοί άμυνας και η φαντασίωση και, σε τελική ανάλυση, η ίδια η φαντασίωση είναι δυνατό να θεωρηθεί ως ένας μηχανισμός άμυνας.

Σύμφωνα με τη Segal η φαντασίωση μπορεί να θεωρηθεί και ως μέσο φυγής από μια δυσάρεστη πραγματικότητα, συνεπώς, με αυτήν την έννοια, γίνεται μια άμυνα: «Το άτομο παράγοντας μια φαντασίωση όπου όλα εκπληρώνονται, όχι μόνο αποφεύγει τη ματαίωση και την αναγνώριση μιας δυσάρεστης εξωτερικής πραγματικότητας, αλλά επίσης, πράγμα που είναι ακόμα πιο σημαντικό, αμύνεται ενάντια στην πραγματικότητα της δικιάς του καταβρωχθιστικής επιθυμίας και θυμού - της εσωτερικής αλήθειας του. Οι φαντασιώσεις, επιπλέον, μπορεί να θεωρηθούν ως άμυνα ενάντια σε άλλες φαντασιώσεις» (Segal, 1964, σ. 16).

Η διαφορά, κατά τη Segal, μεταξύ φαντασίωσης και μηχανισμών άμυνας είναι όπως η διαφορά μεταξύ πραγματικής διαδικασίας και της διανοητικής αναπαράστασής της. Η Segal δίνει το εξής παράδειγμα πάνω σ' αυτό: «Η απώθηση, που είναι ένας μηχανισμός άμυνας, μπορεί να βιωθεί και να περιγραφεί από ένα ασθενή ως ένα εσωτερικό φράγμα που κινδυνεύει να σπάσει από την πίεση ενός χειμάρρου, δηλαδή αυτό που ένας παρατηρητής μπορεί να διακρίνει ως μηχανισμό άμυνας, από ένα άτομο μπορεί να βιωθεί και να περιγραφεί ως φανταστική αφήγηση» (ό.π. σ. 17).

Η αγγλική σχολή, με κύριες εκπροσώπους τη M. Klein, τη S. Isaacs και τη H. Segal, προέκτεινε τις αρχικές φροϋδικές ιδέες για τη φαντασίωση και έδωσε στην έννοια της φαντασίωσης, στα πλαίσια των ψυχαναλυτικών θεωριών, ένα πολύ πιο κεντρικό ρόλο.

Η Segal θεωρεί ότι ο Freud δεν έδωσε ιδιαίτερο βάρος στην έννοια της ασυνείδητης φαντασίωσης: «Ο Freud χρησιμοποιεί πολύ λίγο την έννοια της

ασυνείδητης φαντασίωσης, και όπου αναφέρεται σ' αυτήν, τη θεωρεί ως ένα μάλλον όψιμο φαινόμενο» (Segal, 1995, σ. 117).

Αντίθετη γνώμη έχει ο Smirnoff ο οποίος υποστηρίζει ότι η έννοια της ασυνείδητης φαντασίωσης είναι σύμφωνη με τις φροϋδικές αντιλήψεις που αφορούν την ψευδαισθητική εκπλήρωση επιθυμίας (Smirnoff ,1987, σ. 164).

Η Segal (1995, σ. 118-120) δίνει μια εμπεριστατωμένη παρουσίαση των απόψεων της κλαϊνικής σχολής για τη φαντασίωση, όπως αυτές περιγράφονται από την Isaacs: «Η Isaacs, παρουσιάζοντας ταυτόχρονα τις ιδέες της M. Klein, θεωρεί ότι η ασυνείδητη φαντασίωση είναι η ψυχική έκφραση των ενστίκτων, ''όλες οι ορμές, όλα τα αισθήματα, όλες οι μορφές άμυνας βιώνονται στη φαντασία, που τους δίνει ψυχική ζωή και δείχνει την κατεύθυνση και τον προορισμό τους''. Αυτό βρίσκεται σε συμφωνία με την παντοδυναμία που είναι το κυρίαρχο χαρακτηριστικό του ψυχισμού του βρέφους...Η υπόθεση του Freud για την ψευδαισθητική εκπλήρωση επιθυμίας προηγήθηκε της υπόθεσης για τη δυαδικότητα των ενστίκτων της ζωής και του θανάτου και αφορούσε μόνο λιβιδινικές ικανοποιήσεις. Η Isaacs εκσυγχρονίζει αυτήν την ιδέα εφιστώντας την προσοχή στο γεγονός ότι καταστροφικές ορμές εκφράζονται και με φαντασιώσεις, προκαλώντας άγχος και διωκτικό φόβο. Στον παντοδύναμο ψυχισμό του βρέφους η επιθυμία να φαει γίνεται μια παντοδύναμη φαντασίωση ότι έχει ενσωματώσει ένα ιδεώδη τροφοδότη μαστό. Η επιθυμία καταστροφής γίνεται φαντασίωση ενός κατεστραμμένου και διώκοντος μαστού. Οι πρωϊμότερες φαντασιώσεις, φυσικά, δεν είναι λεκτικές, και η φύση της φαντασίωσης υπαγορεύεται από το στάδιο ανάπτυξης του βρέφους. Εν πρώτοις θα είναι σωματικές, αργότερα οπτικές, και τελικά ικανές να ρηματοποιηθούν».

Η Isaacs (1959, σ.154-155) υποστηρίζει ότι οι πρώτες φαντασιώσεις γεννιούνται από τις σωματικές ορμές και αντιπροσωπεύουν μια πρωτογενή δραστηριότητα της νοητικής ζωής, η οποία διατυπώνεται λεκτικά σε ένα μεταγενέστερο στάδιο ανάπτυξης. Η ίδια συγγραφεύς προτείνει την υιοθέτηση δύο γραφών: *fantasy* και *phantasy* για να υποδηλωθούν αντίστοιχα «Οι συνειδητές ονειροπολήσεις, οι επινοήσεις της φαντασίας κλπ» και «Το πρωτογενές περιεχόμενο των ασυνειδήτων ψυχονοητικών διεργασιών».

Ο Laplanche και ο Pontalis (1986, σ. 540) θεωρούν ότι, μολονότι η Isaacs πιστεύει ότι εκφράζει τη σκέψη του Freud, η ανωτέρω πρόταση αδυνατεί να αποδώσει την πολυπλοκότητα των φροϋδικών απόψεων. Οι ίδιοι συγγραφείς υποστηρίζουν ότι η φροϋδική θεωρία για τη φαντασίωση δεν ευνοεί διαχωρισμούς των φαντασιώσεων με γνώμονα το αν είναι ασυνείδητες ή συνειδητές (ό.π. σ. 538).

Η Flagey (1972, σ. 741) κάνοντας κριτική στις ιδέες της Isaacs αναφέρει τις απόψεις των *παρισινών συγγραφέων* (Lebovici και Kestemberg), οι οποίοι θεωρούν ότι η Isaacs παρουσιάζει την έννοια *φαντασίωση* με πολύ γενικευμένο τρόπο και, σε σχέση με ορισμένα από τα φαινόμενα που η Isaacs περιέγραψε, θα ήταν προτιμότερη η ορολογία *προφαντασιώσεις*, εφόσον τα φαινόμενα αυτά αναφέρονται σε *προαντικείμενα*.

Σύμφωνα με τη Flagey, ένα σημαντικό συμπέρασμα που προκύπτει από τις απόψεις της Isaacs είναι ότι υπάρχει ένα **συνεχές μεταξύ ενόρμησης - φαντασίωσης - διανοητικών λειτουργιών**, (ό.π, σ.740). Η διαπίστωση αυτή καθιστά φανερή τη στενή σύνδεση που έχουν οι διανοητικές λειτουργίες με τις φαντασιώσεις και με τις ενορμήσεις και εάν ληφθεί υπόψη αυτό που έχει αναφερθεί προηγουμένως, δηλαδή ότι η φαντασίωση είναι στενά συνδεδεμένη με την άμυνα, τότε είναι φανερό ότι **στο θέμα της διερεύνησης των τρόπων που το άτομο σχετίζεται με ένα γνωστικό αντικείμενο, στη συγκεκριμένη περίπτωση με τα μαθηματικά, συνεχώς υπεισέρχεται η "Τριάδα": ενόρμηση - φαντασίωση - άμυνα.** Η ανωτέρω διαπίστωση αποτελεί μιαν ισχυρή θεωρητική συνηγορία στην άποψη ότι τα μαθηματικά είναι αντικείμενο και η σχέση με τα μαθηματικά είναι σχέση αντικειμένου.

Η Flagey επισημαίνει ότι η λειτουργία της σκέψης είναι αδύνατο να εστιασθεί αποκλειστικά στις απαιτήσεις της πραγματικότητας. Απαραίτητο συστατικό της λειτουργίας της σκέψης είναι η σύνδεσή της με τις ασυνείδητες φαντασιώσεις: «Η μάθηση εξαρτάται από το ενδιαφέρον, το ενδιαφέρον παράγεται από την επιθυμία, την περιέργεια και τον φόβο -κυρίως από την επιθυμία και την περιέργεια. Σύμφωνα με τον τρόπο που έχουν αναπτυχθεί η φαντασιωσική σκέψη και η σκέψη που λειτουργεί με βάση την πραγματικότητα, είναι ξεχωριστές ψυχικές λειτουργίες και προσφέρουν ικανοποίηση με διαφορετικό τρόπο. Το γεγονός, ότι στην πλήρη τους ανάπτυξη έχουν διαφορετικό χαρακτήρα, δεν

σημαίνει, κατ' ανάγκη ότι η σκέψη που λειτουργεί με βάση την πραγματικότητα είναι ανεξάρτητη από τις ασυνείδητες φαντασιώσεις. Δεν είναι μόνο το γεγονός ότι η μια εμπλέκεται και διασταυρώνεται με την άλλη. **Κατά τη γνώμη μας, η σκέψη που λειτουργεί με βάση την πραγματικότητα δεν μπορεί να λειτουργήσει χωρίς τη συμφωνία με τις ασυνείδητες φαντασιώσεις που την υποβαστάζουν, για παράδειγμα συνεχίζουμε να απορροφούμε τα πράγματα με τα αυτιά μας, να καταβροχθίζουμε με τα μάτια**[7]» (ό.π, σ. 741-742).

Σύμφωνα με τον F. Varela (1989, σ. 9): «Κάθε εποχή στην ιστορία της ανθρωπότητας παράγει, μέσω των καθημερινών κοινωνικών πρακτικών και της γλώσσας της, μια φαντασιακή δομή. Η επιστήμη αποτελεί τμήμα αυτών των κοινωνικών πρακτικών και οι επιστημονικές θεωρίες αναπαριστούν μια μόνο διάσταση αυτής της φαντασιακής δομής».

Παρόμοια είναι και η άποψη του Georgin (1973, σ. 102): «Η σκέψη που λειτουργεί στα πλαίσια του ορθού λόγου δεν είναι ποτέ απαλλαγμένη από ένα φαντασιωσικό υπόβαθρο, αντίθετα από αυτό που διακηρύσσει η πλειοψηφία των φιλοσοφικών δογμάτων, είτε υλιστικά είτε ιδεαλιστικά είναι αυτά. Καμία θεωρητική αναζήτηση δεν είναι αγνή».

Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουν ο Laplanche και ο Pontalis (1986, σ. 539), σύμφωνα με τους οποίους:

> «Η πρόοδος της έρευνας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ακόμα και ορισμένες πλευρές της συμπεριφοράς που είναι απομακρυσμένες από τη φαντασιακή δραστηριότητα και φαίνονται από πρώτη ματιά να κατευθύνονται αποκλειστικά και μόνο από τις απαιτήσεις της πραγματικότητας, είναι εκδηλώσεις ή "αποφυάδες" ασυνειδήτων φαντασιώσεων. Από την άποψη αυτή το σύνολο της ζωής του ατόμου είναι διευθετημένο και πλασμένο από κάτι που συμμετέχει στη δόμηση του ψυχισμού, και το οποίο θα μπορούσε να ονομασθεί *φαντασιωσική προβληματική*. Η φαντασιωσική προβληματική όμως δεν πρέπει να εννοηθεί απλά σαν μια προσωπική θεματική που

---

[7] Η «έντονη γραφή» είναι δική μας.

χαρακτηρίζεται στον κάθε άνθρωπο αποκλειστικά από προσωπικά γνωρίσματα, αλλά σαν ένα σύστημα που εμπεριέχει τον δικό του ιδιαίτερο δυναμισμό. Πρόκειται για την τάση των φαντασιωσικών δομών να εκδηλώνονται και να βρίσκουν διέξοδο προς τη συνείδηση και τη δράση, έλκοντας συνεχώς προς το μέρος τους νέο υλικό».

Η άποψη του Laplanche και του Pontalis θα μπορούσε κάλλιστα να αναφέρεται στη μαθηματική δραστηριότητα, η οποία κατ' εξοχήν είναι μια δραστηριότητα που εκ πρώτης όψεως φαίνεται ότι κατευθύνεται αποκλειστικά και μόνο από τις απαιτήσεις της πραγματικότητας που αφορά τη μαθηματική επιστήμη, δηλαδή από ένα σύνολο, καθολικής ισχύος, κανόνων αυστηρά δομημένων και τυποποιημένων. Αυτό όμως που πραγματικά συμβαίνει, όπως θα φανεί και από τα αποτελέσματα των ερευνών μας, είναι ότι οι μαθητές και οι καθηγητές σχετίζονται με τα μαθηματικά και μέσω των προσωπικών τους φαντασιώσεων και αμυνών, με στόχο να τα εντάξουν μεταμορφωμένα, σύμφωνα με τις βαθύτερες ανάγκες τους στη δομή του ψυχισμού τους.

Τέλος, είναι σημαντικό να γίνει κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο ένα εξωτερικό αντικείμενο, όπως τα μαθηματικά, μπορεί να συνδεθεί με τη φαντασιωσική διαδικασία. Στην κατανόηση αυτού του τρόπου συνεισφέρει ή άποψη του Wildlocher, σύμφωνα με την οποία οι ανυπόφορες εσωτερικές εντάσεις προβάλλονται στην εξωτερική πραγματικότητα: «Μια ένταση που είναι αποτέλεσμα εσωτερικής σύγκρουσης μετατίθεται στο εξωτερικό. Το υποκείμενο ζει ή συμμετέχει σε μιαν εξωτερική σύγκρουση, αντί να βιώσει την εσωτερική σύγκρουση ή να αμυνθεί ενάντια σ' αυτήν. Για να μπορέσει να το πετύχει, η εξωτερική πραγματικότητα γίνεται αντιληπτή με τέτοιο τρόπο, ώστε κάποιες όψεις της να μπορούν να ταυτισθούν με ασυνείδητα φαντασιωσικά στοιχεία. Έτσι το υποκείμενο μπορεί να υιοθετήσει διάφορες λειτουργίες· να ταυτισθεί με το εξωτερικό αντικείμενο, να το απορρίψει ή να προχωρήσει σε μιαν ενδιάμεση στάση» (στο Nimier, 1988, σ. 41).

2.3 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σύμφωνα με την A. Freud, οι άμυνες στρέφονται ενάντια στις ενορμήσεις και στα συναισθήματα που συνδέονται με αυτές.

Η άμυνα ενάντια στις ενορμήσεις υπακούει σε τρία, κυρίως, κίνητρα: στο υπερεγωτικό άγχος (στις νευρώσεις των ενηλίκων), στο αντικειμενικό άγχος (στις παιδικές νευρώσεις) και στο άγχος που οφείλεται στη δύναμη των ενορμήσεων. Το υπερεγωτικό άγχος στους ενήλικες οφείλεται σε ένα ισχυρό Υπερεγώ το οποίο δημιουργεί ένα ιδεώδες πρότυπο, σύμφωνα με το οποίο η σεξουαλικότητα είναι απαγορευμένη και η επιθετικότητα αντικοινωνική. Το αντικειμενικό άγχος στα παιδιά οφείλεται στην αποφυγή των σεξουαλικών και επιθετικών τους επιθυμιών, για να μην παραβούν τις απαγορεύσεις των γονιών τους. Το άγχος που οφείλεται στη δύναμη των ενορμήσεων έχει ως αιτία την εξέλιξη του Εγώ από την αρχή της ηδονής στην αρχή της πραγματικότητας, οπότε δεν μπορεί να ανεχθεί τις απαιτήσεις των ενορμήσεων.

Με την άποψη της A. Freud για το Υπερεγώ διαφωνεί η M. Klein, η οποία υποστηρίζει ότι η Οιδιπόδεια σύγκρουση και ο σχηματισμός του Υπερεγώ ξεκινούν τη στιγμή που κυριαρχούν οι προγενετήσιες ορμές και τα ενδοβαλμένα αντικείμενα στο σαδο-στοματικό στάδιο. Αυτό που προκαλεί το σχηματισμό του Υπερεγώ και που κυριαρχεί στα πρώτα του στάδια είναι οι καταστρεπτικές ορμές και το άγχος που δημιουργούν.

Η Flagey επισημαίνει ότι οι μηχανισμοί άμυνας, ανάλογα με την περίπτωση, μπορούν να παίξουν θετικό ή αρνητικό ρόλο στην ανάπτυξη των διανοητικών λειτουργιών, γιατί σε κάθε στάδιο της ανάπτυξης οι άμυνες συνεισφέρουν είτε στην αναστολή είτε στην επιτάχυνση τους, στο μέτρο που δρουν αρνητικά ή θετικά στην οργάνωση του Εγώ.

Η διαπίστωση αυτή έχει για την παρούσα μελέτη πολύ μεγάλη σημασία, γιατί θεμελιώνει θεωρητικά μιαν από τις βασικές υποθέσεις της έρευνας στους μαθητές. Σύμφωνα με την υπόθεση αυτή οι μηχανισμοί άμυνας δεν λειτουργούν μόνο προς την κατεύθυνση της δημιουργίας μιας αρνητικής στάσης σε σχέση με τα μαθηματικά αντικείμενο, αλλά είναι δυνατό να βοηθήσουν στο χτίσιμο μιας θετικής και εποικοδομητικής σχέσης.

Σύμφωνα με τη M. Klein κάθε άτομο, στην αρχή της ζωής του, περνά από δύο φάσεις (θέσεις, κατά την ορολογία της Klein). Αρχικά περνά από την παρανοειδή - σχιζοειδή θέση και στη συνέχεια, περί τα μέσα του πρώτου χρόνου της ζωής του, από την καταθλιπτική θέση.

Με την παρανοειδή - σχιζοειδή θέση συνδέονται ορισμένοι μηχανισμοί άμυνας, όπως η ενδοβολή που ζητάει να ιδιοποιηθεί το ''καλό'' αντικείμενο', η προβολή που θέλει να αποκλείσει το τυραννικό αντικείμενο, ο διχασμός (σχάση) που προστατεύει το ιδεώδες από το διωκτικό αντικείμενο και η προβλητική ταύτιση.

Με την καταθλιπτική θέση συνδέονται μια ομάδα από άμυνες οι λεγόμενες ''μανιακές'', που ανάμεσά τους βρίσκονται η απάρνηση, ο παντοδύναμος έλεγχος του αντικειμένου, ο διχασμός και η εξιδανίκευση. Στην ουσία οι άμυνες αυτές κατευθύνονται ενάντια στη βίωση της ψυχικής πραγματικότητας του καταθλιπτικού πόνου και κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η διάψευση της ψυχικής πραγματικότητας.

Αυτό που, κατά την Klein, κυρίως συμβάλλει στην υπερνίκηση και το ξεπέρασμα του καταθλιπτικού άγχους είναι η αναστολή της επιθετικότητας και ο μηχανισμός επανόρθωσης-αποκατάστασης του καλού αντικειμένου, εσωτερικά και εξωτερικά.

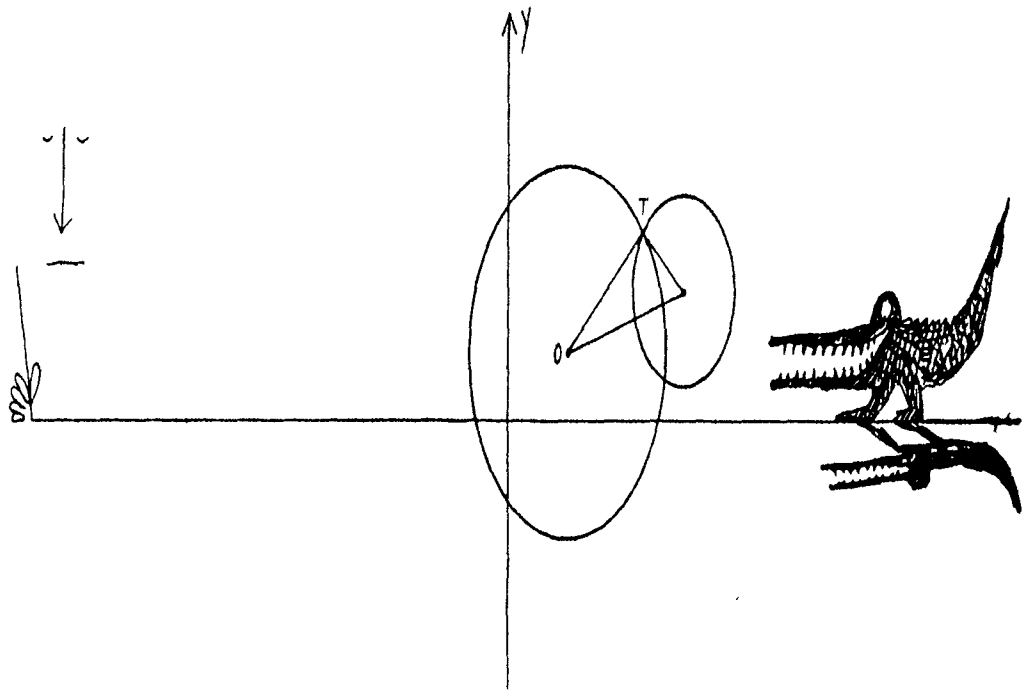
Η Watillon –Naveau υποστηρίζει ότι οι μηχανισμοί άμυνας παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές σε σχέση με το φύλο.

Κατά την άποψη της Segal, η φαντασίωση μπορεί να θεωρηθεί ως μια διανοητική έκφραση των ενστίκτων, αλλά και ως μια άμυνα. Η διαφορά μεταξύ φαντασίωσης και μηχανισμών άμυνας είναι παρόμοια με τη διαφορά μεταξύ μιας πραγματικής διαδικασίας και της διανοητικής αναπαράστασής της.

Η Isaacs θεωρεί ότι η ασυνείδητη φαντασίωση είναι η ψυχική έκφραση των ενστίκτων και ότι υπάρχει ένα συνεχές μεταξύ ενόρμησης - φαντασίωσης - διανοητικών λειτουργιών.

Η Flagey, όπως και αρκετοί άλλοι συγγραφείς, τονίζει ότι η σκέψη που λειτουργεί με βάση την πραγματικότητα δεν μπορεί να λειτουργήσει χωρίς τη συμφωνία με τις ασυνείδητες φαντασιώσεις που την υποβαστάζουν.

Ο Laplanche και ο Pontalis επισημαίνουν ότι ακόμα και ορισμένες πλευρές της συμπεριφοράς, που είναι απομακρυσμένες από τη φαντασιακή δραστηριότητα και εκ πρώτης όψεως φαίνεται ότι κατευθύνονται αποκλειστικά και μόνο από τις απαιτήσεις της πραγματικότητας, είναι εκδηλώσεις ή "αποφυάδες" ασυνειδήτων φαντασιώσεων.



Καρτούν σχεδιασμένο από τον Saul Steinberg, με σκοπό την απεικόνιση του 'Άλλου' των μαθηματικών, το οποίο κρύβεται πίσω από τους τύπους και τα σχήματα.

(Πηγή : For the learning of mathematics, 13, 1, february 1993, 34)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

Ζωή και θάνατος μαζί γεννιούνται
με βήματα πηδηχτά που όλο μικραίνουν
εντός εκτός πορεύονται, τριγύρω σ' ένα κύκλο.
Κύκλος της ζωής ή κύκλος του θανάτου.
Νωρίς εδώθε όποιος φύγει

Η. Λογοθέτης

Αυτό που είναι καταστημένο, διατεταγμένο, πραγματικό, ποτέ δεν είναι αρκετό για να αγκαλιάσει ολόκληρη την αλήθεια, η ζωή διαρκώς ξεχειλίζει από κάθε φλιτζάνι

B. Pasternak

3.1 ΦΥΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Η εξέταση των μαθηματικών ως γνωστικού αντικειμένου απαιτεί την διακρίβωση των ιδιαιτέρων, σταθερών και μονίμων χαρακτηριστικών τους. Προφανώς για τα μαθηματικά ισχύει ό,τι και για τα άλλα επιστημονικά αντικείμενα, δηλαδή υπάρχουν κάποια ιδιαίτερα στοιχεία που τα χαρακτηρίζουν και τα διαφοροποιούν από τις άλλες επιστήμες. Η σταθερότητα όμως των απόψεων για τα μαθηματικά εξαρτάται σε αρκετό βαθμό από το θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο τα τοποθετεί ο κάθε ερευνητής. Όπως θα αναπτυχθεί στη συνέχεια, οι απόψεις σχετικά με τη φύση και τη θεμελίωση των μαθηματικών παρουσιάζουν μεγάλη ποικιλία, η οποία αντανακλά τις διαφορετικές οπτικές γωνίες με τις οποίες αυτά έχουν προσεγγισθεί. Η ποικιλία αυτή των απόψεων εύκολα μπορεί να γίνει

αντιληπτή με τη βοήθεια της καταγραφής ορισμένων χαρακτηριστικών απαντήσεων στο ερώτημα: Τι είναι τα μαθηματικά;

Η απάντηση στο ερώτημα που δίνει το λεξικό *Πάπυρος - Λαρούς - Μπριτάνικα* (1990, Τόμος 40, σ. 10) είναι: «Μαθηματικά είναι η επιστήμη των δομών, διατάξεων και σχέσεων που αναπτύχθηκαν από τη στοιχειώδη πρακτική της αρίθμησης, μέτρησης και περιγραφής της μορφής αντικειμένων, ασχολείται δε, με λογικές διαδικασίες και με ποσοτικούς υπολογισμούς. Η εξέλιξή της χαρακτηρίστηκε από ένα συνεχώς αυξανόμενο βαθμό εξιδανίκευσης και αφαίρεσης του αντικειμένου της».

Σύμφωνα από τους Davis και Hersh (1980, σ. 29) τα μαθηματικά είναι η επιστήμη της ποσότητας και του χώρου, καθώς και των συμβολισμών που σχετίζονται με την ποσότητα και τον χώρο. Οι ίδιοι συγγραφείς αναφέρουν και ένα ορισμό, που διατυπώθηκε από τον Lakatos: «Εκείνο το υλικό που μερικές φορές είναι διαυγές...και μερικές φορές είναι ασαφές...είναι... τα μαθηματικά» (ό.π, σ. 21). Μια άλλη απάντηση, που δίνεται από τους ίδιους συγγραφείς, είναι: «Στο χώρο των ιδεών, των νοητικών αντικειμένων, εκείνες οι ιδέες που οι ιδιότητές τους μπορούν να αναπαραχθούν καλούνται μαθηματικά αντικείμενα, και η μελέτη των νοητικών αντικειμένων με ιδιότητες που μπορούν να αναπαραχθούν ονομάζονται μαθηματικά» (ό.π, σ. 376).

Κατά τον Wittgenstein (1973, σ. 468) τα μαθηματικά είναι μόνο αλγόριθμος.

Ο Wilder (1986, σ. 23), αναφέρει διάφορες απόψεις ορισμένων συγγραφέων, μεταξύ των οποίων είναι: «Τα μαθηματικά είναι ένα εργαλείο που επιτρέπει, με ιδανικό τρόπο, σε μέτρια μυαλά να λύνουν γρήγορα πολύπλοκα προβλήματα», «Στα καθαρά μαθηματικά στοχαζόμαστε απόλυτες αλήθειες, που υπήρχαν στο θείο πνεύμα προτού αρχίσουν το τραγούδι τους τα πρωινά αστέρια, και που θα εξακολουθήσουν να υπάρχουν εκεί, όταν και η τελευταία ακτίνα τους θα έχει χαθεί από τον ουρανό», επίσης, «Έχουμε ξεπεράσει την ιδέα ότι οι μαθηματικές αλήθειες υπάρχουν ανεξάρτητα και πέρα από τα μυαλά μας».

Η Κολέζα (1997, σ. 71) αναφέρει την άποψη για τα μαθηματικά της ''Κίνησης των Νέων Μαθηματικών'', σύμφωνα με την οποία: «Τα μαθηματικά είναι ένα σύστημα αξιωμάτων, προτάσεων και θεωρημάτων».

Ο Βασιλείου (1969, σ. 18-19), εκφράζοντας τις Πλατωνικές αντιλήψεις, θεωρεί ότι οι μαθηματικές έννοιες και αλήθειες υπάγονται στο κόσμο των ιδεών και ως ιδέες είναι αιώνιες, άϋλες αρχετυπικές μορφές, μη προσιτές στις αισθήσεις.

Κατά την άποψη του Hersh (1986, σ. 22-23): «Τα μαθηματικά έχουν να κάνουν με ιδέες. Όχι με μολύβια ή κιμωλίες ή φυσικά τρίγωνα ή φυσικά αντικείμενα, αλλά με ιδέες (οι οποίες μπορούν να αναπαρασταθούν από φυσικά αντικείμενα). Ποιες είναι όμως οι βασικές ιδιότητες της μαθηματικής δραστηριότητας ή της μαθηματικής γνώσης, όπως είναι σε όλους μας γνωστές μέσα από την καθημερινή εμπειρία;

1. Τα μαθηματικά αντικείμενα έχουν ανακαλυφθεί ή δημιουργηθεί από τους ανθρώπους.

2. Δεν δημιουργήθηκαν αυθαίρετα, αλλά μέσα από δραστηριότητες με ήδη υπάρχοντα μαθηματικά αντικείμενα, όπως επίσης και από τις ανάγκες των άλλων επιστημών και της καθημερινής ζωής.

3. Από τη στιγμή που θα δημιουργηθούν τα μαθηματικά αντικείμενα έχουν σαφώς προσδιορισμένες ιδιότητες, τις οποίες κατέχουν ανεξάρτητα από τη δική μας γνώση, ασχέτως αν κάποιες φορές δεν μπορούν εύκολα να ανακαλυφθούν».

Σύμφωνα με τον Renyi, ο κόσμος των μαθηματικών δεν είναι τίποτα άλλο παρά μια αντανάκλαση του πραγματικού κόσμου στο μυαλό μας. Άρα κάθε ανακάλυψη στον κόσμο των μαθηματικών μας δίνει κάποιες πληροφορίες για τον πραγματικό κόσμο (στο Καστάνης, 1980, σ. 50).

Ο Λογοθέτης (1997, σ. 129) θεωρεί ότι: «Τα μαθηματικά είναι το μόνο εργαλείο που έχουμε για την ερμηνεία του κόσμου μας».

Οι Resnick, Cauzinille-Marmeche, και Mathieu (1995, σ. 192) υποστηρίζουν ότι τα χαρακτηριστικά που διακρίνουν τα μαθηματικά από τις άλλες επιστήμες είναι τα εξής:

1. Τα μαθηματικά αφορούν αφηρημένες μορφές γνώσης σε μεγαλύτερο βαθμό από πολλούς άλλους τομείς μελέτης.

2. Η μαθηματική γνώση συνδέεται στενά με μια εξειδικευμένη τυπική γλώσσα που επιβάλλει περιορισμούς στη μαθηματική λογική, και ταυτόχρονα της δίνει ασυνήθιστη δύναμη.

3. Η τυπική γλώσσα των μαθηματικών παίζει διπλό ρόλο σημαίνοντος και σημαινόμενου, λειτουργώντας ταυτόχρονα ως όργανο της λογικής και ως το αντικείμενο της λογικής.

Ο Rotman και ο Sibony, αναφέρονται σε ένα άλλο ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των μαθηματικών (ή τουλάχιστον μιας ισχυρής άποψης για τα μαθηματικά). Το χαρακτηριστικό αυτό είναι η ανυπαρξία του υποκειμένου-αποδέκτη των προτάσεών τους ή το απρόσωπο στοιχείο των μαθηματικών, όπως το ονομάζει ο Paulos (1991, σ. 119).

Ο Rotman (1993, σ. 65-87) υποστηρίζει ότι ο αποδέκτης των μαθηματικών είναι απρόσωπος και η ύπαρξή του αποτελεί μόνο θεωρητικό και όχι πραγματικό γεγονός. Ο ίδιος συγγραφέας θεωρεί ότι οι μαθηματικοί κώδικες δεν απευθύνονται στα ιδιαίτερα ατομικά χαρακτηριστικά του αναγνώστη ή στον υποκειμενισμό του ή στη φυσική παρουσία του στον κόσμο.

Ο Sibony (1972, σ. 89) θεωρεί ότι οι μαθηματικές δομές και μέθοδοι λειτουργούν μέσα σε μια *σιωπή που ονομάζεται αφαίρεση*, όμως αυτό που αφαιρείται είναι το υποκείμενο.

Οι ανωτέρω απόψεις περιέχουν διάφορα στοιχεία πλατωνισμού, φορμαλισμού, επιστημολογίας, μεταφυσικής, μυστικισμού, εμπειρισμού, πρακτικής χρησιμότητας, πίστης στην παντοδυναμία των μαθηματικών κλπ και δείχνουν με σαφή τρόπο τις μεγάλες αντιθέσεις που υπάρχουν σχετικά με τη φύση των μαθηματικών.

Το κεντρικό θέμα της παρούσας μελέτης, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι η κατανόηση των τρόπων με τους οποίους πραγματοποιείται η ασυνείδητη τοποθέτηση των μαθηματικών στην ψυχική σφαίρα των ατόμων που συναλλάσσονται με αυτά. Η τοποθέτηση αυτή εξαρτάται κυρίως από δύο παράγοντες. Ο πρώτος είναι υποκειμενικός και αφορά τις ψυχικές ανάγκες των ατόμων που ασχολούνται με αυτά, ενώ ο δεύτερος είναι αντικειμενικός και αφορά τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των μαθηματικών. Οι δύο αυτοί παράγοντες δεν είναι

ανεξάρτητοι μεταξύ τους, γιατί σύμφωνα με την άποψη του Freud, η οποία αναφέρθηκε στο πρώτο κεφάλαιο, ένας πολύ σημαντικός παράγοντας που καθορίζει τη λειτουργία των επιστημονικών δραστηριοτήτων είναι η στενή σχέση και ο συμβιβασμός που υπάρχει ανάμεσα στα ασυνείδητα και στα συνειδητά κίνητρα. Σημαντική βοήθεια στην κατανόηση των παραγόντων αυτών θα προσφέρει μια σύντομη αναδρομή στις ιστορικές ρίζες και στην εξέλιξη της φιλοσοφίας των μαθηματικών.

3.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ [8]

Η αρχή της χρήσης των μαθηματικών χάνεται στην προϊστορία. Το παλαιότερο εύρημα που μαρτυρά τη χρήση μαθηματικών εννοιών είναι ένα κόκαλο λύκου που βρέθηκε το 1937 στην κεντρική Τσεχοσλοβακία και η χρονολογία του ανάγεται σε περίπου 30.000 χρόνια από σήμερα. Το κόκαλο αυτό φέρει πενήντα πέντε εγκοπές που χωρίζονται μεταξύ τους ανά πέντε και ανά εικοσιπέντε. Η προϊστορική αυτή καταγραφή εμφανίζει, με απλοϊκό τρόπο, δύο βασικές μαθηματικές έννοιες. Η μία είναι η αντιστοιχία ένα προς ένα των στοιχείων δύο διαφορετικών συνόλων και η άλλη είναι η έννοια της βάσης σε ένα σύστημα αρίθμησης. Σύμφωνα με τη θεωρία του Seidenberg, η μέτρηση εφευρέθηκε από την ανάγκη να χρησιμεύσει στις παλαιές θρησκευτικές τελετουργίες. Ο ίδιος αναφέρει πολλές μελέτες που έγιναν πάνω σε πρωτόγονες φυλές, όπως επίσης και παλαιά θρησκευτικά κείμενα των Βαβυλωνίων. Απ' όλα αυτά προκύπτει ότι αυτοί που μετείχαν στις ιεροτελεστίες καλούνταν να προσέλθουν σ' αυτές κατά μια καθορισμένη τάξη.

Από την αρχαιότητα μέχρι και τον Μεσαίωνα η επιστήμη αποτελούσε τμήμα ενός ενιαίου τρίπτυχου, του οποίου οι άλλες δύο πτυχές ήσαν η θρησκεία και η τέχνη. Η θεωρία του Seidenberg επεκτείνει αυτή την άποψη και στο χώρο της προϊστορίας. Ο σφικτός εναγκαλισμός της επιστήμης με τη θρησκεία έβαλε τη σφραγίδα του σε ένα πλήθος από επιστημονικές δραστηριότητες.

Τα αρχαιότερα καταγραμμένα μαθηματικά είναι τα Αιγυπτιακά. Το πιο παλιό κείμενο ανάγεται περίπου στο 3.000 π.Χ και βρέθηκε στο σκήπτρο του βασιλιά Μήνη. Στην πέτρινη κεφαλή του σκήπτρου έχουν χαραχτεί, στα ιερογλυφικά, διάφοροι αριθμοί που μνημονεύουν τα αποτελέσματα κατακτητικών επιδρομών του βασιλιά. Το σημαντικότερο κείμενο αποτελεί ο πάπυρος του Ριντ

---

[8] Η ιστορική αναδρομή αφορά, κυρίως, την εξέλιξη της φιλοσοφίας των μαθηματικών και έχει ως βασικές πηγές το βιβλίο των Bunt, Jones και Bedient *Ιστορικές ρίζες των στοιχειωδών μαθηματικών* και το βιβλίο των Davis και Hersh *Η Μαθηματική εμπειρία*. Ιδιαίτερη αναφορά γίνεται μόνο στην περίπτωση όπου χρησιμοποιείται κάποια άλλη πηγή.

που η χρονολογία του ανάγεται γύρω στο 1650 π.Χ. Στον πάπυρο αυτό, εκτός από την επίλυση πρακτικών θεμάτων, υπήρχε και ένας μικρός αριθμός από προβλήματα χωρίς καμία πρακτική σημασία, τα οποία φαίνεται ότι ο συγγραφέας έθετε στον εαυτό του για την προσωπική του ευχαρίστηση και ψυχαγωγία. Τα χωρίς πρακτική σημασία προβλήματα του πάπυρου του Ριντ είναι η πρώτη ιστορικά καταγραμμένη ενασχόληση με τα μαθηματικά με μοναδικό σκοπό την ευχαρίστηση.

Κύριο χαρακτηριστικό των αιγυπτιακών μαθηματικών ήταν ο προσανατολισμός τους, με αξιοσημείωτη επιτυχία, σε πρακτικές εφαρμογές. Οι Αιγύπτιοι είχαν τη δυνατότητα να υπολογίζουν διάφορα εμβαδά και όγκους. Το περίεργο, με σημερινά κριτήρια, είναι ότι στα αιγυπτιακά μαθηματικά κείμενα πουθενά δεν γίνεται νύξη για θεωρήματα και αποδείξεις, και τις οδηγίες που έδιναν για τους διαφόρους υπολογισμούς δεν τις συνόδευαν με καμία δικαιολόγηση. Παρότι φαίνεται απίθανο να μην είχαν κάποιες τεκμηριωμένες θεωρητικές γνώσεις, το θέμα αυτό αποτελεί ένα άλυτο μυστήριο και κάθε ερμηνεία περιορίζεται στο επίπεδο της εικασίας.

Παράλληλα με την Αίγυπτο, άνθηση των μαθηματικών υπήρξε και στη Βαβυλωνία. Αυτό δεν είναι περίεργο, γιατί οι λόγοι είναι κοινοί. Και οι δυο πολιτισμοί αναπτύχθηκαν λόγω της ύπαρξης ποταμών οι οποίοι γονιμοποιούσαν το έδαφος και εξυπηρετούσαν τις μεταφορές. Στην Αίγυπτο υπήρχε ο Νείλος και στη Βαβυλωνία, ο Τίγρης και ο Ευφράτης. Στα μαθηματικά των Βαβυλωνίων δεν θα γίνει ιδιαίτερη αναφορά, γιατί είχαν παρόμοιο προσανατολισμό με τα Αιγυπτιακά, με τη μόνη διαφορά ότι σ' αυτά διαφαίνεται ένα ξεκίνημα προς θεωρητικά ενδιαφέροντα.

Τα μαθηματικά των Αιγυπτίων και των Βαβυλωνίων ήταν αλγοριθμικού τύπου, δηλαδή αποτελούσαν ένα εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων. Τα μαθηματικά των Ελλήνων, στα οποία θα γίνει σύντομη αναφορά αμέσως παρακάτω, ήταν κυρίως διαλεκτικά, δηλαδή αποτελούσαν μια αυστηρά λογική επιστήμη, όπου οι δηλώσεις είναι είτε αληθείς είτε ψευδείς, και τα αντικείμενα, με συγκεκριμένες ιδιότητες είτε υπάρχουν είτε δεν υπάρχουν.

Στη συνέχεια της ιστορικής περιήγησης θα γίνει αναφορά σε ορισμένους αρχαίους Έλληνες φιλόσοφους που ασχολήθηκαν με τα μαθηματικά και οι οποίοι έπαιξαν πολύ σημαντικό ρόλο στους τρόπους με τους οποίους σήμερα

αντιλαμβανόμαστε τα μαθηματικά. Αυτοί είναι: Ο Θαλής ο Μιλήσιος, ο Πυθαγόρας, ο Πλάτων, ο Αριστοτέλης και ο Ευκλείδης.

Ο Θαλής ο Μιλήσιος (624 - 547) ήταν έμπορας και ταξίδεψε στην Αίγυπτο και στη Βαβυλώνα. Θρυλικό υπήρξε το επίτευγμα του προσδιορισμού από τον Θαλή του ύψους μιας πυραμίδας από το μήκος της σκιάς της. Η πρώτη απόδειξη στην ιστορία των μαθηματικών αποδίδεται στον Θαλή. Ο Θαλής ήταν ο πρώτος που αναζήτησε μια λογική θεμελίωση γεωμετρικών θεωρημάτων. Το πιο πιθανό είναι ότι ο Θαλής δεν χρησιμοποίησε στις αποδείξεις του την έννοια των αξιωμάτων, αλλά στηρίχθηκε κυρίως σε ενορατικές έννοιες. Η διαφορά του Θαλή από τους Αιγυπτίους και τους Βαβυλώνιους ήταν ότι στράφηκε προς τις γενικές ιδιότητες των σχημάτων, σε αντίθεση με τους Αιγυπτίους και τους Βαβυλώνιους που το βασικό ενδιαφέρον τους ήταν στραμμένο στους υπολογισμούς.

Ο Γάλλος ιστορικός της επιστήμης Michel Serres (1993, σ. 205-210) δίνει μια πολύ ενδιαφέρουσα διάσταση στο επίτευγμα, από τον Θαλή, του υπολογισμού του ύψους μιας πυραμίδας από τη σκιά της. Θεωρεί ότι το κατόρθωμα του Θαλή ήταν η χρησιμοποίηση της σκιάς ενός αντικειμένου με στόχο να αποσπάσει τα κρυμμένα του μυστικά. Η γεωμετρία του Θαλή, κατά τον Serres, υπήρξε εργαλείο για να προσεγγισθεί κάτι που ήταν πέραν της εμπειρίας. Την εποχή του Θαλή ήταν αδύνατο να μετρηθεί, με τα τότε μέσα, το ύψος μιας πυραμίδας. Ο Θαλής, προκειμένου να μελετήσει την πυραμίδα επέλεξε ένα υποκατάστατό της, δηλαδή τη σκιά της. Έτσι η σκιά ενός αντικειμένου έδωσε περισσότερες πληροφορίες για το αντικείμενο από όσες μπορούσε να δώσει η φυσική του υπόσταση.

Ο Πυθαγόρας (570 -500), όπως και ο Θαλής, ταξίδεψε στην Αίγυπτο και στη Βαβυλώνα και σ' αυτόν αποδίδεται η πρώτη, εμπειρική, ανακάλυψη ενός φυσικού νόμου. Ο νόμος αφορά τη σχέση που υπάρχει μεταξύ του μήκους μιας παλλόμενης χορδής και του μουσικού τόνου που εκπέμπει η χορδή. Για τον Πυθαγόρα η σχέση αυτή αποτελούσε απόδειξη ότι το θεμέλιο κάθε φυσικής επιστήμης είναι ο αριθμός και κάθε γνώση μπορεί να αναχθεί σε σχέσεις μεταξύ αριθμών. Ο Πυθαγόρας και οι μαθητές του (Πυθαγόρειοι) πίστευαν ότι ο αριθμός είναι η ουσία των όντων και ως τέτοιος έχει μαγική δύναμη. Για τους Πυθαγόρειους οι αριθμοί είχαν μυστικιστική δύναμη και τους απέδιδαν ιδιότητες όχι μαθηματικές, όπως φιλία ή τελειότητα κλπ. Με τον τρόπο αυτό ο αριθμός απέκτησε φυσικές και ηθικές

διαστάσεις. Για παράδειγμα οι περιττοί αριθμοί ονομάστηκαν αρσενικοί και οι άρτιοι θηλυκοί. Ο αριθμός 5 ήταν το σύμβολο του γάμου, το 6 της ψυχής, το 7 της αντίληψης και της υγείας και το 8 του έρωτα και της φιλίας.

Οι Πυθαγόρειοι είχαν την τάση να προσδίδουν σε έναν αριθμό ιδιότητες μη μαθηματικές, με στόχο να φορτιστεί ο αριθμός αυτός με μια οντότητα μυστικιστική και μαγική. Ο τρόπος που οι Πυθαγόρειοι αντιμετώπιζαν την έννοια του αριθμού φαίνεται πολύ καθαρά στο παρακάτω κείμενο που γράφτηκε από τον νεοπυθαγόρειο Φιλόλαο (Bunt κ.ά, 1981, σ. 93):

> «Οι επιδράσεις και η ουσία του αριθμού πρέπει να εξετάζονται από τη δύναμη που εμπεριέχεται στην ιδέα του 10. Γιατί αυτή (η δύναμη) είναι μεγάλη, όλα τα περικλείνει, όλα τα αποτελειώνει. Είναι συνάμα θεμέλιο και οδηγός τόσο για τη θεία και ουράνια ζωή, όσο και για την ανθρώπινη...
>
> Χωρίς αυτήν (τη δύναμη) το καθετί είναι δίχως πέρατα, ασαφές και συγκεχυμένο.
>
> Ο αριθμός, από την ίδια του τη φύση, πληροφορεί, ρυθμίζει και διδάσκει το καθετί στον καθένα που το αγνοεί ή για το οποίο αμφιβάλλει.
>
> Τίποτα και από τον οποιοδήποτε δεν θα ήταν δυνατό να κατανοηθεί ούτε και αυτή η ύπαρξη των πραγμάτων ούτε οι μεταξύ τους σχέσεις, αν ο αριθμός και η ουσία του δεν ήσαν υπαρκτά...
>
> Την ουσία του αριθμού και τη δημιουργική του δύναμη μπορεί κανείς να την παρατηρήσει όχι μονάχα από τις πράξεις των ημίθεων και των θεών, αλλά και από οπουδήποτε. Τη βρίσκει σε όλες τις πράξεις και τις λέξεις των ανθρώπων, σε όλους τους κλάδους των τεχνών, στη μουσική.
>
> Η ουσία του αριθμού, όπως και η αρμονία δεν επιτρέπουν παρερμηνείες αυτό θα τους ήταν ξένο. Η απάτη και ο φθόνος είναι σύμφυτα με το όχι πεπρωμένο το άγνωστο, το ά-λογο.. Η αλήθεια, όμως, βρίσκεται μέσα στη φύση του αριθμού και είναι ενσωματωμένη μ' αυτόν».

Οι αρχαίοι Έλληνες χρησιμοποιούσαν το δεκαδικό σύστημα, δηλαδή ένα σύστημα που είχε ως βάση το 10, οπότε δεν είναι τυχαία η σπουδαιότητα που δίνει

ο Φιλόλαος στον αριθμό δέκα. Στους πρωτόγονους λαούς το ''δέκα'' λεγόταν ''δύο χέρια'' και είναι πιθανό το σύστημα αρίθμησης που είχε ως βάση το δέκα να προέρχεται από τη χρήση, κατά τη μέτρηση, των δακτύλων των δύο χεριών (Struik, 1982, σ. 30).

Περίπου δύο χιλιάδες χρόνια μετά τον Φιλόλαο, και αρκετές χιλιετηρίδες μετά την πρωτόγονη εποχή, μια ψυχαναλύτρια παιδιών, η M. Klein (1991, σ. 98) γράφει: «Κατά την ανάλυση παιδιών παρατήρησα επανειλημμένα ότι η σημασία του αριθμού 10 καθοριζόταν από τον αριθμό των δακτύλων, ωστόσο ασυνείδητα τα δάκτυλα ισοδυναμούσαν με το πέος, πράγμα που προκαλούσε τη συναισθηματική φόρτιση του αριθμού 10. Απ' αυτό επίσης προκαλούνταν η φαντασίωση ότι το παιδί γεννιέται από μια συνουσία επαναλαμβανόμενη δέκα φορές ή από δέκα ωθήσεις του πέους».

Οι απόψεις των πρωτόγονων λαών, καθώς επίσης του Φιλολάου και της Klein, παρουσιάζουν μιαν αξιοσημείωτη σημασιολογική ομοιότητα: η δύναμη και η ικανότητα των δέκα δακτύλων, η ασυνείδητη επιθυμία για τη δύναμη του πέους, η δύναμη της ιδέας του δέκα δείχνουν τα κοινά σημεία της πρωτόγονης και της μυστικιστικής σκέψης με τη σύγχρονη, ασυνείδητη παιδική αντίληψη για τα μαθηματικά.

Ο Πλάτωνας (427- 347) ήταν φιλόσοφος, αλλά επηρέασε σε πολύ μεγάλο βαθμό την εξέλιξη των μαθηματικών. Σύμφωνα με τον Πλάτωνα: «Παρόλο που τα υλικά αντικείμενα και προβλήματα μπορούν να κινητοποιήσουν τον νου μας και τα γεωμετρικά διαγράμματα να υποβοηθήσουν τους συλλογισμούς μας, η αρχική πηγή των ιδεών μας ούτε στον υλικό κόσμο βρίσκεται ούτε στα διαγράμματα, αλλά στο μυαλό μας ή σε αυτό που ονομάζεται ''ψυχή''» (Bunt, κ.ά, 1981, σ. 140).

Ο Πλάτων στην *Πολιτεία* γράφει: «Παρόλο που οι μαθηματικοί χρησιμοποιούν ορατά σχήματα και η επιχειρηματολογία τους αναφέρεται σ' αυτά, οι συλλογισμοί τους δεν αφορούν παρά σ' ότι τα σχήματα αυτά παριστάνουν. Έτσι, η ουσία των επιχειρημάτων τους ανάγεται στο καθεαυτό τετράγωνο και στην καθαυτή διαγώνιο, όχι στα σχεδιάσματά τους. Όμοια, κάθε σχήμα, που το παράγουν με οιονδήποτε τρόπο, το θεωρούν ως εικόνα» (ό.π, σ. 141).

Ακόμα, στην *Πολιτεία* ο Πλάτων λεει, αναφερόμενος στην αριθμητική: «Η αριθμητική οδηγεί την ψυχή ψηλά και την αναγκάζει να διαλέγεται γι' αυτούς

καθ' εαυτούς τους αριθμούς και να μη δέχεται καθόλου τη συζήτηση αν κανείς θέλει να διαλέγεται με αυτή προβάλλοντας αριθμούς που έχουν σχέση με ορατά ή χειροπιαστά σώματα» (Davis και Hersh, 1980, σ. 139).

Σύμφωνα με τον Πλάτωνα, το σχέδιο ενός τετραγώνου δεν είναι τετράγωνο. Το τετράγωνο είναι μια αφηρημένη μαθηματική ιδέα και αφορά το παραλληλόγραμμο με μια γωνία ορθή και όλες τις πλευρές ίσες. Οι ιδέες, που παριστάνονται από τις λέξεις ''τετράπλευρο'', ''παραλληλόγραμμο'', ''πλευρά'', ''ορθή γωνία'' είναι όλες καθαρές μαθηματικές ιδέες.

Κατά τον Πλάτωνα: «Τα μαθηματικά διδάσκουν τον φιλόσοφο να απελευθερώνει τη σκέψη του από τον ατελή αισθητό κόσμο και να αναζητεί τις απόλυτες ιδιότητες του ιδεώδη κόσμου, όπως είναι η ισότητα, η αρετή και η ωραιότητα» (Bunt κ.ά, 1981, σ. 142).

Μια άλλη φιλοσοφική δοξασία του Πλάτωνα είναι ότι η διδασκαλία των μαθηματικών έχει ως μοναδικό στόχο να επαναφέρει στον νου του σπουδαστή τη μνήμη πάνω σε κάτι που ήταν από πάντα γνωστό. Τα μαθηματικά αντικείμενα δεν είναι πράγματα που κατασκευάζουμε, αλλά πράγματα που ήδη υπάρχουν, μια για πάντα με κάποια ιδεώδη και άχρονη έννοια. Δεν δημιουργούμε, απλώς ανακαλύπτουμε αυτό που ήδη υπάρχει.

Οι απόψεις του Πλάτωνα έχουν μια ιδιαίτερη βαρύτητα γιατί και σήμερα αποτελούν ένα πολύ ισχυρό φιλοσοφικό ρεύμα. Σύμφωνα με τον Monk (Davis και Hersh, 1980, σ. 310), ο μαθηματικός κόσμος αποτελείται κατά 65 % από Πλατωνιστές.

Οι απόψεις του Πλάτωνα και του Πυθαγόρα συμπίπτουν σε ορισμένα σημεία, κυρίως στη δύναμη των μαθηματικών ως μέσον προσέγγισης της τελειότητας και του Θείου. Οι απόψεις αυτές, κυρίως για την τελειότητα των μαθηματικών, είναι εν πολλοίς κυρίαρχες και στη σημερινή εποχή. Για παράδειγμα, ένα μικρό λάθος σε μια έκφραση, κατά κανόνα, δεν αλλάζει το νόημα της και εάν το λάθος αυτό έχει γίνει από κάποιο μαθητή σε κάποιο μάθημα π.χ της Ιστορίας δεν θα του κοστίσει ιδιαίτερα από άποψη βαθμολογίας. Αντίθετα, ένα λάθος στα μαθηματικά είναι συχνά ικανό να γκρεμίσει ένα ολόκληρο μαθηματικό οικοδόμημα και στην περίπτωση του μαθητή είναι πιθανό να επιφέρει μεγάλη απώλεια βαθμολογίας. Στη σημερινή εποχή μπορεί τα μαθηματικά να μην είναι μέσο προσέγγισης του Θείου,

τουλάχιστον για τους πολλούς, αλλά εξακολουθούν να αποτελούν το ασφαλέστερο μοντέλο προσέγγισης της τελειότητας. Δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι η ισχύς σε ένα διαρκώς αυξανόμενο πλήθος επιστημών παρέχεται από τον μαθηματικό λόγο.

Ο Αριστοτέλης, σύμφωνα με τον Αναπολιτάνο (1985, σ.53): «Απορρίπτει εντελώς την πλατωνική διάκριση ανάμεσα στον κόσμο των Ιδεών -που σύμφωνα με τον Πλάτωνα είναι ο μόνος που δικαιούται να χαρακτηρισθεί σαν *πραγματικά υπαρκτός*- και στον κόσμο, που αποτελεί την πηγή των αισθητηριακών μας δεδομένων» και υποστηρίζει ότι (ό.π. σ. 56): «Η αναγκαιότητα των μαθηματικών αληθειών πηγάζει από τη λογική υφή των μαθηματικών διαδικασιών απόδειξης».

Η σύντομη αυτή ιστορική αναφορά στα μαθηματικά των αρχαίων Ελλήνων θα κλείσει με τον Ευκλείδη. Απόδειξη, με την αυστηρή έννοια του όρου, για πρώτη φορά απαντάται στα κείμενα του Ευκλείδη. Από την εποχή που ο Ευκλείδης δίδασκε στο ''Μουσείο'' της Αλεξάνδρειας, γύρω στο 300 π.Χ. μέχρι σήμερα έχουν αλλάξει πολύ λίγα πράγματα όσον αφορά την καθημερινή σχολική πραγματικότητα. Το κύρος που έχουν σήμερα τα μαθηματικά οφείλεται κυρίως στην απόδειξη. Απόδειξη για τον σημερινό επιστήμονα σημαίνει ευυποληψία και σφραγίδα αυθεντίας. Με την απόδειξη διαλευκαίνονται σφάλματα, αμφιβολίες και παρανοήσεις και βέβαια η περισσότερο αυστηρή και έγκυρη έκφραση της νοητικής διαδικασίας που ονομάζουμε απόδειξη, υπάρχει μόνο στα μαθηματικά.. Οι απόψεις του Ευκλείδη άσκησαν τεράστια επίδραση στα μαθηματικά. Μέχρι και τα μέσα του προηγούμενου αιώνα ήταν ακλόνητη η πίστη ότι τα βιβλία του Ευκλείδη περιείχαν ξεκάθαρες και αναμφισβήτητες αλήθειες.

Προφανώς, εκτός από τους ανωτέρω υπήρξαν και άλλοι αρχαίοι Έλληνες που πρόσφεραν πολλά στη μαθηματική επιστήμη, όπως ο Αρχιμήδης, που υπήρξε πιθανώς ο περισσότερο ταλαντούχος μαθηματικός της αρχαιότητας. Ο σκοπός όμως αυτής της σύντομης αναφοράς στις ρίζες των μαθηματικών είναι η σκιαγράφηση ορισμένων απόψεων που, άμεσα ή με λανθάνοντα τρόπο, βοηθούν στην κατανόηση του γνωστικού, όπως και του φαντασιωσικού υπόβαθρου των σημερινών μαθηματικών. Το υπόβαθρο αυτό προφανώς εξαρτάται από τις ψυχικές ανάγκες των ατόμων που συναλλάσσονται με τα μαθηματικά, αλλά επίσης, σύμφωνα και με τον Freud, παίρνει υπόψη του, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, τα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης επιστήμης. Τα χαρακτηριστικά αυτά, τα

οποία θεωρούνται ως "αντικειμενικά", συχνά συνδέονται με εξωμαθηματικές παραμέτρους που είναι κληροδότημα της ανά τους αιώνες εξελικτικής πορείας των μαθηματικών. Η σύνδεση αυτή είναι δυνατό να γίνει κατανοητή και με τη βοήθεια δύο απόψεων που έχουν αναφερθεί στο δεύτερο κεφάλαιο. Η πρώτη είναι της Flagey, σύμφωνα με την οποία η σκέψη που λειτουργεί με βάση την πραγματικότητα δεν μπορεί να λειτουργήσει χωρίς τη συμφωνία με τις ασυνείδητες φαντασιώσεις που την υποβαστάζουν. Η δεύτερη είναι η άποψη του Georgin, κατά την οποία η σκέψη που λειτουργεί στα πλαίσια του ορθού λόγου δεν είναι ποτέ απαλλαγμένη από ένα φαντασιωσικό υπόβαθρο.

Με γνώμονα το κριτήριο το οποίο έχει ήδη αναφερθεί (σκιαγράφηση ορισμένων απόψεων που είναι δυνατό να βοηθήσουν στην κατανόηση του γνωστικού, όπως και του φαντασιωσικού υπόβαθρου των σημερινών μαθηματικών) δεν θα γίνει αναφορά στα μαθηματικά των Κινέζων, των Ινδών και των Αράβων, παρότι η συμβολή τους στην εξέλιξη των μαθηματικών υπήρξε σημαντική. Το κριτήριο που τέθηκε οδηγεί στην Ευρώπη, στα χρόνια του Μεσαίωνα.

Για τον μεσαιωνικό νου, ένας αριθμός, ιδιαίτερα ένας ιερός αριθμός, ήταν εκδήλωση της θείας και πνευματικής τάξης. Επίσης, ο ιερός αριθμός μπορούσε να χρησιμεύσει ως κριτήριο αισθητικών επιλογών. Για παράδειγμα, ο αρχιτέκτονας που έκανε το σχέδιο ενός μοναστηριού στο Aachen, το 816, χρησιμοποίησε σε συνεχή επανάληψη τους ιερούς αριθμούς τρία, τέσσερα, επτά, δέκα, δώδεκα και σαράντα. Από τα ανωτέρω είναι φανερό ότι στον Μεσαίωνα εξακολουθεί να διατηρείται η ενότητα μεταξύ θρησκείας, επιστήμης και τέχνης. Πολύ συχνά στο τρίπτυχο αυτό προστίθεται και η μαγεία. Σύμφωνα με τον Henry Cornelius Agrippa, ένα λαϊκό φιλόσοφο και μάγο του δεκάτου έκτου αιώνα: «Οτιδήποτε γίνεται μέσα από τη φυσική αρετή κυβερνιέται από τον αριθμό, το βάρος και τη μέτρηση. Όταν ένας μάγος ακολουθεί τη φυσική φιλοσοφία και τα μαθηματικά...μπορεί να κάνει θαυμάσια πράγματα» (Davis και Hersh, 1980, σ. 111). Ο στόχος της φιλοσοφικής μαγείας, που εξασκήθηκε με διάφορους τρόπους για πολλά χρόνια, ήταν να παρακινηθούν οι πνευματικές δυνάμεις του Σύμπαντος ώστε να ασκήσουν επιρροή στις υλικές δυνάμεις και στους νόμους της φύσης.

Ο Nicolas της Cusa (1450) πίστευε ότι: «Η αληθινή αγάπη του θεού είναι αγάπη θεού νοητού και ότι η διανοητική πράξη μέσα από την οποία αποκαλύπτεται

ο Θεός είναι τα μαθηματικά» (ό.π, σ. 122). Σύμφωνα με την Hrosvita του Gandersheim: «Η συζήτηση (για τα μαθηματικά) θα ήταν άχρηστη αν δε μας οδηγούσε να εκτιμήσουμε τη σοφία του Δημιουργού του κόσμου, ο Οποίος δημιούργησε στην αρχή τον κόσμο από το τίποτε, και τακτοποίησε τα πάντα με αριθμούς, μετρήσεις και βάρος, και μετά, στο χρόνο και στην εποχή του ανθρώπου, διατύπωσε μια επιστήμη που αποκαλύπτει καινούρια θαύματα όσο πιο πολύ τη μελετάμε» (ό.π, σ. 123).

Ο Kepler, στο βιβλίο Harmonia Mundi με το οποίο ολοκλήρωσε τη συμβολή του στην ερμηνεία της κίνησης των πλανητών, έγραψε: «Σ΄ ευχαριστώ Κύριε, Δημιουργέ μας, που μου επέτρεψες να κοιτάξω την ομορφιά του έργου της δημιουργίας...Διακήρυξα τη δόξα των έργων σου στους ανθρώπους που θα διαβάσουν αυτές τις αποδείξεις, στο μέτρο που το επέτρεπαν οι περιορισμοί του πνεύματός μου» (ό.π, σ. 123).

Ο Kepler για τη μελέτη της ουράνιας σφαίρας χρησιμοποίησε τη θεωρία των αρμονιών, που πηγάζει από τα μαθηματικά των Πυθαγορείων και τη φιλοσοφία του Πλάτωνα.

Παρότι ο Kepler υπήρξε από τους σημαντικότερος επιστήμονες όλων των εποχών, δεν παρέλειψε να αποδώσει τη συνεισφορά του στα χαρακτηριστικά του Μεσαιωνικού τρόπου ζωής. Εκτός από την προσήλωση του στη θρησκεία, κινήθηκε και στις παρυφές της μαγείας με α.ιοτέλεσμα να αναδειχθεί σε ένα από τους σημαντικότερους αστρολόγους της εποχής του.

Στη θέση αυτή κρίνεται σκόπιμη μια σύντομη αναφορά[9] σε μια όψη του μεταφυσικού υπόβαθρου των μαθηματικών, η οποία ακόμη και σήμερα διατηρεί ένα μέρος από την ισχύ της. Η όψη αυτή αναφέρεται αφενός στην αριθμητική

---

[9] Πηγή για τη συγκεκριμένη αναφορά είναι το βιβλίο του Θ. Εξαρχάκου (1993, σ.260-261) με τίτλο *Διδακτική των Μαθηματικών*.

αξία[10] ορισμένων λέξεων ή φράσεων και αφετέρου σε ορισμένους αριθμούς που ακόμα και σήμερα συνδέονται με την έννοια της "κακοτυχίας".

Ο Ρωμαίος ιστορικός Σουητώνιος διαπίστωσε ότι η λέξη "Νέρων" και η φράση "ιδίαν μητέρα απέκτεινε" έχουν την ίδια αριθμητική αξία. Ο ίδιος συγγραφέας με βάση την παραπάνω παρατήρηση κατέληξε στο συμπέρασμα ότι όχι μόνο ο Νέρων σκότωσε τη μητέρα του, αλλά επίσης ότι αυτός ο φόνος ήταν προδιαγεγραμμένος από τη μοίρα.

Ο αριθμός 17 για τους Ιταλούς έχει περίπου την ίδια σημασία με αυτήν του 13 για τους Έλληνες, γεγονός που είχε ως αποτέλεσμα την εξάλειψη του αριθμού 17 από τα δωμάτια των ξενοδοχείων και από τα καθίσματα στα αεροσκάφη των Ιταλικών αερογραμμών.

Η μετά τον Μεσαίωνα περίοδος χαρακτηρίζεται από μια τάση αναθεώρησης του μεσαιωνικού τρόπου σκέψης. Σημαντικότεροι εκπρόσωποι των νεώτερων φιλοσοφικών ρευμάτων είναι οι Descartes, Locke, Leibniz, Berkeley, Hume και Kant, ορισμένες από τις απόψεις των οποίων[11], όσον αφορά τα μαθηματικά, θα παρατεθούν εν συντομία αμέσως παρακάτω.

Σύμφωνα με τον Descartes (Αναπολιτάνος, 1985, σ.79): «Υπάρχουν ουσίες - αντικείμενα δηλαδή θεϊκής γνώσης- που μπορούν να αναπαριστάνονται μόνο στο επίπεδο της αντικειμενικής πραγματικότητας. Όλες οι αφηρημένες ιδέες ανήκουν σ' αυτή την κατηγορία. Τα μαθηματικά αντικείμενα σαν αφηρημένες ιδέες υπακούουν σ' αυτού του είδους τον καθορισμό».

Για τον Locke (ό.π. σ.92): «Όλες οι ιδέες *τελικά* πηγάζουν από την εμπειρία. Έτσι το ερώτημα αν υπάρχουν πραγματικές οντότητες στον κόσμο που να

---

[10] Αριθμητική αξία μιας φράσης ή λέξης είναι το άθροισμα των αριθμών που αντιστοιχούν, στο αλφαβητικό σύστημα των αρχαίων Ελλήνων, στα γράμματα της συγκεκριμένης λέξης ή φράσης (Εξαρχάκος, 1993, σ.260).

[11] Για πληρέστερη ανάπτυξη βλ το βιβλίο του Αναπολιτάνου *Εισαγωγή στη φιλοσοφία των μαθηματικών*, το οποίο και απετέλεσε την πηγή για τη συνοπτική παρουσίαση των απόψεων των ως άνω φιλοσόφων.

αντιστοιχούν στις αφηρημένες μαθηματικές ιδέες στερείται νοήματος». Επίσης, σύμφωνα με τον ίδιο (ό.π. σ.92): «Η μαθηματική γνώση είναι στέρεα όχι γιατί είναι γνώση των δομικών στοιχείων ενός υπερσύμπαντος ιδεών (Πλάτων), ούτε γιατί είναι γνώση των δομικών στοιχείων εμφύτων και προϋπαρχουσών ιδεών που ανακαλύπτονται σιγά-σιγά (Πλάτων, Descartes). Η βεβαιότητα των μαθηματικής γνώσης στηρίζεται στο έλλογο του κατασκευαστή της».

Ο Leibniz (ό.π. σ. 109) πίστευε ότι: «Η μαθηματική δραστηριότητα είναι κατά βάση μια λογική δραστηριότητα και σαν τέτοια δεν μπορεί να έχει ενδεχομενικό χαρακτήρα. Οι μαθηματικές αλήθειες δεν μπορούν να εξαρτώνται από ψυχολογικούς, ιστορικούς και κοινωνικούς παράγοντες. Θα πρέπει να είναι απαλλαγμένες από εξαρτήσεις χρονικού χαρακτήρα και γι' αυτό αιώνιες».

Ο Berkeley αμφισβητούσε την πραγματικότητα των εξωτερικών αντικειμένων και θεωρούσε ότι (ό.π. σ. 125): «Τα φυσικά αντικείμενα είναι πολλαπλότητες αισθητηριακών δεδομένων που δεν υπάρχουν ανεξάρτητα από το γνώση τους». Ακόμη, σύμφωνα με τον Berkeley (ό.π. σ. 128): «Δεν υπάρχουν αφηρημένες γενικές ιδέες, όχι μόνο σαν a priori ταξινομικές και ερμηνευτικές δυνατότητες του ανθρώπινου νου, αλλά ούτε και σαν a posteriori κατασκευές που εδράζονται στην καθημερινή εμπειρία». Για τον Berkeley (ό.π. σ. 128) οι ιδιότητες ενός γεωμετρικού σχήματος δεν είναι δυνατό να αποτελέσουν ξεχωριστή εικόνα-ιδέα και να απομονωθούν από τα συγκεκριμένα φυσικά ή νοητά σχήματα.

Σύμφωνα με τον Hume (ό.π. σ. 142): «Η μαθηματική γνώση δεν έχει τα χαρακτηριστικά της εμπειρικής γνώσης, με την έννοια πως οι προτάσεις της δεν είναι ενδεχομενικού χαρακτήρα. Τουναντίον, είναι γνώση σχέσεων λογικής υφής, μια και αναφέρεται στις μη-εμπειρικές διασυνδέσεις των ιδεών μας».

Κατά την άποψη του Kant (ό.π. σ. 154): «Οι μαθηματικές αλήθειες δεν είναι αναλυτικές. Είναι συνθετικές a priori, γιατί περιγράφουν τον απογυμνωμένο από το αισθητηριακό του υλικό χωρόχρονο». Σύμφωνα με τον ίδιο (ό.π. σ. 154) ο χώρος σαν δομική προϋπόθεση της δυνατότητας αντικειμενικής εμπειρίας είναι τρισδιάστατος και ευκλείδιος.

Με την αναφορά στις μετά τον Μεσαίωνα απόψεις θα κλείσει αυτή η σκόπιμα πολύ σύντομη και ελλειπτική περιήγηση στην ιστορία των μαθηματικών προ της έλευσης του 20ου αιώνα. Η περιήγηση αυτή δεν συμπεριέλαβε σημαντικές

χώρες-σταθμούς της εξελικτικής πορείας των μαθηματικών, όπως επίσης, άφησε εκτός και σημαντικές παραμέτρους (φιλοσοφικές, επιστημολογικές, οικονομικές, κοινωνικές, πολιτικές κλπ). Η ''παράλειψη'' οφείλεται στο γεγονός ότι στόχος της περιήγησης υπήρξε η σκιαγράφηση ορισμένων απόψεων που συνδέονται με την κατανόηση του κυρίαρχου (γνωστικού και φαντασιωσικού) υπόβαθρου των σημερινών μαθηματικών.

Κατά τη διάρκεια του πρώτου τέταρτου του εικοστού αιώνα εμφανίστηκαν τρεις κυρίως τάσεις στα μαθηματικά, ο λογικισμός ή ρασιοναλισμός, ο φορμαλισμός και ο ιντουϊσιονισμός. Οι τάσεις αυτές, παρά τις έντονες αμφισβητήσεις που έχουν υποστεί, εξακολουθούν να παίζουν σημαντικό ρόλο και στη σημερινή εποχή.

Ο **λογικισμός** είναι μια μορφή πλατωνικού ρεαλισμού. Στον πλατωνισμό έχει ήδη γίνει αναφορά και εδώ απλώς θα παρατεθούν τα κύρια χαρακτηριστικά του. Σύμφωνα με τον πλατωνισμό τα μαθηματικά αντικείμενα δεν είναι υλικά, υπάρχουν έξω από τον χώρο και τον χρόνο της φυσικής ύπαρξης, είναι αμετάβλητα και δεν πρόκειται να αλλάξουν ή να εξαφανιστούν. Κάθε λογική ερώτηση σχετικά με ένα μαθηματικό αντικείμενο έχει μια συγκεκριμένη απάντηση, αδιάφορο αν μπορούμε να την καθορίσουμε ή όχι.

Οι λογικιστές, με κύριους εκπροσώπους τον Russell και τον Frege, θεωρούσαν, όπως και οι πλατωνιστές, την ικανότητα του Λόγου ως ένα χαρακτηριστικό εσωτερικό γνώρισμα του ανθρώπινου νου με το οποίο οι αλήθειες θα μπορούσαν να συλληφθούν a priori ανεξάρτητα από την παρατήρηση. Ο λογικισμός προσπάθησε να αποδείξει ότι όλες οι μαθηματικές έννοιες μπορούν να αναχθούν στην ιδέα της αφηρημένης ιδιότητας και ότι τα μαθηματικά παράγονται από βασικές λογικές αρχές που αφορούν ιδιότητες.

Για την επόμενη σχολή, δηλαδή τον **φορμαλισμό**, δεν υπάρχουν μαθηματικά αντικείμενα. Τα μαθηματικά αποτελούνται από αξιώματα, ορισμούς και θεωρήματα, δηλαδή από τύπους. Υπάρχουν κανόνες με τους οποίους φθάνουμε από τον ένα τύπο στον άλλο, αλλά οι τύποι δεν αφορούν τίποτα, είναι απλώς σειρές συμβόλων. Οι μαθηματικοί τύποι δεν έχουν κανένα νόημα και καμιά τιμή αλήθειας. Οι τύποι αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση προβλημάτων που αφορούν άλλες επιστήμες π.χ τη Φυσική, οπότε αποκτούν μια

σημασία που μπορεί να είναι αληθής ή ψευδής. Αυτή όμως η σημασία αφορά μόνο τη συγκεκριμένη φυσική ερμηνεία και όχι τον ίδιο το μαθηματικό τύπο.

Ο φορμαλιστής ορίζει τα μαθηματικά ως την επιστήμη της αυστηρής απόδειξης. Σε άλλους επιστημονικούς κλάδους κάποια θεωρία μπορεί να θεμελιωθεί στη βάση της εμπειρίας ή του εύλογου ή της διαίσθησης, αλλά στα μαθηματικά, κατά τον φορμαλισμό, ή έχουμε απόδειξη ή δεν έχουμε τίποτα.

Ο φορμαλισμός θεωρεί τα μαθηματικά ως την επιστήμη της τυπικής παραγωγής συμπερασμάτων, από τα αξιώματα στα θεωρήματα. Οι πρωταρχικοί της όροι δεν ορίζονται. Οι προτάσεις της δεν έχουν περιεχόμενο μέχρι να εφοδιαστούν με μια ερμηνεία. Ο D. Lambert υποστηρίζει ότι για τον φορμαλισμό τα μαθηματικά είναι ένα παιχνίδι με τα σύμβολα (1999, σ. 54). Στο φορμαλιστικό μοντέλο η αλήθεια μιας πρότασης εξαρτάται από το τυπικό σύστημα στο οποίο είναι ενταγμένη. Η πρόταση "2+2=4" δεν λεει τίποτα από μόνη της. Απαιτεί ένα αξιωματικό σύστημα μέσα στο οποίο διαπιστώνεται η τιμή αλήθειας της μέσω μιας μαθηματικής απόδειξης που στηρίζεται με τη σειρά της στα δομικά στοιχεία του συγκεκριμένου αξιωματικού συστήματος.

Η σχολή αυτή κυριάρχησε στην Ευρώπη τις δεκαετίες του 1950 και 1960, και με το όνομα "Νέα μαθηματικά" έφθασε να διδάσκεται ακόμα και στα νηπιαγωγεία. Στη δεκαετία του 1990 η επιρροή της έχει υποχωρήσει, χωρίς όμως να έχει χαθεί η προνομιακή θέση της.

Η σχολή του **ιντουισιονισμού**[12] ξεκίνησε από τον Brouwer. Σύμφωνα με τη σχολή αυτή, οι φυσικοί αριθμοί είναι το σημείο εκκίνησης για όλα τα μαθηματικά και δίνονται μέσα από μια θεμελιώδη ενόραση. Απαιτεί όλα τα μαθηματικά να βασιστούν κατασκευαστικά πάνω στους φυσικούς αριθμούς. Τα μαθηματικά αντικείμενα υπάρχουν και έχουν νόημα μόνο αν προκύπτουν από μια κατασκευή, σε πεπερασμένα βήματα, από τους φυσικούς αριθμούς. Η γνώση ενός μαθηματικού αντικειμένου είναι αποτέλεσμα της δράσης έπ' αυτού.

---

[12] Ο συγκεκριμένος όρος, στην εισαγωγή του Κ. Κωβαίου (1993, σ.50) στο βιβλίου του Βιττγκενστάϊν με τίτλο *Φιλοσοφικές παρατηρήσεις*, αποδίδεται ως "ενορασιοκρατία".

Μεταξύ των ως άνω τριών σχολών υπάρχει μια θεμελιώδης διαφορά. Οι δύο πρώτες δεν αμφισβητούν τη δεδομένη μαθηματική πρακτική (Αναπολιτάνος, 1985, σ.201). Αντίθετα, τα ιντουισιονιστικά μαθηματικά χάραξαν μια τελείως διαφορετική πορεία. Σύμφωνα με τον Ρουσόπουλο (1999, σ.11): «Ξεκινούν (τα ιντουισιονιστικά μαθηματικά) από διαφορετικές μαθηματικές προϋποθέσεις, και ακολουθώντας διαφορετικές λογικές αρχές από τις αρχές της κλασσικής λογικής, διατυπώνουν διαφορετικά θεωρήματα από αυτά των κλασσικών μαθηματικών».

Ένα ενδιαφέρον χαρακτηριστικό των μαθηματικών του εικοστού αιώνα, που τα διαφοροποιεί από αυτά του Μεσαίωνα και της Αναγέννησης, είναι η, σε αρκετό βαθμό, εγκατάλειψη της άποψης περί της σύνδεσης των μαθηματικών με την έννοια του Θεού. Κατά τη διάρκεια του Μεσαίωνα και της Αναγέννησης τα μαθηματικά ακολουθούσαν τη γενική τάση ότι κάθε επιστήμη δεν είναι τίποτα άλλο παρά η μελέτη του έργου του Θεού. Η πλατωνική σύλληψη της ιδέας περί ύπαρξης των μαθηματικών αντικειμένων σ' ένα χώρο ιδεών ανεξάρτητο από την ανθρώπινη νόηση ήταν προφανής σε χριστιανούς επιστήμονες όπως ο Newton ή ο Leibnitz. Χαρακτηριστική είναι η επιγραφή στο τάφο του Newton: «Η Φύση και οι Νόμοι της Φύσης ήταν κρυμμένα στο Σκοτάδι. Είπε ο Θεός: Γενηθήτω ο Newton και όλα έγιναν Φως» (Davis και Hersh, 1980, σ. 91).

Στον εικοστό αιώνα έχει υποχωρήσει πολύ ο ρόλος των μαθηματικών που αποσκοπούσε στην προσέγγιση του Θεού. Η ενασχόληση με τα μαθηματικά, κατά τη διάρκεια του εικοστού αιώνα, θα μπορούσε, κάπως τολμηρά, να χαρακτηρισθεί ως θεολογία χωρίς Θεό (ή με τα μαθηματικά στο ρόλο του Θεού). Αυτό σημαίνει ότι εν πολλοίς τα ίδια τα μαθηματικά έγιναν θρησκεία και, όπως συμβαίνει με κάθε σχεδόν θρησκεία, αναπτύχθηκαν δόγματα με οπαδούς, οι οποίοι συχνά είναι ιδιαίτερα φανατικοί. Δεν είναι, ίσως, τυχαίο που οι διάφορες σχολές ή τάσεις για τα μαθηματικά, συχνά, ονομάζονται και δόγματα.

3.3 ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί ορισμένες νεώτερες απόψεις για τη φύση και τη διδασκαλία των μαθηματικών. Αρκετοί είναι οι μαθηματικοί που θεωρούν ότι κάποιες από τις κυρίαρχες τάσεις στα μαθηματικά και κυρίως ο φορμαλισμός, με την υπερβολική τάση του για απομάκρυνση από την εμπειρία, τυποποίηση και άκρατο συμβολισμό, έχουν οδηγήσει τη μαθηματική εκπαίδευση σε αδιέξοδο.

Τα αρνητικά αποτελέσματα της εφαρμογής του φορμαλιστικού μοντέλου στην εκπαίδευση, κατά τον Π. Πολυχρονόπουλο (1980, σ. 84-86) είναι:

1. Τα μαθηματικά παρουσιάζονται ως ένα κλειστό σύστημα σκέψης που μόνο έμμεση και μακρινή σχέση έχει με την εμπειρία.
2. Τα μαθηματικά διδάσκονται σαν συστήματα αφηρημένων και όχι εμπειρικών σχέσεων.
3. Ο παραφουσκωμένος συμβολισμός είναι ένας αποτελεσματικός τρόπος παρεμπόδισης της μελέτης και κατανόησης των μαθηματικών σχέσεων. Τα πολλά σύμβολα έχουν καταντήσει το μαθηματικό αντικείμενο ταμπού-ιερό, φοβερό και απαγορευμένο.
4. Δεν λαμβάνονται υπόψη οι ανάγκες των μαθητών.
5. Οι περισσότεροι καθηγητές της μέσης εκπαίδευσης δεν γνωρίζουν ακριβώς γιατί διδάσκουν αυτά που διδάσκουν.
6. Πολλοί μαθητές γνωρίζουν να λύνουν ασκήσεις, αλλά δυσκολεύονται τρομερά να λύσουν προβλήματα (με λόγια, όπως τα λένε).

Το κείμενο του Πολυχρονόπουλου αντανακλά πιστά, όσον αφορά το μάθημα των μαθηματικών, την Ελληνική σχολική πραγματικότητα του 1980 (εποχή που γράφηκε το άρθρο). Η τάση, κατά την ίδια περίοδο, που αφορά τη διεθνή πραγματικότητα περιγράφεται από τους Davis και Hersh (1980, σ. 310): «Ο σημερινός τυπικός μαθηματικός είναι πλατωνιστής και φορμαλιστής - ένας κρυφός πλατωνιστής με μάσκα φορμαλιστή που τη βάζει όταν το καλεί η περίσταση». Οι ίδιοι συγγραφείς αναφέρουν και την άποψη του Monk, κατά την οποία ο μαθηματικός κόσμος αποτελείται κατά 65% από πλατωνιστές, κατά 30% από

φορμαλιστές και κατά 5% από ιντουισιονιστές (ό.π, σ.310). Οι σημερινές τάσεις στα μαθηματικά στην Ελλάδα, αλλά και παγκόσμια, κινούνται σε αρκετά διαφορετική κατεύθυνση, όμως η καθημερινή σχολική πραγματικότητα, που αποτελεί το αντικείμενό της παρούσας έρευνας, δεν έχει διαφοροποιηθεί αισθητά από τα μοντέλα που περιγράφουν ο Πολυχρονόπουλος και οι Davis και Hersh.

Ένα ακόμη κείμενο που αντικατοπτρίζει τη μαθηματική εκπαίδευση στη δεκαετία του 1980 είναι το εξής: «Τα μαθηματικά είναι από τα λιγότερο δημοφιλή μαθήματα των σχολείων. Σκοτεινά και πολύπλοκα, άχαρα και ανιαρά, αφηρημένα και απωθητικά εμφανίζονται σε πολλούς μαθητές, που τα βλέπουν σαν ένα σφουγγάρι που απορροφά όλη την ικμάδα της νεανικής τους ζωής» (Εξαρχάκος, 1993, σ.3).

Οι απόψεις που αμφισβητούν τα κυρίαρχα μοντέλα των αρχών του εικοστού αιώνα, οδήγησαν, στα τέλη της δεκαετίας του 70, στη δημιουργία του κλάδου της Διδακτικής των μαθηματικών. Χαρακτηριστικό αυτού του κλάδου είναι η επιστημονική μελέτη της διαδικασίας εκμάθησης των μαθηματικών. Επιστημονική, σύμφωνα με τον Καλαβάση (1997, σ. 51) ονομάζεται μια μελέτη όταν θεμελιώνεται πάνω στην παρατήρηση γεγονότων και αποφεύγει να προτείνει μια εκλογή ανάμεσα σ' αυτά τα γεγονότα, στο όνομα κάποιων αισθητικών ή ηθικών αρχών. Απαραίτητο βήμα για τις νέες διδακτικές προσεγγίσεις, σύμφωνα με τον Εξαρχάκο (1993, σ.98) αποτελεί «Η γνώση της ψυχολογίας και της συμπεριφοράς του παιδιού».

Οι νεότερες απόψεις για τα μαθηματικά έχουν ήδη ανέβει στο βάθρο της επίσημης καθιέρωσης. Για παράδειγμα η θέση του Ελληνικού Υπουργείου Παιδείας, όπως αυτή εκφράζεται στο Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών για την Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση (1997, σ. 1-4), είναι ότι η διαδικασία μάθησης των μαθηματικών είναι μια κατασκευαστική δραστηριότητα (θεωρία της εποικοδόμησης της μαθηματικής γνώσης) και η κατασκευή της γνώσης καθίσταται εφικτή υπό την προϋπόθεση ότι η διαδικασία της μάθησης βασίζεται σε συγκεκριμένες εμπειρίες του μαθητή. Σύμφωνα με τις απόψεις αυτές αφενός η έννοια του *γνωρίζω μαθηματικά* ταυτίζεται με την έννοια του *κάνω μαθηματικά* και αφετέρου κεντρικός στόχος της διδασκαλίας είναι η σχέση των μαθηματικών με τον πραγματικό κόσμο. Οι θεωρίες αυτές κατά τον

Τριανταφυλλίδη (1998, σ. 82-83): «Βαδίζουν στα πρότυπα του ιταλού φιλοσόφου Vico, ο οποίος αντιμετώπιζε τα μαθηματικά ως κοινωνικό θεσμό που κατασκευάζεται και ανακατασκευάζεται μέσα από την ιστορική διαδικασία γέννησης και εξέλιξης των ανθρωπίνων κοινωνιών».

Η Χιονίδου (1999, σ. 2), αναφερόμενη στις νεώτερες απόψεις για τα μαθηματικά, χρησιμοποιεί τον όρο "μεταμοντέρνα επιστημολογία". Κατά την ίδια, ο όρος αυτός παραπέμπει σε μια αντιπλατωνική και αντιθετικιστική επιστημολογία που «Ευνοεί το διαφορετικό και δέχεται ό,τι είχε θεωρηθεί κατώτερο και αδύναμο με τη διαδικασία των απορρίψεων και του αποκλεισμού».

Ένα από τα χαρακτηριστικά των πλέον πρόσφατων αντιλήψεων για τα μαθηματικά είναι ότι στρέφουν το ενδιαφέρον και προς άλλες παραμέτρους, εκτός της γνωστικής, όπως *το συναίσθημα, οι στάσεις και τα πιστεύω*. Κατά τον Ernst (1989) η γνώση είναι το αποτέλεσμα της γνωστικής λειτουργίας της σκέψης, ενώ τα *πιστεύω* είναι το συναισθηματικό αποτέλεσμα. Τα *πιστεύω* των καθηγητών επηρεάζουν τις απόψεις τους και ο επηρεασμός αυτός αντανακλάται στον τρόπο με τον οποίο διδάσκουν (Aston, 1990, Brookhart και Freeman, 1992, Hersh 1986, Weinstein,1988,1989). Οι παραπάνω αντιλήψεις περιγράφονται αναλυτικά και στο εγχειρίδιο για την έρευνα και τη διδασκαλία των μαθηματικών του Εθνικού Συμβουλίου των δασκάλων των μαθηματικών στις Η.Π.Α (Grouws, 1992).

Σύμφωνα με τη γνώμη μας θα είχε ιδιαίτερο ενδιαφέρον μια, ανάλογη με την παρούσα, μελέτη, βασισμένη πάνω σε χαρακτηριστικά των μαθηματικών που σχετίζονται με τις νεώτερες αντιλήψεις γι' αυτά. Για να γίνει όμως αυτό, πιστεύουμε ότι πρώτα πρέπει οι νέες αντιλήψεις για τα μαθηματικά να ενσωματωθούν στη σχολική πραγματικότητα.

Προφανώς η αναφορά στη φύση, τη φιλοσοφία και τη διδασκαλία των μαθηματικών καθώς και στις ιστορικές τους ρίζες, εφόσον δεν αποτελεί το κυρίως θέμα αυτής της μελέτης, ήταν ιδιαίτερα σύντομη και περιληπτική. Θεωρούμε όμως ότι αυτή η σκιαγράφηση είναι δυνατό να συνεισφέρει στην κατανόηση των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών των μαθηματικών. Τα "αντικειμενικά" αυτά χαρακτηριστικά αποτελούν έναν από τους παράγοντες που καθορίζουν τον τρόπο που τα μαθηματικά λειτουργούν στην ασυνείδητη ψυχική σφαίρα των ατόμων.

3.4 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΨΥΧΑΝΑΛΥΣΗ

Το υποκεφάλαιο αυτό θα αφιερωθεί, κυρίως, στην πλευρά των μαθηματικών η οποία θα μπορούσε "ποιητική αδεία" να ονομασθεί "σκοτεινή" ή "παρασκήνιο" ή το "Άλλο των μαθηματικών". Η όψη αυτή των μαθηματικών αναφέρεται στη σχέση τους με το συναίσθημα καθώς και με ασυνείδητες διαδικασίες όπως τη φαντασίωση, τους αμυντικούς μηχανισμούς, και τις ενορμήσεις.

Στη θέση αυτή κρίνεται αναγκαία η εξής διευκρίνιση, όσον αφορά τη χρήση της έννοιας "ασυνείδητο". Στην παρούσα μελέτη η έννοια αυτή χρησιμοποιείται με την καθαρά ψυχαναλυτική της σημασία (Laplanche και Pontalis, 1986, σ. 103). Η θεώρηση των μαθηματικών υπό το πρίσμα ενός μη Φροϋδικού ασυνείδητου ξεφεύγει από τα πλαίσια αυτής της μελέτης, επομένως η αναφορά σ' αυτήν τη θεώρηση θα περιοριστεί μόνο σε κάποιες σύντομες νύξεις.

Η ύπαρξη ενός μη Φροϋδικού ασυνείδητου τέθηκε κυρίως από τον Γάλλο μαθηματικό Poincaré. Για τις περί ασυνείδητου απόψεις του Poincare γράφει ο Papert (1991, σ. 231): «Το ασυνείδητο του Poincaré διαφέρει πολύ απ' αυτό του Freud. Χωρίς να είναι η έδρα προ-λογικών, σεξουαλικά φορτισμένων, πρωταρχικών διεργασιών, μοιάζει μάλλον με μια συναισθηματικά ουδέτερη, υπέρτατα λογική συνδυαστική μηχανή». Σε ένα παρόμοιου τύπου ασυνείδητο αναφέρεται και ο Einstein, σε επιστολή του προς τον Hadamard (1995, σ. 143): «Οι λέξεις ή η γλώσσα, σε γραπτή ή προφορική μορφή δεν φαίνεται να παίζουν κάποιο ρόλο στον μηχανισμό της σκέψης μου. Οι φυσικές οντότητες που φαίνεται να χρησιμεύουν ως στοιχεία της σκέψης είναι συγκεκριμένα σύμβολα και κάποιες περισσότερο ή λιγότερο καθαρές εικόνες».

Ο ιδρυτής του φορμαλισμού, Hilbert (1952, σ. 3), αναφερόμενος στις δύο τάσεις που διέπουν τις επιστημονικές έρευνες, προφανώς για να εκφράσει τη λειτουργία ενός ασυνείδητου όπως το περιέγραψε ο Poincaré, χρησιμοποιεί τον όρο "διαισθητική κατανόηση". Σύμφωνα με τον Hilbert: «Στα μαθηματικά, όπως και σε κάθε επιστημονική έρευνα, είναι παρούσες δύο τάσεις. Από τη μια υπάρχει μια τάση προς την αφαίρεση, η οποία έχει στόχο αφενός την αποτύπωση των λογικών σχέσεων που υπάρχουν στο προς εξέταση υλικό και αφετέρου την κατάταξή του σε ένα διατεταγμένο και οργανωμένο σύστημα. Από την άλλη

υπάρχει μια τάση προς μια διαισθητική κατανόηση, η οποία δίνει τη δυνατότητα για μια πιο άμεση σύλληψη των αντικειμένων που μελετάμε».

Κατά τη δική μας γνώμη, τα δύο αυτά ''ασυνείδητα'' δεν είναι διαφορετικά, αλλά αποτελούν όψεις, που δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, του ιδίου συστήματος. Η συσχέτιση και από κοινού μελέτη των δύο αυτών όψεων θα ήταν δυνατό να αποτελέσει αντικείμενο ιδιαίτερης μελέτης.

Η Weyl - Kailey μια καθηγήτρια μαθηματικών που στη συνέχεια έγινε ψυχοθεραπεύτρια, αντιδιαστέλλει τη μαθηματική γνώση από τα σχολικά μαθηματικά, τα οποία σε αρκετές περιπτώσεις θεωρεί ισοδύναμα με τον εξαναγκασμό. Σύμφωνα με τη Weyl – Kailey (στο Tahta, 1993b, σ. 47), η μαθηματική γνώση είναι τόσο σημαντική ώστε με τη βοήθεια αυτής της γνώσης είναι δυνατό να πραγματοποιηθούν επιτυχημένες ψυχοθεραπείες. Για τα σχολικά μαθηματικά, ή ίδια συγγραφέας, γράφει: «Σε ορισμένους σπουδαστές υπάρχει η εντύπωση ότι για να είναι κάποιος καλός στα μαθηματικά χρειάζεται αφύσικα μεγάλη πειθαρχία. Οι κανόνες των μαθηματικών (κατ' αυτούς τους σπουδαστές) είναι πολύ αυστηροί και αυτό που χρειάζεται είναι πλήρης υποταγή και υπακοή στα κελεύσματά τους...Έτσι, για πολλούς σπουδαστές τα μαθηματικά είναι ο νόμος του Πατέρα, ο νόμος της αναγκαιότητας, ο ΝΟΜΟΣ» (ό.π. σ. 47).

Οι Brown, Hardy και Wilson (1993, σ. 13) γράφουν: «*Κάθε νέα λέξη είναι ένα βήμα απομάκρυνσης από τη Μητέρα.* Τα μαθηματικά, η φαντασίωση της μεγιστοποίησης της απόστασης από τη Μητέρα, είναι το ιστορικό της εξαφάνισης της Μητέρας...Για να εκφραστώ στα Μαθηματικά είναι ανάγκη να χρησιμοποιήσω τη γλώσσα της φυλής με τέτοιον τρόπο, ώστε να γίνω αποδεχτός από τον Πατέρα».

Ο Sibony (1972, σ. 91) θεωρεί ότι τα μαθηματικά είναι ένα προϊόν που ξέφυγε από το ασυνείδητο και υποστηρίζει ότι όλες οι προσπάθειες που γίνονται για την ''καλή του παρουσίαση'' δεν μπορούν να κρύψουν τα ίχνη της σκοτεινής καταγωγής του. Η ''καλή του παρουσίαση'' το μόνο που καταφέρνει είναι να αιωρείται ανάμεσα στη «*Γλώσσα μιας τεχνικής και στην τεχνική μιας γλώσσας*» (ό.π, σ. 91).

Σύμφωνα με τη Flagey (στο Nimier, 1988, σ. 62): «Τα μαθηματικά αποτελούν το πλέον τυπικό απ' όλα τα συστήματα γνώσεων στα οποία εισάγονται οι μαθητές. Το σύστημα αυτό δεν ανέχεται κανένα λάθος, ούτε στους τύπους και

στους κανόνες με τους οποίους λειτουργεί, ούτε στον καθορισμό των αντικειμένων τα οποία χρησιμοποιεί. Θεωρώ ότι οι ψυχαναλυτές παιδιών και οι ψυχολόγοι πρέπει να δώσουν ιδιαίτερη σημασία στον τρόπο με τον οποίο τα παιδιά συναλλάσσονται με τα μαθηματικά».

Η Turcle (1992, σ. 239) αναφέρεται σε ορισμένες απόψεις του Lacan για τα μαθηματικά. Σύμφωνα με τις απόψεις αυτές τα μαθηματικά είναι βαθιά ριζωμένα στα ανθρώπινα σώματα. Τα βασικά γεωμετρικά σχήματα, όπως σφαίρες και κύκλοι προέρχονται κυρίως, με τη βοήθεια αφαιρετικών διαδικασιών, από το σχήμα του ανθρωπίνου σώματος.

Η ίδια συγγραφεύς γράφει: «Για τον Lacan τα μαθηματικά δεν είναι μια άσαρκη γνώση, αλλά μια γνώση που βρίσκεται σε συνεχή επαφή με τις ρίζες της στο ασυνείδητο. Η επαφή αυτή συνεπάγεται τα εξής: α) Η μαθηματική δημιουργία έχει τις ρίζες της στο ασυνείδητο και β) Τα μαθηματικά ανταποδίδουν το χρέος τους ανοίγοντάς μας ένα παράθυρο προς το ασυνείδητο. Ο Lacan έχει επαναλάβει πολλές φορές την άποψη ότι "το ασυνείδητο είναι δομημένο ως γλώσσα". Κατά τη γνώμη μου, είναι εξίσου σωστή η άποψη ότι "το ασυνείδητο είναι δομημένο με μαθηματικό τρόπο". Τα μαθηματικά μπορούν να λειτουργήσουν όπως το όνειρο, δηλαδή να φέρουν στην επιφάνεια στοιχεία βαθιά κρυμμένα... Όταν αναφερόμαστε σε ποιητικές ή διαισθητικές θεωρίες που αφορούν την Ψυχολογία χρησιμοποιούμε τις λέξεις "ζεστό" ή "ανθρώπινο". Οι επιθετικοί αυτοί προσδιορισμοί δηλώνουν ότι οι θεωρίες αυτές είναι κατάλληλες για μια ολιστική περιγραφή της ανθρώπινης οντότητας. Σε αντίθεση με τις ψυχολογικές θεωρίες, οι θεωρίες που χρησιμοποιούν μαθηματικούς τύπους εμφανίζονται ως "απρόσωπες" και "κρύες"...Ο Lacan απορρίπτει έντονα αυτή την αντίθεση μεταξύ της ζεστασιάς του ποιητικού λόγου (ψυχολογικές θεωρίες) και των ψυχρών και αποξηραμένων φρούτων του δένδρου του Πυθαγόρα (μαθηματικές θεωρίες)» (ό.π, σ. 239-240).

Η άποψη του Lacan ότι το ασυνείδητο είναι δομημένο με μαθηματικό τρόπο βρήκε την υλοποίησή της στις εργασίες του ψυχαναλυτή Matte Blanco. Ο Matte Blanco (1975) θεωρεί ότι αρκετές από τις λειτουργίες του ασυνείδητου μπορούν να περιγραφούν με μαθηματικές θεωρίες. Για παράδειγμα, η δυνατότητα του μέρους να αναπαριστά το όλο, που ισχύει στη θεωρία των απειροσυνόλων (ένα απειροσύνολο μπορεί να είναι ισοδύναμο με ένα από τα υποσύνολά του), είναι

δυνατό να ισχύσει και στη λειτουργία του ασυνείδητου π.χ ο μαστός είναι η μητέρα. Επίσης ο ίδιος συγγραφέας παρουσίασε τις απόψεις του για τη σχιζοφρένεια χρησιμοποιώντας τη μαθηματική θεωρία της συμμετρίας. Για παράδειγμα, ο Matte Blanco αναφέρει την περίπτωση μιας σχιζοφρενούς γυναίκας η οποία έλεγε ότι "το χέρι μου είναι το σώμα μου". Η γυναίκα αυτή χρησιμοποίησε τον νόμο της *συμμετρίας* για στοιχεία που είναι *μη συμμετρικά.*

Η Καμπάνη (1997, σ. 468) αναφέρει μια άποψη που διατυπώθηκε από τον Le Corbusier: «Αν δείξω σ' ένα οποιονδήποτε Γάλλο, Νέγρο, Εσκιμώο μια σφαίρα σαν τις μπάλες του μπιλιάρδου, απελευθερώνω και στους τρεις μια ιδανική αίσθηση σύμφυτη με τη σφαιρική φόρμα - σταθερή πρωτογενή αίσθηση. Αν δείξω μια πρωτογενή κυβική φόρμα, ελευθερώνω σε κάθε άτομο την ίδια πρωταρχική αίσθηση του κύβου».

Η άποψη αυτή του Le Korbusier για τη Γεωμετρία προφανώς προσεγγίζει τις δοξασίες του Πλάτωνα και πιστεύουμε ότι αποδίδει μια όψη μόνο της πραγματικότητας. Στην άποψη του Le Corbusier θα αντιπαραβάλλουμε αυτήν του Nimier, η οποία θεωρούμε ότι αποδίδει πληρέστερα αυτό που πραγματικά συμβαίνει.

Ο Nimier (1988, σ. 71-72) αναφέρεται σε μια άποψη παρόμοια με αυτήν του Le Corbusier, η οποία "φαίνεται" να είναι γενικού κύρους: «Αν ένας Ρώσος και ένας Αμερικάνος συζητήσουν για πολιτική ή ένα Άραβας και ένας Λάπωνας για λογοτεχνία, είναι απίθανο να καταλήξουν σε συμφωνία. Ακριβώς το αντίθετο θα συμβεί αν όλοι αυτοί συζητήσουν πάνω σε οποιοδήποτε μαθηματικό πρόβλημα». Στη συνέχεια, ο Nimier αναιρεί τη (κατ' αυτόν φαινομενικά) γενική ισχύ αυτής της άποψης και γράφει: «Αυτή η παγκοσμιότητα των μαθηματικών, που προφανώς αντιστοιχεί σε ένα μέρος της αλήθειας, μου φαίνεται ότι κρύβει το υποκειμενικό τους στοιχείο. Εάν ο Ρώσος, ο Αμερικάνος, ο Άραβας και ο Λάπωνας καταλήξουν σε συμφωνία, όσον αφορά τη λύση ενός μαθηματικού προβλήματος, αυτό δεν σημαίνει ότι ασχολούνται με τα μαθηματικά για τον ίδιο λόγο ή ότι τα μαθηματικά αντιπροσωπεύουν το ίδιο πράγμα για κάθε ένα απ' αυτούς».

Ο Nimier στο κείμενο αυτό εννοεί πως, παρότι οι κανόνες και οι νόμοι που διέπουν τα μαθηματικά θεωρείται ότι είναι καθολικού και παγκόσμιου κύρους,

υπάρχει μεγάλη διαφοροποίηση στον τρόπο που τα μαθηματικά εγγράφονται στην ψυχική δομή του κάθε υποκειμένου.

Εμείς θέλουμε να παρατηρήσουμε ότι στο παράδειγμα του Nimier υπάρχει ένας "διπλός" υποκειμενισμός, ο οποίος εκδηλώνεται αφενός στο επίπεδο που τον τοποθετεί ο Nimier και αφετέρου σε ένα διαφορετικό επίπεδο, που αφορά τη μαθηματική σχολή που ακολουθεί καθένας από τους συνομιλητές. Για παράδειγμα, εάν ένας από αυτούς ακολουθεί τη σχολή του φορμαλισμού και ένας άλλος τη σχολή του ιντουισιονισμού, υπάρχει πιθανότητα να μην συμφωνήσουν στη λύση του προβλήματος, γιατί για τον καθένα απ' αυτούς οι βασικές μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες έχουν διαφορετικό νόημα.

Ο Nimier (1988, σ. 35-36), αναφερόμενος στις ψυχολογικές λειτουργίες των μαθηματικών, υποστηρίζει ότι τα μαθηματικά είναι δυνατό να γίνουν αφορμή επαναβίωσης του ναρκισσιστικού τραύματος, πράγμα που μπορεί να οδηγήσει σε δύο τύπους αναστολών. Ο πρώτος τύπος αφορά την αναστολή μιας δραστηριότητας που είναι έντονα συνδεδεμένη με την ενόρμηση από την οποία προέρχεται. Στην περίπτωση αυτή, η κακή επίδοση στα μαθηματικά αποτελεί μηχανισμό άμυνας με στόχο την ολική ή μερική απώθηση της ενόρμησης και συνεπακόλουθα την εξαφάνιση ή τον μετασχηματισμό της αρχικής επιθυμίας. Ο δεύτερος τύπος αναστολής αφορά το γεγονός ότι η ενασχόληση με τα μαθηματικά είναι δυνατό να προκαλέσει την επανεργοποίηση της οιδιπόδειας σύγκρουσης.

Σε ανάλογο μήκος κύματος κινείται και η Flagey (1972, σ. 765), σύμφωνα με την οποία οι διανοητικές λειτουργίες, αποκτώντας δευτερογενώς ερωτική σημασία, συχνά παίρνουν φαλλική αξία και έτσι εκτίθενται σε κινδύνους ευνουχισμού, ο φόβος του οποίου είναι μια συχνή αιτία των αναστολών.

Από τα πρώτα χρόνια της ψυχανάλυσης υπήρξαν αναλυτές που έδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά. Για παράδειγμα, η Klein (1991, σ 103) έγραψε: «Οι πράξεις και η αριθμητική, αποδεικνύεται πως έχουν μια γενετήσια, συμβολική, συναισθηματική κάθεξη...Η τάση να ξεπεράσουμε αυτό το φόβο (του ευνουχισμού) -η ανδρική διαμαρτυρία- φαίνεται γενικά πως αποτελεί έναν από τους λόγους για τους οποίους εξελίχθηκε η αριθμητική και τα μαθηματικά ».

Η εξέταση όμως των μαθηματικών από γνωστική αλλά και από παιδαγωγική άποψη, υπό το πρίσμα των ψυχαναλυτικών ιδεών, με οργανωμένο και συστηματικό

τρόπο εμφανίστηκε για πρώτη φορά, κυρίως στη Γαλλία, κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1970. Από τους Γάλλους συγγραφείς που συνέβαλαν σ' αυτό θα αναφερθούν ενδεικτικά οι: Baruk, Brousselle, Diatkine, Serres, Lacan, Sibony και Nimier. Η ίδια τάση, λίγο αργότερα, εμφανίστηκε και στις Αγγλόφωνες χώρες, κυρίως στις Η.Π.Α, Μεγάλη Βρετανία και Καναδά. Από τους αγγλόφωνους συγγραφείς θα αναφερθούν ενδεικτικά οι: Matte Blanco, Pimm, Rotman, Turkle, Weyl–Kailey, Dockar–Drysdale και Walkerdine. Ορισμένοι από τους συγγραφείς αυτούς είναι συνεργάτες του περιοδικού *For the learning of mathematics*, το οποίο ασχολείται κυρίως με την παιδαγωγική, διδακτική και ψυχολογική πλευρά των μαθηματικών. Το περιοδικό αυτό, το οποίο εκδίδεται στον Καναδά, με αφορμή τη συμπλήρωση των εκατό ετών από τη γέννηση του Freud, πραγματοποίησε στο τεύχος του Φεβρουαρίου 1993 αφιέρωμα στη σχέση των μαθηματικών και της ψυχανάλυσης.

Το θέμα της εμπλοκής των μαθηματικών με την ψυχανάλυση περιέχει δύο βασικούς άξονες. Στον πρώτο άξονα η ψυχανάλυση εισέρχεται στο χώρο των μαθηματικών με σκοπό να προσφέρει τις ερμηνείες της. Στον δεύτερο τα πράγματα γίνονται αντίστροφα, δηλαδή τα μαθηματικά προσφέρουν τη βοήθεια τους στην ψυχανάλυση.

Ο δεύτερος άξονας περιέχει δύο συνιστώσες. Στην πρώτη τα μαθηματικά συνεισφέρουν στο θεωρητικό μέρος της ψυχανάλυσης. Παραδείγματα ψυχαναλυτών που χρησιμοποίησαν μαθηματικές θεωρίες για να περιγράψουν ψυχικά φαινόμενα, όπως έχει αναφερθεί και στο 3.4, είναι ο Lacan και ο Matte Blanco. Στη δεύτερη τα μαθηματικά συνεισφέρουν στη θεραπευτική διαδικασία. Παραδείγματα ψυχαναλυτών που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά ως μέσο θεραπείας είναι η Weyl-Kailey και η Dockar–Drysdale. Η πρώτη περιέγραψε τον τρόπο εργασίας της στο βιβλίο της *Victoire sur les maths* και η δεύτερη στο βιβλίο *The provision of primary experience*.

Θεωρούμε ότι η δεύτερη συνιστώσα είναι πολύ σημαντική, γιατί πιστεύουμε ότι παίζει αποφασιστικό ρόλο στη χρησιμότητα, από παιδαγωγική άποψη, της παρούσας εργασίας. Ο στόχος αυτής της μελέτης δεν είναι μόνο η εξαγωγή κάποιων συμπερασμάτων, που είναι δυνατό να βοηθήσουν στην ερμηνεία κάποιων ''αθέατων'' πλευρών της σχέσης των μαθητών και των καθηγητών με τα μαθηματικά. Είναι εξίσου σημαντικό να δειχθεί ότι τα συμπεράσματα αυτά είναι δυνατό να συμβάλλουν αφενός στην καλύτερη σχέση με τα μαθηματικά και αφετέρου στη χρήση των μαθηματικών ως μέσου άρσης γενικότερων αναστολών. Σύμφωνα με την άποψη του Tahta (1993b, σ. 48): «Το μαθηματικό αντικείμενο μπορεί να προσελκύσει φαντασιώσεις που είναι δυνατό να οδηγήσουν σε αναστολές, αλλά μπορεί να λειτουργήσει και με αντίθετο τρόπο. Δηλαδή, μέσα από κατάλληλες παιδαγωγικές στρατηγικές είναι δυνατό να αντιμετωπισθούν όχι μόνο οι αναστολές που αφορούν τα μαθηματικά, αλλά και γενικότερου τύπου αναστολές[13]».

Στη συνέχεια θα παρατεθούν κάποια παραδείγματα που δείχνουν ορισμένους από τους τρόπους που τα μαθηματικά λειτουργούν στο ασυνείδητο. Οι ερμηνείες που προτείνονται μπορεί να φανούν αυθαίρετες σε κάποιον που δεν έχει όλα τα δεδομένα που αφορούν τα συγκεκριμένα περιστατικά. Αυτό όμως που κυρίως ενδιαφέρει δεν είναι τόσο οι ερμηνείες όσο οι τρόποι με τους οποίους τα άτομα, κυρίως μικρά παιδιά, συνδιαλέγονται με τα μαθηματικά. Οι τρόποι αυτοί είναι φανερό ότι, σε αρκετές περιπτώσεις ουδεμία σχέση έχουν με τα ''αντικειμενικά'' χαρακτηριστικά των μαθηματικών.

Αρχικά θα αναφερθούν ορισμένα παραδείγματα από τη M. Klein (1991, σ. 98-102, 1977 σ. 233-234) που αφορούν τη σχέση ορισμένων, μικρής ηλικίας ασθενών της με τα μαθηματικά

Για τον Φριτς ο αριθμός 1 είναι ένας κύριος που, επειδή ζει σε ζεστή χώρα, κυκλοφορεί πάντα γυμνός και μόνο όταν βρέχει φορά ένα αδιάβροχο. Είναι γενναίος, καλός στην οδήγηση και έχει πέντε μαχαίρια. Στην περίπτωση του Φριτς, ο αριθμός 1 ταυτίζεται με τον "Στρατηγό Πιπί", δηλαδή με το πέος. Επίσης, ο Φριτς έχει μια έντονη αναστολή στο να κάνει διαιρέσεις και πάντα μπερδεύει το

---

[13] Η υπογράμμιση είναι δική μας.

υπόλοιπο με το πηλίκο. Αυτό συμβαίνει επειδή στο ασυνείδητό του η διαίρεση είναι ένας τεμαχισμός και το υπόλοιπο και το πηλίκο είναι ματωμένα κομμάτια σάρκας. Δηλαδή, σε ένα σαδιστικό καννιβαλιστικό στάδιο οργάνωσης, η διαίρεση είναι μια κατάτμηση, μια συνουσία.

Η Λίζα κάνει πολύ μικρή την κάθετη γραμμή του 1, και αυτό προέρχεται από το σύμπλεγμα ευνουχισμού της. Επίσης, θεωρεί ανυπόφορο τον αριθμό 3, γιατί «Ο τρίτος είναι πάντα περιττός» (1991, σ. 98). Ακόμα η Λίζα, ενώ μπορεί να λύσει εύκολά μια εξίσωση με έναν άγνωστο, αδυνατεί να λύσει μια εξίσωση με δύο αγνώστους. Ο λόγος είναι ότι ο δεύτερος άγνωστος είναι το δεύτερο περιττό πέος που ήθελε να ξεφορτωθεί, όταν μωρό παιδί παρακολουθούσε από την κούνια της τη συνουσία των γονιών της. Η Λίζα ήθελε να κατέχει τον ένα από τους δύο, είτε τον πατέρα είτε τη μητέρα και να διώξει τον άλλο.

Για τον Έρνστ η πρόσθεση 2+1 = 3, σημαίνει ότι στο δικό του γεννητικό όργανο (το 1), πρόσθεσε άλλα 2, δηλαδή τα γεννητικά όργανα του πατέρα του και της μητέρας του, και κράτησε για τον εαυτό του το τελικό αποτέλεσμα, που είναι τα τρία γεννητικά όργανα.

Ο Τζον σημείωνε προσεκτικά σε ένα φύλο χαρτί τη θέση που είχαν τα ανθρωπάκια του και τα άλλα του παιχνίδια, πριν τα τοποθετήσει σε ένα άλλο φύλο χαρτί. Δεν του έφτανε να ξέρει την ακριβή θέση τους ώστε να βεβαιωθεί ότι θα τα τοποθετήσει σωστά, αλλά είχε την ανάγκη να τα μετράει συνεχώς. Ενώ έκανε αυτά, έλεγε: «Είναι αδύνατον να βγάλουμε δεκατρία από δέκα, ή επτά από δύο» (Klein, 1977, σ. 233). Η συμπεριφορά αυτή του Τζον οφείλεται στο γεγονός ότι τα παιδιά νοιώθουν ανίκανα να επιστρέψουν στη μητέρα αυτά που έχουν πάρει μέσα από το σώμα της, γιατί το δικό της σώμα είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με το δικό τους. Η ενοχή των παιδιών είναι πολύ μεγάλη, αφενός γιατί αισθάνονται ότι έκλεψαν και κατέστρεψαν τη μητέρα τους και αφετέρου γιατί πιστεύουν ότι είναι αδύνατον να επιστρέψουν όλα όσα της πήραν.

Τα περιστατικά που ανέλυσε η M. Klein ήταν μικρά παιδιά με κάποιες, ελαφρότερες ή σοβαρότερες διαταραχές. Η αντιμετώπιση όμως των μαθηματικών από τα παιδιά αυτά, κατά τη γνώμη μας, δεν απέχει πολύ από τη στάση της πλειοψηφίας των παιδιών ως προς τα μαθηματικά. Όσον αφορά την όποια διαταραχή, θεωρούμε ότι απλώς επέτρεψε στα παιδιά αυτά να εκφράσουν μια

στάση απέναντι στα μαθηματικά που, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, ισχύει για κάθε παιδί.

Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα που αναφέρει ο Pimm (1993, σ. 35), περιγράφοντας μια έρευνα που πραγματοποιήθηκε σε 27 μαθητές μιας τάξης του Δημοτικού. Ο ερευνητής ζήτησε από κάθε μαθητή να γράψει το αγαπημένο του κλάσμα. Ένα παιδί απάντησε ότι το αγαπημένο του κλάσμα είναι το 4/5, διότι του θύμιζε ότι κάποτε ζούσαν στο σπίτι του πέντε άτομα, αλλά η μητέρα του έφυγε και έμειναν μόνο τέσσερα. Στο παράδειγμα αυτό θα ήταν δυνατό να αντιταχθεί ότι το συγκεκριμένο παιδί είναι μια ιδιαίτερη περίπτωση, διότι προσδίδει τελείως προσωπικές σημασίες στα μαθηματικά σύμβολα. Όμως, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας, πάνω από τα μισά παιδιά αναφέρθηκαν στην οικογένειά τους, όταν επέλεξαν το αγαπημένο τους κλάσμα και πέντε μαθητές έδωσαν απαντήσεις αντίστοιχες με αυτήν που προαναφέραμε.

Ο Tahta (1993b, σ. 47-48) σε άρθρο του στο περιοδικό *for the learning of mathematics* περιγράφει τη δουλειά της Weyl– Kailey, μιας θεραπεύτριας η οποία αρχικά υπήρξε καθηγήτρια μαθηματικών. Ο Tahta αναφέρει ορισμένα ενδιαφέροντα περιστατικά τα οποία χειρίσθηκε η Weyl-Kailey.

Το πρώτο αφορά τον Πιέρ, ο οποίος έκανε πολύ σοβαρά λάθη στις πράξεις. Για παράδειγμα έγραφε: 5+7=11, 5-3=1, 6.7=44. Η θεραπεύτρια, με γνώμονα τα λάθη αυτά καθώς και πολλά άλλα, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ο Πιέρ αρνείται, ασυνείδητα, να γράψει τον αριθμό 2. Η ερμηνεία που έδωσε είναι ότι ο Πιέρ αρνείται τον συσχετισμό με τον αδελφό του, ο οποίος σε αντίθεση με αυτόν είναι εξαιρετικά καλός μαθητής.

Το δεύτερο παράδειγμα δείχνει ότι και η Γεωμετρία είναι δυνατό να πιαστεί στο δίχτυ της απώθησης. Το παράδειγμα αναφέρεται σε ένα παιδί που αντιπαθούσε τις παράλληλες ευθείες και έλεγε ότι δεν ήθελε να είναι σαν τη μια παράλληλο, γιατί, ακόμα και αν αγαπά την άλλη, δε πρόκειται ποτέ να τη συναντήσει.

Σύμφωνα με την ίδια, οι μαθηματικές πράξεις μπορούν συχνά να λειτουργήσουν στο επίπεδο της φαντασίωσης. Για παράδειγμα, η αφαίρεση είναι δυνατό να βιωθεί ως "απώλεια", πχ ένας πατέρας που εγκατέλειψε το σπίτι ή ένας αδελφός που πέθανε, ή ως "φόβος απώλειας", που στην ουσία αντιπροσωπεύει τον φόβο του ευνουχισμού. Η διαίρεση - μοίρασμα είναι δυνατό να εκφράζει την

Οιδιπόδεια σύγκρουση· το παιδί αρνείται να μοιρασθεί, με τον ένα από τους γονείς, την αγάπη του προς τον άλλο γονέα. Ακόμη η διαίρεση μπορεί να ανακινήσει συναισθηματικές προβληματικές που προέρχονται από το μοίρασμα χωρισμένων γονιών, ή κληρονομιάς, ή περιουσίας ή ενός σπιτιού κλπ.

Σύμφωνα με την Dolto (στο Nimier, 1988, σ. 45) η εκμάθηση των αριθμητικών πράξεων δεν είναι εύκολη, γιατί αυτές συνδέονται με ορισμένες χαρακτηριστικές λέξεις, όπως *ισότητα, μεγαλύτερο, μικρότερο* κλπ. Οι λέξεις αυτές έχουν μια ιδιαίτερη φόρτιση, γιατί είναι συνδεδεμένες με προβλήματα που αφορούν τη σχέση με τους γονείς, τη γέννηση των παιδιών κλπ. Η προσοχή που απαιτείται για τη σωστή εκμάθηση των αριθμητικών πράξεων, είναι δυνατό να δημιουργήσει, στο ασυνείδητο του παιδιού, την εξής αλυσίδα από συνειρμούς: *Προσοχή = περιέργεια = σφάλμα = τιμωρία = στέρηση της αγάπης = άγχος.* Προκειμένου να αποφευχθεί το άγχος, κινητοποιούνται οι μηχανισμοί άμυνας, με αποτέλεσμα να εξαφανισθεί ή να μειωθεί η επιθυμία για προσοχή στο μάθημα των μαθηματικών. Οι ερμηνείες της Dolto ενισχύουν την άποψη για τη στενή σύνδεση των φαντασιώσεων και των μηχανισμών άμυνας που έχει αναπτυχθεί θεωρητικά στο 2° κεφάλαιο.

Ο Brousselle (1973, σ. 488-491), στη μελέτη με τίτλο *Fantasme et concept mathematique,* ανέλυσε διεξοδικά τον τρόπο που οι φαντασιώσεις επεμβαίνουν, και συχνά επιβάλλουν τη δική τους "άποψη", στις διαδικασίες απόκτησης μαθηματικών γνώσεων. Στη μελέτη αυτή ο Brousselle αναπτύσσει επίσης και μια ενδιαφέρουσα θεωρία, η οποία αποδίδει στον φετιχισμό την ανακάλυψη του μηδενός και των μιγαδικών αριθμών.

Ο Brousselle παρομοιάζει τα λάθη στα μαθηματικά με τα lapsus. Αναφέρει ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα στο οποίο, για τον συγκεκριμένο μαθητή η ισότητα 1 + 1 = 2 είναι ανυπόφορη, γιατί αυτή η συγχώνευση δύο πραγμάτων σε ένα λειτουργεί, σε επίπεδο φαντασίωσης, ως μια επικίνδυνη απειλή για την ταυτότητα και τη σταθερότητα του "Εγώ = Μονάδα υπαρξιακά αυτόνομη".

Σε ένα άλλο παράδειγμα, που αναφέρει ο Brousselle, ένα παιδί έβλεπε τους αριθμούς σαν να ήταν μικρά φύλα από χλόη, που έπαιρναν το σχήμα τους από την κίνηση του αέρα.

Η Κορντιέ (1995, σ. 146) αναφέρει το παράδειγμα μιας τάξης παιδιών, από τα οποία ζητήθηκε να γράψουν έναν αριθμό μεγαλύτερο από το 1910. Μερικά παιδιά έγραψαν έναν αριθμό, το 250 για παράδειγμα, με μεγαλύτερους χαρακτήρες από αυτούς που χρησιμοποίησαν για το 1910. Αυτά τα παιδιά έδωσαν στον όρο "μεγαλύτερος" τη σημασία μιας σχέσης στη γραφή και, όχι μιας σχέσης τάξης, όπως τους ζητήθηκε.

Η ίδια αναφέρει ένα απόσπασμα από το έργο του Ιονέσκο *Το Μάθημα* (ό.π, σ. 154-155), όπου πραγματοποιείται ο παρακάτω διάλογος μεταξύ ενός καθηγητή και μιας μαθήτριας, στην οποία προσπαθεί να διδάξει την αφαίρεση:

Καθηγητής: Αν είχες δύο μύτες και σου έκοβα τη μια, πόσες θα σου έμεναν;

Μαθήτρια: Καμία

Καθηγητής: Τι εννοείς "καμία";

Μαθήτρια: Ναι, τώρα έχω μια μύτη γιατί δεν μου έχετε κόψει καμία. Αν μου την κόβατε δεν θα την είχα πια.

Σύμφωνα με την Κορντιέ αυτό το απόσπασμα από τον Ιονέσκο εκφράζει ότι η αριθμητική (στο παράδειγμά μας, η αφαίρεση), ενώ φαίνεται διαδικασία τελείως άσχετη από συναισθηματικές επιδράσεις, μπορεί να συνδεθεί με εικόνες ακρωτηριασμού ή γενικότερα με εικόνες που αποκλείουν τον μαθηματικά σωστό χειρισμό της. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, η μαθήτρια, στην προσπάθεια της να υπερασπιστεί τη σωματική της ακεραιότητα, αρνείται να δεχτεί τη μαθηματική λογική.

Η Sutherland (1993, σ. 44), σε άρθρο της στο περιοδικό *for the learning of mathematics* αναφέρεται στην εμπειρία που απέκτησε, όταν προσπάθησε να εισαγάγει τους μαθητές της στις αρχικές έννοιες της Άλγεβρας. Στην ερώτησή της εάν το Λ είναι αριθμός μεγαλύτερος από το Α, ένας μαθητής απάντησε καταφατικά. Η εξήγηση που έδωσε ο μαθητής ήταν ότι στο Δημοτικό είχε μάθει την εξής αντιστοιχία: Στο Α αντιστοιχεί ο αριθμός 1, στο Β ο αριθμός 2 κ.ο.κ., επομένως ο αριθμός που αντιστοιχεί στο Λ είναι μεγαλύτερος απ' αυτόν που αντιστοιχεί στο Α.

Οι Σαλτζμπέργκερ–Ουίτενμπεργκ, Χένρι, και Όσμπορν (1996, σ. 139) υποστηρίζουν ότι κάθε θέμα που συζητιέται στο σχολείο αναδεύει εικόνες και φαντασιώσεις που βρίσκονται στα βάθη της ψυχής. Οι ίδιοι συγγραφείς αναφέρουν (1996, σ. 140) την περίπτωση ενός δεκάχρονου κοριτσιού που επέμενε ότι κανένα άθροισμα δεν μπορεί να ξεπεράσει το ένα. Ο λόγος αυτής της επιμονής ήταν ότι επιθυμούσε να είναι το νούμερο ένα, δηλαδή το σημαντικότερο πρόσωπο γύρο από το οποίο οι άλλοι όφειλαν να περιστρέφονται.

Ο Spencer-Brown (στο Tahta, 1993b, σ. 48), γενικεύοντας κατά κάποιο τρόπο τα ανωτέρω, γράφει: «Δεν υπάρχει καμία μαθηματική ιδέα που να μην αντανακλάται με ακρίβεια στην κοινή χρήση των λέξεων». Η άποψη αυτή, κατά τη γνώμη μας, μπορεί να συμπληρωθεί με την εξής φράση: «Και που να μην υπόκειται, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, στον κίνδυνο της αλλοίωσης, μέσω των φαντασιώσεων και των αμυντικών μηχανισμών, του καθαρά μαθηματικού της περιεχομένου».

Όλα τα παραπάνω παραδείγματα δείχνουν τη στενή σύνδεση της μαθηματικής δραστηριότητας με δραστηριότητες μη λογικού τύπου, όπως είναι οι ασυνείδητες φαντασιώσεις, οι ενορμήσεις και οι μηχανισμοί άμυνας. Χαρακτηριστική είναι και η άποψη της Flagey που έχει αναφερθεί στο δεύτερο κεφάλαιο, σύμφωνα με την οποία, **η σκέψη που λειτουργεί με βάση την πραγματικότητα δεν μπορεί να λειτουργήσει χωρίς τη συμφωνία με τις ασυνείδητες φαντασιώσεις που την υποβαστάζουν**.

Για το ίδιο θέμα, όπως έχει ήδη αναφερθεί στο πρώτο κεφάλαιο, ο Freud είχε την άποψη ότι ένας πολύ σημαντικός παράγοντας που καθορίζει τη λειτουργία των επιστημονικών (επομένως και των μαθηματικών δραστηριοτήτων), είναι η στενή σχέση που υπάρχει ανάμεσα στα ερωτικά και στα επιστημονικά κίνητρα. Με βάση την άποψη αυτή, η ενασχόληση με τα μαθηματικά αφενός παίρνει υπόψη τις απαιτήσεις και τα χαρακτηριστικά της μαθηματικής επιστήμης, αφετέρου όμως προσπαθεί να ικανοποιήσει ασυνείδητες ψυχικές ανάγκες.

Στη συνέχεια θα γίνει αναφορά στις απόψεις του Diatkine (1973, σ. 505-513), ο οποίος είναι ένας ψυχαναλυτής παιδιών που έχει ασχοληθεί πολύ με τους τρόπους που τα μικρά παιδιά εισπράττουν τη μαθηματική γνώση. Κατά την γνώμη του, η μαθησιακή διαδικασία που αφορά τα μαθηματικά πρέπει να πάρει υπόψη της

όλους τους τρόπους με τους οποίους το παιδί συνδιαλέγεται με τον κόσμο που το περιβάλλει. Οι τρόποι αυτοί, εκτός από τη λογική, περιλαμβάνουν και την ψευδαίσθηση, τη φαντασίωση, την προβολή και την ενδοβολή.

Σύμφωνα με τον Diatkine τα λάθη των παιδιών στα μαθηματικά κυρίως οφείλονται σε δύο λόγους. Ο ένας είναι ότι τα μαθηματικά προϊόντα φθάνουν αλλοιωμένα και παραμορφωμένα στη συνείδηση, όπως στην περίπτωση κάποιων παιδιών που συγκρίνουν τους αριθμούς με βάση το σχήμα τους. Ο δεύτερος είναι η ύπαρξη αναστολών, όσον αφορά τη μαθηματική σκέψη.

Κατά τον ίδιο, ένας πολύ σημαντικός παράγοντας, που καθορίζει κατά πόσον ένα παιδί είναι σε θέση να χρησιμοποιήσει τα μαθηματικά προϊόντα, να αισθανθεί οικειότητα με τη μαθηματική σκέψη και να αντλήσει ευχαρίστηση απ' αυτήν, είναι η επιτυχημένη μετάβαση από μια προηγούμενη σε μια καινούργια οργάνωση. Εάν αυτή η καινούργια οργάνωση θέτει σε κίνδυνο την ισορροπία ευχαρίστηση - δυσαρέσκεια, είτε λόγω της εσωτερικής δυναμικής της είτε γιατί θέτει το υποκείμενο σε σύγκρουση με τις απαιτήσεις του περιβάλλοντος του, τότε η προηγούμενη οργάνωση είναι αυτή που ρυθμίζει τον τρόπο με τον οποίο θα λειτουργήσουν οι καινούργιες δραστηριότητες.

Για να μπορέσει ένα παιδί να χειρισθεί τις μαθηματικές έννοιες είναι αναγκαία αυτή η μετάβαση, από ένα στάδιο οργάνωσης σε ένα διαφορετικό. Για τη δυσκολία αυτής της μετάβασης μίλησε και η Flagey (1972, σ. 782-783). Η άποψή της, με την οποία συμφωνεί και ο Diatkine, είναι ότι η προσπάθεια προς απόκτηση νέων γνώσεων είναι δυνατόν να θέσει σε αμφισβήτηση τον ναρκισσισμό του ατόμου. Έτσι το άτομο, προκειμένου να θέσει σε κίνδυνο τη ναρκισσιστική παντοδυναμία που του εξασφαλίζουν οι ήδη αποκτηθείσες γνώσεις, δεν επιχειρεί την προσπάθεια προς ενσωμάτωση νέων γνώσεων

Ο Diatkine δίνει ένα παράδειγμα των τρόπων που συσχετίζεται η λειτουργία του παλιού και του νέου συστήματος. Το παράδειγμα αναφέρεται σε ένα παιδί, το οποίο σε μικρή ηλικία έχει ακούσει ένα παραμύθι του Άντερσεν. Στο παραμύθι υπάρχει ένα τρομακτικό και επίφοβο σκυλί, που έχει μάτια πιο μεγάλα από τις μυλόπετρες του μυλωνά. Αργότερα το παιδί μαθαίνει στο σχολείο, στο μάθημα των μαθηματικών, τη μεταβατική ιδιότητα, σύμφωνα με την οποία: Αν το **α** είναι μεγαλύτερο από το **β** και το **β** είναι μεγαλύτερο από το **γ**, τότε το **α** είναι

μεγαλύτερο από το γ. Το παιδί εφαρμόζοντας τη μεταβατική ιδιότητα στα τρία αντικείμενα (μυλόπετρα, σκύλος και μάτια σκύλου) και με δεδομένο ότι, σύμφωνα με την πραγματικότητα, η μυλόπετρα είναι μεγαλύτερη από τον σκύλο και ο σκύλος μεγαλύτερος από τα μάτια του, προφανώς καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η μυλόπετρα είναι μεγαλύτερη από τα μάτια του σκύλου. Άρα η παλιά γνώση που απέκτησε μέσα από το παραμύθι (τα μάτια του σκύλου είναι μεγάλα όπως οι μυλόπετρες του μυλωνά) έρχεται σε σύγκρουση με την καινούργια.

Σύμφωνα με τον Diatkine, υπάρχει μια κατηγορία παιδιών που δέχονται, στην κυριολεξία, ότι τα μάτια ενός σκύλου μπορεί να είναι μεγάλα σαν μια μυλόπετρα. Για τα παιδιά αυτά τα μάτια του σκύλου είναι τεράστια, γιατί αντιπροσωπεύουν πολύ έντονες εσωτερικές καταστάσεις, όπως ενοχές ή επιθυμίες κλπ. Στην περίπτωση τους, η καθολικότητα των μαθηματικών νόμων είναι ένα ασήμαντο γεγονός μπροστά στις ψυχικές τους ανάγκες και δεν διστάζουν να απορρίψουν μια μαθηματική ιδιότητα, όπως τη μεταβατική, εάν αυτή τους οδηγεί σε, κατ' αυτούς, μη αποδεκτά συμπεράσματα.

Υπάρχουν και κάποια άλλα παιδιά τα οποία καταλαβαίνουν πλήρως τη μεταβατική ιδιότητα, αλλά θεωρούν ότι ο μύθος του Άντερσεν είναι βλακώδης και παράλογος. Για τα παιδιά αυτά ο μύθος, η ποίηση, είναι λέξεις άδειες, στερημένες από κάθε νόημα. Ο Diatkine, ως ακραίο παράδειγμα αυτής της κατηγορίας παιδιών, αναφέρει μια κοπέλα, με εξαιρετική επίδοση στα μαθηματικά, της οποίας η περίπτωση μελετήθηκε από τον Lebovici. Η κοπέλα αυτή χρησιμοποιούσε, σε υπερβολικό βαθμό, στην προφορική ομιλία της τους αριθμούς, φθάνοντας να απευθύνεται στους γονείς και στην ψυχαναλύτρια της με τις ημερομηνίες γέννησής τους. Η ίδια θεωρούσε τα μαθηματικά ως μια καθαρά αφηρημένη διανοητική δραστηριότητα και με κανέναν τρόπο δεν ήθελε να τα "μολύνει" χρησιμοποιώντας τα με άλλον τρόπο, για το λόγο αυτό είχε μεγάλες δυσκολίες σε μαθήματα, όπως η Φυσική, που απαιτούσαν την εφαρμογή των μαθηματικών σε πραγματικά προβλήματα. Για τη ''μόλυνση'' αυτή γράφει ο Τριανταφυλλίδης (1998, σ. 82): «Η αμιγής ή αγνή φύση των θεωρητικών μαθηματικών προϋποθέτει έμμεσα τη νοθευμένη ή μιαρή φύση των εφαρμοσμένων μαθηματικών, παραπέμποντας σε μια Βικτωριανή θεώρηση των μαθηματικών».

Η τρίτη κατηγορία παιδιών, την οποία ο Diatkine θεωρεί ως την πιο ευτυχισμένη είναι αυτά στα οποία οι αριθμοί και οι μαθηματικές έννοιες έχουν επενδυθεί από τις ενορμήσεις του Εγώ. Για τα παιδιά αυτά δεν υπάρχουν, ή τουλάχιστον δεν είναι καθοριστικές, οι αντιφάσεις και οι συγκρούσεις που χαρακτηρίζουν τις δύο προηγούμενες κατηγορίες. Έχουν τη δυνατότητα να καταλάβουν ότι η μεταβατική ιδιότητα στα μαθηματικά και ο μύθος του Άντερσεν λειτουργούν σε δύο διαφορετικά συστήματα. Το ένα είναι λογικού - επιστημονικού τύπου και το άλλο ανήκει στο χώρο της ποίησης και γενικότερα της τέχνης. Τα συστήματα αυτά, παρότι διαφορετικά οργανωμένα, δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, γιατί η απόλαυση της τέχνης προϋποθέτει τη γνώση και αποδοχή των νόμων τους οποίους υπερβαίνει.

Στη θέση αυτή κρίνεται αναγκαία η παρεμβολή της άποψης της Klein, η οποία υποστηρίζει ότι προαπαιτούμενο για να λειτουργήσουν αρμονικά τα δύο ανωτέρω συστήματα είναι και η επίτευξη ενός διακανονισμού ανάμεσα στην αρχή της πραγματικότητας και στην αρχή της ηδονής. Σύμφωνα με την Klein (1991, σ. 38): «Αν αυτός ο διακανονισμός γίνει επιτυχώς, τότε το αίσθημα της παντοδυναμίας και η σκέψη θα μπούνε σε μια συμβιβαστική βάση και το παιδί θα αναγνωρίζει ότι οι επιθυμίες και οι φαντασιώσεις ανήκουν στην πρώτη, ενώ η αρχή της πραγματικότητας θα κυριαρχεί στη σφαίρα της σκέψης και των τεκμηριωμένων γεγονότων».

Χαρακτηριστικό παράδειγμα ισορροπημένης λειτουργίας των δύο συστημάτων που περιέγραψε ο Diatkine, κατά τη γνώμη μας, αποτελεί και η δυνατότητα απόλαυσης ενός ποιητικού λόγου που περιέχει αναφορές και σε μαθηματικές έννοιες, όπως το εξής απόσπασμα από το «Άξιον Εστί» του Οδ. Ελύτη:

ΑΞΙΟΝ ΕΣΤΙ στο πέτρινο πεζούλι
αντικρύ του πελάγους η Μυρτώ να στέκει
σαν ωραίο <u>οκτώ</u>[14] ή σαν κανάτι
με την ψάθα του ήλιου στο ένα χέρι

[14] Η υπογράμμιση δική μας.

Η πρώτη και η δεύτερη κατηγορία παιδιών, σύμφωνα με τον Diatkine, λειτουργούν σε σχέση με τα μαθηματικά υπό την επήρεια ενός μόνο ποσοτικού παράγοντα. Ο παράγοντας αυτός είναι ένα έντονο άγχος καταστροφής, είτε αυτό βιώνεται από το Εγώ είτε προβάλλεται προς τα έξω. Το άγχος αυτό μπορεί να οδηγήσει σε δύο αντίθετες στάσεις. Η μια στάση είναι μια, ψυχαναναγκαστικού τύπου, υπεραπασχόληση με τα μαθηματικά, και ή άλλη το ακριβώς αντίθετο, δηλαδή μια αναστολή λόγω φοβίας.

Ο Diatkine θεωρεί ότι, εκτός από τον παράγοντα που προαναφέραμε, στη σχέση των ατόμων με τα μαθηματικά παίζει πολύ σημαντικό ρόλο και ένας δεύτερος παράγοντας, ο οποίος είναι ποιοτικός. Πρόκειται για μια επιστροφή του απωθημένου, με όχημα το μαθηματικό σύμβολο. Αυτός ο ειδικός τρόπος επιστροφής του απωθημένου, μέσω της συμμετοχής του στη σημασία των συμβόλων, είναι, κατά τον Diatkine, αυτό που η Segal ονομάζει συμβολική εξίσωση. Ο ρόλο και η σημασία του συμβόλου, στοιχεία πολύ σημαντικά για τη μελέτη αυτή, θα μελετηθούν στο αμέσως παρακάτω υποκεφάλαιο.

Τέλος, θα γίνει αναφορά σε δύο συγγραφείς οι οποίοι συνδέουν (με αναγκαία προϋπόθεση την ύπαρξη μαθηματικών ικανοτήτων) τη δυνατότητα προς μαθηματική δημιουργία και με ακραίες ψυχικές καταστάσεις, όπως με ορισμένους μηχανισμούς άμυνας ψυχωτικού τύπου ή με σοβαρές μανιοκαταθλιπτικές κρίσεις.

Ο ψυχαναλυτής Bergeret (1996, σ. 73) θεωρεί ότι οι αφηρημένες μαθηματικές ικανότητες είναι δυνατό να ευνοηθούν από μηχανισμούς άμυνας ψυχωτικού τύπου, όπως είναι η προβολή, ο διχασμός στο εσωτερικό του Εγώ και η άρνηση της πραγματικότητας. Αυτό συμβαίνει λόγω της ελευθερίας (δεδομένων βέβαια και των ικανοτήτων) που υπάρχει στο άτομο όταν απουσιάζει ο ρυθμιστικός έλεγχος του Εγώ.

Ο Skelton (1993, σ. 39) υποστηρίζει ότι ορισμένες πολύ σημαντικές θεωρίες ενός από τους πλέον αξιόλογους μαθηματικούς, του θεμελιωτή της θεωρίας των συνόλων G. Cantor, οφείλονται στις σοβαρές μανιοκαταθλιπτικές κρίσεις από τις οποίες υπέφερε κατά περιόδους.

Κλείνοντας το υποκεφάλαιο 3.4 κρίνεται αναγκαία η επισήμανση ότι, κατά τη γνώμη μας, τα μαθηματικά δεν είναι η μόνη επιστήμη που σχετίζεται με ασυνείδητες δραστηριότητες, αλλά η συσχέτιση αυτή καλύπτει όλες τις επιστήμες

και απλώς οι τρόποι των σχέσεων είναι πιθανό να διαφέρουν, στο βαθμό που τα χαρακτηριστικά των μαθηματικών διαφέρουν από αυτά των άλλων επιστημών. Επειδή το θέμα που αφορά τη σχέση των άλλων επιστημών με το ασυνείδητο ξεφεύγει από τα πλαίσια της μελέτης αυτής, θα αναφερθεί, ως ένδειξη του ισχυρισμού μας, ένα μόνο παράδειγμα, από τη Χημεία. Το παράδειγμα αφορά την ανακάλυψη, από τον Γερμανό χημικό Kekulé, του εξαμελούς κυκλικού δακτυλίου για την περιγραφή του μορίου του βενζολίου. Σύμφωνα με τον ίδιο, η έμπνευση που τον βοήθησε να οδηγηθεί στην ανακάλυψη αυτή οφείλεται σε ένα όνειρο. Στο όνειρο αυτό ο Kekulé είδε ότι το μόριο του βενζολίου ήταν σαν ένα φίδι που κουλουριασμένο δάγκωνε την ουρά του (Πάπυρος- Λαρούς-Μπριτάννικα, 1988, τόμος 33, σ. 81). Προφανώς δεν είναι γνωστός ο λόγος που το ασυνείδητο του Kekulé χρησιμοποίησε ένα, κατά κανόνα, φαλλικό σύμβολο, αυτό όμως που γνωρίζουμε είναι ότι η επίλυση ενός σημαντικού χημικού προβλήματος έγινε με τη βοήθεια της γλώσσας του ονείρου.

3.5 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΥΜΒΟΛΙΚΩΝ ΔΟΜΩΝ

Η θέση του Ελληνικού Υπουργείου Παιδείας για τη διδασκαλία των μαθηματικών, όπως αυτή εκφράζεται στο Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών για την Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση (1997, σ. 4) είναι ότι, συν τοις άλλοις, τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα, της οποίας ο πλήρης έλεγχος είναι αναγκαία προϋπόθεση για την, από τους μαθητές, χρήση της. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές πρέπει:

1. Να έχουν υπό τον έλεγχό τους ένα πλήρες λεξιλόγιο μαθηματικών όρων και συμβόλων.
2. Να κατανοούν τη σύνταξη και τη χρήση της μαθηματικής γλώσσας.
3. Να είναι ικανοί να διαβάζουν και να ερμηνεύουν μαθηματικές περιγραφές, που είναι διατυπωμένες σε προφορική, σχηματική ή συμβολική μορφή.
4. Να διαθέτουν ικανότητα για μετάφραση από τη φυσική στη μαθηματική γλώσσα.
5. Να συσχετίζουν πραγματικά αντικείμενα, εικόνες και διαγράμματα με μαθηματικές έννοιες και ιδέες.

Από τα ανωτέρω είναι φανερό ότι για το Ελληνικό κράτος, και προφανώς για όλα σχεδόν τα άλλα κράτη, τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα με όρους και σύμβολα που για την κατανόησή τους απαιτείται ειδικό λεξικό. Η γλώσσα αυτή έχει τους δικούς της ιδιαίτερους κανόνες, οι οποίοι απέχουν τόσο πολύ από τη φυσική γλώσσα, ώστε η προσέγγισή τους απαιτεί ιδιαίτερες ικανότητες. Σύμφωνα με τον Τριανταφυλλίδη (1998, σ. 82): «Τα μαθηματικά δεν θεωρούνται κοινωνικός θεσμός μα το προνόμιο εκείνων που κατέχουν τη γλώσσα τους». Στη γλώσσα αυτή κεντρική θέση κατέχει ή έννοια του συμβόλου ή σημαίνοντος, για τη γλωσσολογία και τη σημειολογία.

Η Tobias (1978) θεωρεί ότι τα μαθηματικά χρησιμοποιούν, σε αρκετές περιπτώσεις, τη γλώσσα με τελείως διαφορετικό τρόπο από τον συνήθη, έτσι δίνουν την εντύπωση ότι λειτουργούν ως ξένη γλώσσα. Για παράδειγμα ενώ η λέξη ''πολλαπλασιασμός'' στην καθομιλουμένη σημαίνει αύξηση, στα μαθηματικά είναι δυνατό να σημαίνει και μείωση. Επίσης η ίδια συγγραφεύς υποστηρίζει ότι η

αποδοχή των μαθηματικών ορισμών προϋποθέτει μια ιδιαίτερη εμπιστοσύνη από μέρους των μαθητών, εφόσον απαιτείται να ορισθούν με αυστηρό τρόπο έννοιες που είναι οικείες (στους μαθητές) από την καθημερινή πρακτική.

Ο Τζαβάρας (1999, σ. 385) υποστηρίζει ότι: «Η κατάκτηση του μαθηματικού συμβολισμού και του μαθηματικού στοχασμού συνυφαίνεται με την προσπάθεια μιας οριστικής κατοχής του γνωστικού αντικειμένου, κάτι που δεν συμβαίνει στον ίδιο βαθμό σε κανένα άλλο πεδίο διανοητικής ή επιστημονικής δραστηριότητας».

Είναι γενικά παραδεχτό ότι υπάρχουν κάποια σύμβολα, τα λεγόμενα πρωταρχικά, που αναφέρονται στο συλλογικό ασυνείδητο και που η σημασία τους είναι περίπου κοινή σε όλους τους ανθρώπους. Για παράδειγμα, το "πουλί" σε σχεδόν όλα τα μήκη και τα πλάτη της Γης αντιπροσωπεύει το πέος.

Αυτό που φαίνεται λιγότερο προφανές είναι ότι και τα δευτερογενή σύμβολα, ιδιαίτερα τα μαθηματικά, είναι δυνατό να έχουν σχέση με το ασυνείδητο. Σύμφωνα με τον Georgin (1973, σ. 104-105), όλα τα αρχικά σύμβολα, αναδύονται μέσα από τη μαγική σκέψη και αναφέρονται στο σώμα, στο σεξ, στη γέννηση και στον θάνατο. Τα δευτερογενή σύμβολα, κατά τον ίδιο, συνδέονται με τα αρχικά, αλλά για πολλούς αυτή η σύνδεση φαίνεται αυθαίρετη, γιατί δεν είναι εύκολο για κάποιον να αποσπάσει το νου του από την πραγματικότητα της κοινωνίας μέσα στην οποία ζει και να αντιληφθεί το μυθολογικό της υπόβαθρο.

Σύμφωνα με την άποψη της Segal (1964, σ. 36), η εν γένει δημιουργία των συμβόλων, άρα και των μαθηματικών, είναι αποτέλεσμα αμυντικών μηχανισμών με στόχο την προστασία του Εγώ: «Η προβολική ταύτιση προμήθευσε τη βάση του αρχαιότερου μοντέλου σχηματισμού των συμβόλων. Το Εγώ δημιούργησε τα πρώτα σύμβολα προβάλλοντας μέρη του εαυτού του στο εσωτερικό του αντικειμένου, και ταυτίζοντας μέρη του αντικειμένου με δικά του».

Η Baruk (στο Nimier, 1988, σ. 54) πραγματοποιεί μια ενδιαφέρουσα εξέταση των μαθηματικών συμβόλων, μέσα από ένα γλωσσολογικό πρίσμα: «Το + (συν), το - (πλην) και το = (ίσον) είναι λέξεις που προέρχονται από τη μητρική γλώσσα...Δεν είναι δυνατό να τις χρησιμοποιήσουμε στα μαθηματικά, χωρίς πρώτα να τις μαθηματικοποιήσουμε, διαφορετικά υπάρχει μεγάλος κίνδυνος σύγχυσης. Αυτό σημαίνει ότι, προκειμένου να παραδώσουμε μια έννοια στη μαθηματική χρήση πρέπει πρώτα να τη στενέψουμε - εξειδικεύσουμε σε μια από

τις σημασίες της, έτσι ώστε να περιορίσουμε τα αποτελέσματα των υπολοίπων σημασιών που έχει».

Η Flagey (1972, σ. 719-720), επιχειρώντας μια προσπάθεια αποκωδικοποίησης των συμβολισμών που εμπεριέχονται στη μαθηματική, όπως και στην εν γένει διανοητική δραστηριότητα, γράφει: «Πολλές εργασίες έχουν γραφεί για την ισοδυναμία μεταξύ πνευματικών δραστηριοτήτων και ενορμήσεων. Η απόκτηση γνώσεων ισοδυναμεί με την ενσωμάτωση του μητρικού στήθους, η επιτυχία σε ένα διαγώνισμα με την αρπαγή του πατρικού φαλλού, η πράξη της διαίρεσης με το τεμάχισμα του μητρικού σώματος και γενικά ισχύει ότι η δίψα για μάθηση παράγεται από την παιδική σεξουαλική περιέργεια. Στην πραγματικότητα, είναι πολύ λίγες οι φαντασιώσεις που εκφράζουν μια ενόρμηση, χωρίς το ισοδύναμό τους να υπάρχει σε κάποια διανοητική δραστηριότητα».

Από το κείμενο αυτό της Flagey θεωρούμε πολύ σημαντική τη διαπίστωση ότι **είναι πολύ λίγες οι φαντασιώσεις που εκφράζουν μια ενόρμηση, χωρίς το ισοδύναμό τους να υπάρχει σε κάποια διανοητική δραστηριότητα**. Όσον αφορά τη μονοσήμαντη αντιστοιχία που η Flagey παρουσιάζει μεταξύ ενορμήσεων και διανοητικών δραστηριοτήτων, πχ ότι η διαίρεση αντιστοιχεί στο τεμάχισμα της μητέρας, πιστεύουμε ότι μάλλον δεν αποδίδει την πολυσημία του σημαίνοντος ''διαίρεση'', γιατί, κατά τη γνώμη μας, δεν είναι εύκολο να επιχειρηθεί μια ερμηνεία που να αφορά την ασυνείδητη σημασία ενός συμβόλου χωρίς να ληφθεί υπόψη και ο προσωπικός- υποκειμενικός παράγοντας.

Πως όμως μπορεί το μαθηματικό σύμβολο να λειτουργήσει θετικά, δηλαδή να μη ''μολυνθεί'' από την επιστροφή του απωθημένου; Σύμφωνα με την Κορντιέ (1995, σ. 132-142), βασική προϋπόθεση για επιτευχθεί αυτό είναι η ελευθερία του σημαίνοντος, δηλαδή η αποστασιοποίηση του από τις πρώτες συνδέσεις με τις οποίες εμφανίστηκε. Για παράδειγμα, η Κορντιέ αναφέρει το σημαίνον *VER*. Αυτή η λέξη, με την πάροδο του χρόνου, αποκτά για το παιδί τη σημασία του *verre* (ποτηριού), του *couleur verte* (πράσινου χρώματος), του *ver de terre* (σκουληκιού), του *aller vers* (πηγαίνω προς) κλπ. Για να μπορέσει το παιδί να τη χρησιμοποιήσει σωστά πρέπει να μπορεί να απομονώνει το ιδιαίτερο νόημά της, σε κάθε διαφορετική αλυσίδα σημασιών που η λέξη αυτή μετέχει. Η ελευθερία του σημαίνοντος προϋποθέτει ότι το σημαίνον μπορεί να προσλάβει πολλές έννοιες, να

αποσπαστεί από μια συγκεκριμένη σημασία για να προσκολληθεί σε άλλες αλυσίδες του λόγου, ότι μετακινείται εύκολα, δηλαδή ότι είναι πολυσήμαντο (πολυσημία).

Οι Resnick, Cauzinille-Marmeche, και Mathieu (1995, σ. 192) θεωρούν ότι η τυπική γλώσσα των μαθηματικών παίζει διπλό ρόλο σημαίνοντος και σημαινόμενου, λειτουργώντας ταυτόχρονα ως το όργανο και το αντικείμενο της λογικής.

Τέλος, θα γίνει αναφορά στις απόψεις της Walkerdine (μαθηματικού και καθηγήτριας της ψυχολογίας στο Πολυτεχνείο του Birmingham) η οποία επιχειρεί (1990), με τη βοήθεια της σημειολογίας, μια ολοκληρωμένη προσέγγιση του θέματος που αφορά τα μαθηματικά σύμβολα

Η Walkerdine (1990, σ. 183-186) επικεντρώνεται σε δύο όρους από τη σημειωτική ανάλυση των Jakobson και Halle. Οι όροι αυτοί είναι η *μεταφορά* και η *μετωνυμία*[15] και εκφράζουν αντίστοιχα τον *παραδειγματικό* και τον *συνταγματικό* άξονα του γλωσσολογικού συστήματος. Η μεταφορά περιγράφει τη συγχρονική πλευρά ενός κώδικα, δηλαδή τις κατακόρυφες συσχετίσεις, ενώ η μετωνυμία περιγράφει τη διαχρονική πλευρά, δηλαδή τις οριζόντιες και εν σειρά συσχετίσεις.

Το χαρακτηριστικό των μαθηματικών εκφράσεων, κατά την ίδια συγγραφέα, είναι η ανυπαρξία της μεταφοράς. Για παράδειγμα, η ισότητα

$$2 + 3 = 5$$

λειτουργεί μόνο στον άξονα της μετωνυμίας. Εάν η αρχική ισότητα τροποποιηθεί ως εξής:

2 κορίτσια + 3 κορίτσια = 5 κορίτσια

---

[15] Ο γλωσσολόγος Jakobson (Laplanche και Pontalis, 1986, σ. 317) συνέδεσε τους όρους *μεταφορά* και *μετωνυμία* με τους δύο τύπους συνειρμικής σύνδεσης που περιέγραψε ο Freud, δηλαδή αντιστοίχησε τη *μεταφορά* με την *εξ ομοιότητας συνειρμική σύνδεση* και τη *μετωνυμία* με την *εκ γειτνιάσεως*. Ο Lacan (ό.π. σ. 317) εξομοίωσε τη *μετάθεση* με τη *μετωνυμία* και τη *συμπύκνωση* με τη *μεταφορά*.

τότε λειτουργεί η μεταφορά, γιατί είναι δυνατό να πραγματοποιηθούν κατακόρυφες αντικαταστάσεις, όπως :

2 αγόρια + 3 αγόρια = 5 αγόρια

Μια άλλη δυνατότητα γραφής της αρχικής ισότητας που επιτρέπει τη λειτουργία και των δύο αξόνων είναι η εξής:

Δύο κορίτσια συν τρία κορίτσια ισούνται με πέντε κορίτσια

Στην τελευταία αυτή ισότητα, εκτός από την αντικατάσταση των *αγοριών* με *κορίτσια*, η μεταφορά διευρύνθηκε με τη χρήση των λέξεων *συν* και *ισούνται* στη θέση αντίστοιχα των συμβόλων + και =. Περαιτέρω διεύρυνση είναι δυνατό να επιτευχθεί με την αντικατάσταση της φράσης *ισούνται με* από τη φράση *μας κάνει*, έτσι, είναι δυνατό να τροποποιηθεί η έννοια που εκφράζει η αρχική ισότητα ως εξής:

Δύο κορίτσια συν τρία κορίτσια μας κάνει πέντε κορίτσια

Η τροποποίηση αυτή επιτρέπει τη μετατροπή της αρχικής ισότητας σε μια διαδικασία που στοχεύει στην παραγωγή ενός αποτελέσματος, δηλαδή του 5.

Ο αποκλεισμός της μεταφοράς, που συμβαίνει κατά κανόνα στα μαθηματικά, κυρίως στη γραπτή τους μορφή, είναι δυνατό να δημιουργήσει σοβαρό πρόβλημα σε όσους δυσκολεύονται να λειτουργήσουν μόνο στον άξονα της μετωνυμίας. Ο αποκλεισμός της μεταφοράς αποτελεί μια από τις βασικότερες ιδιαιτερότητες των μαθηματικών, γιατί δεν απαντάται, σε τέτοια έκταση, σε καμία άλλη επιστήμη.

Ένα άλλο, επίσης σημαντικό, θέμα που πραγματεύεται η Walkerdine (1990) είναι η σχέση των μαθηματικών με την επιθυμία για απόκτηση παντοδυναμίας και απόλυτου ελέγχου επί παντός επιστητού. Η παράμετρος αυτή των μαθηματικών θα αποτελέσει το περιεχόμενο του αμέσως επόμενου υποκεφαλαίου.

3.6 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΑΙΣΘΗΜΑ ΠΑΝΤΟΔΥΝΑΜΙΑΣ

Στο υποκεφάλαιο αυτό θα εξετασθεί η δυνατότητα των μαθηματικών να χρησιμεύσουν ως εργαλείο με στόχο την απόκτηση μιας φαντασιωσικού τύπου παντοδυναμίας.

Αρκετοί είναι οι συγγραφείς που τόνισαν τη δυνατότητα των μαθηματικών ως μέσο ανάκτησης της χαμένης παιδικής παντοδυναμίας και αποκατάστασης της συνεπακόλουθης ναρκισσιστικής βλάβης.

Η Walkerdine (1990, σ. 187), θεωρεί ότι, εδώ και αρκετούς αιώνες έχει εδραιωθεί η αντίληψη ότι η φύση είναι ένα βιβλίο γραμμένο στη γλώσσα των μαθηματικών. Αυτή η αντίληψη έχει ως αποτέλεσμα την τοποθέτηση των μαθηματικών στο ρόλο της βασίλισσας των επιστημών. Τα μαθηματικά είναι η επιστήμη που «Διατηρεί το όραμα ενός τελείου ελέγχου σε ένα Σύμπαν που διέπεται από απόλυτη τάξη και λογική».

Σύμφωνα με την ίδια (ό.π. σ. 199), ο κάτοχος της μαθηματικής γνώσης έχει τη φαντασίωση ότι μπορεί να πετύχει τον τέλειο έλεγχο και στον εαυτό του και στο Σύμπαν. Στην ουσία να γίνει ο ''Θεϊκός Μαθηματικός''. Ακόμη, ο γνώστης των μαθηματικών πιστεύει ότι έχει κυριαρχήσει απόλυτα στην Επιθυμία - Πόθο. Αυτό όμως που του διαφεύγει είναι ότι η κυριαρχία πάνω στην Επιθυμία συνεπάγεται την έλλειψη της ικανοποίησης, όπως επίσης του διαφεύγει ότι η Άλλη όψη των μαθηματικών είναι ανασφάλεια, αβεβαιότητα, αταξία, απώλεια του ελέγχου κλπ.

Ένας άλλος συγγραφέας που έχει ασχοληθεί, με τον ρόλο των μαθηματικών ως μέσο ανάκτησης της χαμένης παντοδυναμίας, είναι ο Sibony (1972, σ. 96-97). Ο Sibony θεωρεί ότι ένα από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά που αποδίδονται στη μαθηματική γλώσσα είναι η δυνατότητα να εφοδιάζει με "αναμφισβήτητες" αλήθειες τα αντικείμενά της. Ο ίδιος συγγραφέας υποστηρίζει ότι το κοινωνικό κύρος του μαθηματικού λόγου είναι τεράστιο. Το κύρος αυτό δανείζονται ακόμα και οι λεγόμενες ''επιστήμες του ανθρώπου'', με στόχο την έκφραση, με μαθηματικούς όρους των φαινομένων που εξετάζουν. Η προσπάθεια για μαθηματικοποίηση, ακόμα και όπου είναι άνευ αποτελέσματος, ισοδυναμεί με αναζήτηση ισχύος και παντοδυναμίας. Ο Sibony επιχειρώντας να ερμηνεύσει την

απόλαυση που αισθάνεται κάποιος όταν ασχολείται με τα μαθηματικά προτείνει δύο πιθανές αιτίες. Η μια είναι ότι, για ορισμένους, τα μαθηματικά αποτελούν ένα σύμπαν ήρεμο και τακτοποιημένο, στο οποίο δεν υπάρχει χώρος ούτε για επιθυμίες, ούτε για σφάλματα. Η άλλη είναι ότι η ενασχόληση με τα μαθηματικά αποτελεί θρίαμβο του νόμου πάνω στην επιθυμία.

Ο Lemaire (στο Nimier, 1988, σ. 190) γράφει: «Η μαθηματική σκέψη έχει καταφέρει να πραγματοποιήσει μια εισβολή στο φαντασιακό, αλλά σε ένα φαντασιακό ακίνδυνο, χειριζόμενο και ελεγχόμενο. Αυτό έγινε, για παράδειγμα, χάρη στο παιχνίδι των γεωμετρικών μετασχηματισμών ή των αλλαγών των συντεταγμένων κλπ. Όλα αυτά επιτυγχάνουν μια σχεδόν μαγική χρήση του πραγματικού, με τη βοήθεια μιας σκέψης (της μαθηματικής) με έντονα τα χαρακτηριστικά της παντοδυναμίας».

Η ενασχόληση με τα μαθηματικά με στόχο την απόκτηση μιας, φαντασιωσικού τύπου, παντοδυναμίας, σε ορισμένες περιπτώσεις (υπαρχούσης και της απαραίτητης μαθηματικής ικανότητας) είναι δυνατό να οδηγήσει σε πολύ αξιόλογα μαθηματικά επιτεύγματα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η περίπτωση του Cantor. Σύμφωνα με τον Skelton (1993, σ. 39), κατά τη διάρκεια μιας μανιακής κρίσης, όπου ο Cantor θεωρούσε τον εαυτό ως ένα είδος παντοδύναμου θεού, συνέλαβε ορισμένες πολύ σημαντικές θεωρίες που αφορούν τα απειροσύνολα.

Ο Τριανταφυλλίδης (1988, σ. 82) επισημαίνει ότι η πανκυριαρχία και η αυθεντικότητα της αρχαίας ελληνικής μαθηματικής σκέψης έχει αμφισβητηθεί μόνο από μη Δυτικές κοινωνίες. Κατά τον ίδιο, η μυθοποίηση των μαθηματικών οφείλεται στην εξηγητική δύναμη που διαθέτουν (ό.π. σ. 81)

Οι Resnick, Cauzinille-Marmeche και Mathieu. (1995, σ. 192) θεωρούν ότι η ασυνήθιστη δύναμη των μαθηματικών προέρχεται από την τυπική γλώσσα που συνδέεται στενά με αυτά

Ο Lambert (1999, σ. 48-55) υποστηρίζει ότι μια από τις αιτίες στις οποίες τα μαθηματικά οφείλουν τη δύναμή τους είναι η τεράστια συνεισφορά τους στην ανάπτυξη πολλών άλλων επιστημών.

Ο Schneider (στο Nimier, 1988, σ. 67) θεωρεί ότι η τάση για υπερβολική μαθηματικοποίηση ισοδυναμεί με την αναζήτηση μιας τέλειας γλώσσας, η οποία είναι δυνατό να τυποποιήσει αντικείμενα που από τη φύση τους δεν μπορούν να τυποποιηθούν, όπως την τρέλα, τον θάνατο και την αρρώστια. Η τέλεια αυτή γλώσσα που, κατά τον Schneider θα έκανε το ασυνείδητο να σιωπήσει, θα πρέπει να είναι εφοδιασμένη με τις εξής δυνατότητες:

1. Να περιέχει σύμβολα που έχουν μόνο μια ή ακόμα καλύτερα καμία έννοια
2. Να αντιστοιχεί σε κάθε σύμβολο μια μόνο σημασία, και σε κάθε σημασία, ένα και μόνο σύμβολο.

Οι συγγραφείς που διερεύνησαν τους τρόπους με τους οποίους τα μαθηματικά είναι δυνατό να συμβάλουν στην προσπάθεια προς απόκτηση μιας, φαντασιωσικού τύπου, παντοδυναμίας, είναι, κατά κανόνα, ψυχολόγοι ή ψυχαναλυτές ή μια κατηγορία μαθηματικών που έχουν αναπτύξει ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ψυχολογία. Το ενδιαφέρον είναι ότι και μαθηματικοί συγγραφείς, που χαρακτηρίζονται από πολυμορφία αναζητήσεων, όχι όμως με έμφαση στον τομέα της ψυχολογίας, έφθασαν σε ανάλογα συμπεράσματα. Ως παράδειγμα θα αναφερθούν οι Davis και Hersh (1980, σ. 160-161), οι οποίοι γράφουν: «Υπάρχει μια κατακλυστική επιθυμία να γεφυρώσουμε το χάσμα ανάμεσα στο πεπερασμένο και το άπειρο. Ζητάμε να ολοκληρώσουμε αυτό που δεν είναι ολοκληρωμένο, να το συλλάβουμε, να το φυλακίσουμε και να το δαμάσουμε. Τα μαθηματικά πιστεύουν ότι το έχουν καταφέρει. Το ακατονόμαστο ονομάζεται, χρησιμοποιείται, δαμάζεται, αξιοποιείται, γίνεται πεπερασμένο και καταλήγει να γίνει τετριμμένο».

3.7 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το τρίτο κεφάλαιο αναφέρεται θεωρητικά, μέσα από τη βιβλιογραφία, στη δυνατότητα των μαθηματικών να λειτουργούν ως αντικείμενο, όπως αυτό ορίζεται από τον Laplanche και τον Pontalis και περιλαμβάνει δύο ενότητες.

Στην πρώτη ενότητα τα μαθηματικά εξετάζονται, κυρίως, σε συνάρτηση με το υποκείμενο που αντιλαμβάνεται και γνωρίζει, δηλαδή γίνεται αναφορά στα σταθερά και μόνιμα χαρακτηριστικά τους, που είναι αναγνωρίσιμα από το σύνολο των υποκειμένων, ανεξάρτητα από ατομικές επιθυμίες και απόψεις. Στην ενότητα αυτή μελετάται η φύση των μαθηματικών και πραγματοποιείται μια σύντομη ιστορική αναδρομή στη φιλοσοφία τους.

Στη δεύτερη ενότητα τα μαθηματικά, εξετάζονται, κυρίως, σε σχέση με στοιχεία του ατόμου πού δεν θεωρούνται ότι ανήκουν στη σφαίρα του *λογικώς σκέπτεσθαι*. Στην ενότητα αυτή η έμφαση δίνεται στη μελέτη των τρόπων που ορισμένα "αντικειμενικά" χαρακτηριστικά των μαθηματικών, όπως η έντονη τάση για αφαίρεση και συμβολισμό, συνδέονται με στοιχεία του ατόμου που δεν θεωρείται ότι ανήκουν στην περιοχή του *λογικώς σκέπτεσθαι*, όπως τα συναισθήματα, οι μηχανισμοί άμυνας, οι φαντασιώσεις και οι ενορμήσεις. Σκοπός αυτής της εξέτασης είναι η κατανόηση των διαδικασιών με τη βοήθεια των οποίων πραγματοποιείται η ασυνείδητη τοποθέτηση των μαθηματικών στην ψυχική σφαίρα των ατόμων που συναλλάσσονται με αυτά.

Στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να καταστεί σαφές ότι τα ιδιαίτερα επιστημονικά χαρακτηριστικά των μαθηματικών αποτελούν τη μια μόνο όψη τους. Η άλλη τους όψη είναι τελείως διαφορετική και είναι αποτέλεσμα των μεταμορφώσεων τις οποίες υφίστανται, κατόπιν ενδοβολής από το υποκείμενο ή όταν το υποκείμενο προβάλλει σ' αυτά τις εσωτερικές του συγκρούσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΑΜΥΝΑΣ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

(ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ)

Στη δική μας κοινωνία, πίσω από την παιδαγωγική ιδεολογία κρύβεται το κοινωνικό a priori του σχολείου ως κοινωνικού θεσμού

Πέτερ Φυστενόϊ

4.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Οι μηχανισμοί άμυνας εξετάσθηκαν, θεωρητικά, στο δεύτερο κεφάλαιο της μελέτης. Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει εξειδίκευση με βάση τα αποτελέσματα της έρευνας στους μαθητές, τα οποία αποτελέσματα θα συγκριθούν με αυτά της αντίστοιχης έρευνας που πραγματοποίησε ο Nimier στη Γαλλία.

Τέσσερις είναι οι βασικοί λόγοι που μπορούν να διαφοροποιήσουν τα αποτελέσματα των δύο ερευνών· πρώτος είναι η διαφορά της ελληνικής με τη γαλλική πραγματικότητα, δεύτερος είναι η απόδοση του ερωτηματολογίου από τη μια γλώσσα στην άλλη, τρίτος είναι ότι το ελληνικό δείγμα αποτελείται από μαθητές της Β΄ Λυκείου, ενώ το γαλλικό από μαθητές της Γ΄ Λυκείου και τέταρτος λόγος είναι το υποκειμενικό στοιχείο του κάθε ερευνητή που υπεισέρχεται στις ερμηνείες.

Για τη στατιστική επεξεργασία και τη συνακόλουθη ερμηνεία, αρχικά πραγματοποιήθηκε μια πρώτη Περιγραφική εξέταση. Στη συνέχεια εφαρμόσθηκε, κυρίως, η συνδυασμένη χρήση της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες που ανήκει στις μεθόδους της Παραγοντικής Ανάλυσης και της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης που ανήκει στις μεθόδους της Αυτόματης Ταξινόμησης.

Η εφαρμογή των δύο αυτών μεθόδων επέτρεψε:

1. Την ανάδειξη των παραγόντων εκείνων ως προς τους οποίους διαρθρώνεται ο πληθυσμός για το θέμα που εξετάζεται, το οποίο στη συγκεκριμένη έρευνα είναι οι μηχανισμοί άμυνας απέναντι στα μαθηματικά.

2. Τον διαχωρισμό των 25 αρχικών μεταβλητών σε ομοιογενείς ομάδες (κλάσεις), όπου κάθε μία από αυτές συνδέεται με έναν ιδιαίτερο μηχανισμό άμυνας.

3. Τον διαχωρισμό σε ομοιογενείς ομάδες (κλάσεις) του δείγματος των μαθητών που συμμετείχαν στην έρευνα, με στόχο τη διερεύνηση των ιδιαιτέρων αμυντικών μηχανισμών που αντιστοιχούν στην κάθε ομάδα.

Όσον αφορά την αντιστοιχία της κάθε ομάδας μεταβλητών ως προς ένα ιδιαίτερο μηχανισμό άμυνας υπάρχουν ορισμένες δυσκολίες. Μια άμυνα, πχ η απώθηση, μπορεί να υπεισέρχεται ως φάση σε πολλές αμυντικές διαδικασίες (Laplanche - Pontalis, 1986, σ. 79), όπως επίσης, για να μπορέσει ένας αμυντικός μηχανισμός να εκπληρώσει το στόχο του είναι δυνατό να χρησιμοποιεί μια σειρά από άλλους αμυντικούς μηχανισμούς (A. Freud, 1978, σ. 73).

Μια άλλη δυσκολία είναι ότι δεν υπάρχει για όλες τις αμυντικές διαδικασίες ένας σαφής και ξεκάθαρος ορισμός που θα επέτρεπε την κατάταξή τους σε μια συγκεκριμένη κατηγορία. Για παράδειγμα, ο Laplanche και ο Pontalis (1986, σ. 321-323) αναφερόμενοι στη μετουσίωση γράφουν: «Οι φροϋδικές διαπιστώσεις για τη μετουσίωση δεν αναπτύχθηκαν ποτέ πλήρως, ούτε καν στο επίπεδο της περιγραφής...Η απουσία επαρκούς επεξεργασίας της θεωρίας της μετουσίωσης στο έργο του Freud αφορά και στην οριοθέτησή της από όμορες διεργασίες (αντιδραστικός σχηματισμός, αναστολή ως προς τον σκοπό, εξιδανίκευση, απώθηση), η οποία είναι επίσης ελλιπής και περιορίζεται σε ορισμένες μόνο

ενδείξεις...Η απουσία μιας συνεκτικής θεωρίας της μετουσίωσης παραμένει ένα από τα σημαντικά κενά της ψυχαναλυτικής σκέψης».

Επίσης, σε ορισμένες περιπτώσεις αμυνών, ανάλογα με τον συγγραφέα διαφοροποιείται η χρησιμοποιούμενη ορολογία. Για παράδειγμα, ο Lacan (1957) στη θέση των όρων *μετάθεση* και *συμπύκνωση* προτείνει αντίστοιχα τους όρους *μετωνυμία* και. *μεταφορά*.

Εν κατακλείδι, και παρά τα όποια προβλήματα παρουσιάζει, θεωρούμε ότι η αντιστοιχία της κάθε ομάδας μεταβλητών ως προς ένα ιδιαίτερο μηχανισμό άμυνας είναι χρήσιμη, γιατί δίνει έμφαση στο ξεχωριστό περιεχόμενο της κάθε μιας αμυντικής διαδικασίας.

Τελικός στόχος είναι η επαλήθευση των αρχικών υποθέσεων, δηλαδή:

1. Η συμβολική και αφηρημένη φύση των μαθηματικών μπορεί να αποτελέσει υπόβαθρο, ώστε κάποιοι μαθητές να τα "επιλέξουν" ως φοβικό αντικείμενο. Στην περίπτωση αυτή το άγχος και η φαντασιακή του υποστήριξη έχουν μετατεθεί στα μαθηματικά, οπότε οι άμυνες κατευθύνονται ενάντια στα μαθηματικά. Αποτέλεσμα: η προς αυτά στάση του μαθητή να διαμορφωθεί αρνητικά. Για άλλους όμως μαθητές, για τους οποίους το άγχος είναι διαφορετικού τύπου, τα μαθηματικά μπορούν να χρησιμεύσουν ως εργαλείο ενάντια στο άγχος, άρα η προς αυτά στάση τους να διαμορφωθεί θετικά. Στη δική τους περίπτωση, ένας μηχανισμός άμυνας μπορεί να βοηθήσει να αποκτήσουν μια καλή σχέση με τα μαθηματικά (ειδική υπόθεση).

2. Τα μαθηματικά είναι για τους μαθητές αντικείμενο, σύμφωνα με τον ορισμό που δόθηκε στη λέξη αντικείμενο, και η σχέση των μαθητών με τα μαθηματικά είναι σχέση αντικειμένου (γενική υπόθεση).

Το δείγμα

Στο δείγμα συμμετείχαν 1141 μαθητές από τη Β΄ τάξη των Δημοσίων Γενικών Λυκείων στην Αθήνα. Από τα 1141 άτομα του δείγματος, τα 519 (ποσοστό 45,5%) ήταν αγόρια και τα 621 (ποσοστό 54,4%) ήταν κορίτσια.

Η έρευνα διεξήχθη κατά τη διάρκεια των μηνών Οκτωβρίου- Νοεμβρίου 1997.

Το δείγμα των μαθητών επελέγη από τη Β΄ Λυκείου, γιατί οι μαθητές αυτής της τάξης έχουν ήδη ολοκληρώσει μια αρκετά μεγάλη πορεία στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, άρα η σχέση τους με τα μαθηματικά είναι σε μεγάλο βαθμό παγιωμένη. Επίσης στη μεγάλη πλειοψηφία τους, εφόσον έχουν φθάσει μέχρι την προτελευταία τάξη του Λυκείου, δεν είναι μαθητές με οριακά προβλήματα.

Ένας επιπλέον λόγος για την επιλογή της Β΄ και όχι της Γ΄ Λυκείου είναι ότι στους μαθητές της Γ΄ Λυκείου υπάρχουν μεν τα ανωτέρω χαρακτηριστικά, τα οποία όμως συνδυάζονται με ένα ιδιαίτερο άγχος λόγω των εισαγωγικών εξετάσεων για την Τριτοβάθμια Εκπαίδευση.

Ο λόγος που επελέγη το Δημόσιο Γενικό Λύκειο και όχι κάποιο άλλο είδος Λυκείου πχ Τεχνικό κλπ, είναι ότι σε αυτό φοιτά η τεράστια πλειοψηφία των μαθητών του Λυκείου, οπότε τα συμπεράσματα αφορούν τη μεγάλη μάζα των μαθητών. Για τον ίδιο λόγο δεν επελέγησαν και τα Ιδιωτικά Σχολεία.

Για την επιλογή του δείγματος ο πληθυσμός της έρευνας (μαθητές Β΄ Λυκείου της περιοχής Αθηνών) διαιρέθηκε σε τέσσερα στρώματα, με βάση την υπάρχουσα διοικητική διαίρεση σε Διευθύνσεις Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης (Α΄ Διεύθυνση, Β΄ Διεύθυνση, Γ΄ Διεύθυνση και Δ΄ Διεύθυνση). Τα τέσσερα αυτά στρώματα αντιπροσωπεύθηκαν στο δείγμα ανάλογα με το μέγεθος του πληθυσμού τους (δηλαδή του μαθητικού πληθυσμού της Β΄ Λυκείου στην περιοχή ευθύνης της κάθε Διεύθυνσης). Στο εσωτερικό του δείγματος ακολουθήθηκε η δειγματοληψία κατά δεσμίδες με τυχαία επιλογή των σχολείων, καθένα των οποίων θεωρήθηκε ως μια δεσμίδα.

Το ερωτηματολόγιο[16]

Το ερωτηματολόγιο διαιρείται σε δυο μέρη. Στο πρώτο μέρος του ερωτηματολογίου περιέχονται εικοσιπέντε ερωτήσεις (μεταβλητές) που αναφέρονται στους τρόπους με τους οποίους ο μαθητής σχετίζεται με τα μαθηματικά. Στο δεύτερο μέρος περιέχονται πέντε συμπληρωματικές ερωτήσεις

Το πρώτο μέρος θεματικά χωρίζεται σε τρία τμήματα. Στο πρώτο τμήμα υπάρχουν επτά ερωτήσεις που αναφέρονται στα συναισθήματα που νοιώθει ο μαθητής, όταν πρέπει να λύσει ένα μαθηματικό πρόβλημα. Στο δεύτερο τμήμα υπάρχουν οκτώ ερωτήσεις που αναφέρονται στη σημασία που μπορεί να έχει για τον μαθητή η ενασχόληση με τα μαθηματικά. Στο τρίτο τμήμα υπάρχουν δέκα ερωτήσεις που αναφέρονται στη γνώμη του μαθητή για το περιεχόμενο ορισμένων απόψεων που αφορούν τα μαθηματικά. Όπως είναι φανερό από το περιεχόμενο των ερωτήσεων, πολύ σημαντικό ρόλο στις απαντήσεις παίζουν τα συναισθήματα και οι φαντασιώσεις του μαθητή σε σχέση με τα μαθηματικά, γιατί μέσα από αυτές τις παραμέτρους εκφράζονται οι αμυντικοί μηχανισμοί.

Οι μαθητές καλούνται να εκφράσουν για κάθε πρόταση του ερωτηματολόγιου, το βαθμό συμφωνίας ή διαφωνίας πάνω σε μια πενταβάθμια κλίμακα τύπου Likert (1= διαφωνώ απόλυτα, 2= μάλλον διαφωνώ, 3=ούτε συμφωνώ, ούτε διαφωνώ, 4= μάλλον συμφωνώ, 5=συμφωνώ απόλυτα). Με βάση την κλίμακα αυτή, τιμή μεγαλύτερη από το 3 σημαίνει συμφωνία με το περιεχόμενο της ερωτήσεως, ενώ μικρότερη από το 3 σημαίνει διαφωνία.

Οι εικοσιπέντε κύριες ερωτήσεις του ερωτηματολόγιου έχουν διαιρεθεί στις εξής τρεις κατηγορίες:

1. Δέκα ερωτήσεις (Q2, Q8, Q12, Q14, Q15, Q17, Q19, Q20, Q21, Q22) που εκφράζουν θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά.
2. Δώδεκα ερωτήσεις (Q1, Q3, Q6, Q9, Q10, Q11, Q13, Q16, Q18, Q23, Q24, Q25) που εκφράζουν αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά.

---

[16] **Το ερωτηματολόγιο καθώς και ορισμένα από τα αποτελέσματα της στατιστικής επεξεργασίας βρίσκονται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α΄.**

3. Τρεις ερωτήσεις (Q4, Q5, Q7) οι οποίες αντανακλούν τις απόψεις των μαθητών που θεωρούν την επιτυχία στα μαθηματικά ως μέσο ενδυνάμωσης του ναρκισσισμού τους.

Οι ως άνω ερωτήσεις έχουν γραφεί σε τυχαία σειρά για να μην έχουν τη δυνατότητα οι μαθητές να τις κατατάξουν στη στάση που εκπροσωπούν.

Το ερωτηματολόγιο που χρησιμοποιήθηκε, όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, έχει ελεγχθεί και έχει δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα στις εξής χώρες: Γαλλία, Καναδά (Οντάριο, Κεμπέκ), Η.Π.Α, Βέλγιο και Μεγάλη Βρετανία.

Παρότι πρόκειται για ένα "τεσταρισμένο" ερωτηματολόγιο κρίθηκε απαραίτητη η διεξαγωγή προέρευνας και η διαδικασία των συνεντεύξεων. Οι συνεντεύξεις και η προέρευνα έδειξαν ότι κατά κανόνα οι ερωτήσεις ήταν κατανοητές στους Έλληνες μαθητές, παρά τις όποιες διαφορές ανάμεσα στην Ελληνική και στη Γαλλική πραγματικότητα. Η προέρευνα και οι συνεντεύξεις συνέτειναν στην τελική μορφή του ερωτηματολογίου, γιατί όπως φάνηκε, η ακριβής μετάφραση ορισμένων λέξεων ή φράσεων δημιουργούσε στους Έλληνες μαθητές κάποια προβλήματα στην κατανόηση[17]. Οι συνεντεύξεις ειδικά στάθηκαν πολύ χρήσιμες στην προσπάθεια της ερμηνείας των στατιστικών αποτελεσμάτων, γιατί πρόσφεραν πολύ πιο πλούσιο υλικό από αυτό των ερωτηματολογίων.

---

[17] Ο τρόπος που αντιμετωπίσθηκαν αυτές οι διαφορές θα παρουσιασθεί αναλυτικά κατά την ερμηνεία των αποτελεσμάτων της στατιστικής ανάλυσης.

4.2 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ

Για τη στατιστική επεξεργασία των δεδομένων της έρευνας, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, αρχικά πραγματοποιήθηκε μια πρώτη περιγραφική εξέταση και στη συνέχεια εφαρμόσθηκε, κυρίως, η συνδυασμένη χρήση της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες που ανήκει στις μεθόδους της Παραγοντικής Ανάλυσης και της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης που ανήκει στις μεθόδους της Αυτόματης Ταξινόμησης.

Οι μέθοδοι της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης και της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες, χρησιμοποιούνται συμπληρωματικά στους ίδιους πίνακες δεδομένων και τα αποτελέσματά τους αλληλοαξιολογούνται και αλληλοσυμπληρώνονται.

Οι στατιστικές επεξεργασίες έγιναν με τη χρήση του προγράμματος SPSS 8.0.

Αμέσως παρακάτω θα γίνει συνοπτική αναφορά στις γενικές αρχές των μεθόδων της Παραγοντικής Ανάλυσης και της Αυτόματης Ταξινόμησης, ενώ στα 4.2.2 - 4.2.4 θα αναλυθεί ο τρόπος που εφαρμόσθηκαν στην έρευνα που πραγματοποιήθηκε. Βασική πηγή για την παρουσίαση των παραπάνω μεθόδων υπήρξε το βιβλίο του Θ. Μπεχράκη με τίτλο *Πολυδιάστατη Ανάλυση Δεδομένων* (Μπεχράκης, 1999).

Με την Παραγοντική Ανάλυση κατασκευάζονται οι παραγοντικοί άξονες, οι σημαντικότεροι δηλαδή άξονες ως προς τους οποίους διαρθρώνεται ο πληθυσμός και απεικονίζονται γραφικά οι σχέσεις των διαφόρων μεταβλητών. Οι άξονες αυτοί είναι σύνθεση πολλών μεταβλητών και η ερμηνεία τους είναι δυνατό να οδηγήσει στον εντοπισμό των σημαντικότερων παραγόντων ως προς τους οποίους διαρθρώνεται το σύνολο των δεδομένων.

Κάθε παραγοντικός άξονας διακρίνει δύο ομάδες ατόμων με βάση τις απαντήσεις που έχουν δώσει τα άτομα αυτά. Με τον εντοπισμό των ομάδων αυτών και της ερμηνεία της διαφοροποίησης ή της αντίθεσης που εκφράζουν, είναι δυνατό να αναδειχθούν οι κυριότεροι άξονες (παράγοντες) ως προς τους οποίους διαρθρώνεται ο πληθυσμός για το θέμα που κάθε φορά εξετάζεται και με τον τρόπο αυτό να αναδειχθεί η δομή του πληθυσμού.

Τελικό αποτέλεσμα της Παραγοντικής Ανάλυσης είναι το παραγοντικό διάγραμμα. Το παραγοντικό διάγραμμα απεικονίζει τις γραμμικές συσχετίσεις που υπάρχουν μεταξύ των μεταβλητών. Πιο συγκεκριμένα, η γωνία που σχηματίζουν δύο μεταβλητές ως προς την αρχή των αξόνων εκφράζει τη μεταξύ τους γραμμική συσχέτιση.

Εκτός από τα προφανή πλεονεκτήματα, η εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης έχει και τα εξής μειονεκτήματα:

1. Τα διαγράμματα στον χώρο των δύο διαστάσεων δεν μπορούν πάντα να απεικονίσουν αξιόλογο ποσοστό πληροφορίας, εφόσον οι στατιστικά σημαντικοί άξονες είναι πολλές φορές περισσότεροι.

2. Οι γραφικές απεικονίσεις, δηλαδή τα παραγοντικά διαγράμματα, είναι πιθανό να περιλαμβάνουν εκατοντάδες σημεία και έτσι να γίνεται δύσκολη η ανάγνωσής τους.

3. Δεν είναι δυνατή η παροχή των συγκεκριμένων αριθμών ή των ποσοστών για τις διάφορες ομάδες, ώστε να διαπιστωθεί ποιο τμήμα του πληθυσμού αντιπροσωπεύουν οι ομάδες αυτές.

Τα ανωτέρω προβλήματα λύνονται με τη συνδυασμένη χρήση της Παραγοντικής Ανάλυσης και της Αυτόματης Ταξινόμησης.

Με την Αυτόματη Ταξινόμηση προσδιορίζονται οι ομοιογενείς ομάδες του πληθυσμού και επιτυγχάνονται τα εξής:

1. Αποσυμφορίζονται οι γραφικές απεικονίσεις.

2. Λαμβάνονται υπόψη περισσότερες από 2 διαστάσεις του νέφους των σημείων.

3. Δίνονται συγκεκριμένα αριθμητικά στοιχεία για τις διάφορες προκύπτουσες κατηγορίες του εξεταζομένου πληθυσμού.

4. Η έννοια της τάξης, ομάδας ατόμων με όσον το δυνατόν περισσότερο ομοιόμορφα χαρακτηριστικά, είναι απλούστερη από αυτήν του παράγοντα.

4.2.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

Πριν από την πραγματοποίηση της βασικής Στατιστικής επεξεργασίας θα παρουσιασθούν τα συμπεράσματα από μια πρώτη περιγραφική προσέγγιση.

Αμέσως παρακάτω διατυπώνονται οι εικοσιπέντε πρώτες ερωτήσεις (μεταβλητές Q1 - Q25) του ερωτηματολόγιου και στη συνέχεια παρατίθεται ο πίνακας (πίνακας 1) που περιέχει τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση που αντιστοιχούν στις μεταβλητές αυτές. Από τον πίνακα 1 είναι δυνατό να προκύψει μια πρώτη εκτίμηση της συμπεριφοράς του μέσου όρου του δείγματος ως προς τις ερωτήσεις Q1 - Q25.

I. Τι αισθάνεστε όταν πρέπει να λύσετε ένα πρόβλημα μαθηματικών;

Q1 Έχω την εντύπωση ότι κάτι με εμποδίζει να το προσεγγίσω, δηλαδή ότι υπάρχει ένα εμπόδιο που δεν μπορώ να υπερπηδήσω.

Q2 Έχω την εντύπωση πως κάτι δημιουργώ όταν λύνω ένα πρόβλημα.

Q3 Όταν ξεκινώ να λύσω ένα πρόβλημα είμαι τελείως στο σκοτάδι.

Q4 Αν δεν μπορώ να βρω τη λύση αισθάνομαι σαν να νικήθηκα.

Q5 Όταν βρίσκω ένα τρόπο να το προσεγγίσω, αισθάνομαι ότι κάλυψα ένα κενό.

Q6 Όταν βρίσκομαι αντιμέτωπος με ένα πρόβλημα, θέλω αμέσως να το παρατήσω.

Q7 Αν βρω αμέσως τη λύση αισθάνομαι μεγάλη ηρεμία.

II. Τι σημαίνει για σας η ενασχόληση με τα μαθηματικά;

Q8 Σημαίνει ότι κάνεις κάτι σημαντικό, που είναι η βάση για οτιδήποτε άλλο.

Q9 Δεν σημαίνει τίποτα είναι ανοησία.

Q10 Είναι κάτι που κάνεις επειδή σου το λένε και το επαναλαμβάνεις μηχανικά.

Q11 Είναι κάτι που μου φαίνεται ότι δεν μπορώ να το κάνω.

Q12 Είναι κάτι μέσα από το οποίο συνεχώς ανακαλύπτεις καινούρια πράγματα.

Q13 Είναι κάτι που κάνεις υποχρεωτικά, που σου το επιβάλλουν.

Q14 Είναι ένας τρόπος για να εκπαιδεύσω το μυαλό μου.

Q15 Είναι ένας τρόπος για να βρω σχέσεις ανάμεσα σε διαφορετικά πράγματα.

III. Τι σκέπτεστε όσον αφορά τις παρακάτω φράσεις;

Q16 Στα μαθηματικά δεν υπάρχει χώρος για δημιουργική σκέψη και έκφραση, ότι και να κάνεις έχει σχεδιασθεί και πραγματοποιηθεί από πριν.

Q17 Η ενασχόληση με τα μαθηματικά βοηθάει στη δημιουργία μιας δυνατής προσωπικότητας.

Q18 Τα μαθηματικά μπορούν κάποιες φορές να προκαλέσουν καταστροφές, όπως π.χ. με την ατομική βόμβα.

Q19 Τα μαθηματικά σου δίνουν την ευχαρίστηση πως κάτι δημιουργείς.

Q20 Τα μαθηματικά σημαίνουν έναν άλλο κόσμο, μέσα στον οποίο αισθάνομαι πολύ άνετα.

Q21 Η ενασχόληση με τα μαθηματικά επιτρέπει να αποκτήσεις ισορροπημένη προσωπικότητα.

Q22 Τα μαθηματικά σου επιτρέπουν να αποκτήσεις ορθή λογική.

Q23 Αν κάποιος μπει βαθιά στα μαθηματικά δύσκολα βγαίνει. Άρα είναι καλύτερα να μην ασχολείσαι και πολύ.

Q24 Η ενασχόληση με τα μαθηματικά υπεραπλουστεύει το κάθε τι και έτσι χάνεται η ποίηση από τα πράγματα.

Q25 Αυτοί που ασχολούνται πολύ με τα μαθηματικά κινδυνεύουν να χάσουν την επαφή με την πραγματικότητα.

Πίνακας 1

Statistics

	N			Ποσοστό	
	Valid	Missing	Mean	συμφωνίας	Std. Deviation
Q1	1121	20	2,95	,50	1,24
Q2	1132	9	3,78	,79	1,26
Q3	1136	5	2,75	,38	1,38
Q4	1134	7	3,20	,59	1,40
Q5	1132	9	4,37	,94	,91
Q6	1127	14	2,24	,25	1,39
Q7	1136	5	4,52	,95	,90
Q8	1115	26	3,25	,62	1,21
Q9	1118	23	1,75	1,00E-02	1,09
Q10	1114	27	2,54	,33	1,35
Q11	1121	20	2,40	,28	1,32
Q12	1120	21	3,77	,81	1,15
Q13	1119	22	2,78	,41	1,41
Q14	1127	14	4,29	,94	,95
Q15	1087	54	3,50	,74	1,12
Q16	1098	43	2,94	,48	1,39
Q17	1112	29	3,09	,56	1,22
Q18	1066	75	2,86	,44	1,35
Q19	1123	18	3,58	,74	1,23
Q20	1105	36	2,53	,30	1,24
Q21	1090	51	2,87	,45	1,16
Q22	1126	15	3,89	,84	1,14
Q23	1099	42	2,13	,16	1,19
Q24	1056	85	2,48	,25	1,17
Q25	1102	39	2,25	,22	1,29

Στο συγκεκριμένο ερωτηματολόγιο, όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι μαθητές καλούνται να εκφράσουν, για κάθε ερώτηση, το βαθμό συμφωνίας ή διαφωνίας πάνω σε μια πενταβάθμια κλίμακα (1= διαφωνώ απόλυτα, 2= μάλλον διαφωνώ, 3=ούτε συμφωνώ, ούτε διαφωνώ, 4= μάλλον συμφωνώ, 5=συμφωνώ απόλυτα). Με βάση την κλίμακα αυτή, τιμή μεγαλύτερη από το 3 σημαίνει συμφωνία με το περιεχόμενο της ερωτήσεως, ενώ μικρότερη από το 3 σημαίνει διαφωνία. και βέβαια όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή από το 3, τόσο η συμφωνία είναι εντονότερη

και αντίστοιχα όσο μικρότερη είναι η τιμή από το 3, τόσο η διαφωνία είναι μεγαλύτερη.

Στην ερώτηση Q1, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,95, που σημαίνει ότι ούτε συμφωνεί, ούτε διαφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά προσεγγίζονται δύσκολα

Στην ερώτηση Q2, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 3,78, που σημαίνει ότι μάλλον συμφωνεί με την άποψη ότι η επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος αποτελεί δημιουργία.

Στην ερώτηση Q3, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,75, που σημαίνει ότι παρουσιάζει μια ελαφριά τάση προς διαφωνία με την άποψη πως βρίσκεται στο σκοτάδι όταν ξεκινάει να λύσει ένα πρόβλημα.

Στην ερώτηση Q4, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 3,20, που σημαίνει ότι παρουσιάζει μια ελαφριά τάση προς συμφωνία με την άποψη πως μάλλον νικήθηκε, εάν δεν μπορεί να βρει τη λύση ενός μαθηματικού προβλήματος.

Στην ερώτηση Q5, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 4,37, που σημαίνει ότι συμφωνεί με την άποψη ότι η προσέγγιση ενός μαθηματικού προβλήματος καλύπτει κάποιο κενό.

Στην ερώτηση Q6, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,24, που σημαίνει ότι μάλλον δεν επιθυμεί να παρατήσει ένα πρόβλημα με το οποίο έχει βρεθεί αντιμέτωπος.

Στην ερώτηση Q7, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 4,52, που σημαίνει ότι αισθάνεται μεγάλη ηρεμία, όταν βρει τη λύση σε ένα μαθηματικό πρόβλημα.

Στην ερώτηση Q8, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 3,25, που σημαίνει ότι κλίνει ελαφρά προς τη συμφωνία με την άποψη ότι η ενασχόληση με τα μαθηματικά είναι κάτι σημαντικό

Στην ερώτηση Q9, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 1,75, που σημαίνει ότι διαφωνεί με την άποψη πως η ενασχόληση με τα μαθηματικά είναι ανοησία.

Στην ερώτηση Q10, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,54, που σημαίνει ότι μάλλον διαφωνεί με την άποψη πως η ενασχόληση με τα μαθηματικά είναι μια μηχανική διαδικασία.

Στην ερώτηση Q11, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,40, που σημαίνει ότι μάλλον διαφωνεί με την άποψη πως δεν είναι ικανός να ασχοληθεί με τα μαθηματικά.

Στην ερώτηση Q12, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 3,77, που σημαίνει ότι μάλλον συμφωνεί με την άποψη πως μέσα από τα μαθηματικά ανακαλύπτονται συνεχώς καινούρια πράγματα.

Στην ερώτηση Q13, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,78, που σημαίνει ότι κλίνει ελαφρά προς τη διαφωνία με την άποψη πως τα μαθηματικά αποτελούν μια υποχρεωτική και επιβαλλόμενη από άλλους διαδικασία

Στην ερώτηση Q14, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 4,29, που σημαίνει ότι συμφωνεί με την άποψη ότι η ενασχόληση με τα μαθηματικά αποτελεί έναν τρόπο εκπαίδευσης του μυαλού.

Στην ερώτηση Q15, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 3,50, που σημαίνει ότι μάλλον συμφωνεί με την άποψη ότι η ενασχόληση με τα μαθηματικά βοηθάει στην εύρεση σχέσεων μεταξύ διαφορετικών πραγμάτων.

Στην ερώτηση Q16, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,94, που σημαίνει ότι ούτε συμφωνεί ούτε διαφωνεί με την άποψη ότι στα μαθηματικά δεν υπάρχει χώρος για δημιουργική σκέψη και έκφραση.

Στην ερώτηση Q17, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 3,09, που σημαίνει ότι ούτε συμφωνεί, ούτε διαφωνεί με την άποψη ότι η ενασχόληση με τα μαθηματικά βοηθάει στη δημιουργία μιας δυνατής προσωπικότητας.

Στην ερώτηση Q18, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,86, που σημαίνει ότι εμφανίζει μια ελαφριά τάση προς διαφωνία με την άποψη ότι τα μαθηματικά μπορούν, κάποιες φορές, να προκαλέσουν καταστροφές.

Στην ερώτηση Q19, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 3,58, που σημαίνει ότι μάλλον συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά δίνουν την ευχαρίστηση της δημιουργίας.

Στην ερώτηση Q20, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,53, που σημαίνει ότι μάλλον διαφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά σημαίνουν έναν καλύτερο κόσμο.

Στην ερώτηση Q21, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,87, που σημαίνει ότι παρουσιάζει μια ελαφριά τάση προς διαφωνία με την άποψη πως η ενασχόληση με τα μαθηματικά βοηθάει στην απόκτηση ισορροπημένης προσωπικότητας.

Στην ερώτηση Q22, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 3,89, που σημαίνει ότι μάλλον συμφωνεί με την άποψη πως τα μαθηματικά βοηθούν στην απόκτηση ορθής λογικής.

Στην ερώτηση Q23, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,13, που σημαίνει ότι μάλλον διαφωνεί με την άποψη πως, όποιος μπει βαθιά στα μαθηματικά, δύσκολα βγαίνει.

Στην ερώτηση Q24, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,48, που σημαίνει ότι μάλλον διαφωνεί με την άποψη ότι η ενασχόληση με τα μαθηματικά υπεραπλουστεύει το κάθε τι και έτσι χάνεται η ποίηση από τα πράγματα.

Στην ερώτηση Q25, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 2,25, που σημαίνει ότι μάλλον διαφωνεί με την άποψη ότι αυτοί που ασχολούνται πολύ με τα μαθηματικά κινδυνεύουν να χάσουν την επαφή με την πραγματικότητα.

Ένα σημαντικό συμπέρασμα που προκύπτει από την εξέταση του μέτρου της μέσης τιμής, είναι ότι **ο μέσος όρος των μαθητών του δείγματος έχει μάλλον θετική στάση ως προς τα μαθηματικά.** Αυτό φαίνεται από το ό,τι ο μέσος όρος των μέσων τιμών των μεταβλητών που εκφράζουν θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά είναι περίπου 3,5, που σημαίνει ότι η πλειοψηφία των μαθητών μάλλον συμφωνεί με το περιεχόμενο τους. Ο αντίστοιχος μέσος όρος των μεταβλητών που εκφράζουν αρνητική στάση είναι περίπου 2,5, που σημαίνει ότι η πλειοψηφία των μαθητών μάλλον διαφωνεί με το περιεχόμενο τους.

Τα υπόλοιπα στοιχεία που προέκυψαν από την περιγραφική εξέταση του δείγματος υπάρχουν στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α΄ (διαγράμματα 1 – 25). Στα διαγράμματα αυτά παρουσιάζονται τα ιστογράμματα των κατανομών των μεταβλητών, καθώς και τα ποσοστά των ατόμων του δείγματος (κατακόρυφος άξονας) που αντιστοιχούν σε κάθε μια από τις απαντήσεις (σημεία της κλίμακας).

4.2.2 ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Η Παραγοντική Ανάλυση είναι μια στατιστική μέθοδος που αποσκοπεί στον καθορισμό νέων μεταβλητών, τις οποίες ονομάζουμε παράγοντες. Οι παράγοντες ερμηνεύουν τις σχέσεις μεταξύ των αρχικών μεταβλητών μέσω της ομαδοποίησής τους σε μικρότερα σύνολα από το αρχικό.

Οι παραγοντικοί άξονες αποτελούν γραμμικό συνδυασμό των αρχικών μεταβλητών. Οι συντελεστές του γραμμικού συνδυασμού είναι οι συντεταγμένες των μεταβλητών ως προς τον άξονα. Όσο μεγαλύτερη κατά απόλυτη τιμή είναι η τιμή της συντεταγμένης, τόσο περισσότερο η αντίστοιχη μεταβλητή συνεισφέρει στην κατασκευή του άξονα και ερμηνεύεται καλύτερα από αυτόν.

Οι συντελεστές (συντεταγμένες) αυτοί στην Αγγλική ορολογία ονομάζονται *φορτία του παράγοντα* (factor loadings), γιατί δείχνουν το βάρος που προσδίδεται στον κάθε παράγοντα από την συγκεκριμένη μεταβλητή και βέβαια όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του συντελεστή, τόσο πιο στενά συνδέεται ο παράγοντας με τη μεταβλητή.

Οι συντεταγμένες των μεταβλητών πάνω σε κάθε παραγοντικό άξονα αποτελούν δείκτη στης συνεισφοράς της μεταβλητής στον άξονα

Ο στόχος της παραγοντικής ανάλυσης είναι να ερμηνεύσει τις παρατηρούμενες συσχετίσεις μεταξύ των αρχικών μεταβλητών με όσο γίνεται λιγότερους παράγοντες. Η κλασσική μέθοδος της παραγοντικής ανάλυσης, την οποία θα εφαρμόσουμε στο δείγμα μας, είναι η **Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες.**

Πριν παρουσιασθούν τα συμπεράσματα από την Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες, θα γίνει αναφορά στις προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται, ώστε να έχουμε με τη μέθοδο αυτή αξιόπιστα αποτελέσματα. Η λέξη ''προϋπόθεση'' δεν εννοείται με τη στενή έννοια του όρου όπως στην Επαγωγική Στατιστική, αλλά με την έννοια της συνθήκης που εάν αυτή πληρούται τότε έχουμε καλύτερα αποτελέσματα.

Πρώτη προϋπόθεση είναι η τιμή του δείκτη που χαρακτηρίζει την καλή προσαρμογή στην Παραγοντική Ανάλυση, σύμφωνα με τον μέτρο των Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), να είναι από 0,6 μέχρι 1. Σύμφωνα με τον Kaiser (1974) η

τιμή 0,9 θεωρείται υπέροχη, η τιμή 0,8 θεωρείται αξιέπαινος, η τιμή 0,7 ενδιάμεση, η τιμή 0,6 μέτρια και η τιμή 0,5 άθλια, ενώ οι μικρότερες από 0,5 θεωρούνται απαράδεκτες.

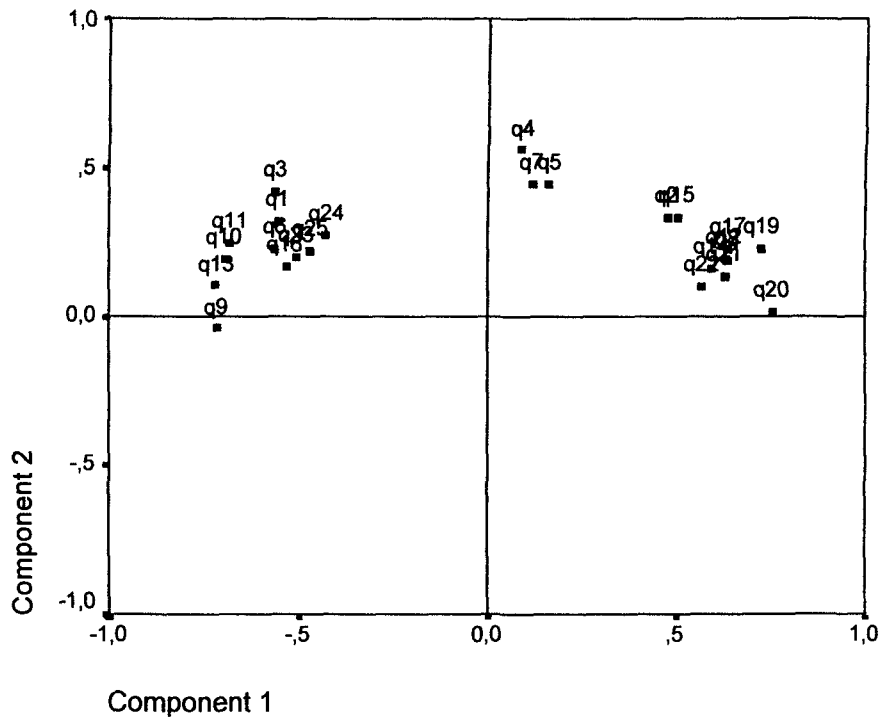
Δεύτερη προϋπόθεση είναι ο πίνακας που εμφανίζει το συσχετισμό ανά δύο όλων των μεταβλητών (Παράρτημα Α΄, πίνακας 2) να μην είναι διαγώνιος (διαγώνιοι όροι μονάδες και οι υπόλοιποι όροι μηδέν), γιατί στην περίπτωση αυτή δεν υπάρχει συσχέτιση. Για να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση, σύμφωνα με την οποία ο πίνακας συσχέτισης είναι διαγώνιος, δηλαδή δεν υπάρχει καμία συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών, χρησιμοποιείται το τεστ Bartlett. Εάν το επίπεδο σημαντικότητας (sig) είναι αρκούντως μικρό, τότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και γίνεται δεκτή η εναλλακτική υπόθεση, η οποία δηλώνει ότι υπάρχει συσχέτιση για τουλάχιστον δύο από τις μεταβλητές.

Κατά την εξέταση του πίνακα KMO and Bartlett' Test (Παράρτημα Α΄, πίνακας 3) διαπιστώθηκε ότι ισχύουν πλήρως οι προϋποθέσεις εφαρμογής της Παραγοντικής Ανάλυσης Σε Κύριες Συνιστώσες. Συγκεκριμένα: αφενός το Bartlett Test έχει επίπεδο σημαντικότητας <0,001, άρα απορρίπτεται η υπόθεση ότι ο πίνακας συσχέτισης είναι διαγώνιος (πράγμα που μπορεί να φανεί και παρατηρώντας τις τιμές του πίνακα του συσχετισμού των μεταβλητών, οι οποίες τιμές είναι, σχεδόν όλες, μεγάλες), αφετέρου ο δείκτης KMO έχει τιμή 0,933, άρα η τιμή του, κατά τον Kaiser είναι υπέροχη.

Παραγοντική ανάλυση σε κύριες συνιστώσες

Από την εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες, στις μεταβλητές Q1-Q25 (εκτός της Q18) του ερωτηματολογίου, που αποτελούν ένα ομοιογενές σύνολο, προέκυψε το παραγοντικό διάγραμμα (διάγραμμα 26) στο χώρο των δύο διαστάσεων. Οι συντεταγμένες των μεταβλητών ως προς τους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες εμφανίζονται στον πίνακα Component Matrix (Παράρτημα Α΄, πίνακας 4)

Διάγραμμα 26



Ο πρώτος παραγοντικός άξονας (οριζόντιος) ερμηνεύει το 32,306 % της διασποράς (πληροφορίας), ενώ ο δεύτερος παραγοντικός άξονας (κατακόρυφος) το 7,397 % (Παράρτημα Α΄, πίνακας 5), άρα το επίπεδο που ορίζουν οι δύο πρώτοι άξονες ερμηνεύει το 39,703 % της συνολικής διακύμανσης, ποσοστό αρκετά ικανοποιητικό για μια πρώτη προσέγγιση. Η αντίστοιχη έρευνα στη Γαλλία, σύμφωνα με τον Nimier στηρίχθηκε σε ποσοστό 39,39 % για τους δύο πρώτους άξονες.

Επίσης υπέρ της χρησιμοποίησης μόνο των δύο πρώτων αξόνων συνηγορεί και το ιστόγραμμα ιδιοτιμών (Scree Plot, Παράρτημα Α΄, διάγραμμα 27) από το οποίο καθίσταται φανερό ότι οι υπόλοιποι άξονες συνεισφέρουν πολύ λίγο στην πληροφορία.

Από τη στατιστική ανάλυση εξαιρέθηκε η μεταβλητή Q18. Οι λόγοι που η μεταβλητή αυτή τέθηκε εκτός στατιστικής ανάλυσης είναι οι εξής:

1. Παρουσίαζε πολύ μικρό συντελεστή συσχέτισης με όλες τις υπόλοιπες μεταβλητές.
2. Είχε πολύ μικρές τιμές συντεταγμένων ως προς τους παραγοντικούς άξονες.
3. Το ποσοστό της διασποράς που εξηγείται από τους παράγοντες, όσον αφορά τη μεταβλητή αυτή, ήταν πολύ μικρό.
4. Οι συνεντεύξεις, η προέρευνα και η κυρίως έρευνα που πραγματοποιήσαμε έδειξαν ότι οι Έλληνες μαθητές είχαν ορισμένες δυσκολίες στην κατανόηση αυτής της ερώτησης.

Όπως φαίνεται από το παραγοντικό διάγραμμα, πλησίον του πρώτου παραγοντικού άξονα και προς τη μεριά των άκρων βρίσκονται τα σημεία που απεικονίζουν τις εικοσιένα από τις εικοσιτέσερις μεταβλητές που απεικονίζονται στο διάγραμμα. Οι εικοσιένα αυτές μεταβλητές συμβάλλουν στη δημιουργία του πρώτου παράγοντα. Τα σημεία που απεικονίζουν τις μεταβλητές αυτές χωρίζονται σε δύο σαφώς καθορισμένες ομάδες, δέκα από αυτά βρίσκονται στη δεξιά πλευρά του άξονα (θετικός ημιάξονας) και έντεκα στην αριστερή πλευρά (αρνητικός ημιάξονας), επομένως είναι φανερό ότι ο πρώτος παράγοντας εκφράζει τη σαφή αντίθεση ανάμεσα στις δύο αυτές ομάδες.

Η κατάφαση ως προς το περιεχόμενο των ερωτήσεων (μεταβλητών) που αντιστοιχούν στην αριστερή πλευρά του άξονα (αρνητικός ημιάξονας) εκφράζει ένα σύνολο από αμυντικούς μηχανισμούς που οδηγούν σε αρνητική αντιμετώπιση ως προς τα μαθηματικά.

Η κατάφαση ως προς το περιεχόμενο των ερωτήσεων (μεταβλητών) που αποτελούν την ομάδα που εμφανίζεται στη δεξιά πλευρά του άξονα (θετικός

ημιάξονας) εκφράζει ένα σύνολο από αμυντικούς μηχανισμούς που παραπέμπουν σε θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά.

Επομένως, ο πρώτος παραγοντικός άξονας διαφοροποιεί τις απαντήσεις των ατόμων του δείγματος ως προς τους αμυντικούς μηχανισμούς που χρησιμοποιούν απέναντι στα μαθηματικά.

Επίσης, στο ίδιο διάγραμμα υπάρχει μια τρίτη ομάδα, η οποία περιέχει τις τρεις υπόλοιπες μεταβλητές. Οι μεταβλητές αυτής της ομάδας ερμηνεύονται, κυρίως, από τον δεύτερο παραγοντικό άξονα (κατακόρυφος άξονας), εφόσον χαρακτηρίζονται από υψηλές τιμές τεταγμένων και χαμηλές τιμές τετμημένων.

Η κατάφαση ως προς το περιεχόμενο των ερωτήσεων (μεταβλητών) που αποτελούν την ομάδα αυτή εκφράζει έναν αμυντικό μηχανισμό που χαρακτηρίζεται από την επιθυμία των μαθητών να αντιστρέψουν τα αρνητικά αισθήματα που τους δημιουργούνται από την ήττα - έλλειψη σε αισθήματα νίκης - πλήρωσης. Στο συγκεκριμένο αμυντικό μηχανισμό, όπως και σε αυτούς που χαρακτηρίζουν τις μεταβλητές που συμβάλλουν στη διαμόρφωση του πρώτου παραγοντικού άξονα, θα γίνει εκτενέστερη αναφορά στη συνέχεια της μελέτης.

Άρα, με μια πρώτη εκτίμηση στο παραγοντικό διάγραμμα εμφανίζονται δύο παράγοντες και τρεις ομάδες. Το θέμα των ομάδων θα διευκρινισθεί περαιτέρω με την εφαρμογή της μεθόδου της Αυτόματης Ταξινόμησης, η οποία θα βοηθήσει και στην ερμηνεία των παραγόντων καθώς και των ομάδων.

4.2.3. ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ)

Ο αλγόριθμος της Αυτόματης Ταξινόμησης που χρησιμοποιήθηκε είναι η Ανιούσα Ιεραρχική Ταξινόμηση. Η αρχή της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης είναι σχηματικά η ακόλουθη (Μπεχράκης, 1994β, σ.39): ξεκινώντας από ν άτομα συνενώνουμε τα δύο πλησιέστερα και θεωρούμε το ζευγάρι αυτό ως ένα καινούργιο άτομο. Βρισκόμαστε τότε στην προηγούμενη κατάσταση, αλλά με ν-1 άτομα. Συνενώνουμε τα πάλι δύο πλησιέστερα και έτσι τα άτομα μειώνονται σε ν-2. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να καταλήξουμε σε ένα μόνο άτομο, το οποίο αντιπροσωπεύει την κορυφή του "ιεραρχικού δένδρου" ή δενδρογράμματος. Το κριτήριο που χρησιμοποιείται για τη δημιουργία των τάξεων είναι το κριτήριο της διασποράς.

Το δενδρόγραμμα (σχήμα 1) που προέκυψε από την εφαρμογή της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης παρουσιάζει τρεις διακεκριμένες κλάσεις (ομάδες) μεταβλητών, τις D1, D2 και D3. Οι κλάσεις αυτές είναι ακριβώς οι ίδιες με τις τρεις ομάδες που προέκυψαν από την Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες.

Οι κλάσεις D1 και D2 περιέχουν τις μεταβλητές που ερμηνεύονται από τον πρώτο παραγοντικό άξονα. Πιο συγκεκριμένα η κλάση που αντιστοιχεί στο τμήμα D1 του δενδρογράμματος περιέχει τις ίδιες μεταβλητές με αυτές που συνδέονται με τον αρνητικό ημιάξονα του πρώτου άξονα, ενώ η κλάση που αντιστοιχεί στο τμήμα D2 περιέχει τις μεταβλητές που συνδέονται με τον θετικό ημιάξονα. Η κλάση που βρίσκεται στο τμήμα D3 περιέχει τις μεταβλητές που ερμηνεύονται από τον δεύτερο παραγοντικό άξονα.

Σχήμα 1

Dendrogram using Average Linkage (Between Groups)

Rescaled Distance Cluster Combine

```
   C A S E      0         5        10        15        20        25
  Label     Num  +---------+---------+---------+---------+---------+

  Q17        17  -+-------+
  Q21        21  -+       I
  Q19        19  -----+---+---+
  Q20        20  -----+   I   +-+
  Q8          8  ---------+   I I
  Q22        22  -------------+ +---+
  Q12        12  -----------+-+ I   I
D2 Q14        14  -----------+ +-+   +-----------+
  Q15        15  -------------+     I           I
  Q2          2  -------------------+           +-----------------+
  Q4          4  -----------------------+-+     I                 I
D3 Q5          5  -----------------------+ +-----+                 I
  Q7          7  -------------------------+                       I
  Q23        23  -----------+---+                                 I
  Q25        25  -----------+   +---+                             I
  Q24        24  ---------------+   I                             I
  Q10        10  -+---+             I                             I
D1 Q13        13  -+   +-----+       +-----------------------------+
  Q9          9  -----+     I       I
  Q1          1  -------+   +-----+ I
  Q3          3  -------+---+     I I
  Q11        11  -------+   I     +-+
  Q6          6  -----------+     I
  Q16        16  -----------------+
```

Για την πληρέστερη ερμηνεία των τριών κλάσεων D1, D2, D3, των μεταβλητών οι οποίες προέκυψαν από την Ανιούσα Ιεραρχική Ταξινόμηση και οι οποίες, όπως διαπιστώθηκε ανωτέρω, αντιστοιχούν στις μεταβλητές που ερμηνεύονται από τους δύο παραγοντικούς άξονες, (οι ομάδες D1, D2, από τον πρώτο άξονα και η ομάδα D3 από τον δεύτερο), εφαρμόσθηκε η συνδυασμένη χρήση των μεθόδων της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης και της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες.

Επίσης, στην ερμηνεία της κάθε κλάσης πρόσφεραν σημαντική βοήθεια και οι συνεντεύξεις, οι οποίες ελήφθησαν από μαθητές της Β΄ Λυκείου.

Χαρακτηριστικά αποσπάσματα από τις συνεντεύξεις αυτές θα παρατεθούν κατά την εξέταση των ιδιαίτερων αμυντικών μηχανισμών που χαρακτηρίζουν την κάθε κλάση.

4.2.3.1 ΠΡΩΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (D1)

Η κλάση αυτή περιέχει τις μεταβλητές που αντιστοιχούν στο τμήμα D1 του δενδρογράμματος. Οι μεταβλητές αυτές απεικονίζονται πλησίον του αρνητικού ημιάξονα του πρώτου παραγοντικού άξονα. Είναι φανερό ότι η συμφωνία με το περιεχόμενο αυτών των μεταβλητών συνεπάγεται τη χρησιμοποίηση αμυντικών μηχανισμών που οδηγούν σε αρνητική σχέση με τα μαθηματικά.

Στο εσωτερικό της πρώτης κλάσης, με τη βοήθεια του δενδρογράμματος, διακρίνονται τρεις ομάδες, όπου κάθε μία από αυτές αντιστοιχεί σε ένα ιδιαίτερο μηχανισμό άμυνας και μια μεμονωμένη μεταβλητή, η Q16. Τις τρεις αυτές ομάδες αποτελούν οι παρακάτω μεταβλητές:

Πρώτη ομάδα : οι μεταβλητές Q1, Q3, Q6, Q11

Δεύτερη ομάδα : οι μεταβλητές Q9, Q10, Q13,

Τρίτη ομάδα : οι μεταβλητές Q23, Q24, Q25

ΠΡΩΤΗ ΟΜΑΔΑ

Μεταβλητές Q1, Q3, Q6, Q11

Q1 Έχω την εντύπωση ότι κάτι με εμποδίζει να το προσεγγίσω, δηλαδή ότι υπάρχει ένα εμπόδιο που δεν μπορώ να υπερπηδήσω.

Q3 Όταν ξεκινώ να λύσω ένα πρόβλημα είμαι τελείως στο σκοτάδι.

Q6 Όταν βρίσκομαι αντιμέτωπος με ένα πρόβλημα, θέλω αμέσως να το παρατήσω.

Q11 Είναι κάτι που μου φαίνεται ότι δεν μπορώ να το κάνω.

Οι ανωτέρω φράσεις εκφράζουν με σαφή τρόπο μια έντονη επιθυμία απομάκρυνσης και καθιέρωσης απόστασης ασφαλείας, ανάμεσα στους μαθητές που συμφωνούν με αυτές και τα μαθηματικά.

Σύμφωνα με τον Nimier (1988, σ. 127): «Αυτές οι φράσεις προδίδουν κάποιο άγχος ως προς τα μαθηματικά. Ο μαθητής δεν μπορεί να πλησιάσει το μαθηματικό αντικείμενο, κάτι τον χωρίζει από αυτό: εμπόδιο – αδυναμία. Καμία μομφή δεν επιρρίπτεται στα μαθηματικά, όπως συμβαίνει στις επόμενες περιπτώσεις. Προτείνω την ακόλουθη ερμηνεία: στην περίπτωση αυτή ο μαθητής προσπαθεί να αποφύγει το μαθηματικό αντικείμενο λόγω του άγχους που του προκαλεί. Φαντάζεται ένα εμπόδιο... και προτιμά να δηλώσει αδυναμία προσέγγισης, παρά να έλθει αντιμέτωπος με αυτό το αντικείμενο. Πρόκειται για τον μηχανισμό άμυνας που ονομάζεται **φοβική αποφυγή**».

Η αμυντική διαδικασία την οποία περιγράφει ο Nimier είναι επίσης δυνατό να θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί στον μηχανισμό της αποφυγής, ο οποίος αναφέρεται από την A. Freud. Σύμφωνα με την ίδια ο μηχανισμός αποφυγής δίνει τη δυνατότητα στο άτομο να τραπεί σε φυγή και έτσι να ''αποφύγει'' τις καταστάσεις δυσαρέσκειας (A. Freud, 1978, σ. 96).

Ανεξάρτητα από την ονομασία του (φοβική αποφυγή ή απλώς αποφυγή), ο μηχανισμός αυτός παραπέμπει σε μια στάση απέναντι στα μαθηματικά που έχει ως κύριο χαρακτηριστικό την ανάγκη της φυγής.

Στη συνέχεια θα παρατεθούν ορισμένα χαρακτηριστικά αποσπάσματα από συνεντεύξεις μαθητών. Στις συνεντεύξεις εμφανίζονται τα δύο στοιχεία που χαρακτηρίζουν τον συγκεκριμένο μηχανισμό, δηλαδή η φοβία για τα μαθηματικά και η ανάγκη για τήρηση όσο γίνεται μεγαλύτερης απόστασης.

Από συνέντευξη μαθήτριας:

ΕΡ Πως φαντάζεσαι τα μαθηματικά;

ΑΠ. Σαν ένα πράγμα στο διάστημα, σκόρπια νούμερα, πράγματα από δω και από κει, τίποτα, ένα χάος με νούμερα, ένας χώρος μαύρος να γυρνάνε γράμματα παντού μικρά μεγάλα, να γυρνάνε από δω και από κει, ένα πράγμα σκόρπιο, αχανές.

Εδώ τα μαθηματικά εμφανίζονται σαν ένα πράγμα στο διάστημα = εξωπραγματικό, αχανές και χωρίς όρια, μη οικείο, πολύ μακρινό. Η μαθήτρια αυτή έχει ανάγκη την τεράστια απόσταση ανάμεσα στην ίδια και στα μαθηματικά εξ αιτίας της απειλής και του φόβου που προξενούν αυτά τα γράμματα που γυρνάνε - γυρνάνε στον μαύρο χώρο. Προφανώς δεν είναι τυχαία η επανάληψη (γυρνάνε - γυρνάνε), ούτε βέβαια ο χρωματισμός (μαύρος) του χώρου. Ακόμη, το μέγεθος της απειλής τονίζεται και μέσα από την αντίθεση των γραμμάτων (μικρά - μεγάλα).

Από συνέντευξη μαθητού:

ΕΡ. Πως φαντάζεσαι τα μαθηματικά;

ΑΠ. Κάτι αφηρημένο και δυσνόητο...λαβύρινθος, πολύπλοκα κτίσματα, πολυκατοικίες, δαιδαλώδεις διάδρομοι.

Κοινοί σημασιακοί παρονομαστές στην ανωτέρω φράση είναι:

1. Απώλεια προσανατολισμού (λαβύρινθος, πολυπλοκότης, δαιδαλώδεις διάδρομοι)
2. Αδυναμία προσέγγισης του αντικειμένου (αφηρημένο, δυσνόητο)

Η έννοια του λαβύρινθου παραπέμπει στην αλυσίδα: λαβύρινθος = μετωνυμία του Μινώταυρου = απειλή, φόβος. Το αίτιο της απώλειας προσανατολισμού και της αδυναμίας προσέγγισης φαίνεται να είναι η επικίνδυνη ενόρμηση που παραμονεύει ως Μινώταυρος στο βάθος του ψυχικού λαβύρινθου.

Από το περιεχόμενο των συνεντεύξεων είναι φανερό ότι και οι δύο μαθητές αποφεύγουν τα μαθηματικά εξαιτίας του φόβου που τους προκαλούν. Το κορίτσι τα τοποθέτησε στον αχανή και πολύ μακρινό χώρο του διαστήματος. Κατά την αντίληψη του αγοριού η πρόσβαση στα μαθηματικά εμποδίζεται από λαβυρίνθους και δαιδαλώδεις διαδρόμους. Τα εμπόδια είναι τόσο μεγάλα που ουσιαστικά απαγορεύουν κάθε προσέγγιση με τα μαθηματικά.

Το συμπέρασμα και από τις δύο συνεντεύξεις είναι ότι ένας εσωτερικός φόβος έχει μετατεθεί στα μαθηματικά και οι μαθητές αποφεύγοντάς τα αμύνονται ενάντια σ' αυτόν τον φόβο.

Σύμφωνα με τον Fenichel (1945, σ. 208), η αποφυγή αναφέρεται στον σεξουαλικό ή επιθετικό χαρακτήρα της ενόρμησης: «Η ανάλυση αποκαλύπτει πάντα ότι οι καταστάσεις που αποφεύγονται ή οι λειτουργίες που αναστέλλονται έχουν μιαν ασυνείδητη επιθετική ή σεξουαλική σημασία. Ενάντια σ' αυτήν τη σημασία κατευθύνονται οι άμυνες. Αυτό που αποφεύγεται αναφέρεται είτε στον πειρασμό να ενδώσει το άτομο στην απωθημένη επιθυμία είτε στο φόβο της τιμωρίας, ή και στα δύο συγχρόνως».

ΔΕΥΤΕΡΗ ΟΜΑΔΑ

Μεταβλητές Q9, Q10, Q13,

Q9 Δεν σημαίνει τίποτα είναι ανοησία.

Q10 Είναι κάτι που κάνεις επειδή σου το λένε και το επαναλαμβάνεις μηχανικά.

Q13 Είναι κάτι που κάνεις υποχρεωτικά, που σου το επιβάλλουν.

Οι φράσεις αυτές δείχνουν ότι υπάρχει απουσία κάθε ενόρμησης σε σχέση με τα μαθηματικά και ότι κυρίαρχη στάση είναι η αδιαφορία.

Ο Nimier (1988, σ. 130-131) γράφει για αυτήν την ομάδα: «Εδώ υπάρχει απουσία κάθε προσωπικής ανάμειξης των μαθητών σε σχέση με τα μαθηματικά. Γι` αυτούς τα μαθηματικά δεν αντιπροσωπεύουν τίποτα. Εάν ασχοληθούν με τα μαθηματικά αυτό γίνεται λόγω καταναγκασμού: ο μαθητής είναι τόσο έξω (από τα μαθηματικά) ώστε μπορεί μόνο μηχανικά να λειτουργήσει. Όλες οι ενορμήσεις σε σχέση με τα μαθηματικά είναι απούσες. Προτείνω την υπόθεση ότι κάθε ενόρμηση που μπορεί να αφορά τα μαθηματικά έχει απωθηθεί και θα ονομάσω τον μηχανισμό άμυνας **απώθηση**. Δεν υπάρχει τίποτα θετικό, για τους μαθητές αυτούς σε σχέση με τα μαθηματικά παρά μόνο *αδιαφορία*...Εάν όλα τα μαθηματικά σημαίνοντα καταλήγουν να είναι κενά και άνευ σημασίας (παράλογα) είναι γιατί δεν έχουν επενδυθεί με καμία προφανή προσωπική σημασία. Η απώθηση επέτρεψε την απόσυρση κάθε επένδυσης, για λόγους που μπορεί να διαφέρουν πολύ μεταξύ τους».

Η ονομασία που επέλεξε ο Nimier για τη δεύτερη ομάδα αποδίδει με ακρίβεια τα χαρακτηριστικά της και βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με τον παρακάτω ορισμό για την απώθηση των Laplanche και Pontalis (1986, σ. 79):

Α) *Με την ακριβή έννοια του όρου: εγχείρημα με το οποίο το υποκείμενο επιδιώκει να απωθήσει προς το ασυνείδητο ή να διατηρήσει σ` αυτό αναπαραστάσεις (σκέψεις, εικόνες, αναμνήσεις) που συνδέονται με την ενόρμηση. Η απώθηση προκύπτει σε περιπτώσεις όπου η ικανοποίηση μιας ενόρμησης-η οποία είναι αυτή καθαυτή ικανή να επιφέρει ηδονή - κινδυνεύει να προκαλέσει δυσαρέσκεια ως προς άλλες ψυχικές απαιτήσεις. Η απώθηση*

εκδηλώνεται κυρίως στην υστερία, παρεμβαίνει όμως επίσης τόσο στις άλλες ψυχοδιανοητικές παθήσεις όσο και στη φυσιολογική ψυχολογία. Μπορεί να θεωρηθεί πανανθρώπινη ψυχική διαδικασία, στο μέτρο που συμμετέχει στη γένεση του ασυνείδητου ως ξεχωριστής από τον υπόλοιπο ψυχισμό περιοχής.

Β) Με μια πιο αόριστη έννοια: ο Freud εκλαμβάνει μερικές φορές τον όρο απώθηση ως να ήταν ταυτόσημος με τον όρο "άμυνα" για δύο λόγους. 1. Διότι η διαδικασία της απώθησης θεωρούμενη υπό την έννοια Α συναντάται τουλάχιστον ως φάση σε πολυάριθμες και πολύπλοκες αμυντικές διαδικασίες (το μέρος εκλαμβάνεται σ' αυτήν την περίπτωση ως όλο). 2. Διότι το θεωρητικό μοντέλο της απώθησης χρησιμοποιείται από τον Freud ως πρότυπο και άλλων αμυντικών διεργασιών.

Ακόμη, οι Laplanche και Pontalis επισημαίνουν ότι η απώθηση δεν ασκείται ούτε στην ενόρμηση, ούτε στο συναίσθημα, αλλά στις αναπαραστάσεις – εκπροσώπους της ενόρμησης (ιδέες, εικόνες κλπ), οι οποίες προέρχονται από το αρχικό απωθημένο ή βρέθηκαν σε τυχαία επαφή μαζί του (ό.π, 1986, σ. 83).

Επίσης, η A.Freud (1978, σ. 91) θεωρεί ότι η αντίληψη ενός απαγορευμένου ενορμητικού ερεθίσματος αποτρέπεται με την απώθηση.

Τέλος, η Συνοδινού (1994, σ. 315) τονίζει τη συμμετοχή των απαγορεύσεων του Υπερεγώ στη διαδικασία της απώθησης: «Ο μηχανισμός άμυνας τον οποίο χρησιμοποιεί το Εγώ για να αποφύγει αυτή τη θέση αδυναμίας απέναντι στην ενόρμηση που ξυπνά μέσω της ανάμνησης και απέναντι στην απαγόρευση του Υπερεγώ είναι η απώθηση. Πρόκειται για την απώθηση των αναπαραστάσεων που συνδέονται μεταφορικά ή μετωνυμικά, με το λιμπιντικό ερέθισμα».

Από συνέντευξη μαθήτριας:

ΕΡ. Τι αισθάνεσαι όταν πρέπει να λύσεις ένα πρόβλημα μαθηματικών;

ΑΠ. Όσο απλό και αν είναι με τίποτα δεν μπορώ να τα καταφέρω. Αισθάνομαι ότι είναι κάτι απρόσιτο τελείως. Είναι σαν ένα βλήμα που θα πέσει στο κεφάλι μου και θα με διαλύσει τελείως. Ένα πράγμα αδιάφορο, που δεν υπάρχει, που δεν το κατανοώ, και που δεν μπορώ να το προσεγγίσω. Από πάντα τα σιχαινόμουνα τα μαθηματικά, από το Δημοτικό. Αν λύσω ένα πρόβλημα μαθηματικών αισθάνομαι ότι είμαι ικανή, κάτι πέτυχα, αν δεν το καταφέρω αδιαφορώ.

Το απόσπασμα αυτό εκφράζει με σαφή τρόπο τον μηχανισμό της απώθησης. Για τη μαθήτρια αυτή τα μαθηματικά είναι ένα ανύπαρκτο πράγμα, κάτι για το οποίο αδιαφορεί. Όλες οι επενδύσεις, όσον αφορά τα μαθηματικά, έχουν αποσυρθεί. Ταυτόχρονα όμως υπάρχει μια έντονη αμφιθυμία. Η έκφραση «Είναι σαν ένα βλήμα που θα πέσει στο κεφάλι μου και θα με διαλύσει τελείως» δηλώνει ένα πολύ μεγάλο φόβο, ο οποίος δεν είναι εύκολο να κρυφτεί κάτω από τη ''μάσκα'' της αδιαφορίας. Ακόμη το γεγονός ότι η επίλυση ενός προβλήματος συνιστά ικανότητα συνηγορεί στη μεγάλη σημασία που έχουν τα μαθηματικά ως μέσον προς ναρκισσιστική αποκατάσταση, ακόμα και στους μαθητές που τα φοβούνται ή αδιαφορούν γι' αυτά (στο θέμα αυτό θα γίνει λεπτομερειακή αναφορά κατά την εξέταση της ομάδας D3).

Επίσης, το ανωτέρω απόσπασμα επιβεβαιώνει την παρατήρηση των Laplanche και Pontalis σύμφωνα με την οποία, η διαδικασία της απώθησης συναντάται, τουλάχιστον ως φάση, σε πολυάριθμες και πολύπλοκες αμυντικές διαδικασίες. Στη συγκεκριμένη συνέντευξη η απώθηση συνυπάρχει με τη φοβία για τα μαθηματικά, αλλά και με την επιθυμία για ναρκισσιστική αποκατάσταση μέσω των μαθηματικών.

ΤΡΙΤΗ ΟΜΑΔΑ

Μεταβλητές Q23, Q24, Q25

Q23 Αν κάποιος μπει βαθιά στα μαθηματικά δύσκολα βγαίνει. Άρα είναι καλύτερα να μην ασχολείσαι και πολύ.

Q24 Η ενασχόληση με τα μαθηματικά υπεραπλουστεύει το κάθε τι και έτσι χάνεται η ποίηση από τα πράγματα.

Q25 Αυτοί που ασχολούνται πολύ με τα μαθηματικά κινδυνεύουν να χάσουν την επαφή με την πραγματικότητα.

Χαρακτηριστικό των μαθητών της κατηγορίας αυτής είναι ότι προβάλλουν στα μαθηματικά τους κινδύνους που προέρχονται από τις ενορμήσεις.

Ο Nimier (1988, σ. 132-133), αναφερόμενος στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της ομάδας αυτής, γράφει: «Τα αρνητικά χαρακτηριστικά που εδώ αποδίδονται στα μαθηματικά δίνουν την αίσθηση ότι πρόκειται περί ενός επικίνδυνου αντικειμένου... Αυτό το αίσθημα του κινδύνου προέρχεται από μια προβολή του υποκειμένου στο μαθηματικό αντικείμενο, το οποίο, αυτό καθ' εαυτό, δεν είναι ούτε επικίνδυνο, ούτε και προστατευτικό. Ο κίνδυνος βρίσκεται στο εσωτερικό του ατόμου και προκειμένου να αμυνθεί τον προβάλλει σε ένα εξωτερικό αντικείμενο, στην περίπτωση αυτή στα μαθηματικά....Ο κίνδυνος αυτός είναι η απώλεια των ορίων του σώματος. Εκφράσεις όπως ''μπαίνω βαθιά'', ''δύσκολα βγαίνω'' και ''κινδυνεύω να χάσω την επαφή με την πραγματικότητα''[18] αναφέρονται στο σωματικό επίπεδο και εκφράζουν τον κίνδυνο της απώλειας των φυσικών και ψυχικών ορίων και τον φόβο μήπως το άτομο βρεθεί στο χείλος της καταστροφής. Για τους λόγους αυτούς ονομάζω αυτόν το μηχανισμό **προβολή**. Ο κίνδυνος να μην ''πατάν πια τα πόδια στη γη'' μπορεί να φθάσει μέχρι και τον φόβο της τρέλας».

---

[18] Στο γαλλικό κείμενο η φράση είναι "les pieds sur terre" (Τα πόδια στη γη), αλλά στα ελληνικά προτιμήσαμε, με γνώμονα τους μαθητές στους οποίους απευθύνεται το ερωτηματολόγιο, την απόδοση "επαφή με την πραγματικότητα".

Αυτός ο φόβος της τρέλας μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι, κατά τη Flagey (1972, σ. 782-783): «Για ορισμένους, η ανάγκη επένδυσης σε αφηρημένες αναπαραστάσεις, οι οποίες δεν έχουν ακόμα ενσωματωθεί στην ψυχική τους πραγματικότητα, φαίνεται να συνιστά τραυματική εμπειρία, γιατί διακόπτει τη σχέση με την πραγματικότητα και σταματά τη ροή ενός καναλιού εκφόρτισης των ενστίκτων, αυτό του σαδισμού που έχει μετουσιωθεί σε δράση με στόχο τη νοητική κυριαρχία του εξωτερικού κόσμου... Η επένδυση σε συγκεκριμένα αντικείμενα επιτρέπει την αποφυγή μιας αγχώδους ψυχικής πραγματικότητας».

Το παραπάνω κείμενο αναφέρεται στη συμβολική και μη αναπαραστάσιμη φύση των μαθηματικών και δείχνει τη διαφορά που μπορεί να έχουν τα μαθηματικά από άλλα μαθήματα πχ τη φυσική ή τη χημεία, η ενασχόληση με τα οποία δίνει τη δυνατότητα στον μαθητή να αποκτήσει ένα χρήσιμο εργαλείο για την επίτευξη της νοητικής κυριαρχίας του εξωτερικού κόσμου. Ο τρόπος που, κατά κανόνα, διδάσκονται[19] στο σχολείο τα μαθηματικά επικεντρώνεται κυρίως στην από καθέδρας παρουσίαση-ανάλυση ενός συνόλου από έννοιες, χωρίς, στις περισσότερες περιπτώσεις, να δίδεται ιδιαίτερη έμφαση ούτε στην ενεργό συμμετοχή του μαθητή στην κατασκευή των γνώσεων, αλλά ούτε και στην επίλυση προβλημάτων που αφορούν την πραγματικότητα. Ο τρόπος αυτός είναι δυνατό να επιτείνει τη θεώρηση των μαθηματικών ως ένα μέσο φυγής από την πραγματικότητα και προφανώς δημιουργεί μεγάλα προβλήματα στους μαθητές που δεν ''αντέχουν'' την αποστασιοποίηση από το απτό και συγκεκριμένο.

Ο παρακάτω ορισμός της προβολής, από τον Laplanche και τον Pontalis (1986, σ. 387, 392), συνηγορεί πλήρως στην άποψη του Nimier:

«Υπό την καθαρά ψυχαναλυτική έννοια, λειτουργία μέσο της οποίας το υποκείμενο εκβάλλει από τον εαυτόν του και εντοπίζει στους άλλους (πρόσωπα ή πράγματα) ιδιότητες, συναισθήματα, επιθυμίες ή ακόμα ''αντικείμενα'', που παραγνωρίζει ή αρνείται στον εαυτό του. Πρόκειται για μια άμυνα πολύ αρχαϊκής προέλευσης, που δρα ειδικότερα στην παράνοια, αλλά επίσης και στο εσωτερικό ''φυσιολογικών'' τρόπων σκέψης, όπως η δεισιδαιμονία...Πρόκειται πάντοτε για

---

[19] Η άποψη που διατυπώνεται περί του τρόπου διδασκαλίας των μαθηματικών αφορά τις παραδοσιακές μεθόδους και όχι τα νεώτερα μοντέλα διδακτικής των μαθηματικών.

απόρριψη προς τα έξω αυτού που το άτομο αρνείται να αναγνωρίσει στον εαυτό του ή που αρνείται να είναι».

Ένα παράδειγμα της διαστρέβλωσης της πραγματικότητας, που μπορεί να επιφέρει ο μηχανισμός της προβολής είναι η συμφωνία με το περιεχόμενο της Q24. Η μεταβλητή Q24 εκφράζει την άποψη ότι «Η ενασχόληση με τα μαθηματικά υπεραπλουστεύει το κάθε τι και έτσι χάνεται η ποίηση από τα πράγματα». Η άποψη αυτή αποτελεί παραποίηση της πραγματικότητας, διότι είναι προφανές ότι τα ίδια τα μαθηματικά δεν έχουν τη δυνατότητα να στερήσουν από το άτομο την ποιητική ματιά. Σε αρκετές μάλιστα περιπτώσεις μπορεί να συμβεί και το αντίθετο, πχ ένας από τους σημαντικότερους Έλληνες ποιητές, ο Έκτωρ Κακναβάτος, είναι μαθηματικός. Ένα από τα χαρακτηριστικά της ποίησης του Κακναβάτου είναι, όπως φαίνεται στο παρακάτω ποίημα, η ιδιαίτερα διεισδυτική προσέγγιση της ''αθέατης όψης'' των μαθηματικών.

ΑΛΓΕΒΡΑ

Πέρα από τη δημοσιά
φάνηκε πρώτα στήλη κουρνιαχτός
ως τα μεσούρανα
Δεν άργησε πολύ
Ο δρόμος έφερνε το ποδοβολητό
το χουγιατό της
Κλείνανε τα παράθυρα κατέβαιναν ρολά
Σιδεροντυμένη έμπαινε πια στη πόλη
η εξίσωση

Από συνέντευξη μαθήτριας:

ΕΡ. Πως αισθάνεσαι για κάποιον που ασχολείται πολύ με τα μαθηματικά;

ΑΠ. Εσωστρεφής, αλλά υπάρχουν και εξαιρέσεις, δεν έχει μεγάλη επιθυμία να βγαίνει έξω, κάπου χάνεται. Δεν παρακολουθεί την καθημερινότητα, τα γεγονότα, το ένα το άλλο και αυτά είναι αρνητικά και εναντίον του.

Οι απόψεις αυτής της μαθήτριας εκφράζουν την αίσθηση ενός κινδύνου που απειλεί τα άτομα που ασχολούνται πολύ με τα μαθηματικά. Ο κίνδυνος αυτός είναι η διακοπή της επαφής με το καθημερινό γίγνεσθαι, στην ουσία με μια συγκεκριμένη και απτή πραγματικότητα Ο κίνδυνος αυτός του ''χασίματος'' μπορεί να φθάσει ίσως και μέχρι και την απώλεια του μυαλού δηλαδή την τρέλα. Ο φόβος που εκφράζεται εδώ είναι δυνατό να ερμηνευθεί με την άποψη της Flagey

που αναφέρθηκε ανωτέρω: «Για ορισμένους, η ανάγκη επένδυσης σε αφηρημένες αναπαραστάσεις, οι οποίες δεν έχουν ακόμα ενσωματωθεί στην ψυχική τους πραγματικότητα, φαίνεται να συνιστά τραυματική εμπειρία».

Από τις ερωτήσεις που απαρτίζουν την πρώτη κλάση εκτός ομαδοποίησης παρέμεινε μόνο η Q16 (Στα μαθηματικά δεν υπάρχει χώρος για δημιουργική σκέψη και έκφραση, ό,τι και να κάνεις έχει σχεδιασθεί και πραγματοποιηθεί από πριν), για την οποία ισχύουν τα εξής:

Στο δενδρόγραμμα η Q16 συνδέεται (ενώνεται) με το σύνολο των μεταβλητών Q6, Q11,Q3, Q9, Q13, Q10 και στη συνέχεια το σύνολο αυτό συνδέεται με τις Q23, Q24, Q25. Στο σημείο αυτό υπάρχει διαφορά της δικής μας ιεραρχικής ανάλυσης από αυτήν του Nimier. Σύμφωνα με τον Nimier η Q16 τοποθετείται στην ίδια ομάδα με τις Q23, Q24, Q25, επομένως εντάσσεται στο μηχανισμό της προβολής. Ο λόγος, κατά τη γνώμη μας, που δικαιολογεί αυτή τη διαφορά είναι η ελληνική απόδοση του ερωτηματολογίου. Η Q16 στο γαλλικό κείμενο περιέχει τη φράση «il n`y a pas de place pour la personalite», η οποία κατά λέξη μεταφράζεται «Δεν υπάρχει χώρος για την προσωπικότητα»· οι συνεντεύξεις όμως και η προέρευνα έδειξαν ότι οι Έλληνες μαθητές είχαν δυσκολίες στην κατανόηση αυτής της φράσης και έτσι επελέγη η έκφραση «Δεν υπάρχει χώρος για δημιουργική σκέψη και έκφραση» που δεν είναι ακριβώς ισοδύναμη με τη γαλλική, αλλά ήταν κάπως πιο κατανοητή στους μαθητές. Το σημείο, πάντως στο οποίο υπάρχει συμφωνία με τον Nimier είναι το γεγονός της ένταξης της μεταβλητής αυτής στην ομάδα των μεταβλητών που εκφράζουν αρνητική στάση ως προς τα μαθηματικά

Συνοψίζοντας την λειτουργία των αμυντικών μηχανισμών που ανιχνεύθηκαν κατά την εξέταση της κλάσης D1 ο Nimier (σ. 142) γράφει: «Οι τρεις πρώτες άμυνες (φοβική αποφυγή, απώθηση, προβολή) είναι **φοβικές άμυνες**. Κάποιος εσωτερικός κίνδυνος, για παράδειγμα αυτός του ευνουχισμού, **προβάλλεται** σε ένα εξωτερικό αντικείμενο το οποίο γίνεται πηγή του άγχους και η **αποφυγή** αυτού του αντικειμένου μπορεί να φέρει την ηρεμία».

4.2.3.2 ΔΕΥΤΕΡΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (D2)

Η κλάση αυτή περιέχει τις μεταβλητές που βρίσκονται στο τμήμα D2 του δενδρογράμματος. Οι μεταβλητές αυτές απεικονίζονται πλησίον του θετικού ημιάξονα του πρώτου παραγοντικού άξονα. Είναι φανερό ότι η συμφωνία με το περιεχόμενο αυτών των μεταβλητών συνεπάγεται τη χρησιμοποίηση αμυντικών μηχανισμών που οδηγούν σε θετική σχέση με τα μαθηματικά.

Στο τμήμα (D2) του δενδρογράμματος, που αντιστοιχεί στην κλάση αυτή, διακρίνονται δύο ομάδες καθώς και μια μεμονωμένη ερώτηση, δηλαδή η Q2. Οι δύο ομάδες αποτελούνται από τις εξής μεταβλητές:

Πρώτη ομάδα : μεταβλητές Q8, Q17, Q19, Q20, Q21, Q22

Δεύτερη ομάδα : μεταβλητές Q12, Q14, Q15

ΠΡΩΤΗ ΟΜΑΔΑ

Μεταβλητές Q8, Q17, Q19, Q20, Q21, Q22

Q8 Σημαίνει ότι κάνεις κάτι σημαντικό που είναι η βάση για οτιδήποτε άλλο.

Q17 Η ενασχόληση με τα μαθηματικά βοηθάει στη δημιουργία μιας δυνατής προσωπικότητας.

Q19 Τα μαθηματικά σου δίνουν την ευχαρίστηση πως κάτι δημιουργείς.

Q20 Τα μαθηματικά σημαίνουν έναν άλλο κόσμο, μέσα στον οποίο αισθάνομαι πολύ άνετα.

Q21 Η ενασχόληση με τα μαθηματικά επιτρέπει να αποκτήσεις ισορροπημένη προσωπικότητα.

Q22 Τα μαθηματικά σου επιτρέπουν να αποκτήσεις ορθή λογική.

Από την εξέταση του τμήματος (D2) του δενδρογράμματος προκύπτει ότι οι ερωτήσεις Q17, Q21, έχουν πολύ στενή σύνδεση μεταξύ τους, το ίδιο συμβαίνει και με τις Q19, Q20, ενώ η Q8 συνδέεται με το σύνολο των ερωτήσεων Q17, Q21, Q19, Q20, και τέλος η Q22 συνδέεται ταυτόχρονα και με τις πέντε προηγούμενες μεταβλητές. Επομένως, η ομάδα αυτή περιέχει δύο κατηγορίες ερωτήσεων (πρώτη

κατηγορία είναι οι ερωτήσεις Q17, Q21 και δεύτερη κατηγορία είναι οι Q19, Q20) και δύο μεμονωμένες ερωτήσεις, τις Q8 και Q22.

Πρώτη κατηγορία (Q17, Q21)

Από το περιεχόμενο των ερωτήσεων Q17, Q21 είναι φανερό ότι αποδίδονται στα μαθηματικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες που δεν τους ανήκουν, γιατί είναι προφανές ότι τα μαθηματικά, όπως βέβαια και οι άλλες επιστήμες, δεν βοηθούν (ή βοηθούν μόνο επικουρικά και σε συνδυασμό με άλλες διαδικασίες) στην απόκτηση δυνατής και ισορροπημένης προσωπικότητας.

Κατά τη γνώμη μας, στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται ο μηχανισμός της **εξιδανίκευσης**. Σύμφωνα με τον Laplanche και τον Pontalis (1986, σ. 223): «*Εξιδανίκευση είναι ψυχική διεργασία με την οποία οι ιδιότητες και αρετές του αντικειμένου εξαίρονται στη σκέψη του ατόμου σε σημείο ώστε να αγγίζουν την τελειότητα. Η ταύτιση με το εξιδανικευμένο αντικείμενο συμβάλλει στον σχηματισμό και εμπλουτισμό των ιδεωδών ψυχικών συστημάτων του ατόμου (ιδεώδες εγώ και ιδεώδες του εγώ)*».

Επίσης οι ίδιοι συγγραφείς, όσον αφορά την έννοια της εξιδανίκευσης αναφέρουν τις απόψεις του Freud και της Klein (ό.π. σ. 223-224). Σύμφωνα με τον Freud: «Η εξιδανίκευση αποτελεί διεργασία που αφορά το αντικείμενο, το οποίο μεγεθύνεται και εξυψούται χωρίς να αλλάζει η φύση του». Κατά την M. Klein: «Η εξιδανίκευση του αντικειμένου αποτελεί κατά βάση άμυνα απέναντι στις καταστροφικές ενορμήσεις. Υπ' αυτήν την έννοια συνδέεται με έναν έντονο διχασμό του αντικειμένου σε "καλό" εξιδανικευμένο αντικείμενο, εμπλουτισμένο με όλες τις αρετές (παράδειγμα ο μητρικός μαστός πάντα διαθέσιμος και ανεξάντλητος) και "κακό" αντικείμενο, τα διωκτικά χαρακτηριστικά του οποίου μεγεθύνονται στο έπακρο».

Από συνέντευξη μαθήτριας:

ΕΡ. Τι κερδίζεις αν καταφέρεις να προσεγγίσεις τα μαθηματικά;

ΑΠ Μαθαίνεις καλύτερα τον εαυτό σου - μαθαίνεις να επιλύεις προβλήματα - είναι κάτι γενικότερο στη ζωή, με βοηθούν να δημιουργήσω προσωπικότητα.

Από συνέντευξη μαθήτριας:

ΕΡ. Τι κερδίζεις όταν ασχολείσαι με τα μαθηματικά;

ΑΠ. Καταφέρνεις να λύσεις όχι μόνο προβλήματα μαθηματικών, αλλά και προβλήματα από τη ζωή και γενικά γίνεται μια εκπαίδευση του μυαλού.

ΕΡ. Πως αισθάνεσαι για ένα άτομο που ασχολείται πολύ με τα μαθηματικά;

ΑΠ. Είναι έξυπνος - σοφός - ισορροπημένος και με σωστό χαρακτήρα.

Τα αποσπάσματα αυτά εκφράζουν μιαν έντονη εξιδανίκευση των μαθηματικών. Κάποια αντικειμενικά στοιχεία των μαθηματικών, όπως είναι η δυνατότητα προς επίλυση προβλημάτων και η εξάσκηση της λογικής σκέψης, εδώ μεγεθύνονται και γενικεύονται υπέρμετρα. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας της ανάγκης του υποκειμένου να ταυτιστεί με αυτό το τέλειο αντικείμενο και να οικειοποιηθεί τις ιδιότητες που το ίδιο του έχει προσδώσει. Οι ιδιότητες αυτές δεν αφορούν μόνο νοητικά στοιχεία (σοφία, εκπαίδευση μυαλού, επίλυση προβλημάτων), αλλά αναφέρονται και σε στοιχεία που άπτονται της ψυχολογικής υπόστασης του υποκειμένου και ουδεμία σχέση έχουν με τα μαθηματικά. Συγκεκριμένα, η απόκτηση ψυχικής ισορροπίας, η δημιουργία ''προσωπικότητας'' και η εκμάθηση του εαυτού απαιτούν, κατά κανόνα, διαδικασίες τελείως ανεξάρτητες από την ενασχόληση με τα μαθηματικά.

Επίσης, αξιοσημείωτο χαρακτηριστικό αυτής της συνέντευξης είναι η σύνδεση των μαθηματικών με τη δυνατότητα απόκτησης επιθυμητών στοιχείων (σωστός χαρακτήρας) που αφορούν την ηθική υπόσταση του υποκειμένου.

Δεύτερη κατηγορία (Q19, Q20)

Οι ερωτήσεις Q19, Q20 έχουν ως κοινό χαρακτηριστικό την έννοια της δόμησης - δημιουργίας. Ο μαθητής γεύεται τη χαρά της δημιουργίας ή κατασκευάζει με τη βοήθεια των μαθηματικών ένα διαφορετικό σύμπαν μέσα στο οποίο αισθάνεται όμορφα. Σύμφωνα με τον Nimier (1988, σ. 136): «Οι ερωτήσεις αυτές δίνουν την εντύπωση ότι τα μαθηματικά σημαίνουν κτίσιμο και δημιουργία...Αυτό το συναίσθημα είναι αντίθετο με τον φόβο καταστροφής και αποδόμησης, που συναντήσαμε στις φοβικές άμυνες, γι' αυτό το λόγο θα ονομάσω την άμυνα αυτή **επανόρθωση**[20]. Αυτή η επανόρθωση μπορεί να είναι, κατά τη Segal, "η επιθυμία και η ικανότητα της αποκατάστασης του καλού αντικειμένου εσωτερικά και εξωτερικά, που αποτελεί τη βάση για την ικανότητα του εγώ να διατηρεί αγάπη και σχέσεις μέσα από τις συγκρούσεις και τις δυσκολίες"».

Η ονομασία που επέλεξε ο Nimier αποδίδει με ακρίβεια τα χαρακτηριστικά αυτής της κατηγορίας, και έρχεται σε συμφωνία με τον ορισμό για την επανόρθωση των Laplanche και Pontalis (1986, σ. 225): «*Μηχανισμός που περιγράφηκε από τη M. Klein, με τον οποίο το υποκείμενο προσπαθεί να επανορθώσει τις επιπτώσεις των καταστροφικών του φαντασιώσεων πάνω στα αντικείμενα της αγάπης του. Ο μηχανισμός αυτός συνδυάζεται με το καταθλιπτικό άγχος και την καταθλιπτική ενοχή: η φαντασιωσική επανόρθωση του εξωτερικού και εσωτερικού μητρικού αντικειμένου θεωρείται ότι επιτρέπει στο άτομο να υπερπηδήσει την καταθλιπτική θέση, διασφαλίζοντας στο εγώ μια σταθερή ταύτιση με το επωφελές αντικείμενο*».

Από συνέντευξη μαθήτριας:

ΕΡ. Πως φαντάζεσαι τη μαθηματική σκέψη;

ΑΠ. Κάτι έξω από το πραγματικό, δηλαδή όσοι είναι μαθηματικοί νομίζω ότι βρίσκονται σε έναν άλλο κόσμο.

---

[20] Η κατάταξη της επανόρθωσης στους μηχανισμούς άμυνας που παραπέμπουν σε θετική στάση ως προς τα μαθηματικά επελέγη για την επίτευξη ομοιομορφίας με την αντίστοιχη έρευνα τους Nimier, παρότι, σύμφωνα με την κλασσική φροϋδική αντίληψη, η επανόρθωση δεν συμπεριλαμβάνεται στους μηχανισμούς άμυνας.

ΕΡ. Αυτός τι κόσμος είναι;

ΑΠ. Ένας κόσμος όμορφος, καλός, που λειτουργεί με κώδικες που δεν γίνονται κατανοητοί από τον καθένα.

Η μαθήτρια αυτή προσδίδει στα μαθηματικά ένα εξωπραγματικό στοιχείο, όπως ακριβώς έκανε και η μαθήτρια της οποίας η συνέντευξη παρατέθηκε κατά την εξέταση του μηχανισμού της φοβικής αποφυγής. Η διαφορά έγκειται στα χαρακτηριστικά που κάθε μια προσδίδει στα μαθηματικά. Η μια μαθήτρια τα θεωρεί σαν πράγμα που βρίσκεται σε ένα μαύρο διάστημα και που κινείται απειλητικά εναντίον της. Η άλλη θεωρεί ότι ο κόσμος των μαθηματικών είναι ένας κόσμος όμορφος, καλός, ''αγγελικά πλασμένος''.

Από το περιεχόμενο της συνέντευξης καθίσταται φανερή η ανάγκη της μαθήτριας να δημιουργήσει έναν ασφαλή ιδιωτικό χώρο, στον οποίο έχουν δικαίωμα πρόσβασης μόνο οι μυημένοι. Είναι πιθανό το συναίσθημα αυτό να βρίσκεται σε αντίθεση με ασυνείδητες επιθυμίες καταστροφής και επιθετικότητας και να συνιστά πράξη επανόρθωσης. Για τη μαθήτρια αυτήν, τα μαθηματικά εξιδανικεύονται και ενδοβάλλονται, με στόχο να αποτελέσουν υλικό για τη δόμηση ενός κόσμου που χαρακτηρίζεται από τις αρετές της καλοσύνης και της ψυχικής ομορφιάς. Οι αρετές αυτές, πιθανώς έχουν σκοπό να αποτρέψουν τη βίωση μιας οδυνηρής ψυχικής πραγματικότητας, που συνδέεται με επιθυμίες καταστροφής και τις συνεπακόλουθες ενοχές.

Από τη θέση αυτή, και με αφορμή τις ως άνω ερμηνείες, θα τονισθεί, για άλλη μια φορά η, σε κάποιο βαθμό, σχετικότητα των ορισμών. Παρόλο που η ονομασία *επανόρθωση* αποδίδει το περιεχόμενο των ερωτήσεων, θα ήταν δυνατό να αντιπροταθεί η ονομασία *μετουσίωση*. Για τη θεμελίωση αυτού του ισχυρισμού θα παρατεθεί ένα απόσπασμα από τον Laplanche και τον Pontalis (1986, σ. 322): «Οι απόψεις της M. Klein που θεωρεί τη μετουσίωση ως τάση επανόρθωσης και ανασύστασης του ''καλού'' αντικειμένου μετά τον κατακερματισμό που επέφεραν οι καταστροφικές ενορμήσεις μπορούν επίσης να ενταχθούν στην ίδια θεωρητική γραμμή (με αυτές του Freud για τη μετουσίωση)».

Οι δύο υπόλοιπες ερωτήσεις της πρώτης ομάδας, δηλαδή οι Q8 και Q22, πιστεύουμε ότι δεν συνδέθηκαν πολύ στενά με κάποιες από τις υπόλοιπες γιατί το περιεχόμενο τους δεν παρέπεμψε τους μαθητές με πολύ σαφή τρόπο σε ένα συγκεκριμένο μηχανισμό άμυνας.

Η Q8 εκφράζει την άποψη πως «Η ενασχόληση με τα μαθηματικά είναι κάτι σημαντικό, που είναι η βάση για οτιδήποτε άλλο». Η άποψη αυτή είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι εκφράζει τον μηχανισμό της επανόρθωσης, εφόσον θεωρεί τα μαθηματικά ως δομικό στοιχείο και μάλιστα βάση - θεμέλιο όλων των διανοητικών κατασκευών (Nimier, 1988, σ. 135). Η ίδια άποψη, μέσα από μια άλλη οπτική γωνία θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι εκφράζει μιαν εξιδανικευμένη άποψη για τα μαθηματικά, γιατί, προφανώς τα μαθηματικά δεν είναι η βάση για οτιδήποτε άλλο, οπότε παραπέμπει στον μηχανισμό της εξιδανίκευσης.

Όσον αφορά την Q22, η οποία εκφράζει την άποψη ότι «Τα μαθηματικά σου επιτρέπουν να αναπτύξεις ορθή λογική», είναι δυνατό να ενταχθεί στον μηχανισμό της ενδοβολής· γιατί είναι πιθανόν κάποιοι μαθητές να ενδοβάλουν την αυστηρή λογική που διέπει τα μαθηματικά, με σκοπό να την οικειοποιηθούν και να τη χρησιμοποιήσουν ως δομικό στοιχείο στην προσωπικότητά τους (Nimier, 1988, σ. 137). Επίσης θα ήταν δυνατό να θεωρηθεί ότι εντάσσεται στον μηχανισμό της εξιδανίκευσης, εάν εκληφθεί ως σωστή η αντίθετη άποψη απ' αυτήν που εκφράζει η Q22, δηλαδή ότι η ορθή λογική είναι αυτή που βοηθάει στην καλή επίδοση στα μαθηματικά. Σε τελική ανάλυση είναι πιθανό μεταξύ των εννοιών *ενασχόληση με τα μαθηματικά* και *ανάπτυξη ορθής λογικής* να μην υφίσταται σαφής σχέση αιτίου και αποτελέσματος, αλλά η μεταξύ τους συσχέτιση να λειτουργεί με αμφίδρομο τρόπο. Κατά τη γνώμη μας, οι παραπάνω διαφορετικές εκδοχές οδήγησαν τους μαθητές να ''τοποθετήσουν'' την Q22 στην ίδια ομάδα μαζί με τις μεταβλητές που εκφράζουν τους μηχανισμούς της εξιδανίκευσης και τους μηχανισμούς της ενδοβολής, χωρίς να δώσουν ιδιαίτερη βαρύτητα στη μια ή στην άλλη εκδοχή.

ΔΕΥΤΕΡΗ ΟΜΑΔΑ

Μεταβλητές, Q12, Q14, Q15

Q12 Είναι κάτι μέσα από το οποίο συνεχώς ανακαλύπτεις καινούρια πράγματα.

Q14 Είναι ένας τρόπος για να εκπαιδεύσω το μυαλό μου.

Q15 Είναι ένας τρόπος για να βρω σχέσεις ανάμεσα σε διαφορετικά πράγματα.

Οι τρεις αυτές ερωτήσεις εκφράζουν κάποιες θετικές και αντικειμενικές όψεις της μαθηματικής επιστήμης (και όλων των υπολοίπων βέβαια επιστημών) και δεν περιέχουν τους υπερβολικούς ισχυρισμούς των Q17 και Q21, δηλαδή ότι τα μαθηματικά μπορούν να δημιουργήσουν μια προσωπικότητα δυνατή και ισορροπημένη. Επίσης δεν τονίζουν έντονα, όπως οι Q19 και Q20, το κατασκευαστικό - δομικό στοιχείο. Επομένως είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι αντιστοιχούν στον μηχανισμό της **ενδοβολής**.

Σύμφωνα με Laplanche και τον Pontalis (1986, σ. 183): *«Ενδοβολή είναι διεργασία την οποία φέρνει στο φως η αναλυτική έρευνα: το υποκείμενο μεταφέρει με φαντασιωσικό τρόπο, από ''έξω'' προς τα ''μέσα'', αντικείμενα και σύμφυτες ιδιότητές τους. Η ενδοβολή είναι έννοια συγγενής της ενσωμάτωσης, η οποία αποτελεί το σωματικό της πρωτότυπο, αλλά δεν προϋποθέτει απαραιτήτως συγκεκριμένη αναφορά στα σωματικά όρια (ενδοβολή στο εγώ, στο ιδεώδες του εγώ κλπ). Η ενδοβολή βρίσκεται σε συνάφεια με την ταύτιση».*

Η χρησιμοποίηση ορισμένων από τα χαρακτηριστικά των μαθηματικών, με στόχο την ενεργοποίηση του μηχανισμού της ενδοβολής, περιγράφεται αμέσως παρακάτω από τον Nimier (1988, σ. 137 - 138):

> «Τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα που επιμένει στην ακρίβεια, στον διαχωρισμό και στην ταξινόμηση του γνωστικού αντικειμένου της. Δεν ανέχεται το διφορούμενο και την ασάφεια. Στα γαλλικά ή σε μια ξένη γλώσσα, μια λέξη αναφέρεται περισσότερο ή λιγότερο σε μια πραγματικότητα· στα μαθηματικά αυτό δεν είναι δυνατόν. Σ' αυτή τη γλώσσα (τα μαθηματικά)...η έννοια που αντιστοιχεί στο κάθε σύμβολο είναι απόλυτη και αυθαίρετη και διέπεται από κανόνες που

δεν επιδέχονται καμία εξαίρεση. Ο χαρακτήρας αυτών των κανόνων είναι πολύ περισσότερο αυστηρός από αυτών, για παράδειγμα, της ορθογραφίας. Η έλλειψη σεβασμού στους κανόνες της ορθογραφίας δεν σημαίνει πάντοτε και αλλοίωση του νοήματος. Η ανυπακοή στους κανόνες των μαθηματικών καθιστά αδύνατη τη χρήση τους. Μου φαίνεται πως κάποιοι μαθητές ενδοβάλλουν αυτήν τη πλευρά του μαθηματικού αντικειμένου, για να το οικειοποιηθούν και να το χρησιμοποιήσουν ως δομικό στοιχείο στην προσωπικότητά τους. Έχουν την εντύπωση ότι τα μαθηματικά μπορούν να βάλουν σε κάποια τάξη τον εσωτερικό τους κόσμο, δηλαδή να τους βοηθήσουν να παλέψουν ενάντια στις ενορμήσεις που θεωρούν κακές...Τα μαθηματικά, (σ' αυτούς τους μαθητές) προσφέρουν τη δυνατότητα να αποκτήσουν εσωτερική σταθερότητα ή να ελέγξουν την υπάρχουσα. Με άλλα λόγια εξυπηρετούν στον καθορισμό των ορίων, και κάποιες φορές στην ενίσχυση του Εγώ».

Από συνέντευξη μαθητού:

ΕΡ. Πως φαντάζεσαι τα μαθηματικά;

ΑΠ. Είναι ένας τρόπος να συνδέω πράγματα μεταξύ τους, π.χ. μια ψυχική κατάσταση με κάποια άλλη, ακόμα και όταν βλέπεις ένα όνειρο μπορείς να το συνδέσεις με τα μαθηματικά, εννοώ ότι μπορεί να το συνδέσεις με κάποιο στοιχείο από την καθημερινότητα, δηλαδή τα μαθηματικά είναι κάτι πολύ ανωτέρω από πρόσθεση, αφαίρεση κλπ που πιστεύουμε ότι είναι οι περισσότεροι, δηλαδή τα μαθηματικά είναι κάτι απέραντο που συνδέεται και με το υποσυνείδητο, γενικά είναι πολύ σημαντικά.

Ένα από τα χαρακτηριστικά των μαθηματικών είναι η ποσοτική έκφραση, μέσω μαθηματικών τύπων, της σύνδεσης διαφορετικών μεταξύ τους στοιχείων. Το χαρακτηριστικό αυτό έχει ευρεία εφαρμογή σε πολλές επιστήμες.

Για παράδειγμα, στη Φυσική υπάρχει ο τύπος $F = m.\gamma$, όπου F παριστάνει τη δύναμη που εξασκείται σε ένα υλικό σώμα, m είναι η μάζα του σώματος και γ είναι η επιτάχυνση που προσδίδεται στο σώμα. Αντίστοιχοι τύποι υπάρχουν σε πολλές άλλες επιστήμες. Ο μαθηματικός αυτός τύπος, όπως και όλοι οι άλλοι μαθηματικοί τύποι, αντλεί τη δύναμή του από το γεγονός ότι δεν εκφράζει μόνο

τον τρόπο της σύνδεσης, αλλά δίνει και πολύ σημαντικές ποσοτικές πληροφορίες. Στον ανωτέρω τύπο, για παράδειγμα, εάν είναι γνωστά τα δύο από τα τρία στοιχεία που περιέχει, τότε υπολογίζεται και το τρίτο, επομένως, εάν σε ένα σώμα ασκείται μια δύναμη, τότε είναι βέβαιο ότι αφενός θα υπάρξει επιτάχυνση και αφετέρου θα μπορεί να υπολογιστεί επακριβώς η τιμή αυτής της επιτάχυνσης. Η μαθηματικοποίηση λοιπόν, είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι αποτελεί μια μορφή κυριαρχίας πάνω σε ένα κόσμο που συχνά είναι ρευστός και ευμετάβλητος.

Παλαιότερα υπήρχε η εντύπωση ότι η μαθηματικοποίηση ήταν χαρακτηριστικό ορισμένων μόνο επιστημών, των λεγομένων θετικών. Στη σημερινή εποχή η τάση αυτή επεκτείνεται σε όλο και περισσότερα γνωστικά πεδία και μάλιστα θεωρείται ότι η έκφραση με μαθηματικούς τύπους της σύνδεσης ορισμένων από τα στοιχεία μιας επιστήμης προσδίδει ένα ιδιαίτερο κύρος στην επιστήμη αυτή.

Η γοητεία που ασκούν οι μαθηματικού τύπου συνδέσεις στο συγκεκριμένο μαθητή είναι μεγάλη, ίσως διότι πιστεύει ότι η γνώση των μαθηματικών του δίνει τη δυνατότητα της σύνδεσης, μεταξύ τους, των στοιχείων του εσωτερικού του κόσμου. Η λέξη *σύνδεση* χρησιμοποιείται τρεις φορές. Την πρώτη φορά εκφράζει τη σύνδεση ψυχικών καταστάσεων, τη δεύτερη φορά τη σύνδεση του ονείρου με την καθημερινότητα και την τρίτη τη σύνδεση των μαθηματικών με το υποσυνείδητο. Είναι πολύ πιθανό η έντονη αυτή ανάγκη για σύνδεση να αποτελεί αντιστάθμισμα μιας εσωτερικής αταξίας και αναρχίας.

Στη συγκεκριμένη συνέντευξη ο μαθητής χρησιμοποιεί ιδιότητες σύμφυτες με τα μαθηματικά, τις οποίες επεκτείνει και σε χώρους όπου δεν είναι πολύ πιθανή η εφαρμογή τους. Η οικειοποίηση από τον μαθητή αντικειμενικών ιδιοτήτων της μαθηματικής επιστήμης του δίνουν τη δυνατότητα να βάλει σε μιαν τάξη τον εσωτερικό του χώρο και να αντιμετωπίσει τις επικίνδυνες ενορμήσεις.

Τελευταία από τις ερωτήσεις που αποτελούν την προς εξέταση κλάση είναι η Q2 (Έχω την εντύπωση πως κάτι δημιουργώ όταν λύνω ένα πρόβλημα). Η Q2 στο γαλλικό κείμενο περιέχει τη λέξη "construire", η οποία μεταφράζεται "κατασκευάζω". Οι συνεντεύξεις, όμως και η προέρευνα έδειξαν ότι οι Έλληνες μαθητές είχαν δυσκολίες στην κατανόηση αυτής της ερώτησης και έτσι αντί της

λέξης "κατασκευάζω" επελέγη η λέξη "δημιουργώ", που δεν είναι ακριβώς ισοδύναμη με τη γαλλική, αλλά ήταν κάπως πιο κατανοητή στους μαθητές. Παρά την αλλαγή που πραγματοποιήθηκε, φαίνεται πως η Q2 δεν έγινε κατανοητή με πολύ ξεκάθαρο και συγκεκριμένο τρόπο στους μαθητές, ώστε να συσχετισθεί έντονα με κάποιες άλλες μεταβλητές. Έτσι στο παραγοντικό διάγραμμα, όπως και στο δενδρόγραμμα, εμφανίζεται μεν στις ίδια ομάδα με τις μεταβλητές που δηλώνουν θετική στάση, αλλά σε σχετική απόσταση και χωρίς να συνδέεται ιδιαίτερα με κάποια από αυτές.

Παρατηρήσεις

Α) Όσον αφορά τους μηχανισμούς άμυνας που αντιστοιχούν στην κλάση D2 των μεταβλητών κρίνεται αναγκαία η επανάληψη της παρατήρησης που έγινε στην εισαγωγή του κεφαλαίου, δηλαδή ότι υπάρχει ο κίνδυνος να γίνουν με μηχανικό τρόπο διαχωρισμοί των διαφόρων μηχανισμών άμυνας και έτσι να αγνοηθεί η σύνθετη επενέργειά τους. Πιστεύουμε ότι η σχετική αξία των διαχωρισμών έγκειται στην προσπάθεια για ξεχωριστή μελέτη των παραγόντων που επενεργούν σε ένα φαινόμενο. Το θέμα της συνθετικής επενέργειας και αλληλοεμπλοκής των διαφόρων μηχανισμών άμυνας θα εξετασθεί κατά την παρουσίαση του διαχωρισμού του συνόλου των μαθητών σε ομάδες (κλάσεις), οπότε θα φανεί ότι οι μαθητές χρησιμοποιούν, κατά κανόνα, συμπλέγματα αμυνών.

Β) Τα αποτελέσματα της στατιστικής επεξεργασίας του Nimier, όσον αφορά την κλάση D2, παρουσιάζουν ορισμένες διαφορές από αυτά στα οποία εμείς καταλήξαμε. Σύμφωνα με τον Nimier, οι ερωτήσεις που ερμηνεύονται από τον θετικό ημιάξονα του πρώτου παραγοντικού άξονα είναι οι Q2, Q8, Q12, Q19, Q20, Q14, Q15, Q17, Q21, Q22 και οι Q4, Q5, Q7. Σύμφωνα με τη δική μας επεξεργασία οι ερωτήσεις που ερμηνεύονται από τον θετικό ημιάξονα του πρώτου παραγοντικού άξονα είναι οι Q2, Q8, Q12, Q19, Q20, Q14, Q15, Q17, Q21, Q22, ενώ οι ερωτήσεις Q4, Q5, Q7 ερμηνεύονται από τον δεύτερο παραγοντικό άξονα. Στον ρόλο του παράγοντα αυτού θα γίνει εκτενής αναφορά στο επόμενο υποκεφάλαιο.

Γ) Η έρευνα στους μαθητές επικεντρώθηκε στη θετική ή αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά που εξαρτάται από τους αμυντικούς μηχανισμούς. Η ως άνω χρησιμοποίηση του όρου *στάση* απαιτεί να γίνουν ορισμένες διευκρινίσεις

όσον αφορά την έννοια της *στάσης*. Από τους ποικίλους ορισμούς θα αναφερθούν δύο οι οποίοι μας φάνηκαν πιο χαρακτηριστικοί, ο πρώτος είναι γενικότερος, ενώ ο δεύτερος αφορά μόνο τα μαθηματικά. Σύμφωνα με τον πρώτο ορισμό, *στάση* είναι η τάση του υποκειμένου να νοιώθει και να αντιδρά με ομοιόμορφο τρόπο απέναντι σε συγκεκριμένα γεγονότα, άτομα ή φορείς, αντικείμενα ή και μαθήματα. Πρόκειται για μια σχετικά μόνιμη κατάσταση που εμπεριέχει ισόρροπα γνωστικούς και συναισθηματικούς παράγοντες (Schoenfeld, 1982, σ. 282). Κατά τον δεύτερο ορισμό, απαραίτητη προϋπόθεση για να έχει ένα άτομο θετική στάση ως προς τα μαθηματικά είναι αφενός να νοιώθει έλξη για τα μαθηματικά και αφετέρου να αισθάνεται ικανός να διαπραγματεύεται καταστάσεις, οι οποίες απαιτούν μαθηματική σκέψη (Australian Education Council, 1991, σ. 3)

Για τη μέτρηση των στάσεων έχουν, από διάφορους ερευνητές, χρησιμοποιηθεί ορισμένες κλίμακες. Για παράδειγμα, εννέα κλίμακες που αφορούν: τη στάση ως προς την επιτυχία στα μαθηματικά, την αυτοπεποίθηση για τα μαθηματικά, το άγχος για τα μαθηματικά, την άποψη για τη στάση της μητέρας απέναντι στο παιδί της που μαθαίνει μαθηματικά, την άποψη για τη στάση του πατέρα απέναντι στο παιδί του που μαθαίνει μαθηματικά, την άποψη για τη στάση του δασκάλου απέναντι στο μαθητή του στον οποίο διδάσκει μαθηματικά, τα μαθηματικά ως ανδρικό γνωστικό τομέα, το κίνητρο αποτελεσματικότητας και τέλος τη χρησιμότητα των μαθηματικών (Fenemma E. και Sherman, 1976). Επίσης, τέσσερις κλίμακες που αφορούν: τα μαθηματικά ως διαδικασία, τη δυσκολία των μαθηματικών, τη σημασία και την απόλαυση από τα μαθηματικά (Φιλίππου, 1992) ή κλίμακες που αφορούν τη σημαντικότητα, τη δυσκολία και τη διασκέδαση όταν μαθαίνουμε μαθηματικά (Aiken, 1970).

Στην παρούσα έρευνά, όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο όρος *στάση* εκφράζει τη θετική ή αρνητική αντιμετώπιση των μαθηματικών που εξαρτάται αποκλειστικά από τους αμυντικούς μηχανισμούς οι οποίοι χρησιμοποιούνται σε σχέση με αυτά.

Με τον όρο αρνητική στάση εννοούμε τη στάση που χαρακτηρίζεται από τους μηχανισμούς της φοβικής αποφυγής, της απώθηση και της προβολής, ενώ με τον όρο θετική στάση εννοούμε μια στάση που χαρακτηρίζεται από τους μηχανισμούς της εξιδανίκευσης, της επανόρθωσης και της ενδοβολής των μαθηματικών ως ''καλού'' αντικειμένου.

Παρότι ο ανωτέρω ορισμός προσδίδει στον όρο στάση μια πιο περιορισμένη έννοια, η έννοια αυτή δεν απέχει πολύ από τους ορισμούς που συμπεριλαμβάνουν περισσότερους παράγοντες. Αμέσως παρακάτω θα γίνει αναφορά σε ορισμένες έρευνες, στις οποίες για την εκτίμηση της στάσης ως προς τα μαθηματικά ελήφθησαν υπόψη και μη ψυχολογικοί παράγοντες. Από τα αποτελέσματα αυτών των ερευνών κατέστη φανερή η μεγάλη σημασία των ψυχολογικών, σε σχέση με τους υπόλοιπους παράγοντες.

Ο Φιλίππου και ο Χρήστου (1997, σ. 40) σε έρευνα που διεξήγαν διαπίστωσαν ότι: « Η φοβία είναι ο μόνος παράγοντας με σταθερά ''ψηλό'' δείκτη συσχέτισης (>0,30), που σχετίζεται σημαντικά με όλους τους άλλους παράγοντες των στάσεων προς τα μαθηματικά, εκτός από τα εσωτερικά κίνητρα» Επίσης οι Καραγεώργος, Κασιμάτη και Γιαλαμάς (1996, σ. 217) κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το άγχος κατέχει την κυρίαρχη θέση ανάμεσα στους παράγοντες που καθορίζουν τη στάση των μαθητών. Οι Παλαιολόγου, Κουτρουμάνος και Γιαλαμάς (1997, σ. 189) υποστηρίζουν ότι το άγχος για τα μαθηματικά αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για τη σχολική επιτυχία του παιδιού στο μάθημα αυτό. Τα ανωτέρω συμπεράσματα παραπέμπουν στον παράγοντα *μηχανισμοί άμυνας ως προς τα μαθηματικά*, εφόσον οι αμυντικοί μηχανισμοί συνδέονται άμεσα με τη διαχείριση του άγχους.

Συμπεράσματα από την ερμηνεία του πρώτου παράγοντα

Ο πρώτος παράγοντας εκφράζει την αντίθεση - διαφοροποίηση μεταξύ μιας θετικής και μιας αρνητικής στάσης ως προς τα μαθηματικά, ανάλογα με τους αμυντικούς μηχανισμούς που χρησιμοποιούνται.

Στο αρνητικό τμήμα του περιέχει άμυνες φοβικού τύπου (φοβική αποφυγή, απώθηση, προβολή), ενώ στο θετικό τμήμα περιέχει άμυνες που οδηγούν σε θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά (εξιδανίκευση, ενδοβολή, επανόρθωση).

Οι μεταβλητές που κυρίως συμβάλλουν στην ερμηνεία (διαμόρφωση) του πρώτου παραγοντικού άξονα, είναι: για μεν τον θετικό ημιάξονα, οι μεταβλητές Q19, Q20, Q8, που εκφράζουν τον μηχανισμό της επανόρθωσης,

για δε τον αρνητικό ημιάξονα, οι μεταβλητές Q9, Q13, Q10, Q11, Q1 που εκφράζουν τους μηχανισμούς της απώθησης και της φοβικής αποφυγής αντίστοιχα. Αυτό φαίνεται από τον πίνακα συντεταγμένων των μεταβλητών ως προς τους παραγοντικούς άξονες (Παρ. Α, πίνακας 4), όπου οι μεταβλητές αυτές χαρακτηρίζονται από μεγάλες τιμές, άρα έχουν και τη μεγαλύτερη συνεισφορά στη διαμόρφωση του παράγοντα.

Από όλα τα ανωτέρω καθίσταται φανερό ότι ισχύει η υπόθεση που τέθηκε στην αρχή της έρευνας, σύμφωνα με την οποία η θετική ή αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά εξαρτάται και από τους μηχανισμούς άμυνας απέναντι σ' αυτά. (ειδική υπόθεση).

Κλείνοντας το τμήμα της μελέτης που αφορά την ερμηνεία των μηχανισμών άμυνας που χαρακτηρίζουν τις κλάσεις D1 και D2, και προκειμένου να διασαφηνισθεί πλήρως η σύνδεση της θετικής ή αρνητικής στάσης με τους αντίστοιχους μηχανισμούς άμυνας, κρίνεται σκόπιμο να παρατεθεί η συνέντευξη μιας μαθήτριας. Η συνέντευξη αυτή είναι χαρακτηριστική των ιδιαίτερων τρόπων με τους οποίους η συγκεκριμένη μαθήτρια χρησιμοποιεί τους μηχανισμούς άμυνας απέναντι στα μαθηματικά.

Συνέντευξη της Βίβιαν

ΕΡ. Πως ήταν η μέχρι τώρα πορεία σου στα μαθηματικά;

ΑΠ. Στο Γυμνάσιο ήμουνα μάλλον καλή μαθήτρια, ενώ στο Λύκειο δεν τα πηγαίνω καλά

ΕΡ. Γιατί, ενώ ήσουν καλή στα μαθηματικά στο Γυμνάσιο, η απόδοσή σου μειώθηκε στο Λύκειο;

ΑΠ. Είχα ένα καθηγητή στην Α΄ Λυκείου που έκανε γρήγορο μάθημα και έβαζε πολύ δύσκολες ασκήσεις.

ΕΡ. Πως βλέπεις τα μαθηματικά;

ΑΠ. Στα μαθηματικά βρίσκω κάποιους κλάδους τελείως γελοίους και άχρηστους πχ τι χρειαζόμαστε τους λογαρίθμους, ενώ οι εξισώσεις μου αρέσουν, μπορώ να τις λύσω.

ΕΡ. Πως φαντάζεσαι τα μαθηματικά;

ΑΠ. Όπως οι Γαλάτες στις ιστορίες του Αστερίξ που είχαν τον φόβο ότι θα πέσει ο ουρανός στο κεφάλι τους, έτσι φαντάζομαι και εγώ τα μαθηματικά, όσο στέκονται ψηλά εντάξει, όταν

αρχίζουν να πλησιάζουν με ασκήσεις και διαγωνισμούς, ο ουρανός γεμίζει αστεράκια, γενικό μπλακ - άουτ.

ΕΡ. Δηλαδή υπάρχει κάποιος κίνδυνος;

ΑΠ. Ένας κίνδυνος που αιωρείται, αλλά που όταν σκάσει, θα σκάσει για τα καλά

ΕΡ. Πως κρίνεις τα μαθηματικά σαν επιστήμη;

ΑΠ. Τα κρίνω ωραία και θα μου άρεσε να λύνω ασκήσεις, είναι χρήσιμη επιστήμη και μπορεί να κάνει καλό στον άνθρωπο.

ΕΡ. Τι νοιώθεις για αυτούς που είναι καλοί στα μαθηματικά;

ΑΠ. Είναι λογικά παιδιά, δεν απελπίζονται, είναι καλοί στις κοινωνικές σχέσεις επικοινωνούν καλά, δεν μπα να γίνει ο χαλασμός, θα πάρουν ένα στυλό, ένα μολύβι και θα το αντιμετωπίσουν. Αν όμως κανείς ασχολείται υπερβολικά κινδυνεύει να απομονωθεί και να γίνει αντικοινωνικό άτομο.

ΕΡ. Γιατί δεν σου αρέσει να ασχολείσαι αρκετά με τα μαθηματικά;

ΑΠ. Για το αβέβαιο αποτέλεσμα, μπορεί να δουλεύεις ώρες και να μην καταλήξεις πουθενά, δηλαδή θέλω να αρχίζω και κάτι να βγει στο τέλος, δηλαδή θέλω η δουλειά μου να βγει σε σίγουρο αποτέλεσμα. Τα θέματα των μαθηματικών είναι αφηρημένα, δεν μπορεί να περιμένει κάποιος κάτι συγκεκριμένο, πάντα είχα μια αίσθηση ανασφάλειας, ποτέ δεν μπορώ να πέσω στα σίγουρα, γενικά το θεωρώ ανασφαλές μάθημα. Ενώ για την ιστορία που έχω διαβάσει είμαι σίγουρη για τον εαυτό μου, ενώ με τα μαθηματικά ποτέ δεν είμαι σίγουρη για τον εαυτό μου

ΕΡ. Πως βρίσκεις την απασχόληση με τα μαθηματικά;

ΑΠ. Σαν κάτι υποχρεωτικό - το έχω πάρει στραβά το θέμα που λέμε - αν δεν ήταν μάθημα του σχολείου δεν θα καθόμουνα με τίποτα να ασχοληθώ

Σχόλια

Στη φαντασία της Βίβιαν τα μαθηματικά είναι ένα φοβικό αντικείμενο (ο ουρανός, με την έννοια που του είχαν προσδώσει οι Γαλάτες στα παραμύθια του Αστερίξ) το οποίο πρέπει πάντα να βρίσκεται μακριά και σε απόσταση ασφαλείας. Όσο υπάρχει αυτή η μεγάλη απόσταση, η Βίβιαν αισθάνεται ασφαλής, εάν όμως το αντικείμενο αυτό την πλησιάσει, μέσα από εξετάσεις, ασκήσεις, διαγωνίσματα κλπ, τότε ο κίνδυνος είναι μεγάλος.

Η στάση της Βίβιαν γι' αυτά καθαυτά τα μαθηματικά δεν είναι ευθέως αρνητική, αντίθετα τα θεωρεί ωραία και χρήσιμα και θα ήθελε να ήταν ικανή στο χειρισμό των μαθηματικών εννοιών.

Ο αρνητισμός της Βίβιαν στρέφεται αφενός ενάντια σε ορισμένους από τους καθηγητές της, και αφετέρου ενάντια σε ορισμένους από τους κλάδους των μαθηματικών. Το γεγονός βέβαια ότι θεωρεί κάποιους κλάδους των μαθηματικών τελείως γελοίους και άχρηστους, όπως και το ότι βρίσκει την απασχόληση με τα μαθηματικά ως κάτι υποχρεωτικό, δημιουργεί την υποψία ότι η στάση της ως προς τα μαθηματικά είναι περισσότερο αμφιθυμική από ότι η ίδια αφήνει να φανεί στη συνέντευξη.

Κατά τη γνώμη μας, η συγκεκριμένη μαθήτρια ταυτίζει τα μαθηματικά όχι με τον ουρανό, αλλά με τον παντοδύναμο κάτοικο του, δηλαδή τον Θεό. Οι διαμαρτυρίες στρέφονται, κυρίως εναντίον των γήινων εκπροσώπων του (καθηγητές, άτομα που επιλέγουν τους μαθηματικούς κλάδους οι οποίοι θα διδαχθούν στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση), αλλά όχι ενάντια στον Θεό (Μαθηματικά). Το θεϊκό στοιχείο που προσδίδει η Βίβιαν στα μαθηματικά, ίσως είναι ο λόγος που δεν της επιτρέπει να εκφράσει τον αρνητισμό απέναντί τους με έναν πιο ευθύ και ξεκάθαρο τρόπο. Δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι, παρότι θεωρεί την απασχόληση με τα μαθηματικά ως κάτι υποχρεωτικό, ρίχνει στον εαυτό της την ευθύνη για τον τρόπο που η ίδια αντιμετωπίζει τα μαθηματικά. Αυτό φαίνεται από τη φράση "το έχω πάρει στραβά το θέμα που λέμε", η οποία φράση επεξηγεί τον λόγο για τον οποίο θεωρεί την απασχόληση με τα μαθηματικά ως κάτι υποχρεωτικό, και βέβαια δηλώνει ότι δεν φταινε τα μαθηματικά, αλλά η ευθύνη ανήκει στην ίδια.

Από τα ανωτέρω είναι φανερό ότι ο κυρίαρχος αμυντικός μηχανισμός που χαρακτηρίζει τη Βίβιαν είναι η φοβική αποφυγή, δηλαδή ένας εσωτερικός φόβος έχει μετατεθεί στα μαθηματικά και η Βίβιαν αποφεύγοντάς τα, αμύνεται ενάντια σ' αυτόν τον φόβο.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό από τη συνέντευξη της Βίβιαν είναι ότι, παρότι η φοβική αποφυγή εμφανίζεται ως κυρίαρχος μηχανισμός, δεν λείπουν και άλλοι αμυντικοί μηχανισμοί που συνιστούν μια αρνητική στάση ως προς τα μαθηματικά.

Η άποψη της πως κάποιοι από τους κλάδους των μαθηματικών, όπως οι λογάριθμοι, είναι γελοίοι και άχρηστοι, μπορεί να θεωρηθεί ότι εκφράζει με σαφή τρόπο το μηχανισμό της εκλογίκευσης. Ο ίδιος μηχανισμός φαίνεται και στην άποψη ότι τα μαθηματικά είναι κάτι υποχρεωτικό.

Από την ίδια συνέντευξη δεν απουσιάζει και ο μηχανισμός της προβολής. Ο μηχανισμός αυτός μπορεί να ανιχνευθεί στην άποψη που έχει η Βίβιαν για τα άτομα που ασχολούνται υπερβολικά με τα μαθηματικά (κινδυνεύουν να απομονωθούν και να γίνουν αντικοινωνικοί).

Αυτό το αίσθημα του κινδύνου και της απομόνωσης από το κοινωνικό γίγνεσθαι είναι δυνατό να ερμηνευθεί ως εξής: Ο κίνδυνος βρίσκεται στο εσωτερικό του ατόμου και, προκειμένου να αμυνθεί τον προβάλλει σε ένα εξωτερικό αντικείμενο, στην περίπτωση αυτή στα μαθηματικά.

Για τη Βίβιαν, η υπερβολική ενασχόληση με τα μαθηματικά ενέχει ένα μεγάλο κίνδυνο. Ο κίνδυνος αυτός είναι η διακοπή της επαφής με το καθημερινό γίγνεσθαι. Για τον λόγο αυτό η Βίβιαν αποδίδει την ανασφάλεια που της δημιουργούν τα μαθηματικά στο γεγονός ότι, για να έχει καλές επιδόσεις είναι απαραίτητο να φύγει από τον γνώριμο και ασφαλή χώρο του συγκεκριμένου και να μεταβεί στον αβέβαιο χώρο του αφηρημένου. Ο κίνδυνος που συνεπάγεται η μετάβαση αυτή, σύμφωνα με τη Flagey (1972, σ. 782), είναι η τραυματική εμπειρία που είναι δυνατό να υποστούν ορισμένα άτομα, όταν χρειαστεί να επενδύσουν σε αφηρημένες αναπαραστάσεις που δεν έχουν ακόμα ενσωματωθεί στην ψυχική τους πραγματικότητα.

Ένα ακόμη συμπέρασμα, το οποίο προκύπτει από τη συνέντευξη της Βίβιαν, είναι η συνύπαρξη διαφόρων αμυντικών μηχανισμών που οδηγούν σε μια αρνητική στάση ως προς τα μαθηματικά. Τη συνύπαρξη αυτή δεν τη θεωρούμε ως μεμονωμένο γεγονός, που χαρακτηρίζει τη συγκεκριμένη μαθήτρια, αλλά πιστεύουμε ότι είναι αυτό που κατά κανόνα συμβαίνει.

Ακόμη στην περίπτωση της Βίβιαν είναι δυνατό να ανιχνεύσουμε κάποιες θετικές τάσεις για τα μαθηματικά, που βέβαια δεν είναι οι κυρίαρχες. Για παράδειγμα οι ιδιότητες που αποδίδει στους καλούς μαθητές στα μαθηματικά, δηλαδή ότι οι μαθητές αυτοί "είναι λογικά παιδιά, δεν απελπίζονται, είναι καλοί στις κοινωνικές σχέσεις, επικοινωνούν καλά, δεν μπα να γίνει ο χαλασμός, θα

πάρουν ένα στυλό, ένα μολύβι και θα το αντιμετωπίσουν", προφανώς δεν έχουν σχέση με την πραγματικότητα. Είναι πιθανό, μέσω της εξιδανίκευσης που πραγματοποιεί η Βίβιαν, να προβάλει στους μαθητές αυτούς ιδιότητες που θα επιθυμούσε να έχει ή ίδια. Στην ουσία η εξιδανίκευση της Βίβιαν έχει ως αντικείμενο τα ίδια τα μαθηματικά-θεό και οι καλοί μαθητές στα μαθηματικά είναι οι επί γης ευνοούμενοι του θεού, οι οποίοι έχουν το προνόμιο να μετέχουν της θεϊκής ουσίας.

Επίσης, η Βίβιαν, μέσω της άποψης ότι τα μαθηματικά είναι χρήσιμη επιστήμη και μπορεί να κάνει καλό στον άνθρωπο, φαίνεται να αναγνωρίζει και τις επανορθωτικές δυνατότητες των μαθηματικών.

Η συνύπαρξη, που παρουσιάσθηκε στην ως άνω συνέντευξη, αμυντικών μηχανισμών που οδηγούν σε αρνητική στάση με αυτούς που παραπέμπουν σε θετική στάση, θεωρούμε ότι είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί μέσω της διαδικασίας του διαχωρισμού (splitting) των μαθηματικών σε ''καλό'' και ''κακό'' αντικείμενο.

Τέλος, κρίνεται αναγκαία η διατύπωση μιας παρατήρησης που αφορά όχι μόνο την ανωτέρω συνέντευξη, αλλά και το σύνολο των συνεντεύξεων που παρουσιάζονται στην έρευνα.

Παρατήρηση : Ένας ειδικός επιστήμονας προφανώς θα είχε προσεγγίσει σε μεγαλύτερο βάθος τον ψυχισμό της Βίβιαν και πιθανώς θα είχε εξαγάγει πολύ γενικότερα συμπεράσματα. Ο συγγραφέας της παρούσας μελέτης, κατά την εξέταση του περιεχομένου της συνέντευξης αυτής (καθώς και των υπολοίπων συνεντεύξεων που παρουσιάζονται στην έρευνα) απλώς αποπειράθηκε να διακρίνει ορισμένους αμυντικούς μηχανισμούς ως προς τα μαθηματικά, χωρίς να έχει την πρόθεση ή τη δυνατότητα να επεκταθεί σε βαθύτερες αναλύσεις.

4.2.3.3 ΤΡΙΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (D3)

Η κλάση αυτή περιέχει τις μεταβλητές Q4, Q5, Q7 που αντιστοιχούν στο τμήμα D3 του δενδρογράμματος. Οι μεταβλητές αυτές ερμηνεύονται από τον δεύτερο παραγοντικό άξονα.

Q4 Αν δεν μπορώ να βρω τη λύση αισθάνομαι σαν να νικήθηκα.

Q5 Όταν βρίσκω ένα τρόπο να το προσεγγίσω, αισθάνομαι ότι κάλυψα ένα κενό.

Q7 Αν βρω αμέσως τη λύση αισθάνομαι μεγάλη ηρεμία.

Είναι φανερό ότι οι μεταβλητές που αποτελούν την κλάση αυτή εκφράζουν έναν αμυντικό μηχανισμό που χαρακτηρίζεται από την επιθυμία των μαθητών να αντιστρέψουν τα αρνητικά συναισθήματα που τους δημιουργούνται από την ήττα – έλλειψη, σε αισθήματα νίκης - πλήρωσης.

Ο Nimier (1988, σ. 39-141) γράφει γι' αυτήν την κλάση: «Οι ερωτήσεις αυτές εκφράζουν, για το υποκείμενο, ένα δυσάρεστο συναίσθημα (έχω νικηθεί - κατέχω ένα κενό) και τη δυνατότητα να ξεπερασθεί (το δυσάρεστο συναίσθημα) κάθε φορά που το υποκείμενο βρίσκει τη σωστή λύση. Ερμηνεύω αυτό το δυσάρεστο συναίσθημα ως την αναζωπύρωση του ναρκισσιστικού τραύματος (σε συμβολική μορφή: Τραύμα = τρύπα - έλλειψη - ήττα) και την επιθυμία για τον μετασχηματισμό αυτού του συναισθήματος στο αντίθετό του. Για πολλούς μαθητές η αποτυχία στα μαθηματικά βιώνεται ως μια απόδειξη έλλειψης εξυπνάδας. Γι' αυτούς τους μαθητές υπάρχουν δύο είδη ανθρώπων: αυτοί που καταλαβαίνουν και αυτοί που δεν καταλαβαίνουν. Λένε επίσης ''στα μαθηματικά ή είσαι καλός ή είσαι κακός''. Έτσι τα μαθηματικά μέσα από την αυστηρότητα που τα διακρίνει, δηλαδή τη συνεχή άρνηση του διφορούμενου, μπορούν περισσότερο από κάθε άλλο μάθημα να αναζωπυρώσουν άγχη που προέρχονται από τις κάθε είδους διαφορές μεταξύ των ατόμων. Επίσης, και αυτό είναι και το σημαντικότερο, μπορούν να αναζωπυρώσουν το άγχος του ευνουχισμού που εκδηλώνεται μέσα από τη διαφορά των φύλων και είναι η βάση όλων των άλλων διαφορών...Εν κατακλείδι θα ονομάσω τον μηχανισμό που χαρακτηρίζει αυτή την ομάδα, **αντιστροφή στο αντίθετο**».

Υπέρ της περιγραφής του Nimier, συνηγορεί μια πολύ συνηθισμένη εικόνα από τη σχολική πραγματικότητα: ένα μικρό λάθος από ένα μαθητή σε γραπτή εξέταση στο μάθημα της ιστορίας μπορεί να έχει ελάχιστη βαθμολογική επίπτωση, ενώ αν το λάθος γίνει σε ένα μαθηματικό τύπο είναι πιθανό η απώλεια σε βαθμούς να είναι πολύ μεγαλύτερη. Το ανωτέρω παράδειγμα, όπως και πολλά άλλα παρόμοιου τύπου, καθιστά φανερή τη διαπίστωση ότι η ίδια η φύση των μαθηματικών (ή τουλάχιστον η μέχρι σήμερα κυρίαρχη πρακτική στη μαθηματική εκπαίδευση) οδηγεί, πολύ ευκολότερα από τα άλλα μαθήματα, σε καταστάσεις του τύπου ''όλα ή τίποτα'' και είναι πολύ συχνό φαινόμενο, μετά από ένα διαγώνισμα στα μαθηματικά, να ακούγονται από τους μαθητές φράσεις του τύπου ''έλυσα ή δεν έλυσα - βρήκα ή δεν βρήκα αποτέλεσμα''.

Από συνέντευξη μαθήτριας:

ΕΡ. Τι αισθάνεσαι όταν πρέπει να λύσεις ένα πρόβλημα μαθηματικών;

ΑΠ. Νοιώθω, αν το λύσω, σιγουριά, αυτοπεποίθηση, ότι έχω κάνει κάτι. Νοιώθω άσχημα ότι κάτι άφησα να με νικήσει όταν δεν το λύνω, νοιώθω ψιλοκατότερος.

ΕΡ. Πως φαντάζεσαι τα μαθηματικά;

ΑΠ. Ένα ανώτερο στοιχείο που προσπαθείς να προσεγγίσεις και ή θα τα καταφέρεις ή όχι. Αλλά αν δεν τα καταφέρεις τότε εντάξει· δεν ξέρω είναι κάτι άσχημο.

Είναι φανερό ότι για τη μαθήτρια αυτή υπάρχουν δύο κατηγορίες ατόμων: αυτοί που τα καταφέρνουν στα μαθηματικά = νικητές, και αυτοί που αποτυγχάνουν = νικημένοι. Στη περίπτωση της μαθήτριας αυτής τα πάντα είναι άσπρα ή μαύρα, οι αποχρώσεις έχουν εξαφανιστεί. Η αποτυχία στα μαθηματικά βιώνεται ως απώλεια της αυτοπεποίθησης, ενώ η επιτυχία λειτουργεί ως επιβεβαίωση της ανωτερότητας. Το πόσο σημαντική είναι η επιτυχία στα μαθηματικά τονίζεται παρά αναιρείται από φράσεις που προσπαθούν να μετριάσουν τη σημασία της. Η μαθήτρια, σε σχέση με τη αποτυχία στα μαθηματικά, χρησιμοποιεί μετριοπαθείς εκφράσεις, όπως ''ψιλοκατότερος'' ή ''αν δεν τα καταφέρεις τότε εντάξει''. Κάθε μια από αυτές όμως ερμηνεύεται από μια άλλη πιο έντονη έκφραση. Έτσι προκύπτουν οι νοηματικές εξισώσεις: ψιλοκατότερος = νοιώθω άσχημα ότι κάτι άφησα να με νικήσει, αν δεν τα καταφέρεις τότε εντάξει = είναι κάτι άσχημο.

Όσον αφορά την ονομασία του συγκεκριμένου μηχανισμού θα ήταν δυνατό να αντιπροταθεί η ονομασία **άρνηση της πραγματικότητας** (ναρκισσιστικής

πληγής - άγχους ευνουχισμού) μέσω της αντιστροφής. Ο μηχανισμός αυτός έχει αναλυθεί λεπτομερειακά από την A. Freud (1978, σ. 95): «Η μέθοδος της άρνησης, πάνω στην οποία βασίζεται η φαντασίωση της αντιστροφής των πραγματικών γεγονότων στο αντίθετό τους, χρησιμοποιείται σε καταστάσεις, όπου είναι αδύνατο να αποφύγει κανείς κάποια οδυνηρή εξωτερική εντύπωση». Το σημαντικό όμως είναι η περιγραφή της συγκεκριμένης λειτουργίας, με την οποία περιγραφή είμαστε απόλυτα σύμφωνοι με τον Nimier.

Ο Nimier θεωρεί ότι η κλάση αυτή ερμηνεύεται από το θετικό τμήμα του πρώτου παραγοντικού άξονα, δηλαδή εντάσσεται στις μεταβλητές που εκφράζουν θετική στάση ως προς τα μαθηματικά. Σύμφωνα με τη δική μας εκτίμηση, η θέση της τρίτης κλάσης στο παραγοντικό διάγραμμα (στον θετικό ημιάξονα ως προς τον πρώτο παραγοντικό άξονα, αλλά πλησίον του άνω άκρου του δεύτερου παραγοντικού άξονα) δηλώνει ότι η ερμηνεία της βασίζεται, κυρίως, στον δεύτερο παραγοντικό άξονα, ο οποίος, όπως θα φανεί από τον διαχωρισμό σε κλάσεις των ατόμων του δείγματος με κριτήριο τους μηχανισμούς άμυνας απέναντι στα μαθηματικά που πραγματοποιείται στο αμέσως επόμενο υποκεφάλαιο, δεν συμβάλλει στη δημιουργία σαφώς διαχωρισμένων κλάσεων, επομένως δεν μπορεί να συμμετέχει στην ερμηνεία των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών της κάθε κλάσης.

Το συμπέρασμα από τις ως άνω διαπιστώσεις είναι ότι ο δεύτερος παράγοντας, που συνδέεται με τις μεταβλητές της κλάσης D3 (Q4, Q5, Q7), αντανακλά τις απόψεις των μαθητών που θεωρούν τα μαθηματικά ως μέσο για την επίτευξη της ναρκισσιστικής αποκατάστασης.

Ένα ακόμη χαρακτηριστικό της κλάσης των μεταβλητών Q4, Q5, Q7 είναι, όπως δείχνει ο πίνακας των μέσων τιμών και των τυπικών αποκλίσεων που αντιστοιχεί στις μεταβλητές αυτές (πίνακας 1), ότι έχουν μεγάλες μέσες τιμές και μικρές τυπικές αποκλίσεις, ειδικότερα οι Q5 και Q7 έχουν τη μεγαλύτερη μέση τιμή και τη μικρότερη τυπική απόκλιση από όλες τις άλλες μεταβλητές. Επομένως η τάση που εκφράζεται από τον δεύτερο παράγοντα δεν αποτελεί ιδιαίτερο χαρακτηριστικό μιας ορισμένης κατηγορίας μαθητών, αλλά χαρακτηρίζει την πλειοψηφία των ατόμων του δείγματος. Από τα ανωτέρω προκύπτει ότι για τους Έλληνες μαθητές, ασχέτως αν έχουν θετική ή αρνητική στάση ως προς αυτά, η επιτυχία στα μαθηματικά είναι στοιχείο που παίζει πολύ μεγάλο ρόλο στον

ναρκισσισμό τους, επομένως η αποτυχία στα μαθηματικά, έστω και αν καλύπτεται από φράσεις του τύπου "τα μαθηματικά δεν μου αρέσουν'', ή ''τα μαθηματικά είναι αδιάφορα ή ανιαρά κλπ", αποτελεί πλήγμα για τον ναρκισσισμό τους.

Αυτό που κάνει εντύπωση είναι ότι στη Γαλλία που είναι μια χώρα περισσότερο προοδευμένη τεχνολογικά από την Ελλάδα, άρα η επιτυχία στα μαθηματικά αποτελεί ένα ισχυρό διαβατήριο για την κοινωνική επιτυχία, οι αντίστοιχες μέσες τιμές των Q5, Q7, Q4, είναι 3,47, 3,65 και 2,98 (Nimier, 1988, σ. 254), δηλαδή και οι τρεις μικρότερες από αυτές που αντιστοιχούν στους Έλληνες μαθητές. Οι διαφορές αυτές μπορούν να αποτελέσουν έναυσμα για μια ιδιαίτερη έρευνα προς την κατεύθυνση της επαλήθευσης της υπόθεσης ότι τα μαθηματικά αποτελούν σημαντικότερο παράγοντα αποκατάστασης του ναρκισσισμού στους Έλληνες από ό,τι στους Γάλλους μαθητές. Οι ανωτέρω διαπιστώσεις γεννούν τη σκέψη ότι ίσως δεν είναι πολύ παρακινδυνευμένη η θεώρηση ότι τα μαθηματικά παίζουν για τους Έλληνες μαθητές τον ρόλο ενός συμβολικού φαλλού.

Στο σημείο αυτό σταματά η στατιστική ανάλυση του Nimier, ο οποίος αρκείται στην ερμηνεία που προκύπτει από την Παραγοντική Ανάλυση και την Αυτόματη Ταξινόμηση των μεταβλητών. Εμείς θεωρούμε ότι για την πληρέστερη κατανόηση των μηχανισμών άμυνας ως προς τα μαθηματικά είναι απολύτως αναγκαίες και οι εξής διαδικασίες:

α) Η ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες (κλάσεις) του δείγματος των μαθητών που συμμετείχαν στην έρευνα, με στόχο τη διερεύνηση των ιδιαιτέρων αμυντικών μηχανισμών που αντιστοιχούν στην κάθε ομάδα.

β) Η συσχέτιση του *πρώτου παράγοντα*, καθώς και της *ταξινόμησης*, με κάθε μια από τις συμπληρωματικές μεταβλητές του ερωτηματολογίου (*επίδοση*, *φύλο*, *μορφωτικό επίπεδο του πατέρα*, *μορφωτικό επίπεδο της μητέρας*). Η συσχέτιση με την *επίδοση* κρίνεται ως ιδιαίτερα σημαντική, διότι με τον τρόπο αυτό είναι δυνατό να εξετασθεί το κατά πόσον η έννοια της θετικής ή αρνητικής στάσης, με κριτήριο τους μηχανισμούς άμυνας απέναντι στα μαθηματικά, είναι θεωρητική και χωρίς ιδιαίτερη πρακτική σημασία ή είναι μια έννοια που παίζει καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση της καθημερινής σχολικής πραγματικότητας.

4.2.4 ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΑ ΑΤΟΜΑ)

Με τη μέθοδο της Ανιούσας Ιεραρχικής Ανάλυσης ως προς τα άτομα του δείγματος δημιουργήθηκε μια νέα μεταβλητή (*ταξινόμηση*). Η μεταβλητή αυτή εκφράζει τον διαχωρισμό, με κριτήριο τους μηχανισμούς άμυνας ως προς τα μαθηματικά, του δείγματος των μαθητών σε τέσσερις ομοιογενείς και σαφώς διαχωρισμένες κλάσεις (ομάδες). Η επιλογή των τεσσάρων κλάσεων έγινε γιατί οι λιγότερες κλάσεις εμφανίζουν μια πολύ γενικευμένη εικόνα, ενώ οι περισσότερες κλάσεις δεν διαχωρίζουν αρκετά τις μέσες τιμές των μεταβλητών, με αποτέλεσμα οι ομάδες να μην διακρίνονται καλά μεταξύ τους.

Το άθροισμα των μαθητών που απαρτίζουν τις τέσσερις κλάσεις είναι 865 δηλαδή είναι μικρότερο από τον συνολικό αριθμό των μαθητών που συμμετείχαν στην έρευνα (1141 μαθητές). Αιτία αυτής της διαφοράς είναι ότι η διαδικασία μέσω της οποίας σχηματίζονται οι κλάσεις, όπως και άλλες στατιστικές μέθοδοι, χρησιμοποιεί μόνο τα άτομα που έχουν απαντήσει σε όλες τις ερωτήσεις.

Σημαντικές πληροφορίες για τις κλάσεις παρέχει ο παρακάτω πίνακας (πίνακας 6), στον οποίο οι στήλες εμφανίζουν τις κλάσεις που προέκυψαν από τον διαχωρισμό του δείγματος των μαθητών σε τέσσερις κλάσεις. Οι κλάσεις αυτές αποτελούν τις τέσσερις κατηγορίες της μεταβλητής *ταξινόμηση*. Ο πίνακας περιέχει, για κάθε συγκεκριμένη κλάση, τον αριθμό των ατόμων που την απαρτίζει, καθώς και τη μέση τιμή που αντιστοιχεί σε κάθε μια από τις μεταβλητές. Οι μέσες τιμές που αντιστοιχούν σε κάθε μεταβλητή που συνδέεται με τον πρώτο παράγοντα, σε συνδυασμό με την ερμηνεία που έχει ήδη δοθεί στις μεταβλητές, μπορούν να δώσουν μια πρώτη περιγραφική εικόνα για τους αμυντικούς μηχανισμούς που χαρακτηρίζουν τα άτομα της κάθε κλάσης. Οι χαρακτηρισμοί κάθε μιας από τις τέσσερις κλάσεις [1η κλάση (Αρνητική στάση), 2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση), 3η κλάση (Μάλλον θετική στάση), 4η κλάση (Θετική στάση)] που περιέχονται στον πίνακα αυτό είναι αποτέλεσμα: α) της περιγραφής, με τη βοήθεια των μέσων τιμών του πίνακα 6, των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών κάθε μιας κλάσης και β) των συμπερασμάτων από την Ανάλυση Διακύμανσης που πραγματοποιείται αμέσως μετά την περιγραφική εξέταση.

Πίνακας 6

Report

Mean

	Ταξινόμηση				
	1η κλάση (Αρνητική στάση) N=99	2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση) N=106	3η κλάση (Μάλλον θετική στάση) N=298	4η κλάση (Θετική στάση) N=362	Total N=865
Q1	4,01	3,72	3,21	2,10	2,90
Q2	2,88	3,23	3,77	4,34	3,84
Q3	4,15	3,60	2,76	1,99	2,70
Q4	3,38	2,66	3,47	3,19	3,24
Q5	4,14	4,16	4,45	4,51	4,40
Q6	3,59	3,58	2,02	1,52	2,18
Q7	4,43	4,29	4,62	4,56	4,54
Q8	2,17	2,56	3,07	4,03	3,31
Q9	3,47	2,34	1,58	1,15	1,71
Q10	4,00	3,88	2,57	1,56	2,47
Q11	3,71	3,59	2,56	1,40	2,33
Q12	2,40	3,42	3,61	4,48	3,81
Q13	4,53	4,02	2,95	1,63	2,71
Q14	3,04	4,00	4,39	4,71	4,32
Q15	2,51	3,17	3,54	3,98	3,56
Q16	4,03	3,86	3,00	2,18	2,88
Q17	1,80	2,64	2,94	3,80	3,13
Q19	2,01	2,89	3,50	4,45	3,65
Q20	1,34	1,58	2,28	3,56	2,62
Q21	1,66	2,27	2,78	3,55	2,91
Q22	2,96	3,38	3,76	4,52	3,94
Q23	3,40	2,37	2,07	1,65	2,08
Q24	3,48	2,77	2,42	2,09	2,45
Q25	3,61	2,33	2,16	1,75	2,18

Πρώτη κλάση ατόμων

Στην κλάση αυτή ανήκουν 99 άτομα, δηλαδή ποσοστό 11,45 % επί του συνολικού δείγματος των 865 ατόμων.

Οι μαθητές που ανήκουν σ' αυτήν την κλάση χρησιμοποιούν εντόνως τους αμυντικούς μηχανισμούς της φοβικής αποφυγής, απώθησης και προβολής.

Συμπέρασμα για την κατηγορία αυτή των μαθητών είναι ότι έχουν, κατά κανόνα, την πλέον **αρνητική στάση** απέναντι στα μαθηματικά.

Δεύτερη κλάση ατόμων

Στην κλάση αυτή ανήκουν 106 άτομα, δηλαδή ποσοστό 12,25 % επί του συνολικού δείγματος των 865 ατόμων.

Οι μαθητές που ανήκουν στη δεύτερη κλάση χρησιμοποιούν, όπως και οι μαθητές που απαρτίζουν την πρώτη κλάση, αμυντικούς μηχανισμούς που οδηγούν σε αρνητική αντιμετώπιση των μαθηματικών (φοβική αποφυγή, απώθηση και προβολή). Αυτό που διαφοροποιεί τη στάση των μαθητών της δεύτερης κλάσης ως προς αυτήν των μαθητών της πρώτης, είναι ότι οι παραπάνω μηχανισμοί χρησιμοποιούνται με λιγότερο έντονο τρόπο.

Συμπέρασμα για την κατηγορία αυτή των μαθητών είναι ότι εμφανίζουν **μάλλον αρνητική στάση** ως προς τα μαθηματικά.

Τρίτη κλάση ατόμων

Στην κλάση αυτή ανήκουν 298 άτομα, δηλαδή ποσοστό 34,45% επί του συνολικού δείγματος των 865 ατόμων.

Η τρίτη κλάση, όπως θα φανεί και από την Ανάλυση Διασποράς, είναι η μόνη στην οποία οι αμυντικοί μηχανισμοί απέναντι στα μαθηματικά δεν χρησιμοποιούνται με ιδιαίτερα διαφοροποιημένο τρόπο σε σχέση με τον μέσο όρο του δείγματος, επομένως η κλάση αυτή συμπεριφέρεται περίπου όπως ο μέσος όρος του δείγματος, δηλαδή εμφανίζει μια **μάλλον θετική στάση** ως προς τα μαθηματικά.

Τέταρτη κλάση ατόμων

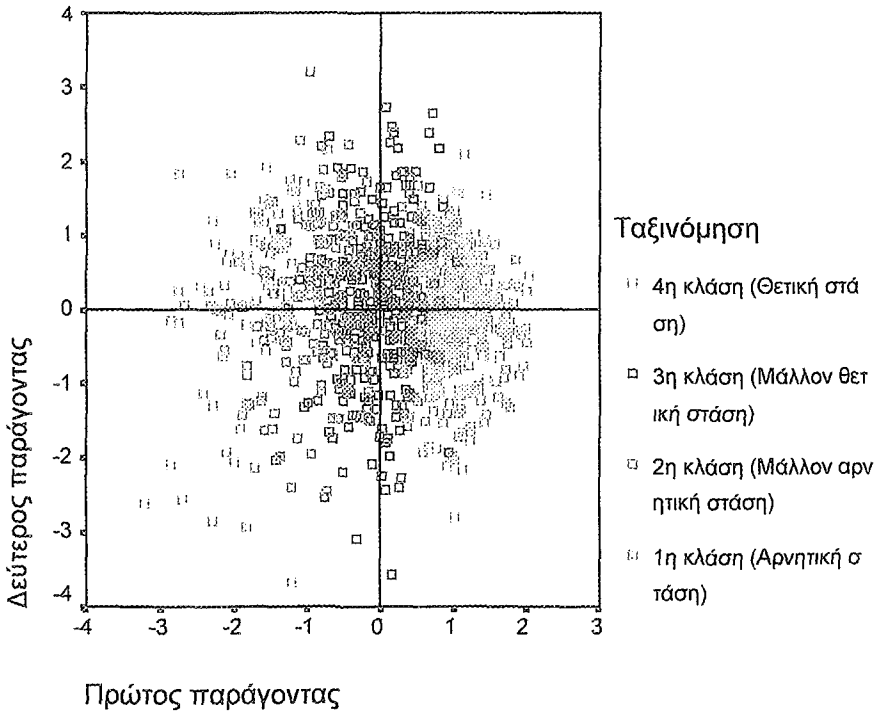
Στην κλάση αυτή ανήκουν 362 άτομα, δηλαδή ποσοστό 41,85 % επί του συνολικού δείγματος των 865 ατόμων.

Οι μαθητές που ανήκουν σ' αυτήν την κλάση χρησιμοποιούν σε έντονο βαθμό τους αμυντικούς μηχανισμούς της εξιδανίκευσης, επανόρθωσης και ενδοβολής των μαθηματικών ως "καλού" αντικειμένου.

Συμπέρασμα για την κατηγορία αυτή των μαθητών είναι ότι έχουν την περισσότερο **θετική στάση** απέναντι στα μαθηματικά.

Αμέσως παρακάτω εμφανίζεται η απεικόνιση στο διάγραμμα της Παραγοντικής Ανάλυσης των τεσσάρων κλάσεων που προκύπτουν από την *ταξινόμηση*. Από το διάγραμμα αυτό καθίσταται φανερό ότι οι 4 κλάσεις είναι σαφώς διαχωρισμένες μεταξύ τους.

Διάγραμμα 28



Στη συνέχεια τα ανωτέρω συμπεράσματα, τα οποία προέκυψαν από περιγραφικού τύπου συγκρίσεις, θα ελεγχθούν με τη μέθοδο της Ανάλυσης

Διακύμανσης ως προς Ένα Παράγοντα (One-way Anova). Επίσης, κατά την παρουσίαση των αποτελεσμάτων από την Ανάλυση Διακύμανσης θα αναφερθεί ο λόγος για τον οποίο οι μεταβλητές που συνδέονται με τον δεύτερο παράγοντα (Q4, Q5, Q7) δεν έλαβαν μέρος στην ερμηνεία των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών των κλάσεων.

Ανάλυση Διακύμανσης

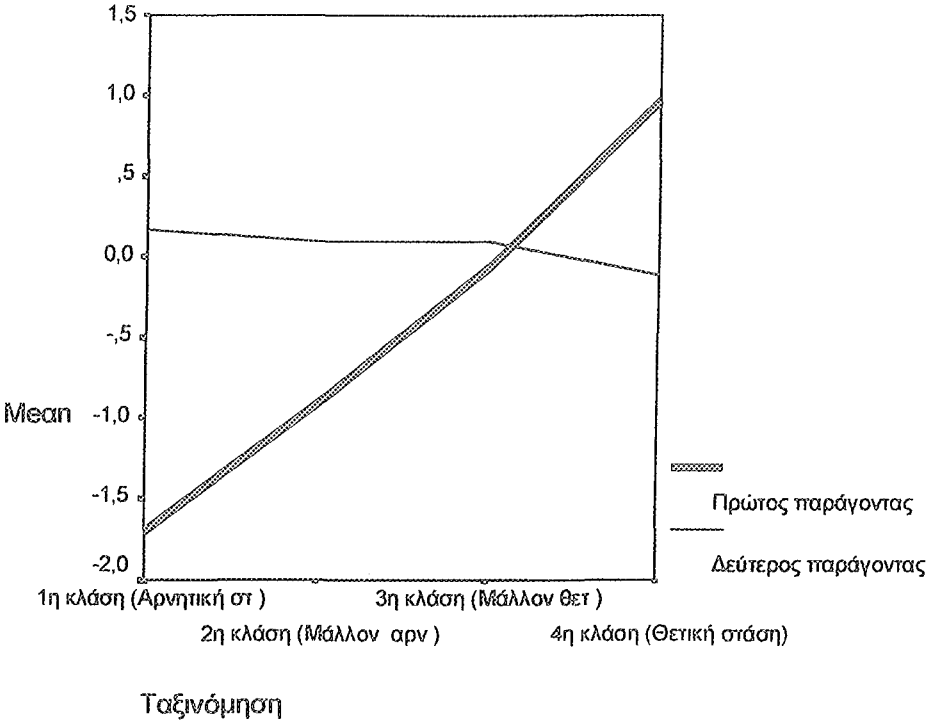
Ο έλεγχος της σχέσης των δύο παραγόντων που εξήχθηκαν από την Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες (*πρώτος και δεύτερος παράγοντας*) με την μεταβλητή *ταξινόμηση* πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο της Ανάλυσης Διακύμανσης ως προς Ένα Παράγοντα (One - Way Anova). Στο μοντέλο της Ανάλυσης Διακύμανσης ο *πρώτος* και ο *δεύτερος παράγοντας* εισήλθαν ως εξαρτημένες μεταβλητές, ενώ η *ταξινόμηση* ως ανεξάρτητη. Τα αποτελέσματα της Ανάλυσης Διακύμανσης παρουσιάζονται αμέσως παρακάτω.

Πίνακας 7

Descriptives

		Mean	Std Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean Lower Bound	Upper Bound
Πρώτος παράγοντας	1η κλάση (Αρνητική στάση)	-1,70262	,5304849	5,4E-02	-1,8095408	-1,5957080
	2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	-,9163569	,4257574	4,2E-02	-,9987514	-,8339623
	3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	-6,4E-02	,4498984	2,6E-02	-,1155849	-1,28E-02
	4η κλάση (Θετική στάση)	,9678859	,4350189	2,3E-02	,9227968	1,0129750
	Total	7,92E-02	1,010536	3,4E-02	1,149E-02	,1468314
Δεύτερος παράγοντας	1η κλάση (Αρνητική στάση)	,1730732	1,150281	,116793	-5,88E-02	,4049061
	2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	9,82E-02	1,096060	,106964	-,1139541	,3102750
	3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	9,20E-02	1,077914	6,3E-02	-3,11E-02	,2150815
	4η κλάση (Θετική στάση)	-,1119539	,7799677	4,1E-02	-,1927965	-3,11E-02
	Total	1,64E-02	,9805761	3,3E-02	-4,92E-02	8,210E-02

Διάγραμμα 29



Πίνακας 8

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig
Πρώτος παράγοντας	Between Groups	702,457	3	234,152	1152,441	,000
	Within Groups	173,718	855	,203		
	Total	876,175	858			
Δεύτερος παράγοντας	Between Groups	10,711	3	3,570	3,749	,011
	Within Groups	814,281	855	,952		
	Total	824,992	858			

Πίνακας 9

Multiple Comparisons

Bonferroni

Dependent Variable	(I) Ταξινόμηση	(J) Ταξινόμηση	Mean Difference (I-J)	Std Error	Sig	99% Confidence Interval Lower Bound	99% Confidence Interval Upper Bound
Πρώτος παράγοντας	1η κλάση (Αρνητική στάση)	2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	-,7862675*	,063	,000	-,986484	-,586051
		3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	-1,638416*	,053	,000	-1,80468	-1,47216
		4η κλάση (Θετική στάση)	-2,670510*	,052	,000	-2,83315	-2,50787
	2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	1η κλάση (Αρνητική στάση)	,7862675*	,063	,000	,5860515	,9864836
		3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	-,8521484*	,051	,000	-1,01356	-,690733
		4η κλάση (Θετική στάση)	-1,884243*	,050	,000	-2,04193	-1,72656
	3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	1η κλάση (Αρνητική στάση)	1,6384159*	,053	,000	1,47216	1,80468
		2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	,8521484*	,051	,000	,6907334	1,01356
		4η κλάση (Θετική στάση)	-1,032094*	,035	,000	-1,14354	-,920650
	4η κλάση (Θετική στάση)	1η κλάση (Αρνητική στάση)	2,6705103*	,052	,000	2,50787	2,83315
		2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	1,8842428*	,050	,000	1,72656	2,04193
		3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	1,0320944*	,035	,000	,9206504	1,14354
Δεύτερος παράγοντας	1η κλάση (Αρνητική στάση)	2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	7,49E-02	,137	1,000	-,358561	,5083869
		3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	8,11E-02	,114	1,000	-,278873	,4410430
		4η κλάση (Θετική στάση)	,2850272	,112	,065	-6,7E-02	,6371458
	2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	1η κλάση (Αρνητική στάση)	-7,49E-02	,137	1,000	-,508387	,3585614
		3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	6,17E-03	,111	1,000	-,343297	,3556406
		4η κλάση (Θετική στάση)	,2101144	,108	,315	-,131274	,5515027
	3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	1η κλάση (Αρνητική στάση)	-8,11E-02	,114	1,000	-,441043	,2788734
		2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	-6,17E-03	,111	1,000	-,355641	,3432967
		4η κλάση (Θετική στάση)	,2039424	,076	,047	-3,7E-02	,4452224
	4η κλάση (Θετική στάση)	1η κλάση (Αρνητική στάση)	-,2850272	,112	,065	-,637146	6,7E-02
		2η κλάση (Μάλλον αρνητική στάση)	-,2101144	,108	,315	-,551503	,1312739
		3η κλάση (Μάλλον θετική στάση)	-,2039424	,076	,047	-,445222	3,7E-02

* The mean difference is significant at the 01 level

Ο πίνακας 7 δίνει περιγραφικά μέτρα θέσεως και διασποράς για τις τέσσερις κλάσεις στις οποίες διαχωρίστηκε το δείγμα των μαθητών: μέσες τιμές, τυπικές αποκλίσεις, τυπικά σφάλματα, 95 % διαστήματα εμπιστοσύνης και ακραίες τιμές. Από τον πίνακα αυτόν είναι εμφανές ότι οι μέσες τιμές, όσον αφορά τον πρώτο παράγοντα, των συντεταγμένων των ατόμων που απαρτίζουν την κάθε μια κλάση αυξάνονται σταδιακά από την πρώτη κλάση η οποία εμφανίζει την ελάχιστη τιμή μέχρι την τέταρτη κλάση η οποία παρουσιάζει την μέγιστη τιμή. Όσον αφορά τον δεύτερο παράγοντα είναι φανερό ότι οι διαφορές των μέσων τιμών είναι πολύ μικρές. Επίσης, στον ίδιο πίνακα παρατηρείται ότι ή μέση τιμή που αντιστοιχεί στα άτομα της τρίτης κλάσης είναι η πλέον μικρή (περίπου ίση με μηδέν), πράγμα που σημαίνει ότι τα άτομα που απαρτίζουν αυτή την κλάση είναι συγκεντρωμένα, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 28, γύρω από το κέντρο των αξόνων του επιπέδου της παραγοντικής ανάλυσης, επομένως οι μαθητές αυτοί συμπεριφέρονται περίπου όπως ο μέσος όρος του δείγματος.

Στο διάγραμμα 29 απεικονίζονται οι μέσες τιμές, αναφορικά με τον πρώτο και τον δεύτερο παράγοντα, που αντιστοιχούν στις τέσσερις κλάσεις της *ταξινόμησης*. Από το διάγραμμα αυτό είναι φανερό ότι οι μέσες τιμές των κλάσεων που συνδέονται με τον πρώτο παράγοντα παρουσιάζουν αυξητική πορεία, ενώ οι αντίστοιχες, όσον αφορά τον δεύτερο παράγοντα, είναι περίπου σταθερές.

Από τον πίνακας 8 ο οποίος είναι ο βασικός πίνακας της Ανάλυσης Διακύμανσης προκύπτουν τα εξής:

Όσον αφορά τον πρώτο παράγοντα, η τιμή του κριτηρίου F είναι 1152,441 (με 3 και 855 βαθμούς ελευθερίας, $p<0,001$), επομένως η μηδενική υπόθεση του ελέγχου περί ισότητας και των τεσσάρων μέσων τιμών απορρίπτεται, οπότε ισχύει η εναλλακτική υπόθεση, σύμφωνα με την οποία δύο τουλάχιστον πληθυσμιακές μέσες τιμές διαφέρουν μεταξύ τους.

Όσον αφορά τον δεύτερο παράγοντα, η τιμή του κριτηρίου F είναι 3,749 (με 3 και 855 βαθμούς ελευθερίας, $p>0,01$), επομένως η μηδενική υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί. Κατά συνέπεια δεν είναι δυνατό να ισχυρισθούμε ότι υπάρχουν

στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μέσων τιμών των τεσσάρων κλάσεων, ως προς τον δεύτερο παράγοντα. [21]

Τα αποτελέσματα του ελέγχου που έγινε προηγουμένως με τη βοήθεια της Ανάλυσης Διακύμανσης έδειξαν, όσον αφορά τον πρώτο παράγοντα, ότι τουλάχιστον δύο μέσες τιμές διαφέρουν μεταξύ τους, αλλά δεν μπορούν να καθορίσουν ποιες μέσες τιμές διαφέρουν σημαντικά από τις άλλες. Για τον έλεγχο των στατιστικά σημαντικών διαφορών, ανά δύο, των μέσων τιμών χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Bonferroni η οποία είναι μια από τις δοκιμασίες πολλαπλών συγκρίσεων.

Ο πίνακας 9 εμφανίζει τις δοκιμασίες πολλαπλών συγκρίσεων με τη μέθοδο του Bonferroni. Στον πίνακα αυτόν κάθε μια ομάδα συγκρίνεται με τις υπόλοιπες. Στην πρώτη στήλη του πίνακα οι διάφορες ομάδες "διασταυρώνονται" μεταξύ τους ανά δύο. Στη δεύτερη στήλη εμφανίζονται οι διαφορές της μέσης τιμής κάθε ομάδας από τις υπόλοιπες. Οι αναφερόμενες μέσες διαφορές που σημειώνονται με αστερίσκο (*) είναι αυτές που είναι σημαντικές σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05. Από την ανάγνωση του πίνακα 9 προκύπτει ότι όλες οι ανά δύο διαφορές των μέσων τιμών των τεσσάρων κλάσεων είναι στατιστικά σημαντικές, επομένως οι κλάσεις είναι σαφώς διαχωρισμένες μεταξύ τους

Το συμπέρασμα που προκύπτει από την Ανάλυση Διακύμανσης είναι ότι στη διαμόρφωση των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών των τεσσάρων κλάσεων συμβάλλει μόνο ο πρώτος παράγοντας, ο οποίος αναφέρεται στη στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά που εξαρτάται από τους αμυντικούς μηχανισμούς και συνδέεται με τις μεταβλητές Q1, Q2, Q3, Q6, Q8-Q17 και Q19-Q25. Ο δεύτερος παράγοντας, ο οποίος αναφέρεται στη θεώρηση των μαθηματικών ως μέσου για την επίτευξη της ναρκισσιστικής αποκατάστασης και συνδέεται με τις μεταβλητές Q3, Q4 και Q7, δεν συμβάλει στη δημιουργία σαφώς διαχωρισμένων κλάσεων, επομένως δεν μπορεί να συμμετέχει στην ερμηνεία των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών της κάθε κλάσης.

---

[21] Εάν ως επίπεδο σημαντικότητας θεωρηθεί το 0,05 τότε, όπως προκύπτει από τον πίνακα 9, υπάρχει διαφορά ως προς τον δεύτερο παράγοντα μεταξύ δύο μόνο κλάσεων, της τρίτης και της τέταρτης, οπότε δεν επηρεάζεται ουσιαστικά η ταξινόμηση.

Ακόμη, το γεγονός ότι οι μέσες τιμές που αντιστοιχούν σε κάθε μια από τις τέσσερις κλάσεις αφενός αυξάνονται σταδιακά από την πρώτη κλάση μέχρι την τέταρτη και αφετέρου διαφέρουν σημαντικά ανά δύο επαληθεύει τους χαρακτηρισμούς που δόθηκαν, κατά την περιγραφική εξέταση, στις κλάσεις [1η κλάση (αρνητική στάση), 2η κλάση (μάλλον αρνητική στάση) κλπ.].

Συμπεράσματα από την ταξινόμηση σε κλάσεις:

1. Η πρώτη κλάση χρησιμοποιεί αμυντικούς μηχανισμούς που παραπέμπουν σε έντονα αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά. Η δεύτερη κλάση χρησιμοποιεί επίσης αμυντικούς μηχανισμούς που οδηγούν σε αρνητική στάση, αλλά σε λιγότερο βαθμό απ΄ ό,τι η πρώτη. Η τρίτη κλάση χαρακτηρίζεται από μάλλον θετική στάση, ενώ η τέταρτη έχει την πλέον θετική στάση.

Σχηματικά: **Τέταρτη κλάση** → **θετική στάση**

Τρίτη κλάση → **μάλλον θετική**

Δεύτερη κλάση → **μάλλον αρνητική στάση**

Πρώτη κλάση → **αρνητική στάση**

2. Η πρώτη κλάση περιέχει τα λιγότερα άτομα σε σχέση με τις υπόλοιπες και μάλιστα, όσο η στάση γίνεται περισσότερο θετική, τόσο αυξάνει ο αριθμός των ατόμων που αποτελούν την αντίστοιχη κλάση. Πιο συγκεκριμένα, η πρώτη κλάση αποτελείται από 99 μαθητές, η δεύτερη από 106, η τρίτη από 298 και η τέταρτη από 362, δηλαδή σε ποσοστό η πρώτη κλάση περιέχει το 11,45 % των ατόμων του δείγματος, η δεύτερη το 12,25 %, η τρίτη το 34,45 % και η τέταρτη το 41,85 %.

3. Ο δεύτερος παράγοντας δεν συμβάλλει στη δημιουργία σαφώς διαχωρισμένων κλάσεων, επομένως δεν μπορεί να συμμετέχει στην ερμηνεία των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών της κάθε κλάσης. Αυτό σημαίνει ότι οι απαντήσεις των μαθητών, που ανήκουν σε κάθε μια από τις τέσσερις κλάσεις στις ερωτήσεις Q4, Q5, Q7, δεν διαφοροποιούνται σημαντικά από αυτές που αντιστοιχούν στον μέσο όρο των ατόμων του αρχικού δείγματος. Οι μέσες

τιμές όμως των μεταβλητών αυτών στο συνολικό δείγμα είναι αντίστοιχα 3,24, 4,40 και 4,54, γεγονός που δηλώνει ότι ο μέσος όρος των μαθητών του συνολικού δείγματος, εν γένει, συμφωνεί με το περιεχόμενό τους. Η ανωτέρω διαπίστωση επιβεβαιώνει το συμπέρασμα το οποίο είχε προκύψει από τη διαδικασία της ομαδοποίησης των μεταβλητών, δηλαδή για τους Έλληνες μαθητές, ανεξάρτητα εάν είναι ''καλοί'' ή ''κακοί'' στα μαθηματικά, η επιτυχία σε αυτά είναι στοιχείο που παίζει σημαντικό ρόλο στον ναρκισσισμό τους, ενώ η αποτυχία αποτελεί μεγάλο πλήγμα.

4. Οι Έλληνες μαθητές, παρά την τυχόν φοβία που μπορεί να έχουν για τα μαθηματικά, σπάνια αισθάνονται προς αυτά τελείως αρνητικά. Για τη θεμελίωση του συμπεράσματος αυτού θα βοηθήσει η εξέταση: α) των επί μέρους χαρακτηριστικών της δεύτερης κλάσης και β) ορισμένων αποσπασμάτων από τις συνεντεύξεις.

α) Η δεύτερη κλάση παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, γιατί αποτελείται από μαθητές που, κατά μέσον όρο έχουν αρκετή φοβία για τα μαθηματικά η οποία αντανακλάται και στην επίδοση, όπως θα φανεί παρακάτω. Το γεγονός όμως της φοβίας δεν κάνει αυτούς τους μαθητές να αντιμετωπίζουν με πολύ αρνητικό τρόπο τα μαθηματικά. Μια λεπτομερής εξέταση των μέσων τιμών των μεταβλητών που αντιστοιχούν στη δεύτερη κλάση δείχνει ότι, ακόμα και εκεί που υπάρχει ένας αμυντικός μηχανισμός που οδηγεί με έντονο τρόπο στην αποφυγή των μαθηματικών, πάντα υπάρχει μια μεταβλητή που εκφράζει συμφωνία με μια θετική πλευρά των μαθηματικών. Για παράδειγμα, παρότι είναι φανερό ότι στην κλάση αυτή λειτουργεί αρκετά έντονα ο μηχανισμός της απώθησης, η Q9 που εκφράζει την άποψη πως «Τα μαθηματικά δεν σημαίνουν τίποτα, είναι ανοησία» έχει μέση τιμή 2,34. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές που απαρτίζουν τη δεύτερη κλάση, κατά μέσο όρο, διαφωνούν με το περιεχόμενό της Q9. Ακόμη η μέση τιμή της μεταβλητής Q2, η οποία είναι 3,23, εκφράζει ότι ο μέσος όρος αυτών των μαθητών μάλλον συμφωνεί πως η επίλυση ενός προβλήματος μαθηματικών αποτελεί δημιουργία. Τέλος, οι μαθητές αυτής της κλάσης, όπως φαίνεται από τις μέσες τιμές των μεταβλητών του πίνακα 1, δεν προβάλλουν έντονα αρνητικά χαρακτηριστικά στα μαθηματικά, αλλά αντίθετα, έστω και σε λιγότερο βαθμό από τον μέσο όρο του δείγματος, τα ενδοβάλλουν σαν ''καλό αντικείμενο''.

β) Τα αποσπάσματα των συνεντεύξεων που θα παρατεθούν εκφράζουν μια στάση που διακρίνει αρκετούς μαθητές. Από τη μια υπάρχει μια αρνητική στάση ως προς τα μαθηματικά, από την άλλη όμως, οι μαθητές αυτοί βρίσκουν και κάποιες θετικές όψεις.

Από συνέντευξη μαθήτριας:

ΕΡ. Τι νοιώθεις για τα μαθηματικά;

ΑΠ. Και με φοβίζουν και τα αγαπώ συγχρόνως

Από συνέντευξη μαθητού:

ΕΡ. Πως φαντάζεσαι κάποιον που τα πηγαίνει καλά με τα μαθηματικά;

ΑΠ. Τα μαθηματικά είναι αντισυναισθηματικό μάθημα, σε αντίθεση με τη λογοτεχνία που επιτρέπει επαφή με το συναίσθημα. Είναι ψυχρή και απωθητική επιστήμη, αλλά τη θαυμάζω γιατί όποιος πάει καλά με αυτά είναι έξυπνος, ενώ στην ιστορία ο καθένας μπορεί να αποστηθίσει

Από συνέντευξη μαθήτριας:

ΕΡ. Πως θεωρείς τα μαθηματικά σαν γνώση;

ΑΠ. Τα θεωρώ πολύ χρήσιμα. Μαθαίνουν τον άνθρωπο να σκέφτεται λογικά, να ιεραρχεί τις σκέψεις του, είναι κάτι καλό και αξιόλογο, αλλά δύσκολο για μένα να το κατακτήσω. Θαυμάζω τα παιδιά που είναι καλοί στα μαθηματικά. Ενώ για μένα αδιαφορώ γι' αυτά.

Από συνέντευξη μαθητού:

ΕΡ. Τι πιστεύεις για τα μαθηματικά;

ΑΠ. Τα μαθηματικά είναι πολύ σημαντικά, αλλά μπορεί να οδηγήσουν στη δημιουργία ακραίων καταστάσεων επειδή η επιστήμη στηρίζεται στα μαθηματικά που τα χρησιμοποιεί δυστυχώς για τη δημιουργία πολεμικών μηχανών που οδηγούν μόνον στην καταστροφή και αυτή είναι μια από τις άσχημες πτυχές των μαθηματικών, που μπορεί όμως να αντιμετωπισθεί.

Από συνέντευξη μαθητού:

ΕΡ. Τι νοιώθεις για τα μαθηματικά;

ΑΠ. Δεν μου αρέσουν καθόλου, αλλά όποιος τα καταφέρνει στα μαθηματικά είναι άτομο που τον μυαλό του παίρνει στροφές.

Από τα ανωτέρω φαίνεται πως ανεξάρτητα από την ενασχόληση, το ενδιαφέρον ή την επίδοση είναι γεγονός ότι για τους περισσότερους μαθητές υπάρχει μια ''κρυφή γοητεία'' στα μαθηματικά.

Επίσης τα αποσπάσματα των συνεντεύξεων που παρατέθηκαν οδηγούν και στην εξής σημαντική διαπίστωση: Σε αρκετές περιπτώσεις υπάρχει ένας διχασμός του μαθηματικού αντικειμένου σε ''καλό'' και ''κακό''. Τα μαθηματικά μπορεί να είναι κάτι το πολύ χρήσιμο και σημαντικό, να είναι αντικείμενο αγάπης και θαυμασμού, να προσδίδουν σε όποιον ασχολείται με αυτά την ιδιότητα του πολύ έξυπνου ατόμου, στην ουσία να είναι ένα εξιδανικευμένο αντικείμενο. Συγχρόνως όμως μπορεί να είναι αντικείμενο που προξενεί το φόβο ή μια αντισυναισθηματική, ψυχρή και απωθητική επιστήμη, η οποία είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία καταστροφικών όπλων.

4.3 ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

Από τους δύο παράγοντες που εξήχθηκαν από την Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες θα μελετηθεί περαιτέρω ο πρώτος, ο οποίος αναφέρεται στη στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά που εξαρτάται από τους αμυντικούς μηχανισμούς.

Αμέσως παρακάτω θα διερευνηθεί η σχέση του πρώτου παράγοντα με κάθε μια από τις εξής συμπληρωματικές μεταβλητές του αρχικού ερωτηματολογίου:

- **Την επίδοση** (μέσος όρος της βαθμολογίας στα μαθηματικά στις προηγούμενες τάξεις)
- **Το φύλο**
- **Το μορφωτικό επίπεδο του πατέρα**
- **Το μορφωτικό επίπεδο της μητέρας**

Έλεγχος της σχέσης του *πρώτου παράγοντα* με την *επίδοση*

Για τον έλεγχο της σχέσης που υφίσταται ανάμεσα στον *πρώτο παράγοντα* και την *επίδοση* εξετάσθηκε η μεταξύ τους συνάφεια (Pearson r). Όπως φαίνεται από τον πίνακα 10 ο συντελεστής συσχέτισης Pearson μεταξύ του πρώτου παράγοντα και της επίδοσης έχει αρκετά ικανοποιητική τιμή ($r=0,467$, $p<0,01$), επομένως θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά συνδέεται με υψηλή επίδοση και αντίστροφα αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά συνδέεται με χαμηλή επίδοση. Το συμπέρασμα αυτό είναι πολύ σημαντικό διότι δείχνει ότι η στάση ως προς τα μαθηματικά που εξαρτάται από τους αμυντικούς μηχανισμούς δεν συνιστά απλώς θετική ή αρνητική προδιάθεση, αλλά έχει άμεσο αντίκτυπο στην επίδοση.

Πίνακας 10

Correlations

		Επίδοση	Πρώτος παράγοντας
Επίδοση	Pearson Correlation	1,000	,467**
	Sig. (2-tailed)	,	,000
	N	1117	842
Πρώτος παράγοντας	Pearson Correlation	,467**	1,000
	Sig. (2-tailed)	,000	,
	N	842	859

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Το γεγονός ότι οι υψηλές επιδόσεις συνδέονται με θετικές στάσεις επιβεβαιώνει τα ευρήματα προγενεστέρων μελετών (Καραγεώργος, Κασιμάτη και Γιαλαμάς, 1996,1997, Mc Leod, 1992, Suydam και Weaver, 1975)

Κλείνοντας τη διερεύνηση της σχέσης ανάμεσα στις μεταβλητές *στάση* και *επίδοση* κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ένας προβληματισμός που υπάρχει για το κατά πόσον η επίδοση είναι αποτέλεσμα της στάσης ή ισχύει το αντίστροφο. Ορισμένοι ερευνητές θεωρούν (McLeod, 1992) ότι υπάρχει μια αμφιμονοσήμαντη σχέση μεταξύ της στάσης και της επίδοσης, ενώ άλλοι (Enemark και Wise, 1981) θεωρούν ότι ο τρόπος που σχετίζονται οι παραπάνω μεταβλητές είναι ένα θέμα που παραμένει ανοικτό προς διερεύνηση.

Έλεγχος της σχέσης του *πρώτου παράγοντα* με το *φύλο*

Ο έλεγχος της σχέσης ανάμεσα στον *πρώτο παράγοντα* και στο *φύλο* πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του t-test (πίνακας 11) εφόσον το φύλο είναι κατηγορική μεταβλητή με δύο κατηγορίες (αγόρια – κορίτσια). Βρέθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς το *φύλο*, [t (853)=7,25, p<0,001]. Επίσης, από τον πίνακα 12 ο οποίος δίνει τα περιγραφικά μέτρα θέσεως και διασποράς προκύπτει ότι ο μέσος όρος που αντιστοιχεί στα άτομα της πρώτης κατηγορίας (αγόρια) είναι μεγαλύτερος από τον μέσο όρο της δεύτερης κατηγορίας (κορίτσια). Τα δύο παραπάνω δεδομένα, δηλαδή αφενός ότι η διαφορά των δύο μέσων όρων είναι στατιστικά σημαντικά και αφετέρου ότι ο μέσος όρος που αντιστοιχεί στα αγόρια είναι μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο των κοριτσιών, οδηγούν στο συμπέρασμα ότι τα αγόρια εκδηλώνουν θετικότερες στάσεις απέναντι στα μαθηματικά σε σχέση με τα κορίτσια

Πίνακας 11

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Πρώτος παράγοντα	Equal variances assumed	21,8	,000	7,11	857	,000	,4803613	6,75E-02	,3478474	,612875
	Equal variances not assumed			7,25	853	,000	,4803613	6,62E-02	,3503675	,610355

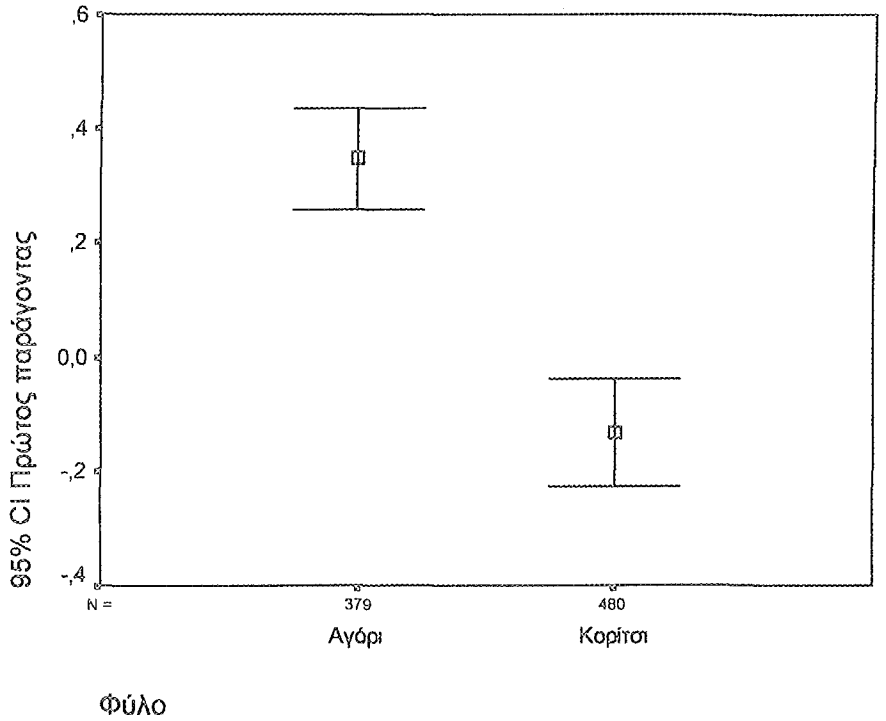
Πίνακας 12

Group Statistics

	Φύλο	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Πρώτος παράγοντας	Αγόρι	379	,3475790	,8902859	4,573092E-02
	Κορίτσι	480	-,1327823	1,0496059	4,790773E-02

Η διαφορά του μέσου όρου, όσον αφορά τον πρώτο παράγοντα, που αντιστοιχεί στα αγόρια με αυτόν που αντιστοιχεί στα κορίτσια εμφανίζεται στο παρακάτω διάγραμμα. Στο διάγραμμα αυτό (error bar) απεικονίζονται οι μέσοι όροι με 95% διάστημα εμπιστοσύνης που αντιστοιχούν σε κάθε μια από τις κατηγορίες (αγόρια – κορίτσια) της κατηγορικής μεταβλητής (φύλο).

Διάγραμμα 30



Το γεγονός ότι τα αγόρια εκδηλώνουν θετικότερες στάσεις από τα κορίτσια έρχεται σε συμφωνία με τα συμπεράσματα αντιστοίχων μελετών (Marsh, Smith, και Barnes, 1983, Χατζηχρήστου και Hopf, 1993, Καραγεώργος, Κασιμάτη και Γιαλαμάς,1997).

Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμο να τονισθεί ότι υπάρχει ένα ανοικτό προς διερεύνηση πρόβλημα, το οποίο συνδέεται και με τη διαπίστωση ότι ο αριθμός των κοριτσιών στο δείγμα είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των αγοριών. Η ύπαρξη μεγαλύτερου αριθμού κοριτσιών αντικατοπτρίζει τη μέση εικόνα μιας σχολικής τάξης Γενικού Λυκείου. Το ερώτημα είναι εάν η θετικότερη στάση ως προς τα μαθηματικά που εμφανίζεται στα αγόρια είναι χαρακτηριστικό του φύλου ή είναι αποτέλεσμα στροφής προς άλλες κατευθύνσεις (Τεχνικά Λύκεια, αγορά εργασίας

κλπ) των αγοριών που χαρακτηρίζονται από όχι επιτυχημένη σχολική επίδοση. Αν όντως αυτή η στροφή εκτός του Γενικού Λυκείου χαρακτηρίζει κυρίως τα αγόρια με χαμηλές σχολικές επιδόσεις, τότε αποτελεί επεξηγηματικό παράγοντα της αριθμητικής υπεροχής των κοριτσιών, αλλά και της διαφοράς στη στάση ως προς τα μαθηματικά.

Οι δύο επόμενοι έλεγχοι θα πραγματοποιηθούν με τη χρήση της Ανάλυσης Διακύμανσης ως Προς Ένα Παράγοντα Στο μοντέλο της Ανάλυσης Διακύμανσης ως εξαρτημένη μεταβλητή θα εισέλθει ο *πρώτος παράγοντας* και ως ανεξάρτητες μεταβλητές, κάθε μια χωριστά, το *μορφωτικό επίπεδο του πατέρα* και το *μορφωτικό επίπεδο της μητέρας*.

Έλεγχος της σχέσης του *πρώτου παράγοντα* με το *μορφωτικό επίπεδο του πατέρα*

Βρέθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς το *μορφωτικό επίπεδο του πατέρα*, όσον αφορά τον *πρώτο παράγοντα* [Πίνακας 13, $F(2. 855)=6,929$, $p<0,01$]. Από τη δοκιμασία των πολλαπλών συγκρίσεων του Bonferoni (Πίνακας 14) προέκυψε ότι η διαφορά των μέσων όρων της τρίτης ομάδας (Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπ/ση) με τους μέσους όρους της πρώτης (Δημοτικό) και δεύτερης ομάδας (Γυμνάσιο ή Λύκειο ή Μέση Τεχνική Σχολή) είναι στατιστικά σημαντική ($p<0,005$) και ο μέσος όρος τρίτης ομάδας είναι μεγαλύτερος από τους μέσους όρους της πρώτης και δεύτερης ομάδας. Επομένως υψηλό μορφωτικό επίπεδο πατέρα συνδέεται με θετικότερες στάσεις, ενώ μέσο ή χαμηλό μορφωτικό επίπεδο πατέρα συνδέεται με πιο αρνητικές στάσεις.

Πίνακας 13

ANOVA

Πρώτος παράγοντας

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig
Between Groups	13,973	2	6,987	6,929	,001
Within Groups	862,130	855	1,008		
Total	876,103	857			

Πίνακας 14

Multiple Comparisons

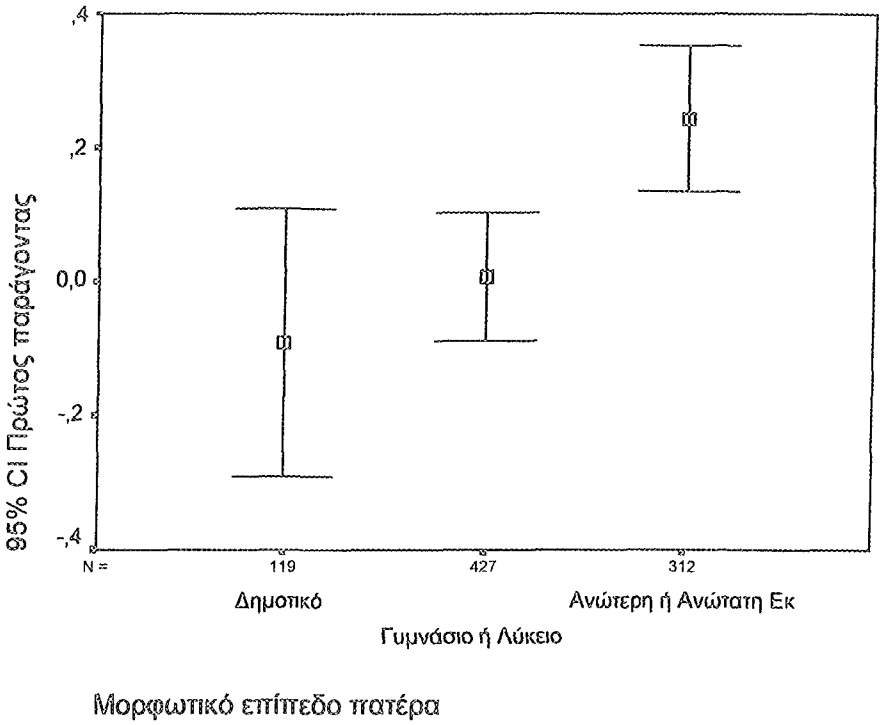
Dependent Variable Πρώτος παράγοντας
Bonferroni

(I) Μορφωτικό επίπεδο πατέρα	(J) Μορφωτικό επίπεδο πατέρα	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	99% Confidence Interval Lower Bound	99% Confidence Interval Upper Bound
Δημοτικό	Γυμνάσιο ή Λύκειο ή Μέση Τεχνική Σχολή	-9,79E-02	,104	1,00	-,4042411	,2085357
	Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπ/ση	-,3332172*	,108	,006	-,6516745	-1,5E-02
Γυμνάσιο ή Λύκειο ή Μέση Τεχνική Σχολή	Δημοτικό	9,79E-02	,104	1,00	-,2085357	,4042411
	Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπ/ση	-,2353645*	,075	,005	-,4555022	-1,5E-02
Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπ/ση	Δημοτικό	,3332172*	,108	,006	1,48E-02	,6516745
	Γυμνάσιο ή Λύκειο ή Μέση Τεχνική Σχολή	,2353645*	,075	,005	1,52E-02	,4555022

* The mean difference is significant at the 01 level

Οι μέσοι όροι με 95 % διάστημα εμπιστοσύνης που αντιστοιχούν στις τρεις κατηγορίες του μορφωτικού επίπεδου του πατέρα απεικονίζονται στο αμέσως παρακάτω διάγραμμα (Διάγραμμα 31). Στο διάγραμμα αυτό φαίνεται ότι, παρόλο που οι μέσοι όροι που αντιστοιχούν στο χαμηλό και μεσαίο επίπεδο μόρφωσης του πατέρα παρουσιάζουν διαφορά, η διαφορά αυτή δεν είναι στατιστικά σημαντική. Αυτό συμβαίνει διότι τα διαστήματα εμπιστοσύνης που αντιστοιχούν στο χαμηλό και μεσαίο επίπεδο εμφανίζουν σημαντική αλληλοεπικάλυψη, άρα οι διαφορές των μέσων όρων που παρατηρούνται στα δείγματα δεν ισχύουν για τους αντίστοιχους πληθυσμούς. Η μόνη διαφορά που είναι στατιστικά σημαντική είναι αυτή του υψηλού επιπέδου με τα άλλα δύο επίπεδα.

Διάγραμμα 31



Έλεγχος της σχέσης του πρώτου παράγοντα με το μορφωτικό επίπεδο της μητέρας

Το *μορφωτικό επίπεδο της μητέρας* επηρεάζει σημαντικά τον *πρώτο παράγοντα* [Πίνακας 15, F(2. 855)=4,904, p<0,01]. Από τη δοκιμασία των πολλαπλών συγκρίσεων του Bonferoni (Πίνακας 16) προέκυψε ότι η διαφορά των μέσων όρων της πρώτης (Δημοτικό) και τρίτης (Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπ/ση) κατηγορίας είναι στατιστικά σημαντική (p<0,05) και ο μέσος όρος της τρίτης κατηγορίας είναι μεγαλύτερος από τον μέσο όρο της πρώτης. Επομένως υψηλό μορφωτικό επίπεδο μητέρας (Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπ/ση) συνδέεται με θετικότερες στάσεις, ενώ χαμηλό μορφωτικό επίπεδο μητέρας (Δημοτικό) συνδέεται με πιο αρνητικές στάσεις.

Πίνακας 15

ANOVA

Πρώτος παράγοντας

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig
Between Groups	9,776	2	4,888	4,824	,008
Within Groups	866,327	855	1,013		
Total	876,103	857			

Πίνακας 16

Multiple Comparisons

Dependent Variable: Πρώτος παράγοντας

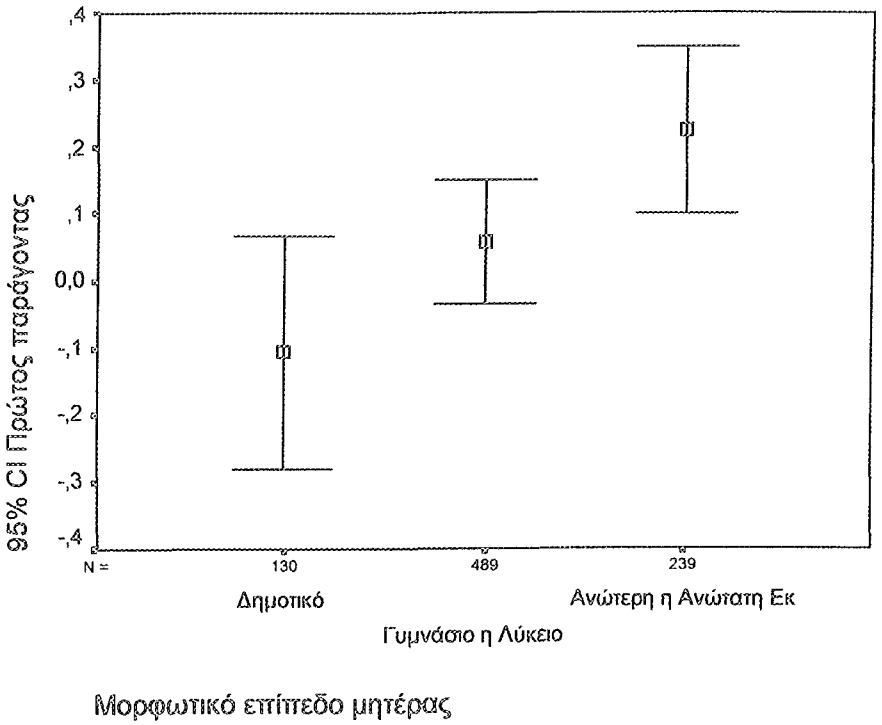
Bonferroni

(I) Μορφωτικό επίπεδο μητέρας	(J) Μορφωτικό επίπεδο μητέρας	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	99% Confidence Interval Lower Bound	99% Confidence Interval Upper Bound
Δημοτικό	Γυμνάσιο η Λύκειο η Μέση Τεχνική Σχολή	-,1648930	,099	,292	-,4572660	,1274800
	Ανώτερη η Ανώτατη Εκπ/ση	-,3315130*	,110	,008	-,6544075	-8,618E-03
Γυμνάσιο η Λύκειο η Μέση Τεχνική Σχολή	Δημοτικό	,1648930	,099	,292	-,1274800	,4572660
	Ανώτερη η Ανώτατη Εκπ/ση	-,1666200	,079	,109	-,4004662	6,723E-02
Ανώτερη η Ανώτατη Εκπ/ση	Δημοτικό	,3315130*	,110	,008	8,618E-03	,6544075
	Γυμνάσιο η Λύκειο η Μέση Τεχνική Σχολή	,1666200	,079	,109	-6,723E-02	,4004662

*. The mean difference is significant at the 01 level

Οι μέσοι όροι που αντιστοιχούν στα τρία επίπεδα (κατηγορίες) του μορφωτικού επίπεδου της μητέρας απεικονίζονται στο παρακάτω διάγραμμα. (error bar). Από την εξέταση των διαστημάτων εμπιστοσύνης είναι φανερό ότι στατιστικά σημαντική διαφορά υπάρχει μόνο μεταξύ του χαμηλού και υψηλού μορφωτικού επιπέδου.

Διάγραμμα 32



Από τις δύο ανωτέρω αναλύσεις προκύπτει ότι η επίδραση του μορφωτικού επιπέδου των γονέων στη διαμόρφωση των στάσεων απέναντι στα μαθηματικά είναι σημαντική. Σύμφωνα όμως με τους Καραγεώργο, Κασιμάτη και Γιαλαμά (1997) όταν η *μόρφωση των γονέων* εισέρχεται στο μοντέλο της ανάλυσης συγχρόνως με την *επίδοση των μαθητών* παύει να είναι σημαντική. Κατά τους ίδιους συγγραφείς, αυτό δηλώνει τον έμμεσο χαρακτήρα της επίδρασης της μόρφωσης των γονέων με διαμεσολαβούσα μεταβλητή την επίδοση των μαθητών.

Το παραπάνω συμπέρασμα επιβεβαιώνεται από την Ανάλυση Διασποράς, που πραγματοποιήθηκε στην οποία ως εξαρτημένη μεταβλητή εισήλθε ο *πρώτος παράγοντας* και ως ανεξάρτητες μεταβλητές η *επίδοση*[22] (Q28F) και το *μέσο μορφωτικό επίπεδο γονέων* (M). Τα αποτελέσματα από την Ανάλυση Διασποράς παρουσιάζονται στον πίνακα 17.

[22] Η *επίδοση*, προκειμένου να εισέλθει στο μοντέλο, μεταιράπηκε σε κατηγορική μεταβλητή.

Πίνακας 17

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Πρώτος παράγοντας

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	203,980[a]	19	10,736	13,428	,000
Intercept	5,503E-02	1	5,503E-02	,069	,793
M	5,900	4	1,475	1,845	,118
Q28F	119,678	3	39,893	49,897	,000
M * Q28F	10,118	12	,843	1,055	,396
Error	657,185	822	,799		
Total	867,682	842			
Corrected Total	861,164	841			

a. R Squared = ,237 (Adjusted R Squared = ,219)

Στον ανωτέρω πίνακα η επίδραση του *μορφωτικού επιπέδου των γονέων* εμφανίζεται ως μη σημαντική (F(4)=1,845, p>0,05), όπως επίσης και η συνεπίδραση των μεταβλητών *επίδοση* και *μορφωτικό επίπεδο των γονέων* (F(12)=1,055, p>0,05). Αντίθετα, παραμένει σημαντική η επίδραση της *επίδοσης* (F(3)=49,897, p<0,001).

Παρατήρηση: Εάν στο παραπάνω μοντέλο εισέλθει και η μεταβλητή *φύλο* (Q26), τότε η επίδραση της στη διαμόρφωση των στάσεων, όπως διακρίνεται στον αμέσως επόμενο πίνακα (πίνακας 18), εξακολουθεί να είναι σημαντική (F(1)=13,611, p<0,001). Αντίθετα οι συνεπιδράσεις, ανά δύο και ανά τρεις, των μεταβλητών *φύλο, επίδοση* και *μορφωτικού επιπέδου γονέων* δεν αποτελούν προγνωστικούς παράγοντες της στάσης. Επίσης, από τον πίνακα 18 προκύπτει ότι οι μεταβλητές *φύλο* και *επίδοση* ερμηνεύουν το 27,3 % της συνολικής μεταβλητότητας της *στάσης*.

Πίνακας 18

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Πρώτος παράγοντας

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig
Corrected Model	263,206[a]	38	6,926	9,302	,000
Intercept	,124	1	,124	,166	,683
M	4,632	4	1,158	1,555	,184
Q28F	85,125	3	28,375	38,105	,000
Q26	10,135	1	10,135	13,611	,000
M * Q28F	7,872	12	,656	,881	,566
M * Q26	,860	4	,215	,289	,885
Q28F * Q26	1,621	3	,540	,726	,537
M * Q28F * Q26	8,725	11	,793	1,065	,387
Error	597,958	803	,745		
Total	867,682	842			
Corrected Total	861,164	841			

a. R Squared = ,306 (Adjusted R Squared = ,273)

Από τη συνδυασμένη χρήση της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες και της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης προέκυψαν τρεις νέες μεταβλητές, δηλαδή ο *πρώτος* και ο *δεύτερος παράγοντας* καθώς και η *ταξινόμηση*. Ο πρώτος παράγοντας συνδέεται με τις μεταβλητές Q1 – Q25 (εκτός των Q4, Q5, Q7, Q18) που εκφράζουν θετική η αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά, ανάλογα με τους αμυντικούς μηχανισμούς που χρησιμοποιούνται. Οι ίδιες ακριβώς μεταβλητές συμβάλουν στη διαμόρφωση των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών κάθε μιας από τις τέσσερις κλάσεις στις οποίες η *ταξινόμηση* κατατάσσει τα άτομα του δείγματος. Η διαφορά μεταξύ του *πρώτου παράγοντα* και της *ταξινόμησης* είναι ότι ο *πρώτος παράγοντας* εκφράζει τη θετική ή αρνητική στάση των ατόμων του δείγματος απέναντι στα μαθηματικά θεωρώντας ολόκληρο το δείγμα των μαθητών ως ένα ενιαίο σύνολο, ενώ η *ταξινόμηση* αντανακλά τους ιδιαίτερους τρόπους με τους οποίους εκδηλώνεται η στάση αυτή σε κάθε μια από τις τέσσερις κλάσεις στις οποίες διαχωρίζεται το αρχικό δείγμα. Προκειμένου να σχηματισθεί μια ολοκληρωμένη εικόνα για τη συμπεριφορά των ατόμων του δείγματος κρίθηκε αναγκαία η επανάληψη της ίδιας διαδικασίας (όπως αυτή που ακολουθήθηκε για τον πρώτο παράγοντα) και για τη μεταβλητή *ταξινόμηση*. Συγκεκριμένα θα εξετασθούν οι εξής συσχετίσεις:

1. **Ταξινόμηση και επίδοση**
2. **Ταξινόμηση και φύλο**
3. **Ταξινόμηση και μορφωτικό επίπεδο του πατέρα**
4. **Ταξινόμηση και μορφωτικό επίπεδο της μητέρας**

Επειδή η μεταβλητή *Ταξινόμηση* υπεισέρχεται σε όλες τις συσχετίσεις που θα πραγματοποιηθούν, κρίνεται σκόπιμη η υπενθύμιση, για μια ακόμη φορά, του χαρακτηρισμού που έχει αποδοθεί στις κλάσεις.

Τέταρτη κλάση → θετική στάση

Τρίτη κλάση → μάλλον θετική

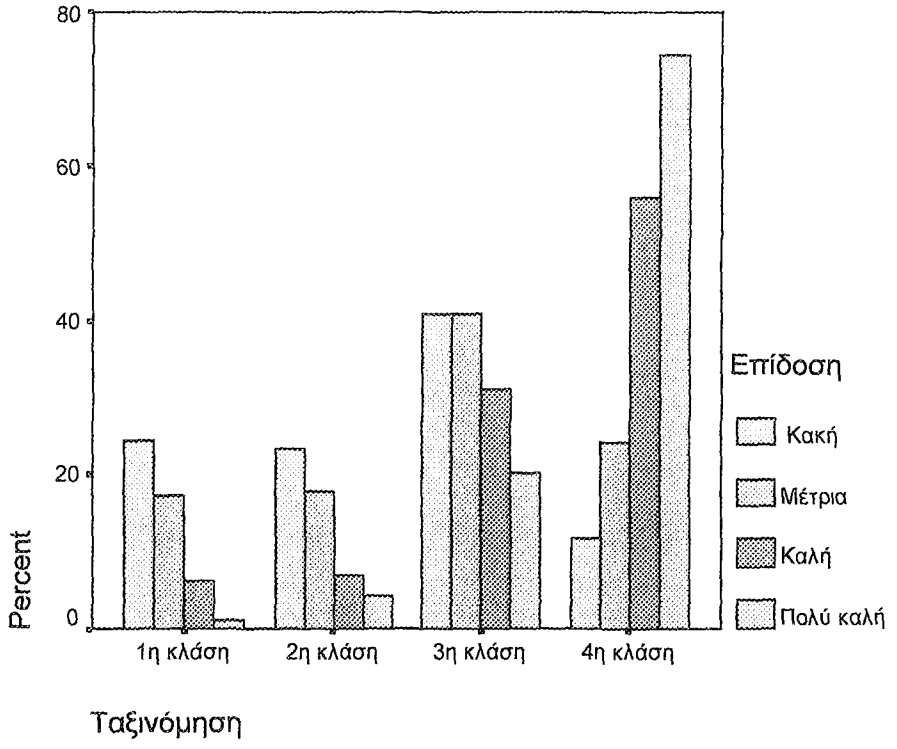
Δεύτερη κλάση → μάλλον αρνητική στάση

Πρώτη κλάση → αρνητική στάση

Η πρώτη συσχέτιση αφορά τις μεταβλητές *ταξινόμηση* (ταξινόμηση των ατόμων του δείγματος σε τέσσερις κλάσεις) και επίδοση (μέσος όρος της βαθμολογίας στα μαθηματικά). Ο μέσος όρος αφορά τις βαθμολογίες που συγκέντρωσε ο μαθητής στις τέσσερις προηγούμενες τάξεις, δηλαδή στις τρεις τάξεις του Γυμνάσιου και στην Α΄ Λυκείου. Ο μέσος όρος είναι ποσοτική μεταβλητή και μετατράπηκε σε κατηγορική. Η μετατροπή αυτή έγινε με την επιλογή των εξής βαθμολογικών κατηγοριών: 8-12, 13- 15, 16- 18 και 19-20, που συμβατικά θεωρήθηκε ότι αντιστοιχούν σε "κακή", "μέτρια", "καλή" και "πολύ καλή" επίδοση στα μαθηματικά [23]

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται το ποσοστό των ατόμων, από κάθε κατηγορία επίδοσης, που αντιστοιχεί σε κάθε μια από τις κλάσεις.

Διάγραμμα 33

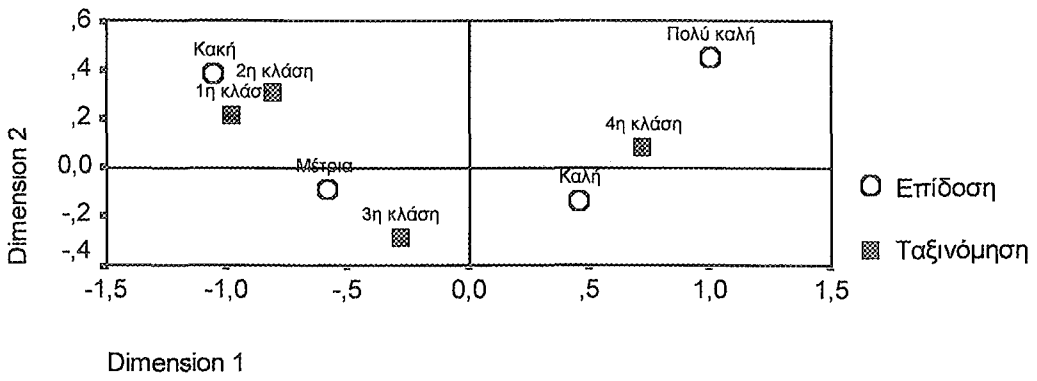


[23] Οι «ετικέτες» που χρησιμοποιήθηκαν δεν χαρακτηρίζουν, κατ' ανάγκη, την επίδοση, και χρησιμοποιήθηκαν για να εκφράσουν, κάπως παραστατικά, τις κατηγορίες που αντιστοιχούν στη βαθμολογία.

Η συσχέτιση των κατηγοριών των δύο μεταβλητών (*ταξινόμηση* και *επίδοση*) έγινε με τη μέθοδο της Παραγοντικής Ανάλυσης Αντιστοιχιών, τα αποτελέσματα της οποίας θα εξετασθούν αμέσως παρακάτω με τη βοήθεια του παραγοντικού διαγράμματος (διάγραμμα 34).

Στο παραγοντικό διάγραμμα διακρίνονται τα εξής: α) το σημείο που απεικονίζει την τέταρτη κλάση γειτνιάζει με τα σημεία που απεικονίζουν τους ''καλούς'' και τους ''πολύ καλούς'', β) το σημείο που απεικονίζει την τρίτη κλάση βρίσκεται μεταξύ των σημείων που απεικονίζουν τους ''μέτριους'' και τους ''καλούς'', αλλά κοντύτερα με το σημείο που απεικονίζει τους ''μέτριους'' και γ) τα σημεία που απεικονίζουν την πρώτη και τη δεύτερη κλάση γειτνιάζουν με το σημείο που απεικονίζει τους ''κακούς'' και μάλιστα το σημείο που απεικονίζει την πρώτη κλάση βρίσκεται ελαφρώς πλησιέστερα στο σημείο που απεικονίζει τους ''κακούς''. Άρα η κακή επίδοση αποτελεί κοινό γνώρισμα της αρνητικής και της μάλλον αρνητικής στάσης, η διαφοροποίηση των οποίων οφείλεται σε άλλους παράγοντες

Διάγραμμα 34



Από τα ανωτέρω προκύπτει ότι η επίδοση των μαθητών ως προς τα μαθηματικά βαίνει αυξανόμενη από την πρώτη κλάση, που χαρακτηρίζεται από τη χειρότερη επίδοση, έως την τέταρτη που χαρακτηρίζεται από την καλύτερη.

Ακόμα το παραγοντικό διάγραμμα δίνει και κάποια άλλα ενδιαφέροντα στοιχεία. Αυτό που φαίνεται αμέσως είναι ότι ο πρώτος παραγοντικός άξονας εκφράζει κυρίως την αντίθεση μεταξύ του συνόλου των ''πολύ καλών'' μαθητών και του συνόλου των ''μέτριων'' και των ''κακών'', όπως επίσης και την αντίθεση της τέταρτης κλάσης κυρίως με την πρώτη και την δεύτερη. Πιο κοντά στην αρχή των αξόνων είναι οι ''μέτριοι'' και οι ''καλοί'', άρα εκφράζουν σε μεγαλύτερο βαθμό το μέσο προφίλ των ατόμων του δείγματος, ενώ τα σημεία που εκφράζουν τη θέση των ''πολύ καλών'' και των ''κακών'' μαθητών βρίσκονται σε περιφερειακές θέσεις του παραγοντικού διαγράμματος. Όσον αφορά τις κλάσεις, αυτή που είναι πιο κοντά στην αρχή των αξόνων είναι η τρίτη, άρα οι μηχανισμοί άμυνας των ατόμων που την αποτελούν αντανακλούν σε μεγαλύτερο βαθμό, απ' ότι οι υπόλοιπες κλάσεις, τη συμπεριφορά του μέσου όρου των ατόμων του δείγματος.

Προκειμένου να εξασφαλισθεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων κρίθηκε σκόπιμο να χρησιμοποιηθεί και ο στατιστικός έλεγχος του X^2 και να συγκριθούν τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων. Τα αποτελέσματα από τον στατιστικό έλεγχο του X^2 (πίνακας 19) καθώς και ο πίνακας διασταύρωσης των δύο μεταβλητών (πίνακας 20) φαίνονται αμέσως παρακάτω.

Πίνακας 19

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	161,951[a]	9	,000
Likelihood Ratio	172,225	9	,000
Linear-by-Linear Association	138,790	1	,000
N of Valid Cases	848		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 9,74.

Πίνακας 20

Επίδοση * Ταξινόμηση ατόμων Crosstabulation

			Ταξινόμηση ατόμων				
			1η κλάση (αρνητική στάση)	2η κλάση (Μάλλον αρν στάση)	3η κλάση (Μάλλον θετ στάση)	4η κλάση (Θετική στάση)	Total
Επίδοση	Κακή	Count	21	20	35	10	86
		% within Ταξινόμηση ατόμων	21,9%	19,6%	12,1%	2,8%	10,1%
		Adjusted Residual	4,0	3,4	1,3	-6,1	
	Μέτρια	Count	51	52	120	71	294
		% within Ταξινόμηση ατόμων	53,1%	51,0%	41,4%	19,7%	34,7%
		Adjusted Residual	4,0	3,7	3,0	-7,9	
	Καλή	Count	23	26	116	209	374
		% within Ταξινόμηση ατόμων	24,0%	25,5%	40,0%	58,1%	44,1%
		Adjusted Residual	-4,2	-4,0	-1,7	7,0	
	Πολύ καλή	Count	1	4	19	70	94
		% within Ταξινόμηση ατόμων	1,0%	3,9%	6,6%	19,4%	11,1%
		Adjusted Residual	-3,3	-2,5	-3,0	6,7	
Total		Count	96	102	290	360	848
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Ο πίνακας 19 δείχνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση περί ανεξαρτησίας των δύο μεταβλητών ($p<0,001$), άρα υπάρχει συσχέτιση. Η μελέτη του είδους της συσχέτισης θα γίνει με τη σύγκριση των ποσοστών των μαθητών που ανήκουν σε κάθε μια βαθμολογική κατηγορία με το αντίστοιχο ποσοστό της συγκεκριμένης κατηγορίας στο συνολικό δείγμα (πίνακας 20).

Για να είναι στατιστικά σημαντικές οι διαφορές πρέπει το Adjusted Residual (Προσαρμοσμένο υπόλοιπο) που αντιστοιχεί σε κάθε ένα από τα κελιά του πίνακα 20 να είναι μεγαλύτερο του 2 ή μικρότερο του -2, δηλαδή να παίρνει τιμές εκτός του διαστήματος [-2 2]. Εάν οι εκτός του διαστήματος [-2 2] τιμές είναι θετικές, τότε το ποσοστό που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη κλάση είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ποσοστό στο δείγμα. Εάν οι εκτός του διαστήματος [-2 2] τιμές είναι αρνητικές, τότε το ποσοστό που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη κλάση είναι σημαντικά μικρότερο από το αντίστοιχο ποσοστό στο δείγμα.

Η πρώτη γραμμή του πίνακα, η οποία αντιστοιχεί στην κατηγορία των ''κακών'' μαθητών, περιέχει άτομα από την πρώτη κλάση σε ποσοστό 21,9 % επί

του συνόλου των μαθητών που απαρτίζουν την πρώτη κλάση, από τη δεύτερη σε ποσοστό 19,6 %, από την τρίτη σε ποσοστό 12,1 % και από την τέταρτη σε ποσοστό 2,8 %. Τα ποσοστά αυτά θα συγκριθούν με το ποσοστό των ''κακών'' στο συνολικό δείγμα, το οποίο είναι 10,1 %. Από την εξέταση του πίνακα προκύπτει ότι οι τιμές του Adjusted Residual στο πρώτο, δεύτερο και τέταρτο κελί είναι αντίστοιχα, 4, 3,4 και -6,1, επομένως οι τιμές 21,9, 19,6 και 2,8 διαφέρουν σημαντικά από την τιμή 10,1. Αυτό σημαίνει ότι: α) το ποσοστό των ''κακών'' μαθητών στην πρώτη και στη δεύτερη κλάση είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το ποσοστό των ''κακών'' μαθητών στο συνολικό δείγμα. β) το ποσοστό των ''κακών'' στην τέταρτη κλάση είναι σημαντικά μικρότερο από το ποσοστό των ''κακών'' μαθητών στο συνολικό δείγμα. Στην τρίτη κλάση η τιμή του Adjusted Residual είναι 1,3, δηλαδή βρίσκεται στο διάστημα [-2 , 2], άρα το ποσοστό των ''κακών' στην τρίτη κλάση δεν διαφέρει σημαντικά από το ποσοστό των ''κακών'' στο δείγμα.

Όσον αφορά τη δεύτερη γραμμή του πίνακα, η οποία περιέχει τα ποσοστά των ''μετρίων'' μαθητών σε κάθε μια από τις τέσσαρες κλάσεις, τα Adjusted Residuals στην πρώτη, δεύτερη και τέταρτη κλάση έχουν περίπου τις ίδιες τιμές με αυτές που παρατηρήθηκαν στην πρώτη γραμμή. Άρα τα συμπεράσματα που αφορούν τη δεύτερη γραμμή του πίνακα, όσον αφορά την πρώτη, δεύτερη και τέταρτη κλάση, είναι τα αντίστοιχα με αυτά που προέκυψαν από την εξέταση της πρώτης γραμμής. Αυτό σημαίνει ότι το ποσοστό των ''μετρίων'' μαθητών στην πρώτη και στη δεύτερη κλάση είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το ποσοστό των ''μετρίων'' στο συνολικό δείγμα, ενώ το ποσοστό των ''μετρίων'' στην τέταρτη κλάση είναι σημαντικά μικρότερο από το ποσοστό των ''μετρίων'' στο συνολικό δείγμα. Στην τρίτη κλάση η τιμή του Adjusted Residual είναι 3, οπότε το ποσοστό των ''μετρίων'' μαθητών στην τρίτη κλάση είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ποσοστό στο δείγμα.

Όσον αφορά την τρίτη και την τέταρτη γραμμή, οι τιμές των Adjusted Residuals στην πρώτη, δεύτερη και τέταρτη κλάση έχουν περίπου αντίθετες τιμές με αυτές της πρώτης και δεύτερης γραμμής. Άρα τα συμπεράσματα για τις τρεις αυτές κλάσεις είναι τα αντίστροφα από τα αντίστοιχα της πρώτης γραμμής. Αυτό σημαίνει ότι: α) το ποσοστό των ''καλών'' και ''πολύ καλών'' μαθητών στην πρώτη και δεύτερη κλάση είναι σημαντικά μικρότερο από το αντίστοιχο ποσοστό

που ισχύει για το δείγμα και β) το ποσοστό των ''καλών'' και ''πολύ καλών'' μαθητών στην τέταρτη κλάση είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ποσοστό που ισχύει για το δείγμα. Στην τρίτη κλάση η τιμή του Adjusted Residual είναι -1,7 για την τρίτη γραμμή και -3, για την τέταρτη γραμμή. Αυτό σημαίνει ότι το ποσοστό των ''καλών'' μαθητών στην τρίτη κλάση δεν διαφέρει σημαντικά από το ποσοστό των ''καλών'' στο δείγμα, ενώ το ποσοστό των ''πολύ καλών'' στην ίδια κλάση είναι σημαντικά μικρότερο από το αντίστοιχο ποσοστό που ισχύει για το δείγμα.

Το συμπέρασμα που βγαίνει από τη διασταύρωση των μεταβλητών *ταξινόμηση* και *επίδοση* είναι ότι η πρώτη και η δεύτερη κλάση περιέχουν σε μεγαλύτερο ποσοστό ''κακούς'' και ''μέτριους'' μαθητές, στη συνέχεια έρχεται η τρίτη κλάση και τελευταία, με το μικρότερο ποσοστό, βρίσκεται η πρώτη, ενώ τα ποσοστά των ''καλών'' και ''πολύ καλών'' μαθητών ακολουθούν την αντίστροφη πορεία. Το συμπέρασμα αυτό συμφωνεί με το αντίστοιχο συμπέρασμα που προέκυψε από την Παραγοντική Ανάλυση Αντιστοιχιών. Η συμφωνία αυτή ενισχύει την, κατά τη γνώμη μας, σωστή άποψη η οποία θεωρεί ότι οι μέθοδοι της Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων[24] και της Κλασσικής Στατιστικής οδηγούν σε παρόμοια αποτελέσματα. Η άποψη αυτή ενισχύεται ακόμη περισσότερο από τα αποτελέσματα των υπολοίπων συσχετίσεων, τα οποία θα παρουσιασθούν παρακάτω.

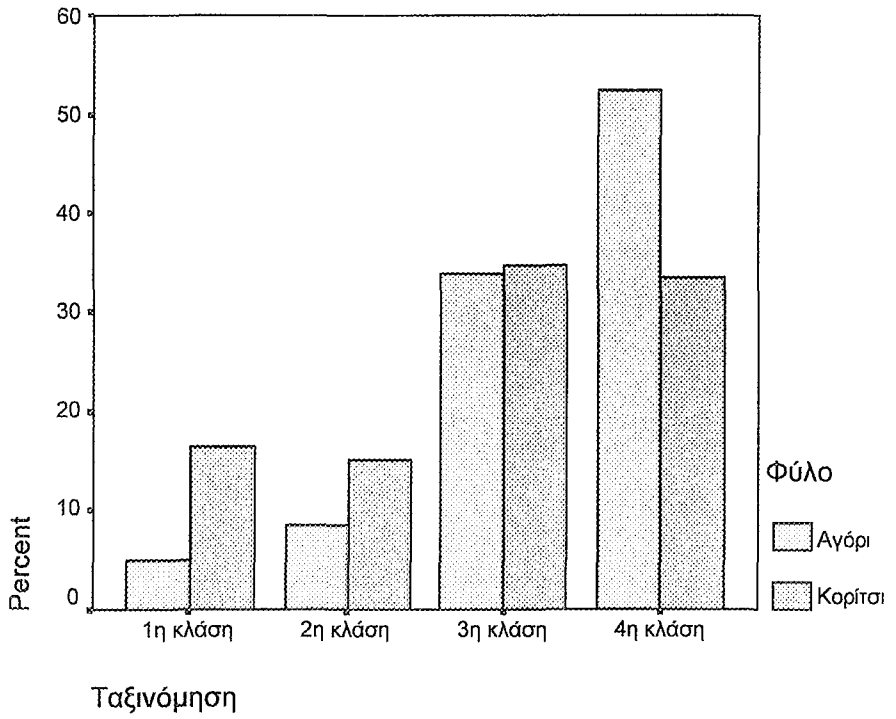
---

[24] Για μια πλήρη ανάπτυξη των μεθόδων της Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων βλ. το βιβλίο του Θ. Μπεχράκη με τίτλο *Πολυδιάστατη Ανάλυση Δεδομένων*, το οποίο απετέλεσε και το βασικό βοήθημα για τη χρησιμοποίηση των ως άνω μεθόδων.

Η δεύτερη συσχέτιση αφορά τις μεταβλητές *ταξινόμηση* και *φύλο*.

Στο διάγραμμα 35 απεικονίζεται το ποσοστό των ατόμων, από τις δύο κατηγορίες του φύλου, που ανήκει στην κάθε κλάση.

Διάγραμμα 35

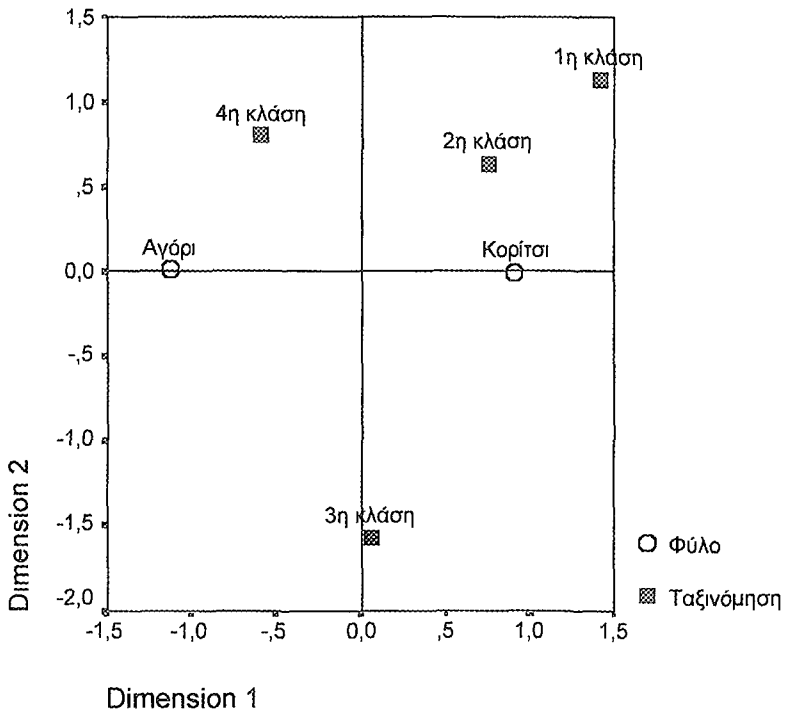


Η *ταξινόμηση* και το *φύλο* είναι κατηγορικές μεταβλητές, οπότε, όπως και στην προηγούμενη συσχέτιση, θα χρησιμοποιηθούν δύο μέθοδοι για τον έλεγχο της μεταξύ τους συσχέτισης και θα συγκριθούν τα αντίστοιχα αποτελέσματα. Η πρώτη μέθοδος είναι η Παραγοντική Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών, και η δεύτερη είναι ο στατιστικός έλεγχος του X^2.

Η Παραγοντική Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών είναι μια από τις τρεις βασικές μεθόδους Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων. Οι υπόλοιπες δύο μέθοδοι, που είναι η Παραγοντική Ανάλυσης Αντιστοιχιών και η Αυτόματη Ταξινόμηση, έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί στην επεξεργασία των δεδομένων της έρευνας.

Στη συνέχεια θα εξετασθεί το αμέσως παρακάτω παραγοντικό διάγραμμα (διάγραμμα 36), που προέκυψε από την εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών στις μεταβλητές *ταξινόμηση* και *φύλο*.

Διάγραμμα 36



Ο πρώτος παραγοντικός άξονας δείχνει ότι υπάρχει μια σαφής αντίθεση μεταξύ αγοριών και κοριτσιών, όσον αφορά τον τρόπο που εντάσσονται στις κλάσεις. Ο δεύτερος παραγοντικός άξονας δείχνει ότι, όσον αφορά το συσχετισμό με την μεταβλητή *φύλο*, υπάρχει μια διαφοροποίηση της τρίτης κλάσης έναντι των τριών άλλων κλάσεων.

Τα σημεία που απεικονίζουν την $1^η$ και $2^η$ κλάση που χαρακτηρίζονται από αρνητικές στάσεις σε σχέση με τα μαθηματικά γειτνιάζουν με το σημείο που απεικονίζει τα κορίτσια. Το σημείο που απεικονίζει την $4^η$ κλάση που χαρακτηρίζεται από θετική στάση είναι κοντά στο σημείο που απεικονίζει τα αγόρια. Το σημείο που απεικονίζει την $3^η$ κλάση περίπου ισαπέχει από τα σημεία που απεικονίζουν τα αγόρια και τα κορίτσια. Άρα, όσον αφορά την $3^η$ κλάση δεν φαίνεται να υπάρχει διαφοροποίηση ως προς το φύλο.

Στον στατιστικό έλεγχο του X^2 η μηδενική υπόθεση είναι ότι οι δύο μεταβλητές είναι ανεξάρτητες, ενώ η εναλλακτική υπόθεση είναι ότι οι δύο αυτές μεταβλητές συσχετίζονται. Τα αποτελέσματα του ελέγχου του X^2 (πίνακας 21) και ο πίνακας διασταύρωσης των δύο μεταβλητών (πίνακας 22) παρουσιάζονται

αμέσως παρακάτω. Ο πίνακας 21 δείχνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση περί ανεξαρτησίας των δύο μεταβλητών (p<0,001), άρα υπάρχει συσχέτιση.

Πίνακας 21

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	50,409[a]	3	,000
Likelihood Ratio	52,932	3	,000
Linear-by-Linear Association	50,337	1	,000
N of Valid Cases	865		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 43,72

Πίνακας 22

Φύλο * Ταξινόμηση ατόμων Crosstabulation

			Ταξινόμηση ατόμων				
			1η κλάση (αρνητική στάση)	2η κλάση (Μάλλον αρν στάση)	3η κλάση (Μάλλον θετ. στάση)	4η κλάση (Θετική στάση)	Total
Φύλο	Αγόρι	Count	19	33	130	200	382
		% within Ταξινόμηση ατόμων	19,2%	31,1%	43,6%	55,2%	44,2%
		Adjusted Residual	-5,3	-2,9	-,2	5,6	
	Κορίτσι	Count	80	73	168	162	483
		% within Ταξινόμηση ατόμων	80,8%	68,9%	56,4%	44,8%	55,8%
		Adjusted Residual	5,3	2,9	,2	-5,6	
Total		Count	99	106	298	362	865
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Για να διερευνηθεί το είδος της συσχέτισης θα χρησιμοποιηθεί ο πίνακας 22, ο οποίος δείχνει τη διασταύρωση των μεταβλητών *ταξινόμηση* και *φύλο*.

Η πρώτη γραμμή του πίνακα περιέχει αγόρια από την πρώτη κλάση σε ποσοστό 19,2 % επί του συνόλου των μαθητών που απαρτίζουν την πρώτη κλάση, από τη δεύτερη σε ποσοστό 31,1 %, από την τρίτη σε ποσοστό 43,6 % και από την

τέταρτη σε ποσοστό 55,2 %. Τα ποσοστά αυτά θα συγκριθούν με το ποσοστό των αγοριών στο συνολικό δείγμα, το οποίο είναι 44,2 %. Για να είναι στατιστικά σημαντικές οι διαφορές πρέπει το Adjusted Residual που αντιστοιχεί σε κάθε ένα από τα κελιά της πρώτης γραμμής να είναι μεγαλύτερο του 2 ή μικρότερο του -2. Οι τιμές του Adjusted Residual στο πρώτο, δεύτερο και τέταρτο κελί, είναι, αντίστοιχα -5,3, -2,9 και 5,6 πράγμα που σημαίνει ότι οι τιμές 19,2, 31,1 και 55,2 διαφέρουν σημαντικά από την τιμή 44,2. Αυτό σημαίνει ότι: α) το ποσοστό των αγοριών στην πρώτη και δεύτερη κλάση είναι σημαντικά μικρότερο από το ποσοστό των αγοριών στο συνολικό δείγμα και β) στην τέταρτη κλάση το ποσοστό των αγοριών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το ποσοστό των αγοριών στο συνολικό δείγμα. Στην τρίτη κλάση η τιμή του Adjusted Residual είναι -0,2, δηλαδή βρίσκεται στο διάστημα [-2 , 2], άρα το ποσοστό των αγοριών στην τρίτη κλάση δεν διαφέρει σημαντικά από το ποσοστό των αγοριών στο δείγμα.

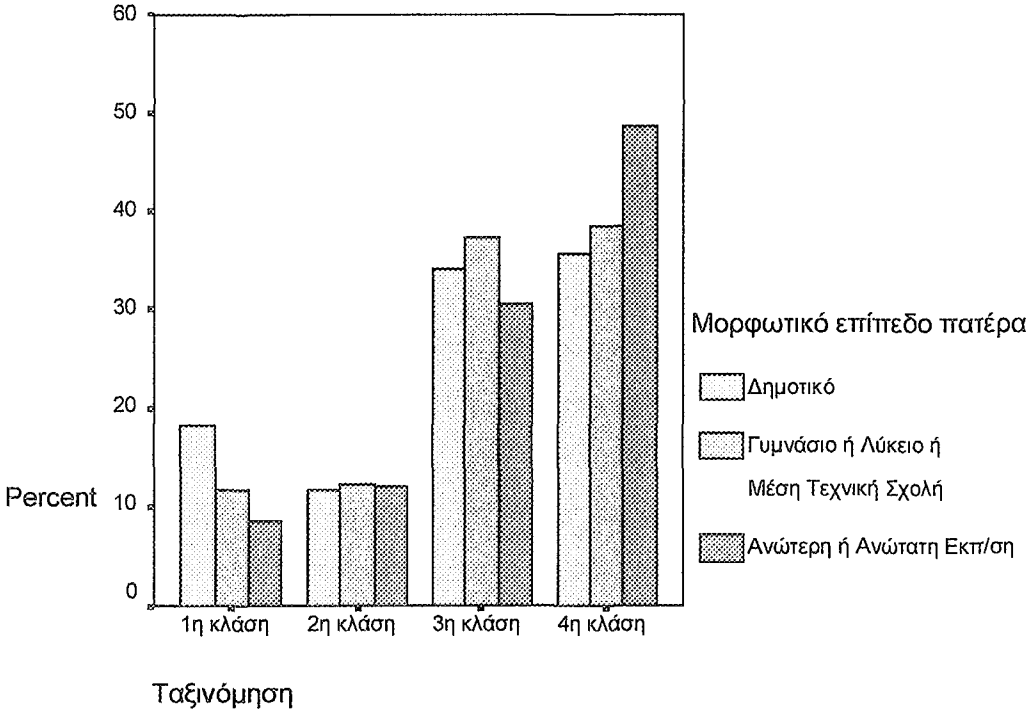
Όσον αφορά τη δεύτερη γραμμή του πίνακα, η οποία περιέχει τα ποσοστά των κοριτσιών σε κάθε μια από τις τέσσερις κλάσεις, τα Adjusted Residuals έχουν τις ακριβώς αντίθετες τιμές από αυτές στην πρώτη γραμμή, άρα προκύπτουν τα ακριβώς αντίθετα συμπεράσματα. Αυτό σημαίνει ότι: α) το ποσοστό των κοριτσιών στην πρώτη και δεύτερη κλάση είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το ποσοστό των κοριτσιών στο συνολικό δείγμα και β) στην τέταρτη κλάση το ποσοστό των κοριτσιών είναι σημαντικά μικρότερο από το ποσοστό των κοριτσιών στο συνολικό δείγμα. Στην τρίτη κλάση η τιμή του Adjusted Residual είναι 0,2, δηλαδή βρίσκεται στο διάστημα [-2 , 2], άρα το ποσοστό των κοριτσιών στην τρίτη κλάση δεν διαφέρει σημαντικά από το ποσοστό των κοριτσιών στο δείγμα.

Το συμπέρασμα από την εξέταση του πίνακα διασταύρωσης των μεταβλητών *ταξινόμηση* (σε κλάσεις) και *φύλο* είναι ότι στην πρώτη και δεύτερη κλάση η ποσοστιαία αναλογία των κοριτσιών είναι μεγαλύτερη από αυτή των αγοριών, ενώ στην τέταρτη κλάση συμβαίνει το αντίστροφο, επομένως τα αγόρια εκδηλώνουν θετικότερη στάση απέναντι στα μαθηματικά σε σχέση με τα κορίτσια. Το συμπέρασμα αυτό συμφωνεί με το αντίστοιχο συμπέρασμα που προέκυψε από την Παραγοντική Ανάλυση Αντιστοιχιών.

Η τρίτη συσχέτιση αφορά τις μεταβλητές *ταξινόμηση* και *μορφωτικό επίπεδο του πατέρα.*

Το διάγραμμα 37 απεικονίζει το ποσοστό των ατόμων, από κάθε ένα από τα επίπεδα του *μορφωτικού επιπέδου του πατέρα,* που αντιστοιχεί σε κάθε μια από τις κλάσεις.

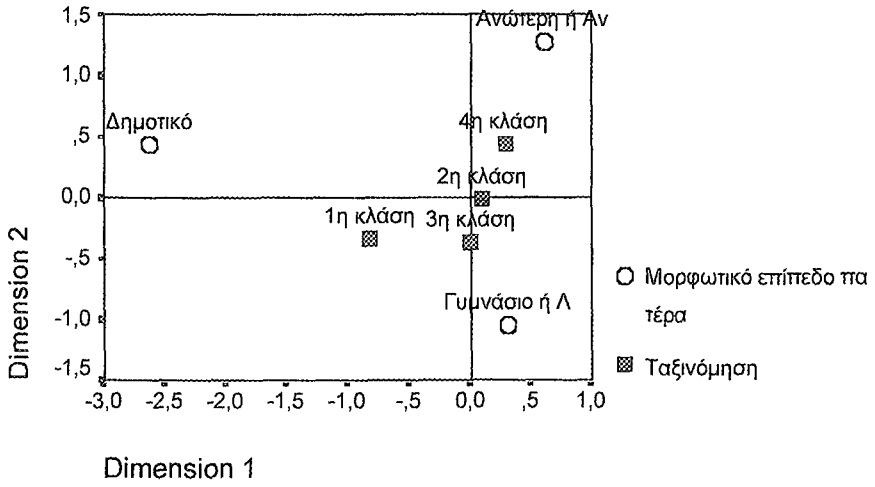
Διάγραμμα 37



Για την τρίτη συσχέτιση θα χρησιμοποιηθούν, όπως και προηγουμένως, δύο μέθοδοι και θα συγκριθούν τα αντίστοιχα αποτελέσματα. Η πρώτη μέθοδος είναι η Παραγοντική Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών, και η δεύτερη είναι ο στατιστικός έλεγχος του X^2.

Αμέσως παρακάτω θα διερευνηθεί η συσχέτιση με τη βοήθεια του παρακάτω διαγράμματος (διάγραμμα 38) που προέκυψε από την εφαρμογή της Πολλαπλής Παραγοντικής Ανάλυσης Αντιστοιχιών.

Διάγραμμα 38



Το σημείο που απεικονίζει υψηλό μορφωτικό επίπεδο του πατέρα (Ανώτερο ή Ανώτατο επίπεδο μόρφωσης) γειτνιάζει με το σημείο που απεικονίζει την τέταρτη κλάση, η οποία αποτελείται από τους μαθητές με την κατά μέσο όρο πλέον θετική στάση. Το σημείο που απεικονίζει χαμηλό μορφωτικό επίπεδο του πατέρα (Δημοτικό) γειτνιάζει με την πρώτη κλάση, η οποία αποτελείται από τους μαθητές με την κατά μέσο όρο πλέον αρνητική στάση. Άρα είναι φανερό ότι η πλέον αρνητική στάση συνδέεται με το πλέον χαμηλό μορφωτικό επίπεδο πατέρα, ενώ η περισσότερο θετική με το πιο υψηλό.

Τα σημεία που απεικονίζουν τη δεύτερη και τρίτη κλάση βρίσκονται πλησίον της αρχής των αξόνων, άρα οι κλάσεις αυτές δεν φαίνεται να επηρεάζονται από το μορφωτικό επίπεδο του πατέρα. Επίσης, πλησίον της αρχής των αξόνων βρίσκεται το σημείο που απεικονίζει ενδιάμεσο μορφωτικό επίπεδο του πατέρα (Γυμνάσιο ή Λύκειο ή Μέση Τεχνική Σχολή), επομένως το επίπεδο αυτό δεν επηρεάζει την Ταξινόμηση.

Στον στατιστικό έλεγχο του X^2 η μηδενική υπόθεση είναι ότι οι δύο μεταβλητές είναι ανεξάρτητες, ενώ η εναλλακτική υπόθεση είναι ότι οι δύο αυτές μεταβλητές συσχετίζονται. Τα αποτελέσματα του ελέγχου του X^2 (πίνακας 23),

καθώς και ο πίνακας διασταύρωσης (πίνακας 24) των δύο μεταβλητών παρουσιάζονται αμέσως παρακάτω. Ο στατιστικός έλεγχος του X^2 (πίνακας 23) έδειξε ότι υπάρχει συσχέτιση σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05 ((p<0,05). Η διερεύνηση της συσχέτισης θα γίνει με τη βοήθεια του πίνακα 24.

Πίνακας 23

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	15,383[a]	6	,017
Likelihood Ratio	14,764	6	,022
Linear-by-Linear Association	10,133	1	,001
N of Valid Cases	864		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 13,75.

Πίνακας 24

Μορφωτικό επίπεδο πατέρα * Ταξινόμηση ατόμων Crosstabulation

			Ταξινόμηση ατόμων				
			1η κλάση (αρνητική στάση)	2η κλάση (Μάλλον αρν. στάση)	3η κλάση (Μάλλον θετ. στάση)	4η κλάση (Θετική στάση)	Total
Μορφωτικό επίπεδο πατέρα	Δημοτικό	Count	22	14	41	43	120
		% within Ταξινόμηση ατόμων	22,2%	13,3%	13,8%	11,9%	13,9%
		Adjusted Residual	2,5	-,2	-,1	-1,5	
	Γυμνάσιο ή Λύκειο ή Μέση Τεχνική Σχολή	Count	50	53	161	166	430
		% within Ταξινόμηση ατόμων	50,5%	50,5%	54,0%	45,9%	49,8%
		Adjusted Residual	,2	,2	1,8	-2,0	
	Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπ/ση	Count	27	38	96	153	314
		% within Ταξινόμηση ατόμων	27,3%	36,2%	32,2%	42,3%	36,3%
		Adjusted Residual	-2,0	,0	-1,8	3,1	
Total		Count	99	105	298	362	864
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Στην πρώτη γραμμή του πίνακα, η οποία αντιστοιχεί στους πατέρες των μαθητών με μόρφωση Δημοτικού, το ποσοστό των ατόμων της πρώτης κλάσης (22,2 %) είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ποσοστό στο δείγμα (13,9 %), ενώ τα ποσοστά που αντιστοιχούν στις υπόλοιπες τρεις κλάσεις (13,3 %, 13,8 % και 11,9 %), δεν διαφέρουν σημαντικά από το αντίστοιχα του δείγματος (13,9 %). Στη δεύτερη γραμμή του πίνακα, που αντιστοιχεί στους πατέρες των μαθητών με μόρφωση Γυμνασίου ή Λυκείου ή Μέσης Τεχνικής Σχολής, τα ποσοστά των ατόμων που αντιστοιχούν σε κάθε μία κλάση δεν διαφέρουν σημαντικά από τα αντίστοιχα του δείγματος. Στην τρίτη γραμμή του πίνακα, η οποία αντιστοιχεί στους πατέρες των μαθητών αποφοίτους Ανώτερης ή Ανώτατης Σχολής, το ποσοστό των ατόμων της τέταρτης κλάσης είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ποσοστό στο δείγμα, ενώ τα ποσοστά που αντιστοιχούν στις υπόλοιπες τρεις κλάσεις δεν διαφέρουν σημαντικά από τα αντίστοιχα του δείγματος.

Το συμπέρασμα λοιπόν που προκύπτει είναι ότι κλάσεις που χαρακτηρίζονται από ακραία θετική ή ακραία αρνητική στάση ($4^η$ και $1^η$) συσχετίζονται αντίστοιχα με ακραία υψηλό ή ακραία χαμηλό μορφωτικό επίπεδο του πατέρα. Στις ενδιάμεσες κλάσεις δεν φαίνεται να ισχύει παρόμοια συσχέτιση.

Το συμπέρασμα αυτό, όπως και αυτά των δύο προηγούμενων συσχετίσεων, συμφωνεί με το αντίστοιχο που προέκυψε από την εφαρμογή της μεθόδου της Πολλαπλής Παραγοντικής Ανάλυσης Αντιστοιχιών.

Ο έλεγχος της τέταρτης συσχέτισης, που αφορά τις μεταβλητές *ταξινόμηση* και *μορφωτικό επίπεδο της μητέρας* πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του στατιστικού ελέγχου του X^2 (πίνακας 25). Το αποτέλεσμα που προέκυψε είναι ότι δεν υπάρχει συσχέτιση των μεταβλητών *Ταξινόμηση* και *μορφωτικό επίπεδο της μητέρας* ($p>0,05$).

Πίνακας 25

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	10,787[a]	6	,095
Likelihood Ratio	11,575	6	,072
Linear-by-Linear Association	3,737	1	,053
N of Valid Cases	864		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 15,13.

4.4 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΞΙ ΧΩΡΩΝ

Όπως ελέχθη στην Εισαγωγή, η ίδια έρευνα, εκτός της Ελλάδος, έχει πραγματοποιηθεί σε πέντε άλλες χώρες. Συγκεκριμένα στη Γαλλία, Καναδά (Οντάριο και Κεμπέκ), Βέλγιο, Μεγάλη Βρετανία (Μ.Β.) και Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής (Η.Π.Α.). Έτσι κρίθηκε σκόπιμο να πραγματοποιηθεί μια συγκριτική εξέταση των μέσων τιμών των απαντήσεων των επτά διαφορετικών δειγμάτων στις εικοσιπέντε αρχικές ερωτήσεις του ερωτηματολογίου. Οι μέσες τιμές που αντιστοιχούν στα επτά δείγματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (πίνακας 26).

Πίνακας 26

Ερώτ.	*Γαλ.*	*Βέλγ.*	*Κεμπ.*	*Οντ.*	*Η.Π.Α.*	*Μ. Β.*	*Ελλάς*
Q1	2,56	2,51	2,36	2,91	2,44	2,52	2,95
Q2	2,81	2,56	3,14	3,05	2,72	2,93	3,78
Q3	2,78	2,88	3,05	2,67	2,05	2,38	2,75
Q4	2,98	2,77	3,17	3,62	3,47	4,12	3,20
Q5	3,47	3,23	3,59	3,98	3,95	3,94	4,37
Q6	2,67	2,61	2,33	1,77	1,78	1,8	2,24
Q7	3,65	3,53	4,23	4,41	4,08	4,14	4,52
Q8	2,73	2,66	3,31	3,48	2,71	3,37	3,25
Q9	2,04	1,95	1,56	1,58	1,94	1,42	1,75
Q10	3,06	2,80	2,81	2,51	2,82	2,01	2,54
Q11	2,18	2,03	1,94	1,76	1,58	1,60	2,40
Q12	3,09	3,20	3,61	4,18	3,36	3,93	3,77
Q13	3,10	3,03	2,86	2,99	3,14	2,09	2,78
Q14	3,42	3,43	3,36	4,26	3,97	4,11	4,29
Q15	3,38	3,40	3,45	4,12	3,94	4,11	3,50
Q16	3,50	3,52	3,24	3,25	3,55	3,12	2,94
Q17	2,15	2,08	2,34	2,46	2,06	2,42	3,09
Q18	2,92	3,09	2,62	3,20	2,73	2,98	2,86
Q19	2,81	2,78	3,03	3,25	2,77	3,28	3,58
Q20	2,33	2,15	2,94	2,42	2,30	2,58	2,53
Q21	3,08	2,73	2,88	2,60	2,17	2,41	2,87
Q22	3,94	3,77	3,68	4,37	4,31	4,51	3,89
Q23	2,75	2,56	2,13	1,96	1,73	2,58	2,26
Q24	2,77	2,84	2,08	2,12	2,27	2,00	2,48
Q25	3,09	2,85	2,21	2,09	1,94	2,43	2,25

Υπενθυμίζεται ότι στο ερωτηματολόγιο οι μαθητές καλούνται να εκφράσουν, για κάθε ερώτηση, το βαθμό συμφωνίας ή διαφωνίας πάνω σε μια πενταβάθμια κλίμακα (1= διαφωνώ απόλυτα, 2= μάλλον διαφωνώ, 3=ούτε συμφωνώ, ούτε διαφωνώ, 4= μάλλον συμφωνώ, 5=συμφωνώ απόλυτα).

Τα δεδομένα που περιέχει ο πίνακας αυτός επιτρέπουν τη δημιουργία ενός νέου πίνακα, ο οποίος εμφανίζει την ομαδοποίηση των ερωτήσεων (μεταβλητών) της πρώτης στήλης σε τόσες ομάδες όσες και οι αμυντικοί μηχανισμοί ως προς τα μαθηματικά που χρησιμοποιούν οι μαθητές του δείγματος. Οι πρώτοι τρεις μηχανισμοί, δηλαδή η φοβική αποφυγή, η απώθηση και η προβολή, όπως ήδη έχει αναλυθεί, παραπέμπουν σε αρνητική αντιμετώπιση των μαθηματικών. Οι επόμενοι τρεις, δηλαδή η εξιδανίκευση η επανόρθωση και η ενδοβολή των μαθηματικών ως "καλού" αντικειμένου, όπως επίσης έχει αναλυθεί, οδηγούν σε θετική στάση ως προς τα μαθηματικά. Ο έβδομος μηχανισμός, δηλαδή η αντιστροφή στο αντίθετο, όπως έχει ήδη τονισθεί, συνιστά θετική προδιάθεση, η οποία όμως δεν καταλήγει σε πρακτικά αποτελέσματα, εάν δε συνοδεύεται και από άλλους μηχανισμούς. Ο μηχανισμός της αντιστροφής στο αντίθετο, προκειμένου να υπάρξει η δυνατότητα σύγκρισης των επτά δειγμάτων, κατατάχθηκε μαζί με αυτούς που εκφράζουν θετική στάση ως προς τα μαθηματικά.[25].

Τα αποτελέσματα της ομαδοποίησης παρουσιάζονται στον πίνακα 27. Η πρώτη γραμμή, η οποία αντιστοιχεί στον μηχανισμό της φοβικής αποφυγής, περιέχει τις μέσες τιμές οι οποίες αντιστοιχούν στις μεταβλητές (Q1, Q3, Q6, Q11) που εντάσσονται σ' αυτόν το μηχανισμό. Η δεύτερη και η τρίτη γραμμή περιέχουν αντίστοιχα τις μεταβλητές που εντάσσονται στους μηχανισμούς της απώθησης (Q9, Q10, Q13) και της προβολής (Q16, Q23, Q24, Q5). Κάθε μια από τις γραμμές αυτές παρέχει τη δυνατότητα της σύγκρισης των δειγμάτων από τη Γαλλία, Κεμπέκ, Βέλγιο, Οντάριο, Μεγάλη Βρετανία, Η.Π.Α και την Ελλάδα, ως προς κάθε ένα, χωριστά, μηχανισμό άμυνας. Η τέταρτη γραμμή περιέχει τους μέσους όρους των μέσων τιμών που αντιστοιχούν στους ανωτέρω μηχανισμούς, επομένως, είναι

---

[25] Για τον ίδιο λόγο, και προφανώς χωρίς βλάβη της γενικότητας, ορισμένες μεμονωμένες μεταβλητές εντάχθηκαν στον πλησιέστερο μηχανισμό άμυνας.

και η πιο σημαντική, διότι επιτρέπει τη σύγκριση των επτά δειγμάτων ως προς τη συνολική αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά.

Οι επόμενες τέσσερις γραμμές του πίνακα δημιουργήθηκαν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, με τη μόνη διαφορά ότι περιέχουν τις μέσες τιμές των μεταβλητών που εκφράζουν θετική στάση ως προς τα μαθηματικά. Συγκεκριμένα η πέμπτη γραμμή αντιστοιχεί στο μηχανισμό της εξιδανίκευσης (Q17, Q21), ή έκτη στο μηχανισμό της επανόρθωσης (Q2, Q8, Q19, Q20), η έβδομη στο μηχανισμό της ενδοβολής (Q12, Q14, Q15, Q22) και η όγδοη στο μηχανισμό της αντιστροφής στο αντίθετο (Q4, Q5, Q7). Τέλος, η ένατη γραμμή περιέχει τους μέσους όρους των μέσων τιμών που αντιστοιχούν στους ανωτέρω μηχανισμούς, δηλαδή δίνει τη δυνατότητα της σύγκρισης των επτά δειγμάτων ως προς τη συνολική θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά.

Πίνακας 27

Άμυνα	Γαλ.	Βέλγ.	Κεμπ.	Ον.	Η.Π.Α..	Μ.Β.	Ελλάς
Φοβική αποφυγή	2,55	2,7	2,42	2,27	2,07	2,02	2,58
Απώθηση	2,73	2,58	2,41	2,36	2,63	1,84	2,35
Προβολή	3,02	2,94	2,41	2,35	2,37	2,53	2,48
Μ.Ο=2,46 (Αρνητική στάση)	**2,77**	**2,74**	**2,41**	**2.33**	**2,36**	**2,13**	**2.47**
Εξιδανίκευση.	2,61	2,44	2,61	3,76	2,11	2,4	2,98
Επανόρθωση.	2,67	2,53	3,10	2,59	2,62	3	3,28
Ενδοβολή	3,47	2,74	3,52	4,23	3,89	4,2	3,86
Αντιστροφή στο αντίθετο	3,36	3,17	3,66	4	3,83	4,01	4,03
Μ.Ο=3,22 (Θετική στάση)	**2,94**	**2,72**	**3,22**	**3,65**	**3,11**	**3,4**	**3,54**

Η εξέταση του πίνακα 27 μπορεί να δώσει μια πρώτη περιγραφική άποψη για τη σύγκριση μεταξύ των μηχανισμών άμυνας ως προς τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται, κατά μέσο όρο, από καθένα από τα επτά δείγματα. Μια πιο αυστηρή σύγκριση ξεφεύγει από το σκοπό της έρευνάς. Εξ άλλου, σύμφωνα με τον Nimier (1988, σ. 143): «Τα δείγματα (από τις πέντε χώρες) δεν είναι αντιπροσωπευτικά των μαθητών της κάθε χώρας, έτσι τα συμπεράσματα από τις μεταξύ τους συγκρίσεις δεν είναι παρά ενδείξεις κάποιων τάσεων ή υποθέσεις προς επαλήθευση».

Τα δεδομένα του πίνακα επιτρέπουν δύο, περιγραφικού τύπου, συγκρίσεις. Η πρώτη σύγκριση αφορά τη ξεχωριστή εξέταση καθενός από τα επτά δείγματα. Η δεύτερη σύγκριση, την οποία θεωρούμε και σημαντικότερη, επιτρέπει τη συσχέτιση των επτά δειγμάτων, ανάλογα με τη συνολικά θετική ή αρνητική στάση που παρουσιάζουν ως προς τα μαθηματικά.

ΠΡΩΤΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ

Αρνητική στάση

1. Φοβική αποφυγή

Μέγιστη μέση τιμή, σε σχέση με τις υπόλοιπες χώρες παρουσιάζει το Βέλγιο, ενώ ελάχιστη η Μ. Β, οπότε δίνεται η δυνατότητα της διατύπωσης της υπόθεσης ότι η μέγιστη αποφυγή από τα μαθηματικά παρατηρείται στους μαθητές από το Βέλγιο και η ελάχιστη στους μαθητές από τη Μ. Β.

2. Απώθηση

Μέγιστη μέση τιμή σε σχέση με τις υπόλοιπες χώρες παρουσιάζει η Γαλλία, ενώ ελάχιστη η Μ. Β, οπότε δίνεται η δυνατότητα της διατύπωσης της υπόθεσης ότι η μέγιστη απώθηση, ως προς τα μαθηματικά παρατηρείται στους μαθητές από τη Γαλλία και η ελάχιστη στους μαθητές από τη Μ. Β.

3. **Προβολή**

Μέγιστη μέση τιμή παρουσιάζει η Γαλλία, ενώ ελάχιστη το Οντάριο, οπότε δίνεται η δυνατότητα της διατύπωσης της υπόθεσης ότι η εντονότερη χρήση του μηχανισμού της προβολής γίνεται από τους Γάλλους μαθητές, ενώ η λιγότερο έντονη από τους μαθητές του Οντάριο.

Θετική στάση

1. **Εξιδανίκευση**

Μέγιστη μέση τιμή σε σχέση με τις υπόλοιπες περιοχές παρουσιάζει το Οντάριο, ενώ ελάχιστη οι Η.Π.Α, οπότε δίνεται η δυνατότητα της διατύπωσης της υπόθεσης ότι η μέγιστη εξιδανίκευση των μαθηματικών πραγματοποιείται από τους μαθητές του Οντάριο, ενώ η ελάχιστη από τους μαθητές των Η.Π.Α.

2. **Επανόρθωση**

Μέγιστη μέση τιμή σε σχέση με τις υπόλοιπες χώρες παρουσιάζει η Ελλάδα, ενώ ελάχιστη το Βέλγιο, οπότε δίνεται η δυνατότητα της διατύπωσης της υπόθεσης ότι η εντονότερη χρήση των μαθηματικών ως μέσου επανόρθωσης γίνεται από τους Έλληνες μαθητές, ενώ η λιγότερο έντονη από τους μαθητές του Βελγίου.

3. **Ενδοβολή**

Μέγιστη μέση τιμή παρουσιάζει το Οντάριο, ενώ ελάχιστη το Βέλγιο, οπότε δίνεται η δυνατότητα της διατύπωσης της υπόθεσης ότι η εντονότερη ενδοβολή των μαθηματικών, ως καλού αντικειμένου γίνεται από τους μαθητές του Οντάριο, ενώ η λιγότερο έντονη από τους μαθητές του Βελγίου.

4. **Αντιστροφή στο αντίθετο**

Μέγιστη μέση τιμή σε σχέση με τις υπόλοιπες χώρες παρουσιάζει η Ελλάδα, ενώ ελάχιστη το Βέλγιο, οπότε δίνεται η δυνατότητα της διατύπωσης της υπόθεσης ότι η εντονότερη επιθυμία προς χρήση των μαθηματικών ως μέσου ναρκισσιστικής αποκατάστασης υπάρχει στους Έλληνες μαθητές, ενώ η λιγότερο έντονη στους μαθητές του Βελγίου.

Παρατήρηση: Οι μέσες τιμές του πίνακα 27 που αντιστοιχούν στους μηχανισμούς της φοβικής αποφυγής, της απώθησης και της προβολής βρίσκονται στο διάστημα από 1,84 μέχρι 3,02, άρα το σύνολο των επτά δειγμάτων κυμαίνεται μεταξύ της διαφωνίας και της ουδετερότητας. Οι μέσες τιμές που αφορούν τους μηχανισμούς της εξιδανίκευσης, της επανόρθωσης, της ενδοβολής και της αντιστροφής στο αντίθετο βρίσκονται στο διάστημα από 2,11 μέχρι 4,23, επομένως το σύνολο των επτά δειγμάτων κυμαίνεται μεταξύ της διαφωνίας και της συμφωνίας. Επίσης, παρατηρείται ότι σχεδόν όλοι οι μέσοι όροι, που εκφράζουν τη συνολικά αρνητική στάση (τέταρτη γραμμή) είναι μικρότεροι από τους αντίστοιχους (ένατη γραμμή), που εκφράζουν θετική στάση. Οι ανωτέρω διαπιστώσεις παρέχουν τη δυνατότητα της διατύπωσης της υπόθεσης ότι η στάση που κατά μέσο όρο υπερτερεί είναι η θετική.

ΔΕΥΤΕΡΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ

Η δεύτερη σύγκριση θα στηριχθεί στην τέταρτη και την ένατη γραμμή του πίνακα 27. Οι γραμμές αυτές περιέχουν τους μέσους όρους του συνόλου των μεταβλητών που εκφράζουν αρνητική ή θετική στάση αντίστοιχα.

Αρνητική στάση

Μέγιστη αρνητική στάση εμφανίζουν οι μαθητές από το Βέλγιο και τη Γαλλία, ενώ ελάχιστη οι μαθητές από τις Η.Π.Α, το Οντάριο και τη Μ.Β. Η Ελλάδα και το Κεμπέκ βρίσκονται πολύ κοντά στον μέσο όρο.

Θετική στάση

Μέγιστη θετική στάση εμφανίζουν οι μαθητές από την Ελλάδα, το Οντάριο και τη Μ.Β, ελάχιστη οι μαθητές από τη Γαλλία, το Βέλγιο και τις Η.Π.Α, ενώ το Κεμπέκ βρίσκεται στον μέσο όρο.

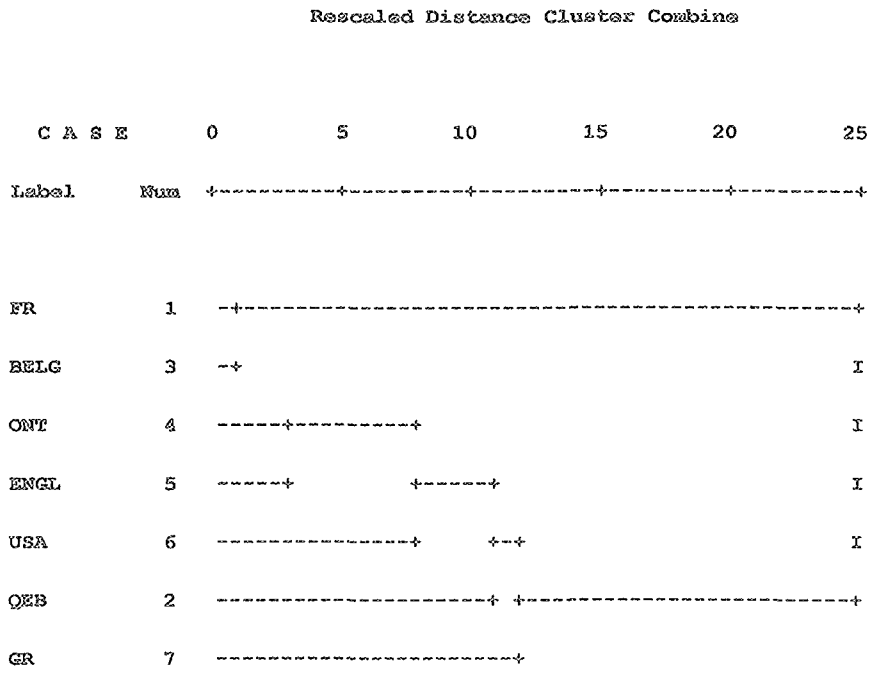
Από τη δεύτερη σύγκριση προκύπτει ότι: Η Γαλλία και το Βέλγιο χαρακτηρίζονται από μέγιστη αρνητική στάση και από ελάχιστη θετική, ενώ η Μ. Β και το Οντάριο χαρακτηρίζονται από μέγιστη θετική στάση και από ελάχιστη αρνητική. Το ως άνω συμπέρασμα δίνει τη δυνατότητα της διατύπωσης της υπόθεσης περί ύπαρξης δύο διακεκριμένων ομάδων, όπου η μια αποτελείται από τη Γαλλία και το Βέλγιο και η άλλη από τη Μ. Β και το Οντάριο και τριών μεμονωμένων περιπτώσεων, της Ελλάδας, των Η.Π.Α και του Κεμπέκ. Οι τρεις τελευταίες χαρακτηρίζονται, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, από ενδιάμεσες στάσεις.

ΑΝΙΟΥΣΑ ΙΕΡΑΡΧΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ

Στη συνέχεια, και με σκοπό τη σύγκριση των αποτελεσμάτων, στα δεδομένα του πίνακα 26 θα εφαρμοσθεί η μέθοδος της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης. Η μέθοδος αυτή, στην οποία έχει ήδη γίνει αναλυτική αναφορά, επιτρέπει την ομαδοποίηση των επτά δειγμάτων με κριτήριο τους αντίστοιχους μηχανισμούς άμυνας. Τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μεθόδου της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης, όπως θα δειχθεί αμέσως παρακάτω είναι ακριβώς ίδια με αυτά που προέκυψαν από την περιγραφική εξέταση των δειγμάτων. Το δενδρόγραμμα (σχήμα 2) που προέκυψε από την εφαρμογή της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης παρουσιάζει, εάν θεωρήσουμε μια τομή στο σημείο 5 του άξονα, δύο διακεκριμένες κλάσεις και τρεις μεμονωμένες περιπτώσεις.

Σχήμα 2

Dendrogram using Average Linkage (Between Groups)



Η πρώτη κλάση αποτελείται από τη Γαλλία και το Βέλγιο, δηλαδή από τις χώρες που, όπως δείχθηκε από την περιγραφική εξέταση, χαρακτηρίζονται από την πλέον αρνητική στάση. Η δεύτερη κλάση αποτελείται από τη Μ Β και το Οντάριο, που, όπως επίσης δείχθηκε, χαρακτηρίζονται από την πλέον θετική στάση. Σε μεμονωμένη θέση είναι οι Η.Π.Α, οι οποίες συνδέονται με τη Μ. Β και το Οντάριο σε υψηλότερο σημείο του δενδρογράμματος, η Ελλάδα και το Κεμπέκ. Τα δείγματα από τις Η.Π.Α, την Ελλάδα και το Κεμπέκ χαρακτηρίζονται, όπως φάνηκε από την περιγραφική εξέταση από πλέον ενδιάμεσες στάσεις.

Οι ομοιότητες και οι διαφορές των επτά προς εξέταση δειγμάτων στηρίχθηκαν στα δεδομένα του πίνακα 26, δηλαδή στην στάσης που παρουσιάζουν απέναντι στα μαθηματικά. Στη συνέχεια θα επιχειρηθεί μια απόπειρα ερμηνείας στηριγμένη στη σκιαγράφηση ορισμένων κοινωνικοπολιτικών και εκπαιδευτικών δεδομένων.

Οι ερμηνευτικές υποθέσεις που θα διατυπωθούν παρακάτω, όσον αφορά τις ομοιότητες ή διαφορές μεταξύ των δειγμάτων, θεωρούμε ότι είναι μόνο ενδείξεις. Αυτό συμβαίνει γιατί: α) τα δείγματα, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, δεν είναι αντιπροσωπευτικά των μαθητών της κάθε χώρας, άρα τα συμπεράσματα από τις μεταξύ τους συγκρίσεις δεν είναι παρά ενδείξεις κάποιων τάσεων ή υποθέσεις προς επαλήθευση και β) αντικείμενο της μελέτης μας είναι οι ψυχολογικές στάσεις ως προς τα μαθηματικά και μάλιστα μόνο αυτές που αντιστοιχούν στους Έλληνες μαθητές.

Η πρώτη κλάση αποτελείται από τη Γαλλία και το Βέλγιο, δηλαδή δύο χώρες με γεωγραφική και πολιτιστική εγγύτητα. Η γαλλόφωνη αστική τάξη του Βελγίου έχει ασκήσει, παρά την αντίδραση των Ολλανδόφωνων Φλαμανδών, μεγάλη επιρροή στο σύνολο του μορφωτικού τομέα, άρα και σε όλες τις συνιστώσες που αποτελούν τη μαθηματική εκπαίδευση.

Η δεύτερη κλάση αποτελείται από τη Μ. Β και το Οντάριο και οι ομοιότητες που παρουσιάζουν είναι δυνατό να ερμηνευθούν και από την επίδραση που έχει υποστεί ο Καναδάς από την Αγγλοσαξονική κουλτούρα.

Το Κεμπέκ αποτελεί μια ιδιαίτερη περίπτωση, γιατί, παρόλο που ανήκει στον Καναδά, είναι μια γαλλόφωνη περιοχή. Ιδιαίτερη περίπτωση αποτελεί και η Ελλάδα, η οποία στο δενδρόγραμμα βρίσκεται στην πλέον απομονωμένη θέση. Μια γενική ερμηνεία για τη θέση αυτή της Ελλάδας είναι ότι βρίσκεται σε ιδιαίτερη θέση σε σχέση με όλες τις υπόλοιπες χώρες, που ανήκουν στη χορεία των αναπτυγμένων κρατών. Μια ειδικότερη ερμηνεία, η οποία εξηγεί και το γεγονός ότι η Ελλάδα βρίσκεται σε εγγύτερη θέση με τις Αγγλόφωνες χώρες από ό,τι με τις Γαλλόφωνες, είναι ο ιδιαίτερος τρόπος με τον οποίο εξελίχθηκε η μαθηματική παιδεία στην Ελλάδα. Πιο συγκεκριμένα, η ανάπτυξη των επιστημονικών, παιδαγωγικών και διδακτικών αντιλήψεων για τα μαθηματικά στην Ελλάδα, αρχικά επηρεάστηκε πολύ από τις αντίστοιχες Γαλλικές και Γερμανικές, στη συνέχεια ο μέγιστος επηρεασμός προήλθε κυρίως από τα Αγγλοσαξονικά μοντέλα παιδείας.

Τέλος, ιδιαίτερη περίπτωση αποτελούν και οι Η.Π.Α, οι οποίες εμφανίζουν τη λιγότερο αρνητική, αλλά και τη λιγότερο θετική στάση ως προς τα μαθηματικά, επομένως αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά με ένα αρκετά προσγειωμένο και χωρίς μεγάλες ακρότητες τρόπο. Οι Η.Π.Α στο δενδρόγραμμα βρίσκονται πλησιέστερα

στη Μ.Β και το Οντάριο, απ' ό,τι το Κεμπέκ και η Ελλάδα. Αυτό εξηγείται και από την κοινότητα πολλών στοιχείων με τη Μ.Β και τον αγγλόφωνο Καναδά (γλώσσα, γεωγραφική εγγύτητα-με τον Καναδά- κλπ). Η σχετικά απομονωμένη θέση των Η.Π.Α πιστεύουμε ότι είναι δυνατό να ερμηνευθεί και από την τάση, που διακρίνει αυτή τη χώρα, προς μια ρεαλιστική και πραγματιστική αντιμετώπιση των εκπαιδευτικών θεμάτων, επομένως και αυτών που σχετίζονται με τα μαθηματικά.

Στο κλείσιμο του υποκεφαλαίου που πραγματεύεται τη σύγκριση των επτά δειγμάτων από έξη διαφορετικά κράτη, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το υποκεφάλαιο αυτό, εξαιτίας των λόγων που αναπτύχθηκαν ανωτέρω, δημιουργεί πολλά ανοιχτά θέματα, τα οποία είναι δυνατό να αντιμετωπισθούν μόνο από διεθνές ερευνητικό επιτελείο.

4.6 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ερωτηματολόγιο

Το ερωτηματολόγιο διαιρείται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος του ερωτηματολογίου περιέχονται εικοσιπέντε ερωτήσεις (μεταβλητές) που αναφέρονται στους τρόπους με τους οποίους ο μαθητής σχετίζεται με τα μαθηματικά, ενώ στο δεύτερο μέρος υπάρχουν πέντε συμπληρωματικές ερωτήσεις.

Το πρώτο μέρος θεματικά χωρίζεται σε τρία τμήματα. Στο πρώτο τμήμα υπάρχουν επτά ερωτήσεις, που αναφέρονται στα συναισθήματα που νοιώθει ο μαθητής όταν πρέπει να λύσει ένα μαθηματικό πρόβλημα. Στο δεύτερο τμήμα υπάρχουν οκτώ ερωτήσεις, που αναφέρονται στη σημασία που μπορεί να έχει για τον μαθητή η ενασχόληση με τα μαθηματικά. Στο τρίτο τμήμα υπάρχουν δέκα ερωτήσεις, που αναφέρονται στη γνώμη του μαθητή για το περιεχόμενο ορισμένων απόψεων που αφορούν τα μαθηματικά. Όπως είναι φανερό από το περιεχόμενο των ερωτήσεων, πολύ σημαντικό ρόλο στις απαντήσεις παίζουν τα συναισθήματα και οι φαντασιώσεις του μαθητή σε σχέση με τα μαθηματικά, γιατί μέσα από αυτές τις παραμέτρους εκφράζονται οι αμυντικοί μηχανισμοί.

Οι μαθητές καλούνται να εκφράσουν για κάθε πρόταση του ερωτηματολόγιου το βαθμό συμφωνίας ή διαφωνίας πάνω σε μια πενταβάθμια κλίμακα (1= διαφωνώ απόλυτα, 2= μάλλον διαφωνώ, 3=ούτε συμφωνώ, ούτε διαφωνώ, 4= μάλλον συμφωνώ, 5=συμφωνώ απόλυτα).

Δείγμα

Στο δείγμα συμμετείχαν 1141 μαθητές, και των δύο φύλων από τη Β΄ τάξη των Δημοσίων Γενικών Λυκείων στην Αθήνα.

Σκοποί της έρευνας

Α. Η διερεύνηση των μηχανισμών άμυνας που χρησιμοποιούν οι μαθητές ως προς τα μαθηματικά, με στόχο την επαλήθευση της ειδικής υπόθεσης της έρευνας σύμφωνα με την οποία οι μηχανισμοί άμυνας δεν λειτουργούν μόνο προς την

κατεύθυνση της δημιουργίας μιας αρνητικής στάσης απέναντι στα μαθηματικά, αλλά είναι δυνατό να βοηθήσουν στη δόμηση μιας θετικής σχέσης.

Β. Η επαλήθευση της γενικής υπόθεσης που τέθηκε στην αρχή της έρευνας, σύμφωνα με την οποία τα μαθηματικά για τους μαθητές είναι αντικείμενο και η σχέση με αυτά είναι σχέση αντικειμένου.

Στατιστική επεξεργασία

Αρχικά πραγματοποιήθηκε Περιγραφική εξέταση και στη συνέχεια εφαρμόσθηκε η συνδυασμένη χρήση της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης (ως προς τις μεταβλητές και ως προς τα άτομα του δείγματος) που ανήκει στις μεθόδους της Αυτόματης Ταξινόμησης, και της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες που ανήκει στις μεθόδους της Παραγοντικής Ανάλυσης.

Η εφαρμογή των δύο αυτών μεθόδων επέτρεψε:

1. Την ανάδειξη των παραγόντων εκείνων ως προς τους οποίους διαρθρώνεται ο πληθυσμός, όσον αφορά προς το θέμα της έρευνας.
2. Τον διαχωρισμό των 25 αρχικών μεταβλητών σε ομοιογενείς ομάδες (κλάσεις), όπου κάθε μία από αυτές συνδέεται με ένα ιδιαίτερο μηχανισμό άμυνας.
3. Τον διαχωρισμό του δείγματος των μαθητών σε ομάδες (κλάσεις) σαφώς διακεκριμένες και οριοθετημένες σύμφωνα με τις ομοιότητες των απαντήσεων των ατόμων που συμμετείχαν στην έρευνα.

Συμπεράσματα από την Παραγοντική Ανάλυση και την Αυτόματη Ταξινόμηση ως προς τις μεταβλητές.

Η Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες, ως προς τις μεταβλητές, έδειξε ότι δύο είναι οι σημαντικότεροι παραγοντικοί άξονες ως προς τους οποίους διαρθρώνεται ο μαθητικός πληθυσμός όσον αφορά τους αμυντικούς μηχανισμούς σε σχέση με τα μαθηματικά.

Ο πρώτος παραγοντικός άξονας είναι αυτός που διαφοροποιεί τις απαντήσεις των ατόμων του δείγματος ως προς τους αμυντικούς μηχανισμούς που χρησιμοποιούν σε σχέση με τα μαθηματικά.

Οι μεταβλητές που απεικονίζονται στην αριστερή πλευρά του άξονα εκφράζουν ένα σύνολο από αμυντικούς μηχανισμούς που ως κοινό χαρακτηριστικό έχουν την αποφυγή των μαθηματικών.

Οι μεταβλητές που αποτελούν την ομάδα που εμφανίζεται στη δεξιά πλευρά του άξονα εκφράζουν ένα σύνολο από αμυντικούς μηχανισμούς που ως κοινό χαρακτηριστικό έχουν την επιθυμία για τη δημιουργία μιας θετικής σχέσης με τα μαθηματικά.

Ο δεύτερος παραγοντικός άξονας (κατακόρυφος άξονας) είναι αυτός που αναφέρεται στη χρήση των μαθηματικών ως μέσο για την επίτευξη της ναρκισσιστικής αποκατάστασης.

Η εφαρμογή της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης στις μεταβλητές επέτρεψε τον διαχωρισμό των 25 αρχικών μεταβλητών σε τρεις κλάσεις.

Ο συνδυασμός των μεθόδων της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης και της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες έδωσε τη δυνατότητα για μια πληρέστερη ερμηνεία των ομάδων των μεταβλητών που συμμετείχαν στη δημιουργία του πρώτου παραγοντικού άξονα. Πιο συγκεκριμένα, από την όλη στατιστική επεξεργασία προέκυψε ότι: α) στο αρνητικό τμήμα υπάρχουν άμυνες φοβικού τύπου (*φοβική αποφυγή, απώθηση, προβολή*), οι οποίες παραπέμπουν σε αρνητική αντιμετώπιση των μαθηματικών και β) στο θετικό τμήμα υπάρχουν οι αμυντικοί μηχανισμοί της *εξιδανίκευσης, ενδοβολής των μαθηματικών ως ''καλού'' αντικειμένου και επανόρθωσης*, οι οποίοι οδηγούν σε θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά. Επομένως, κατέστη φανερό ότι ισχύει η υπόθεση σύμφωνα με την οποία η θετική ή αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά εξαρτάται και από τους μηχανισμούς άμυνας που χρησιμοποιούνται.

Συμπεράσματα από την Αυτόματη Ταξινόμηση των ατόμων του δείγματος

Η μέθοδος της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης στο σύνολο των ατόμων του δείγματος επέτρεψε τον διαχωρισμό του δείγματος των μαθητών σε τέσσερις κλάσεις (ομάδες). Στόχος της ομαδοποίησης των μαθητών ήταν η ανάδειξη των ιδιαιτέρων αμυντικών μηχανισμών απέναντι στα μαθηματικά που χρησιμοποιεί η κάθε κλάση.

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ταξινόμηση των μαθητών σε τέσσερις κλάσεις είναι τα εξής:

1. Υπάρχει μια κλιμάκωση της κατά μέσο όρο στάσης ως προς τα μαθηματικά, όσον αφορά κάθε μια από τις τέσσερις κλάσεις. Η πρώτη κλάση χρησιμοποιεί αμυντικούς μηχανισμούς απέναντι στα μαθηματικά που παραπέμπουν σε σαφώς αρνητική στάση, η δεύτερη έχει επίσης αρνητική στάση, αλλά σε λιγότερο βαθμό από ό,τι η πρώτη, η τρίτη έχει μάλλον θετική στάση, ενώ η τέταρτη κλάση έχει την πλέον θετική στάση.

2. Η πρώτη κλάση περιέχει τα λιγότερα άτομα σε σχέση με τις υπόλοιπες και μάλιστα, όσο η στάση γίνεται περισσότερο θετική, τόσο αυξάνει ο αριθμός των ατόμων που την αποτελούν.

3. Για τους Έλληνες μαθητές, ανεξάρτητα εάν είναι καλοί ή κακοί στα μαθηματικά, η επιτυχία σε αυτά είναι στοιχείο που παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στον ναρκισσισμό τους, ενώ αποτυχία αποτελεί μεγάλο πλήγμα.

4. Οι Έλληνες μαθητές, παρά τη φοβία που μπορεί να έχουν για τα μαθηματικά, σπάνια αισθάνονται προς αυτά τελείως αρνητικά.

Συμπεράσματα από την εξέταση των συμπληρωματικών μεταβλητών

Στο ερωτηματολόγιο υπήρχαν τέσσερις συμπληρωματικές μεταβλητές (*επίδοση, φύλο, μορφωτικό επίπεδο πατέρα και μορφωτικό επίπεδο μητέρας*) των οποίων ελέγχθηκε η σχέση με τις μεταβλητές *πρώτος παράγοντας* (στάση απέναντι στα μαθηματικά που εξαρτάται από τους μηχανισμούς άμυνας που χρησιμοποιούνται) και *ταξινόμηση* (ταξινόμηση του δείγματος των μαθητών σε

τέσσερις κλάσεις με κριτήριο τους μηχανισμούς άμυνας απέναντι στα μαθηματικά). Τα συμπεράσματα που προέκυψαν ήταν τα εξής:

Α. Όσον αφορά τον πρώτο παράγοντα

1. Θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά συνδέεται με υψηλή επίδοση και αντίστροφα αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά συνδέεται με χαμηλή επίδοση.

2. Τα αγόρια εκδηλώνουν θετικότερες στάσεις απέναντι στα μαθηματικά σε σχέση με τα κορίτσια.

3. Υψηλό μορφωτικό επίπεδο πατέρα (Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπ/ση) συνδέεται με θετικότερες στάσεις, ενώ μέσο ή χαμηλό μορφωτικό επίπεδο πατέρα (Δημοτικό ή Γυμνάσιο ή Λύκειο ή Μέση Τεχνική Σχολή) συνδέεται με πιο αρνητικές στάσεις.

4. Υψηλό μορφωτικό επίπεδο μητέρας (Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπ/ση) συνδέεται με θετικότερες στάσεις, ενώ χαμηλό μορφωτικό επίπεδο μητέρας (Δημοτικό) συνδέεται με πιο αρνητικές στάσεις.

Β. Όσον αφορά την ταξινόμηση

1. Η πρώτη και η δεύτερη κλάση περιέχουν σε μεγαλύτερο ποσοστό ''κακούς'' και ''μέτριους'' μαθητές, στη συνέχεια έρχεται η τρίτη κλάση και τελευταία, με το μικρότερο ποσοστό, βρίσκεται η πρώτη, ενώ τα ποσοστά των ''καλών'' και ''πολύ καλών'' μαθητών ακολουθούν την αντίστροφη πορεία.

2. Στην πρώτη και στη δεύτερη κλάση οι οποίες χαρακτηρίζονται από την πλέον αρνητική στάση η ποσοστιαία αναλογία των κοριτσιών είναι μεγαλύτερη από αυτήν των αγοριών. Στην τέταρτη κλάση που χαρακτηρίζεται από την πλέον θετική στάση συμβαίνει το αντίστροφο.

3. Η τέταρτη και η πρώτη κλάση που χαρακτηρίζονται από ακραία θετική ή ακραία αρνητική στάση συσχετίζονται αντίστοιχα με ακραία υψηλό ή ακραία χαμηλό μορφωτικό επίπεδο του πατέρα.

4. Μεταξύ της ταξινόμησης και του μορφωτικού επιπέδου της μητέρας δεν υπάρχει συσχέτιση.

Συμπεράσματα από τη συγκριτική μελέτη επτά δειγμάτων από έξη χώρες

Η συγκριτική μελέτη περιελάμβανε επτά δείγματα, τα οποία προέρχονται από έξη χώρες, δηλαδή ένα από τη Γαλλία, ένα από το Βέλγιο, ένα από τις Η.Π.Α, ένα από τη Μεγάλη Βρετανία, ένα από την Ελλάδα και δύο από τον Καναδά (Οντάριο και Κεμπέκ).

Σκοπός αυτής της εξέτασης ήταν η σύγκριση των μηχανισμών άμυνας των μαθητών, ως προς τα μαθηματικά, που χρησιμοποιούνται από καθένα από τα επτά δείγματα.

Από την περιγραφική εξέταση των μεταβλητών και τη χρήση της μεθόδου της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης προέκυψε το εξής αποτέλεσμα:

Υπάρχει μια διαφοροποίηση μεταξύ δύο σαφώς καθορισμένων ομάδων (κλάσεων), που η πρώτη περιλαμβάνει τη Γαλλία και το Βέλγιο (γαλλόφωνα δείγματα) και η δεύτερη περιλαμβάνει τη Μεγάλη Βρετανία και το Οντάριο (αγγλόφωνα δείγματα). Η Γαλλία και το Βέλγιο χαρακτηρίζονται από μέγιστη αρνητική στάση και από ελάχιστη θετική. Η Μεγάλη Βρετανία και το Οντάριο χαρακτηρίζονται από μέγιστη θετική στάση και από ελάχιστη αρνητική. Η Ελλάδα, το Κεμπέκ και οι Η.Π.Α αποτελούν σχετικά μεμονωμένες περιπτώσεις και χαρακτηρίζονται, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, από περισσότερο ενδιάμεσες στάσεις απ' ό,τι οι υπόλοιπες περιοχές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΤΗΤΑΣ

(ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ)

Το επάγγελμα του δασκάλου είναι ένα από τα πιο δύσκολα...
επιδιώκει το ακατόρθωτο

S. Freud

5.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Στόχος της έρευνας στους καθηγητές, όπως αναφέρθηκε στην Εισαγωγή, είναι ο έλεγχος των εξής υποθέσεων:

1. Η σχέση των καθηγητών με τα μαθηματικά είναι αποτέλεσμα, συν τοις άλλοις, και μίας ορισμένης οργάνωσης (δομής) της προσωπικότητας (ειδική υπόθεση).

2. Τα μαθηματικά είναι για τους καθηγητές των μαθηματικών αντικείμενο και η σχέση τους με τα μαθηματικά είναι σχέση αντικειμένου (γενική υπόθεση).

Για τη στατιστική επεξεργασία των δεδομένων της έρευνας και τη συνακόλουθη ερμηνεία αρχικά πραγματοποιήθηκε μια πρώτη Περιγραφική εξέταση και στη συνέχεια εφαρμόσθηκε στις μεταβλητές του δείγματος η συνδυασμένη χρήση της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης που ανήκει στις μεθόδους της Αυτόματης Ταξινόμησης και της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες

Συνιστώσες που ανήκει στις μεθόδους της Παραγοντικής Ανάλυσης. Οι μεθοδολογίες αυτές περιγράφηκαν αναλυτικά στο τέταρτο κεφάλαιο.

Στο σημείο αυτό θα γίνει μια διευκρίνιση όσον αφορά τη μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε για τη στατιστική επεξεργασία των δεδομένων της έρευνας. Ο Nimier, κατά τη διεξαγωγή της αντίστοιχης έρευνας στη Γαλλία, εφάρμοσε την Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες και την Ανιούσα Ιεραρχική Ταξινόμηση ως προς τις μεταβλητές του δείγματος. Η ίδια επεξεργασία κρίθηκε σκόπιμο να χρησιμοποιηθεί και στην παρούσα έρευνα, διότι παρέχει τη δυνατότητα της σύγκρισης των αποτελεσμάτων. Κατά τη γνώμη μας, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την παραπάνω μέθοδο είναι κυρίως περιγραφικής - διερευνητικής αξίας, δηλαδή αποτελούν ενδείξεις των βασικών τάσεων που επικρατούν στο δείγμα.

Λόγω των παραπάνω, προκειμένου να εξασφαλισθεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων, κρίθηκε αναγκαία η χρησιμοποίηση και άλλης μιας μεθόδου, αυτής της Παραγοντικής Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται σε πίνακες στους οποίους τις γραμμές αποτελούν τα άτομα και τις στήλες οι κατηγορικές μεταβλητές. Η στατιστική επεξεργασία των δεδομένων της έρευνας έδειξε ότι υπάρχει, σε μεγάλο βαθμό, συμφωνία στα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη χωριστή εφαρμογή των δύο μεθόδων.

Το δείγμα

Στο δείγμα συμμετείχαν 372 καθηγητές μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Από τα 372 άτομα του δείγματος τα 288, δηλαδή ποσοστό 77,2%, ήταν άνδρες και τα 84, δηλαδή ποσοστό 22,5%, ήταν γυναίκες. Η επιλογή του δείγματος έγινε με την εξής διαδικασία:

1. Το ερωτηματολόγιο δόθηκε σε όσους εκ των συνέδρων του 14ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας[26] ήταν καθηγητές μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Η επιλογή των καθηγητών

---

[26] Το συνέδριο αυτό πραγματοποιήθηκε από την Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, στη Μυτιλήνη τον Νοέμβριο του 1997.

που συμμετείχαν στο Συνέδριο έγινε κατόπιν κλήρωσης. Πιο συγκεκριμένα, από κάθε εκπαιδευτική περιφέρεια κληρώθηκαν τρία άτομα.

2. Το ερωτηματολόγιο στάλθηκε ταχυδρομικά σε τυχαίο, ανά Νομό, δείγμα σχολείων και φροντιστηρίων Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης.

3. Το ερωτηματολόγιο δόθηκε σε τυχαίο δείγμα από τα ΠΕΚ του Νομού Αττικής.

Από τα 1200 ερωτηματολόγια που στάλθηκαν ή δόθηκαν επέστρεψαν συμπληρωμένα τα 372.

Όπως προκύπτει από την προαναφερθείσα διαδικασία επιλογής το δείγμα των καθηγητών δεν μπορεί να θεωρηθεί ως αντιπροσωπευτικό του συνόλου των καθηγητών μαθηματικών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, διαθέτει όμως μια αρκετά ικανοποιητική γεωγραφική και κοινωνικοδημογραφική διασπορά.

Το ερωτηματολόγιο[27]

Στο ερωτηματολόγιο περιέχονται τριαντατρείς ερωτήσεις που αναφέρονται στους τρόπους με τους οποίους ο καθηγητής των μαθηματικών σχετίζεται με τα μαθηματικά. Όπως είναι φανερό από το περιεχόμενο των ερωτήσεων, πολύ σημαντικό ρόλο στις απαντήσεις παίζουν τα συναισθήματα και οι φαντασιώσεις σε σχέση με τα μαθηματικά, γιατί μέσα από αυτές τις παραμέτρους εκφράζονται οι διάφοροι τρόποι με τους οποίους εγγράφονται τα μαθηματικά στην ψυχική σφαίρα των καθηγητών.

Οι καθηγητές καλούνται να εκφράσουν για κάθε πρόταση του ερωτηματολόγιου τη συμφωνία ή διαφωνία τους (1= μάλλον συμφωνώ, 2= μάλλον διαφωνώ). Όπως και για την έρευνα που αφορούσε τους μαθητές, κρίθηκε απαραίτητη η διεξαγωγή προέρευνας καθώς και η διαδικασία των συνεντεύξεων.

---

[27] **Το ερωτηματολόγιο καθώς και ορισμένα από τα αποτελέσματα της στατιστικής επεξεργασίας βρίσκονται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β΄.**

5.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

Πριν από την πραγματοποίηση της βασικής Στατιστικής επεξεργασίας θα παρουσιασθούν τα συμπεράσματα από μια πρώτη περιγραφική προσέγγιση.

Ο πίνακας 28 εμφανίζει τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση που αντιστοιχούν στις 33 ερωτήσεις (μεταβλητές Q1 - Q33). Για την ευκολότερη ανάγνωση της στήλης που αντιστοιχεί στη μέση τιμή (mean) η τιμή 2, που αντιστοιχεί στο ''μάλλον διαφωνώ'', μετετράπη στην τιμή 0. Με τον τρόπο αυτό οι τιμές της στήλης με τίτλο mean (μέση τιμή) εκφράζουν τα ποσοστά της συμφωνίας των ατόμων του δείγματος με το περιεχόμενο της κάθε ερώτησης. Έτσι για τον συγκεκριμένο πίνακα η τιμή 0 αντιστοιχεί στο ''μάλλον διαφωνώ'' και η τιμή 1 στο ''μάλλον συμφωνώ''.

Πίνακας 28

Statistics

	N			
	Valid	Missing	Mean	Std. Deviation
Q1	366	6	6,28E-02	,24
Q2	351	21	,91	,29
Q3	349	23	,77	,42
Q4	357	15	,60	,49
Q5	363	9	,91	,29
Q6	358	14	,20	,40
Q7	349	23	,59	,49
Q8	361	11	8,31E-02	,28
Q9	358	14	,87	,34
Q10	342	30	,54	,50
Q11	345	27	,26	,44
Q12	356	16	,15	,35
Q13	331	41	,62	,49
Q14	333	39	,24	,43
Q15	331	41	,64	,48
Q16	343	29	,28	,45
Q17	343	29	,25	,43
Q18	342	30	,18	,38
Q19	345	27	,74	,44
Q20	332	40	,47	,50
Q21	343	29	,73	,44
Q22	359	13	,21	,41
Q23	344	28	,24	,42
Q24	329	43	,32	,47
Q25	347	25	,17	,37
Q26	340	32	,81	,40
Q27	334	38	,31	,46
Q28	351	21	,79	,40
Q29	364	8	,91	,29
Q30	337	35	,36	,48
Q31	359	13	,70	,46
Q32	350	22	,31	,46
Q33	326	46	,85	,36

Αμέσως παρακάτω παρατίθενται οι 33 ερωτήσεις (μεταβλητές Q1 - Q33) του ερωτηματολόγιου.

Q 1 Μου φαίνεται ότι τα μαθηματικά μπορούν να γίνουν εμπόδιο σε μια "νορμάλ" συναισθηματική ζωή.

Q 2 Αυτό που μου αρέσει στα μαθηματικά είναι η συνοχή και η ενότητα τους.

Q 3 Έχω συχνά την εντύπωση ότι, αν υπάρχει ένα εμπόδιο σε ένα πρόβλημα, έχω τον τρόπο να το υπερπηδήσω.

Q 4 Στα μαθηματικά αυτό που με ενδιαφέρει είναι ένας συγκεκριμένος τρόπος λειτουργίας της σκέψης, το περιεχόμενο είναι για μένα δευτερεύον.

Q 5 Στα μαθηματικά έχω συχνά την ευχαρίστηση να βλέπω τα πράγματα να μπαίνουν σε τάξη και οργάνωση.

Q 6 Η εμβάθυνση στα μαθηματικά μοιάζει με το άνοιγμα μίας τρύπας, που μπορεί να με απορροφήσει και να χαθώ μέσα.

Q 7 Το να ανακαλύπτω κάτι στα μαθηματικά ισοδυναμεί για μένα με θαύμα και αποκάλυψη.

Q 8 Πιστεύω ότι τα μαθηματικά είναι καλά για τους τεμπέληδες, γιατί με λίγα πράγματα μπορείς να κάνεις πολλά.

Q 9 Αυτό που μου αρέσει στα μαθηματικά είναι η ακρίβεια στη διατύπωση που διαθέτουν.

Q 10 Τα μαθηματικά είναι ένα παιχνίδι όπου όλα τα δεδομένα βρίσκονται στο χέρι μου.

Q 11 Συχνά η ενασχόληση μου με τα μαθηματικά εκπορεύεται από την ανάγκη να αποδείξω ότι είμαι ικανός να καταφέρω κάτι.

Q 12 Είναι φορές που αναρωτιέμαι μήπως η επιλογή που έκανα, με το να στραφώ στα μαθηματικά, με έχει στερήσει από κάποιες προσωπικές συγκινήσεις.

Q 13 Τα μαθηματικά μου επιτρέπουν να καταλάβω την αρχιτεκτονική του κόσμου.

Q 14 Ευτυχώς που υπάρχουν τα μαθηματικά, γιατί αυτά με βοηθούν να ζήσω.

Q 15 Όταν βρίσκω τη λύση σε ένα πρόβλημα, ξέρω ότι είναι καλή.

Q 16 Τα μαθηματικά είναι ένα μοναχικό παιχνίδι.

Q 17 Στα μαθηματικά έχω την εντύπωση ότι βρίσκομαι σε μια προσωπική επικράτεια όπου κανένας δεν μπορεί να επέμβει.

Q 18 Πέτυχα στα μαθηματικά, όταν αισθάνθηκα ισχυρότερος από τους άλλους.

Q 19. Είμαι σίγουρος ότι στα μαθηματικά δεν υπάρχει αταξία.

Q 20 Για μένα τα μαθηματικά είναι: διασκέδαση, απόλαυση, διακοπές.

Q 21 Έχω την εντύπωση ότι στα μαθηματικά, με ένα δοσμένο υλικό μπορείς να κατασκευάσεις ένα σωρό πράγματα.

Q 22 Για να ασχοληθώ με τα μαθηματικά έχω την εντύπωση ότι πρέπει να μπω σε μια ασκητική ατμόσφαιρα.

Q 23 Τα μαθηματικά, πλέον, δεν με ενδιαφέρουν αρκετά έχω· την επιθυμία να κάνω άλλα πράγματα.

Q 24 Στα μαθηματικά μπορώ να απελευθερώσω κάποια επιθετικότητα με κάθε ασφάλεια.

Q 25 Για μένα τα μαθηματικά είναι ένα σκληρό ναρκωτικό χωρίς να έχει τις αντίστοιχες κοινωνικές επιπτώσεις.

Q 26 Στα μαθηματικά έχω την εντύπωση ότι εκεί που αρχικά φαίνεται να υπάρχει το χάος, τελικά πάντα εγκαθίσταται η ενότητα.

Q 27 Για μένα τα μαθηματικά είναι μια μάχη, ένας αγώνας μετ' εμποδίων, είναι η βία υπό τη μορφή ενός παιχνιδιού.

Q 28 Η ασχολία με τα μαθηματικά είναι για μένα μια σοβαρή επιστημονική δραστηριότητα.

Q 29 Έχω ένα αίσθημα ηρεμίας, όταν έχω βρει τη λύση σε ένα πρόβλημα.

Q 30 Μόνο στα μαθηματικά μπορώ να είμαι σίγουρος για την αλήθεια.

Q 31 Σκέπτομαι ότι χάρη στα μαθηματικά μπορεί κάποιος να συλλογίζεται σωστά.

Q 32 Για μένα τα μαθηματικά είναι κάποιες φορές ένα καταφύγιο· όταν έχω έγνοιες με εμποδίζει να τις σκέφτομαι.

Q 33 Στα μαθηματικά βρίσκω ευχαρίστηση, όταν μπορώ να πηγαίνω από την πολυπλοκότητα στην ενότητα.

Στην ερώτηση Q1, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,06, που σημαίνει ότι μόνο το 6 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά μπορούν να γίνουν εμπόδιο σε μία φυσιολογική συναισθηματική ζωή. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν πολύ ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q1.

Στην ερώτηση Q2, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,91, που σημαίνει ότι το 91 % των ατόμων του δείγματος θεωρεί ότι τα μαθηματικά είναι ελκυστικά εξαιτίας της συνοχής και της ενότητας που τα χαρακτηρίζει. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν πολύ ισχυρή συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q2.

Στην ερώτηση Q3, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,77, που σημαίνει ότι το 77 % των ατόμων του δείγματος θεωρεί ότι, αν υπάρχει μια δυσκολία σε ένα μαθηματικό πρόβλημα, έχει τη δυνατότητα να τη ξεπεράσει. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q3.

Στην ερώτηση Q4, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,60, που σημαίνει ότι το 60 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι στα μαθηματικά αυτό που ενδιαφέρει είναι η λειτουργία της σκέψης, ενώ το περιεχόμενο δεν παίζει πολύ σημαντικό ρόλο. Το συμπέρασμα είναι ότι υπάρχει στα άτομα του δείγματος μια ελαφριά τάση προς συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q4.

Στην ερώτηση Q5, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,91, που σημαίνει ότι το 91 % των ατόμων του δείγματος αισθάνεται ευχαρίστηση με την τάξη και την οργάνωση που υπάρχουν στα μαθηματικά. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν πολύ ισχυρή συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q5.

Στην ερώτηση Q6, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,20, που σημαίνει ότι μόνο το 20 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι η εμβάθυνση στα μαθηματικά ενέχει μεγάλους κινδύνους. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q6.

Στην ερώτηση Q7, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,59, που σημαίνει ότι το 59 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι οι μαθηματικές ανακαλύψεις αποτελούν ένα θαύμα. Το συμπέρασμα είναι ότι υπάρχει στα άτομα του δείγματος μια ελαφριά τάση προς συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q7.

Στην ερώτηση Q8, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,08, που σημαίνει ότι μόνο το 8 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι καλά για τους τεμπέληδες. Το συμπέρασμα είναι ότι στο σύνολο των ατόμων του δείγματος υπάρχει πολύ ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q8.

Στην ερώτηση Q9, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,97, που σημαίνει ότι το 97 % των ατόμων του δείγματος θεωρεί ότι ελκύεται από τα μαθηματικά εξαιτίας της ακρίβειας στη διατύπωση που τα χαρακτηρίζει. Το συμπέρασμα είναι ότι τα άτομα του δείγματος, σχεδόν στο σύνολό τους, συμφωνούν με το περιεχόμενο της ερώτησης Q9.

Στην ερώτηση Q10, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,54, που σημαίνει ότι το 54 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι ένα παιχνίδι που ο παίκτης το ελέγχει πλήρως. Το συμπέρασμα είναι ότι οι απόψεις των ατόμων του δείγματος είναι περίπου μοιρασμένες ανάμεσα στη συμφωνία και τη διαφωνία

Στην ερώτηση Q11, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,26, που σημαίνει ότι το 26 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι, συχνά, η ενασχόληση ενός ατόμου με τα μαθηματικά εκπορεύεται από την ανάγκη να αποδείξει ότι είναι ικανό να καταφέρει κάτι. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν έντονη διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q11.

Στην ερώτηση Q12, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,15, που σημαίνει ότι μόνο το 15 % των ατόμων του δείγματος προβληματίζεται για το κατά πόσον η ενασχόληση με τα μαθηματικά συνεπάγεται τη στέρηση από κάποιες προσωπικές συγκινήσεις. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q12.

Στην ερώτηση Q13, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,41, που σημαίνει ότι το 41 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά βοηθούν στην κατανόηση της αρχιτεκτονικής του κόσμου. Το συμπέρασμα είναι ότι υπάρχει στα άτομα του δείγματος μια ελαφριά τάση προς τη διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q13.

Στην ερώτηση Q14, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,24, που σημαίνει ότι το 24 % των ατόμων του δείγματος θεωρεί ότι η επιβίωσή του εξαρτάται κυρίως από τα μαθηματικά. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q14.

Στην ερώτηση Q15, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,64, που σημαίνει ότι το 64 % των ατόμων του δείγματος θεωρεί ότι η λύση που έχει βρει σε ένα μαθηματικό πρόβλημα είναι καλή. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος μάλλον συμφωνούν με το περιεχόμενο της ερώτησης Q15.

Στην ερώτηση Q16, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,28, που σημαίνει ότι το 28 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι μοναχικό παιχνίδι. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν αρκετά ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q16.

Στην ερώτηση Q17, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,25, που σημαίνει ότι το 25 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά αποτελούν μια απροσπέλαστη προσωπική επικράτεια. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q17.

Στην ερώτηση Q18, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,18, που σημαίνει ότι το 18 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα πλέον ισχυρά άτομα έχουν τη δυνατότητα να πετυχαίνουν στα μαθηματικά. Το

συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q18.

Στην ερώτηση Q19, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,74, που σημαίνει ότι το 74 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι στα μαθηματικά δεν υπάρχει. αταξία. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q19.

Στην ερώτηση Q20, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,47, που σημαίνει ότι το 47 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι: διασκέδαση, απόλαυση, διακοπές. Το συμπέρασμα είναι ότι οι απόψεις των ατόμων του δείγματος είναι περίπου μοιρασμένες ανάμεσα στη συμφωνία και τη διαφωνία

Στην ερώτηση Q21, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,73, που σημαίνει ότι το 73 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά παρέχουν τη δυνατότητα, με ένα δοσμένο υλικό, της κατασκευής πολλών πραγμάτων. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q21.

Στην ερώτηση Q22, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,21, που σημαίνει ότι μόνο το 21 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι η ενασχόληση με τα μαθηματικά συνεπάγεται την ιδιότητα του ασκητή. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος διαφωνούν έντονα με το περιεχόμενο της Q22.

Στην ερώτηση Q23, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,24, που σημαίνει ότι το 24 % των ατόμων του δείγματος θεωρεί ότι τα μαθηματικά έπαψαν να παρουσιάζουν ενδιαφέρουν και θέλει να στραφεί σε άλλες δραστηριότητες. Το συμπέρασμα είναι ότι στο σύνολο των ατόμων του δείγματος υπάρχει ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q23.

Στην ερώτηση Q24, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,32, που σημαίνει ότι το 32 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά δίνουν τη δυνατότητα να απελευθερωθεί, με ασφαλή τρόπο, κάποια επιθετικότητα. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν, σε αρκετό βαθμό, διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q24.

Στην ερώτηση Q25, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,17, που σημαίνει ότι το 17 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι ένα, κοινωνικά αποδεκτό, σκληρό ναρκωτικό. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή διαφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q25.

Στην ερώτηση Q26, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,81, που σημαίνει ότι το 81 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά έχουν τη δυνατότητα από το χάος να δημιουργήσουν ενότητα και αρμονία. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν έντονη συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q26.

Στην ερώτηση Q27, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,31, που σημαίνει ότι το 31 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι ένα άθλημα που υποκρύπτει μια έντονη βιαιότητα. Το συμπέρασμα είναι ότι τα άτομα του δείγματος εκφράζουν, σε αρκετό βαθμό, διαφωνία με το περιεχόμενο της Q27.

Στην ερώτηση Q28, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,79, που σημαίνει ότι το 79 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι μια σοβαρή επιστημονική δραστηριότητα. Το συμπέρασμα είναι ότι, κατά κανόνα, τα άτομα του δείγματος εκφράζουν ισχυρή συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q28.

Στην ερώτηση Q29, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,91, που σημαίνει ότι το 91 % των ατόμων του δείγματος θεωρεί ότι η λύση ενός μαθηματικού προβλήματος είναι δυνατό να επιφέρει ψυχική ηρεμία. Το συμπέρασμα είναι ότι υπάρχει πολύ ισχυρή συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q29.

Στην ερώτηση Q30, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,36, που σημαίνει ότι το 36 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μόνο τα μαθηματικά μπορούν να οδηγήσουν σε αξιόπιστα συμπεράσματα. Το συμπέρασμα είναι ότι τα άτομα του δείγματος εκφράζουν, σε αρκετό βαθμό, διαφωνία με το περιεχόμενο της Q30.

Στην ερώτηση Q31, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,70, που σημαίνει ότι το 70 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά

βοηθούν στην ανάπτυξη των συλλογιστικών ικανοτήτων. Το συμπέρασμα είναι ότι υπάρχει αρκετά ισχυρή συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q31.

Στην ερώτηση Q32, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,32, που σημαίνει ότι το 32 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι δυνατόν, κάποιες φορές, να αποτελέσουν καταφύγιο με στόχο την αποφυγή άλλου είδους προβλημάτων. Το συμπέρασμα είναι ότι τα άτομα του δείγματος εκφράζουν, σε αρκετό βαθμό, διαφωνία με το περιεχόμενο της Q32.

Στην ερώτηση Q33, ο μέσος όρος του δείγματος έχει τιμή 0,85, που σημαίνει ότι το 85 % των ατόμων του δείγματος συμφωνεί με την άποψη ότι τα μαθηματικά επιτρέπουν τη μετάβαση από το πολύπλοκο στο απλό. Το συμπέρασμα είναι ότι υπάρχει πολύ ισχυρή συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q33.

Τα υπόλοιπα στοιχεία που προέκυψαν από την περιγραφική εξέταση του δείγματος υπάρχουν στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β΄ (διαγράμματα 39-71). Στα διαγράμματα αυτά παρουσιάζονται τα ιστογράμματα των κατανομών των μεταβλητών, καθώς και τα ποσοστά των ατόμων του δείγματος (κατακόρυφος άξονας) που αντιστοιχούν σε κάθε μια από τις απαντήσεις (σημεία της κλίμακας).

5.3 ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Πριν παρουσιασθούν τα συμπεράσματα από την Παραγοντική Ανάλυση θα γίνει αναφορά στις "προϋποθέσεις" που πρέπει να πληρούνται, ώστε να έχουμε με τη μέθοδο αυτή αξιόπιστα αποτελέσματα. Η λέξη "προϋπόθεση", όπως έχει ήδη αναφερθεί, δεν εννοείται με τη στενή έννοια του όρου όπως στην Επαγωγική Στατιστική, αλλά με την έννοια της συνθήκης που, εάν αυτή πληρούται, τότε έχουμε καλύτερα αποτελέσματα.

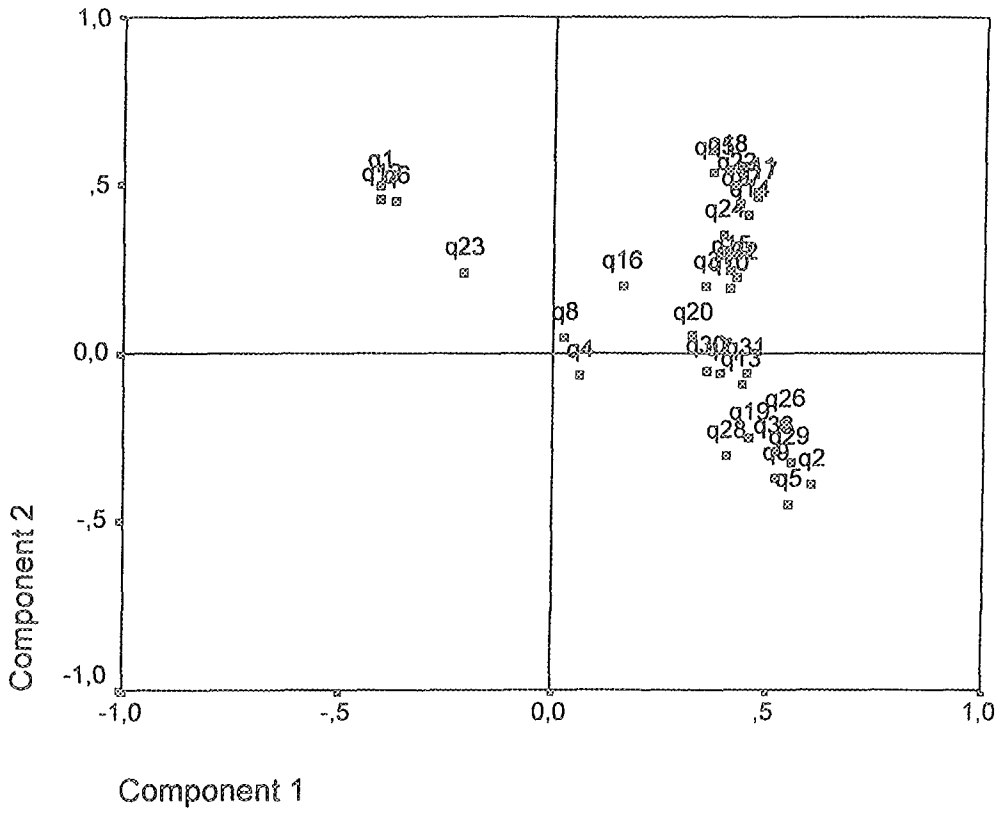
Η πρώτη προϋπόθεση είναι η τιμή του δείκτη που χαρακτηρίζει την καλή προσαρμογή στην Παραγοντική Ανάλυση, σύμφωνα με το μέτρο των Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) να είναι από 0,6 μέχρι 1.

Δεύτερη προϋπόθεση είναι ο πίνακας που εμφανίζει το συσχετισμό ανά δύο όλων των μεταβλητών να μην είναι διαγώνιος. Για τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης, σύμφωνα με την οποία ο πίνακας συσχέτισης είναι διαγώνιος, χρησιμοποιείται το τεστ του Μπάρτλετ (Bartlett). Εάν το επίπεδο σημαντικότητας (sig) είναι αρκούντως μικρό, τότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και γίνεται δεκτή η εναλλακτική υπόθεση, η οποία δηλώνει ότι υπάρχει συσχέτιση για τουλάχιστον δύο από τις μεταβλητές.

Κατά την εξέταση του πίνακα KMO and Bartlett` Test (Παρ. Β΄, πίνακας 29) διαπιστώθηκε ότι ισχύουν πλήρως οι προϋποθέσεις εφαρμογής της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες. Συγκεκριμένα: αφενός το Bartlett Test έχει επίπεδο σημαντικότητας<0,001, άρα απορρίπτεται η υπόθεση ότι ο πίνακας συσχέτισης είναι διαγώνιος και αφετέρου ο δείκτης KMO έχει τιμή 0,789, άρα η τιμή του, κατά τον Kaiser, είναι αξιέπαινος.

Από την εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες στις 33 μεταβλητές του ερωτηματολογίου που αποτελούν ένα ομοιογενές σύνολο προέκυψε το παραγοντικό διάγραμμα (διάγραμμα 72) στο χώρο των δύο διαστάσεων. Οι συντεταγμένες των μεταβλητών, ως προς τους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες εμφανίζονται στον πίνακα Component Matrix (Παράρτημα Β΄, πίνακας 30).

Διάγραμμα 72



Ο πρώτος παραγοντικός άξονας (οριζόντιος) ερμηνεύει το 17,659 % της διακύμανσης (πληροφορίας), ενώ ο δεύτερος παραγοντικός άξονας (κατακόρυφος) το 11,118 % (Παράρτημα Β΄, πίνακας 31), άρα το επίπεδο που ορίζουν οι δύο πρώτοι άξονες ερμηνεύει το 28,777 % της συνολικής διακύμανσης, ποσοστό μάλλον ικανοποιητικό για μια πρώτη προσέγγιση. Επίσης υπέρ της χρησιμοποίησης μόνο των δύο πρώτων αξόνων συνηγορεί και το ιστόγραμμα ιδιοτιμών (Scree Plot, Παράρτημα Β΄, διάγραμμα 73), από το οποίο καθίσταται φανερό ότι οι υπόλοιποι άξονες συνεισφέρουν πολύ λίγο στην πληροφορία.

Όπως φαίνεται από το παραγοντικό διάγραμμα, ο πρώτος παραγοντικός άξονας (οριζόντιος) εκφράζει την αντίθεση μεταξύ των μεταβλητών Q1, Q6, Q12 και Q23, οι οποίες βρίσκονται στο αριστερό τμήμα του άξονα και όλων των υπολοίπων (εκτός των μεταβλητών Q4 και Q8 που βρίσκονται πολύ πλησίον της αρχής των αξόνων, άρα είναι πολύ μικρή η συμβολή τους την ερμηνεία των παραγόντων) οι οποίες βρίσκονται στο δεξιό τμήμα του άξονα. Από το περιεχόμενο των ερωτήσεων Q1, Q6, Q12 και Q23 είναι φανερό ότι αυτές εκφράζουν αρνητική στάση ως προς τα μαθηματικά. Όλες οι υπόλοιπες ερωτήσεις, επίσης από

το περιεχόμενό τους, είναι προφανές ότι εκφράζουν θετική στάση ως προς τα μαθηματικά.

Το συμπέρασμα από τα ανωτέρω είναι ότι ο πρώτος παραγοντικός άξονας διαφοροποιεί τις απαντήσεις των ατόμων του δείγματος ως προς τη θετική ή αρνητική στάση που έχουν απέναντι στα τα μαθηματικά.

Στο ίδιο διάγραμμα παρατηρείται ότι ο δεύτερος παραγοντικός άξονας (κατακόρυφος), εκφράζει την αντίθεση κυρίως ανάμεσα στις μεταβλητές Q2, Q5, Q9, Q19, Q26, Q28, Q29 και Q33 και σε όλες τις υπόλοιπες (εκτός των μεταβλητών Q7, Q13, Q30 και Q31, οι οποίες έχουν πολύ μικρή συντεταγμένη ως προς τον άξονα αυτόν). Από το περιεχόμενο των ερωτήσεων Q2, Q5, Q9, Q19, Q26, Q28, Q29 και Q33 είναι φανερό ότι αυτές εκφράζουν μια, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, ισορροπημένη και ρεαλιστική στάση ως προς τα μαθηματικά. Όλες οι υπόλοιπες ερωτήσεις, επίσης από το περιεχόμενό τους είναι προφανές ότι εκφράζουν μια στάση ως προς τα μαθηματικά. που χαρακτηρίζεται από την έντονη ανάγκη των ατόμων να προβάλλουν σ΄ αυτά τους εσωτερικούς τους φόβους και επιθυμίες. Δηλαδή, στα άτομα αυτά υπερτερεί ή ανάγκη της παραμόρφωσης-αλλοίωσης των μαθηματικών, μέσω των προσωπικών τους φαντασιώσεων και αμυνών, με στόχο να τα εντάξουν μεταμορφωμένα σύμφωνα με τις βαθύτερες ανάγκες τους στη δομή του ψυχισμού τους.

Το συμπέρασμα από τα ανωτέρω είναι ότι ο δεύτερος παραγοντικός άξονας διαφοροποιεί τις απαντήσεις των ατόμων του δείγματος ως προς τη ρεαλιστική ή μη στάση που έχουν σε σχέση με τα μαθηματικά

Επίσης, στο παραγοντικό διάγραμμα παρατηρείται η ύπαρξη τεσσάρων ομάδων. Στις δύο ομάδες έχει ήδη γίνει αναφορά, η μια είναι αυτή που περιέχει τις μεταβλητές Q1, Q6, Q12 και Q23 και η άλλη είναι αυτή που περιέχει τις μεταβλητές Q2, Q5, Q9, Q19, Q26, Q28, Q29 και Q33. Την τρίτη ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές Q13, Q31, Q7, Q3, Q21, Q15, Q10, Q4 και την τέταρτη ομάδα οι μεταβλητές Q11, Q14, Q18, Q25, Q17, Q22, Q24, Q27, Q16, Q32, Q30 και Q20. Οι μεταβλητές Q4 και Q8 δεν συμπεριλήφθησαν στις ανωτέρω ομάδες διότι βρίσκονται πολύ πλησίον της αρχής των αξόνων, άρα συμβάλλουν ελάχιστα στην ερμηνεία των παραγόντων.

Επομένως με μια πρώτη εκτίμηση εμφανίζονται δύο παράγοντες και τέσσερις ομάδες. Το θέμα των ομάδων θα διευκρινισθεί περαιτέρω με την εφαρμογή της μεθόδου της Αυτόματης Ταξινόμησης, η οποία θα βοηθήσει και στην πληρέστερη ερμηνεία των παραγόντων.

5.4 ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ)

Ο αλγόριθμος της Αυτόματης Ταξινόμησης που χρησιμοποιήθηκε είναι η Ανιούσα Ιεραρχική Ταξινόμηση. Το δενδρόγραμμα (σχήμα 3) που προέκυψε από την εφαρμογή της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης παρουσιάζει τέσσερις διακεκριμένες κλάσεις. Οι κλάσεις αυτές είναι σε γενικές γραμμές[28] ίδιες με τις ομάδες που προέκυψαν από την Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες.

Στη συνέχεια θα εξετασθεί χωριστά κάθε μια από τις τέσσερις κλάσεις, για τις οποίες όσον αφορά τη σύνθεση και την ερμηνεία κατά μεγάλο ποσοστό υπήρξε σύμπτωση συμπερασμάτων με τον Nimier. Στην ερμηνεία της κάθε κλάσης σημαντικό ρόλο θα παίξουν και οι συνεντεύξεις που ελήφθησαν από τους καθηγητές. Χαρακτηριστικά αποσπάσματα από τις συνεντεύξεις αυτές θα παρατεθούν κατά την εξέταση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της κάθε κλάσης.

Τέλος, κρίνεται αναγκαία η εξής διευκρίνιση: τα συμπεράσματα της έρευνας αποτελούν υποθέσεις που αφορούν τους τρόπους λειτουργίας του μαθηματικού αντικειμένου και με κανένα τρόπο δεν αποτελούν απόπειρα τυπολογίας των καθηγητών. Το τελευταίο αυτό ούτως ή άλλως δεν είναι εφικτό, διότι, σύμφωνα με τον Nimier τα μαθηματικά είναι δυνατό να λειτουργούν με πολλούς τρόπους στο ίδιο άτομο. Επίσης, το εύρος της μελέτης αυτής δεν είναι δυνατό να καλύψει όλες τις δυνατές λειτουργίες των μαθηματικών.

---

[28] Η περίπτωση του σχηματισμού ακριβώς ιδίων ομάδων με την μέθοδο της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες και τη μέθοδο της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης είναι σπάνια, γιατί χρησιμοποιούνται διαφορετικοί αλγόριθμοι από κάθε μια από τις δύο μεθόδους.

Σχήμα 3

Dendrogram using Ward Method (Σχήμα 3)

```
                                  Rescaled Distance Cluster Combine
   C A S E                 0         5        10        15        20        25
 Label      Num            +---------+---------+---------+---------+---------+

 Q6           6            -+-+
 Q12         12            -+ I
 Q1    C1     1            -+-+-----+
 Q8           8            -+ I     I
 Q23         23            ---+     I
 Q11         11            -+       I
 Q14         14            -+-+     +-----------------------------------------+
 Q18         18            -+ I     I                                         I
 Q25         25            -+ +-+   I                                         I
 Q22         22            -+ I I   I                                         I
 Q24   C2    24            ---+ +---+                                         I
 Q27         27            ---+ I                                             I
 Q16         16            ---+ I                                             I
 Q32         32            ---+-+                                             I
 Q30         30            ---+ I                                             I
 Q20         20            -----+                                             I
 Q2           2            -+                                                 I
 Q5           5            -+                                                 I
 Q29         29            -+                                                 I
 Q9    C3     9            -+                                                 I
 Q26         26            -+-+                                               I
 Q33         33            -+ +-----+                                         I
 Q28         28            -+ I     I                                         I
 Q19         19            ---+     I                                         I
 Q13         13            ---+     +-----------------------------------------+
 Q31         31            ---+-+   I
 Q7           7            ---+ I   I
 Q3    C4     3            -+--+ +- -+
 Q21         21            -+  I I
 Q15         15            --- +-+
 Q10         10            ----+ I
 Q4           4            -------+
```

5.4.1 ΠΡΩΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (C1)

Η κλάση αυτή περιέχει τις ερωτήσεις που αποτελούν το τμήμα C1 του δενδρογράμματος. Είναι προφανές ότι η συμφωνία με το περιεχόμενο των ερωτήσεων αυτών εκφράζει αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά.

Πιο συγκεκριμένα, η κλάση C1 περιέχει τις μεταβλητές Q6, Q12, Q1, Q8, Q23.

Q 6. Η εμβάθυνση στα μαθηματικά μοιάζει με το άνοιγμα μίας τρύπας που μπορεί να με απορροφήσει και να χαθώ μέσα.

Q12. Είναι φορές που αναρωτιέμαι μήπως η επιλογή που έκανα, με το να στραφώ στα μαθηματικά, με έχει στερήσει από κάποιες προσωπικές συγκινήσεις.

Q 1. Μου φαίνεται ότι τα μαθηματικά μπορούν να γίνουν εμπόδιο σε μία ''νορμάλ'' συναισθηματική ζωή.

Q 8. Πιστεύω ότι τα μαθηματικά είναι καλά για τους τεμπέληδες, γιατί με λίγα πράγματα μπορείς να κάνεις πολλά.

Q23. Τα μαθηματικά, πλέον, δεν με ενδιαφέρουν αρκετά· έχω την επιθυμία να κάνω άλλα πράγματα.

Οι μεταβλητές αυτές στο παραγοντικό διάγραμμα αποτελούν μια σαφώς καθορισμένη ομάδα, με μόνη εξαίρεση τη μεταβλητή Q8, η οποία βρίσκεται πολύ κοντά στην αρχή των αξόνων, άρα συμβάλλει ελάχιστα στην ερμηνεία τους.

Ειδικά για τη μεταβλητή Q8, είναι χρήσιμο να τονισθεί ότι δεν εκφράζει απαραίτητα αρνητική στάση ως προς τα μαθηματικά. Τα περισσότερα από τα άτομα του δείγματος επικεντρώθηκαν στην λέξη ''τεμπέληδες'', οπότε προσέδωσαν στη μεταβλητή αυτή αρνητικό περιεχόμενο. Ορισμένα άλλα άτομα του δείγματος, που επικεντρώθηκαν στην φράση ''με λίγα πράγματα μπορείς να κάνεις πολλά'', αντιμετώπισαν την Q8 με θετικό τρόπο.

Από το περιεχόμενο των ερωτήσεων της κλάσης C1 είναι φανερό ότι το συγκεκριμένο σύνολο μεταβλητών χαρακτηρίζεται από μια έντονα αρνητική αναπαράσταση των μαθηματικών.

Σύμφωνα με τον Nimier (1988, σ. 173), η αρνητική αυτή στάση ερμηνεύεται από την ανάγκη για προστασία από ένα διωκτικό άγχος. Η προστασία αυτή, κατά τον ίδιο, μπορεί να επιτευχθεί με την προβολή του εσωτερικού διωκτικού αντικειμένου σε ένα εξωτερικό αντικείμενο, που στην προκειμένη περίπτωση είναι τα μαθηματικά. Με τον τρόπο αυτό το υποκείμενο στρέφει την άμυνά του εναντίον των μαθηματικών, οπότε τα θεωρεί επικίνδυνα (Q6) ή τα κατηγορεί ως υπεύθυνα για την όχι ικανοποιητική συναισθηματική λειτουργία του (Q1, Q12). Κάποιες φορές, όπως υποστηρίζει ο Nimier, τα άτομα αυτά είναι δυνατό να φθάσουν και μέχρι τη διεξαγωγή φαντασιακών μαχών με στόχο να "νικήσουν" τον διώκτη - μαθηματικά.

Ένας άλλος τρόπος ο οποίος χρησιμοποιείται για την άμυνα ενάντια στο άγχος που έχει μετατεθεί στα μαθηματικά είναι η παντελής απόσυρση των επενδύσεων από αυτά. Η αποεπένδυση αυτή φαίνεται καθαρά από τη συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q23.

Στο σημείο αυτό χρειάζεται η εξής διευκρίνιση: Η κατάφαση στο περιεχόμενο της ερώτησης Q23, από μόνη της, δεν είναι ασφαλές στοιχείο για την τεκμηρίωση αρνητικής στάσης ως προς τα μαθηματικά. Τα συμπεράσματα για την κλάση C1, όπως και για όλες τις υπόλοιπες, βγαίνουν από τη συμφωνία με το περιεχόμενο όλων, η τουλάχιστον των περισσοτέρων από τις ερωτήσεις που την απαρτίζουν.

Η συμφωνία με το περιεχόμενο της ερώτησης Q23 μπορεί να είναι και χαρακτηριστικό ατόμων, τα οποία έπειτα από μια μακροχρόνια θετική σχέση με τα μαθηματικά έχουν την επιθυμία να στραφούν σε άλλες δραστηριότητες. Είναι προφανές ότι στο δείγμα υπάρχουν και τέτοια άτομα. Αυτό φαίνεται αφενός από τη σχετικά απομονωμένη θέση της Q23 στο παραγοντικό διάγραμμα, σε σχέση με υπόλοιπα μέλη της κλάσης στην οποία ανήκει και αφετέρου από το γεγονός ότι το ποσοστό συμφωνίας με αυτή είναι μεγαλύτερο από τα αντίστοιχα ποσοστά των υπολοίπων μελών της κλάσης C1.

Κατά την άποψη του Nimier (ό.π. σ. 174) τα μαθηματικά στην περίπτωση αυτή χρησιμεύουν για να περιορίσουν και να προβάλλουν προς τα έξω τη διωκτική πλευρά του Υπερεγώ.

Προς επικύρωση της ανωτέρω ερμηνείας θα παρατεθεί, από το Λεξιλόγιο της Ψυχανάλυσης του Laplanche και του Pontalis(1986, σ. 511), ο ορισμός του Υπερεγώ: «*υπερεγώ είναι ένα από τα συστήματα (ή ψυχικούς θεσμούς) της προσωπικότητας, όπως το περιέγραψε ο Φρόυντ στα πλαίσια της δεύτερης θεωρίας του ψυχικού οργάνου : ο ρόλος του είναι παρόμοιος με εκείνον του κριτή (γνωμοδότη) ή του λογοκριτή του εγώ. Ο Φρόυντ θεωρεί την ηθική συνείδηση, την αυτοπαρατήρηση και τον σχηματισμό των ιδανικών, ως λειτουργίες του υπερεγώ. Το υπερεγώ ορίζεται κλασσικά ως ο κληρονόμος του οιδιποδείου συμπλέγματος. Συγκροτείται μέσω των γονεϊκών απαιτήσεων και απαγορεύσεων*».

Ο Nimier (1988, σ. 174) κατά τη μελέτη των χαρακτηριστικών αυτής της κλάσης υποστηρίζει ότι: «Αυτός ο τρόπος σχέσης με τα μαθηματικά κυρίως συναντάται σε υποκείμενα που τα χαρακτηρίζει μια παρανοϊκή δομή προσωπικότητας». Παρότι προσεκτικά διατυπωμένη, η άποψη αυτή του Nimier, μας φάνηκε ότι είναι μάλλον ακραία. Κατά τη γνώμη μας χρειάζεται ενδελεχής γνώση της ψυχοσεξουαλικής εξέλιξης ενός ατόμου, προκειμένου να διαμορφωθεί έγκυρη γνώμη, όσον αφορά την ψυχική δομή του. Ίσως, όπως γράφει ο Ζερβής (1996, σ. 86), είναι προτιμότερο η αναφορά να γίνεται όχι σε δομές, αλλά σε αντίστοιχους μηχανισμούς άμυνας, για παράδειγμα αντί ''νευρωσικό'' άτομο, είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί η φράση «Το άτομο αυτό χρησιμοποιεί νευρωσικής μορφής μηχανισμούς άμυνας». Η παραπάνω άποψη του Ζερβή πιστεύουμε ότι ισχύει όχι μόνο για τους χαρακτηρισμούς του Nimier που αφορούν αυτή την κλάση, αλλά και για τους αντίστοιχους χαρακτηρισμούς που αφορούν τις τρεις επόμενες κλάσεις.

Επίσης, κρίνεται αναγκαία η εξής διευκρίνιση: όταν γίνεται αναφορά στην έννοια ''δομή της προσωπικότητας'', αυτό που κυρίως εννοούμε είναι η ψυχική δομή του ατόμου και όχι η '*προσωπικότητα*', με την κλασσική έννοια του όρου. Σύμφωνα με τον Ζερβή (1996, σ. 81): «Ο όρος ''*προσωπικότητα*'' αναφέρεται σε μερικά φαινομενολογικά, συχνά συμπεριφοριστικά χαρακτηριστικά...αντίθετα ο όρος ''*ψυχική δομή*'', ο οποίος είναι περισσότερο χρωματισμένος θεωρητικά, αφού

πηγάζει από μια ψυχαναλυτική προσέγγιση, αναφέρεται σε σταθερή εσωτερική ψυχική οργάνωση, σε ενδοψυχικές δυνάμεις, σε ένα εσωτερικό οικοδόμημα που έχει επιτευχθεί μέσω διαφοροποιήσεων, ενδοβολών , ταυτίσεων ή άλλων ψυχικών μηχανισμών». Ο Lagache (1982) γράφει ότι ο Freud στα τελευταία του έργα, αναφερόμενος στην έννοια του Αυτό, του Εγώ και του Υπερεγώ, χρησιμοποιεί και τον όρο ''ψυχική προσωπικότητα''.

Στη συνέχεια θα παρατεθούν ορισμένα χαρακτηριστικά αποσπάσματα από συνεντεύξεις καθηγητών. Στις συνεντεύξεις αυτές φαίνονται τα στοιχεία που χαρακτηρίζουν το συγκεκριμένο σύστημα της προσωπικότητας.

Από συνέντευξη καθηγητού:

ΕΡ. Για ποιο λόγο ασκείτε το επάγγελμα του καθηγητή των μαθηματικών;

ΑΠ. Είμαι διορισμένος στο Δημόσιο εδώ και αρκετά χρόνια και όπως καταλαβαίνετε δεν είναι εύκολο, στην Ελλάδα, να αφήσει κάποιος μια σίγουρη δουλειά και να στραφεί προς άλλες επαγγελματικές κατευθύνσεις. Όταν έδωσα εξετάσεις για την Τριτοβάθμια Εκπαίδευση είχα ως στόχο την είσοδό μου στο Πολυτεχνείο, επειδή όμως δεν συγκέντρωσα τις απαραίτητες μονάδες βρέθηκα στη Φυσικομαθηματική Σχολή. Έδωσα άλλη μια φορά εξετάσεις για το Πολυτεχνείο και πάλι απέτυχα και έτσι αποφάσισα να τελειώσω το Μαθηματικό τμήμα της Φυσικομαθηματικής Σχολής. Η σχολή αυτή παρουσίαζε , τότε, ένα μόνο πλεονέκτημα, την εύκολη είσοδο στο Δημόσιο, το πλεονέκτημα αυτό υπήρξε και ο βασικός λόγος που την επέλεξα.

ΕΡ. Το Πολυτεχνείο σας άρεσε πραγματικά;

ΑΠ. Όχι ιδιαίτερα, αλλά την περίοδο που ήμουνα μαθητής στο Γυμνάσιο το Πολυτεχνείο είχε μεγάλη κοινωνική αίγλη.

ΕΡ. Πως ήταν η φοίτησή σας στο Μαθηματικό Τμήμα;

ΑΠ. Δεν θα έλεγα ότι πέρασα ιδιαίτερα καλά. Η αυστηρότητα των μαθηματικών κανόνων ένοιωθα να με πνίγει, μου δημιουργούσε ένα αίσθημα ασφυξίας, αρκετές φορές σκέφτηκα να τα παρατήσω, αλλά πίεζα τον εαυτό μου να προχωρήσει, γιατί θεωρούσα ότι δεν υπήρχε για μένα καμία εναλλακτική λύση. Σαν φοιτητής πίστευα ότι η ελευθερία της έκφρασης και η δημιουργικότητα υπάρχει μόνο σε καλλιτεχνικά επαγγέλματα πχ σ' αυτό του σκηνοθέτη, αλλά δεν είχα το κουράγιο να στραφώ σε τόσο αβέβαιους επαγγελματικά δρόμους. Για μένα η οικονομική σιγουριά, έστω και στα λίγα, ήταν πολύ σημαντικός παράγοντας, έτσι, παρόλο, που δεν θεωρώ ότι τα μαθηματικά έχουν κάποια ιδιαίτερη αξία, τελικά παρέμεινα σ' αυτά.

ΕΡ. Πως αισθάνεστε στο σχολείο που εργάζεστε;

ΑΠ. Η αλήθεια είναι ότι αισθάνομαι πολύ δύσκολα. Νοιώθω πως τα παιδιά δεν με συμπαθούν ιδιαίτερα και ότι δεν θέλουν καμία ιδιαίτερη επαφή μαζί μου. Αυτό που πιστεύω είναι ότι τα παιδιά προτιμάνε ένα ξερό μάθημα και τίποτα άλλο. Ίσως αν ήμουνα φιλόλογος, λόγω της φύσης των φιλολογικών μαθημάτων, τα πράγματα να ήταν διαφορετικά

ΕΡ. Πως είναι οι σχέσεις σας με τους μαθητές σας;

ΑΠ. Θα ήθελα να έχω καλές σχέσεις με τους μαθητές μου, αλλά, για να είμαι ειλικρινής νοιώθω κάποιο φόβο. Τα σημερινά παιδιά είναι ιδιαίτερα επιθετικά και πιστεύω ότι μόνο με αυστηρή πειθαρχία, λίγες κουβέντες και απόσταση μπορείς να τα βγάλεις πέρα μαζί τους. Θα ήθελα να είμαι κάπως πιο άνετος, αλλά, συχνά η παρουσία και μόνο των μαθητών μου φέρνει ένα σφίξιμο στο στομάχι και το στήθος.

Οι απόψεις που παρουσιάζονται σ' αυτή τη συνέντευξη χαρακτηρίζονται από μια έντονα αρνητική αναπαράσταση των μαθηματικών, η οποία οδηγεί στην απόσυρση όλων των επενδύσεων από αυτά (Η αυστηρότητα των μαθηματικών κανόνων ένοιωθα να με πνίγει, μου δημιουργούσε ένα αίσθημα ασφυξίας, αρκετές φορές σκέφτηκα να τα παρατήσω). Η αποεπένδυση του υποκειμένου είναι πιθανό να μην αφορά μόνο τα μαθηματικά, αλλά να επεκτείνεται και σε άλλους τομείς. Για παράδειγμα, ενώ υπάρχει ένα επάγγελμα, αυτό του σκηνοθέτη, που ο καθηγητής προτιμά περισσότερο από τα μαθηματικά, βρίσκει ότι υπάρχουν σοβαροί λόγοι που δεν του επιτρέπουν να το επιλέξει (δεν είχα το κουράγιο να στραφώ σε τόσο αβέβαιους επαγγελματικά δρόμους).

Η αρνητική αυτή στάση είναι δυνατό να ερμηνευθεί από την ανάγκη για προστασία από ένα διωκτικό άγχος. Το υποκείμενο, προβάλλοντας το εσωτερικό διωκτικό αντικείμενο στα μαθηματικά, στρέφει την άμυνά του εναντίον των μαθηματικών και με αυτό τον τρόπο αισθάνεται κάποια ανακούφιση.

Ο συγκεκριμένος καθηγητής παρουσιάζει και ένα άλλο ενδιαφέρον χαρακτηριστικό. Για το άτομο αυτό ο διώκτης δεν είναι μόνο τα μαθηματικά, αλλά και οι μαθητές του, δηλαδή προβάλλει στους μαθητές του τα, κατ' αυτόν, αρνητικά χαρακτηριστικά των μαθηματικών. Το αποτέλεσμα είναι ότι η σχέση του με τους μαθητές είναι πολύ δύσκολη, διότι η παρουσία τους και μόνο είναι αρκετή για να του προκαλέσει άγχος φόβο, σωματικές ενοχλήσεις κλπ (νοιώθω κάποιο φόβο... συχνά η παρουσία και μόνο των μαθητών μου φέρνει ένα σφίξιμο στο στομάχι και το στήθος).

Επίσης, η ανάγκη να επιτεθεί στον διώκτη-μαθηματικά τον οδηγεί, προβάλλοντας στους μαθητές του τη δική του επιθετικότητά, να στραφεί ενάντια στους μαθητές (τα σημερινά παιδιά είναι ιδιαίτερα επιθετικά και πιστεύω ότι μόνο με αυστηρή πειθαρχία, λίγες κουβέντες και απόσταση μπορείς να τα βγάλεις πέρα μαζί τους).

Εδώ είναι αναγκαίο να διευκρινισθεί ότι η στάση προς τους μαθητές, του κάθε καθηγητή που αισθάνεται αρνητικά για τα μαθηματικά, δεν είναι απαραίτητα ίδια με αυτήν που περιγράψαμε παραπάνω. Το αμέσως παρακάτω απόσπασμα, από τη συνέντευξη μιας καθηγήτριας χαρακτηρίζεται από μια τελείως διαφορετική αντιμετώπιση των μαθητών.

Από συνέντευξη καθηγήτριας:

ΕΡ. Ποια είναι η άποψή σας για τα μαθηματικά;

ΑΠ. Τα μαθηματικά είναι ένα από τα κυρίαρχα όργανα ενός καταπιεστικού συστήματος. Όλες οι δομές της σύγχρονης κοινωνίας στηρίζονται με ένα, κάποιες φορές, αθέατο τρόπο στα μαθηματικά. Για παράδειγμα είναι αδύνατον να λειτουργήσουν χωρίς τα μαθηματικά, οι τράπεζες, τα χρηματιστήρια, τα προηγμένης τεχνολογίας εργοστάσια και εργαστήρια

ΕΡ. Πως είναι οι σχέσεις σας με τους μαθητές σας;

ΑΠ. Προσπαθώ να έχω μια ουσιαστική επαφή με τα παιδιά, έξω από τα κλισέ και τις τυπικότητες που επιβάλλει το σύστημα. Αυτό που με ενδιαφέρει δεν είναι να μάθουν πολλά μαθηματικά, αλλά να συνειδητοποιήσουν τον παράλογο και ανελεύθερο κόσμο μέσα στον οποίο τα υποχρέωσαν να ζουν. Από τη μεριά μου προσπαθώ να τους προσφέρω ένα κόσμο πιο ελεύθερο και πιο δημοκρατικό, επιθυμώ η σχέση μου μαζί τους να είναι όσο γίνεται πιο φιλική και απαλλαγμένη από συμβατικότητες. Έτσι τους προτρέπω να μου μιλούν στον ενικό και με το μικρό μου όνομα και γενικότερα τους προσφέρω μια τάξη ελευθερίας και όχι καταπίεσης.

Η καθηγήτρια, όπως και ο συνάδελφός της καθηγητής, έχει απόψεις που χαρακτηρίζονται από μια έντονα αρνητική αναπαράσταση των μαθηματικών (τα μαθηματικά είναι ένα από τα κυρίαρχα όργανα ενός καταπιεστικού συστήματος). Αυτό όμως που τη διαφοροποιεί από τον συνάδελφό της είναι η προβολή που κάνει πάνω στους μαθητές της. Προβολή η οποία χαρακτηρίζεται από την επιθυμία της απελευθέρωσης από το ''κακό'' αντικείμενο' που λέγεται μαθηματικά, δηλαδή η καθηγήτρια δίνει στους μαθητές της την ελευθερία που θα ήθελε για τον εαυτόν της (τους προτρέπω να μου μιλούν στον ενικό και με το μικρό μου όνομα και γενικότερα τους προσφέρω μια τάξη ελευθερίας και όχι καταπίεσης).

5.4.2 ΔΕΥΤΕΡΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (C2)

Η κλάση αυτή περιέχει τις ερωτήσεις που αποτελούν το τμήμα C2 του δενδρογράμματος. Η κατάφαση στο περιεχόμενο των ερωτήσεων αυτών είναι φανερό ότι παραπέμπει σε μια ιδιαίτερα ναρκισσιστική στάση.

Πιο συγκεκριμένα, η κλάση C2 περιέχει τις μεταβλητές Q11, Q14, Q18, Q25, Q17, Q22, Q24, Q27, Q16, Q32, Q30, Q20.

Q 11 Συχνά η ενασχόληση μου με τα μαθηματικά εκπορεύεται από την ανάγκη να αποδείξω ότι είμαι ικανός να καταφέρω κάτι.

Q 14 Ευτυχώς που υπάρχουν τα μαθηματικά, γιατί αυτά με βοηθούν να ζήσω.

Q 18 Πέτυχα στα μαθηματικά, όταν αισθάνθηκα ισχυρότερος από τους άλλους.

Q 25 Για μένα τα μαθηματικά είναι ένα σκληρό ναρκωτικό, χωρίς να έχει τις αντίστοιχες κοινωνικές επιπτώσεις.

Q 17 Στα μαθηματικά έχω την εντύπωση ότι βρίσκομαι σε μια προσωπική επικράτεια όπου κανένας δεν μπορεί να επέμβει.

Q 22 Για να ασχοληθώ με τα μαθηματικά έχω την εντύπωση ότι πρέπει να μπω σε μια ασκητική ατμόσφαιρα.

Q 24 Στα μαθηματικά μπορώ να απελευθερώσω κάποια επιθετικότητα με κάθε ασφάλεια.

Q 27 Για μένα τα μαθηματικά είναι μια μάχη, ένας αγώνα μετ' εμποδίων, είναι η βία υπό τη μορφή ενός παιχνιδιού.

Q 16 Τα μαθηματικά είναι ένα μοναχικό παιχνίδι.

Q 32 Για μένα τα μαθηματικά είναι κάποιες φορές ένα καταφύγιο· όταν έχω έγνοιες με εμποδίζει να τις σκέφτομαι.

Q 30 Μόνο στα μαθηματικά μπορώ να είμαι σίγουρος για την αλήθεια.

Q 20 Για μένα τα μαθηματικά είναι: διασκέδαση, απόλαυση, διακοπές.

Τα κύρια χαρακτηριστικά αυτής της κλάσης είναι τα εξής:

1. Η ύπαρξη ενός, πιθανά, πολύ εύθραυστου ναρκισσισμού. Εξ αιτίας αυτού τα υποκείμενα, που συμφωνούν με το περιεχόμενο των μεταβλητών που απαρτίζουν την κλάση C2, επιζητούν τη ναρκισσιστική τους αποκατάσταση με τη βοήθεια των μαθηματικών, διότι τα μαθηματικά τους επιτρέπουν να αισθανθούν ότι είναι «Ισχυρότεροι από τους άλλους» (Q18), και ότι είναι «Ικανοί να καταφέρουν κάποια πράγματα» (Q11). Στην ουσία τα μαθηματικά επιτρέπουν, στα άτομα αυτά, τη βίωση ενός αισθήματος παντοδυναμίας. Ο Kohut (1974, σ. 28) αναφερόμενος στις ναρκισσιστικές διαταραχές θεωρεί ότι στις περιπτώσεις αυτές το μέγιστο άγχος προκαλείται από τον φόβο της απώλειας του αντικειμένου.

2. Η ανάγκη να εκφρασθούν με αποδεκτό τρόπο, δηλαδή με ασφάλεια και χωρίς ενοχές κάποιες ενορμήσεις, κυρίως επιθετικές (Q24, Q27).

3. Η περισσότερο ή λιγότερο έντονη τάση για απομόνωση, μοναχικότητα και εν γένει απομάκρυνση από την πραγματικότητα των ανθρωπίνων σχέσεων. Για τους λόγους αυτούς τα μαθηματικά είναι δυνατό να θεωρηθούν ως «Μια προσωπική επικράτεια, όπου κανένας δεν μπορεί να επέμβει» (Q17), «ένα μοναχικό παιχνίδι» (Q16), «Ένα καταφύγιο που όταν έχω έγνοιες, με εμποδίζει να τις σκέφτομαι» (Q32), «Ένα, ασφαλές κοινωνικά, σκληρό ναρκωτικό», ή, τέλος «ένας ασκητικός χώρος» (Q22). Η μοναχικότητα είναι αυτή που επιτρέπει στα υποκείμενα να μην βιώνουν σε πραγματικό επίπεδο τις επιθετικές τους ενορμήσεις και τα ναρκισσιστικά τους τραύματα. Επειδή η ενασχόληση με τα μαθηματικά δίνει τη δυνατότητα στα άτομα αυτά να εκπληρώσουν τις παραπάνω ανάγκες, είναι πολύ φυσικό να θεωρούν ως «Ευτυχές γεγονός και απαραίτητο όρο ζωής την ύπαρξη των μαθηματικών» (Q 14). Σύμφωνα με τον Lemaire: «Η σχέση με τα μαθηματικά είναι η τελευταία που αντιστέκεται, όταν όλες οι άλλες σχέσεις έχουν χαθεί» (στο Nimier,1988, σ.191).

4. Η ανάγκη για εξιδανίκευση των μαθηματικών. Η τάση των ατόμων, που συμφωνούν με το περιεχόμενο των ερωτήσεων που αποτελούν την κλάση C2, να προσδώσουν στα μαθηματικά εξιδανικευμένες ιδιότητες είναι δυνατό να φανεί και από απόψεις όπως, «Για μένα τα μαθηματικά είναι

διασκέδαση, απόλαυση και διακοπές» (Q20), ή «Μόνο στα μαθηματικά, μπορώ να είμαι σίγουρος για την αλήθεια» (Q30).

5. Η επιλογή των μαθηματικών ως κυρίαρχο μεσολαβητή με την πραγματικότητα.

Κατά την άποψη του Nimier (1988, σ. 190), με την οποία έρχεται σε συμφωνία και η δική μας ανάλυση του περιεχομένου των ερωτήσεων αυτής της κλάσης, τα μαθηματικά για τα άτομα αυτά εκπροσωπούν και εκφράζουν το ιδεώδες Εγώ· χάρις στα μαθηματικά έχουν βρει ένα κόσμο στον οποίο αισθάνονται παντοδύναμοι. Ενίοτε, σύμφωνα με τον Nimier (ό.π, σ. 191-192), αυτή η σχέση με τα μαθηματικά συνδέεται με μια υποκείμενη ψυχωτική δομή, η οποία είναι δυνατό να οδηγήσει σε σχιζοφρενικές λειτουργίες της σκέψης. Αλλά, κατά τον ίδιο, η δομή αυτή είναι δυνατό να υπάρχει σε φυσιολογικά άτομα και να σταθεί αφορμή για την επίτευξη πολύ σημαντικών μαθηματικών ανακαλύψεων.

Η Ντολτό (1999, σ. 34) ορίζει ως εξής το ιδεώδες Εγώ: «Είναι η βαθμίδα την οποία καταλαμβάνει ένα ον της πραγματικότητας (ένα Εσύ) ως εξιδανικευμένο σημείο αναφοράς (πρότυπο) για το προυποκείμενο που είναι το Εγώ σε αναφορά με το Εσύ...Μετά το οιδιπόδειο, το υποκείμενο γίνεται το ίδιο υποκείμενο ''εγώ'', επωμίζεται το Εγώ, τη συμπεριφορά του που, όπως η συμπεριφορά των ενηλίκων, σημαδεύεται από τον γεννητικό νόμο· και το ιδεώδες του Εγώ δεν αναφέρεται πλέον σε κάποιον, αλλά σε μια ηθική, φαντασιακό στήριγμα του Εγώ για την πρόοδο προς ενηλικίωση».

Ο Laplanche και ο Pontalis γράφουν για την έννοια του ιδεώδους Εγώ: «*Ενδοψυχικός σχηματισμός, τον οποίο ορισμένοι συγγραφείς διαφοροποιούν από το ιδεώδες του εγώ και ορίζουν ως ένα ιδεώδες ναρκισσιστικής παντοδυναμίας, που συγκροτείται με πρότυπο τον παιδικό ναρκισσισμό...Κατά τον Lagache, "το ιδεώδες εγώ αποκαλύπτεται επίσης μέσα από τον παθιασμένο θαυμασμό για μεγάλες προσωπικότητες της ιστορίας ή της σύγχρονης ζωής που χαρακτηρίζονται από την ανεξαρτησία, την αλαζονεία και την επιβολή τους...Ο σχηματισμός του ιδεώδους εγώ έχει σαδο-μαζοχιστικές επιπτώσεις, ιδιαίτερα την άρνηση του άλλου και τη συνακόλουθη αυτοεπιβεβαίωση". Το ιδεώδες εγώ είναι και για τον Lacan ένας βασικά ναρκισσιστικός σχηματισμός, ο οποίος έλκει την καταγωγή του στο στάδιο του καθρέπτη και εντάσσεται στο πεδίο του εικονικού-φαντασιακού. Πέραν από τις*

διαστάσεις απόψεων, οι διάφοροι συγγραφείς συμφωνούν ως προς τη διαπίστωση ότι η ψυχαναλυτική θεωρία χρειάζεται να διατηρήσει το ιδεώδες εγώ σαν ξεχωριστό ασυνείδητο μηχανισμό» (1986, σ. 162-163).

Στο κείμενο αυτό του Laplanche και του Pontalis παρατηρούνται σχεδόν όλα τα χαρακτηριστικά των μεταβλητών που αποτελούν την κλάση C2. Αυτά είναι κυρίως η ναρκισσιστική παντοδυναμία, η αλαζονεία, η επιβολή και η αυτοεπιβεβαίωση που έρχεται ως αποτέλεσμα της άρνησης του άλλου.

Επίσης στο ίδιο κείμενο παρουσιάζεται η άποψη ότι η ψυχαναλυτική θεωρία χρειάζεται να διατηρήσει το ιδεώδες Εγώ ως ξεχωριστό ασυνείδητο μηχανισμό. Την ίδια άποψη έχει και η Κορντιέ, η οποία θεωρεί ότι το ιδεώδες του Εγώ και το ιδεώδες Εγώ αποτελούν δύο διαφορετικούς πόλους. Κατά την Κορντιέ το ιδεώδες του Εγώ πηγάζει από την ταύτιση με κάποιο χαρακτηριστικό το οποίο μπορεί να είναι μια αξία θρησκευτική ή ηθική κλπ, ενώ το ιδεώδες Εγώ στηρίζεται περισσότερο σε ένα ανθρώπινο μοντέλο. Προς επικύρωση της άποψής της η Κορντιέ αναφέρει τη θέση του Lacan,σύμφωνα με την οποία το ιδεώδες του Εγώ αποτελεί μια συμβολική ενδοβολή, ενώ το ιδεώδες Εγώ είναι η πηγή μιας φαντασιωτικής προβολής (Κορντιέ, 1993, σ. 213-214).

Κριτήριο, κατά τη μελέτη των κλάσεων, της διατήρησης του ιδεώδους Εγώ και του ιδεώδους του Εγώ ως ξεχωριστών δομών, παρότι η μεταξύ τους διάκριση δεν είναι πάντα ιδιαίτερα ευκρινής, υπήρξε αφενός η ανωτέρω θεωρητική τεκμηρίωση και αφετέρου η δυνατότητα που παρέχει η μεταξύ τους διάκριση προς πληρέστερη περιγραφή των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών της κάθε κλάσης.

Από συνέντευξη καθηγητού:

ΕΡ. Για ποιο λόγο θεωρείται σημαντικά τα μαθηματικά;

ΑΠ. Πιστεύω ότι οι αιτίες βρίσκονται στα αρχικά στάδια της ζωής μου. Από μαθητής στο Δημοτικό ήμουνα ένα απομονωμένο και κλεισμένο στον εαυτό του παιδί. Ενώ ήθελα πολύ να μετέχω στα παιχνίδια των συνομηλίκων μου, ποδόσφαιρο, κλέφτες και αστυνόμοι κλπ, ένοιωθα ότι οι σωματικές μου ικανότητες δεν μου επέτρεπαν να καταφέρω κάτι σπουδαίο. Θεωρούσα ότι τα άλλα παιδιά ήταν πολύ πιο ικανά από μένα και έτσι προτιμούσα να μην ρισκάρω τον ανταγωνισμό μαζί τους. Ακόμα φοβόμουνα ότι στην προσπάθειά μου να τους νικήσω ήταν δυνατό να υποστώ από τη μεριά τους άσχημα αντίποινα, που μπορούσαν να φθάσουν μέχρι και τον ξυλοδαρμό. Στα

μαθηματικά ήμουνα σχετικά καλός μαθητής, αλλά τίποτα το ιδιαίτερο, όταν όμως πήγα στο Γυμνάσιο ανακάλυψα ότι είχα μια ιδιαίτερη κλίση για τα μαθηματικά και ότι μου προκαλούσε μεγάλη ευχαρίστηση να κάθομαι με τις ώρες, ανενόχλητος και μόνος, με μόνη παρέα τις ασκήσεις των μαθηματικών. Καθ' όλη τη διάρκεια του Γυμνάσιου είχαμε ένα πολύ αυστηρό καθηγητή μαθηματικών, ο οποίος είχε πολλές απαιτήσεις από τους μαθητές του. Οι απαιτήσεις αυτές του καθηγητή των μαθηματικών ανάγκασαν τους συμμαθητές μου να επιζητούν τη βοήθειά μου. Το γεγονός αυτό άρχιζε να αλλάζει τη ζωή μου, γιατί οι συμμαθητές μου, προκειμένω να τους βοηθήσω, μου έδειχναν μια ιδιαίτερη φιλία και αναγνώριση. Επιφανειακά ήμουνα πάντα καλός και πρόθυμος να προσφέρω απλόχερα τη βοήθειά μου, μέσα μου όμως αισθανόμουνα μια άγρια υπερηφάνεια και φαντασίωνα ότι επιτέλους είμαι ο δυνατός και ο νικητής. Στην ουσία η μοναχικότητά μου δεν είχε αλλάξει, γιατί παρά τις προσπάθειές των συμμαθητών μου να τους ακολουθήσω στα αθλητικά ή ερωτικά τους ενδιαφέροντα (γυμναστήρια, πάρτυ κλπ), εγώ είχα αποφασίσει να μην μετέχω σε τίποτα που θα με έκανε να αισθανθώ μειονεκτικά. Η βοήθεια που μου έδωσαν τα μαθηματικά καθόρισε και το επαγγελματικό μου μέλλον.

ΕΡ.. Πως είναι οι σχέσεις σας με τους μαθητές σας στο σχολείο;

ΑΠ. Από τη μια χαρακτηρίζονται από την επιθυμία μου να τους βοηθήσω να μάθουν μαθηματικά και από την άλλη να χρησιμοποιήσω τα μαθηματικά σαν ένα μέσο εξάσκησης δύναμης και ανωτερότητας, δηλαδή, με τη βοήθεια των μαθηματικών, να αποδειχθώ ανώτερος τους και νικητής. Έχω πολύ μεγάλη ανάγκη από την αναγνώριση, την παραδοχή και τον σεβασμό τους, αλλά δεν θέλω να τα αποκτήσω ούτε μέσα από την άσκηση μιας σκληρής πειθαρχίας, ούτε μέσα από την στενή επαφή με τα προβλήματά τους. Αυτό που συνήθως εφαρμόζω είναι μια λογικού τύπου πειθαρχία, που δεν φθάνει ποτέ μέχρι τον καταναγκασμό και την τρομοκρατία. Το όπλο μου για να κυριαρχώ στην τάξη δεν είναι ούτε η βαθμολογία, ούτε οι πειθαρχικές ποινές. Το μόνο πράγμα που με κάνει να νοιώθω σπουδαίος και μοναδικός είναι να αναγνωρίζουν οι μαθητές μου ότι η προσφορά μου είναι πολύτιμη και να κρέμονται από τα χείλη μου όταν τους διδάσκω μαθηματικά. Μια από τις ειδικότητές μου είναι να βάζω σε όλη την τάξη ένα πρόβλημα που έχει πολύ απλή λύση, αλλά είναι πολύ δύσκολο να σκεφτεί κάποιος τον τρόπο που θα φτάσει σ' αυτήν τη λύση. Κατά κανόνα σχεδόν κανείς μαθητής δεν βρίσκει τη λύση και είναι μεγάλη απόλαυση για μένα να την παρουσιάζω λέγοντας ''μα πως δεν καταφέρατε να σκεφτείτε ένα τόσο απλό πράγμα''. Ένα άλλο πράγμα που μου αρέσει ιδιαίτερα, είναι να φαίνομαι, στα μάτια των μαθητών μου, ικανότερος από καταξιωμένους συναδέλφους, κυρίως από αυτούς που είναι συγγραφείς μαθηματικών βιβλίων για τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση Αυτό το πετυχαίνω κάνοντας έντονη κριτική μέσα στην τάξη των σχολικών βιβλίων και επισημαίνοντας τα όποια λάθη, ασάφειες και παραλείψεις, είναι δυνατό να εντοπίσω.

ΕΡ. Πως είναι οι σχέσεις σας με τους συναδέλφους σας στο σχολείο;

ΑΠ. Η σχέση με τους συναδέλφους μου μοιάζει με αυτή που είχα με τους συμμαθητές μου, όταν ήμουνα μαθητής στο Γυμνάσιο. Δεν έχω πολλά πάρε-δώσε μαζί τους, αλλά η επαφή που έχω στηρίζεται στην, κατά τη γνώμη μου, καλύτερη από αυτούς γνώση των μαθηματικών. Ένα πράγμα

που μου προξενεί ευχαρίστηση είναι να έρχονται στις τάξεις μου και να παρακολουθούν τα μαθήματά μου, με σκοπό να επωφεληθούν από τις δικές μου ικανότητες στη μετάδοση των μαθηματικών εννοιών.

Ένα στοιχείο που χαρακτηρίζει τον συγκεκριμένο καθηγητή είναι η ελάχιστη έως καθόλου επένδυση στην πραγματικότητα των ανθρωπίνων σχέσεων. Οι σχέσεις με τους μαθητές του είναι, στην ουσία, ανύπαρκτες (έχω πολύ μεγάλη ανάγκη από την αναγνώριση, την παραδοχή και το σεβασμό, αλλά δεν θέλω να τα αποκτήσω... μέσα από τη στενή επαφή με τα προβλήματά τους). Το ίδιο ισχύει και για τις σχέσεις με τους συναδέλφους του (δεν έχω πολλά πάρε-δώσε μαζί τους).

Ένα άλλο στοιχείο είναι η ισχυρή επιθυμία για ναρκισσιστική αποκατάσταση, με τη βοήθεια των μαθηματικών, διότι τα μαθηματικά του επιτρέπουν να αισθανθεί ότι είναι ο ισχυρός, ο νικητής, ο μοναδικός κλπ (επιφανειακά ήμουνα πάντα καλός και πρόθυμος να προσφέρω απλόχερα τη βοήθειά μου, μέσα μου όμως αισθανόμουνα μια άγρια υπερηφάνεια και φαντασίωνα ότι επιτέλους -με τη βοήθεια των μαθηματικών- είμαι ο δυνατός και ο νικητής). Από το περιεχόμενο της συνέντευξης είναι φανερό ότι η έντονη αυτή ανάγκη για ναρκισσιστική αποκατάσταση συνδέεται με τα τραύματα που είχε υποστεί στον ναρκισσισμό του, κατά την παιδική του ηλικία (Από μαθητής στο Δημοτικό ήμουνα ένα απομονωμένο και κλεισμένο στον εαυτό του παιδί. Ενώ ήθελα πολύ να μετέχω στα παιχνίδια των συνομηλίκων μου, ποδόσφαιρο, κλέφτες και αστυνόμοι κλπ, ένοιωθα ότι οι σωματικές μου ικανότητες δεν μου επέτρεπαν να καταφέρω κάτι σπουδαίο. Θεωρούσα ότι τα άλλα παιδιά ήταν πολύ πιο ικανά από μένα και έτσι προτιμούσα να μην ρισκάρω τον ανταγωνισμό μαζί τους).

Μια ακόμη υπηρεσία που προσφέρουν στο άτομο αυτό τα μαθηματικά είναι η δυνατότητα έκφρασης, με αποδεκτό τρόπο, ορισμένων ενορμήσεων, κυρίως επιθετικών (Μέσα μου όμως αισθανόμουνα μια άγρια υπερηφάνεια και φαντασίωνα ότι επιτέλους είμαι ο δυνατός και ο νικητής).

5.4.3 ΤΡΙΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (C3)

Η κλάση αυτή περιέχει τις ερωτήσεις που αποτελούν το τμήμα C3 του δενδρογράμματος. Η συμφωνία με το περιεχόμενο των ερωτήσεων αυτών είναι φανερό ότι εκφράζει μια, περισσότερο ή λιγότερο, ισορροπημένη και ρεαλιστική σχέση με τα μαθηματικά

Πιο συγκεκριμένα, η κλάση C3 περιέχει τις μεταβλητές Q2, Q5, Q29, Q9, Q26, Q33, Q28, Q19.

Q 2. Αυτό που μου αρέσει στα μαθηματικά είναι η συνοχή και η ενότητα τους.

Q 5 Στα μαθηματικά έχω συχνά την ευχαρίστηση να βλέπω τα πράγματα να μπαίνουν σε τάξη και οργάνωση.

Q 29 Έχω ένα αίσθημα ηρεμίας όταν έχω βρει τη λύση σε ένα πρόβλημα.

Q 9 Αυτό που μου αρέσει στα μαθηματικά είναι η ακρίβεια στη διατύπωση που διαθέτουν.

Q 26 Στα μαθηματικά έχω την εντύπωση ότι εκεί που αρχικά φαίνεται να υπάρχει το χάος, τελικά πάντα εγκαθίσταται η ενότητα.

Q 33 Στα μαθηματικά βρίσκω ευχαρίστηση, όταν μπορώ να πηγαίνω από την πολυπλοκότητα στην ενότητα.

Q 28 Η ασχολία με τα μαθηματικά είναι για μένα μια σοβαρή επιστημονική δραστηριότητα.

Q 19 Είμαι σίγουρος ότι στα μαθηματικά δεν υπάρχει αταξία.

Οι μεταβλητές που απαρτίζουν αυτή την κλάση έχουν το εξής κοινό χαρακτηριστικό: εκφράζουν απόψεις για τα μαθηματικά κατά κανόνα ρεαλιστικές, δηλαδή απόψεις που θεωρείται ότι αποδίδουν την πραγματική φύση της μαθηματικής επιστήμης. Οι απόψεις αυτές είναι οι κυρίαρχες αντιλήψεις για τα μαθηματικά και υποστηρίζονται όχι μόνο από τη συντριπτική πλειονότητα των

μαθηματικών, αλλά και από το σύνολο σχεδόν των μελών των περισσοτέρων κοινωνιών. Η απήχηση των αντιλήψεων αυτών για τα μαθηματικά φάνηκε και από τα αποτελέσματα της έρευνας, όπου η συμφωνία με αυτές ήταν πολύ ισχυρή.

Η κυρίαρχη και πλατιά αποδοχή αυτών των αντιλήψεων δεν έχει ακόμα κλονισθεί σοβαρά, παρότι τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει διάφορες απόπειρες αμφισβήτησης.

Σε θεωρητικό επίπεδο η προεξάρχουσα αμφισβήτηση προήλθε από τη λεγόμενη ''Επιστήμη του Χάους'', η οποία έχει ως αντικείμενο της, όπως γράφει ο Gleick (1990, σελίδα εσωφύλου): «Τη μελέτη της αταξίας, δηλαδή του τυχαίου, του ασταθούς και του απρόβλεπτου». Η ''αταξία'' όμως αυτή, για πολλούς από τους σύγχρονους φιλοσόφους των επιστημών, είναι δυνατό να καλύπτει μια αρκετά δυσδιάκριτη τάξη. Ο Hofstadter (1980, σ. 406) θεωρεί ότι πίσω από μια επιφανειακή τάξη είναι δυνατό να κρύβεται ένας περίεργος τύπος χάους, αλλά και, βαθιά μέσα στο χάος, είναι δυνατό να κρύβεται ένα ακόμη πιο μυστηριώδες είδος τάξης. Σε επίπεδο διδακτικής η εντονότερη αμφισβήτηση προήλθε, όπως έχει ήδη αναφερθεί, από τη θεωρία του Κονστρουκτιβισμού.

Σύμφωνα με τον Nimier (1988, σ. 204), οι ερωτήσεις αυτής της κλάσης μπορούν να ερμηνευθούν είτε ως διαδικασία διανοητικοποίησης που έχει ως στόχο την κυριαρχία και τελικά την απώθηση των απαγορευμένων ενορμήσεων είτε ως διαδικασία με σκοπό τη χρήση των μαθηματικών ως μοντέλο ενός συμβολικού νόμου που στοχεύει στη δόμηση του Εγώ και γενικότερα της προσωπικότητας. Η ανάλυση του Nimier, για τους λόγους που θα αναφερθούν αμέσως παρακάτω, και στην περίπτωση αυτή μας βρίσκει σύμφωνους

Η αναζήτηση της κυριαρχίας μέσω των μαθηματικών είναι φανερή από τη συμφωνία με το περιεχόμενο πολλών από τις ερωτήσεις, όπως για παράδειγμα των ερωτήσεων Q5 (Στα μαθηματικά έχω συχνά την ευχαρίστηση να βλέπω τα πράγματα να μπαίνουν σε τάξη και οργάνωση), Q9 (Αυτό που μου αρέσει στα μαθηματικά είναι η ακρίβεια στη διατύπωση που διαθέτουν) και Q19 (Είμαι σίγουρος ότι στα μαθηματικά δεν υπάρχει αταξία).

Η δόμηση του Εγώ είναι δυνατό να επιτευχθεί και με τους εξής τρόπους:

1. Με τη διαδικασία της ενδοβολής (μιας ''καλής'' τάξης). Δηλαδή το υποκείμενο αρχικά προβάλλει στα μαθηματικά τις ιδιότητες της συνοχής και ενότητας (Q2, Q26, Q33), της τάξης και της οργάνωσης (Q5, Q19), της ακρίβειας (Q9) και της επιστημονικής σοβαρότητας (Q33) και στη συνέχεια ενδοβάλλει αυτές τις ιδιότητες με στόχο να τις ιδιοποιηθεί και οικειοποιηθεί.

2. Με τη διαδικασία της ταύτισης με ένα ''καλό'' αντικείμενο', υποκατάστατο της μητέρας. Η διαδικασία αυτή φαίνεται από ορισμένες ιδιότητες των μαθηματικών, όπως τη συνοχή, ενότητα-ολοκλήρωση και έλλειψη αταξίας, τις οποίες, τα άτομα που συμφωνούν με το περιεχόμενο των ερωτήσεων αυτής της κλάσης, θεωρούν ιδιαίτερα ελκυστικές. Τα χαρακτηριστικά αυτά των μαθηματικών παραπέμπουν στη σχέση με τη μητέρα.

3. Με τη χρήση των μαθηματικών συμβόλων. Ο Nimier υποστηρίζει ότι (1988, σ. 205) τα μαθηματικά σύμβολα δημιουργήθηκαν με στόχο την προστασία του Εγώ ενάντια στο άγχος και συμμετέχουν στην ανάπτυξή του. Κατά την άποψη της Segal η εν γένει δημιουργία των συμβόλων, άρα και των μαθηματικών, είναι αποτέλεσμα αμυντικών μηχανισμών με στόχο την προστασία του Εγώ: «Η προβολική ταύτιση προμήθευσε τη βάση του αρχαιότερου μοντέλου σχηματισμού των συμβόλων. Το Εγώ δημιούργησε τα πρώτα σύμβολα προβάλλοντας μέρη του εαυτού του στο εσωτερικό του αντικειμένου και ταυτίζοντας μέρη του αντικειμένου με δικά του» (Segal 1964, σ. 36).

Ο Laplanche και ο Pontalis (1986, σ. 144) γράφουν για την έννοια του Εγώ: «*Από τοπική άποψη το εγώ βρίσκεται σε μια σχέση εξάρτησης τόσο απέναντι στις διεκδικήσεις του αυτού όσο και απέναντι στις επιταγές του υπερεγώ και της απαιτήσεις της πραγματικότητας...Από δυναμική άποψη, το εγώ, στη νευρωσική σύγκρουση, αντιπροσωπεύει κυρίως τον αμυντικό πόλο της προσωπικότητας...Από οικονομική άποψη το εγώ εμφανίζεται ως παράγοντας σύνδεσης των ψυχικών διαδικασιών. Αλλά, κατά τις αμυντικές διεργασίες οι απόπειρες σύνδεσης της ενορμητικής ενέργειας επηρεάζονται δυσμενώς από τα στοιχεία που χαρακτηρίζουν την πρωτογενή διαδικασία, αποκτώντας ένα καταναγκαστικό, επαναληπτικό και εξωπραγματικό χαρακτήρα. Η ψυχαναλυτική θεωρία επιχειρεί να εντοπίσει τη γένεση*

του εγώ μέσα σε σχετικά ετερογενή πλαίσια. Από τη μια, το βλέπει σαν ένα προσαρμοστικό όργανο που διαφοροποιείται με αφετηρία το αυτό μέσα από την επαφή με την εξωτερική πραγματικότητα και από την άλλη, το ορίζει ως το προϊόν ταυτίσεων οι οποίες καταλήγουν στο σχηματισμό, στο εσωτερικό του ατόμου, ενός αντικειμένου αγάπης που επενδύεται από το αυτό».

Στο παραπάνω κείμενο υπάρχει η άποψη πως, κατά τις αμυντικές διεργασίες, οι απόπειρες σύνδεσης της ενορμητικής ενέργειας επηρεάζονται δυσμενώς από τα στοιχεία που χαρακτηρίζουν την πρωτογενή διαδικασία, αποκτώντας ένα καταναγκαστικό, επαναληπτικό και εξωπραγματικό χαρακτήρα. Τα στοιχεία αυτά, δηλαδή του καταναγκασμού, της επανάληψης και του εξωπραγματικού, σύμφωνα με την Klein (1977, σ. 231) υπάρχουν, μεταξύ άλλων, σε άτομα με δομή ιδεοψυχαναγκαστική. Κατά την ίδια, η ιδεοψυχαναγκαστική δομή συνδέεται και με την τάση για ακρίβεια, τάξη, υποταγή σε κανόνες και τελετουργικά και έντονη προσκόλληση στην εξωτερική πραγματικότητα, δηλαδή με βασικά χαρακτηριστικά της υπό μελέτη κλάσης. Οι απόψεις αυτές της Klein κάνουν ορατό το ψυχικό υπόβαθρο που είναι δυνατό να στηρίζει μια σχέση με τα μαθηματικά η οποία, στην αρχή της μελέτης της κλάσης C3 χαρακτηρίσθηκε ως, περισσότερο ή λιγότερο, ισορροπημένη και ρεαλιστική, με άλλα λόγια ως μια σχέση προσαρμοσμένη στις απαιτήσεις της εξωτερικής πραγματικότητας.

Από συνέντευξη καθηγητού:

ΕΡ. Ποίοι είναι οι λόγοι που σας έκαναν να επιλέξετε τα μαθηματικά;

ΑΠ. Αυτό που με χαρακτήριζε, από τότε που θυμάμαι τον εαυτό μου, είναι η ανάγκη που είχα να βρίσκονται όλα τα πράγματα, που ήταν γύρο μου, πλήρως τακτοποιημένα. Είχα μια φυσική απέχθεια στο χύμα, στο αβέβαιο και στο διφορούμενο. Στο σχολείο ήμουνα καλός σε όλα τα μαθήματα. Όταν ήλθε η ώρα να αποφασίσω τι θέλω να σπουδάσω, αυτό που με καθόρισε ήταν η τάση μου για τάξη και οργάνωση. Εξ' αρχής απέκλεισα ότι είχε σχέση με την τέχνη, γιατί τη θεωρώ σαν ένα χαώδες χώρο, χωρίς καθορισμένο σχήμα και όρια και όπου το κάθε τι μπορεί να θεωρηθεί, με ένα τελείως αυθαίρετο τρόπο, ως έργο τέχνης ή σαχλαμάρα. Από τα όσα λεω δεν θέλω να θεωρήσετε ότι δεν μου αρέσει η τέχνη, αντίθετα, θεωρώ ότι η τέχνη αποτελεί για μένα ένα μέσο ξεκούρασης και χαλάρωσης και μπορώ να την απολαύσω, αλλά μόνο ως θεατής και από απόσταση. Σε λιγότερο βαθμό, σε σχέση με το χώρο της τέχνης, ισχύουν τα όσα είπα προηγουμένως και για τα τις θεωρητικές σπουδές, δηλαδή τη νομική, τη φιλοσοφική, την κοινωνιολογία κλπ. Αυτό που απέμεινε ήταν οι θετικές σπουδές, δηλαδή πολυτεχνείο, ιατρική, βιολογία, φυσική, μαθηματικά κλπ.

Κοινό χαρακτηριστικό όλων αυτών των επιστημονικών κλάδων, εκτός των μαθηματικών, είναι η διερεύνηση των νόμων που διέπουν την πραγματικότητα, με τη λέξη πραγματικότητα εννοώ το σώμα μας, τη γη, το σύμπαν κλπ. Άρα η γνώση που μας προσφέρουν αυτές οι επιστήμες, όσο και να εξελίσσονται, είναι πάντα ατελής και κάποιες φορές λανθασμένη, δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις που κυρίαρχες για αιώνες απόψεις, για την αρρώστια ή για τον κόσμο που μας περιβάλει, γκρεμίσθηκαν μέσα σε μια νύχτα. Η πολυλογία μου, που δεν ξέρω αν σας κούρασε, είχε ως στόχο να δείξει ότι η μόνη επιστήμη που εγώ θεωρώ ότι είναι εφοδιασμένη με αμετάβλητες και αμετακίνητες αλήθειες, είναι τα μαθηματικά. Οι μαθηματικές ιδέες λειτουργούν έξω από τον χώρο και τον χρόνο και αντανακλούν τις ιδιότητες της τέλειας αρμονίας, ακρίβειας, τάξης και οργάνωσης.

ΕΡ. Πως λειτουργείτε στο χώρο του σχολείου, σε σχέση με τους μαθητές σας;

ΑΠ. Αυτό που εγώ θεωρώ ως πιο σημαντικό είναι η επιτυχία των μαθητών μου. Πιστεύω ότι για να υπάρξει θετικό αποτέλεσμα, πρέπει απαραιτήτως να ισχύουν ορισμένοι κανόνες συμπεριφοράς και συμβίωσης μέσα στη σχολική τάξη. Πρώτος και βασικότερος κανόνας είναι να υπάρχει στην τάξη ένα πνεύμα ενότητας και αλληλοσεβασμού. Εάν την ώρα που κάνω μάθημα, κάποιος μαθητής μιλάει για κάτι άσχετο, αισθάνομαι ότι δεν σέβεται ούτε εμένα, αλλά ούτε και τους συμμαθητές του οι οποίοι θέλουν να παρακολουθήσουν απρόσκοπτα το μάθημα. Γενικά πιστεύω ότι το σωστό μάθημα προϋποθέτει τάξη και πειθαρχία. Φροντίζω η διδασκαλία μου να είναι πολύ οργανωμένη και δεν αφήνω τίποτα στην τύχη. Επίσης με πολύ οργανωμένο και μεθοδικό τρόπο γίνεται η εξέταση των μαθητών μου. Βάζω αρκετά διαγωνίσματα, προειδοποιημένα και απροειδοποίητα, εξετάζω όλους τους μαθητές και γενικά προσπαθώ να ελέγχω με πολλούς τρόπους την κατανόηση και αφομοίωσης της ύλης, ώστε και η βαθμολογία μου να είναι δίκαια, αλλά και να είμαι σίγουρος, πράγμα σημαντικότερο, ότι έχουν αποκτήσει τα σωστά μαθηματικά εφόδια. Επίσης, επειδή θεωρώ ότι η καλή απόδοση ενός μαθητή βασίζεται και στη καλή ψυχολογική του κατάσταση, δίνω τη δυνατότητα στους μαθητές να μου μιλούν για τα προβλήματα που τους απασχολούν και που πιθανά είναι εμπόδιο στην εκτέλεση των σχολικών καθηκόντων τους. Ένα άλλο πράγμα που κάνω είναι η καθιέρωση, σε τακτά χρονικά διαστήματα, συνάντησης με τους γονείς των παιδιών, με τον τρόπο αυτό αφενός συμβάλω στην ενημέρωση των γονέων και αφετέρου τους χρησιμοποιώ σαν συμμάχους στο έργο μου.

ΕΡ. Πως είναι οι σχέσεις με τους συναδέλφους σας στο σχολείο;

ΑΠ. Μου αρέσει στο χώρο εργασίας μου να μην έχω μόνο ξερές και τυπικές σχέσεις με τους συναδέλφους μου. Έτσι με ορισμένους, όχι πολλούς, που νοιώθω ότι μου πάνε σαν άτομα, έχω μια καλή επικοινωνία, η οποία λειτουργεί όχι μόνο στο χώρο του σχολείου, αλλά και εκτός σχολείου, δηλαδή πάμε σε ταβέρνες, σινεμά κλπ. Με τους συναδέλφους της ίδιας ειδικότητας με μένα, άσχετα αν υπάρχει επικοινωνία εκτός σχολείου, μου αρέσει να συζητάμε για τον τρόπο οργάνωσης της διδασκαλίας, για τα προβλήματα στην κατανόηση των μαθηματικών που καθένας συναντά στις τάξεις που διδάσκει, για τα θέματα που θα βάλουμε στις εξετάσεις κλπ. Γενικά θεωρώ ότι είναι πολύτιμη η συνεργασία με τους συναδέλφους μαθηματικούς.

Ο τρόπος που αντιμετωπίζει τα μαθηματικά και που λειτουργεί ο συγκεκριμένος καθηγητής είναι, σε αρκετές από τις συνιστώσες του, κοντά στη συμπεριφορά του μέσου Έλληνα καθηγητή των μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.

Οι απόψεις του για τη μαθηματική επιστήμη πλησιάζουν στις Πλατωνικές αντιλήψεις. Οι αντιλήψεις αυτές για τα μαθηματικά, όπως έχει ήδη αναφερθεί, παρά την έντονη αμφισβήτηση που έχουν υποστεί τα τελευταία χρόνια, εξακολουθούν να παίζουν σημαντικό ρόλο στον Ελληνικό, αλλά και στον παγκόσμιο μαθηματικό στίβο.

Τα μαθηματικά, για το υποκείμενο της συνέντευξης, χαρακτηρίζονται από τάξη - οργάνωση - ακρίβεια - αρμονία. Η άποψη αυτή επικεντρώνεται μόνο στη μια πλευρά των μαθηματικών, δηλαδή στη θεώρησή τους ως μιας γλώσσας καθολικής ισχύος, με συγκεκριμένες και αυστηρά καθορισμένες ιδιότητες. Η ''Άλλη'' πλευρά των μαθηματικών, δηλαδή αυτή που αναφέρεται στη σχέση των μαθηματικών με το συναίσθημα, καθώς και με ασυνείδητες διαδικασίες όπως τη φαντασίωση, τους αμυντικούς μηχανισμούς, και τις ενορμήσεις, απουσιάζει πλήρως.

Είναι προφανές ότι το υποκείμενο της συνέντευξης χρησιμοποιεί τα μαθηματικά για να πετύχει δύο κυρίως αποτελέσματα. Το ένα είναι η κυριαρχία και τελικά η απώθηση των απαγορευμένων ενορμήσεων, και το άλλο είναι η δόμηση του Εγώ και γενικότερα της προσωπικότητας.

Ο συγκεκριμένος καθηγητής προβάλλοντας στα μαθηματικά τις ιδιότητες της τάξης, της οργάνωσης, της ακρίβειας και της αρμονίας και στη συνέχεια ενδοβάλλοντας αυτές τις ιδιότητες, ''πετυχαίνει'' να τις καταστήσει δομικά στοιχεία της προσωπικότητάς του.

Το άτομο αυτό έχει ''επιλέξει'' ένα νευρωσικό μοντέλο συμπεριφοράς. Το μοντέλο αυτό, όντας πλησιέστερα στη μέση συμπεριφορά και υπακούοντας σε κυρίαρχους κανόνες και απόψεις, εξασφαλίζει μεγαλύτερη ισορροπία στο άτομο, από ότι τα τρία άλλα μοντέλα, δηλαδή αυτά που αντιστοιχούν στις κλάσεις C1, C2 και C4. Η ισορροπία αυτή αντανακλάται και στον τομέα των ανθρωπίνων σχέσεων, με αποτέλεσμα την προσπάθεια επικοινωνίας, έστω και υπό συνθήκες, με τους μαθητές και τους συναδέλφους.

5.4.4 ΤΕΤΑΡΤΗ ΚΛΑΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (C4)

Η κλάση αυτή περιέχει τις ερωτήσεις που αποτελούν το τμήμα C4 του δενδρογράμματος. Είναι φανερό ότι η σχέση με τα μαθηματικά των ατόμων που συμφωνούν με αυτές έχει ως κύριο χαρακτηριστικό την έντονη εξιδανίκευση.

Πιο συγκεκριμένα, η κλάση C4 περιέχει τις μεταβλητές Q13, Q31, Q7, Q3, Q21, Q15, Q10, Q4.

Q 13 Τα μαθηματικά μου επιτρέπουν να καταλάβω την αρχιτεκτονική του κόσμου.

Q 31 Σκέπτομαι ότι χάρη στα μαθηματικά μπορεί κάποιος να συλλογίζεται σωστά.

Q 7 Το να ανακαλύπτω κάτι στα μαθηματικά, ισοδυναμεί για μένα με θαύμα και αποκάλυψη.

Q 3 Έχω συχνά την εντύπωση ότι αν υπάρχει ένα εμπόδιο σε ένα πρόβλημα, έχω τον τρόπο να το υπερπηδήσω.

Q 21 Έχω την εντύπωση ότι στα μαθηματικά ,με ένα δοσμένο υλικό, μπορείς να κατασκευάσεις ένα σωρό πράγματα.

Q 15 Όταν βρίσκω τη λύση σε ένα πρόβλημα, ξέρω ότι είναι καλή.

Q 10 Τα μαθηματικά είναι ένα παιχνίδι όπου όλα τα δεδομένα βρίσκονται στο χέρι μου.

Q 4 Στα μαθηματικά αυτό που με ενδιαφέρει είναι ένας συγκεκριμένος τρόπος λειτουργίας της σκέψης, το περιεχόμενο είναι για μένα δευτερεύον.

Τα υποκείμενα, στην περίπτωση της κλάσης C4, αποδίδουν στα μαθηματικά ένα σύνολο από υπερβολικά εξιδανικευμένα, σχεδόν θρησκευτικά, χαρακτηριστικά. Οι μαθηματικές ανακαλύψεις, για τα άτομα αυτά λειτουργούν στο επίπεδο του θαύματος (Q7). Με τη βοήθεια των μαθηματικών ανοίγουν οι

πόρτες για την κατανόηση της κρυμμένης αρμονίας του Σύμπαντος (Q13). Τα μαθηματικά δίνουν τη δυνατότητα για σωστούς, δηλαδή τέλειους και χωρίς λάθη συλλογισμούς (Q31). Η μαθηματική σκέψη είναι τόσο τέλεια και ιδανική ώστε μπροστά της χάνεται ή περιορίζεται η σημασία του περιεχομένου των μαθηματικών εννοιών (Q4). Οι λύσεις που τα άτομα αυτά δίνουν στα μαθηματικά προβλήματα είναι καλές (Q15), δηλαδή όχι μόνο σωστές (χωρίς κανένα λάθος ή ψεγάδι), άλλα και ικανές να ικανοποιήσουν αισθητικά κριτήρια, δηλαδή όμορφες, και κομψές [29]. Εν ολίγοις, για τα άτομα που συμφωνούν με το περιεχόμενο των ερωτήσεων αυτής της κλάσης η μαθηματική σκέψη είναι η ιδανική σκέψη η οποία επιτρέπει την πρόσβαση σε ένα ιδανικό, δηλαδή παραδεισένιο κόσμο.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό της κλάσεως αυτής είναι η αναζήτηση, με τη βοήθεια των μαθηματικών, της κυριαρχίας και της παντοδυναμίας. Τα μαθηματικά γίνονται μέσο για το ξεπέρασμα των εμποδίων (Q3). Επίσης, ισοδυναμούν με ένα παιχνίδι, όπου όλα τα δεδομένα βρίσκονται στο χέρι του παίκτη (Q10).

Από όλα τα παραπάνω προκύπτει, ότι τα μαθηματικά προσφέρουν, σε όποιον τα εξασκεί, τελειότητα - ομορφιά - αρμονία - ολοκλήρωση - δύναμη. Οπότε, είναι δυνατό, στην περίπτωση αυτή, να θεωρηθεί ότι οι μαθηματικές λειτουργίες αποτελούν μέσο προς επίτευξη της ναρκισσιστικής πλήρωσης.

Ο Nimier (1988, σ. 194) υποστηρίζει ότι για την κλάση αυτή το μαθηματικό αντικείμενο αποτελεί έκφραση του ιδεώδους του Εγώ του υποκειμένου. Σύμφωνα με τον του Laplanche και τον Pontalis (1988 σ. 270): «*Το ιδεώδες του εγώ είναι ψυχικό σύστημα της προσωπικότητας που προκύπτει από τη σύγκλιση του ναρκισσισμού (εξιδανίκευση του εγώ) και των ταυτίσεων με τους γονείς, με τα υποκατάστατά τους και με τα συλλογικά ιδεώδη. Ως διαφοροποιημένο ψυχικό σύστημα, το ιδεώδες του εγώ αποτελεί το πρότυπο με το οποίο το υποκείμενο προσπαθεί να συμμορφωθεί*».

Ο Nimier θεωρεί το ιδεώδες του Εγώ ως ξεχωριστή δομή, σε σχέση με το Υπερεγώ. Παρότι, κατά την ανάπτυξη της μελέτης αυτής κρίθηκε αναγκαία, για

---

[29] Η έκφραση «η λύση αυτή είναι κομψή» είναι πολύ οικεία στους μαθηματικούς, και αποτελεί έπαινο για το άτομο που βρήκε αυτή την λύση.

λόγους καλύτερης κατάταξης, η διατήρηση αυτού του διαχωρισμού, εκείνο που θεωρούμε ως πιο σημαντικό δεν είναι ο καθορισμός μιας ετικέτας για τη συγκεκριμένη κλάση (όπως και για τις τρεις άλλες κλάσεις), αλλά ο εντοπισμός των ιδιαιτέρων χαρακτηριστικών της κάθε μιας από τις κλάσεις.

Το παρακάτω κείμενο του Μανωλόπουλου πιστεύουμε ότι αποτελεί ένα δείγμα επιτυχημένης αντιμετώπισης παρομοίων θεμάτων. Ο Μανωλόπουλος στο κείμενο αυτό επικεντρώνεται στην ανάλυση της έννοιας του ιδεώδους του Εγώ, χωρίς να παίρνει θέση, όσον αφορά τον τοπικό προσδιορισμό του. Σύμφωνα με τον Μανωλόπουλο (1988, σ. 52): «Είτε θεωρήσουμε το ιδεώδες του Εγώ λειτουργία του Υπερεγώ, είτε δραστηριότητα του Εγώ, ή και ξεχωριστή δομή, πάντα παραμένει εκείνο το μέρος του ψυχικού οργάνου το οποίο συνεχώς επιδιώκει να επανακτήσει τη ναρκισσιστική τελειότητα της παιδικής ηλικίας».

Μια ακόμη πολύ σημαντική διαπίστωση του Nimier (1988, σ. 201) είναι ότι τα μαθηματικά, για τα άτομα αυτής της κλάσης, λειτουργούν ως ένα φετιχιστικό σύστημα (ψεύτικος φαλλός) που στοχεύει στο κρύψιμο της απώλειας και του ευνουχισμού. Το φετιχιστικό αυτό σύστημα, κατά τον ίδιο, κάποιες φορές, παρουσιάζει χαρακτηριστικά διαστροφής, που ένα από αυτά είναι η παντελής έλλειψη χρησιμότητας του συνόλου σχεδόν των δραστηριοτήτων, γνώσεων και ενδιαφερόντων των ατόμων. Η Chasseguet–Smirgel (1975, σ. 35), αναφερόμενη στα χαρακτηριστικά της διαστροφής, γράφει: «Ο διεστραμμένος επιμένει ιδιαίτερα στην υψηλή ποιότητα και αισθητική των πραγμάτων που βρίσκονται στο χώρο του. Αναζητεί την τελειότητα στα μικροαντικείμενα, στα έργα τέχνης και στο εν γένει ντεκόρ που τον περιβάλλει». Κατά τον Bergeret (1996, σ. 164): «Ο διεστραμμένος λειτουργεί στη βάση ενός ιδεώδους του Εγώ ναρκισσιστικού, μητρικού και φαλλικού».

Από συνέντευξη καθηγήτριας:

ΕΡ. Ποιος είναι ο λόγος για τον οποίο σας αρέσουν τα μαθηματικά;

Απ. Οι λόγοι είναι πολλοί, αλλά ο σημαντικότερος είναι ένας, η αισθητική πλευρά. Τα μαθηματικά, κατά τη γνώμη μου, μοιάζουν με την κλασσική μουσική και την ποίηση. Αυτό που με σπρώχνει στην ενασχόληση με τα μαθηματικά δεν είναι το υλικό ή το εν γένει επαγγελματικό κέρδος, αλλά η απόλαυση της καθαρής ομορφιάς. Η ομορφιά αυτή ζει και υπάρχει μόνο για τον εαυτό της, δεν στοχεύει σε τίποτα και δεν ζητάει τίποτα, δεν ενδιαφέρεται για κανενός είδους πρακτικές εφαρμογές και χρησιμότητες, ούτε καν για την όποια σημαντική αλήθεια. Δεν υπάρχει μεγαλύτερη χαρά από τη διατύπωση μιας κομψής απόδειξης σε ένα θεώρημα, ή τη χάραξη της βέλτιστης στρατηγικής, με στόχο την επίλυση ενός προβλήματος.

Τα μαθηματικά για την καθηγήτρια αυτή είναι ένα ιδεώδες αντικείμενο. Οι απόψεις της φαίνεται να αντιστοιχούν στο φετιχιστικό σύστημα διαστροφής, που περιέγραψε ο Nimier, και που ένα από τα χαρακτηριστικά του είναι η παντελής έλλειψη χρησιμότητας του συνόλου σχεδόν των δραστηριοτήτων, γνώσεων και ενδιαφερόντων των ατόμων.

Από τη συνέντευξη καθηγητού:

ΕΡ. Ποιος είναι ο λόγος για τον οποίο σας αρέσουν τα μαθηματικά;

ΑΠ. Το πιο ελκυστικό στοιχείο για μένα είναι η μαθηματική σκέψη, η οποία είναι το κλειδί που σε πάει παντού. Δεν υπάρχει τίποτα που μη μπορεί να ανοίξει όταν κατέχεις αυτό το μοναδικό πασπαρτού που λέγεται μαθηματική σκέψη, καμία αλήθεια δε μπορεί να παραμείνει κρυμμένη, όταν διαθέτεις τέτοιο ατού. Κάποια στιγμή, όταν τελειοποιηθεί το μαθηματικό οπλοστάσιο, είναι σίγουρο ότι θα διαβαστούν όλα τα μυστικά βιβλία του Σύμπαντος.

ΕΡ. Τι αισθάνεστε όταν ασχολείστε με τα μαθηματικά;

ΑΠ. Όταν ασχολούμαι με τα μαθηματικά νοιώθω σαν την Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων, κάθε στιγμή και ένα καινούργιο θαύμα με περιμένει. Πιστεύω ότι όταν είμαι σε φόρμα βρίσκω, όσο δύσκολο και στρυφνό να είναι το πρόβλημα με το οποίο ασχολούμαι, την ιδανικότερη λύση και αυτό μου δίνει ένα αίσθημα δύναμης αυτοπεποίθησης και ανωτερότητας.

Και οι δύο συνεντεύξεις έχουν ως κοινά στοιχεία την ανάδειξη της μαθηματικής σκέψης ως υπέρτατου ιδανικού και τη θεώρηση των μαθηματικών ως ένας ιδιωτικός παράδεισος, στον οποίο κυριαρχεί η ομορφιά, η τάξη και η τελειότητα. Ο παράδεισος των μαθηματικών, για τους καθηγητές αυτούς, αποτελεί ένα άλλο κόσμο, τελείως διαφορετικό από τον καθημερινό, στον οποίο τίποτα δεν

είναι τέλειο, υπάρχουν προβλήματα και δυσκολίες, γίνονται λάθη, συμβαίνουν αποτυχίες κλπ. Είναι πιθανό, άτομα όπως αυτά, να μην αντέχουν τα τραύματα στον ναρκισσισμό τους που προκαλούνται από την επαφή με την καθημερινή πραγματικότητα, έτσι ''επέλεξαν'' τη φυγή απ' αυτήν και την εγκατάσταση σε ένα ιδεώδη κόσμο, όπου δεν υπάρχει τίποτα το απειλητικό, και όπου η κυριαρχία τους είναι απόλυτη και αναμφισβήτητη.

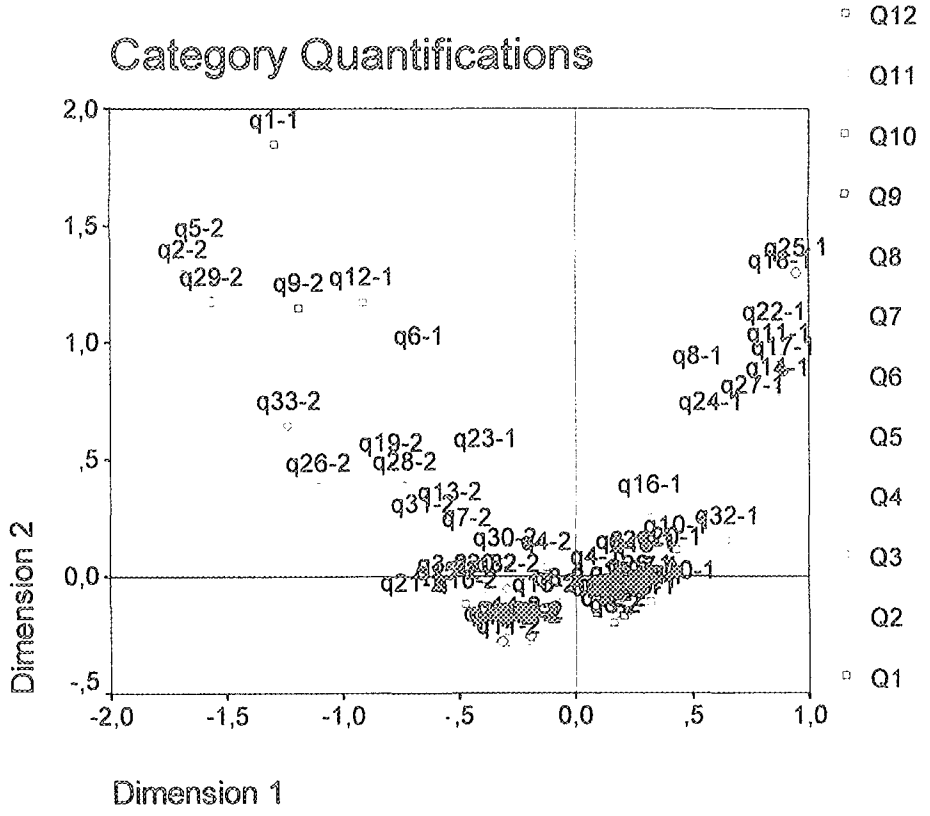
Ο καθηγητής και η καθηγήτρια αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά με παρόμοιο τρόπο μόνο μέχρι ενός σημείου, γιατί, όπως φαίνεται από το περιεχόμενο των συνεντεύξεων, υπάρχει στις απόψεις τους μια σημαντική διαφορά. Η καθηγήτρια αρκείται στην ομορφιά των μαθηματικών και τοποθετεί σε δεύτερη μοίρα τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά τους. Αντίθετα, ο καθηγητής θεωρεί ότι τα μαθηματικά για να αποτελέσουν ιδανικό χρειάζονται πολλά ακόμη στολίδια, εκτός από την ομορφιά, έτσι προσθέτει τα θαύματα, τη δυνατότητα ανακάλυψης όλων των κρυμμένων αληθειών, τη δύναμη και κυριαρχία κλπ.

5.5 ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΩΝ

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή του πέμπτου κεφαλαίου, προκειμένου να εξασφαλισθεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων, που προέκυψαν από την Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες και την Ανιούσα Ιεραρχική Ταξινόμηση, κρίθηκε αναγκαία η χρησιμοποίηση της Παραγοντικής Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών.

Από την εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών προέκυψε το παρακάτω διάγραμμα (διάγραμμα 74). Σε κάθε μεταβλητή qi (i = 1,...33) αντιστοιχούν δύο σημεία, το qi - 1 που δηλώνει συμφωνία με το περιεχόμενο της και το qi - 2 που δηλώνει διαφωνία με το περιεχόμενο της. Τα σημεία αυτά εκφράζουν τις δύο κατηγορίες που περιέχει κάθε μεταβλητή.

Διάγραμμα 74



Όπως φαίνεται από το παραγοντικό διάγραμμα, ο πρώτος παραγοντικός άξονας (οριζόντιος) εκφράζει την αντίθεση μεταξύ των ατόμων που συμφωνούν με το περιεχόμενο των μεταβλητών Q1, Q6, Q12, Q23, οι οποίες βρίσκονται στο αριστερό τμήμα του άξονα και των ατόμων που συμφωνούν με το περιεχόμενο

των μεταβλητών Q11, Q14, Q18, Q25, Q17, Q22, Q24, Q27, Q16, Q32, Q8, και Q20, οι οποίες βρίσκονται στο δεξιό τμήμα του άξονα. Οι μεταβλητές Q1, Q6, Q12 και Q23, όπως δείξαμε προηγουμένως, αποτελούν την κλάση C1 του δενδρογράμματος που προέκυψε από την Αυτόματη Ταξινόμηση των μεταβλητών και εκφράζουν μια αρνητική στάση ως προς τα μαθηματικά. Οι μεταβλητές, Q11, Q14, Q18, Q25, Q17, Q22, Q24, Q27, Q16, Q32, Q8 και Q20 αποτελούν την κλάση C2 του δενδρογράμματος, η οποία έχει ως κύριο χαρακτηριστικό την υπαγωγή των μαθηματικών στην υπηρεσία του ιδεώδους Εγώ.

Επίσης, ο πρώτος παραγοντικός άξονας εκφράζει την ομοιότητα μεταξύ των ατόμων που συμφωνούν με τη C1 (τα μαθηματικά στην υπηρεσία του Υπερεγώ) και των ατόμων που διαφωνούν με τη C3 (μεταβλητές Q2, Q5, Q29, Q9, Q26, Q33, Q28, Q27, Q19, δηλαδή τα μαθηματικά στην υπηρεσία του Εγώ).

Το παραγοντικό διάγραμμα που προέκυψε από την εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών είναι δυσκολότερο στην ερμηνεία του από το αντίστοιχο της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες. Ο λόγος είναι ότι δεύτερο περιέχει μόνο 33 σημεία που αντιστοιχούν στις 33 μεταβλητές, ενώ το πρώτο περιέχει 66 σημεία που αντιστοιχούν στις δύο κατηγορίες που περιέχει κάθε μεταβλητή. Για παράδειγμα, στη μεταβλητή Q1 αντιστοιχούν δύο σημεία, το q1-1 που δηλώνει συμφωνία με το περιεχόμενό της και το q1-2 που δηλώνει διαφωνία.

5.6 ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΑΤΟΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Η μέθοδος της Παραγοντικής Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών, εκτός από την απεικόνιση των κατηγοριών των μεταβλητών στο παραγοντικό διάγραμμα, πρόσφερε και μια άλλη πολύ σημαντική βοήθεια στη στατιστική επεξεργασία των δεδομένων της έρευνας. Η βοήθεια αυτή, στην οποία θα γίνει αναλυτική αναφορά αμέσως παρακάτω, έγκειται στη χρησιμοποίηση ορισμένων αποτελεσμάτων αυτής της μεθόδου με στόχο την ομαδοποίηση των ατόμων του δείγματός.

Η ομαδοποίηση των ατόμων του δείγματος πραγματοποιήθηκε μέσω των εξής βημάτων:

1. Εφαρμόσθηκε στα δεδομένα μας η Παραγοντική Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών στο χώρο των δέκα διαστάσεων και έτσι προσδιορίσθηκαν οι συντεταγμένες των ατόμων του δείγματος ως προς τους δέκα πρώτους παραγοντικούς άξονες. Με τον τρόπο αυτό δημιουργήθηκε ένα σύνολο από δέκα νέες μεταβλητές - παράγοντες.

2. Στους δέκα αυτούς παράγοντες εφαρμόσθηκε η Αυτόματη Ταξινόμηση ως προς τα άτομα και με τον τρόπο αυτόν προέκυψε μια νέα κατηγορική μεταβλητή, η CLU3, η οποία περιέχει τρεις κατηγορίες - κλάσεις.

Εδώ κρίνεται σκόπιμη η διευκρίνιση ότι η ομαδοποίηση που πραγματοποιήθηκε προηγουμένως, στο 5.5, αφορούσε τις μεταβλητές και όχι τα άτομα. Μεταξύ των δύο ομαδοποιήσεων υπάρχουν ορισμένες διαφορές. Η ομαδοποίηση των μεταβλητών σε 4 κλάσεις (C1, C2, C3, C4) αφορά το σύνολο των διαφορετικών στάσεων ως προς τα μαθηματικά που υπάρχουν στα άτομα του δείγματος. Η ομαδοποίηση των ατόμων του δείγματος σε 3 κλάσεις (K1, K2, K3), που θα παρουσιαστεί αμέσως παρακάτω, αφορά την κατάταξη των ατόμων του δείγματος σε ομοιογενείς και σαφώς διαχωρισμένες ομάδες. Οι ομάδες αυτές προέκυψαν με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά[30] των ατόμων που τις απαρτίζουν. Ο αριθμός των κλάσεων ως προς τις μεταβλητές δεν είναι απαραίτητα

---

[30] Μια απάντηση είναι χαρακτηριστική για τη συγκεκριμένη ομάδα, όταν το ποσοστό των ατόμων που την επέλεξαν, στην ομάδα, παρουσιάζει στατιστικά σημαντική διαφορά ($p<0,05$) από το αντίστοιχο ποσοστό των ατόμων στο δείγμα.

ο ίδιος με τον αριθμό των κλάσεων ως προς τα άτομα. Για παράδειγμα, είναι δυνατό σε μια ομάδα ατόμων πχ στην Κ1 να συνυπάρχουν δύο διαφορετικές στάσεις ως προς τα μαθηματικά.

Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε κλάσης ατόμων θα ανιχνευθούν με τη μέθοδο της διασταύρωσης κάθε μιας από τις αρχικές μεταβλητές με τη μεταβλητή CLU3 (Ταξινόμηση των ατόμων του δείγματος σε τρεις κλάσεις).

Η μελέτη του είδους της συσχέτισης θα γίνει με τη σύγκριση των ποσοστών των καθηγητών που ανήκουν σε κάθε μια από τις κατηγορίες με το αντίστοιχο ποσοστό της συγκεκριμένης κατηγορίας στο συνολικό δείγμα. Για να είναι στατιστικά σημαντικές οι διαφορές πρέπει το Adjusted Residual, που αντιστοιχεί σε κάθε ένα από τα κελιά των πινάκων να είναι μεγαλύτερο του 2 ή μικρότερο του -2, δηλαδή να παίρνει τιμές εκτός του διαστήματος [-2 2]. Εάν οι εκτός του διαστήματος [-2 2] τιμές είναι θετικές, τότε το ποσοστό που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη κλάση είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ποσοστό στο δείγμα. Εάν οι εκτός του διαστήματος [-2 2] τιμές είναι αρνητικές, τότε το ποσοστό που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη κλάση είναι σημαντικά μικρότερο από το αντίστοιχο ποσοστό στο δείγμα.

Στη συνέχεια θα γίνει αναλυτική αναφορά στη συσχέτιση της πρώτης μεταβλητής, δηλαδή της Q1, με τη μεταβλητή CLU3. Όσον αφορά τις υπόλοιπες συσχετίσεις, επειδή ισχύει η ίδια επακριβώς διαδικασία, απλώς θα γίνει παράθεση στο Παράρτημα Β΄ (πίνακες 34-83) των αντιστοίχων πινάκων. Οι μεταβλητές Q3, Q4, Q7, Q10, Q16, Q23, Q31 δεν εμφανίζονται στους πίνακες του Παραρτήματος, διότι ο στατιστικός έλεγχος του X^2 έδειξε ότι δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ αυτών και της CLU3 ($p \geq 0,05$).

Τα αποτελέσματα της διασταύρωσης των μεταβλητών Q1 και CLU3 (πίνακας 32), καθώς και ο στατιστικός έλεγχος του X^2 (πίνακας 33) παρουσιάζονται αμέσως παρακάτω. Οι γραμμές του πίνακα διασταύρωσης αντιστοιχούν στις δύο κατηγορίες της μεταβλητής Q1 (q1-1 = Μάλλον συμφωνώ, q1-2 = Μάλλον διαφωνώ). Οι στήλες του πίνακα περιέχουν τις τρεις κατηγορίες – κλάσεις (1η, 2η, 3η) της μεταβλητής CLU3.

Πίνακας 32

Q1 * Ταξινόμηση ατόμων Crosstabulation

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q1	q1-1 (Μάλλον συμφωνώ)	Count	1	15	9	25
		Expected Count	2,6	20,6	1,8	25,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	2,6%	5,0%	34,6%	6,8%
		Adjusted Residual	-1,1	-3,1	5,8	
	q1-2 (Μάλλον διαφωνώ)	Count	37	287	17	341
		Expected Count	35,4	281,4	24,2	341,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	97,4%	95,0%	65,4%	93,2%
		Adjusted Residual	1,1	3,1	-5,8	
Total		Count	38	302	26	366
		Expected Count	38,0	302,0	26,0	366,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Πίνακας 33

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	34,241[a]	2	,000
Likelihood Ratio	20,336	2	,000
Linear-by-Linear Association	19,164	1	,000
N of Valid Cases	366		

a 2 cells (33,3%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 1,78

Ο πίνακας διασταύρωσης (πίνακας 32) δείχνει ότι τα 366 άτομα του αρχικού δείγματος κατανέμονται, σε κάθε μια από τις τρεις κλάσεις, ως εξής: Στην πρώτη κλάση ανήκουν 38 άτομα, δηλαδή ποσοστό 10,4 %, στη δεύτερη 302, δηλαδή ποσοστό 82,5 % και στην τρίτη 26, δηλαδή ποσοστό 7,1 %.

Ο πίνακας που εμφανίζει τα αποτελέσματα του στατιστικού έλεγχου του X^2 (πίνακας 33) δείχνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση περί ανεξαρτησίας των δύο μεταβλητών ($p<0,001$), άρα υπάρχει συσχέτιση. Η μελέτη του είδους της συσχέτισης θα γίνει με τη σύγκριση των ποσοστών των καθηγητών που ανήκουν σε κάθε μια κατηγορία με το αντίστοιχο ποσοστό της συγκεκριμένης κατηγορίας

στο συνολικό δείγμα. Η σύγκριση αυτή θα πραγματοποιηθεί με τη βοήθεια του πίνακα διασταύρωσης (πίνακας 32).

Η πρώτη γραμμή του πίνακα, η οποία αντιστοιχεί στην κατηγορία των καθηγητών που συμφωνούν με το περιεχόμενο της Q1, (Τα μαθηματικά μπορούν να γίνουν εμπόδιο σε μία "νορμάλ" συναισθηματική ζωή), περιέχει άτομα από την πρώτη κλάση σε ποσοστό 2,6 %, από τη δεύτερη σε ποσοστό 5 %, και από την τρίτη σε ποσοστό 34,6 %. Τα ποσοστά αυτά θα συγκριθούν με το ποσοστό των καθηγητών, που συμφωνεί με το περιεχόμενο της Q1, στο συνολικό δείγμα, δηλαδή με το 6,8 %. Για να είναι στατιστικά σημαντικές οι διαφορές πρέπει, όπως έχει ήδη αναφερθεί, το Adjusted Residual που αντιστοιχεί σε κάθε ένα από τα κελιά της πρώτης γραμμής να είναι μεγαλύτερο του 2 ή μικρότερο του -2. Από τον πίνακα φαίνεται ότι οι τιμές του Adjusted Residual στο δεύτερο και τρίτο κελί είναι αντίστοιχα -3,1 και 5,8, επομένως τα ποσοστά 5 % και 34,6 %, που αντιστοιχούν στο δεύτερο και τρίτο κελί διαφέρουν σημαντικά από το 6,8 %. Αυτό σημαίνει ότι : Στη δεύτερη κλάση το ποσοστό των καθηγητών που συμφωνούν με το περιεχόμενο της Q1 είναι σημαντικά μικρότερο από το αντίστοιχο ποσοστό στο δείγμα, ενώ στην τρίτη κλάση είναι σημαντικά μεγαλύτερο. Στο πρώτο κελί η τιμή του Adjusted Residual είναι -1,1, δηλαδή βρίσκεται στο διάστημα [-2 , 2], άρα το ποσοστό των καθηγητών που συμφωνούν με το περιεχόμενο της Q1 στην πρώτη κλάση δεν διαφέρει σημαντικά από το αντίστοιχο ποσοστό στο δείγμα. Στη δεύτερη γραμμή του πίνακα, η οποία αντιστοιχεί στην κατηγορία των καθηγητών που διαφωνούν με το περιεχόμενο της Q1, δε θα γίνει αναφορά, διότι περιέχει τα ακριβώς συμπληρωματικά ποσοστά με την πρώτη γραμμή, άρα ισχύουν γι' αυτήν τα ακριβώς αντίθετα.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη διασταύρωση των μεταβλητών Q1 και CLU3 είναι τα εξής:

1. Τα άτομα της πρώτης κλάσης, ως προς το περιεχόμενο της Q1, εμφανίζουν ποσοστό συμφωνίας παρόμοιο με αυτό που ισχύει για το συνολικό δείγμα.

2. Τα άτομα της δεύτερης κλάσης εμφανίζουν ποσοστό συμφωνίας σημαντικά μικρότερο από το αντίστοιχο που ισχύει στο δείγμα.

3. Τα άτομα της τρίτης κλάσης εμφανίζουν ποσοστό συμφωνίας σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο που ισχύει στο δείγμα.

Οι υπόλοιπες διασταυρώσεις, όπως έχει προαναφερθεί, δηλαδή αυτές των υπολοίπων μεταβλητών με τη μεταβλητή CLU3 πραγματοποιήθηκαν με ακριβώς ίδιο τρόπο και οι αντίστοιχοι πίνακες διασταύρωσης και στατιστικού ελέγχου του X^2 (στις περιπτώσεις όπου $p<0,05$) βρίσκονται στο Παράρτημα Β΄ (πίνακες 34-83).

Τα αποτελέσματα των διασταυρώσεων θα παρουσιασθούν σε ένα συγκεντρωτικό πίνακα (πίνακας 84). Στον πίνακα αυτό θα παρασταθούν με το σύμβολο + (συν) οι στατιστικά σημαντικές διαφορές στις οποίες το ποσοστό των ατόμων που συμφωνεί με το περιεχόμενο μιας μεταβλητής είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ποσοστό που ισχύει για το δείγμα και με το σύμβολο − (πλην) οι στατιστικά σημαντικές διαφορές στις οποίες το ποσοστό των ατόμων που διαφωνεί με το περιεχόμενο μιας μεταβλητής είναι μικρότερο από το αντίστοιχο ποσοστό που ισχύει για το δείγμα Εάν είναι κελί είναι άδειο σημαίνει ότι το ποσοστό για το κελί αυτό δεν διαφέρει σημαντικά από το αντίστοιχο ποσοστό που ισχύει στο δείγμα.

Πίνακας 84

	1η ΚΛΑΣΗ	2η ΚΛΑΣΗ	3η ΚΛΑΣΗ
Q1			+
Q2		+	-
Q5		+	-
Q6			+
Q8	+		
Q9		+	-
Q11	+	-	-
Q12			+
Q13			-
Q14	+	-	
Q15			-
Q17	+	-	
Q18	+	-	
Q19		+	-
Q20	+		
Q21	+		-
Q22	+	-	
Q24	+	-	-
Q25	+	-	-
Q26	+	+	-
Q27	+	-	
Q28	+		-
Q29		+	-
Q30	+		-
Q32	+		-
Q33		+	-

Οι μεταβλητές Q3, Q4, Q7, Q10, Q16, Q23, Q31 δεν εμφανίζονται στον παραπάνω πίνακα, διότι ο στατιστικός έλεγχος του X^2 έδειξε ότι δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ αυτών και της CLU3 ($p \geq 0,05$).

Στη συνέχεια θα εξετασθούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε μιας από τις τρεις κλάσεις.

Πρώτη κλάση ατόμων (K1)

Η κλάση αυτή περιέχει περίπου 38 άτομα, που αντιπροσωπεύουν το 10,4 % των ατόμων του δείγματος.

Κύριο χαρακτηριστικό των ατόμων αυτής της κλάσης είναι η στατιστικά σημαντική συμφωνία με το περιεχόμενο των ερωτήσεων Q8, Q11, Q14, Q17, Q18, Q20, Q21, Q24, Q25, Q26, Q27, Q28 , Q30, Q32.

Οι μεταβλητές αυτές είναι περίπου ίδιες με τις μεταβλητές που απαρτίζουν την κλάση των μεταβλητών C2 του δενδρογράμματος. Εξαίρεση αποτελεί η Q8 που ανήκει στην κλάση C1, οι Q26 και Q28 που ανήκουν στην κλάση C3 και η Q21 που ανήκει στην κλάση C4.

Από τις απαντήσεις των καθηγητών που την απαρτίζουν προκύπτει ότι κύριο χαρακτηριστικό της K1 είναι η στάση προς τα μαθηματικά που ανιχνεύθηκε κατά την εξέταση της κλάσης C2. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι η υπαγωγή των μαθηματικών στην υπηρεσία του ιδεώδους Εγώ.

Στην ίδια κλάση των ατόμων συνυπάρχουν, σε ελαφρότερη μορφή, και άλλες στάσεις. Οι μεταβλητές Q26 και Q28 που ανήκουν στην κλάση C3, εκφράζουν την υπαγωγή των μαθηματικών στην υπηρεσία του Εγώ. Η μεταβλητή Q21, που ανήκει την κλάση C4, εκφράζει την υπαγωγή των μαθηματικών στην υπηρεσία του ιδεώδους του Εγώ.

Δεύτερη κλάση ατόμων (K2)

Η κλάση αυτή περιέχει περίπου 302 άτομα, που αντιπροσωπεύουν το 82,5 % των ατόμων του δείγματος.

Κύριο χαρακτηριστικό των ατόμων αυτής της κλάσης είναι η στατιστικά σημαντική συμφωνία με το περιεχόμενο των ερωτήσεων Q2, Q5, Q9, Q19, Q26, Q29, Q33. Οι μεταβλητές αυτές είναι ίδιες με τις μεταβλητές που αποτελούν την κλάση των μεταβλητών C3 του δενδρογράμματος. (με εξαίρεση την Q28, η οποία υπάρχει στη C3, αλλά όχι στην K2).

Από τις απαντήσεις των καθηγητών που την απαρτίζουν, προκύπτει ότι κύριο χαρακτηριστικό της K2 είναι η στάση προς τα μαθηματικά που ανιχνεύθηκε κατά την εξέταση της κλάσης C3. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι η υπαγωγή των μαθηματικών στην υπηρεσία του Εγώ.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό της K2 είναι η στατιστικά σημαντική διαφωνία με το περιεχόμενο σχεδόν όλων των ερωτήσεων που χαρακτηρίζουν την κλάση K1. Αυτό είναι αναμενόμενο, γιατί τα άτομα αυτής της κλάσης χαρακτηρίζονται από μια κατά κανόνα ρεαλιστική και ισορροπημένη στάση ως προς τα μαθηματικά, οπότε απορρίπτουν σχεδόν όλες τις απόψεις που εκφράζουν έναν έντονο ναρκισσισμό. Αντίθετα, ως φυσικό αποτέλεσμα της στάσης που διατηρούν ως προς τα μαθηματικά, το ποσοστό συμφωνίας με τις σχετικά λιγότερο εξιδανικευμένες απόψεις, όπως και με ορισμένες αρνητικές, είναι παρόμοιο με αυτό που ισχύει για ολόκληρο το δείγμα.

Η K3 είναι η κλάση που περιέχει τη συντριπτική πλειοψηφία των ατόμων του δείγματος (82,5 %), επομένως διαπιστώνεται μια στερεότυπη στάση αντιμετώπισης των μαθηματικών από τους καθηγητές που στηρίζεται σε παρόμοιες ψυχολογικές στάσεις.

Τρίτη κλάση ατόμων (K3)

Η κλάση αυτή περιέχει περίπου 26 άτομα, που αντιπροσωπεύουν το 7,1 % των ατόμων του δείγματος.

Κύριο χαρακτηριστικό των ατόμων της κλάσης K3 είναι η στατιστικά σημαντική συμφωνία με το περιεχόμενο των ερωτήσεων Q1, Q6, Q12. Οι μεταβλητές αυτές είναι ίδιες με τις μεταβλητές που αποτελούν την κλάση των μεταβλητών C1 του δενδρογράμματος (με εξαίρεση την Q23, η οποία υπάρχει μόνο στη C1).

Από τις απαντήσεις των καθηγητών που την απαρτίζουν, προκύπτει ότι κύριο χαρακτηριστικό της K3 είναι η στάση προς τα μαθηματικά που ανιχνεύθηκε κατά την εξέταση της κλάσης C1. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι η υπαγωγή των μαθηματικών στην υπηρεσία του Υπερεγώ, στην απαγορευτική του εκδοχή.

Ένα τελευταίο χαρακτηριστικό της K3 είναι η στατιστικά σημαντική διαφωνία με το περιεχόμενο σχεδόν όλων των υπολοίπων ερωτήσεων. Το στοιχείο αυτό δείχνει την έντονη αποεπένδυση ως προς τα μαθηματικά των ατόμων αυτής της κλάσης.

<u>Παρατήρηση</u>: Η κλάση των μεταβλητών C4 δεν απετέλεσε μια ιδιαίτερη κλάση κατά την ομαδοποίηση των ατόμων του δείγματος, αλλά χαρακτήρισε, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, τη μέση συμπεριφορά των ατόμων του δείγματος. Το γεγονός ότι η τάση προς εξιδανίκευση είναι χαρακτηριστικό του μέσου όρου του δείγματος συμφωνεί με τη θέση των μεταβλητών της κλάσης C4 στο παραγοντικό διάγραμμα που προέκυψε από την Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες, όπως επίσης και με αυτό που προέκυψε από την Παραγοντική Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών. Και στα δύο αυτά διαγράμματα οι μεταβλητές της κλάσεως C4 απεικονίζονται πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων από ό,τι οι μεταβλητές των υπολοίπων κλάσεων. Άρα η συμπεριφορά των ατόμων τα οποία συμφωνούν με το περιεχόμενο των ερωτήσεων που απαρτίζουν την C4, κατά κανόνα, δεν διαφοροποιείται από αυτήν του μέσου όρου του δείγματος.

5.7 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το ερωτηματολόγιο

Στο ερωτηματολόγιο περιέχονται τριαντατρείς ερωτήσεις που αναφέρονται στους τρόπους με τους οποίους ο καθηγητής των μαθηματικών σχετίζεται με τα μαθηματικά. Όπως είναι φανερό από το περιεχόμενο των ερωτήσεων, πολύ σημαντικό ρόλο στις απαντήσεις παίζουν τα συναισθήματα και οι φαντασιώσεις σε σχέση με τα μαθηματικά, γιατί μέσα από αυτές τις παραμέτρους εκφράζονται οι διάφοροι τρόποι με τους οποίους εγγράφονται τα μαθηματικά στην ψυχική σφαίρα των καθηγητών.

Το δείγμα

Στο δείγμα συμμετείχαν 372 καθηγητές μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Από τα 372 άτομα του δείγματος τα 288, δηλαδή ποσοστό 77,2%, ήταν άνδρες και τα 84, δηλαδή ποσοστό 22,5%, ήταν γυναίκες.

Σκοποί της έρευνας

Στόχος της έρευνας στους καθηγητές ήταν η επαλήθευση των εξής υποθέσεων:

1. Η σχέση των καθηγητών με τα μαθηματικά είναι αποτέλεσμα, συν τοις άλλοις, και μίας ορισμένης οργάνωσης (δομής) της προσωπικότητας (ειδική υπόθεση).
2. Τα μαθηματικά είναι για τους καθηγητές των μαθηματικών αντικείμενο, και η σχέση των καθηγητών με τα μαθηματικά είναι σχέση αντικειμένου (γενική υπόθεση).

Στατιστική επεξεργασία

Για τη στατιστική επεξεργασία των δεδομένων της έρευνας και τη συνακόλουθη ερμηνεία, αρχικά πραγματοποιήθηκε Περιγραφική εξέταση και στη συνέχεια εφαρμόσθηκε, στις μεταβλητές του δείγματος, η συνδυασμένη χρήση της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες και της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης ως προς τις μεταβλητές.

Προκειμένου να εξασφαλισθεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων, κρίθηκε αναγκαία η χρησιμοποίηση και άλλης μιας μεθόδου, αυτής της Παραγοντικής Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών. Η στατιστική επεξεργασία των δεδομένων της έρευνας έδειξε ότι υπάρχει, σε μεγάλο βαθμό, συμφωνία στα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη χωριστή εφαρμογή των δύο μεθόδων.

Συμπεράσματα από την εφαρμογή της Παραγοντικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες και της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης ως προς τις μεταβλητές

Η Παραγοντική Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες, ως προς τις μεταβλητές, έδειξε ότι δύο είναι οι σημαντικότεροι παραγοντικοί άξονες ως προς τους οποίους διαρθρώνεται ο πληθυσμός των καθηγητών. Ο πρώτος παραγοντικός άξονας είναι αυτός που διαφοροποιεί τις απαντήσεις των ατόμων του δείγματος ως προς τη θετική ή αρνητική στάση που έχουν απέναντι στα τα μαθηματικά και ο δεύτερος είναι αυτός που διαφοροποιεί τις απαντήσεις των ατόμων του δείγματος ως προς τη ρεαλιστική ή μη στάση που έχουν σε σχέση με τα μαθηματικά

Η εφαρμογή της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης στις μεταβλητές επέτρεψε τον διαχωρισμό των 33 αρχικών μεταβλητών σε τέσσερις κλάσεις.

Κλάση C1: Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του Υπερεγώ.

Κλάση C2: Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του ιδεώδους Εγώ.

Κλάση C3: Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του Εγώ.

Κλάση C4: Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του ιδεώδους του Εγώ.

Συμπεράσματα από την Παραγοντική Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών

Η μέθοδος της Παραγοντικής Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών, σε συνδυασμό με τη μέθοδο της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης στα άτομα, επέτρεψε τον διαχωρισμό του δείγματος των καθηγητών σε τρεις κλάσεις (ομάδες).

Κλάση K1: Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του ιδεώδους Εγώ.

Κλάση K2: Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του Εγώ.

Κλάση K3: Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του Υπερεγώ.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Γενικά συμπεράσματα από την έρευνα στους μαθητές

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων της έρευνας είναι φανερό ότι δείχθηκε η ισχύς της ειδικής υπόθεσης της έρευνας, σύμφωνα με την οποία η στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά εξαρτάται και από τους μηχανισμούς άμυνας που χρησιμοποιούνται. Πιο συγκεκριμένα, αυτό που δείχθηκε είναι ότι κάθε μια από τις τρεις κλάσεις, στις οποίες χωρίσθηκαν οι μεταβλητές του ερωτηματολογίου, περιέχει διαφορετικά χαρακτηριστικά τα οποία παραπέμπουν σε διαφορετικούς μηχανισμούς άμυνας. Τα επί μέρους χαρακτηριστικά κάθε μιας από τις τρεις κλάσεις είναι τα εξής:

1. **Κλάση D1, με κύρια χαρακτηριστικά τη φοβική αποφυγή, την απώθηση και την προβολή.**

2. **Κλάση D2, με κύρια χαρακτη,ριστικά την εξιδανίκευση, την επανόρθωση και την ενδοβολή των μαθηματικών ως ''καλού'' αντικειμένου.**

3. **Κλάση D3, με κύριο χαρακτηριστικό την αντιστροφή στο αντίθετο.**

Οι μηχανισμοί που χαρακτηρίζουν την κλάση D1, δηλαδή η φοβική αποφυγή, η απώθηση και η προβολή, όπως ήδη έχει αναλυθεί, οδηγούν σε αρνητική αντιμετώπιση των μαθηματικών. Οι μηχανισμοί που χαρακτηρίζουν την κλάση D2, δηλαδή η εξιδανίκευση η επανόρθωση και η ενδοβολή των μαθηματικών ως καλού αντικειμένου, όπως επίσης έχει αναλυθεί, παραπέμπουν σε θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά. Ο έβδομος αμυντικός μηχανισμός ο οποίος χαρακτηρίζει την κλάση D3, δηλαδή η αντιστροφή στο αντίθετο, όπως έχει ήδη τονισθεί, συνιστά θετική προδιάθεση η οποία όμως δεν καταλήγει σε πρακτικά αποτελέσματα, εάν δεν συνοδεύεται και από άλλους μηχανισμούς, όπως αυτόν της επανόρθωσης.

Η ταξινόμηση σε τέσσερις κλάσεις με κριτήριο τους αμυντικούς μηχανισμούς των μαθητών που συμμετείχαν στην έρευνα έδειξε τις στάσεις τους απέναντι στα μαθηματικά. Αυτό που φάνηκε είναι ότι υπάρχει μια κλιμάκωση της κατά μέσο όρο στάσης ως προς τα μαθηματικά, όσον αφορά κάθε μια από τις τέσσερις κλάσεις. Η πρώτη κλάση με ποσοστό 11,45 % επί του συνολικού δείγματος έχει σαφώς αρνητική στάση. Η δεύτερη με ποσοστό 12,25 % επί του συνολικού δείγματος έχει επίσης αρνητική στάση, αλλά σε λιγότερο βαθμό από ότι η πρώτη. Η τρίτη με ποσοστό 34,45% επί του συνολικού δείγματος έχει μάλλον θετική στάση. Τέλος, η τέταρτη κλάση με ποσοστό 41,85 % επί του συνολικού δείγματος έχει σαφώς θετική στάση.

Σχηματικά : **Τέταρτη κλάση** → **θετική στάση**

Τρίτη κλάση → **σχετικά θετική**

Δεύτερη κλάση → **αρνητική στάση**

Πρώτη κλάση → **έντονα αρνητική στάση**

Ακόμη, φάνηκε με σαφή τρόπο πως η σχέση των μαθητών με τα μαθηματικά περιέχει και άλλες συνιστώσες, εκτός από αυτήν που αναφέρεται στα αντικειμενικά στοιχεία της μαθηματικής επιστήμης.

Υπάρχει, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, μια φαντασιωσική συνιστώσα η οποία μπορεί να ανιχνευθεί, για παράδειγμα, σε απόψεις του τύπου «Η ενασχόληση με τα μαθηματικά δεν σημαίνει τίποτα, είναι ανοησία» (Q9) ή «Η ενασχόληση με τα μαθηματικά βοηθάει στη δημιουργία μιας δυνατής προσωπικότητας» (Q17). Προφανώς οι απόψεις αυτές δεν αναφέρονται στα πραγματικά χαρακτηριστικά των μαθηματικών, αλλά εκφράζουν τη φαντασιωσική αντίληψη που έχει ο μαθητής για τα μαθηματικά.

Η φαντασιωσική συνιστώσα μπορεί να ανιχνευθεί και μέσα από τα αποσπάσματα των συνεντεύξεων με τους μαθητές που έχουν παρατεθεί. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι οι απόψεις δύο μαθητριών για τα άτομα που ασχολούνται πολύ με τα μαθηματικά. Η μια θεωρεί πως ένα άτομο που ασχολείται πολύ με τα μαθηματικά είναι «Έξυπνο - σοφό - ισορροπημένο και με σωστό χαρακτήρα», ενώ η άλλη πιστεύει πως όποιος ασχολείται πολύ με τα μαθηματικά είναι «Εσωστρεφής... δεν έχει μεγάλη επιθυμία να βγαίνει έξω, κάπου χάνεται, δεν

παρακολουθεί την καθημερινότητα, τα γεγονότα, το ένα το άλλο και αυτά είναι αρνητικά και εναντίον του».

Μια επίσης πολύ σημαντική συνιστώσα είναι αυτή που αναφέρεται στο συναίσθημα. Η παρούσα μελέτη έδειξε πως η σχέση με τα μαθηματικά δεν είναι μόνο προϊόν λογικής διαδικασίας, αλλά στη σχέση αυτή μετέχει έντονα και ο συναισθηματικός παράγοντας. Τα συναισθήματα μπορεί να είναι ποικίλα, για παράδειγμα μπορεί να κυριαρχεί ο φόβος, όπως δείχνει η συμφωνία με την άποψη πως «Όταν πρέπει να λύσω ένα πρόβλημα μαθηματικών, έχω την εντύπωση ότι κάτι με εμποδίζει να το προσεγγίσω, δηλαδή ότι υπάρχει ένα εμπόδιο που δεν μπορώ να υπερπηδήσω» (Q1) ή με την άποψη πως «Αυτοί που ασχολούνται πολύ με τα μαθηματικά κινδυνεύουν να χάσουν την επαφή με την πραγματικότητα» (Q16). Άλλο συναίσθημα που είναι δυνατό να προκληθεί από τη σχέση με τα μαθηματικά είναι η χαρά της δημιουργίας, όπως δείχνει η άποψη πως «Τα μαθηματικά σου δίνουν την ευχαρίστηση πως κάτι δημιουργείς» (Q19).

Επίσης, όπως και η φαντασιωσική συνιστώσα, έτσι και αυτή που αφορά το συναίσθημα μπορεί να ανιχνευθεί και μέσα από τα αποσπάσματα των συνεντεύξεων με τους μαθητές. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η άποψη μιας μαθήτριας όσον αφορά την επίλυση ενός προβλήματος μαθηματικών: «Νοιώθω, αν το λύσω, σιγουριά, αυτοπεποίθηση, ότι έχω κάνει κάτι. Νοιώθω άσχημα ότι κάτι άφησα να με νικήσει όταν δεν το λύνω, νοιώθω ψιλοκατότερος». Επίσης η ίδια μαθήτρια θεωρεί ότι τα μαθηματικά είναι «Ένας κόσμος όμορφος, καλός, που λειτουργεί με κώδικες που δεν γίνονται κατανοητοί από τον καθένα».

Μια τρίτη συνιστώσα της σχέσης των μαθητών με τα μαθηματικά είναι αυτή που αναφέρεται στην ενόρμηση. Η έρευνα στους μαθητές έδειξε ότι η άμυνα απέναντι στα μαθηματικά στην ουσία αφορά τις ενορμήσεις. Από τη μια ορισμένοι μαθητές αποφεύγοντας τα μαθηματικά αποφεύγουν την επικίνδυνη ενόρμηση. Από την άλλη, για τους μαθητές που έχουν καλή σχέση με αυτά, τα μαθηματικά είναι δυνατό να αποτελέσουν αντικείμενο με το οποίο ή μέσω του οποίου η ενόρμηση επιδιώκει την ικανοποίηση της. Στο σημείο αυτό κρίνεται αναγκαία η υπενθύμιση της άποψης του Freud, σύμφωνα με την οποία το αντικείμενο της ενόρμησης είναι μεταβλητό, επομένως τα μαθηματικά, όπως και οτιδήποτε πληροί τις κατάλληλες προϋπόθεσης, είναι δυνατό να λειτουργήσουν ως αντικείμενο της ενόρμησης

(Freud, 1915). Το αντικείμενο της ενόρμησης, κατά τη Συνοδινού (1997, σ. 299), δεν ορίζεται αντικειμενικά, είναι δυνατό να αντικατασταθεί από κάποιο άλλο και αποκτά χαρακτηριστικά και αξία χάρις στην επένδυσή του από τον άνθρωπο.

Ακόμη σε αρκετές περιπτώσεις τα μαθηματικά διχάζονται σε ''καλό'' εξιδανικευμένο αντικείμενο, το οποίο ενδοβάλλεται με στόχο την οικειοποίησή του και σε ''κακό'' αντικείμενο στο οποίο αποδίδονται μέσω του μηχανισμού της προβολής ιδιότητες, συναισθήματα και επιθυμίες που το υποκείμενο αρνείται να αναγνωρίσει στον εαυτό του.

Από όλα τα ανωτέρω είναι φανερό ότι τα μαθηματικά, εκτός από γνωστικό αντικείμενο με μόνιμα και σταθερά χαρακτηριστικά ανεξάρτητα από επιθυμίες και απόψεις, είναι και αυτό προς το οποίο απευθύνεται η ενόρμηση, η φαντασίωση και το συναίσθημα. Επομένως είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι τα μαθηματικά για τους μαθητές είναι *αντικείμενο*, και μάλιστα ''καλό'' αν είναι ικανό να ικανοποιήσει την ενόρμηση ή ''κακό'' αν της αντιτίθεται.

Ο μαθητής λοιπόν, εκτός από την καθαρά διανοητική επαφή, λειτουργεί σε σχέση με τα μαθηματικά και μέσω των προσωπικών του φαντασιώσεων και αμυνών, με στόχο να τα εντάξει μεταμορφωμένα σύμφωνα με τις βαθύτερες ανάγκες του στη δομή του ψυχισμού του. Επομένως *η σχέση των μαθητών με τα μαθηματικά είναι σχέση αντικειμένου*.

Γενικά συμπεράσματα από την έρευνα στους καθηγητές

Οι δύο έρευνες που πραγματοποιήθηκαν (μια στους μαθητές και μια στους καθηγητές) είχαν μια βασική ομοιότητα, η γενική υπόθεση ήταν κοινή και στις δύο έρευνες. Η γενική υπόθεση (με ενοποιημένη και για τις δύο έρευνες έκφραση) ήταν η εξής: τα μαθηματικά είναι για τους μαθητές και τους καθηγητές αντικείμενο, και η σχέση των μαθητών και των καθηγητών με αυτά είναι σχέση αντικειμένου (σύμφωνα με τους αντίστοιχους ορισμούς του Laplanche και του Pontalis).

Επίσης, οι ειδικές υποθέσεις των δύο ερευνών δεν απέχουν πολύ μεταξύ τους, γιατί αφορούν δύο θέματα που βρίσκονται σε στενή εξάρτηση. Τα θέματα αυτά είναι τα εξής:

1. Ο τρόπος που σχετίζονται τα μαθηματικά με τους μηχανισμούς άμυνας των μαθητών.
2. Ο τρόπος που σχετίζονται τα μαθηματικά με τη δομή της προσωπικότητας των καθηγητών.

Για την εξάρτηση των δυο αυτών θεμάτων γράφει ο Χ. Ζερβής (1996, σ. 85): «Στη διαμόρφωση της ψυχικής δομής σημαντική θέση καταλαμβάνουν οι μηχανισμοί άμυνας (για παράδειγμα, απώθηση, άρνηση, σχάση) που ανέπτυξε το άτομο με σκοπό να αντεπεξέλθει στις εσωτερικές (ενορμήσεις) και στις εξωτερικές (περιβάλλον, σχέσεις) πιέσεις». Εδώ κρίνεται αναγκαία η υπενθύμιση πως όταν γίνεται αναφορά στην έννοια "δομή της προσωπικότητας", αυτό που κυρίως εννοείται είναι η *ψυχική δομή* του ατόμου και όχι η *προσωπικότητα* με την κλασσική έννοια του όρου· η έρευνα δηλαδή στους καθηγητές αφορά την, κατά τον Freud, έννοια της *ψυχικής προσωπικότητας*.

Λόγω της στενής σχέσης των θεμάτων που εξετάσθηκαν στις δύο έρευνες, είναι εύλογη και η με ανάλογο τρόπο παρουσίαση των συμπερασμάτων. Έτσι ο τρόπος παρουσίασης των συμπερασμάτων από την έρευνα στους καθηγητές είναι παρόμοιος με αυτόν που επελέγη για την παρουσίαση των αντιστοίχων συμπερασμάτων από την έρευνα στους μαθητές.

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων της έρευνας, κυρίως της ταξινόμησης σε ομοιογενείς και διακεκριμένες κλάσεις α) των μεταβλητών του ερωτηματολογίου και β) των ατόμων του δείγματος, είναι φανερό ότι δείχθηκε η

ισχύς της ειδικής υπόθεσης της έρευνας, σύμφωνα με την οποία η στάση των καθηγητών απέναντι στα μαθηματικά εξαρτάται και από τη δομή της προσωπικότητας τους. Πιο συγκεκριμένα, αυτό που δείχθηκε είναι ότι κάθε μια από τις τέσσερις κλάσεις, στις οποίες χωρίσθηκαν οι μεταβλητές, περιέχει διαφορετικά χαρακτηριστικά τα οποία παραπέμπουν σε διαφορετικά ψυχικά συστήματα. Αμέσως παρακάτω θα παρατεθούν οι ιδιαίτερες τάσεις που χαρακτηρίζουν κάθε μια από τις τέσσερις αυτές κλάσεις.

1. **Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του Υπερεγώ (κλάση C1).**

2. **Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του ιδεώδους Εγώ (κλάση C2).**

3. **Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του Εγώ (κλάση C3).**

4. **Τα μαθηματικά στην υπηρεσία του ιδεώδους του Εγώ (κλάση C4).**

Η ταξινόμηση των ατόμων του δείγματος σε τρεις κλάσεις έδειξε τους τρόπους που οι τάσεις αυτές κατανέμονται στα άτομα του δείγματος.

1. **Κλάση K1 (10,4 % των ατόμων του δείγματος), με κύριο χαρακτηριστικό την υπαγωγή των μαθηματικών στην υπηρεσία του ιδεώδους Εγώ.**

2. **Κλάση K2 (82,5 % των ατόμων του δείγματος), με κύριο χαρακτηριστικό την υπαγωγή των μαθηματικών στην υπηρεσία του Εγώ.**

3. **Κλάση K3 (7,1 % των ατόμων του δείγματος), με κύριο χαρακτηριστικό την υπαγωγή των μαθηματικών στην υπηρεσία του Υπερεγώ.**

Από τα ποσοστά των ατόμων που ανήκουν σε κάθε μια από τις τρεις κλάσεις, είναι φανερό ότι για τη μεγάλη πλειοψηφία των ατόμων του δείγματος τα μαθηματικά βρίσκονται στην υπηρεσία του Εγώ. Αυτό σημαίνει ότι η πλέον κυρίαρχη τάση στο δείγμα είναι η προσπάθεια διατήρησης μιας, περισσότερο ή λιγότερο, ισορροπημένης και ρεαλιστικής σχέσης με τα μαθηματικά. Οι δύο υπόλοιπες τάσεις που αντιστοιχούν σε έντονα ναρκισσιστική ή έντονα αρνητική σχέση με τα μαθηματικά εκπροσωπούνται από μικρά ποσοστά του συνολικού αριθμού των ατόμων του δείγματος.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό της ομαδοποίησης των ατόμων του δείγματος είναι η μη εμφάνιση, ως χαρακτηριστικού μιας ιδιαίτερης ομάδας ατόμων, της τάσης προς εξιδανίκευση των μαθηματικών. Ο λόγος είναι ότι η εξιδανίκευση δεν αποτελεί χαρακτηριστικό μιας ιδιαίτερης ομάδας ατόμων, αλλά υπάρχει ως τάση, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, και στις τρεις ομάδες.

Εκτός από την επαλήθευση της ειδικής υπόθεσης, πιστεύουμε ότι φάνηκε, με αρκετά σαφή τρόπο, πως η σχέση των καθηγητών, όπως και των μαθητών, με τα μαθηματικά δεν περιέχει μόνο τη συνιστώσα που αναφέρεται στα αντικειμενικά στοιχεία της μαθηματικής επιστήμης. Η σχέση αυτή περιέχει και τρεις άλλες συνιστώσες, οι οποίες αναφέρονται αντίστοιχα, στις φαντασιώσεις, στο συναίσθημα και στις ενορμήσεις.

Η φαντασιωσική συνιστώσα μπορεί να ανιχνευθεί είτε από τη συμφωνία με ορισμένες από τις ερωτήσεις του ερωτηματολογίου είτε από ορισμένα αποσπάσματα των συνεντεύξεων με τους καθηγητές. Χαρακτηριστικό παράδειγμα, όσον αφορά την πρώτη περίπτωση, είναι η συμφωνία ορισμένων καθηγητών με το περιεχόμενο των ερωτήσεων Q1 (Μου φαίνεται ότι τα μαθηματικά μπορούν να γίνουν εμπόδιο σε μία ''νορμάλ'' συναισθηματική ζωή) και Q17 (Στα μαθηματικά έχω την εντύπωση ότι βρίσκομαι σε μια προσωπική επικράτεια, όπου κανένας δεν μπορεί να επέμβει). Όσον αφορά τη δεύτερη περίπτωση, χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν οι απόψεις δύο καθηγητών και μιας καθηγήτριας. Σύμφωνα με τον πρώτο καθηγητή: «Δεν υπάρχει τίποτα που να μη μπορεί να ανοίξει, όταν κατέχεις αυτό το μοναδικό πασπαρτού που λέγεται μαθηματική σκέψη, καμία αλήθεια δε μπορεί να παραμείνει κρυμμένη, όταν διαθέτεις τέτοιο ατού». Σύμφωνα με τον δεύτερο καθηγητή: «Φαντασίωνα (με τη βοήθεια των μαθηματικών) ότι επιτέλους είμαι ο δυνατός και ο νικητής». Κατά την καθηγήτρια: «Τα μαθηματικά είναι ένα από τα κυρίαρχα όργανα ενός καταπιεστικού συστήματος».

Προφανώς οι απόψεις αυτές δεν αναφέρονται μόνο στα πραγματικά χαρακτηριστικά των μαθηματικών, αλλά εκφράζουν κυρίως τη φαντασιωσική αντίληψη των καθηγητών για τα μαθηματικά.

Η δεύτερη από τις τρεις συνιστώσες που προαναφέρθηκαν είναι αυτή που αναφέρεται στο συναίσθημα. Πιστεύουμε ότι από την όλη ανάπτυξη της μελέτης

έγινε σαφές ότι η σχέση των καθηγητών με τα μαθηματικά δεν είναι μόνο προϊόν λογικής διαδικασίας, αλλά στη σχέση αυτή θέτει έντονα τη σφραγίδα του και ο συναισθηματικός παράγοντας. Η άποψη πως «Η εμβάθυνση στα μαθηματικά μοιάζει με το άνοιγμα μίας τρύπας, που μπορεί να με απορροφήσει και να χαθώ μέσα» (Q6), προφανώς εκφράζει φόβο. Αντίθετα, οι απόψεις, «Για μένα τα μαθηματικά είναι, κάποιες φορές, ένα καταφύγιο όταν έχω έγνοιες, με εμποδίζει να τις σκέφτομαι» (Q32) ή «Έχω ένα αίσθημα ηρεμίας όταν έχω βρει τη λύση σε ένα πρόβλημα» (Q29), εκφράζουν τη θαλπωρή και την ηρεμία που είναι δυνατόν, σε ορισμένα άτομα να προσφέρει η ενασχόληση με τα μαθηματικά.

Επίσης, όπως και η φαντασιωσική συνιστώσα, έτσι και αυτή που αφορά το συναίσθημα μπορεί να ανιχνευθεί και μέσα από τα αποσπάσματα των συνεντεύξεων με τους καθηγητές. Χαρακτηριστικά παραδείγματα που αφορούν συναισθήματα τα οποία είναι δυνατό να προκληθούν μέσα από την επαφή με τα μαθηματικά είναι οι απόψεις ενός καθηγητή και μιας καθηγήτριας. Σύμφωνα με τον καθηγητή: «Το πιο ελκυστικό στοιχείο για μένα είναι η μαθηματική σκέψη». Κατά την καθηγήτρια: «Δεν υπάρχει μεγαλύτερη χαρά από τη διατύπωση μιας κομψής απόδειξης για ένα θεώρημα, ή τη χάραξη της βέλτιστης στρατηγικής, με στόχο την επίλυση ενός προβλήματος... Αυτό που με σπρώχνει στην ενασχόληση με τα μαθηματικά δεν είναι το υλικό ή το εν γένει επαγγελματικό κέρδος, αλλά η απόλαυση της καθαρής ομορφιάς».

Η τρίτη συνιστώσα της σχέσης των καθηγητών με τα μαθηματικά είναι αυτή που αναφέρεται στην ενόρμηση. Η έρευνα στους καθηγητές, όπως και η αντίστοιχη στους μαθητές, έδειξε ότι η άμυνα απέναντι στα μαθηματικά στην ουσία αφορά τις ενορμήσεις. Από την μια ορισμένοι καθηγητές αποφεύγοντας τα μαθηματικά αποφεύγουν την επικίνδυνη ενόρμηση. Από την άλλη, για τους καθηγητές που έχουν καλή σχέση με αυτά, τα μαθηματικά είναι δυνατό να αποτελέσουν αντικείμενο με το οποίο ή μέσω του οποίου η ενόρμηση επιδιώκει την ικανοποίηση της.

Η έρευνα στους μαθητές έδειξε με αρκετά σαφή τρόπο τον διχασμό των μαθηματικών σε ''καλό'' εξιδανικευμένο αντικείμενο και σε ''κακό'' αντικείμενο. Στην έρευνα που πραγματοποιήθηκε στους καθηγητές αυτός ο διχασμός δεν εμφανίστηκε με ιδιαίτερα ξεκάθαρο τρόπο. Το γεγονός όμως ότι η εξιδανίκευση

των μαθηματικών αποτελεί χαρακτηριστικό, έστω και σε όχι μεγάλο βαθμό, ακόμη και της ομάδας των καθηγητών του δείγματος που παρουσιάζει έντονα αρνητική στάση ως προς τα μαθηματικά, συνηγορεί στην άποψη πως και για τους καθηγητές ισχύει το ίδιο συμπέρασμα.

Από όλα τα ανωτέρω είναι φανερό ότι για τους καθηγητές (όπως και για τους μαθητές) ισχύει ότι: α) *τα μαθηματικά είναι αντικείμενο και μάλιστα ''καλό'' αν είναι ικανό να ικανοποιήσει την ενόρμηση ή ''κακό'' αν της αντιτίθεται* και β) *η σχέση με τα μαθηματικά είναι σχέση αντικειμένου.*

Συμβολή της παρούσας μελέτης

Αντικείμενο της παρούσας μελέτης ήταν η διερεύνηση της σχέσης του μαθηματικού αντικειμένου με τους μηχανισμούς άμυνας των μαθητών και τη δομή της προσωπικότητας των καθηγητών.

Το βασικό συμπέρασμα που προέκυψε, όπως προαναφέρθηκε, ήταν ότι τα μαθηματικά, εκτός από γνωστικό αντικείμενο με μόνιμα και σταθερά χαρακτηριστικά ανεξάρτητα από επιθυμίες και απόψεις, είναι και αυτό προς το οποίο απευθύνεται η ενόρμηση, η φαντασίωση και το συναίσθημα. Ο μαθητής και ο καθηγητής λοιπόν, εκτός από την καθαρά διανοητική επαφή, λειτουργούν σε σχέση με τα μαθηματικά και μέσω των προσωπικών τους φαντασιώσεων και αμυνών.

Θεωρούμε ότι, μέσα από τα συμπεράσματα της μελέτης μας, δείχθηκε πως η θετική ή αρνητική στάση στα μαθηματικά των μαθητών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης εξαρτάται και από τους μηχανισμούς άμυνας που χρησιμοποιούν. Αυτό που φάνηκε καθαρά είναι ότι η συμβολική και αφηρημένη φύση των μαθηματικών μπορεί να αποτελέσει υπόβαθρο, ώστε κάποιοι μαθητές να τα ''επιλέξουν'' ως φοβικό αντικείμενο, πράγμα που είναι δυνατό να οδηγήσει σε αρνητική αντιμετώπιση των μαθηματικών. Δηλαδή, κάποια άλυτη ψυχική σύγκρουση μετατίθεται στο μαθηματικό αντικείμενο, οπότε ο μαθητής αποφεύγοντας τα μαθηματικά στην ουσία αποφεύγει να έλθει σε επαφή με το αντικείμενο που του προκαλεί το πραγματικό άγχος. Επίσης, τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι για κάποιους άλλους μαθητές των οποίων το άγχος είναι διαφορετικού τύπου, τα μαθηματικά μπορούν να χρησιμεύσουν ως εργαλείο ενάντια στο άγχος, άρα η προς αυτά στάση τους να διαμορφωθεί θετικά. Στη δική τους περίπτωση, ένας μηχανισμός άμυνας μπορεί να βοηθήσει να αποκτήσουν μια καλή σχέση με τα μαθηματικά.

Ακόμη δείχθηκε ότι υπάρχει συνάφεια μεταξύ των μηχανισμών άμυνας που χρησιμοποιούνται απέναντι στα μαθηματικά από τους μαθητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και στην επίδοση τους σε αυτά.

Με βάση τα παραπάνω, είναι φανερό ότι τα συμπεράσματα της παρούσας μελέτης μπορούν να συνεισφέρουν αφενός στο γνωστικό και αφετέρου στο εκπαιδευτικό-παιδαγωγικό πεδίο. Φαινόμενα, όπως η σχολική αποτυχία,

εξετάζονται υπό το πρίσμα των ψυχαναλυτικών αντιλήψεων, σύμφωνα με τις οποίες οι συνήθεις τρόποι ερμηνείας δεν είναι επαρκείς. Πιστεύουμε ότι η αποτυχία ενός μαθητή στα μαθηματικά δεν ερμηνεύεται μόνο με απόψεις που ανήκουν στο πεδίο της ηθικής (τεμπελιά ή έλλειψη θέλησης), ούτε μόνο από απόψεις που αναφέρονται στη συμπεριφορά (αποτυχία ή επιτυχία), ούτε μόνο από απόψεις της κλασσικής ψυχολογίας (παρουσία ή απουσία κινήτρων), ούτε μόνο από απόψεις που αναφέρονται στη διδακτική των μαθηματικών (κατάλληλες ή ακατάλληλες στρατηγικές). Όλες οι στάσεις που εκδηλώνει ο μαθητής, σύμφωνα με τον Nimier (1988, σ. 10), προέρχονται από τη σχέση που έχει αναπτύξει με τα μαθηματικά· σχέση που περιέχει την παραμόρφωση που υφίσταται το αντικείμενο αυτό, προκειμένου να το οικειοποιηθεί και να επενδύσει (ή να μην επενδύσει) σε αυτό.

Για παράδειγμα, εάν η αποτυχία ενός μαθητή στα μαθηματικά οφείλεται σε μια ισχυρή απώθηση, θεωρούμε ότι είναι μάλλον δύσκολο οι επιστήμες που προαναφέρθηκαν να προσφέρουν σημαντική βοήθεια στην κατεύθυνση αυτή. Η ανωτέρω θέση δεν συνηγορεί, κατ' ανάγκη, στην άποψη ότι μοναδική λύση για κάθε μαθησιακό πρόβλημα είναι η ψυχανάλυση. Αυτό που κρίνεται ως σημαντικό είναι η ευαισθητοποίηση των μελών της εκπαιδευτικής κοινότητας προς μια κατεύθυνση, την ψυχαναλυτική, η οποία σε αρκετές περιπτώσεις είναι δυνατό να προσφέρει αποφασιστική βοήθεια στα μαθησιακά προβλήματα. Σύμφωνα με τον Μοκό (1997, σ. 17) η βοήθεια που είναι δυνατό να προσφέρει η ψυχανάλυση στον εκπαιδευτικό συνίσταται κυρίως στην τέχνη της αποκωδικοποίησης των τρόπων έκφρασης του ασυνειδήτου.

Η έρευνα επικεντρώθηκε, επίσης, στους διάφορους τρόπους με τους οποίους εγγράφονται τα μαθηματικά στην ψυχική σφαίρα των καθηγητών. Η μελέτη των τρόπων που τα μαθηματικά σχετίζονται με τη δομή της προσωπικότητας των καθηγητών είχε κυρίως δύο στόχους:

1. Τη βοήθεια των καθηγητών, μέσα από τη δυνατότητα μιας καλύτερης αυτογνωσίας.

2. Την επιτυχέστερη επίλυση των προβλημάτων που αντιμετωπίζουν οι μαθητές τους, είτε τα προβλήματα αυτά αναφέρονται στα μαθηματικά είτε είναι γενικότερου τύπου.

Ο δεύτερος στόχος έχει ιδιαίτερη σπουδαιότητα, γιατί δίνει το στίγμα της χρησιμότητας, από παιδαγωγικής άποψης, της εργασίας αυτής. Η παρούσα μελέτη δεν περιορίζεται μόνο στην εξαγωγή κάποιων συμπερασμάτων που είναι δυνατό να βοηθήσουν στην ερμηνεία κάποιων ''αθέατων'' όψεων της σχέσης των μαθητών και των καθηγητών με τα μαθηματικά, αλλά φιλοδοξεί να θέσει τις βάσεις για μια διαφορετική αντιμετώπιση των μαθηματικών, που θα έχει ως στόχο αφενός την καλύτερη σχέση με αυτά και αφετέρου τη χρήση τους ως μέσου άρσης γενικότερων αναστολών. Σύμφωνα με την άποψη του Tahta, η οποία αναφέρθηκε στο τρίτο κεφάλαιο: «Το μαθηματικό αντικείμενο μπορεί να προσελκύσει φαντασιώσεις που είναι δυνατό να οδηγήσουν σε αναστολές, αλλά μπορεί να λειτουργήσει και με αντίθετο τρόπο. Δηλαδή, μέσα από κατάλληλες παιδαγωγικές στρατηγικές είναι δυνατό να αντιμετωπισθούν όχι μόνο οι αναστολές που αφορούν τα μαθηματικά, αλλά και γενικότερου τύπου αναστολές».

Εν κατακλείδι, κρίνεται αναγκαίο να τονισθεί ότι είναι πολύ σημαντικό να κατανοήσει ο γονέας και ο εκπαιδευτικός γιατί, κάποιες φορές, ο μαθητής χρησιμοποιεί την απομάκρυνση από τα μαθηματικά για να αποφύγει το άγχος που προέρχεται από άλλους παράγοντες, ανεξάρτητους από τα μαθηματικά. Τα συμπεράσματα αυτής της έρευνας φιλοδοξούν να δώσουν σε γονείς και εκπαιδευτικούς ένα χρήσιμο εργαλείο, αφενός για τη βελτίωση των μαθητών στα μαθηματικά και αφετέρου για την επίτευξη μιας γενικότερης ψυχολογικής ισορροπίας, εφόσον, με την κατανόηση ότι τα μαθηματικά είναι υποκατάστατο, είναι δυνατό να αντιμετωπισθεί η πραγματική αιτία του άγχους.

Μελλοντικοί ερευνητικοί προσανατολισμοί

Η μελέτη αυτή θα κλείσει με μια σύντομη αναφορά στους μελλοντικούς ερευνητικούς προσανατολισμούς, οι οποίοι είναι δυνατό να προκύψουν από τη διαχείριση των δεδομένων της έρευνας.

Παρότι πιστεύουμε ότι η έρευνα πέτυχε τους στόχους που εξ αρχής έθεσε, τα δεδομένα της έρευνας δημιούργησαν νέα ερωτήματα τα οποία παραμένουν αναπάντητα και αποτελούν τη βάση για μελλοντικά ερευνητικά εγχειρήματα.

Τα συμπεράσματα από την έρευνα αφορούν μόνο τον μαθητικό πληθυσμό της Αθήνας και κρίνουμε ότι θα ήταν σκόπιμο να διεξαχθεί η ίδια έρευνα σε πανελλήνια κλίμακα.

Ένα άλλο ενδιαφέρον θέμα είναι η διεξαγωγή μιας παρόμοιου τύπου έρευνας, η οποία θα έχει ως αντικείμενο κάποια άλλη επιστήμη από το χώρο των θετικών επιστημών πχ τη Φυσική ή τη Χημεία. Ακόμη, θα μπορούσε η έρευνα να επεκταθεί και στο χώρο των θεωρητικών επιστημών πχ της Ιστορίας ή της Κοινωνιολογίας.

Επίσης, πολλά ανοιχτά προς διερεύνηση θέματα υπάρχουν στο κεφάλαιο που αφορά τη σύγκριση των αμυντικών μηχανισμών των ελλήνων μαθητών με τους μαθητές ορισμένων άλλων χωρών.

Όπως αναφέρθηκε στο δεύτερο κεφάλαιο, η ίδια έρευνα, εκτός της Ελλάδος, έχει πραγματοποιηθεί και σε πέντε άλλα κράτη. Συγκεκριμένα στη Γαλλία, Καναδά (Οντάριο και Κεμπέκ), Βέλγιο, Μεγάλη Βρετανία και Η.Π.Α. Πληροφορίες για τον τρόπο δειγματοληψίας έχουμε μόνο για δύο δείγματα. Το ένα από τα δύο δείγματα είναι αυτό που αφορά τον μαθητικό πληθυσμό της Αθήνας και το άλλο δείγμα είναι αυτό που επεξεργάστηκε ο Nimier και που αφορά το διαμέρισμα της Μάρνης στο Παρίσι.

Το δείγμα που επεξεργάστηκε η παρούσα έρευνα είναι το μεγαλύτερο από τα επτά δείγματα (1141 άτομα) και είναι αντιπροσωπευτικό του μαθητικού πληθυσμού της Αθήνας. Το Γαλλικό δείγμα είναι αντιπροσωπευτικό του μαθητικού πληθυσμού του διαμερίσματος της Μάρνης. Τα υπόλοιπα δείγματα σύμφωνα με τον Nimier, ο οποίος ήταν και ο υπεύθυνος για την οργάνωση των ερευνών, δεν είναι αντιπροσωπευτικά. Συνεπώς οι συγκρίσεις που πραγματοποιήθηκαν μεταξύ των δειγμάτων, ως προς τις ομοιότητες ή διαφορές των μηχανισμών άμυνας

απέναντι στα μαθηματικά, δεν αποτελούν παρά ενδείξεις κάποιων τάσεων. Για μια πιο ολοκληρωμένη διερεύνηση είναι προφανές ότι χρειάζεται διεθνής ερευνητική συνεργασία.

Ακόμη, αντικείμενο μιας ιδιαίτερης έρευνας είναι δυνατό να αποτελέσουν οι εξής υποθέσεις που προήλθαν από περιγραφικού τύπου συγκρίσεις μεταξύ των μέσων τιμών των επτά δειγμάτων:

1. Η Γαλλία και το Βέλγιο χαρακτηρίζονται από τη μέγιστη αρνητική στάση ως προς τα μαθηματικά και από την ελάχιστη θετική. Η Μεγάλη Βρετανία και το Οντάριο χαρακτηρίζονται από τη μέγιστη θετική στάση ως προς τα μαθηματικά και από την ελάχιστη αρνητική. Η Ελλάδα, σε σχέση με τα ανωτέρω δείγματα, χαρακτηρίζεται από ενδιάμεση στάση.

2. Η επιθυμία για χρησιμοποίηση του μαθηματικού αντικειμένου ως μέσο ναρκισσιστικής αποκατάστασης είναι πιο ισχυρή στους Έλληνες μαθητές απ' ό,τι στους μαθητές των υπολοίπων χωρών.

3. Οι Έλληνες μαθητές χρησιμοποιούν τους αμυντικούς μηχανισμούς της εξιδανίκευσης και της επανόρθωσης σε μεγαλύτερο βαθμό απ΄ ό,τι οι μαθητές των άλλων χωρών.

Τέλος, όσον αφορά την έρευνα στους μαθητές ένα ακόμη θέμα που χρειάζεται περαιτέρω μελέτη είναι η πιο εμπεριστατωμένη διερεύνηση της σχέσης των μαθηματικών με την επιθυμία προς επίτευξη ναρκισσιστικής ολοκλήρωσης.

Ανοιχτά θέματα, προς περαιτέρω εξέταση, αφήνει και η έρευνα στους καθηγητές. Ένα από τα θέματα αυτά είναι και το εξής: από τις συνεντεύξεις που πραγματοποιήθηκαν, φάνηκε ότι ο τρόπος που τα μαθηματικά εγγράφονται στην ψυχική σφαίρα των καθηγητών επηρεάζει άμεσα αφενός τη σχέση τους με τους μαθητές τους και αφετέρου τους γενικότερους παιδαγωγικούς τους προσανατολισμούς. Η επαλήθεύση της υπόθεσης αυτής είναι δυνατό να αποτελέσει αντικείμενο μιας ιδιαίτερης έρευνας.

Ακόμη, θεωρούμε ότι θα είχε ιδιαίτερο ενδιαφέρον η πραγματοποίηση μιας, παρόμοιου τύπου, έρευνας η οποία θα έχει ως στόχο τη μελέτη των χαρακτηριστικών των μαθηματικών που σχετίζονται με τις πλέον σύγχρονες θεωρίες μάθησης. Για να γίνει όμως αυτό, κρίνεται ως αναγκαία προϋπόθεση η, σε

κάποιο βαθμό, ενσωμάτωση των νέων αντιλήψεων για τα μαθηματικά στην ελληνική σχολική πραγματικότητα.

Επίσης, αντικείμενο ιδιαίτερης έρευνας θεωρούμε ότι αποτελεί και η διερεύνηση ενός γενικότερου προβληματισμού που αφορά την έννοια του άγχους, εφόσον οι μηχανισμοί άμυνας ως προς τα μαθηματικά χρησιμεύουν για την αποφυγή του άγχους, όταν αυτό είναι δυσβάσταχτο.

Πιο συγκεκριμένα, η συσχέτιση των μηχανισμών άμυνας ως προς τα μαθηματικά και του άγχους θέτει ένα θέμα που χρειάζεται διευκρίνιση: «Όταν μιλάμε για άγχος σε ποια έννοια αναφερόμαστε;». Η Cemen (1989, σ. 53) γράφει: «Δεν έχει αποδειχθεί ερευνητικά κάποια σχέση ανάμεσα στο άγχος για τα μαθηματικά και στο Χαρακτηριστικό άγχος. [31] Φαίνεται πως υπάρχουν άτομα με υψηλό άγχος για τα μαθηματικά, τα οποία δεν έχουν παράλληλα και υψηλό Χαρακτηριστικό άγχος». Εμείς κλίνουμε περισσότερο προς αυτήν την άποψη, που διαχωρίζει σαφώς το άγχος για τα μαθηματικά από το εν γένει άγχος, αλλά θεωρούμε ότι για ένα τόσο σημαντικό θέμα χρειάζεται περαιτέρω έρευνα.

---

[31] Η συγγραφέας με τον όρο *Χαρακτηριστικό άγχος* εννοεί το άγχος που αποτελεί μόνιμο χαρακτηριστικό της προσωπικότητας του ατόμου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ

Αναπολιτάνος, Δ. (1985). *Εισαγωγή στη φιλοσοφία των μαθηματικών*. Αθήνα: Νεφέλη.

Βιττγκενστάϊν, Λ. (1993). *Φιλοσοφικές παρατηρήσεις* (Μτφ Κ. Κωβαίος). Αθήνα: Γνώση.

Βασιλείου, Φ. (1969). *Φιλοσοφία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Ε.Μ.Π.

Bunt, L., Jones, P. και Bedient, J. (1981). *Οι ιστορικές ρίζες των Στοιχειωδών Μαθηματικών* (Μτφ Φερεντίνου- Νικολακοπούλου Α.). Αθήνα: Πνευματικός.

Cemen, P. (1989). *Το άγχος για τα Μαθηματικά* (Μτφ Παΐζης Ν.). Αθήνα: Παρουσία.

Davis, P. και Hersh, R. (1980). *Η Μαθηματική εμπειρία*. (Μτφ Αναστασιάδης Γ). Αθήνα: Τροχαλία.

Dessuant, P. (1992). *Ο Ναρκισσισμός*. (Μτφ Παυλάκου Δ.). Αθήνα: Χατζηνικολή.

Εξαρχάκος, Θ. (1993). Διδακτική των Μαθηματικών. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Ζερβής, Χ. (1996). *Ψυχοπαθολογία του ενήλικα*. Αθήνα: Ηλεκτρονικές τέχνες.

Gleick, J. (1990). *Χάος, μια νέα επιστήμη* (Μτφ Κωνσταντινίδης Μ.). Αθήνα: Κάτοπτρο.

Hadamard, J. (1995). *Η Ψυχολογία της επινόησης στα μαθηματικά* (Μτφ Ζαχαρίου Σ.). Αθήνα: Κάτοπτρο.

Hassoun, J. (1996). «Από τον Φρόυντ στον Λακάν ή η μνήμη μιας διαταραχής πάνω στην Ακρόπολη». *Η σφίγγα*, 3, Νοέμβριος 1996, 23-25.

Καλαβάσης, Φ. (1997). «Η συμβολή της διδακτικής των μαθηματικών στην επεξεργασία της εκπαιδευτικής πολιτικής : Επιστροφή στη σχολική τάξη με ερευνητικές δραστηριότητες». Στο Γ. Δημάκος, Β. Παπαντωνίου, Κ. Σάλαρης, Στο Γ. Δημάκος, Β. Παπαντωνίου, Κ. Σάλαρης και Α. Μαλαφέκας (επιμ) *Τα Μαθηματικά στο Σχολείο του 2000* (14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 14-16 Νοεμβρίου 1997). Μυτιλήνη: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 48-55.

Καμπάνη, Ε. (1997). «Γεωμετρία, εργαλείο μάθησης και μεταμάθησης». Στο Γ. Δημάκος, Β. Παπαντωνίου, Κ. Σάλαρης και Α. Μαλαφέκας (επιμ) *Τα Μαθηματικά στο Σχολείο του 2000* (14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 14-16 Νοεμβρίου 1997). Μυτιλήνη: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 467-471.

Καραγεώργος, Δ., Κασιμάτη, Α. και Γιαλαμάς, Β. (1996). «Η επίδοση των μαθητών Α΄ Γυμνασίου στα Μαθηματικά. και η στάση τους απέναντι σ' αυτά: Μια προσπάθεια διερεύνησης της μεταξύ τους σχέσης». Στο Γ. Δημάκος, Β. Παπαντωνίου, Κ. Σάλαρης και Α. Μαλαφέκας (επιμ) *Κριτική και Σχεδιασμός της Μαθηματικής Παιδείας* (13° Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 29/11 – 1/12 1996). Αλεξανδρούπολη: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 202-235.

Καραγεώργος, Δ., Κασιμάτη, Α. και Γιαλαμάς, Β. (1997). «Η εξέλιξη των στάσεων των μαθητών του Γυμνασίου απέναντι στα μαθηματικά. Μια διαχρονική μελέτη της σχέσης επίδοσης στάσης». Στο Γ. Δημάκος, Β. Παπαντωνίου, Κ. Σάλαρης και Α. Μαλαφέκας (επιμ) *Τα Μαθηματικά στο Σχολείο του 2000* (14° Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 14-16 Νοεμβρίου 1997). Μυτιλήνη: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 442-451.

Καστάνης, Ν. (1980). «Τι είναι Παιδαγωγική των μαθηματικών». *Εκπαίδευση και Επιστήμη*, 1, 48-64. Αθήνα: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Klein, M[32]. (1991).

Η ανάπτυξη ενός παιδιού

Αναστολές και δυσκολίες στην εφηβεία

Ο ρόλος του σχολείου στη λιμπιντική ανάπτυξη του παιδιού

Πρώιμη ανάπτυξη

Η σημασία του σχηματισμού συμβόλων για την ανάπτυξη του Εγώ

Η ψυχογένεση των μανιοκαταθλιπτικών καταστάσεων

(Μτφ Διάφα Μ.). Αθήνα: Πύλη.

Klein, M. (1977). *Η ψυχανάλυση των παιδιών* (Μτφ Λώμη Μ.). Αθήνα: Πύλη.

Κολέζα, Ε. (1997). «Ο ρόλος των δραστηριοτήτων στη διδασκαλία των μαθηματικών». Στο Γ. Δημάκος, Β. Παπαντωνίου, Κ. Σάλαρης και Α. Μαλαφέκας (επιμ) *Τα Μαθηματικά στο Σχολείο του 2000* (14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 14-16 Νοεμβρίου 1997). Μυτιλήνη: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 71 – 81.

Κορντιέ, Α. (1995). *Κουμπούρες δεν υπάρχουν-Ψυχανάλυση και σχολική αποτυχία.* (Μτφ Αλεξιάδη Α.). Αθήνα: Ολκός.

Laplanche, J. και Pontalis, J.-B. (1986). *Λεξιλόγιο της Ψυχανάλυσης* (Μτφ Καψαμπέλης Β. - Χαλκούση Λ. - Σκουλίκα Α.- Αλούπης Π). Αθήνα: Κέδρος.

Λογοθέτης, Η. (1997). «Η κρυφή ζωή των μαθηματικών και ο αριστοκρατικός - ποιητικός τους χαρακτήρας». Στο Γ. Δημάκος, Β. Παπαντωνίου, Κ. Σάλαρης και Α. Μαλαφέκας (επιμ) *Τα Μαθηματικά στο Σχολείο του 2000* (14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 14-16 Νοεμβρίου 1997). Μυτιλήνη: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 128-135.

---

[32] Οι έξη αυτές μελέτες της M. Klein κυκλοφόρησαν από τις εκδόσεις ΠΥΛΗ σε ένα τόμο με τον γενικό τίτλο *Ψυχανάλυση και σεξουαλική αγωγή*.

Μανωλόπουλος, Σ. (1988). «Η ψυχοσυναισθηματικά ανάπτυξη του εφήβου». Στο Γ. Τσιάντης και Σ. Μανωλόπουλος (Επιμ) *Σύγχρονα Θέματα Παιδοψυχιατρικής*, Τόμος 1ος. Αθήνα: Καστανιώτης, 43-74.

Μοκό, Ζ. (1997). *Ψυχανάλυση και Εκπαίδευση*. (Μτφ. Παπαγιάννη Ν.). Αθήνα: Καστανιώτης.

Μπεχράκης, Θ. (1993). *Περιγραφική Στατιστική*. Πανεπιστημιακές Παραδόσεις. Αθήνα: Πάντειο Πανεπιστήμιο.

Μπεχράκης, Θ. (1994α). *Επαγωγική Στατιστική*. Πανεπιστημιακές Παραδόσεις. Αθήνα: Πάντειο Πανεπιστήμιο.

Μπεχράκης, Θ. (1994β). *Πολυδιάστατη Ανάλυση Δεδομένων*. Πανεπιστημιακές Παραδόσεις. Αθήνα: Πάντειο Πανεπιστήμιο.

Μπεχράκης, Θ. (1999). *Πολυδιάστατη Ανάλυση Δεδομένων*. Λιβάνης: Αθήνα.

Ντολτό, Φ. (1999). *Η ασυνείδητη εικόνα του σώματος*. (Μτφ. Κούκη Ε). Εστία: Αθήνα.

Παλαιολόγου, Ν., Κουτρουμάνος, Γ. και Γιαλαμάς, Β.(1997). «Τα ισχύοντα διδακτικά βιβλία για το μάθημα των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο: Απόψεις και εκτιμήσεις των εκπαιδευτικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης» Στο Γ. Δημάκος, Β. Παπαντωνίου, Κ. Σάλαρης και Α. Μαλαφέκας (επιμ) *Τα Μαθηματικά στο Σχολείο του 2000* (14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 14-16 Νοεμβρίου 1997). Μυτιλήνη: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 187-198.

Papert, S. (1991). *Νοητικές θύελλες* (Μτφ Σταματίου Α.). Αθήνα: Οδυσσέας.

Paulos, J. A. (1991). *Αριθμοφοβία – Ο μαθηματικός αναλφαβητισμός και οι συνέπειές του* (Μτφ Γ. Λιβιεράτος). Αθήνα: Αλεξάνδρεια.

Πολυχρονόπουλος, Π. (1980). «Η μορφωτική αξία των μαθηματικών στη Μέση Εκπαίδευση». *Εκπαίδευση και Επιστήμη*, 3, 77-92. Αθήνα: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Resnick, L.B., Cauzinille-Marmeche, E. και Mathieu, J. (1995). «Η κατανόηση της Άλγεβρας». Στο Σ. Βοσνιάδου (Επιμ.) *Η ψυχολογία των μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.

Ρουσόπουλος, Γ. (1999). *Μαθηματικός Ρεαλισμός*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Σαλτζμπέργκερ–Ουίτενμπεργκ, Ι., Χένρι, Τ. και Όσμπορν, Ε. (1996). *Η συναισθηματική εμπειρία της μάθησης και της διδασκαλίας* (Μτφ Τζελέπογλου Ε.). Αθήνα: Καστανιώτης.

Σήγκαλ, Χ. (1995). *Μέλανι Κλάϊν* (Μτφ Χατζόπουλος Θ.). Αθήνα: Καστανιώτης.

Σμυρνώφ, Β. (1987). *Η ψυχανάλυση του παιδιού* (Μτφ Παναγιώτου Π.). Αθήνα : Γκοβόστης.

Struik, D. (1982). *Συνοπτική ιστορία μαθηματικών* (Μτφ Φερεντίνου - Νικολακοπούλου Α.). Αθήνα: Ζαχαρόπουλος.

Συνοδινού, Κ. (1994). «Ψυχαναλυτικές ψυχοθεραπευτικές εφαρμογές (Εφαρμογή στις ψυχωσικές και νευρωσικές οργανώσεις)». Στο Φ. Τσαλίκογλου (επιμ.). *Η ψυχολογία στην Ελλάδα σήμερα* (Συνέδριο στο Πάντειο Πανεπιστήμιο, 19-20 Μαίου 1994). Αθήνα: Πλέθρο, 313-319.

Συνοδινού, Κ. (1996). «Ο Φρόυντ στην Ακρόπολη και ο οιδιπόδειος απόηχος». *Η σφίγγα*, 3, Νοέμβριος 1996, 35-36.

Συνοδινού, Κ. (1997). «Αντικειμενοτρόπες σχέσεις στον αυτισμό και αναλυτική ψυχοθεραπεία». Στο Φ. Αναγνωστόπουλος, Α. Κοσμόγιαννη και Β. Μεσσήνη (επιμ.) *Σύγχρονη Ψυχολογία στην Ελλάδα* (4° Πανευρωπαϊκό Συνέδριο Ψυχολογίας). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα, 299-302.

Τζαβάρας, Ν. (1999). «Αντινομίες μεταξύ του μαθηματικού εκπαιδευτικού και του μαθητή κατά την κατανόηση των μαθηματικών παραστάσεων».Στο *Μαθηματικά, Νέα Γενιά και Κοινωνία* (16° Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 14-16 Νοεμβρίου 1997). Λάρισα: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 384-385.

Τριανταφυλλίδης, Τ. (1998). «Σκέψεις περί του διαχωρισμού των Επιστημών σε "Θετικές" και "Ανθρωπιστικές"». *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 100, Μάϊος-Ιούνιος 1998, 78-88.

Τσαλίκογλου, Φ. (1994). «Ψυχολογία: η πιο δελεαστική των επιστημών;». Στο Φ. Τσαλίκογλου (επιμ) *Η ψυχολογία στην Ελλάδα σήμερα* (Συνέδριο στο Πάντειο Πανεπιστήμιο, 19-20 Μαίου 1994). Αθήνα: Πλέθρο, 17-34.

Υπουργείο Παιδείας. (1997). *Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών.*

Φιλίππου, Γ. (1992). *Μαθηματικές γνώσεις των τελειοφοίτων του γυμνασίου. Αθήνα:* Ελληνικά Γράμματα.

Φιλίππου, Γ. και Χρηστου, Κ. (1997). «Συναισθηματικός τομέας και μαθηματική παιδεία - Η έρευνα στον ελλαδικό και το διεθνή χώρο». Στο Γ. Δημάκος, Β. Παπαντωνίου, Κ. Σάλαρης και Α. Μαλαφέκας (επιμ) *Τα Μαθηματικά στο Σχολείο του 2000* (14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 14-16 Νοεμβρίου 1997). Μυτιλήνη: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 28-47.

Freud, A. (1978). *Το Εγώ και οι μηχανισμοί άμυνας* (Μτφ Παραδέλλης Θ.). Αθήνα: Καστανιώτης.

Freud, S[33]. (1994). *Ψυχανάλυση και Λογοτεχνία* (Μτφ Αναγνώστου Λ.). Αθήνα: Επίκουρος.

Χατζηχρήστου, Χ. και Hopf, D. (1993). «Αυτοαντίληψη μαθητών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης». Παιδαγωγική Επιθεώρηση, 1993, 17, 253 – 277.

Χιονίδου, Μ. (1999). *Επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στο Κονστρουκτιβιστικό μοντέλο διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών.* Αθήνα: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Wilder, R. (1986). *Εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών* (Μτφ Ψυχογυιός Δ.). Αθήνα: Κουτσουμπός.

---

[33] Στον τόμο αυτό περιέχεται, μαζί με άλλα έργα του Freud, το έργο του *Η φαντασίωση και τα όνειρα στην ''Gradiva'' του Βίλχελμ Γένσεν.*

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ

Aiken, L. R. (1970). «Nonintellective variables and mathematics achievement». *Journal of school Psychology*, 8, 28 – 36.

Aston, P. T (1990). «Editorial». *Journal of Teacher Education*», 44(1), 2.

Australian Education Council (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Melbourne: Curriculum Corporation.

Barkatsas, A., & Hunting, R. P. (1996). «A review of recent research on cognitive, metacognitive and affective aspects of mathematical problem solving». *Nordic Studies in Mathematics Education*, 4 (4), 7-30.

Begoin, J. (1972). «Remarques sur l' inhibition intellectuelle en relation avec la masturbation anale». *Revue Francaise de Psychanalyse*, 5-6, 797-816.

Bergeret, J. (1996). *La personalité normale et pathologique*. Paris: Dunod.

Bion, W. (1962). *Learning from experience*. London: Heineman.

Blanco - Matte, I.(1975). *The unconscious as infinite sets*. London: Duckworth.

Brookhart, S. M., & Freeman, D. J. (1992). «Characteristics of entering teacher candidates». *Review of Educational Research*, 62, 37-60.

Brousselle, A. (1973). «Fantasme et concept mathematique». *Psychiatrie de l'enfant*, 16/2, 488-491.

Bruner, J. (1961). «Affrontement et defense». *Journal de Psychologie Normale et Pathologie*, 58/1, 33 - 56 .

Chasseguet–Smirgel, J. (1975). *L' ideal du Moi*. Paris: Tchou.

Diatkine, R. (1973). «Réflections d' un psychanalyste d' enfants». *Psychiatrie de l'enfant*, 16/2, 505-513.

Dockar-Drysdale, B. (1990). *The provision of primary experience*. London: Free Association books.

Enemark, P., & Wise, L. (1981). *Supplementary mathematics probe study* (Final report). Washington, DC: National Institute of Education.

Ernst, P. (1989). «The Knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher»: A model. *Journal of Education for Teaching*, 15, 13-34.

Fenemme, E. & Sherman, J. (1976). «Mathematics Attitudes Scales», Abstracted in the JSAS Catalog of Selected Documents in Psychology, 6 (1).

Fenichel, O. (1945). *The psychoanalytic theory of the neuroses*. New York: Norton.

Flagey, D. (1972). «Point de vue psychanalytique sur l` inhibition intellectuelle». *Revue Francaise de Psychanalyse*, 5-6, 717-798.

Freud, S. (1915). *Triebe und Triebschicksale*, G.W., X,214.

Freud, S. (1936α). «Brief an Romain Rolland: Eine Erinnerungsstorung auf der Akropolis», G.W., 16, 250, *Studienenausgabe*, 4, 283.

Freud, S. (1959). *Inhibitions, Symptoms and Anxiety*. The Standard Edition of the Complete Psychological Works of Sigmund Freud. New York, London: W.W. Norton & Company.

Freud, S. (1964). *Leonardo da Vinci and a Memory of His Childhood.* The Standard Edition of the Complete Psychological Works of Sigmund Freud. New York, London: W.W. Norton & Company.

Georgin, R. (1973). *Le temps freudien du verbe*. Lausanne: L` Age d`Homme.

Grouws, D (Editor). (1992). *Handbook of research on Mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York: MacMillan Publishing Company.

Hersh, R. (1986). «Some proposals for revising the philosophy of mathematics». In Tymoczco (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics*. Boston: Birkhauser, 9-28.

Hilbert, D. & Cohn-vossen, H. (1952). *Geometry and the imagination*. New York: Chelsea.

Hofstadter, D. (1980). *Godel, Escher, Bach : An eternal golden braid.* Great Britain: Penguin Books.

Isaacs, S. (1959). «Nature et fonction du phantasme». *La psychanalyse*, 5 , 125 – 182.

Kaiser, H.F. (1974). «An Index of factorial simplicity». *Psychometrika* 39, 31-36.

Kohut, H. (1974). *Le Soi.* Paris: Presses Universitaires de France.

Lacan, J. (1957). «L' instance de la lettre dans l' inconcient ou la raison depuis Freud». *La Psychanalyse* III, 47-81, Paris: P.U.F.

Lagache, D. (1982). *Agressivité structure de la personalité et autre travaux* (Oeuvres IV 1956-1962). Paris: Presses Universitaires de France.

Lambert, D. (1999). «L' incroyable efficacité des mathematiques». *La Recherche,* 316, Janvier 1999, 48-55.

Marsh, H.W., Smith, I.D. & Barnes, J.C. (1983). «Multitraitemultimethod analyses of the Self – Description Questionnaire: Student – teacher agreement o multidimensional ratings of student self – concept». *American Educational Research Journal*, 20, 3, 333-357.

McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D.A.Grows (Ed), *Handbook of Research in mathematics teaching and learning.* New York : MacMillan, 39-48.

Nimier, J. (1988). *Les modes des relations aux mathematiques.* Paris: Meridien Klincksieck.

Piaget, J. (1971). «Incoscient affectif et incoscient cognitif». *Raison presente*, 19, 11-20.

Pimm, D. (1993). «The Silence of the Body». *For the learning of mathematics*, 13, 1, february 1993, 35-38.

Poincare, H. (1952). *Science and method.* New York: Dover Books.

Rotman, B. (1993). *Ad infinitum.* California. USA: Stanford: Stanford University Press.

Schoenfeld, H.(1982). «Sex, grade, level, and the relationship between mathematics attitude and achievement in children». *Journal of Education Journal*, 75(5), 280-284.

Segal, H. (1964). *Introduction to the work of Melanie Klein*. New York: Basic Books, Ink

Serres, M. (1993). *Les origines de la geometrie*. France: Champs Flammarion.

Sibony, D. (1972). «A propos des mathematiques modernes». *Tel Quel*, 51, 87-103.

Skelton, R.(1993). «Bion and Problem Solving». *For the learning of mathematics*, 13, 1, february 1993, 39.

Sutherland, R. (1993). «Consciousness of the Unknown». *For the learning of mathematics*, 13, 1, february 1993, 43-46.

Suydam, M. N. & Weaver, J. F. (1975). Research on Mathematics learning. In J.N. Payne (Ed. Reston, VA), *Mathematics learning in early childhood: Thirty-seventh yearbook* National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 44-76.

Tahta, D. (1993a). «Editorial». *For the learning of mathematics*, 13, 1, february 1993, 2-3.

Tahta, D. (1993b). «Victoire sur les Maths». *For the learning of mathematics*, 13, 1, february 1993, 47-48.

Tobias, S (1978). *Overcoming math anxiety*. New York: Norton.

Turcle, S. (1992). *Psychoanalytic Politics*. London: Free Association Books.

Varela, F. (1989). *Conaitre les sciences cognitives, tendances et perspectives*. Paris: Seuil.

Walkerdine, V. (1990). *The mastery of reason*. London: Routledge.

Watillon-Naveau, A. (1972). «Remarques sur l' étiologie des inhibitions intellectuelles, spécifiquement féminines». *Revue Francaise de Psychanalyse*, 5-6, 823-826.

Weinstein, C. S. (1988). «Preservice teachers' expectations about the first year of teaching». *Teaching & Teacher Education*, 4, 31-40.

Weinstein, C. S. (1989). «Teachers education students' perceptions of teaching». *Journal of Teacher Education*, 40(2), 53-60.

Wittgenstein, L. (1974). *Philosophical Grammar*. Oxford: Blackwell.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α΄

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΣΕ ΜΑΘΗΤΕΣ

Θα ήθελα για κάθε μία από τις παρακάτω φράσεις και απόψεις να σημειώσετε κατά πόσο συμφωνείτε ή διαφωνείτε, βάζοντας ένα μόνο σταυρό σε μία από τις έξη δυνατές εκδοχές.

Ι. Τι αισθάνεστε όταν πρέπει να λύσετε ένα πρόβλημα μαθηματικών;

	Διαφωνώ απόλυτα	Μάλλον διαφωνώ	Ούτε συμφωνώ Ούτε διαφωνώ	Μάλλον συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα	Δεν απαντώ
1. Έχω την εντύπωση πως κάτι με εμποδίζει να το προσεγγίσω, δηλαδή ότι υπάρχει ένα εμπόδιο που δεν μπορώ να υπερπηδήσω.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
2. Έχω την εντύπωση πως κάτι δημιουργώ όταν λύνω ένα πρόβλημα.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
3. Όταν ξεκινώ να λύσω ένα πρόβλημα, νοιώθω τελείως στο σκοτάδι.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
4. Αν δεν μπορώ να βρω τη λύση αισθάνομαι σαν να νικήθηκα.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
5. Όταν βρίσκω ένα τρόπο να το προσεγγίσω, αισθάνομαι ότι κάλυψα κάποιο κενό.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
6. Όταν βρίσκομαι αντιμέτωπος με ένα πρόβλημα, θέλω αμέσως να το παρατήσω.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
7. Αν βρω αμέσως τη λύση, αισθάνομαι μεγάλη ηρεμία.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6

II. Τι σημαίνει για σας η ενασχόληση με τα μαθηματικά;

	Διαφωνώ απόλυτα	Μάλλον διαφωνώ	Ούτε συμφωνώ Ούτε διαφωνώ	Μάλλον συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα	Δεν απαντ
8. Σημαίνει ότι κάνεις κάτι σημαντικό που είναι η βάση για οτιδήποτε άλλο.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
9. Δεν σημαίνει τίποτα, είναι ανοησία.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
10. Είναι κάτι που κάνεις επειδή σου το λένε και το οποίο επαναλαμβάνεις μηχανικά.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
11. Είναι κάτι που μου φαίνεται ότι δεν μπορώ να το κάνω.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
12. Είναι κάτι μέσα από το οποίο συνεχώς ανακαλύπτεις καινούρια πράγματα.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
13. Είναι κάτι που κάνεις υποχρεωτικά, που σου το επιβάλλουν.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
14. Είναι ένας τρόπος για να εκπαιδεύσω το μυαλό μου.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
15. Είναι ένας τρόπος για να βρω σχέσεις ανάμεσα σε διαφορετικά πράγματα.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6

III. Τι σκέπτεσθαι όσον αφορά τις παρακάτω φράσεις;

	Διαφωνώ απόλυτα	Μάλλον διαφωνώ	Ούτε συμφωνώ Ούτε διαφωνώ	Μάλλον συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα	Δεν απαντώ
16. Στα μαθηματικά δεν υπάρχει χώρος για δημιουργική σκέψη και έκφραση, όχι και να κάνεις έχει σχεδιασθεί και πραγματοποιηθεί από πριν.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
17. Η ενασχόληση με τα μαθηματικά βοηθάει στη δημιουργία μίας δυνατής προσωπικότητας.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
18. Τα μαθηματικά μπορούν κάποιες φορές να προκαλέσουν καταστροφές, όπως π.χ. με την ατομική βόμβα.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
19. Τα μαθηματικά σου δίνουν την ευχαρίστηση πως κάτι δημιουργείς.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
20. Τα μαθηματικά σημαίνουν έναν άλλο κόσμο, μέσα στον οποίο αισθάνομαι πολύ άνετα.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
21. Η ενασχόληση με τα μαθηματικά επιτρέπει να αποκτήσεις ισορροπημένη προσωπικότητα.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
22. Τα μαθηματικά σου επιτρέπουν να αναπτύξεις ορθή λογική.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
23. Αν κάποιος μπει βαθιά στα μαθηματικά δύσκολα βγαίνει. Άρα είναι καλύτερα να μην ασχολείσαι και πολύ.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
24. Η ενασχόληση με τα μαθηματικά υπεραπλουστεύει το κάθε τι και έτσι χάνεται η ποίηση από τα πράγματα.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
25. Αυτοί που ασχολούνται πολύ με τα μαθηματικά κινδυνεύουν να χάσουν την επαφή με την πραγματικότητα.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6

26 Φύλο

Αγόρι	☐	1
Κορίτσι	☐	2

27 Σχολείο:	

28 Βαθμοί που πήρατε στα μαθηματικά στις προηγούμενες τάξεις:

Α' Γυμνασίου		Β' Γυμνασίου		Γ' Γυμνασίου	
Α' Λυκείου		Β' Λυκείου			

29 Μορφωτικό επίπεδο πατέρα

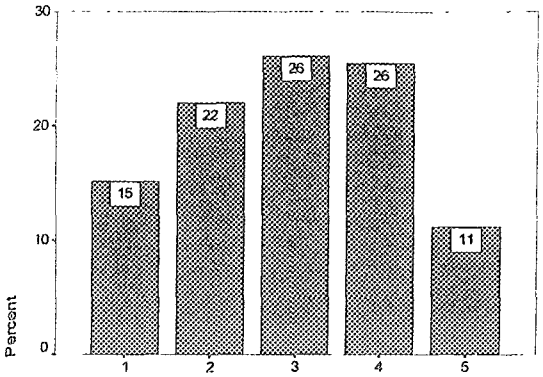
Καμία φοίτηση ή φοίτηση σε ορισμένες τάξεις του Δημοτικού	☐	1
Δημοτικό	☐	2
Γυμνάσιο ή Λύκειο ή Μέση Τεχνική Σχολή	☐	3
Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπαίδευση	☐	4

30 Μορφωτικό επίπεδο μητέρας

Καμία φοίτηση ή φοίτηση σε ορισμένες τάξεις του Δημοτικού	☐	1
Δημοτικό	☐	2
Γυμνάσιο ή Λύκειο ή Μέση Τεχνική Σχολή	☐	3
Ανώτερη ή Ανώτατη Εκπαίδευση	☐	4

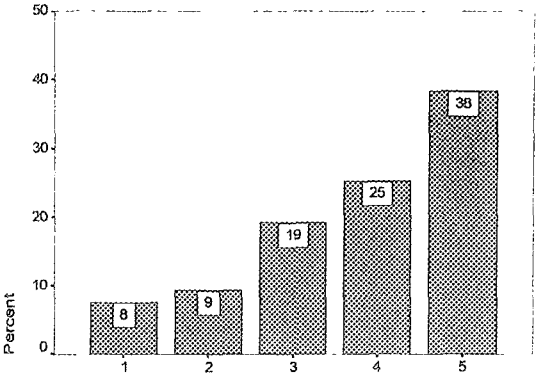
1= διαφωνώ απόλυτα, 2= μάλλον διαφωνώ, 3=ούτε συμφωνώ, ούτε διαφωνώ, 4= μάλλον συμφωνώ, 5=συμφωνώ απόλυτα.

Διάγραμμα 1 Q1



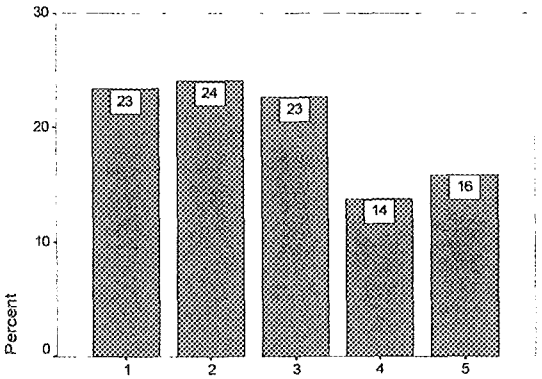
Υπάρχει εμπόδιο στην προσέγγιση των μαθ προβλημάτων

Διάγραμμα 2 Q2



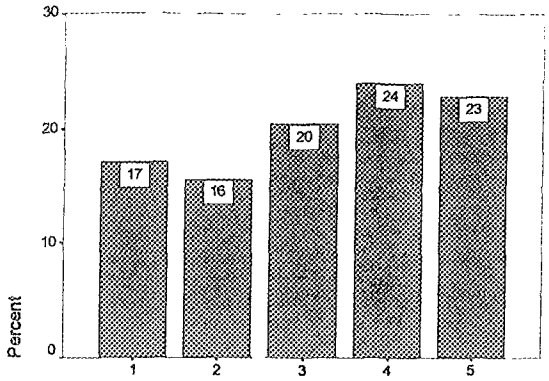
Αποτελεί δημιουργία η λύση ενός προβλήματος

Διάγραμμα 3 Q3



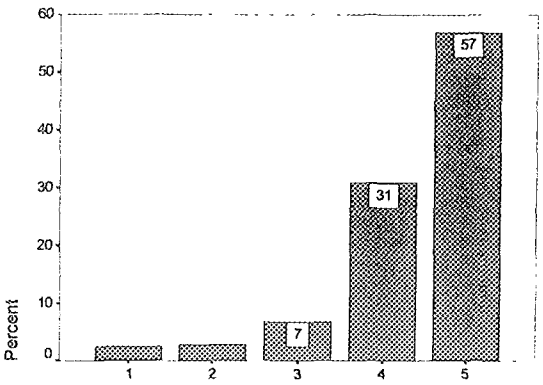
Νοιώθω στο σκοτάδι όταν ξεκινώ τη λυση ενός προβλήματος

Διάγραμμα 4 Q4



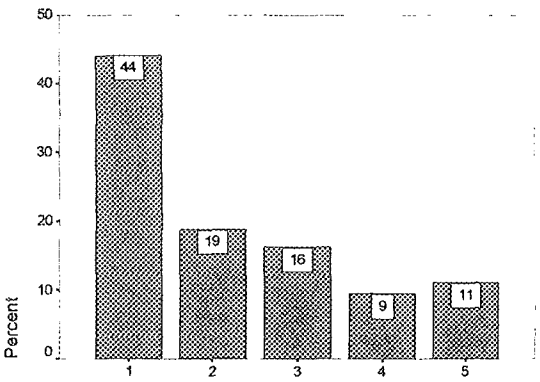
Αν δεν μπορέσω να λύσω ένα πρόβλημα, νοιώθω νικημένος

Διάγραμμα 5 Q5



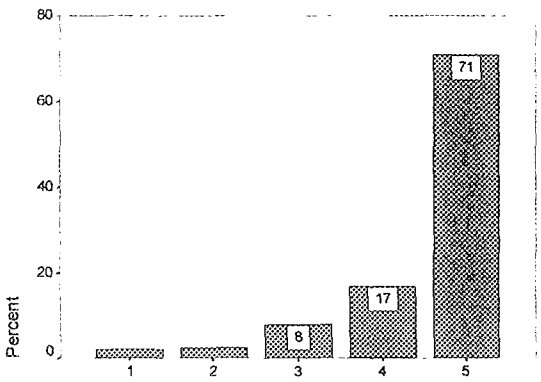
Έχω καλυψει ένα κενό αν μπορέσω να προσεγγίσω ένα πρόβλημα

Διάγραμμα 6 Q6



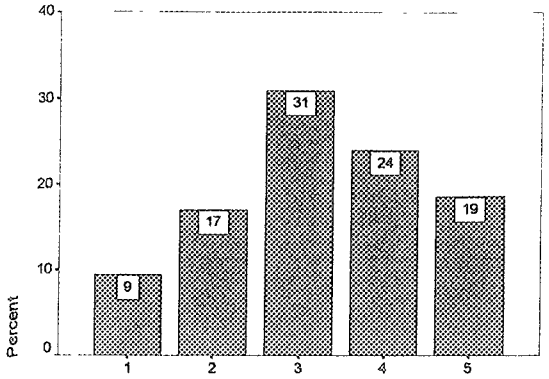
Αδυνατώ να έλθω αντιμέτωπος με ένα πρόβλημα

Διάγραμμα 7 Q7



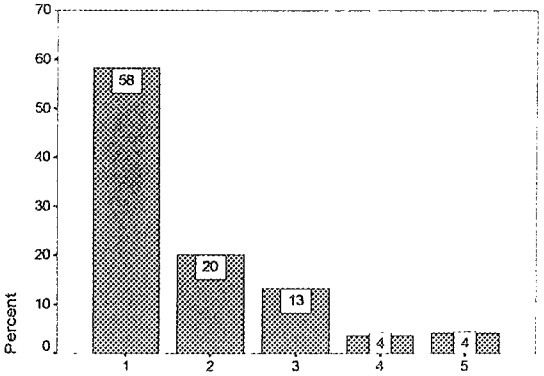
Νοιώθω ότι ηρεμώ, αν βρώ αμέσως τη λύση σε ένα πρόβλημα

Διάγραμμα 8 Q8



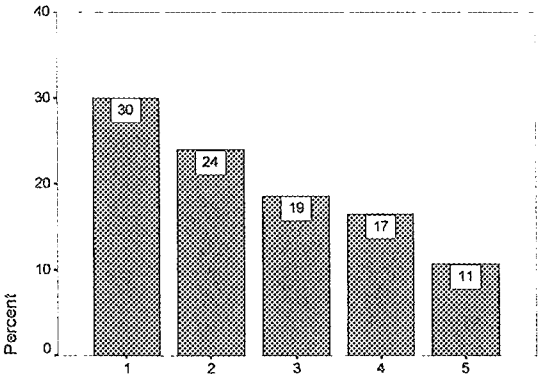
Η ενασχόληση με τα μαθ είναι πολύ σημαντική διαδικασία

Διάγραμμα 9 Q9



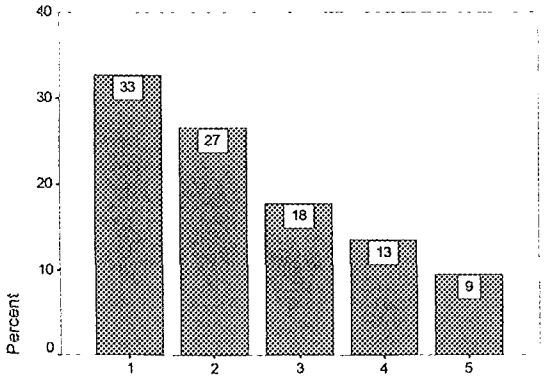
Η ενασχόληση με τα μαθ δεν σημαίνει τίποτε,είναι ανοησία

Διάγραμμα 10 Q10



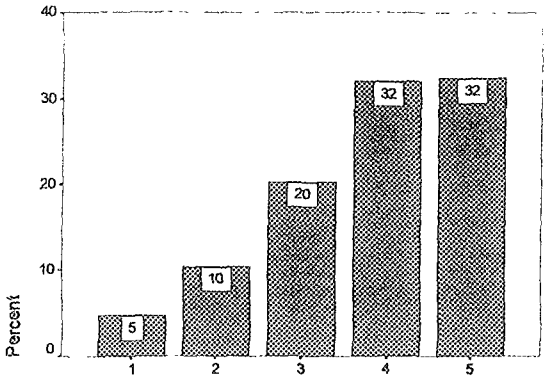
Η ενασχόληση με τα μαθηματικά είναι μια μηχανική διαδικασία

Διάγραμμα 11 Q11



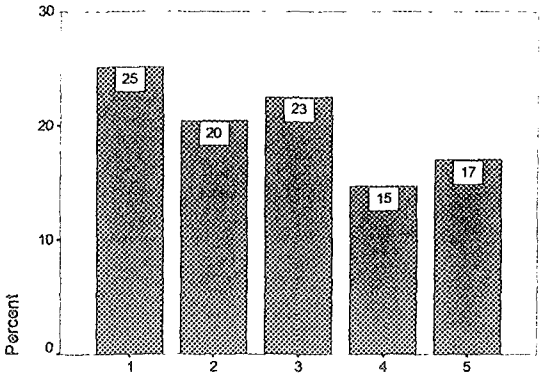
Η ενασχόληση με τα μαθηματικά είναι κάτι το αδύνατο

Διάγραμμα 12 Q12



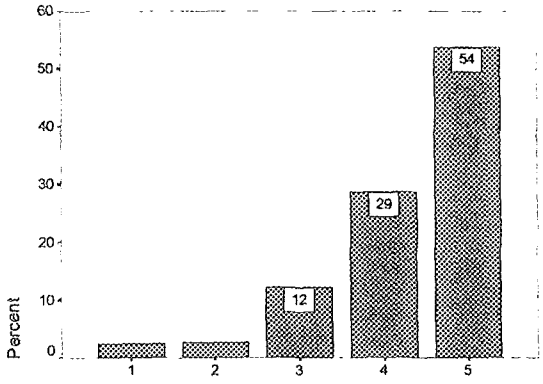
Τα μαθ είναι το μέσο για την ανακάλυψη νέων πραγμάτων

Διάγραμμα 13 Q13



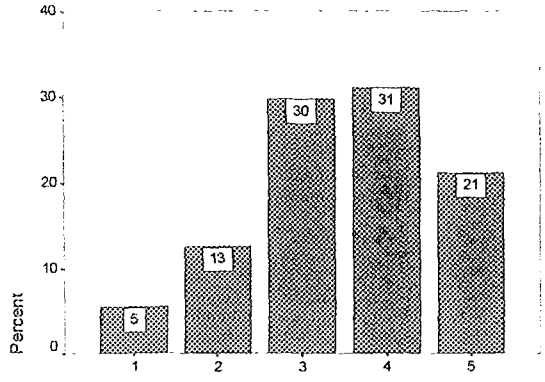
Η ενασχόληση με τα μαθηματικά είναι κάτι υποχρεωτικό

Διάγραμμα 14 Q14



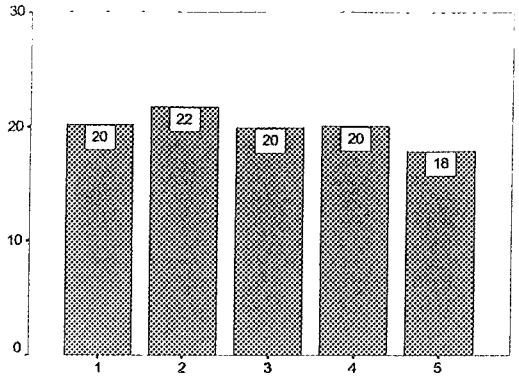
Η ενασχόληση με τα μαθ είναι ένας τρόπος εκπαίδευσης του μυαλου

Διάγραμμα 15 Q15



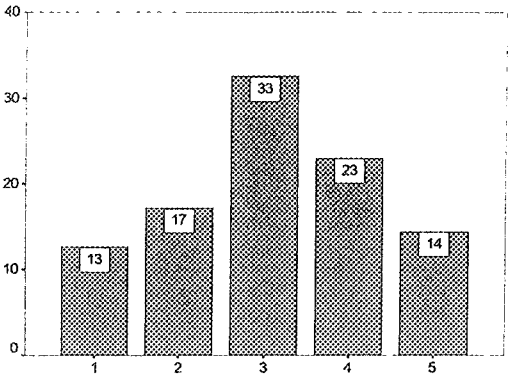
Τα μαθ επιτρέπουν τη συσχέτιση διαφορετικών πραγμάτων

Διάγραμμα 16 Q16



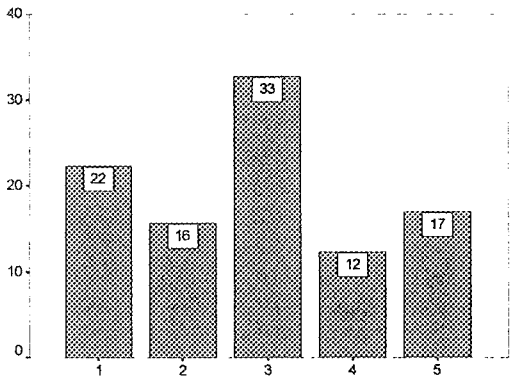
Στα μαθηματικά δεν υπάρχει χώρος για δημιουργία

Διάγραμμα 17 Q17



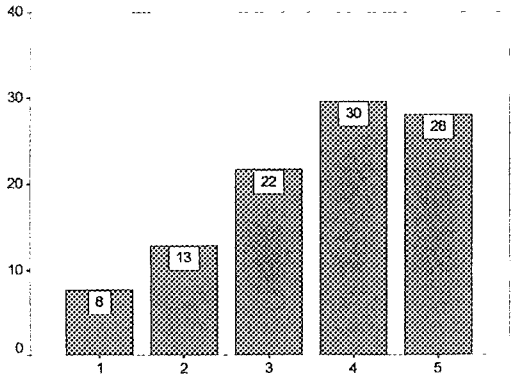
Τα μαθ βοηθούν στη δημιουργία δυνατής προσωπικότητας

Διάγραμμα 18 Q18



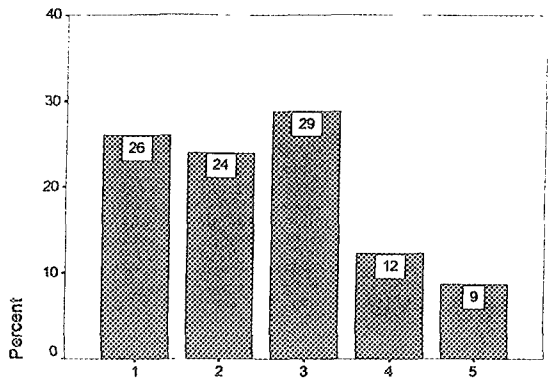
Τα μαθηματικά είναι δυνατον να προκαλέσουν καταστροφές

Διάγραμμα 19 Q19



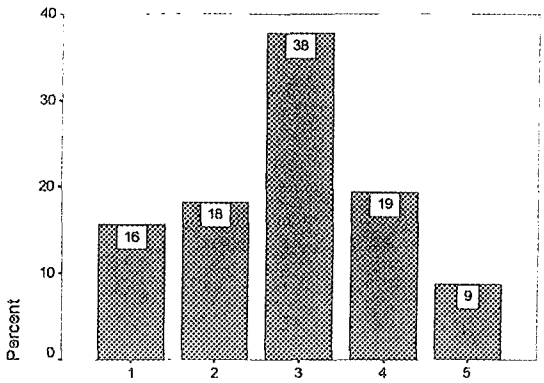
Τα μαθ προσφέρουν την ευχαρίστηση της δημιουργίας

Διάγραμμα 20 Q20



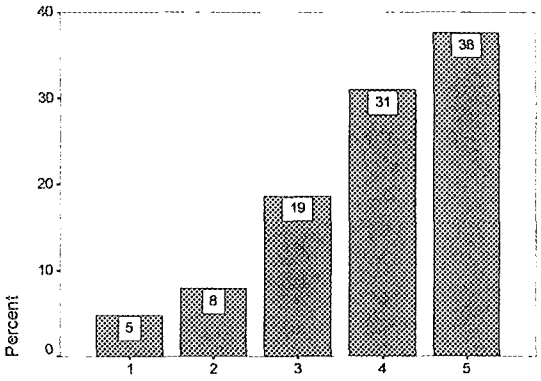
Τα μαθ είναι ένας άλλος κόσμος, στον οποίο νιώθω άνετα

Διάγραμμα 21 Q21



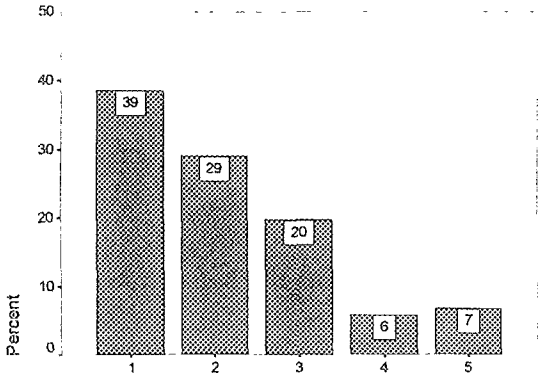
Τα μαθ βοηθουν στην απόκτηση ισορροπημένης προσωπικότητας

Διάγραμμα 22 Q22



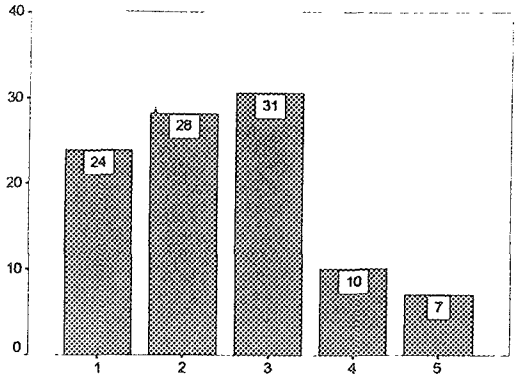
Η ανάπτυξη της λογικής βοηθείται απο τα μαθηματικά

Διάγραμμα 23 Q23



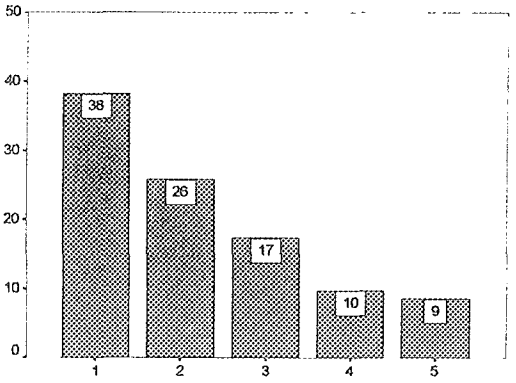
Όποιος μπει βαθιά στα μαθηματικά δύσκολα βγαίνει

Διάγραμμα 24 Q24



Τα μαθηματικά και η ποίηση είναι έννοιες ασυμβίβαστες

Διάγραμμα 25 Q25



Η ενασχόληση με τα μαθ μπορεί να οδηγήσει εκτός πραγματικότητας

Πίνακας 2: Correlation matrix

Correlations

		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
Q1	Pearson Correlation	1,000	-,189**	,462**	,055	,007	,367**	-,021	-,291**	,313**
	Sig (2-tailed)	,	,000	,000	,069	,815	,000	,489	,000	,000
	N	1121	1113	1117	1114	1112	1108	1117	1099	1100
Q2	Pearson Correlation	-,189**	1,000	-,143**	,186**	,140**	-,248**	,102**	,271**	-,323**
	Sig (2-tailed)	,000	,	,000	,000	,000	,000	,001	,000	,000
	N	1113	1132	1127	1126	1123	1118	1127	1107	1109
Q3	Pearson Correlation	,462**	-,143**	1,000	,094**	,022	,412**	,019	-,258**	,355**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,	,001	,462	,000	,526	,000	,000
	N	1117	1127	1136	1129	1127	1123	1131	1111	1114
Q4	Pearson Correlation	,055	,186**	,094**	1,000	,197**	-,016	,205**	,069*	-,070*
	Sig (2-tailed)	,069	,000	,001	,	,000	,595	,000	,021	,020
	N	1114	1126	1129	1134	1126	1122	1130	1110	1111
Q5	Pearson Correlation	,007	,140**	,022	,197**	1,000	-,072*	,159**	,167**	-,154**
	Sig (2-tailed)	,815	,000	,462	,000	,	,017	,000	,000	,000
	N	1112	1123	1127	1126	1132	1120	1128	1106	1109
Q6	Pearson Correlation	,367**	-,248**	,412**	-,016	-,072*	1,000	-,020	-,285**	,409**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,595	,017	,	,496	,000	,000
	N	1108	1118	1123	1122	1120	1127	1123	1102	1104
Q7	Pearson Correlation	-,021	,102**	,019	,205**	,159**	-,020	1,000	,129**	-,133**
	Sig (2-tailed)	,489	,001	,526	,000	,000	,496	,	,000	,000
	N	1117	1127	1131	1130	1128	1123	1136	1110	1113
Q8	Pearson Correlation	-,291**	,271**	-,258**	,069*	,167**	-,285**	,129**	1,000	-,497**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,021	,000	,000	,000	,	,000
	N	1099	1107	1111	1110	1106	1102	1110	1115	1096
Q9	Pearson Correlation	,313**	-,323**	,355**	-,070*	-,154**	,409**	-,133**	-,497**	1,000
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,020	,000	,000	,000	,000	,
	N	1100	1109	1114	1111	1109	1104	1113	1096	1118
Q10	Pearson Correlation	,360**	-,264**	,394**	-,010	-,067*	,415**	,015	-,412**	,547**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,736	,026	,000	,622	,000	,000
	N	1098	1105	1110	1108	1107	1105	1109	1093	1094
Q11	Pearson Correlation	,475**	-,267**	,496**	,045	-,043	,461**	-,037	-,352**	,430**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,130	,150	,000	,216	,000	,000
	N	1102	1112	1116	1115	1113	1111	1116	1099	1100
Q12	Pearson Correlation	-,279**	,319**	-,254**	,030	,128**	-,237**	,108**	,413**	-,427**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,322	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1102	1112	1115	1114	1111	1108	1115	1096	1098
Q13	Pearson Correlation	,382**	-,277**	,395**	-,012	-,078**	,390**	-,065*	-,413**	,505**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,686	,009	,000	,029	,000	,000
	N	1101	1111	1115	1112	1111	1110	1114	1096	1098
Q14	Pearson Correlation	-,244**	,232**	-,242**	,054	,129**	-,261**	,117**	,349**	-,468**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,069	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1108	1118	1122	1122	1118	1113	1122	1102	1104
Q15	Pearson Correlation	-,198**	,269**	-,181**	,103**	,138**	-,204**	,099**	,308**	-,337**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,001	,000	,000	,001	,000	,000
	N	1072	1082	1083	1085	1078	1077	1083	1067	1067
Q16	Pearson Correlation	,317**	-,220**	,324**	-,047	-,031	,243**	-,005	-,252**	,295**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,117	,306	,000	,870	,000	,000
	N	1081	1090	1096	1092	1090	1087	1093	1077	1078

Correlations

		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
17	Pearson Correlation	-,243**	,327**	-,237**	,092**	,049	-,248**	,047	,454**	-,371**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,002	,106	,000	,118	,000	,000
	N	1093	1103	1108	1106	1103	1100	1107	1089	1089
18	Pearson Correlation	,135**	-,011	,196**	,069*	,034	,117**	,041	-,048	,141**
	Sig (2-tailed)	,000	,709	,000	,024	,269	,000	,185	,123	,000
	N	1054	1059	1063	1060	1057	1056	1061	1048	1049
19	Pearson Correlation	-,328**	,470**	-,305**	,168**	,185**	-,331**	,137**	,438**	-,478**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1105	1115	1119	1118	1114	1113	1119	1099	1100
20	Pearson Correlation	-,441**	,339**	-,395**	,079**	,086**	-,341**	,074*	,480**	-,442**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,009	,004	,000	,014	,000	,000
	N	1086	1096	1100	1100	1096	1093	1100	1086	1085
21	Pearson Correlation	-,271**	,269**	-,309**	,083**	,037	-,291**	,029	,403**	-,352**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,006	,218	,000	,336	,000	,000
	N	1075	1085	1086	1086	1083	1081	1085	1070	1067
22	Pearson Correlation	-,235**	,244**	-,259**	,057	,098**	-,277**	,066*	,333**	-,343**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,056	,001	,000	,028	,000	,000
	N	1106	1117	1121	1119	1117	1113	1121	1100	1104
23	Pearson Correlation	,241**	-,139**	,252**	-,017	-,048	,271**	-,029	-,252**	,387**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,575	,117	,000	,344	,000	,000
	N	1083	1091	1094	1092	1091	1089	1094	1075	1079
24	Pearson Correlation	,212**	-,124**	,234**	,004	-,033	,257**	-,013	-,201**	,260**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,908	,286	,000	,676	,000	,000
	N	1042	1049	1052	1051	1048	1049	1052	1037	1035
25	Pearson Correlation	,203**	-,137**	,268**	,015	-,086**	,205**	-,021	-,210**	,349**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,610	,004	,000	,492	,000	,000
	N	1086	1094	1098	1096	1093	1090	1098	1078	1082

Correlations

		Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18
Q1	Pearson Correlation	,360**	,475**	-,279**	,382**	-,244**	-,198**	,317**	-,243**	,135**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1098	1102	1102	1101	1108	1072	1081	1093	1054
Q2	Pearson Correlation	-,264**	-,267**	,319**	-,277**	,232**	,269**	-,220**	,327**	-,011
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,709
	N	1105	1112	1112	1111	1118	1082	1090	1103	1059
Q3	Pearson Correlation	,394**	,498**	-,254**	,395**	-,242**	-,181**	,324**	-,237**	,196**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1110	1116	1115	1115	1122	1083	1096	1108	1063
Q4	Pearson Correlation	-,010	,045	,030	-,012	,054	,103**	-,047	,092**	,069*
	Sig (2-tailed)	,736	,130	,322	,686	,069	,001	,117	,002	,024
	N	1108	1115	1114	1112	1122	1085	1092	1106	1060
Q5	Pearson Correlation	-,067*	-,043	,128**	-,078**	,129**	,138**	-,031	,049	,034
	Sig (2-tailed)	,026	,150	,000	,009	,000	,000	,306	,106	,269
	N	1107	1113	1111	1111	1118	1078	1090	1103	1057
Q6	Pearson Correlation	,415**	,461**	-,237**	,390**	-,261**	-,204**	,243**	-,248**	,117**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1105	1111	1108	1110	1113	1077	1087	1100	1056
Q7	Pearson Correlation	,015	-,037	,108**	-,065*	,117**	,099**	-,005	,047	,041
	Sig (2-tailed)	,622	,216	,000	,029	,000	,001	,870	,118	,185
	N	1109	1116	1115	1114	1122	1083	1093	1107	1061
Q8	Pearson Correlation	-,412**	-,352**	,413**	-,413**	,349**	,308**	-,252**	,454**	-,048
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,123
	N	1093	1099	1096	1096	1102	1067	1077	1089	1048
Q9	Pearson Correlation	,547**	,430**	-,427**	,505**	-,468**	-,337**	,295**	-,371**	,141**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1094	1100	1098	1098	1104	1067	1078	1089	1049
Q10	Pearson Correlation	1,000	,485**	-,379**	,616**	-,318**	-,228**	,343**	-,347**	,161**
	Sig (2-tailed)	,	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1114	1100	1096	1098	1104	1065	1077	1088	1045
Q11	Pearson Correlation	,485**	1,000	-,384**	,473**	-,329**	-,277**	,354**	-,345**	,136**
	Sig (2-tailed)	,000	,	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1100	1121	1101	1103	1107	1070	1083	1096	1047
Q12	Pearson Correlation	-,379**	-,384**	1,000	-,430**	,443**	,409**	-,234**	,364**	-,036
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,	,000	,000	,000	,000	,000	,246
	N	1096	1101	1120	1099	1108	1073	1078	1095	1051
Q13	Pearson Correlation	,616**	,473**	-,430**	1,000	-,393**	-,319**	,372**	-,357**	,179**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1098	1103	1099	1119	1105	1066	1080	1093	1050
Q14	Pearson Correlation	-,318**	-,329**	,443**	-,393**	1,000	,403**	-,229**	,346**	-,069*
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,	,000	,000	,000	,026
	N	1104	1107	1108	1105	1127	1078	1086	1099	1055
Q15	Pearson Correlation	-,228**	-,277**	,409**	-,319**	,403**	1,000	-,185**	,372**	-,006
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,	,000	,000	,845
	N	1065	1070	1073	1066	1078	1087	1052	1065	1024
Q16	Pearson Correlation	,343**	,354**	-,234**	,372**	-,229**	-,185**	1,000	-,303**	,177**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,	,000	,000
	N	1077	1083	1078	1080	1086	1052	1098	1076	1032

Correlations

		Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18
Q17	Pearson Correlation	-,347**	-,345**	,364**	-,357**	,346**	,372**	-,303**	1,000	-,051
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	.	,098
	N	1088	1096	1095	1093	1099	1065	1076	1112	1042
Q18	Pearson Correlation	,161**	,136**	-,036	,179**	-,069*	-,006	,177**	-,051	1,000
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,246	,000	,026	,845	,000	,098	.
	N	1045	1047	1051	1050	1055	1024	1032	1042	1066
Q19	Pearson Correlation	-,421**	-,408**	,451**	-,474**	,430**	,364**	-,382**	,476**	-,087**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,005
	N	1098	1107	1105	1103	1109	1075	1083	1097	1051
Q20	Pearson Correlation	-,496**	-,503**	,446**	-,520**	,339**	,322**	-,401**	,524**	-,151**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1084	1092	1088	1087	1093	1059	1068	1079	1039
Q21	Pearson Correlation	-,386**	-,350**	,355**	-,376**	,266**	,351**	-,285**	,633**	-,045
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,153
	N	1068	1074	1076	1073	1082	1051	1054	1072	1029
Q22	Pearson Correlation	-,310**	-,361**	,344**	-,346**	,365**	,270**	-,298**	,377**	-,100**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,001
	N	1100	1109	1106	1107	1115	1076	1084	1099	1053
Q23	Pearson Correlation	,322**	,327**	-,248**	,317**	-,340**	-,159**	,227**	-,189**	,181**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1076	1084	1082	1080	1087	1052	1066	1079	1037
Q24	Pearson Correlation	,286**	,256**	-,194**	,265**	-,228**	-,101**	,286**	-,194**	,172**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,001	,000	,000	,000
	N	1038	1041	1043	1039	1046	1016	1030	1038	1004
Q25	Pearson Correlation	,313**	,228**	-,220**	,282**	-,279**	-,131**	,296**	-,234**	,246**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1080	1084	1085	1084	1090	1057	1068	1078	1042

Correlations

		Q19	Q20	Q21	Q22	Q23	Q24	Q25
Q1	Pearson Correlation	-,328**	-,441**	-,271**	-,235**	,241**	,212**	,203**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1105	1086	1075	1106	1083	1042	1086
Q2	Pearson Correlation	,470**	,339**	,269**	,244**	-,139**	-,124**	-,137**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1115	1096	1085	1117	1091	1049	1094
Q3	Pearson Correlation	-,305**	-,395**	-,309**	-,259**	,252**	,234**	,268**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1119	1100	1086	1121	1094	1052	1098
Q4	Pearson Correlation	,168**	,079**	,083**	,057	-,017	,004	,015
	Sig (2-tailed)	,000	,009	,006	,056	,575	,908	,610
	N	1118	1100	1086	1119	1092	1051	1096
Q5	Pearson Correlation	,185**	,086**	,037	,098**	-,048	-,033	-,086**
	Sig (2-tailed)	,000	,004	,218	,001	,117	,286	,004
	N	1114	1096	1083	1117	1091	1048	1093
Q6	Pearson Correlation	-,331**	-,341**	-,291**	-,277**	,271**	,257**	,206**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1113	1093	1081	1113	1089	1049	1090
Q7	Pearson Correlation	,137**	,074*	,029	,066*	-,029	-,013	-,021
	Sig (2-tailed)	,000	,014	,336	,028	,344	,676	,492
	N	1119	1100	1085	1121	1094	1052	1098
Q8	Pearson Correlation	,438**	,480**	,403**	,333**	-,252**	-,201**	-,210**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1099	1086	1070	1100	1075	1037	1078
Q9	Pearson Correlation	-,478**	-,442**	-,352**	-,343**	,387**	,260**	,349**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1100	1085	1067	1104	1079	1035	1082
Q10	Pearson Correlation	-,421**	-,496**	-,386**	-,310**	,322**	,286**	,313**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1098	1084	1068	1100	1076	1038	1080
Q11	Pearson Correlation	-,408**	-,503**	-,350**	-,361**	,327**	,256**	,228**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1107	1092	1074	1109	1084	1041	1084
Q12	Pearson Correlation	,451**	,446**	,355**	,344**	-,248**	-,194**	-,220**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1105	1088	1076	1106	1082	1043	1085
Q13	Pearson Correlation	-,474**	-,520**	-,376**	-,346**	,317**	,265**	,282**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1103	1087	1073	1107	1080	1039	1084
Q14	Pearson Correlation	,430**	,339**	,266**	,365**	-,340**	-,228**	-,279**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1109	1093	1082	1115	1087	1046	1090
Q15	Pearson Correlation	,364**	,322**	,351**	,270**	-,159**	-,101**	-,131**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,001	,000
	N	1075	1059	1051	1076	1052	1016	1057
Q16	Pearson Correlation	-,382**	-,401**	-,285**	-,298**	,227**	,286**	,296**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1083	1068	1054	1084	1066	1030	1068

Correlations

		Q19	Q20	Q21	Q22	Q23	Q24	Q25
Q17	Pearson Correlation	,476**	,524**	,633**	,377**	-,189**	-,194**	-,234**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1097	1079	1072	1099	1079	1038	1078
Q18	Pearson Correlation	-,087**	-,151**	-,045	-,100**	,181**	,172**	,246**
	Sig (2-tailed)	,005	,000	,153	,001	,000	,000	,000
	N	1051	1039	1029	1053	1037	1004	1042
Q19	Pearson Correlation	1,000	,577**	,395**	,377**	-,350**	-,251**	-,283**
	Sig (2-tailed)	,	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1123	1093	1078	1109	1082	1043	1087
Q20	Pearson Correlation	,577**	1,000	,534**	,346**	-,285**	-,285**	-,316**
	Sig (2-tailed)	,000	,	,000	,000	,000	,000	,000
	N	1093	1105	1062	1093	1066	1028	1071
Q21	Pearson Correlation	,395**	,534**	1,000	,441**	-,217**	-,162**	-,194**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,	,000	,000	,000	,000
	N	1078	1062	1090	1080	1058	1026	1058
Q22	Pearson Correlation	,377**	,346**	,441**	1,000	-,280**	-,179**	-,224**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,	,000	,000	,000
	N	1109	1093	1080	1126	1084	1044	1088
Q23	Pearson Correlation	-,350**	-,285**	-,217**	-,280**	1,000	,348**	,418**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,	,000	,000
	N	1082	1066	1058	1084	1099	1025	1067
Q24	Pearson Correlation	-,251**	-,285**	-,162**	-,179**	,348**	1,000	,382**
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,	,000
	N	1043	1028	1026	1044	1025	1056	1031
Q25	Pearson Correlation	-,283**	-,316**	-,194**	-,224**	,418**	,382**	1,000
	Sig (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,
	N	1087	1071	1058	1088	1067	1031	1102

** Correlation is significant at the 0 01 level (2-tailed)

* Correlation is significant at the 0 05 level (2-tailed)

νακας 3: KMO and Bartlett's Tests

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy		,933
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	8291,031
	df	276
	Sig.	,000

Πίνακας 4: Component Matrix[a]

	Component	
	1	2
Q1	-,553	,320
Q2	,479	,331
Q3	-,561	,418
Q4		,560
Q5	,164	,444
Q6	-,562	,225
Q7	,119	,441
Q8	,637	,186
Q9	-,716	
Q10	-,695	,191
Q11	-,682	,246
Q12	,628	,191
Q13	-,717	,103
Q14	,595	,157
Q15	,505	,334
Q16	-,533	,164
Q17	,636	,223
Q19	,725	,224
Q20	,753	
Q21	,628	,134
Q22	,569	
Q23	-,504	,199
Q24	-,426	,273
Q25	-,468	,218

Extraction Method: Principal Component Analysis

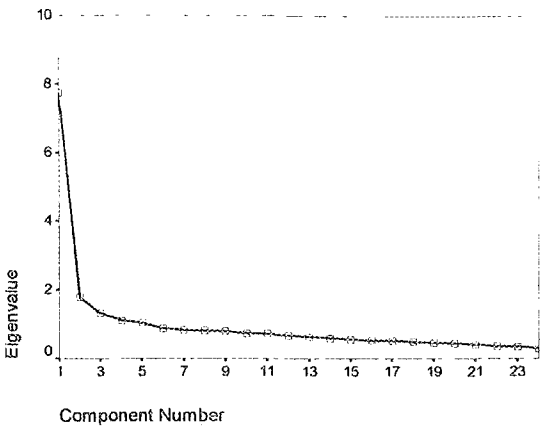
a 2 components extracted

Πίνακας 5: Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	7,753	32,306	32,306	7,753	32,306	32,306
2	1,775	7,397	39,703	1,775	7,397	39,703
3	1,326	5,525	45,228			
4	1,102	4,593	49,820			
5	1,038	4,323	54,144			
6	,875	3,645	57,789			
7	,831	3,461	61,250			
8	,807	3,362	64,613			
9	,792	3,301	67,914			
10	,722	3,006	70,920			
11	,715	2,978	73,898			
12	,665	2,771	76,668			
13	,632	2,632	79,301			
14	,589	2,455	81,755			
15	,558	2,326	84,081			
16	,525	2,187	86,268			
17	,512	2,134	88,402			
18	,490	2,041	90,443			
19	,460	1,918	92,361			
20	,443	1,848	94,209			
21	,400	1,667	95,876			
22	,357	1,488	97,365			
23	,341	1,422	98,786			
24	,291	1,214	100,000			

xtraction Method: Principal Component Analysis.

Διάγραμμα 27 Scree Plot



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β΄

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΣΕ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ

Κυκλώστε τη θέση 1 αν θεωρείτε ότι η δήλωση είναι μάλλον αληθινή
Κυκλώστε τη θέση 2 αν θεωρείτε ότι η δήλωση είναι μάλλον εσφαλμένη
Κυκλώστε τη θέση 3 αν θεωρείτε ότι δεν μπορείτε να εκφέρετε γνώμη για την αλήθεια η μη της δήλωσης

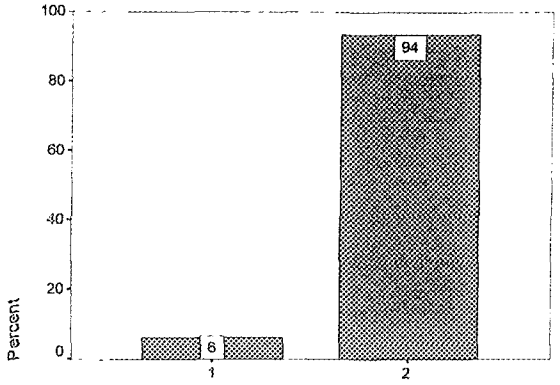
		Μάλλον Ναι	Μάλλον Όχι	Δεν γνωρίζω Δεν απαντώ
1	Μου φαίνεται ότι τα μαθηματικά μπορούν να γίνουν εμπόδιο σε μία 'νορμάλ' συναισθηματική ζωή	1	2	3
2	Αυτό που μου αρέσει στα μαθηματικά είναι η συνοχή και η ενότητα τους	1	2	3
3	Έχω συχνά την εντύπωση ότι, αν υπάρχει ένα εμπόδιο σε ένα πρόβλημα, έχω τον τρόπο να το υπερπηδήσω	1	2	3
4	Στα μαθηματικά αυτό που με ενδιαφέρει είναι ένας συγκεκριμένος τρόπος λειτουργίας της σκέψης, το περιεχόμενο είναι για μένα δευτερεύον	1	2	3
5	Στα μαθηματικά έχω συχνά, την ευχαρίστηση να βλέπω τα πράγματα να μπαίνουν σε τάξη και οργάνωση	1	2	3
6	Η εμβάθυνση στα μαθηματικά μοιάζει με το άνοιγμα μίας τρύπας, που μπορεί να με απορροφήσει και να χαθώ μέσα	1	2	3
7	Το να ανακαλύπτω κάτι στα μαθηματικά ισοδυναμεί για μένα με θαύμα και αποκάλυψη	1	2	3
8	Πιστεύω ότι τα μαθηματικά είναι καλά για τους τεμπέληδες, γιατί με λίγα πράγματα μπορείς να κάνεις πολλά	1	2	3
9	Αυτό που μου αρέσει στα μαθηματικά είναι η ακρίβεια στη διατύπωση που διαθέτουν	1	2	3
10	Τα μαθηματικά είναι ένα παιχνίδι όπου όλα τα δεδομένα βρίσκονται στο χέρι μου	1	2	3

11 Συχνά, η ενασχόληση μου με τα μαθηματικά εκπορεύεται από την ανάγκη να αποδείξω ότι είμαι ικανός να καταφέρω κάτι	1	2	3
12 Είναι φορές που αναρωτιέμαι μήπως η επιλογή που έκανα, με το να στραφώ στα μαθηματικά, με έχει στερήσει από κάποιες προσωπικές συγκινήσεις	1	2	3
13 Τα μαθηματικά μου επιτρέπουν να καταλάβω την αρχιτεκτονική του κόσμου.	1	2	3
14 Ευτυχώς που υπάρχουν τα μαθηματικά, γιατί αυτά με βοηθούν να ζήσω	1	2	3
15 Όταν βρίσκω τη λύση σε ένα πρόβλημα, ξέρω ότι είναι καλή	1	2	3
16 Τα μαθηματικά είναι ένα μοναχικό παιχνίδι	1	2	3
17 Στα μαθηματικά έχω την εντύπωση ότι βρίσκομαι σε μια προσωπική επικράτεια όπου κανένας δεν μπορεί να επέμβει	1	2	3
18 Πέτυχα στα μαθηματικά, όταν αισθάνθηκα ισχυρότερος από τους άλλους	1	2	3
19 Είμαι σίγουρος ότι στα μαθηματικά δεν υπάρχει αταξία	1	2	3
20 Για μένα τα μαθηματικά είναι: διασκέδαση, απόλαυση, διακοπές	1	2	3
21 Έχω την εντύπωση ότι στα μαθηματικά, με ένα δοσμένο υλικό μπορείς να κατασκευάσεις ένα σωρό πράγματα	1	2	3
22 Για να ασχοληθώ με τα μαθηματικά, έχω την εντύπωση ότι πρέπει να μπω σε μια ασκητική ατμόσφαιρα	1	2	3
23 Τα μαθηματικά πλέον, δεν με ενδιαφέρουν αρκετά· έχω την επιθυμία να κάνω άλλα πράγματα	1	2	3
24 Στα μαθηματικά μπορώ να απελευθερώσω κάποια επιθετικότητα με κάθε ασφάλεια	1	1	2
25 Για μένα τα μαθηματικά είναι ένα σκληρό ναρκωτικό χωρίς να έχει τις αντίστοιχες κοινωνικές επιπτώσεις	1	2	3
26 Στα μαθηματικά έχω την εντύπωση ότι εκεί που αρχικά φαίνεται να υπάρχει το χάος, τελικά πάντα εγκαθίσταται η ενότητα	1	2	3

27 Για μένα τα μαθηματικά είναι μια μάχη, ένας αγώνας μετ' εμποδίων, είναι η βία υπό τη μορφή ενός παιχνιδιού	1	2	3
28 Η ασχολία με τα μαθηματικά είναι για μένα μια σοβαρή επιστημονική δραστηριότητα	1	2	3
29 Έχω ένα αίσθημα ηρεμίας, όταν έχω βρει τη λύση σε ένα πρόβλημα	1	2	3
30 Μόνο στα μαθηματικά μπορώ να είμαι σίγουρος για την αλήθεια	1	2	3
31 Σκέπτομαι ότι χάρη στη μαθηματικά μπορεί κάποιος να συλλογίζεται σωστά	1	2	3
32 Για μένα τα μαθηματικά είναι, κάποιες φορές ένα καταφύγιο· όταν έχω έγνοιες με εμποδίζει να τις σκέφτομαι	1	2	3
33 Στα μαθηματικά βρίσκω ευχαρίστηση, όταν μπορώ να πηγαίνω από την πολυπλοκότητα στην ενότητα	1	2	3

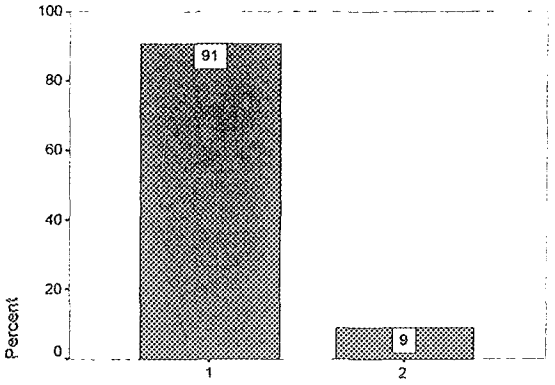
1=μάλλον συμφωνώ, 2=μάλλον διαφωνώ

Διάγραμμα 39 q1



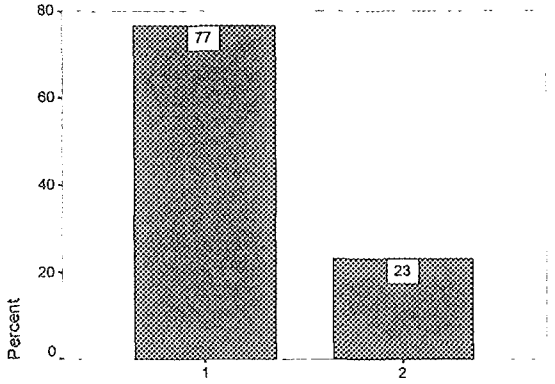
Τα μαθ αποτελούν εμπόδιο στο συναίσθημα

Διάγραμμα 40 q2



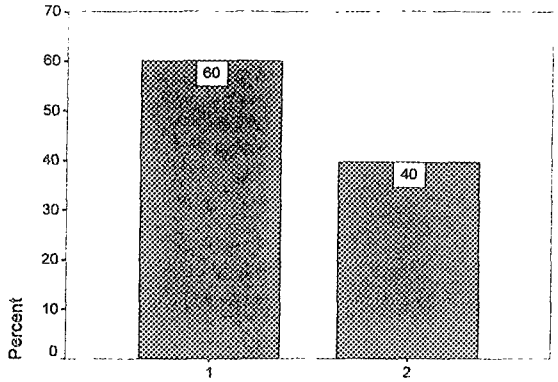
Τα μαθ είναι ελκυστικά λόγω της συνοχής και ενότητάς τους

Διάγραμμα 41 q3



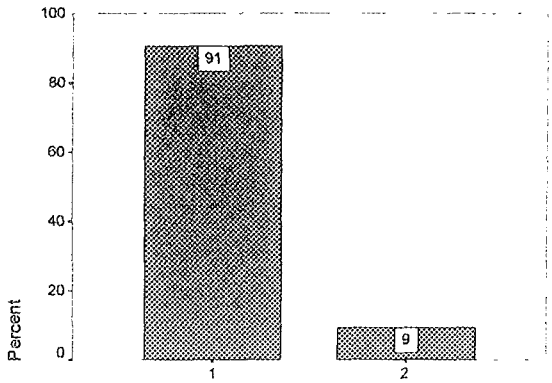
Στα μαθ προβλήματα είναι ευκολο να ξεπεραστουν οι τυχόν δυσκολίες

Διάγραμμα 42 q4



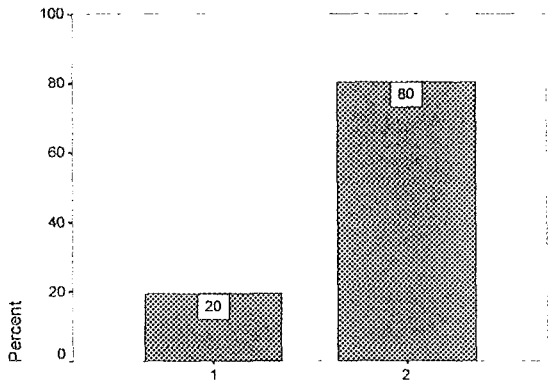
Στα μαθ η σκέψη είναι πιό σημαντική απο το περιεχόμενο

Διάγραμμα 43 q5



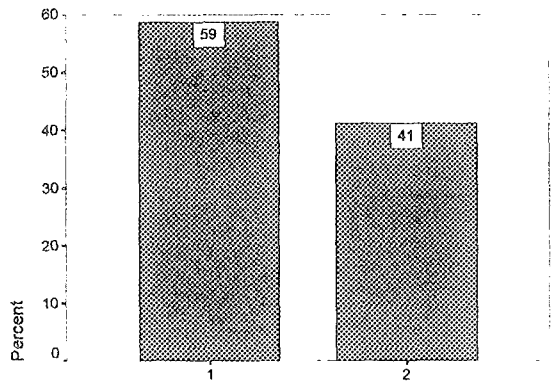
Τα μαθ είναι ελκυστικά λόγω της τάξης και οργάνωσης

Διάγραμμα 44 q6



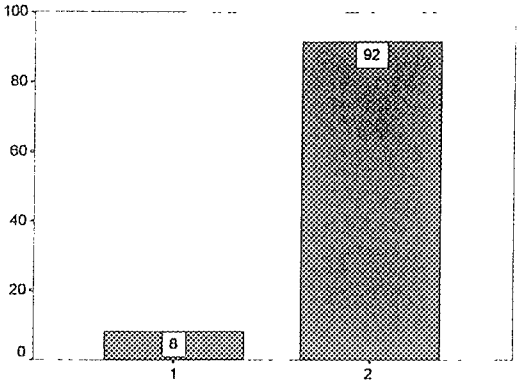
Η εμβάθυνση στα μαθ ενέχει κινδύνους

Διάγραμμα 45 q7



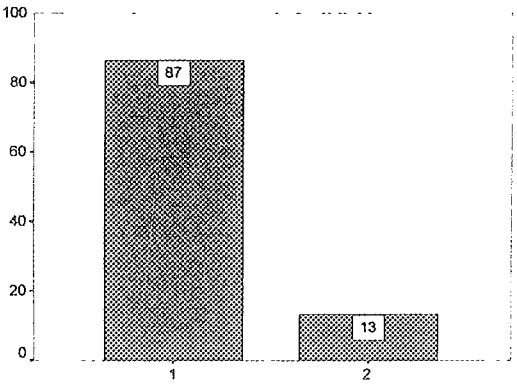
Οι μαθηματικές ανακαλύψεις αποτελούν ένα θαυμα

Διάγραμμα 46 q8



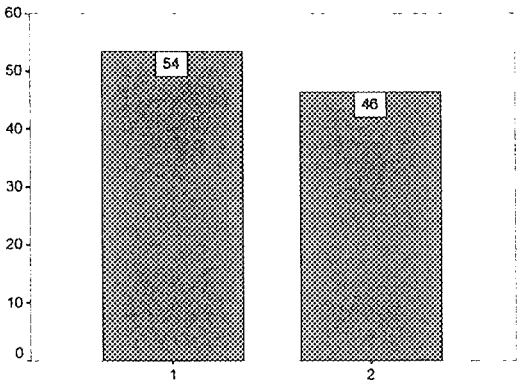
Τα μαθ είναι χρήσιμα στους τεμπέληδες

Διάγραμμα 47 q9



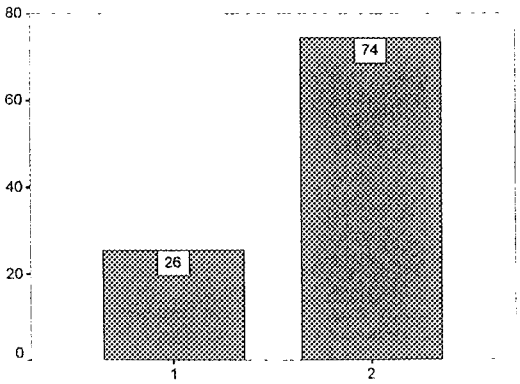
Τα μαθ είναι ελκυστικά λόγω της ακρίβειας στη διατυπωση

Διάγραμμα 48 q10



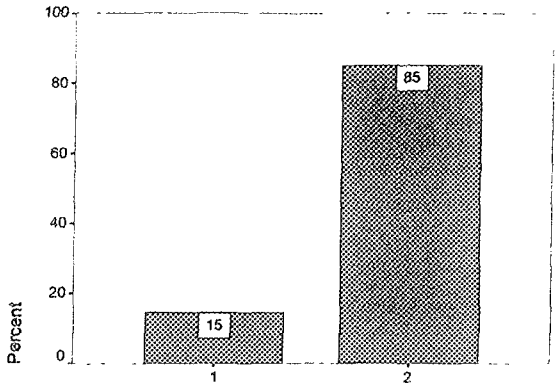
Τα μαθ είναι ένα παιγνίδι που ο παίκτης το ελέγχει πλήρως

Διάγραμμα 49 q11



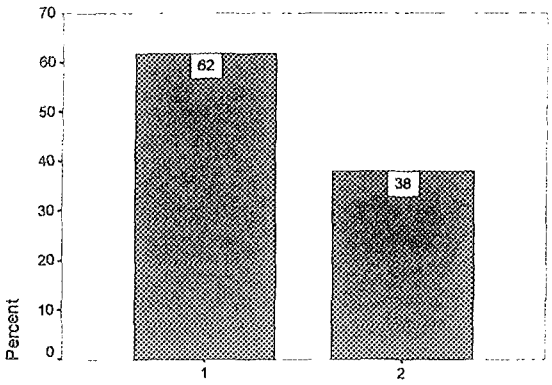
Η ενασχόληση με τα μαθ αποτελεί απόδειξη ικανοτήτων

Διάγραμμα 50 q12



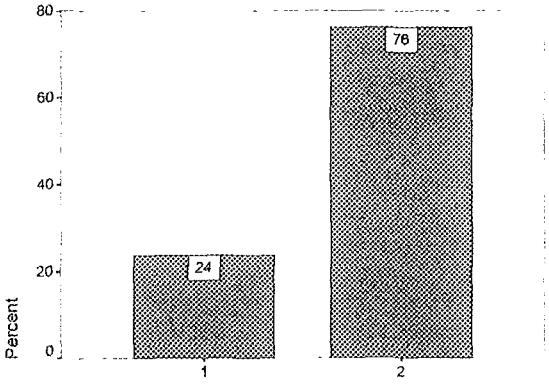
Τα μαθ δεν ευνοούν την έκφραση κάποιων προσωπικών συγκινήσεων

Διάγραμμα 51 q13



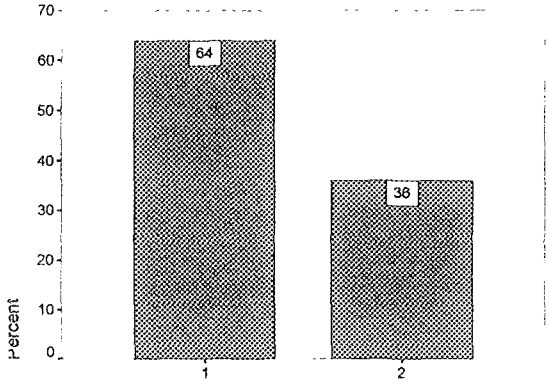
Τα μαθ βοηθούν στην κατανόηση της αρχιτεκτονικής του κόσμο

Διάγραμμα 52 q14



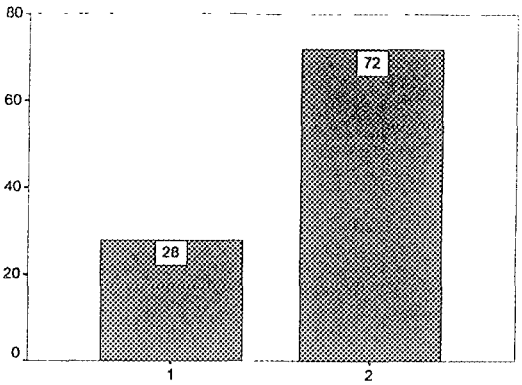
Τα μαθ βοηθουν στην ψυχική επιβίωση

Διάγραμμα 53 q15



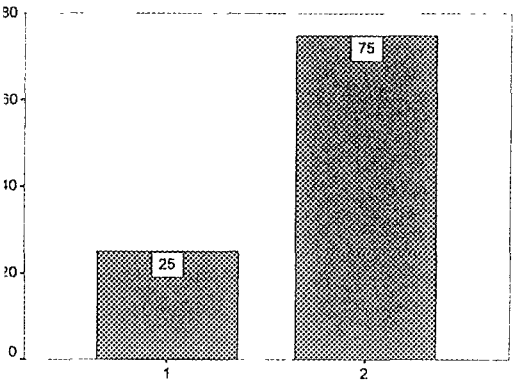
Είναι πάντα εφικτό να βρεθεί μια καλή λυση σε ένα μαθ πρόβλημα

Διάγραμμα 54 q16



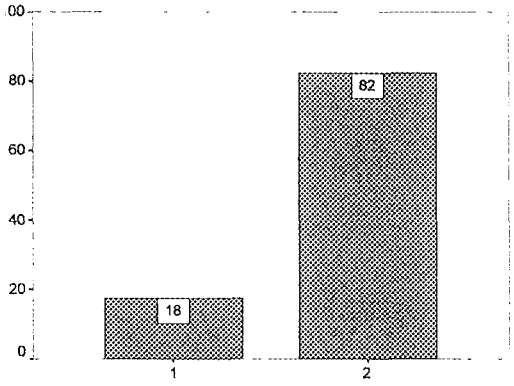
Τα μαθ είναι ένα μοναχικό παιγνίδι

Διάγραμμα 55 q17



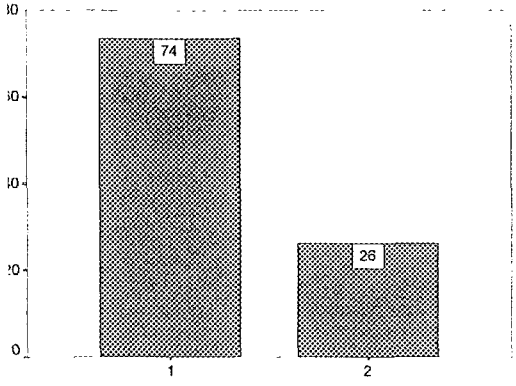
Τα μαθ αποτελούν απροσπέλαστη προσωπική επικράτεια

Διάγραμμα 56 q18



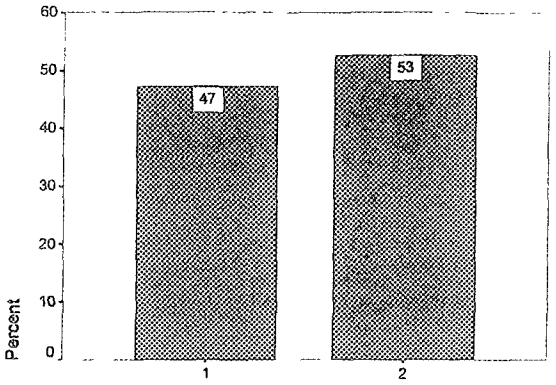
Στα μαθ πετυχαίνουν τα πλέον ισχυρά άτομα

Διάγραμμα 57 q19



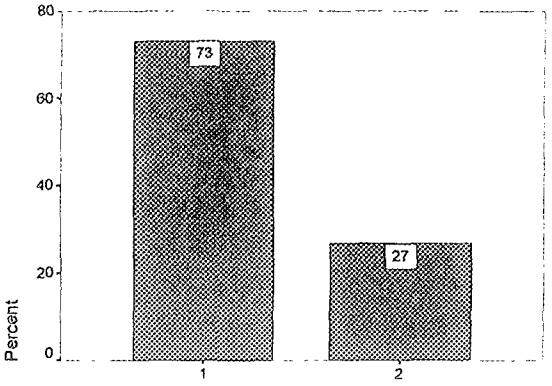
Στα μαθ δεν υπάρχει αταξία

Διάγραμμα 58 q20



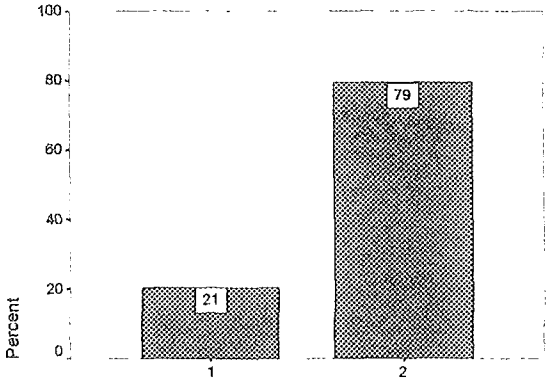
Τα μαθ είναι διασκέδαση, απόλαυση, διακοπές

Διάγραμμα 59 q21



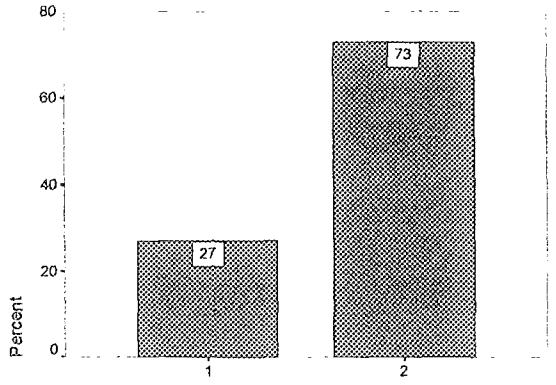
Στα μαθ εμπεριέχονται απέραντες δυνατότητες προς δημιουργία

Διάγραμμα 60 q22



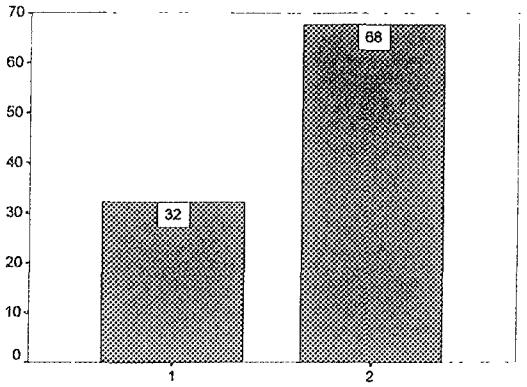
Η ενασχόληση με τα μαθ απαιτεί ασκητική διάθεση

Διάγραμμα 61 q23



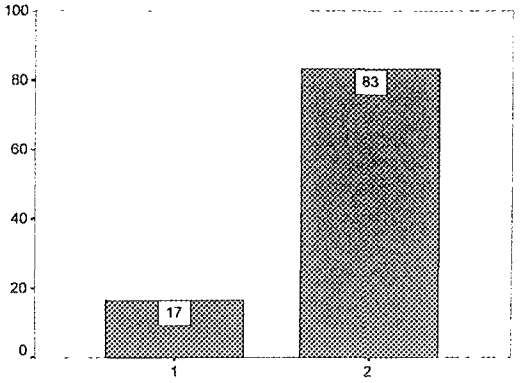
Η ενασχόληση με τα μαθ έπαυσε να προσφέρει ενδιαφέρον

Διάγραμμα 62 q24



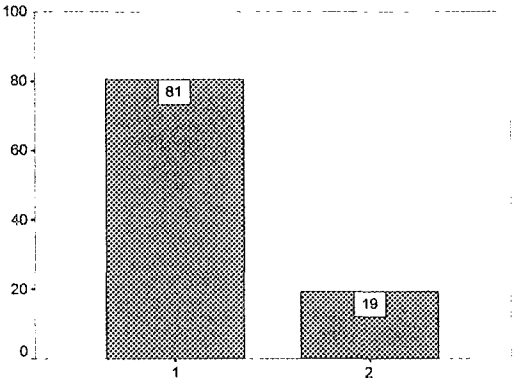
Τα μαθ επιτρέπουν την εκ του ασφαλους έκφραση της επιθετικότητας

Διάγραμμα 63 q25



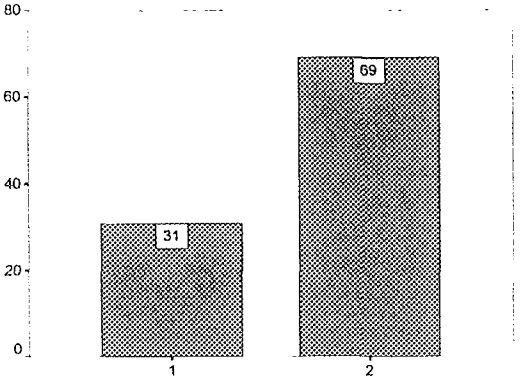
Τα μαθ είναι ένα κοινωνικά αποδεκτό σκληρό ναρκωτικό

Διάγραμμα 64 26



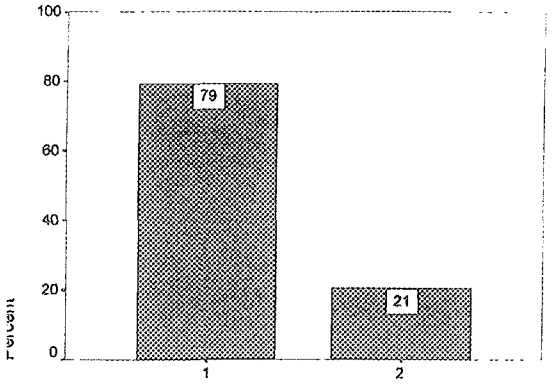
Τα μαθ δημιουργούν, απο το χάος, ενότητα και αρμονία

Διάγραμμα 65 q27



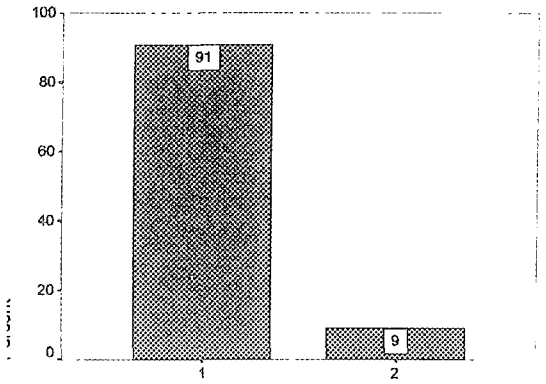
Τα μαθ είναι ένα άθλημα που υποκρύπτει βία

Διάγραμμα 66 q28



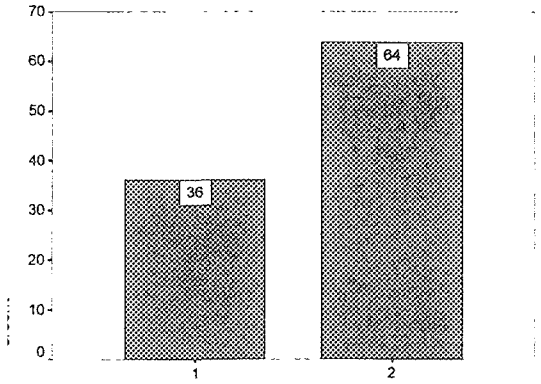
Τα μαθ είναι μια σοβαρή επιστημονική δραστηριότητα

Διάγραμμα 67 q29



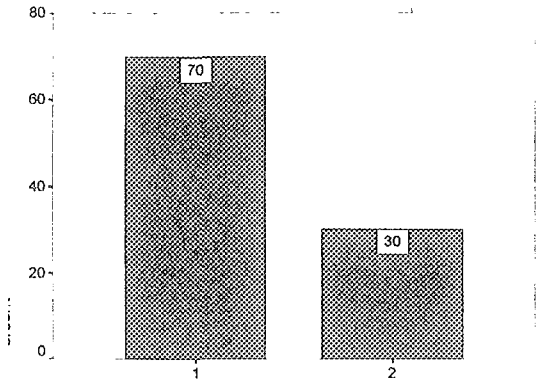
Η λυση ενός μαθηματικού προβλήματος επιφέρει ψυχική ηρεμία

Διάγραμμα 68 q30



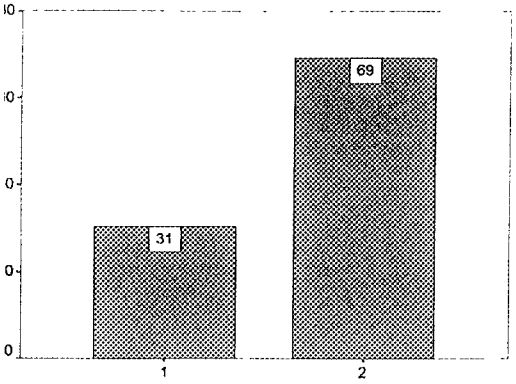
Μόνο τα μαθ οδηγούν σε αξιόπιστα αποτελέσματα

Διάγραμμα 69 q31



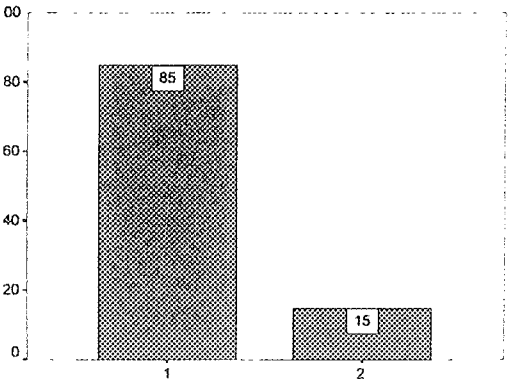
Τα μαθ βοηθουν τη συλλογιστική ικανότητα

Διάγραμμα 70 q32



Τα μαθ αποτελούν ένα καταφύγιο

Διάγραμμα 71 q33



Τα μαθ επιτρέπουν τη μετάβαση από το πολύπλοκο στο απλό

Πίνακας 29 KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy		,789
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	2895,316
	df	528
	Sig.	,000

Πίνακας 30:[a]

	Component	
	1	2
Q1	-,406	,500
Q2	,606	-,391
Q3	,355	,197
Q4		
Q5	,554	-,447
Q6	-,368	,453
Q7	,388	
Q8		
Q9	,523	-,373
Q10	,410	,193
Q11	,472	,475
Q12	-,405	,459
Q13	,441	
Q14	,453	,412
Q15	,413	,245
Q16	,159	,201
Q17	,471	,466
Q18	,404	,543
Q19	,461	-,251
Q20	,324	
Q21	,426	,227
Q22	,423	,494
Q23	-,206	,238
Q24	,398	,352
Q25	,371	,536
Q26	,542	-,212
Q27	,434	,445
Q28	,407	-,302
Q29	,556	-,326
Q30	,359	
Q31	,452	
Q32	,429	,224
Q33	,520	-,289

traction Method Principal Component Analysis

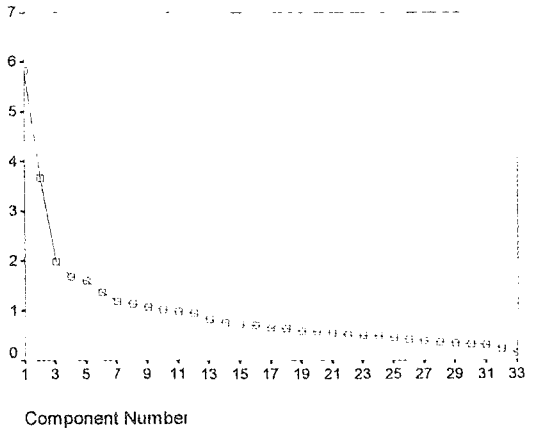
a 2 components extracted

Πίνακας 31: Total Variance Explained

mponent	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
	5,827	17,659	17,659	5,827	17,659	17,659
	3,669	11,118	28,777	3,669	11,118	28,777
	1,989	6,027	34,804			
	1,688	5,116	39,920			
	1,606	4,866	44,786			
	1,373	4,162	48,948			
	1,192	3,613	52,561			
	1,132	3,431	55,992			
	1,070	3,242	59,234			
	1,020	3,092	62,326			
	,984	2,982	65,307			
	,940	2,848	68,155			
	,817	2,474	70,630			
	,753	2,281	72,911			
	,717	2,173	75,083			
	,711	2,153	77,237			
	,653	1,978	79,215			
	,639	1,935	81,151			
	,594	1,800	82,951			
	,574	1,740	84,691			
	,552	1,673	86,364			
	,508	1,540	87,904			
	,499	1,511	89,415			
	,492	1,492	90,907			
	,453	1,372	92,279			
	,418	1,267	93,546			
	,393	1,189	94,735			
	,372	1,127	95,862			
	,359	1,087	96,949			
	,327	,991	97,940			
	,308	,934	98,874			
	,234	,709	99,583			
	,138	,417	100,000			

ction Method Principal Component Analysis

Διάγραμμα 73 Scree Plot



* CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q2	q2-1	Count	32	283	4	319
		Expected Count	30,9	264,5	23,6	319,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	94,1%	97,3%	15,4%	90,9%
		Adjusted Residual	,7	9,1	-13,9	
	q2-2	Count	2	8	22	32
		Expected Count	3,1	26,5	2,4	32,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	5,9%	2,7%	84,6%	9,1%
		Adjusted Residual	-,7	-9,1	13,9	
Total		Count	34	291	26	351
		Expected Count	34,0	291,0	26,0	351,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	193,534[a]	2	,000
Likelihood Ratio	103,455	2	,000
Linear-by-Linear Association	86,452	1	,000
N of Valid Cases	351		

a 2 cells (33,3%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 2,37

* CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q5	q5-1	Count	36	287	6	329
		Expected Count	35,3	269,2	24,5	329,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	92,3%	96,6%	22,2%	90,6%
		Adjusted Residual	,4	8,3	-12,7	
	q5-2	Count	3	10	21	34
		Expected Count	3,7	27,8	2,5	34,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	7,7%	3,4%	77,8%	9,4%
		Adjusted Residual	-,4	-8,3	12,7	
Total		Count	39	297	27	363
		Expected Count	39,0	297,0	27,0	363,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	161,575[a]	2	,000
Likelihood Ratio	88,499	2	,000
Linear-by-Linear Association	65,489	1	,000
N of Valid Cases	363		

a 2 cells (33,3%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 2,53

Q6 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q6	q6-1	Count	5	55	10	70
		Expected Count	7,6	57,3	5,1	70,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	12,8%	18,8%	38,5%	19,6%
		Adjusted Residual	-1,1	-,8	2,5	
	q6-2	Count	34	238	16	288
		Expected Count	31,4	235,7	20,9	288,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	87,2%	81,2%	61,5%	80,4%
		Adjusted Residual	1,1	,8	-2,5	
Total		Count	39	293	26	358
		Expected Count	39,0	293,0	26,0	358,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	7,147[a]	2	,028
Likelihood Ratio	6,316	2	,043
Linear-by-Linear Association	5,588	1	,018
N of Valid Cases	358		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 5,08

Q8 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q8	q8-1	Count	9	34	0	43
		Expected Count	4,9	35,0	3,1	43,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	23,1%	12,1%	,0%	12,5%
		Adjusted Residual	2,1	-,4	-2,0	
	q8-2	Count	30	247	25	302
		Expected Count	34,1	246,0	21,9	302,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	76,9%	87,9%	100,0%	87,5%
		Adjusted Residual	-2,1	,4	2,0	
Total		Count	39	281	25	345
		Expected Count	39,0	281,0	25,0	345,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	7,620[a]	2	,022
Likelihood Ratio	10,024	2	,007
Linear-by-Linear Association	7,584	1	,006
N of Valid Cases	345		

a 2 cells (33,3%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 3,12

Q9 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q9	q9-1	Count	34	270	6	310
		Expected Count	33,8	253,7	22,5	310,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	87,2%	92,2%	23,1%	86,6%
		Adjusted Residual	,1	6,6	-9,9	
	q9-2	Count	5	23	20	48
		Expected Count	5,2	39,3	3,5	48,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	12,8%	7,8%	76,9%	13,4%
		Adjusted Residual	-,1	-6,6	9,9	
Total		Count	39	293	26	358
		Expected Count	39,0	293,0	26,0	358,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	98,150[a]	2	,000
Likelihood Ratio	62,989	2	,000
Linear-by-Linear Association	37,314	1	,000
N of Valid Cases	358		

a 1 cells (16,7%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 3,49

Q11 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q11	q11-1	Count	34	53	1	88
		Expected Count	9,9	71,7	6,4	88,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	87,2%	18,9%	4,0%	25,5%
		Adjusted Residual	9,4	-5,9	-2,6	
	q11-2	Count	5	228	24	257
		Expected Count	29,1	209,3	18,6	257,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	12,8%	81,1%	96,0%	74,5%
		Adjusted Residual	-9,4	5,9	2,6	
Total		Count	39	281	25	345
		Expected Count	39,0	281,0	25,0	345,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	90,685[a]	2	,000
Likelihood Ratio	81,418	2	,000
Linear-by-Linear Association	71,648	1	,000
N of Valid Cases	345		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 6,38

Q12 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q12	q12-1	Count	2	41	9	52
		Expected Count	5,7	42,5	3,8	52,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	5,1%	14,1%	34,6%	14,6%
		Adjusted Residual	-1,8	-,6	3,0	
	q12-2	Count	37	250	17	304
		Expected Count	33,3	248,5	22,2	304,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	94,9%	85,9%	65,4%	85,4%
		Adjusted Residual	1,8	,6	-3,0	
Total		Count	39	291	26	356
		Expected Count	39,0	291,0	26,0	356,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	11,217[a]	2	,004
Likelihood Ratio	10,119	2	,006
Linear-by-Linear Association	9,812	1	,002
N of Valid Cases	356		

a 1 cells (16,7%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 3,80

Q13 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q13	q13-1	Count	25	170	10	205
		Expected Count	22,9	165,4	16,7	205,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	67,6%	63,7%	37,0%	61,9%
		Adjusted Residual	,7	1,3	-2,8	
	q13-2	Count	12	97	17	126
		Expected Count	14,1	101,6	10,3	126,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	32,4%	36,3%	63,0%	38,1%
		Adjusted Residual	-,7	-1,3	2,8	
Total		Count	37	267	27	331
		Expected Count	37,0	267,0	27,0	331,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	7,938[a]	2	,019
Likelihood Ratio	7,679	2	,022
Linear-by-Linear Association	5,149	1	,023
N of Valid Cases	331		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 10,28

Q14 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q14	q14-1	Count	33	42	4	79
		Expected Count	8,8	64,1	6,2	79,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	89,2%	15,6%	15,4%	23,7%
		Adjusted Residual	9,9	-7,3	-1,0	
	q14-2	Count	4	228	22	254
		Expected Count	28,2	205,9	19,8	254,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	10,8%	84,4%	84,6%	76,3%
		Adjusted Residual	-9,9	7,3	1,0	
Total		Count	37	270	26	333
		Expected Count	37,0	270,0	26,0	333,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	98,584[a]	2	,000
Likelihood Ratio	83,809	2	,000
Linear-by-Linear Association	61,261	1	,000
N of Valid Cases	333		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 6,17

Q15 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q15	q15-1	Count	25	177	10	212
		Expected Count	22,4	172,3	17,3	212,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	71,4%	65,8%	37,0%	64,0%
		Adjusted Residual	1,0	1,4	-3,1	
	q15-2	Count	10	92	17	119
		Expected Count	12,6	96,7	9,7	119,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	28,6%	34,2%	63,0%	36,0%
		Adjusted Residual	-1,0	-1,4	3,1	
Total		Count	35	269	27	331
		Expected Count	35,0	269,0	27,0	331,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	9,741[a]	2	,008
Likelihood Ratio	9,317	2	,009
Linear-by-Linear Association	6,833	1	,009
N of Valid Cases	331		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 9,71

Q17 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q17	q17-1	Count	35	48	3	86
		Expected Count	9,5	69,7	6,8	86,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	92,1%	17,3%	11,1%	25,1%
		Adjusted Residual	10,1	-6,9	-1,7	
	q17-2	Count	3	230	24	257
		Expected Count	28,5	208,3	20,2	257,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	7,9%	82,7%	88,9%	74,9%
		Adjusted Residual	-10,1	6,9	1,7	
Total		Count	38	278	27	343
		Expected Count	38,0	278,0	27,0	343,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	102,709[a]	2	,000
Likelihood Ratio	90,677	2	,000
Linear-by-Linear Association	70,202	1	,000
N of Valid Cases	343		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 6,77

Q18 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q18	q18-1	Count	34	24	2	60
		Expected Count	6,7	48,8	4,6	60,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	89,5%	8,6%	7,7%	17,5%
		Adjusted Residual	12,4	-9,0	-1,4	
	q18-2	Count	4	254	24	282
		Expected Count	31,3	229,2	21,4	282,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	10,5%	91,4%	92,3%	82,5%
		Adjusted Residual	-12,4	9,0	1,4	
Total		Count	38	278	26	342
		Expected Count	38,0	278,0	26,0	342,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	152,914[a]	2	,000
Likelihood Ratio	114,533	2	,000
Linear-by-Linear Association	96,885	1	,000
N of Valid Cases	342		

a 1 cells (16,7%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 4,56

Q19 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q19	q19-1	Count	30	220	4	254
		Expected Count	28,0	206,1	19,9	254,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	78,9%	78,6%	14,8%	73,6%
		Adjusted Residual	,8	4,3	-7,2	
	q19-2	Count	8	60	23	91
		Expected Count	10,0	73,9	7,1	91,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	21,1%	21,4%	85,2%	26,4%
		Adjusted Residual	-,8	-4,3	7,2	
Total		Count	38	280	27	345
		Expected Count	38,0	280,0	27,0	345,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	52,170[a]	2	,000
Likelihood Ratio	45,373	2	,000
Linear-by-Linear Association	25,452	1	,000
N of Valid Cases	345		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 7,12

Q20 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q20	q20-1	Count	26	122	9	157
		Expected Count	16,6	127,7	12,8	157,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	74,3%	45,2%	33,3%	47,3%
		Adjusted Residual	3,4	-1,6	-1,5	
	q20-2	Count	9	148	18	175
		Expected Count	18,4	142,3	14,2	175,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	25,7%	54,8%	66,7%	52,7%
		Adjusted Residual	-3,4	1,6	1,5	
Total		Count	35	270	27	332
		Expected Count	35,0	270,0	27,0	332,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	12,823[a]	2	,002
Likelihood Ratio	13,206	2	,001
Linear-by-Linear Association	11,304	1	,001
N of Valid Cases	332		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 12,77

Q21 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q21	q21-1	Count	33	207	11	251
		Expected Count	27,8	203,4	19,8	251,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	86,8%	74,5%	40,7%	73,2%
		Adjusted Residual	2,0	1,1	-4,0	
	q21-2	Count	5	71	16	92
		Expected Count	10,2	74,6	7,2	92,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	13,2%	25,5%	59,3%	26,8%
		Adjusted Residual	-2,0	-1,1	4,0	
Total		Count	38	278	27	343
		Expected Count	38,0	278,0	27,0	343,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	18,321[a]	2	,000
Likelihood Ratio	16,894	2	,000
Linear-by-Linear Association	15,293	1	,000
N of Valid Cases	343		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 7,24

Q22 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q22	q22-1	Count	33	39	2	74
		Expected Count	8,0	60,4	5,6	74,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	84,6%	13,3%	7,4%	20,6%
		Adjusted Residual	10,5	-7,2	-1,8	
	q22-2	Count	6	254	25	285
		Expected Count	31,0	232,6	21,4	285,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	15,4%	86,7%	92,6%	79,4%
		Adjusted Residual	-10,5	7,2	1,8	
Total		Count	39	293	27	359
		Expected Count	39,0	293,0	27,0	359,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	110,052[a]	2	,000
Likelihood Ratio	87,701	2	,000
Linear-by-Linear Association	75,596	1	,000
N of Valid Cases	359		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 5,57

Q24 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q24	q24-1	Count	35	69	2	106
		Expected Count	12,2	85,1	8,7	106,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	92,1%	26,1%	7,4%	32,2%
		Adjusted Residual	8,4	-4,8	-2,9	
	q24-2	Count	3	195	25	223
		Expected Count	25,8	178,9	18,3	223,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	7,9%	73,9%	92,6%	67,8%
		Adjusted Residual	-8,4	4,8	2,9	
Total		Count	38	264	27	329
		Expected Count	38,0	264,0	27,0	329,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	74,489[a]	2	,000
Likelihood Ratio	74,984	2	,000
Linear-by-Linear Association	61,285	1	,000
N of Valid Cases	329		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 8,70

Q25 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q25	q25-1	Count	32	26	0	58
		Expected Count	6,7	46,8	4,5	58,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	80,0%	9,3%	,0%	16,7%
		Adjusted Residual	11,4	-7,6	-2,4	
	q25-2	Count	8	254	27	289
		Expected Count	33,3	233,2	22,5	289,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	20,0%	90,7%	100,0%	83,3%
		Adjusted Residual	-11,4	7,6	2,4	
Total		Count	40	280	27	347
		Expected Count	40,0	280,0	27,0	347,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	131,599[a]	2	,000
Likelihood Ratio	100,098	2	,000
Linear-by-Linear Association	95,807	1	,000
N of Valid Cases	347		

a 1 cells (16,7%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 4,51

Q26 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q26	q26-1	Count	38	228	8	274
		Expected Count	30,6	221,6	21,8	274,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	82,9%	29,6%	80,6%
		Adjusted Residual	3,2	2,2	-7,0	
	q26-2	Count	0	47	19	66
		Expected Count	7,4	53,4	5,2	66,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	,0%	17,1%	70,4%	19,4%
		Adjusted Residual	-3,2	-2,2	7,0	
Total		Count	38	275	27	340
		Expected Count	38,0	275,0	27,0	340,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	54,919[a]	2	,000
Likelihood Ratio	50,310	2	,000
Linear-by-Linear Association	44,042	1	,000
N of Valid Cases	340		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 5,24

Q27 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q27	q27-1	Count	35	64	4	103
		Expected Count	12,0	82,6	8,3	103,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	89,7%	23,9%	14,8%	30,8%
		Adjusted Residual	8,5	-5,5	-1,9	
	q27-2	Count	4	204	23	231
		Expected Count	27,0	185,4	18,7	231,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	10,3%	76,1%	85,2%	69,2%
		Adjusted Residual	-8,5	5,5	1,9	
Total		Count	39	268	27	334
		Expected Count	39,0	268,0	27,0	334,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	72,781[a]	2	,000
Likelihood Ratio	69,607	2	,000
Linear-by-Linear Association	53,131	1	,000
N of Valid Cases	334		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 8,33

Q28 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q28	q28-1	Count	36	231	12	279
		Expected Count	31,0	226,5	21,5	279,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	92,3%	81,1%	44,4%	79,5%
		Adjusted Residual	2,1	1,5	-4,7	
	q28-2	Count	3	54	15	72
		Expected Count	8,0	58,5	5,5	72,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	7,7%	18,9%	55,6%	20,5%
		Adjusted Residual	-2,1	-1,5	4,7	
Total		Count	39	285	27	351
		Expected Count	39,0	285,0	27,0	351,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	24,694[a]	2	,000
Likelihood Ratio	21,256	2	,000
Linear-by-Linear Association	19,500	1	,000
N of Valid Cases	351		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 5,54

Q29 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q29	q29-1	Count	36	286	9	331
		Expected Count	35,5	271,0	24,6	331,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	92,3%	96,0%	33,3%	90,9%
		Adjusted Residual	,3	7,1	-10,8	
	q29-2	Count	3	12	18	33
		Expected Count	3,5	27,0	2,4	33,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	7,7%	4,0%	66,7%	9,1%
		Adjusted Residual	-,3	-7,1	10,8	
Total		Count	39	298	27	364
		Expected Count	39,0	298,0	27,0	364,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	117,931[a]	2	,000
Likelihood Ratio	65,229	2	,000
Linear-by-Linear Association	47,724	1	,000
N of Valid Cases	364		

a 2 cells (33,3%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 2,45

Πίνακας Q30 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q30	q30-1	Count	20	100	2	122
		Expected Count	12,7	99,6	9,8	122,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	57,1%	36,4%	7,4%	36,2%
		Adjusted Residual	2,7	,1	-3,2	
	q30-2	Count	15	175	25	215
		Expected Count	22,3	175,4	17,2	215,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	42,9%	63,6%	92,6%	63,8%
		Adjusted Residual	-2,7	-,1	3,2	
Total		Count	35	275	27	337
		Expected Count	35,0	275,0	27,0	337,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	16,341[a]	2	,000
Likelihood Ratio	18,603	2	,000
Linear-by-Linear Association	15,933	1	,000
N of Valid Cases	337		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 9,77

Q32 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q32	q32-1	Count	19	85	3	107
		Expected Count	11,6	87,1	8,3	107,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	50,0%	29,8%	11,1%	30,6%
		Adjusted Residual	2,8	-,6	-2,3	
	q32-2	Count	19	200	24	243
		Expected Count	26,4	197,9	18,7	243,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	50,0%	70,2%	88,9%	69,4%
		Adjusted Residual	-2,8	,6	2,3	
Total		Count	38	285	27	350
		Expected Count	38,0	285,0	27,0	350,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	11,650[a]	2	,003
Likelihood Ratio	12,083	2	,002
Linear-by-Linear Association	11,604	1	,001
N of Valid Cases	350		

a 0 cells (,0%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 8,25

Q33 * CLU3_1

Crosstab

			Ταξινόμηση ατόμων			
			1η κλάση	2η κλάση	3η κλάση	Total
Q33	q33-1	Count	30	233	14	277
		Expected Count	28,0	226,0	22,9	277,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	90,9%	87,6%	51,9%	85,0%
		Adjusted Residual	1,0	2,8	-5,0	
	q33-2	Count	3	33	13	49
		Expected Count	5,0	40,0	4,1	49,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	9,1%	12,4%	48,1%	15,0%
		Adjusted Residual	-1,0	-2,8	5,0	
Total		Count	33	266	27	326
		Expected Count	33,0	266,0	27,0	326,0
		% within Ταξινόμηση ατόμων	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp Sig (2-sided)
Pearson Chi-Square	25,533[a]	2	,000
Likelihood Ratio	18,988	2	,000
Linear-by-Linear Association	15,491	1	,000
N of Valid Cases	326		

a 2 cells (33,3%) have expected count less than 5 The minimum expected count is 4,06